



# ม.2

## คู่มือครูและแผนการจัดการเรียนรู้ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

กลุ่มสาระการเรียนรู้

# คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2



มูลนิธิการศึกษาทางไกลผ่านดาวเทียม ในพระบรมราชูปถัมภ์  
โดยความร่วมมือของ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน



# ม.2

## คู่มือครูและแผนการจัดการเรียนรู้ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

กลุ่มสาระการเรียนรู้

# คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2



มูลนิธิการศึกษาทางไกลผ่านดาวเทียม ในพระบรมราชูปถัมภ์  
โดยความร่วมมือของ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

## คำนำ

ด้วยพระบรมราโชบายพระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัว รัชกาลที่ 10 ทรงมุ่งหมายให้การศึกษาบ่มเพาะสมรรถนะให้แก่ผู้เรียน เพื่อสร้างคุณลักษณะสำคัญ 4 ประการให้กับคนไทย อันได้แก่ 1) มีทัศนคติที่ดีและถูกต้อง 2) มีพื้นฐานชีวิตที่มั่นคงเข้มแข็ง 3) มีอาชีพ มีงานทำ 4) เป็นพลเมืองดี มีระเบียบวินัย และพระราชปณิธานในการสืบสาน รักษา พัฒนาต่อยอด โครงการในพระราชดำริของพระราชบิดา จึงทรงพัฒนาการศึกษาทางไกลผ่านดาวเทียม หรือ NEW DLTV ในทุกด้านเช่น ระบบออกอากาศ อุปกรณ์เทคโนโลยี บุคลากร และกระบวนการจัดการศึกษา เพื่อแก้ปัญหาการขาดแคลนครูในโรงเรียนขนาดเล็ก สร้างโอกาสการเข้าถึงการเรียนรู้ตลอดชีวิตของประชาชน ทุกเพศ ทุกวัย ผ่านการศึกษาทางไกลผ่านดาวเทียมจำนวน 15 ช่องสัญญาณ ไปยังโรงเรียนต่าง ๆ และผู้สนใจทั่วประเทศ เพื่อให้ประเทศไทยเป็นสังคมแห่งปัญญา มีจิตอาสาในการสรรค์สร้างและพัฒนาประเทศให้มั่นคง

การสอนออกอากาศทางไกลผ่านดาวเทียม ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 นี้ เป็นการสอนออกอากาศในแนวใหม่ บันทึกเทปการสอนจากห้องเรียนต้นทางของโรงเรียนวังไกลกังวล ในพระบรมราชูปถัมภ์ ครูปลายทางสามารถดูเทปการสอนผ่านทางเว็บไซต์ [www.dltv.ac.th](http://www.dltv.ac.th) และ Application on mobile DLTV ของมูลนิธิ และมีคู่มือครูและแผนการจัดการเรียนรู้รายชั่วโมงครบทั้ง 8 กลุ่มสาระการเรียนรู้ ซึ่งครูปลายทางสามารถปรับกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับชุมชน ท้องถิ่น วัฒนธรรม และบริบทของแต่ละโรงเรียน

การจัดทำคู่มือครูและแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การศึกษาทางไกลผ่านดาวเทียม ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 ได้รับความร่วมมือจากคณะทำงาน ประกอบด้วย สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน ผู้บริหารระดับสูงของกระทรวงศึกษาธิการ คณาจารย์จากมหาวิทยาลัยศึกษานิเทศก์ และครูผู้เชี่ยวชาญ ทั้ง 8 กลุ่มสาระการเรียนรู้ ซึ่งครูปลายทางใช้ในการเตรียมการสอนล่วงหน้า รวมทั้งจัดเตรียมเอกสารเพื่อส่งเสริมการเรียนรู้ ได้แก่ ใบงาน ใบความรู้ แบบฝึกหัด ให้ผู้เรียนเป็นรายบุคคล เกิดประโยชน์ต่อการนำไปใช้ในห้องเรียน เพื่อการพัฒนาคุณภาพการจัดการศึกษาของโรงเรียนขยายโอกาสและโรงเรียนมัธยมศึกษาขนาดเล็กต่อไป

นับเป็นพระมหากรุณาธิคุณอย่างหาที่สุดมิได้ ที่พระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัว ทรงมุ่งมั่นพัฒนายกระดับคุณภาพการศึกษาทางไกลผ่านดาวเทียม เพื่อพัฒนาสังคมไทยและยกระดับคุณภาพของคนไทยให้เข้มแข็ง สมดัง พระราชปณิธาน “...การศึกษาคือความมั่นคงของประเทศ...” ขอพระองค์ทรงพระเจริญ

มูลนิธิการศึกษาทางไกลผ่านดาวเทียม ในพระบรมราชูปถัมภ์

## บทนำ

การจัดการศึกษาทางไกลผ่านดาวเทียม เป็นการจัดการศึกษาเพื่อแก้ปัญหาโรงเรียนขนาดเล็ก ครูสอนไม่ครบชั้น โดยจัดการเรียนการสอนของครูห้องเรียนต้นทางจากโรงเรียนวังไกลกังวล ในพระบรมราชูปถัมภ์ ไปยังห้องเรียนปลายทางในโรงเรียนพื้นที่ต่าง ๆ ได้แก่ พื้นที่สูง ชายแดน เกาะแก่ง และเขตพัฒนาพิเศษเฉพาะกิจ จังหวัดชายแดนภาคใต้ เป็นการลดความเหลื่อมล้ำในการจัดการศึกษาให้ทั่วถึง เท่าเทียมและมีคุณภาพ

คู่มือครูและแผนการจัดการเรียนรู้ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น (ม.1-3) ประจำปีภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2562 ประกอบด้วยเอกสาร 8 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คือ 1) ภาษาไทย 2) คณิตศาสตร์ 3) วิทยาศาสตร์ 4) สังคมศึกษา ศาสนา และวัฒนธรรม 5) สุขศึกษาและพลศึกษา 6) ศิลปะ 7) การงานอาชีพและเทคโนโลยี 8) ภาษาต่างประเทศ แต่ละระดับชั้นมีเอกสารรวม 8 เล่ม แต่ละเล่มมีรายละเอียด คำชี้แจงการจัดกระบวนการเรียนรู้ หน่วยการเรียนรู้ แผนการจัดการเรียนรู้ สื่อ/ใบงาน/แบบฝึก แบบประเมิน ที่ตรงกับมาตรฐาน ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ของแต่ละสาระการเรียนรู้ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

การจัดทำคู่มือครูและแผนการจัดการเรียนรู้ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น (ม.1-3) เป็นการทำงานร่วมกันของหลายหน่วยงาน มูลนิธิการศึกษาทางไกลผ่านดาวเทียม ในพระบรมราชูปถัมภ์ ขอขอบคุณผู้ทรงคุณวุฒิ ผู้เชี่ยวชาญแต่ละสาขาวิชา คณาจารย์ จากมหาวิทยาลัย คณะศึกษานิเทศก์ คณะครูผู้สอนในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน และโรงเรียนวังไกลกังวล ในพระบรมราชูปถัมภ์ และผู้มีส่วนร่วมจากหน่วยงานที่เกี่ยวข้อง ที่ช่วยให้คู่มือครูและแผนการจัดการเรียนรู้ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น มีความสมบูรณ์และเหมาะสมต่อการจัดการเรียนการสอนเพื่อเยาวชนไทยทั่วประเทศ

มูลนิธิการศึกษาทางไกลผ่านดาวเทียม ในพระบรมราชูปถัมภ์ หวังว่าคู่มือครูและแผนการจัดการเรียนรู้ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จะเป็นประโยชน์ต่อผู้บริหาร ศึกษานิเทศก์ คณะครูและบุคลากรที่เกี่ยวข้อง ในการจัดการเรียนการสอนทางไกลผ่านดาวเทียม ในโรงเรียนขนาดเล็กและขยายโอกาสในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เพื่อประสิทธิภาพการจัดการเรียนการสอนให้สูงขึ้นต่อไป



## สารบัญ

เรื่อง	หน้า
คำนำ	ก
บทนำ	ข
สารบัญ	ค
คำชี้แจงการรับชมรายการสอนออกอากาศ	ฉ
คำชี้แจงรายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2	1
คำอธิบายรายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2	7
มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด	8
โครงสร้างรายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2	9
<b>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ (2)</b>	<b>14</b>
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง แผนภาพจุด (1)	18
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง แผนภาพต้น-ใบ (1)	30
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ฮิสโทแกรม (1)	45
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (1)	59
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (2)	74
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง มัชฐาน	83
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง ฐานนิยม	92
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 เรื่อง แผนภาพจุด (2)	102
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 เรื่อง แผนภาพต้น-ใบ (2)	122
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 เรื่อง ฮิสโทแกรม (2)	131
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 เรื่อง การเลือกใช้ค่ากลางที่เหมาะสม (1)	145
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 เรื่อง การเลือกใช้ค่ากลางที่เหมาะสม (2)	155
<b>หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ</b>	<b>163</b>
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต (1)	167
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต (2)	179
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม	189
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (1)	198
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (2)	209
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (1)	221
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (2)	232
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (1)	244
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (2)	255
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน (1)	264
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน (2)	273

เรื่อง	หน้า
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน	285
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 13 เรื่อง การนำไปใช้ (1)	302
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 14 เรื่อง การนำไปใช้ (2)	314
<b>หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เส้นขนาน</b>	<b>324</b>
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน (1)	328
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน (2)	337
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง เส้นขนานและมุมแย้ง (1)	348
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง เส้นขนานและมุมแย้ง (2)	358
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง การแก้ปัญหาเส้นขนานและมุมแย้ง	367
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน (1)	376
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน (2)	384
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 เรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม (1)	393
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 เรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม (2)	403
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 เรื่อง การนำไปใช้	413
<b>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต</b>	<b>421</b>
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางเรขาคณิต (1)	426
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางเรขาคณิต (2)	440
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง (1)	460
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง (2)	484
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง (3)	497
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง (4)	516
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (1)	532
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (2)	547
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (3)	558
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม (1)	568
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม (2)	584
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม (3)	598
<b>หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง</b>	<b>610</b>
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง (1)	615
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง (2)	627
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (1)	641
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (2)	650
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (3)	662
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (4)	677

เรื่อง	หน้า
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (1)	688
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (2)	700
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (3)	713
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง (1)	725
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง (2)	733
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนาม	741
<b>บรรณานุกรม</b>	<b>753</b>
<b>ภาคผนวก</b>	<b>754</b>
ก. เกณฑ์แบบประเมินรวม	755
ข. แผนผังความคิด (Graphic Organizer)	759
ค. บันทึกการเรียนรู้ (Learning Log)	768
- คณะจัดทำคู่มือครูและแผนการจัดการเรียนรู้ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เพื่อการเรียนการสอนทางไกลผ่านดาวเทียม (DLTV) มูลนิธิการศึกษาทางไกลผ่านดาวเทียม ในพระบรมราชูปถัมภ์	774
- คณะจัดทำคู่มือครูและแผนการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2	774
- คณะปรับปรุงคู่มือครูและแผนการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2	777
- คณะตรวจปฐพีคู่มือครู และแผนการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2	778
- รายชื่อคณะทำงาน สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน	779

## การรับชมรายการ การเรียนการสอนทางไกลผ่านดาวเทียม

มูลนิธิการศึกษาทางไกลผ่านดาวเทียม ในพระบรมราชูปถัมภ์ ให้บริการการจัดการเรียนการสอน จากสถานีวิทยุโทรทัศน์การศึกษาทางไกลผ่านดาวเทียม จำนวน 15 ช่องรายการ ทั้งรายการสด (Live) และ รายการย้อนหลัง (On demand) สามารถรับชมผ่าน

[www.dltv.ac.th](http://www.dltv.ac.th)

Application on mobile DLTV

- Android เข้าที่ Play Store/Google Play พิมพ์คำว่า DLTV
- iOS เข้าที่ App Store พิมพ์คำว่า DLTV

### การเรียกหมายเลขช่องออกอากาศสถานีวิทยุโทรทัศน์การศึกษาทางไกลผ่านดาวเทียม 15 ช่องรายการ

		เวลาเรียน/นอกเวลาเรียน
DLTV 1	(ช่อง 186)	รายการสอนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 / สถาบันพระมหากษัตริย์
DLTV 2	(ช่อง 187)	รายการสอนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 / ความรู้รอบตัว
DLTV 3	(ช่อง 188)	รายการสอนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 / วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
DLTV 4	(ช่อง 189)	รายการสอนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 / ธรรมชาติและสิ่งแวดล้อม
DLTV 5	(ช่อง 190)	รายการสอนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 / ศิลปวัฒนธรรมไทย
DLTV 6	(ช่อง 191)	รายการสอนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 / หน้าที่พลเมือง
DLTV 7	(ช่อง 192)	รายการสอนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 / ภาษาอังกฤษเพื่อการสื่อสาร
DLTV 8	(ช่อง 193)	รายการสอนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 / ภาษาต่างประเทศ
DLTV 9	(ช่อง 194)	รายการสอนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 / การเกษตร
DLTV 10	(ช่อง 195)	รายการสอนชั้นอนุบาลปีที่ 1 / รายการสำหรับเด็ก-การเลี้ยงดูลูก
DLTV 11	(ช่อง 196)	รายการสอนชั้นอนุบาลปีที่ 2 / สุขภาพ การแพทย์
DLTV 12	(ช่อง 197)	รายการสอนชั้นอนุบาลปีที่ 3 / รายการสำหรับผู้สูงวัย
DLTV 13	(ช่อง 198)	รายการของการอาชีพวังไกลกังวล และมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคล
DLTV 14	(ช่อง 199)	รายการของมหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช
DLTV 15	(ช่อง 200)	รายการพัฒนาวิชาชีพครู

## การติดต่อรับข้อมูลข่าวสาร

1. **มูลนิธิการศึกษาทางไกลผ่านดาวเทียม ในพระบรมราชูปถัมภ์**  
 เลขที่ 214 ถนนนครสวรรค์ แขวงวัดโสมนัส เขตป้อมปราบศัตรูพ่าย กรุงเทพมหานคร 10100  
 โทร 0 2282 6734  
 โทรสาร 0 2282 6735
  
2. **สถานีวิทยุโทรทัศน์การศึกษาทางไกลผ่านดาวเทียม**  
 ซอยหัวหิน 35 ถนนเพชรเกษม ตำบลหัวหิน อำเภอหัวหิน จังหวัดประจวบคีรีขันธ์ 77110  
 โทร 032 515 457-8  
 โทรสาร 032 515 951  
 web@dltv.ac.th (ติดต่อเรื่องเว็บไซต์)  
 dltv@dltv.ac.th (ติดต่อเรื่องทั่วไป)
  
3. **โรงเรียนวังไกลกังวล ในพระบรมราชูปถัมภ์**  
 อำเภอหัวหิน จังหวัดประจวบคีรีขันธ์ 77110  
 โทร 032 522 347, 032 520 478 โทรสาร 032 520 478

Facebook : โรงเรียนวังไกลกังวล ในพระบรมราชูปถัมภ์



Website : <http://www.kkws.ac.th>



## 4. ช่องทางการติดตามข่าวสาร

Facebook : มูลนิธิการศึกษาทางไกลผ่านดาวเทียม ในพระบรมราชูปถัมภ์ DLTV



Website : <http://www.dltv.ac.th>



### คำชี้แจง

## รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค22102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

### 1. แนวคิดหลัก

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กำหนดสาระการเรียนรู้ จำนวน 8 กลุ่มสาระการเรียนรู้ ครูผู้สอนต้องจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยนำความรู้ด้านเนื้อหาวิชามาจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยการฝึกทักษะให้ผู้เรียนเกิดความรู้ ความเข้าใจ และเกิดสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน 5 ประการ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ 8 ประการ ดังนี้

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน 5 ประการ

- 1) ความสามารถในการสื่อสาร เป็นความสามารถในการรับสารและสื่อสาร มีวัฒนธรรมในการใช้ภาษา
- 2) ความสามารถในการคิด เป็นความสามารถในการคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิดอย่างสร้างสรรค์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การคิดอย่างเป็นระบบเพื่อนำไปสู่การสร้างองค์ความรู้หรือสารสนเทศเพื่อใช้ในการตัดสินใจ เกี่ยวกับตนเอง สังคมได้อย่างเหมาะสม
- 3) ความสามารถในการแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาและอุปสรรคต่าง ๆ ที่เผชิญได้อย่างถูกต้อง เหมาะสมบนพื้นฐานของหลักเหตุผล คุณธรรมและข้อมูลสารสนเทศ เข้าใจความสัมพันธ์และการเปลี่ยนแปลงของเหตุการณ์ต่าง ๆ ในสังคม
- 4) ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต เป็นความสามารถในการเข้าใจและเคารพตนเอง สามารถนำกระบวนการต่าง ๆ ไปใช้ในการดำเนินชีวิตประจำวัน การเรียนรู้ด้วยตนเอง การเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง การทำงานและการอยู่ร่วมกันในสังคมด้วยการสร้างเสริมความสัมพันธ์อันดีระหว่างบุคคล การจัดการปัญหาและความขัดแย้งต่าง ๆ อย่างเหมาะสม
- 5) ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี เป็นความสามารถในการเลือก และใช้เทคโนโลยีการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ถูกต้องเหมาะสม มีคุณธรรมด้านต่าง ๆ และมีทักษะกระบวนการทางเทคโนโลยี เพื่อการพัฒนาตนเอง สังคมในด้านการเรียนรู้ การสื่อสาร การทำงาน

คุณลักษณะอันพึงประสงค์ 8 ประการ เพื่อให้สามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นในสังคมอย่างมีความสุข ในฐานะเป็นพลเมืองไทยและพลโลก ดังนี้

- 1) รักชาติ ศาสน์ กษัตริย์
- 2) ซื่อสัตย์ สุจริต
- 3) มีวินัย
- 4) ใฝ่เรียนรู้
- 5) อยู่อย่างพอเพียง
- 6) มุ่งมั่นในการทำงาน
- 7) รักความเป็นไทย
- 8) มีจิตสาธารณะ

หลักการออกแบบกิจกรรมด้านคุณลักษณะที่ปรากฏในแผนการจัดการเรียนรู้ คำนี้ถึงคุณลักษณะที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้มีทักษะหลังการเรียนรู้ สอดคล้องตามเป้าหมายของหน่วยการเรียนรู้ มีเจตคติที่ดีต่อ



สถาบันชาติ ศาสนา และพระมหากษัตริย์ มีจิตอาสา ครูผู้สอนควรปลูกฝังคุณลักษณะอันพึงประสงค์ให้แก่ผู้เรียนทุกแผนการจัดการเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดคุณลักษณะอันพึงประสงค์และเป็นคนดีของสังคม

การจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีแนวคิดหลักสำคัญ คือ การนำรูปแบบ Active Learning มาใช้ในการจัดการเรียนการสอน ซึ่งเป็นการจัดการเรียนการสอนที่มีรูปแบบการสอนที่หลากหลาย ที่เน้นให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเองอย่างกระตือรือร้น ทั้งในเชิงทักษะและปฏิบัติเพื่อพัฒนาเชาว์ปัญญา เช่น การแก้ปัญหา วิเคราะห์ วิจัย หรือตัดสินใจเรื่องต่าง ๆ โดยการจัดการเรียนการสอนจะเน้นให้ผู้เรียนได้คิด ค้นคว้า รายงาน แก้ปัญหา ได้ใช้ประสาทสัมผัสต่าง ๆ ทำให้เกิดการเรียนรู้ด้วยตนเองอย่างแท้จริง

## 2. กระบวนการจัดการเรียนรู้

แนวคิดสำคัญของการจัดศึกษาที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ คือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนคิดและลงมือปฏิบัติด้วยกระบวนการที่หลากหลาย เพื่อเกิดการเรียนรู้และพัฒนาตนเองเต็มตามศักยภาพ การประเมินการเรียนรู้จึงมีความสำคัญและจำเป็นอย่างยิ่งต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในห้องเรียน เพราะสามารถทำให้ผู้สอนประเมินระดับ พัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียน

การจัดการศึกษาต้องยึดหลักว่า ผู้เรียนทุกคนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ และถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด กระบวนการจัดการศึกษาต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาตามธรรมชาติและเต็มตามศักยภาพ ให้ความสำคัญของการบูรณาการความรู้คุณธรรม กระบวนการเรียนรู้ตามความเหมาะสมของระดับการศึกษา ได้ระบุให้ผู้ที่เกี่ยวข้องดำเนินการ ดังนี้

### สถานศึกษาและหน่วยงานที่เกี่ยวข้อง

- 1) จัดเนื้อหาสาระและกิจกรรมให้สอดคล้องกับความสนใจและความถนัดของผู้เรียน โดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล
- 2) ฝึกทักษะ กระบวนการคิด การจัดการ การเผชิญสถานการณ์ และการประยุกต์ความรู้มาใช้เพื่อป้องกันและแก้ไขปัญหา
- 3) จัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริง ฝึกการปฏิบัติ ให้ทำได้คิดเป็น ทำเป็น รักการอ่าน และเกิดการใฝ่รู้อย่างต่อเนื่อง
- 4) จัดการเรียนการสอน โดยผสมผสานสาระความรู้ด้านต่าง ๆ อย่างได้สัดส่วนสมดุลกัน รวมทั้งปลูกฝังคุณธรรม ค่านิยมที่ดีงาม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ไว้ในทุกวิชา
- 5) ส่งเสริมสนับสนุนให้ผู้สอนสามารถจัดบรรยากาศ สภาพแวดล้อม สื่อการเรียน และอำนวยความสะดวก เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และมีความรอบรู้ รวมทั้งสามารถใช้การวิจัยเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการเรียนรู้ทั้งนี้ ผู้สอนและผู้เรียนอาจเรียนรู้ไปพร้อมกันจากสื่อการเรียนการสอนและแหล่งวิทยาการประเภทต่าง ๆ
- 6) จัดการเรียนรู้ให้เกิดขึ้นได้ทุกเวลา ทุกสถานที่ มีการประสานความร่วมมือกับบิดา มารดา ผู้ปกครอง และบุคคลในชุมชนทุกฝ่าย เพื่อร่วมกันพัฒนาผู้เรียนตามศักยภาพ

### ครูผู้สอน

การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดกล่าว จำเป็นต้องเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนการสอนทั้งของผู้เรียนและผู้สอน กล่าวคือลดบทบาทของครูผู้สอน จากการเป็นผู้บอกเล่า บรรยาย สาธิต เป็นการวางแผนจัดกิจกรรมให้นักเรียน เกิดการเรียนรู้ กิจกรรมต่าง ๆ จะต้องเน้นที่บทบาทของผู้เรียนตั้งแต่เริ่ม คือ ร่วมวางแผนการเรียน

การวัดผล ประเมินผล และต้องคำนึงว่ากิจกรรมการเรียนนั้น เน้นการพัฒนากระบวนการคิด วางแผน ลงมือปฏิบัติ ศึกษา ค้นคว้า รวบรวมข้อมูล ด้วยวิธีการต่าง ๆ จากแหล่งเรียนรู้หลากหลาย ตรวจสอบ วิเคราะห์การแก้ปัญหา การมีปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน การสร้างคำอธิบายเกี่ยวกับข้อมูลที่สืบค้นได้ เพื่อนำไปสู่คำตอบของปัญหาหรือคำถามต่าง ๆ ในที่สุดสร้างองค์ความรู้ ทั้งนี้กิจกรรมการเรียนรู้นี้ต้องพัฒนาผู้เรียนให้มีพัฒนาการเหมาะสมตามวัย ทั้งทางร่างกาย อารมณ์สังคม และสติปัญญา โดยคำนึงถึงเรื่องต่าง ๆ ดังนี้

- ควรให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้อย่างเต็มที่ด้วยการกระตุ้นให้นักเรียนลงมือทดลองและอภิปรายผล โดยใช้เทคนิคต่าง ๆ ของการสอน เช่น การนำเข้าสู่บทเรียน การใช้คำถาม การเสริมพลังมาใช้ให้เป็นประโยชน์ ที่จะทำให้การเรียนการสอนน่าสนใจและมีชีวิตชีวา
- ครูควรมีการวางแผนการใช้คำถามอย่างมีประสิทธิภาพ เพื่อจะนำนักเรียนเข้าสู่บทเรียน และลงข้อสรุปได้ โดยที่ไม่ใช้เวลาเนิ่นนานเกินไป ครูควรเลือกใช้คำถามที่มีความยากง่ายพอเหมาะกับความสามารถของนักเรียน
- เมื่อนักเรียนถาม อย่าบอกคำตอบทันที ควรให้คำแนะนำที่จะช่วยให้นักเรียนหาคำตอบได้เอง ครูควรให้ความสนใจต่อคำถามของนักเรียนทุก ๆ คน แม้ว่าคำถามนั้นอาจจะไม่เกี่ยวกับเรื่องที่กำลังเรียนอยู่ก็ตาม ครูควรชี้แจงให้ทราบและเบนความสนใจของนักเรียนกลับมาสู่เรื่องที่กำลังอภิปรายอยู่ สำหรับปัญหาที่นักเรียนถามมานั้น ควรจะได้หิบบกมาอภิปรายในภายหลัง
- การสำรวจตรวจสอบซ้ำ เป็นสิ่งจำเป็นเพื่อให้ได้ข้อมูลที่น่าเชื่อถือ ดังนั้น ในการจัดการเรียนรู้ ครูควรย้าให้นักเรียนได้สำรวจตรวจสอบซ้ำเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่ถูกต้องและเชื่อถือได้

### แนวการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ดำเนินการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการขั้นตอนการสอนในแผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งประกอบด้วย ขั้นนำ ขั้นสอน ขั้นสรุป ดังนี้

1) ขั้นนำ เป็นขั้นที่เตรียมความพร้อมของผู้เรียน ให้มีความพร้อมก่อนการเรียนเนื้อหาใหม่ เช่น ทบทวนความรู้เดิมที่เคยเรียนมา สนทนาซักถาม เล่นเกม

2) ขั้นสอน เป็นขั้นที่ให้ผู้เรียนได้เรียนรู้เนื้อหาใหม่ โดย

- (1) ศึกษาจากใบความรู้ หนังสือเรียน แหล่งเรียนรู้ต่าง ๆ
- (2) ใช้กระบวนการกลุ่ม ระดมสมอง อภิปราย
- (3) ให้ผู้เรียนศึกษาความรู้ด้วยตนเอง ครูคอยให้คำแนะนำ เป็นผู้อำนวยความสะดวกให้กับผู้เรียน
- (4) ให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติและนำเสนอผลงาน
- (5) จัดการเรียนรู้ให้ประกอบด้วย ความรู้ ทักษะและกระบวนการ และคุณลักษณะ
- (6) ใช้สื่อวัสดุอุปกรณ์ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

3) ขั้นสรุป เป็นขั้นตอนที่ให้นักเรียนได้สรุปเป็นความคิดรวบยอดด้วยตนเอง

เป็นขั้นสุดท้ายของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละชั่วโมง เพื่อให้นักเรียนสรุปสาระสำคัญของบทเรียนหรือสิ่งที่ได้เรียนแล้ว กิจกรรมที่จัดขึ้นในขั้นตอนนี้ อาจจะเป็นการนำเสนอรายงานของกลุ่ม การทำแบบฝึกหัดเพื่อสรุปความรู้ เล่นเกมเพื่อทดสอบสิ่งที่เรียนมาแล้ว หรือสรุปสาระหลักสำคัญโดยใช้แผนผังความคิด (Graphic Organizers) (ดูภาคผนวก ข.) ซึ่งอาจให้ผู้เรียนสรุปเองหรือครูร่วมสรุปด้วย

### 3. สื่อการจัดการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

**สื่อการจัดการเรียนรู้** การเตรียม สื่อ วัสดุอุปกรณ์ ที่จะใช้ประกอบในแผนการจัดการเรียนรู้และที่ได้ระบุไว้ในแผนของแต่ละแผน โดยเตรียมไว้ก่อนล่วงหน้าอย่างน้อย 2 วัน เพื่อเป็นการเตรียมความพร้อมในการจัดการเรียนการสอน สิ่งที่จะต้องเตรียม มีดังนี้

- 1) ใบความรู้ ใบงาน ใบกิจกรรม ที่อยู่ในแผนการจัดการเรียนรู้
- 2) รูปภาพ ที่ใช้ประกอบในแต่ละแผน
- 3) แบบประเมินผลงาน/ชิ้นงาน แบบสังเกตพฤติกรรม
- 4) แบบทดสอบ
- 5) ทีวี คอมพิวเตอร์ เครื่องฉายภาพ โพรเจกเตอร์
- 6) เครื่องพรีนเตอร์
- 7) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์
- 8) กระดาษ ปากกาเคมี สีเมจิก ไม้บรรทัด สี
- 9) หนังสือ บทความ ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่จัดการเรียนการสอน

**แหล่งเรียนรู้** เตรียมแหล่งเรียนรู้ที่จะให้นักเรียนได้เข้าไปศึกษาค้นคว้า เช่น ห้องปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์ ห้องสมุดของโรงเรียน มุมศึกษาค้นคว้าในห้องเรียน ห้องคอมพิวเตอร์

### 4. การวัดและประเมินผล

จุดประสงค์สำคัญของการประเมินการเรียนรู้ คือการช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ที่ผู้สอนหรือหลักสูตรวางไว้ ปัญหาที่พบในปัจจุบันคือ ผู้บริหาร ผู้สอน ตลอดจนผู้ปกครองเป็นจำนวนมากยังให้ความสำคัญการเรียนรู้แบบท่องจำเพื่อสอบ หรือการเรียนรู้เพื่อแข่งขัน ซึ่งถือเป็นการเรียนรู้แบบผิวเผินมากกว่า การประเมินการเรียนรู้ระหว่างเรียนการเรียนรู้เพื่อพัฒนาตนเอง ซึ่งผลลัพธ์ของการเรียนรู้จะยั่งยืนกว่า (กุศลสิน, 2555; ขจรศักดิ์, เพ็ญจันทร์ และวรรณทิพา รอดแรงคำ, 2548)

ในการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาสมรรถนะด้านต่าง ๆ ของผู้เรียนนั้นจำเป็นต้องมีการประเมินการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่เริ่มต้น ระหว่าง และสิ้นสุดกระบวนการเรียนรู้ โดยใช้การประเมินในรูปแบบที่หลากหลายสอดคล้องตามวัตถุประสงค์ของการเรียนรู้ รูปแบบการประเมินการเรียนรู้ ได้แก่ การประเมินการเรียนรู้ระหว่างเรียน (Formative Assessment) การประเมินการเรียนรู้สรุปรวม (Summative Assessment) และการประเมินการเรียนรู้ตามสภาพจริง (Authentic Assessment) ในการประเมินเพื่อพัฒนาการเรียนรู้และการประเมินตามสภาพจริงนั้น ผู้สอนจำเป็นต้องสะท้อนการประเมิน ให้ผู้เรียนรับทราบเพื่อปรับปรุงและพัฒนาตนเอง และผู้สอนต้องนำผลการประเมินมาพิจารณาเพื่อทบทวนและปรับแผนการจัดการเรียนรู้เพื่อให้สามารถดำเนินการแก้ไขช่วยเหลือ หรือหาวิธีการต่าง ๆ เพื่อช่วยให้ผู้เรียนแต่ละคนเกิดการเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ตามแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้หรือเป้าหมายของตัวชี้วัดต่าง ๆ (กุศลสิน, 2555 )

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียนต้องอยู่บนหลักการพื้นฐานสองประการ คือ การประเมินเพื่อพัฒนาผู้เรียนและเพื่อการตัดสินผลการเรียน ในการพัฒนาคุณภาพการเรียนรู้ของผู้เรียนให้ประสบความสำเร็จนั้น ผู้เรียนจะต้องได้รับการพัฒนาและประเมินตามตัวชี้วัด เพื่อให้บรรลุตามมาตรฐานการเรียนรู้ สะท้อนสมรรถนะ

สำคัญ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของผู้เรียน ซึ่งเป็นเป้าหมายหลักในการวัดและประเมินการเรียนรู้ในทุก ระดับ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2552)

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ที่ปรากฏในแผนการจัดการเรียนรู้ ให้ความสำคัญของการประเมิน พฤติกรรมการปฏิบัติ ดังนี้

### 1) วิธีการประเมิน

(1) การวัดและประเมินก่อนเรียน เพื่อตรวจสอบความพร้อมและความรู้เดิมของผู้เรียน (ผสมผสาน ในกิจกรรมการเรียนรู้ชั้นนำ)

(2) การวัดและประเมินระหว่างเรียน ได้แก่ ด้านความรู้ ทักษะการปฏิบัติ และคุณลักษณะ โดยวิธีการสังเกตพฤติกรรม ถามตอบพร้อมแสดงเหตุผล ตรวจชิ้นงาน การนำเสนอ (ผสมผสานในกิจกรรมการเรียนรู้ ขั้นสอน) จุดมุ่งหมายของการประเมินระหว่างเรียน มีดังนี้

(2.1) เพื่อค้นหาและวินิจฉัยว่าผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจเนื้อหา มีทักษะความชำนาญ รวมถึงมี เจตคติทางการเรียนรู้อย่างไรและในระดับใด เพื่อเป็นแนวทางให้ผู้สอนสามารถวางแผนการจัดการเรียนรู้อย่างเหมาะสม เพื่อพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนได้อย่างเต็มศักยภาพ

(2.2) เพื่อใช้เป็นข้อมูลป้อนกลับให้กับผู้เรียนว่ามีผลการเรียนรู้อย่างไร

(2.3) เพื่อใช้เป็นข้อมูลในการสรุปผลการเรียนรู้และเปรียบเทียบระดับพัฒนาการด้านการเรียนรู้ ของผู้เรียนแต่ละคน

(3) การวัดและประเมินหลังเรียน เพื่อตรวจสอบความสำเร็จตามจุดประสงค์รายแผน เป็นการ พัฒนาในจุดที่ผู้เรียนอาจจะเข้าใจคลาดเคลื่อนหรือปฏิบัติไม่ถูกต้อง (ผสมผสานในกิจกรรมขั้นสรุป) และเพื่อตัดสิน ผลการจัดการเรียนรู้ เป็นการประเมินหลังจากผู้เรียนได้เรียนไปแล้ว อาจเป็นการประเมินหลังจบหน่วยการเรียนรู้ หน่วยใดหน่วยหนึ่ง รวมทั้งการประเมินกลางภาคเรียนและปลายภาคเรียน ผลจากการประเมินประเภทนี้ใช้ในการ ตัดสินผลการจัดการเรียนการสอน หรือตัดสินใจว่าผู้เรียนคนใดควรจะได้รับระดับคะแนนใด

(4) ประเมินรวบยอดเมื่อสิ้นสุดหน่วยการเรียนรู้ เพื่อตรวจสอบคุณภาพผู้เรียนว่าบรรลุ เป้าหมายของหน่วยการเรียนรู้ตามมาตรฐาน ตัวชี้วัด สมรรถนะ คุณลักษณะ และเจตคติ หรือไม่ เช่น การทำ โครงการ การนำความรู้ไปใช้เพื่อพัฒนาสังคมในรูปแบบต่าง ๆ

### การทำแบบบันทึกการเรียนรู้ (Learning log)

นอกจากนี้ ควรให้ผู้เรียนได้ประเมินการเรียนรู้ของตนเอง เพื่อเปิดโอกาสได้สะท้อนคิดสิ่งที่เรียนรู้ ทั้งที่ทำได้ดีและยังต้องพัฒนา โดยการทำแบบบันทึกการเรียนรู้ (Learning log) (ดูภาคผนวก ค.) ควรให้ผู้เรียนได้ ประเมินการเรียนรู้ย่อยหลังจบการเรียนรู้แต่ละหน่วยการเรียนรู้ และประเมินการเรียนรู้รวมในช่วงกลางภาคเรียน และปลายภาคเรียน โดยครูสามารถเลือกใช้ชุดคำถามและจำนวนข้อให้เหมาะสมกับบริบทของผู้เรียน ช่วงเวลา และธรรมชาติของแต่ละวิชา ทั้งนี้ในครั้งแรกครูควรทำร่วมกับนักเรียนเพื่อแนะนำวิธีการเขียนแบบสะท้อนคิด และควรอ่านสิ่งที่นักเรียนบันทึกพร้อมให้ข้อมูลย้อนกลับ เสนอแนะในเชิงบวกและสร้างสรรค์ รวมทั้งใช้ประโยชน์ จากข้อมูลในแบบบันทึกเพื่อพัฒนาการสอนของตนเองและช่วยเหลือนักเรียนเป็นรายบุคคลต่อไป

2) ผู้ประเมิน ได้แก่ เพื่อนประเมินเพื่อน ครูประเมินผู้เรียน ผู้เรียนประเมินตนเอง ผู้ปกครองร่วม ประเมิน

## 5. คำแนะนำสำหรับครู

### 1) การเตรียมตัวของครู

(1) ศึกษาทำความเข้าใจคำชี้แจงและทำความเข้าใจเชื่อมโยง ทั้งเป้าหมาย กิจกรรม และการวัดผล และประเมินผลระหว่างหน่วยการเรียนรู้กับแผนการจัดการเรียนรู้รายชั่วโมง

(2) ศึกษาค้นคว้าความรู้เพิ่มเติมจากแหล่งเรียนรู้ หน่วยงาน องค์กรที่ให้ความรู้เกี่ยวกับสุขภาพที่เชื่อถือได้ รวมทั้งเทคนิคการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถของผู้เรียนอย่างรอบด้าน

(3) ปรับประยุกต์หรือเพิ่มเป้าหมาย ทั้งเนื้อหา ทักษะกระบวนการ คุณลักษณะที่เป็นจุดเน้น และที่เป็นปัจจุบันตามบริบทของห้องเรียน โรงเรียนชุมชนกิจกรรมการเรียนรู้ รวมถึงการวัดประเมิน

(4) จัดเตรียมใบงาน บันทึกการเรียนรู้ สื่ออุปกรณ์

### 2) การนำแผนการจัดการเรียนรู้ไปใช้

(1) ครูผู้สอนควรศึกษาและทำความเข้าใจก่อนนำแผนการจัดการเรียนรู้ พร้อมกับการเตรียมสื่อให้พร้อมและครบตามคาบเวลาในแต่ละแผนไว้ก่อนล่วงหน้าก่อนนำไปใช้

(2) ครูผู้สอนควรนำแผนการจัดการเรียนรู้ออกมาเตรียมแล้ววางแผนการจัดกิจกรรมให้เหมาะสมกับผู้เรียน

### 3) การจัดสภาพแวดล้อมส่งเสริมการเรียนรู้

(1) จัดสภาพแวดล้อม ห้องเรียน หรือภายนอกห้องเรียน ให้เอื้อต่อการเรียนรู้ สะอาด มีความเป็นระเบียบ ตกแต่งห้องเรียนให้น่าอยู่ มีมุมต่าง ๆ ในห้องเรียน มีที่เก็บวัสดุอุปกรณ์ และง่ายต่อการนำมาใช้ มีป้ายนิเทศให้ความรู้ ภายนอกห้องเรียนจัดบรรยากาศให้เป็นธรรมชาติ น่าอยู่ ร่มรื่น และเหมาะกับกิจกรรมการเรียนรู้ ถูกสุขลักษณะและปลอดภัย

(2) จัดสภาพแวดล้อม หรือห้องให้ผู้เรียนได้ฝึกปฏิบัติการ

(3) จัดสื่อ อุปกรณ์ ที่เกี่ยวกับการเรียนรู้อย่างเพียงพอ เหมาะสม

(4) จัดหาเครื่องมือแสวงหาความรู้ หรือช่องทางเสนอข่าวสารต่าง ๆ เพื่อให้ผู้เรียนได้รับรู้ข้อมูลข่าวสารที่ทันสมัยปัจจุบันอยู่เสมอ

### 4) การบันทึกหลังการสอนของครู

(1) บันทึกการใช้แผนการจัดการเรียนของตนเอง โดยสังเกตพฤติกรรมผู้เรียนระหว่างเรียน และประเมินตนเองใช้เทคนิค หรือวิธีการใดที่ทำให้ผู้เรียนมีส่วนร่วม มีความรู้ มีทักษะ และคุณลักษณะตามจุดประสงค์

(2) บันทึกสาเหตุของความสำเร็จ หรืออุปสรรคของการสอน เช่น การจัดบรรยากาศ สิ่งแวดล้อม การเตรียมตัวเพิ่ม เพื่อพัฒนาผู้เรียนให้บรรลุตามเป้าหมาย

(3) สรุปข้อจำกัดการใช้แผนการจัดการเรียนรู้และปรับปรุงตามแนวทางของครูปลายทางเพื่อพัฒนาคุณภาพผู้เรียนได้อย่างต่อเนื่อง

## คำอธิบายรายวิชาพื้นฐาน

รหัสวิชา ค22102 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
เวลา 60 ชั่วโมง จำนวน 1.5 หน่วยกิต

ศึกษา ฝึกทักษะการคิดคำนวณและฝึกทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์อันได้แก่ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ จัดประสบการณ์หรือสร้างสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่ใกล้ตัวให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้า โดยการปฏิบัติจริง ทดลอง สรุป รายงาน ในสาระต่อไปนี้

**สถิติ (2)** แผนภาพจุด แผนภาพต้น-ใบ ฮิสโทแกรม ค่ากลางของข้อมูล

**ความเท่ากันทุกประการ** ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน มุม-ด้าน-มุม ด้าน-ด้าน-ด้าน มุม-มุม-ด้าน ฉาก-ด้าน-ด้าน และการนำไปใช้

**เส้นขนาน** การใช้สมบัติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมและสมบัติของเส้นขนานในการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา

**การให้เหตุผลทางเรขาคณิต** ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางเรขาคณิต การสร้างและให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม

**การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง** การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองโดยใช้สมบัติการแจกแจง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว การแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง

เพื่อให้เกิดความรู้ ความเข้าใจ มีความคิดรวบยอด มีทักษะและกระบวนการในการคำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำประสบการณ์ด้านความรู้ ความคิด ทักษะและกระบวนการ ที่ได้รับไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์ รวมทั้งสามารถทำงานอย่างเป็นระบบระเบียบ มีความรอบคอบ ความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ และมีความเชื่อมั่นในตนเองตลอดจนเห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

## รหัสตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.2/2

ค 2.2 ม.2/1 ม.2/2 ม.2/4

ค 3.1 ม.2/1

รวมทั้งหมด 5 ตัวชี้วัด



**มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด**  
**รหัสวิชา ค22102 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2**  
**รวมเวลา 60 ชั่วโมง จำนวน 1.5 หน่วยกิต**

---

**สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต**

**มาตรฐาน ค 1.2** เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้  
**ตัวชี้วัด ม.2/2** เข้าใจและใช้การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

**สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต**

**มาตรฐาน ค 2.2** เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

**ตัวชี้วัด ม.2/1** ใช้ความรู้ทางเรขาคณิตและเครื่องมือ เช่น วงเวียนและสันตรง รวมทั้งโปรแกรม The Geometer's Sketchpad หรือโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตอื่น ๆ เพื่อสร้างรูปเรขาคณิต ตลอดจนนำความรู้เกี่ยวกับการสร้างนี้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

ม.2/2 นำความรู้เกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ม.2/4 เข้าใจและใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

**สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น**

**มาตรฐาน ค 3.1** เข้าใจกระบวนการทางสถิติและใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา

**ตัวชี้วัด ม.2/1** เข้าใจและใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูลจากแผนภาพจุด แผนภาพต้น – ใบ ฮิสโทแกรม และค่ากลางของข้อมูล และแปลความหมาย ผลลัพธ์ รวมทั้งนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริง โดยใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม

**โครงสร้างรายวิชา**  
**รหัสวิชา ค22102 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2**  
**เวลา 60 ชั่วโมง จำนวน 1.5 หน่วยกิต**

หน่วย ที่	ชื่อ หน่วยการเรียนรู้	มาตรฐานการเรียนรู้/ ตัวชี้วัด	สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด	เวลา (ชั่วโมง)	น้ำหนัก คะแนน
1	สถิติ (2)	ค 3.1 ม.2/1	<ul style="list-style-type: none"> <li>- การนำเสนอข้อมูลทางสถิติมี 4 วิธี                             <ol style="list-style-type: none"> <li>1. การนำเสนอเป็นรูปบทความ</li> <li>2. การนำเสนอในลักษณะกิ่งตารางกิ่งบรรยาย</li> <li>3. การนำเสนอเป็นตาราง</li> <li>4. การนำเสนอโดยแผนภูมิ</li> </ol> </li> <li>- แผนภาพจุด (Dot Plot) เป็นรูปแบบหนึ่งของการนำเสนอข้อมูลเชิงปริมาณ โดยจะเขียนจุดแทนข้อมูลแต่ละตัวไว้เหนือเส้นในแนวนอนที่มีสเกลให้ตรงกับตำแหน่งที่แสดงค่าของข้อมูลนั้น</li> <li>- แผนภาพต้น-ใบ (Stem-and-leaf plot หรือ stem plot) ใช้เพื่อจัดข้อมูลเป็นกลุ่ม ๆ และข้อมูลทุกตัวจะถูกแสดงในแผนภาพ</li> <li>- ฮิสโทแกรม (HISTOGRAM) เกิดจากรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากวางเรียงติดต่อกัน โดยมี ความกว้างของแต่ละรูปเท่ากับ ความกว้างของอันตรภาคชั้น และความยาวของแต่ละแท่งเท่ากับ ความถี่ของแต่ละอันตรภาคชั้น จำนวนรูปสี่เหลี่ยมเท่ากับจำนวนอันตรภาคชั้น จุดบนแกนอนจะกำหนดด้วย ขอบล่าง-ขอบบน ของอันตรภาคชั้น</li> <li>- ค่ากลางของข้อมูล ที่ใช้โดยทั่ว ๆ ไป ได้แก่                             <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Arithmetic mean) หรือเรียกสั้น ๆ ว่า ค่าเฉลี่ย (mean) คือ จำนวนที่ได้จากการหารผลบวกของข้อมูลทั้งหมดด้วยจำนวนข้อมูล</li> </ol>                             ค่าเฉลี่ยเลขคณิต = ผลรวมของข้อมูลทั้งหมด/จำนวนข้อมูลทั้งหมด                         </li> </ul>	12	20

หน่วย ที่	ชื่อ หน่วยการเรียนรู้	มาตรฐานการเรียนรู้/ ตัวชี้วัด	สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด	เวลา (ชั่วโมง)	น้ำหนัก คะแนน
			<p>2. มัธยฐาน (Median) คือ ค่ากึ่งกลางของข้อมูลชุดนั้น หรือค่าที่อยู่ในตำแหน่งกลางของข้อมูล</p> <p>3. ฐานนิยม (Mode) คือ ข้อมูลที่มีความถี่สูงสุดในข้อมูลชุดนั้น</p>		
2	ความเท่ากันทุกประการ	ค 2.2 ม.2/4	<ul style="list-style-type: none"> <li>- รูปเรขาคณิตสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ เคลื่อนที่รูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิท</li> <li>- ส่วนของเส้นตรงสองเส้นเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ส่วนของเส้นตรงทั้งเส้นนั้นยาวเท่ากัน</li> <li>- มุมสองมุมเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ มุมทั้งสองนั้นมีขนาดเท่ากัน</li> <li>- รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ด้านคู่ที่สมนัยกันและมุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้น มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ</li> <li>- รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (ด.ม.ด.) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่ และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ</li> <li>- รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (ม.ด.ม.) กล่าวคือ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ</li> <li>- รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (ด.ด.ด.) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสามคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ</li> <li>- รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน (ม.ม.ด.) กล่าวคือ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่และด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน ยาวเท่ากันหนึ่งคู่</li> </ul>	14	20

หน่วย ที่	ชื่อ หน่วยการเรียนรู้	มาตรฐานการเรียนรู้/ ตัวชี้วัด	สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด	เวลา (ชั่วโมง)	น้ำหนัก คะแนน
			<p>แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบฉาก-ด้าน-ด้าน (ฉ.ด.ด.) กล่าวคือ สามเหลี่ยมทั้งสองเป็นสามเหลี่ยมมุมฉากซึ่งมีด้านประกอบมุมฉากยาวเท่ากัน และด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากันหนึ่งคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ</li> <li>- สมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว             <ol style="list-style-type: none"> <li>1) เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว จะแบ่งรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ</li> <li>2) มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน</li> <li>3) เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว จะแบ่งครึ่งฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว</li> <li>4) เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว จะตั้งฉากกับฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว</li> <li>5) เส้นที่ลากจากมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมาแบ่งครึ่งฐาน จะแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว</li> <li>6) เส้นที่ลากจากมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมาแบ่งครึ่งฐาน จะตั้งฉากกับฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว</li> </ol> </li> <li>- เราใช้สัญลักษณ์ <math>\cong</math> แทนคำว่า "เท่ากันทุกประการ"</li> </ul>		
3	เส้นขนาน	ค 2.2 ม.2/2	<p><b>สมบัติของเส้นขนาน</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันได้ 180 องศา</li> <li>- ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้ขนานของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกัน</li> </ul>	10	20

หน่วย ที่	ชื่อ หน่วยการเรียนรู้	มาตรฐานการเรียนรู้/ ตัวชี้วัด	สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด	เวลา (ชั่วโมง)	น้ำหนัก คะแนน
			<p>ของเส้นตัด รวมกันเท่ากับ 180 องศา แล้วเส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน</p> <p><b>ทฤษฎีบท</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน</li> <li>- ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน</li> <li>- ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน</li> <li>- ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้วมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด มีขนาดเท่ากัน</li> <li>- เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน</li> <li>- ขนาดของมุมภายในทั้งสามมุมของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเท่ากับ 180 องศา</li> <li>- ถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไปมุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น</li> </ul>		
4	การให้เหตุผลทางเรขาคณิต	ค 2.2 ม.2/1	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ประโยคที่มีคำเชื่อมว่า ถ้า... แล้ว... เราจะเรียกประโยคนั้นว่า ประโยคเงื่อนไข โดยประโยคหลังคำว่า “ถ้า” เป็นเหตุ และประโยคหลังคำว่า “แล้ว” เป็นผล</li> <li>- การเขียนประโยคเงื่อนไขโดยนำผลของประโยคมาเขียนเป็นเหตุ และนำเหตุของประโยคมาเขียนเป็นผล เพื่อให้เข้าใจได้ง่ายขึ้น จึงกำหนดให้ P เป็นเหตุ และ Q เป็นผล ดังนั้น จากประโยคเงื่อนไข “ถ้า P แล้ว Q” ถ้าสลับที่ P และ Q จะได้ว่า “ถ้า</li> </ul>	12	20

หน่วย ที่	ชื่อ หน่วยการเรียนรู้	มาตรฐานการเรียนรู้/ ตัวชี้วัด	สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด	เวลา (ชั่วโมง)	น้ำหนัก คะแนน
			<p>Q แล้ว P” เราจะเรียกประโยค “ถ้า Q แล้ว P” ว่า <b>บทกลับของประโยคเงื่อนไข</b> ของ “ถ้า P แล้ว Q”</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- บทกลับของประโยคเงื่อนไขบางประโยค เมื่อเป็นบทกลับของประโยคเงื่อนไขแล้ว ผลอาจไม่เป็นจริง แต่ในกรณีที่บทกลับของประโยคเงื่อนไขเป็นจริง สามารถเขียนประโยคโดยใช้คำเชื่อม “...ก็ต่อเมื่อ...” ได้</li> <li>- การสร้างทางเรขาคณิตโดยใช้วงเวียนและสันตรง รวมทั้งโปรแกรม The Geometer’s Sketchpad หรือโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตอื่น ๆ เพื่อสร้างรูปเรขาคณิต</li> <li>- การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม</li> </ul>		
5	การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	ค 1.2 ม.2/2	<ul style="list-style-type: none"> <li>- การแยกตัวประกอบของพหุนาม คือ การเขียนพหุนามนั้นในรูปการคูณกันของพหุนามที่มีดีกรีต่ำกว่าพหุนามเดิมตั้งแต่สองพหุนามขึ้นไป</li> <li>- พหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว คือ พหุนามที่เขียนในรูป <math>ax^2 + bx + c</math> เมื่อ <math>a, b, c</math> เป็นค่าคงตัว และ <math>a \neq 0</math> มี <math>x</math> เป็นตัวแปร</li> <li>- การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองแล้วได้ตัวประกอบเป็นพหุนามดีกรีหนึ่งซ้ำกัน เราเรียกลักษณะเช่นนี้ว่า พหุนามดีกรีสองที่อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์</li> <li>- การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง ถ้าตัวประกอบเป็นพหุนามดีกรีหนึ่งที่มีพจน์เหมือนกันแต่มีเครื่องหมายระหว่างพจน์ต่างกัน จะเรียกพหุนามดีกรีสองที่มีลักษณะนี้ว่า พหุนามดีกรีสองที่อยู่ในรูปผลต่างของกำลังสอง</li> </ul>	12	20
<b>รวมตลอดภาคเรียน</b>				60	100



## หน่วยการเรียนรู้ที่ 1

ชื่อหน่วยการเรียนรู้ สถิติ (2)

รหัสวิชา ค22102 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

เวลา 12 ชั่วโมง

## 1. มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด

สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางสถิติและใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด ม.2/1 เข้าใจและใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูลจากแผนภาพจุด แผนภาพต้น-ใบ ฮิสโทแกรม และค่ากลางของข้อมูล และแปลความหมายผลลัพธ์ รวมทั้งนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริงโดยใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม

## 2. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

การนำเสนอข้อมูลทางสถิติมี 4 วิธี

1. การนำเสนอเป็นรูปบทความ
2. การนำเสนอในลักษณะกิ่งตาราง กิ่งบรรยาย
3. การนำเสนอเป็นตาราง
4. การนำเสนอโดยแผนภูมิ

**แผนภาพจุด (Dot Plot)** เป็นรูปแบบหนึ่งของการนำเสนอข้อมูลเชิงปริมาณที่ทำได้ไม่ยาก โดยจะเขียนจุดแทนข้อมูลแต่ละตัวไว้เหนือเส้นในแนวนอนที่มีสเกลให้ตรงกับตำแหน่งที่แสดงค่าของข้อมูลนั้น แผนภาพจุดช่วยให้เห็นภาพรวมของข้อมูลได้รวดเร็วกว่าการพิจารณาจากข้อมูลโดยตรงโดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อสนใจจะพิจารณาลักษณะของข้อมูลว่ามีการกระจายมากน้อยเพียงใด

**แผนภาพต้น-ใบ (STEM-AND-LEAF PLOT หรือ STEM PLOT)** ใช้เพื่อจัดข้อมูลเป็นกลุ่ม ๆ และข้อมูลทุกตัวจะถูกแสดงในแผนภาพ เป็นการนำเสนอข้อมูลที่สามารถรักษาความละเอียดของข้อมูลไว้ได้ครบถ้วน

**ฮิสโทแกรม (HISTOGRAM)** เกิดจากรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากวางเรียงติดต่อกัน โดยมีความกว้างของแต่ละรูปเท่ากับความกว้างของอันตรภาคชั้น และความยาวของแต่ละแท่งเท่ากับความถี่ของแต่ละอันตรภาคชั้น จำนวนรูปสี่เหลี่ยมเท่ากับจำนวนอันตรภาคชั้น จุดบนแกนนอนจะกำหนดด้วย ขอบล่าง-ขอบบน ของอันตรภาคชั้น

**ค่ากลางของข้อมูล** ที่ใช้โดยทั่ว ๆ ไป ได้แก่

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Arithmetic mean) หรือเรียกสั้น ๆ ว่า ค่าเฉลี่ย (mean) คือ จำนวนที่ได้จากการหารผลบวกของข้อมูลทั้งหมดด้วยจำนวนข้อมูล

$$\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} = \frac{\text{ผลรวมของข้อมูลทั้งหมด}}{\text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด}}$$

2. มัธยฐาน (Median) คือ ค่ากึ่งกลางของข้อมูลชุดนั้น หรือค่าที่อยู่ในตำแหน่งกลางของข้อมูล
3. ฐานนิยม (Mode) คือ ข้อมูลที่มีความถี่สูงสุดในข้อมูลชุดนั้น

### 3. สาระการเรียนรู้

#### ด้านความรู้

1. การเขียนแผนภาพจุด
2. การสร้างแผนภาพต้น-ใบ
3. การสร้าง อ่าน แปลความหมายของข้อมูลที่เขียนในรูปฮิสโทแกรม
4. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต
5. มัธยฐาน
6. ฐานนิยม

#### ด้านทักษะและกระบวนการ

การสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ

#### เจตคติ

-

### 4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

ความสามารถในการสื่อสาร

### 5. คุณลักษณะอันพึงประสงค์

มีวินัย

### 6. การประเมินผลรวบยอด

#### ชิ้นงานหรือภาระงาน

1. ใบงานที่ 1 เรื่อง แผนภาพจุด (1)
2. ใบงานที่ 2 เรื่อง แผนภาพต้น-ใบ (1)
3. ใบงานที่ 3 เรื่อง ฮิสโทแกรม (1)
4. ใบงานที่ 4 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (1)
5. ใบงานที่ 5 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (2)
6. ใบงานที่ 6 เรื่อง มัธยฐาน
7. ใบงานที่ 7 เรื่อง ฐานนิยม
8. ใบงานที่ 8 เรื่อง แผนภาพจุด (2)
9. ใบงานที่ 9 เรื่อง การอ่านและแปลความหมายของแผนภาพต้น-ใบ
10. ใบงานที่ 10 เรื่อง ฮิสโทแกรม (2)
11. ใบงานที่ 11 เรื่อง การเลือกใช้ค่ากลางที่เหมาะสม (1)
12. ใบงานที่ 12 เรื่อง การเลือกใช้ค่ากลางที่เหมาะสม (2)
13. ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ต้นและใบของพวกเรา

## เกณฑ์การประเมินชิ้นงานหรือภาระงาน

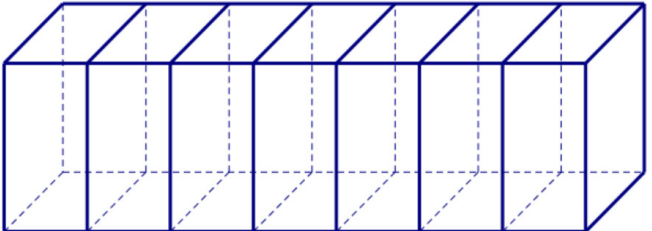
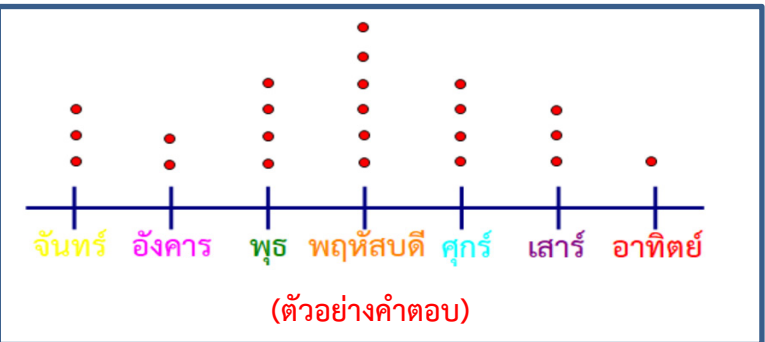
รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ/ระดับคะแนน			
	ดีมาก (4)	ดี (3)	พอใช้ (2)	ปรับปรุง (1)
1. เขียนกราฟที่ใช้ในทางสถิติได้	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 1-3, 8-10 ตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 1-3, 8-10 ตั้งแต่ 2.50 ถึง 3.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 1-3, 8-10 ตั้งแต่ 1.50 ถึง 2.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 1-3, 8-10 ตั้งแต่ 1.00 ถึง 1.49
2. หาค่ากลางของข้อมูลทางสถิติได้	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 4-7, 11-12 ตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 4-7, 11-12 ตั้งแต่ 2.50 ถึง 3.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 4-7, 11-12 ตั้งแต่ 1.50 ถึง 2.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 4-7, 11-12 ตั้งแต่ 1.00 ถึง 1.49
3. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 1-12 ตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 1-12 ตั้งแต่ 2.50 ถึง 3.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 1-12 ตั้งแต่ 1.50 ถึง 2.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 1-12 ตั้งแต่ 1.00 ถึง 1.49
4. ความสามารถในการสื่อสาร	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 1-2 ตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 1-12 ตั้งแต่ 2.50 ถึง 3.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 1-12 ตั้งแต่ 1.50 ถึง 2.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 1-12 ตั้งแต่ 1.00 ถึง 1.49
5. วินัย	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 1-12 ตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 1-12 ตั้งแต่ 2.50 ถึง 3.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 1-12 ตั้งแต่ 1.50 ถึง 2.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 1-12 ตั้งแต่ 1.00 ถึง 1.49

เกณฑ์การตัดสินคุณภาพ

ช่วงคะแนน	ระดับคุณภาพ
15-20	ดีมาก
10-14	ดี
5-9	พอใช้
ต่ำกว่า 5	ปรับปรุง

เกณฑ์การผ่านตั้งแต่ระดับพอใช้ขึ้นไป

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ (2) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง แผนภาพจุด (1) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b> การเขียนแผนภาพจุด</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b> <b>ด้านความรู้</b> เขียนแผนภาพจุดของข้อมูลได้</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b> การสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b> -</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b> ความสามารถในการสื่อสาร</p> <p><b>คุณลักษณะของผู้เรียน</b> มีวินัย</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>ครูและนักเรียนทบทวนความรู้เดิมเกี่ยวกับความหมายของการนำเสนอข้อมูลและระเบียบวิธีการทางสถิติ พร้อมทั้งยกตัวอย่างให้เห็นเป็นรูปธรรม (การนำเสนอข้อมูล หมายถึง การนำข้อมูลสถิติที่ได้รวบรวมไว้เผยแพร่ให้ผู้สนใจข้อมูล ได้มีโอกาสศึกษาผลงานของตนที่ได้รวบรวมมา เพื่อเป็นการเตรียมพร้อมในการวิเคราะห์ข้อมูล โดยจัดให้อยู่ในรูปแบบที่เข้าใจง่าย การนำเสนอข้อมูลทางสถิติมี 4 วิธี</li> </ol> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. การนำเสนอเป็นรูปบทความ</li> <li>2. การนำเสนอในลักษณะกิ่งตาราง กิ่งบรรยาย</li> <li>3. การนำเสนอเป็นตาราง</li> <li>4. การนำเสนอโดยแผนภูมิ)</li> </ol> <ol style="list-style-type: none"> <li>3. ครูใช้คำถามเพื่อกระตุ้นความคิดของนักเรียนเกี่ยวกับการนำเสนอข้อมูล <ul style="list-style-type: none"> <li>- การนำเสนอข้อมูลที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วมีอะไรบ้าง (ข้อความ ข้อความกิ่งตาราง ตาราง แผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิแท่ง แผนภูมิวงกลม และกราฟเส้น)</li> </ul> </li> </ol> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ครูแจกลูกปิงปองให้นักเรียนคนละหนึ่งลูก</li> <li>2. ครูสอบถามนักเรียนว่า “วันเกิดของนักเรียนแต่ละคนตรงกับวันอะไรบ้าง โดยให้นักเรียนแต่ละคนนำลูกปิงปองของตัวเองมาหย่อนลงในช่องกล่องวันเกิดของตัวเอง</li> </ol>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์</li> <li>2. ห้องสมุดโรงเรียน</li> </ol> <p><b>สื่อการเรียนรู้</b> ใบงานที่ 1 เรื่อง แผนภาพจุด (1)</p> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b> ใบงานที่ 1 เรื่อง แผนภาพจุด (1)</p>

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ (2) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง แผนภาพจุด (1) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</p>	<p>เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</p>
	<div style="text-align: center;">  <p>จันทร์ อังคาร พุธ พฤหัสบดี ศุกร์ เสาร์ อาทิตย์</p> </div> <p>3. ครูสอบถามนักเรียนหลังจากหย่อนลูกปิงปองวันเกิดลงในกล่องเสร็จว่า “ถ้าเราจะเขียนแผนภาพจุดโดยให้เส้นจำนวนแทนวันเกิด และจุดแทนลูกปิงปองของแต่ละวันได้อย่างไรให้นักเรียนบันทึกแผนภาพจุดลงในใบงานที่ 1 ข้อ 1</p> <div style="text-align: center;">  <p>(ตัวอย่างคำตอบ)</p> </div> <p>4. นักเรียนทำกิจกรรมตามใบงานที่ 1</p>	



หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ (2) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง แผนภาพจุด (1) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	ชั้นสรุป 1. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยใบงานที่ 1 2. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับการนำเสนอข้อมูลโดยใช้แผนภาพจุดว่ามีขั้นตอนการเขียน ดังนี้ ขั้นตอนที่ 1 เรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปมาก ขั้นตอนที่ 2 เขียนเส้นจำนวนพร้อมตัวเลขกำกับ โดยเริ่มต้นจากจำนวนที่น้อยที่สุดไปมากที่สุด ขั้นตอนที่ 3 ลงจุดแทนข้อมูลแต่ละข้อมูล	

การวัดผลประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
1. เขียนแผนภาพจุดของข้อมูลได้	ตรวจ ใบงานที่ 1	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 1	ระดับ 1 เขียนแผนภาพจุดไม่ถูกต้องหรือไม่ครบถ้วนหรือถูกต้องครบถ้วน 1-2 ข้อ
2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์			ระดับ 2 เขียนแผนภาพจุดได้ถูกต้องครบถ้วน 3 ข้อ
3. ความสามารถในการสื่อสาร			ระดับ 3 เขียนแผนภาพจุดได้ถูกต้องครบถ้วน 4 ข้อ ระดับ 4 เขียนแผนภาพจุดได้ถูกต้องครบถ้วน 5 ข้อ
4. มีวินัย	ตรวจ ใบงานที่ 1	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 1	ระดับ 1 ส่งงานช้ากว่ากำหนด มีข้อผิดพลาดหรือไม่ครบถ้วน ระดับ 2 ส่งงานช้ากว่ากำหนด แต่ถูกต้องครบถ้วน ระดับ 3 ส่งงานในระยะเวลาที่กำหนด มีข้อผิดพลาด หรือไม่ครบถ้วน ระดับ 4 ส่งงานในระยะเวลาที่กำหนด ถูกต้องครบถ้วน

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

**ปัญหาและอุปสรรค**

.....

.....

.....

.....

**ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข**

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ .....ผู้สอน  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย**

.....

.....

.....

ลงชื่อ .....ผู้ตรวจ  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ใบงานที่ 1 เรื่อง แผนภาพจุด (1)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง แผนภาพจุด (1)  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

จุดประสงค์ เขียนแผนภาพจุดของข้อมูลได้

**แผนภาพจุด**

แผนภาพจุด หรือ Dot Plot เป็นรูปแบบหนึ่งของการนำเสนอข้อมูลเชิงปริมาณที่ทำได้ไม่ยาก โดยจะเขียนจุดแทนข้อมูลแต่ละตัวไว้เหนือเส้นในแนวนอนที่มีสเกลให้ตรงกับตำแหน่งที่แสดงค่าของข้อมูลนั้น แผนภาพจุดช่วยให้เห็นภาพรวมของข้อมูลได้รวดเร็วกว่าการพิจารณาจากข้อมูลโดยตรงโดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อสนใจจะพิจารณาลักษณะของข้อมูลที่มีการกระจายมากน้อยเพียงใด



**ข้อที่ 1** จากผลการหย่อนลูกปิงปองวันเกิดของนักเรียนทุกคนในห้อง จงเขียนแผนภาพจุดแทนวันเกิดของทุกคนในห้อง โดยให้เส้นจำนวนแทนวันเกิด และจุดแทนลูกปิงปองของแต่ละวัน

วิธีทำ

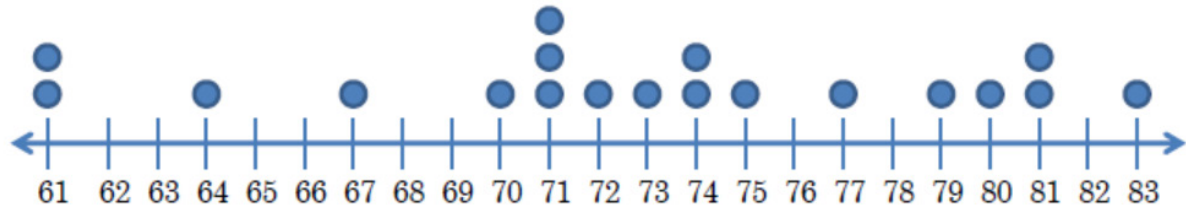


**ข้อที่ 2** คะแนนสอบรายวิชาคณิตศาสตร์คะแนนเต็ม 100 คะแนน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 19 คน เรียงลำดับตามคะแนนดังนี้ 70, 61, 74, 61, 81, 64, 67, 71, 80, 71, 74, 71, 72, 73, 75, 77, 79, 81, 83 จงเขียนแผนภาพจุดแทนคะแนนสอบดังกล่าว

**วิธีทำ** ขั้นตอนที่ 1 เขียนเส้นในแนวนอน กำหนดสเกลเป็นช่วง ช่วงละเท่า ๆ กัน พร้อมทั้งกำหนดชื่อ เพื่อให้ทราบว่าข้อมูลเหล่านี้เกี่ยวข้องกับสิ่งใด



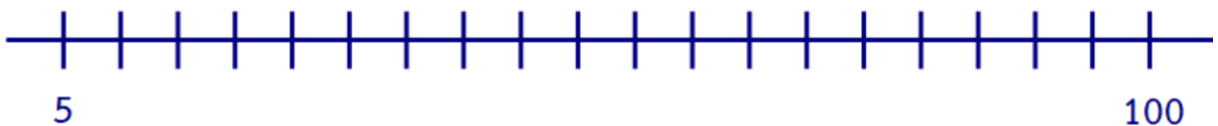
ขั้นตอนที่ 2 เขียนจุดแทนข้อมูลแต่ละข้อมูลเหนือเส้นในแนวนอน จะได้แผนภาพจุดแสดงข้อมูลที่ต้องการ



**ข้อที่ 3** จำนวนเงินที่นักเรียนแต่ละคนได้รับมาโรงเรียนต่อหนึ่งวันเป็นดังนี้

5, 10, 10, 10, 15, 16, 17, 20, 20, 20, 20, 22, 25, 25, 25, 25, 25, 30, 30, 30, 40, 40, 40, 40, 50, 50, 50, 50, 50, 50, 50, 80, 80, 90, 100

**วิธีทำ**



**ข้อที่ 4** ข้อมูลแสดงค่าใช้จ่ายต่อวันของแต่ละครอบครัวของหมู่บ้านแห่งหนึ่ง จำนวน 20 ครอบครัว ดังนี้  
800, 450, 600, 1000, 200, 500, 100, 500, 700, 300, 500, 400, 300, 600, 550, 350, 400, 500,  
300, 250

วิธีทำ



**ข้อที่ 5** ข้อมูลแสดงคามสูงของนักเรียนห้องหนึ่ง ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 20 คน ดังนี้  
165, 170, 140, 175, 147, 166, 166, 153, 169, 158, 147, 150, 147, 152, 151, 145, 148, 153,  
152, 177

วิธีทำ



**เฉลย** ใบงานที่ 1 เรื่อง แผนภาพจุด (1)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง แผนภาพจุด (1)  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

จุดประสงค์ เขียนแผนภาพจุดของข้อมูลได้

### แผนภาพจุด

แผนภาพจุด หรือ Dot Plot เป็นรูปแบบหนึ่งของการนำเสนอข้อมูลเชิงปริมาณที่ทำได้ไม่ยาก โดยจะเขียนจุดแทนข้อมูลแต่ละตัวไว้เหนือเส้นในแนวนอนที่มีสเกลให้ตรงกับตำแหน่งที่แสดงค่าของข้อมูลนั้น แผนภาพจุดช่วยให้เห็นภาพรวมของข้อมูลได้รวดเร็วกว่าการพิจารณาจากข้อมูลโดยตรงโดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อสนใจจะพิจารณาลักษณะของข้อมูลว่ามีการกระจายมากน้อยเพียงใด



**ข้อที่ 1** จากผลการหย่อนลูกปิงปองวันเกิดของนักเรียนทุกคนในห้อง จงเขียนแผนภาพจุดแทนวันเกิดของทุกคนในห้อง โดยให้เส้นจำนวนแทนวันเกิด และจุดแทนลูกปิงปองของแต่ละวัน

**วิธีทำ** (ตัวอย่าง เฉลยจริงตามข้อมูลในห้องเรียน)

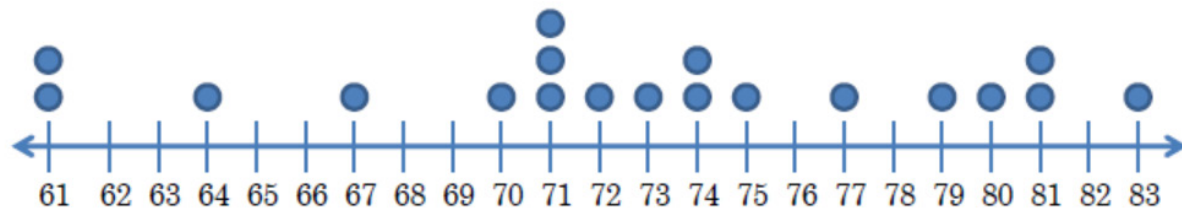


**ข้อที่ 2** คะแนนสอบรายวิชาคณิตศาสตร์คะแนนเต็ม 100 คะแนน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 19 คน เรียงลำดับตามคะแนน ดังนี้ 70, 61, 74, 61, 81, 64, 67, 71, 80, 71, 74, 71, 72, 73, 75, 77, 79, 81, 83 จงเขียนแผนภาพจุดแทนคะแนนสอบดังกล่าว

**วิธีทำ** ขั้นตอนที่ 1 เขียนเส้นในแนวนอน กำหนดสเกลเป็นช่วง ช่วงละเท่า ๆ กัน พร้อมทั้งกำหนดชื่อ เพื่อให้ทราบข้อมูลเหล่านี้เกี่ยวข้องกับสิ่งใด



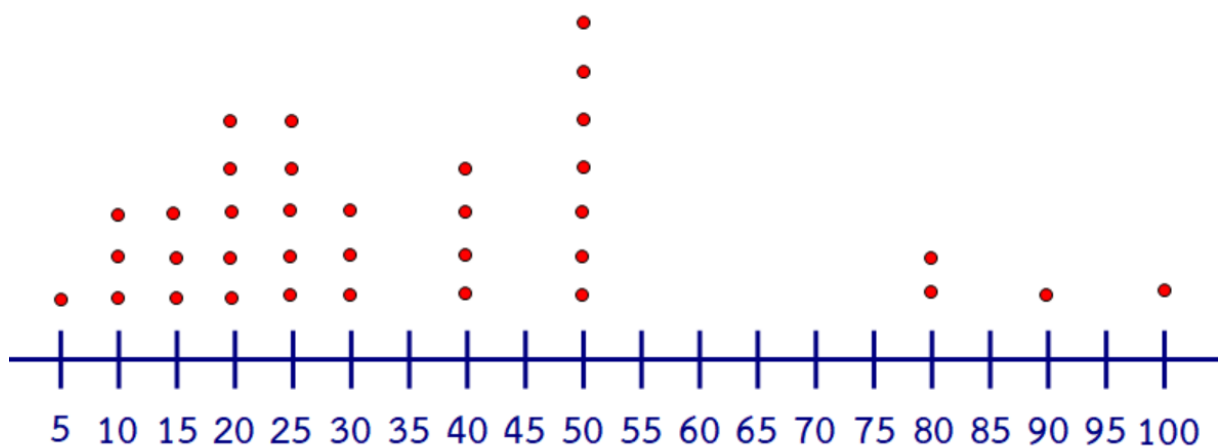
ขั้นตอนที่ 2 เขียนจุดแทนข้อมูลแต่ละข้อมูลเหนือเส้นในแนวนอน จะได้แผนภาพจุดแสดงข้อมูลที่ต้องการ



**ข้อที่ 3** จำนวนเงินที่นักเรียนแต่ละคนได้รับมาโรงเรียนต่อหนึ่งวันเป็นดังนี้

5, 10, 10, 10, 15, 15, 15, 20, 20, 20, 20, 20, 25, 25, 25, 25, 25, 30, 30, 30, 40, 40, 40, 40, 50, 50, 50, 50, 50, 50, 50, 50, 80, 80, 90, 100

**วิธีทำ**

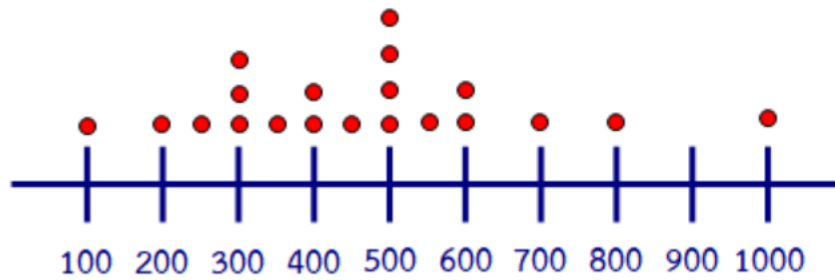




**ข้อที่ 4** ข้อมูลแสดงค่าใช้จ่ายต่อวันของแต่ละครอบครัวของหมู่บ้านแห่งหนึ่ง จำนวน 20 ครอบครัว ดังนี้

800, 450, 600, 1000, 200, 500, 100, 500, 700, 300, 500, 400, 300, 600, 550, 350, 400, 500,  
300, 250

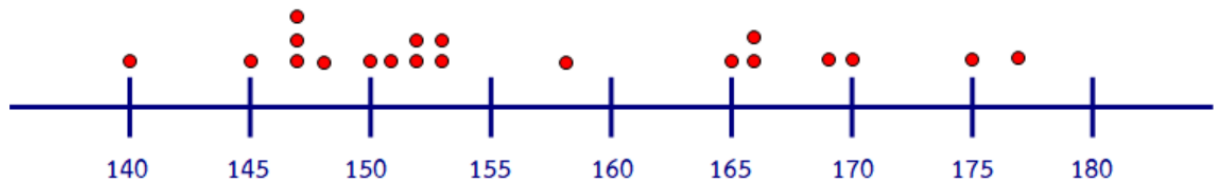
วิธีทำ



**ข้อที่ 5** ข้อมูลแสดงความสูงของนักเรียนห้องหนึ่ง ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 20 คน ดังนี้

165, 170, 140, 175, 147, 166, 166, 153, 169, 158, 147, 150, 147, 152, 151, 145, 148, 153,  
152, 177

วิธีทำ





หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ (2) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง แผนภาพต้น-ใบ (1) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2																														
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b> การสร้างแผนภาพต้น-ใบ</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b> <b>ด้านความรู้</b> สร้างแผนภาพต้น-ใบแสดงข้อมูลที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์</b> ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ สื่อความหมายและนำเสนอได้อย่างถูกต้อง</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b> ความสามารถในการสื่อสาร</p> <p><b>คุณลักษณะของผู้เรียน</b> มีวินัย</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้</li> <li>ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เดิมเกี่ยวกับแผนภาพจุดของข้อมูลที่เรียนผ่านมา</li> </ol> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูเขียนแสดงข้อมูลดังตัวอย่างต่อไปนี้ ตัวอย่าง ข้อมูลคะแนนการสอบวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีคะแนนเต็ม 100 คะแนน ของนักเรียนจำนวน 30 คน เป็นดังนี้</li> </ol> <table border="1" data-bbox="672 766 1411 909"> <tbody> <tr> <td>65</td><td>32</td><td>70</td><td>92</td><td>81</td><td>52</td><td>65</td><td>83</td><td>74</td><td>35</td> </tr> <tr> <td>80</td><td>64</td><td>55</td><td>60</td><td>37</td><td>74</td><td>53</td><td>90</td><td>85</td><td>68</td> </tr> <tr> <td>45</td><td>47</td><td>50</td><td>71</td><td>86</td><td>42</td><td>66</td><td>57</td><td>76</td><td>39</td> </tr> </tbody> </table> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับการสร้างแผนภาพต้น-ใบ โดยครูกระตุ้นนักเรียนโดยใช้การถามตอบ ดังนี้ <ul style="list-style-type: none"> <li>- คะแนนต่ำสุดของข้อมูลชุดนี้คืออะไร (32)</li> <li>- คะแนนสูงสุดของข้อมูลชุดนี้คืออะไร (92)</li> <li>- ถ้าแบ่งคะแนนสอบออกเป็นช่วง ๆ โดยให้แต่ละช่วงมีคะแนนต่างกัน 10 คะแนน โดยเริ่มช่วงแรก 0 – 9 ช่วงต่อ ๆ ไปได้แก่อะไรบ้าง (10 – 19, 20 – 29, 30 – 39, 40 – 49, 50 – 59, 60 – 69, 70 – 79, 80 – 89, 90 – 99)</li> <li>- คะแนนต่ำสุดของข้อมูลชุดนี้อยู่ในช่วงใด (30 – 39)</li> <li>- คะแนนสูงสุดของข้อมูลชุดนี้อยู่ในช่วงใด (90 – 99)</li> </ul> </li> </ol>	65	32	70	92	81	52	65	83	74	35	80	64	55	60	37	74	53	90	85	68	45	47	50	71	86	42	66	57	76	39	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์</li> <li>ห้องสมุดโรงเรียน</li> </ol> <p><b>สื่อการเรียนรู้</b> ใบความรู้ที่ 1 เรื่อง การสร้างแผนภาพต้น-ใบ</p> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ต้นและใบของเรา</li> <li>ใบงานที่ 2 เรื่อง การสร้างแผนภาพต้น-ใบ</li> </ol>
65	32	70	92	81	52	65	83	74	35																							
80	64	55	60	37	74	53	90	85	68																							
45	47	50	71	86	42	66	57	76	39																							

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ (2) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง แผนภาพต้น-ใบ (1) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p>3. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่าในการสร้างแผนภาพต้น-ใบ จะใช้ช่วงคะแนนที่มีข้อมูลต่ำสุดเป็นช่วงแรก และช่วงคะแนนที่มีข้อมูลสูงสุดเป็นช่วงสุดท้าย</p> <p>4. ครูเขียนช่วงคะแนนบนกระดานดังนี้</p> <p style="padding-left: 40px;">30 – 39</p> <p style="padding-left: 40px;">40 – 49</p> <p style="padding-left: 40px;">50 – 59</p> <p style="padding-left: 40px;">60 – 69</p> <p style="padding-left: 40px;">70 – 79</p> <p style="padding-left: 40px;">80 – 89</p> <p style="padding-left: 40px;">90 – 99</p> <p>5. ครูสุ่มเรียกนักเรียน 7 คน ออกมาเขียนข้อมูลที่กำหนดให้ ในแต่ละช่วงคะแนน โดยครูและนักเรียนในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง ซึ่งจะได้คำตอบเป็นดังนี้</p> <p style="padding-left: 40px;">30 – 39     32 35 37 39</p> <p style="padding-left: 40px;">40 – 49     42 45 47</p> <p style="padding-left: 40px;">50 – 59     50 52 53 55 57</p> <p style="padding-left: 40px;">60 – 69     60 64 65 65 66 68</p> <p style="padding-left: 40px;">70 – 79     70 71 74 74 76</p> <p style="padding-left: 40px;">80 – 89     80 81 83 85 86</p> <p style="padding-left: 40px;">90 – 99     90 92</p>	

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ (2) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง แผนภาพต้น-ใบ (1) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2																														
	<p>6. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่าในการสร้างแผนภาพต้น-ใบ จะกำหนดให้หลักสิบของช่วงเป็นส่วนของต้น และหลักหน่วยของข้อมูลแต่ละตัวเป็นส่วนของใบ ซึ่งจะได้แผนภาพต้น-ใบ เป็นดังนี้</p> <table border="1" data-bbox="660 478 1115 901"> <thead> <tr> <th>ต้น</th> <th>ใบ</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>3</td><td>2 5 7 9</td></tr> <tr><td>4</td><td>2 5 7</td></tr> <tr><td>5</td><td>0 2 3 5 7</td></tr> <tr><td>6</td><td>0 4 5 5 6 8</td></tr> <tr><td>7</td><td>0 1 4 4 6</td></tr> <tr><td>8</td><td>0 1 3 5 6</td></tr> <tr><td>9</td><td>0 2</td></tr> </tbody> </table> <p>หรืออาจเขียนแผนภาพต้น-ใบ ดังนี้</p> <table border="1" data-bbox="716 1029 1048 1412"> <tbody> <tr><td>3</td><td>2 5 7 9</td></tr> <tr><td>4</td><td>2 5 7</td></tr> <tr><td>5</td><td>0 2 3 5 7</td></tr> <tr><td>6</td><td>0 4 5 5 6 8</td></tr> <tr><td>7</td><td>0 1 4 4 6</td></tr> <tr><td>8</td><td>0 1 3 5 6</td></tr> <tr><td>9</td><td>0 2</td></tr> </tbody> </table>	ต้น	ใบ	3	2 5 7 9	4	2 5 7	5	0 2 3 5 7	6	0 4 5 5 6 8	7	0 1 4 4 6	8	0 1 3 5 6	9	0 2	3	2 5 7 9	4	2 5 7	5	0 2 3 5 7	6	0 4 5 5 6 8	7	0 1 4 4 6	8	0 1 3 5 6	9	0 2	
ต้น	ใบ																															
3	2 5 7 9																															
4	2 5 7																															
5	0 2 3 5 7																															
6	0 4 5 5 6 8																															
7	0 1 4 4 6																															
8	0 1 3 5 6																															
9	0 2																															
3	2 5 7 9																															
4	2 5 7																															
5	0 2 3 5 7																															
6	0 4 5 5 6 8																															
7	0 1 4 4 6																															
8	0 1 3 5 6																															
9	0 2																															

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ (2) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง แผนภาพต้น-ใบ (1) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</p>	<p>เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</p>
	<p>7. ครูแบ่งนักเรียนเป็นสองกลุ่มคือนักเรียนหญิงและนักเรียนชาย แต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ต้นและใบของเรา</p> <p>8. ครูแจกใบความรู้ที่ 1 เรื่อง การสร้างแผนภาพต้น-ใบ ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันศึกษา โดยครูคอยชี้แนะและอธิบายเพิ่มเติม</p> <p>9. นักเรียนทำใบงานที่ 2 เรื่อง การสร้างแผนภาพต้น-ใบ โดยครูคอยชี้แนะและอธิบายเพิ่มเติม</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับการสร้างแผนภาพต้น-ใบ ดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) หาข้อมูลที่มีค่าต่ำสุดและสูงสุด</li> <li>2) แบ่งข้อมูลออกเป็นช่วง โดยแต่ละช่วงห่างกันช่องละ 10</li> <li>3) ช่วงแรกของแผนภาพต้น-ใบ คือ ช่วงที่มีค่าของข้อมูลต่ำสุดปรากฏอยู่ และช่วงสุดท้ายของแผนภาพต้น-ใบ คือ ช่วงที่มีค่าของข้อมูลสูงสุดปรากฏอยู่</li> <li>4) เขียนส่วนต้นของแผนภาพต้น-ใบ สามารถทำดังนี้                     <ol style="list-style-type: none"> <li>4.1 ในกรณีที่ข้อมูลมีจำนวนที่เขียนแสดงด้วยตัวเลขสองหลัก การเขียนแผนภาพต้น-ใบ ในส่วนของต้นจะเขียนส่วนที่เป็นหลักสิบ เช่น ข้อมูล 30-39 จะเขียน 3 เป็นส่วนของต้น</li> <li>4.2 ในกรณีที่ข้อมูลมีจำนวนที่เขียนแสดงด้วยตัวเลขมากกว่าสองหลัก การเขียนแผนภาพต้น-ใบ ในส่วนของต้นจะเขียนส่วนที่ไม่ใช่เลขโดดในหลักหน่วย เช่น ข้อมูล 150-159 จะเขียน 15 เป็นส่วนของต้น</li> </ol> </li> <li>5) นำเลขโดดในหลักหน่วยของข้อมูลแต่ละช่วงมาเขียนส่วนใบของแผนภาพต้น-ใบ</li> </ol>	

## การวัดผลประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
1. สร้างแผนภาพต้น-ใบ แสดงข้อมูลที่กำหนดให้ ได้อย่างถูกต้อง	ตรวจ ใบกิจกรรม ที่ 1	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 1	ระดับ 1 เขียนแผนภาพต้น-ใบได้ถูกต้องครบถ้วน 1 ข้อ ระดับ 2 เขียนแผนภาพต้น-ใบได้ถูกต้องครบถ้วน 2 ข้อ
2. การสื่อสารและ การสื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์	ตรวจ ใบงานที่ 2		ระดับ 3 เขียนแผนภาพต้น-ใบได้ถูกต้องครบถ้วน 3 ข้อ
3. ความสามารถ ในการสื่อสาร			ระดับ 4 เขียนแผนภาพต้น-ใบได้ถูกต้องครบถ้วน 4 ข้อ
4. มีวินัย	ตรวจ ใบงานที่ 2	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 1	ระดับ 1 ส่งงานช้ากว่ากำหนด มีข้อผิดพลาด หรือไม่ครบถ้วน ระดับ 2 ส่งงานช้ากว่ากำหนด แต่ถูกต้อง ครบถ้วน ระดับ 3 ส่งงานในระยะเวลาที่กำหนด มี ข้อผิดพลาด หรือไม่ครบถ้วน ระดับ 4 ส่งงานในระยะเวลาที่กำหนด ถูกต้อง ครบถ้วน

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....



**ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ต้นและใบของพวกเรา**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง แผนภาพต้น-ใบ (1)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** สร้างแผนภาพต้น-ใบแสดงข้อมูลที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง

- คำชี้แจง**
1. ให้นักเรียนแต่ละคนแจ้งน้ำหนักตัวของตนเองให้เพื่อนในกลุ่มทราบ สำหรับนักเรียนที่ไม่ทราบน้ำหนักของตนเองให้ชั่งน้ำหนักได้ที่เครื่องชั่งน้ำหนักที่ครูเตรียมมา
  2. บันทึกน้ำหนักของทุกคนในกลุ่มลงในใบกิจกรรม
  3. นำข้อมูลที่ได้มาสร้างแผนภาพต้น-ใบ

น้ำหนักของสมาชิกในกลุ่ม

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แผนภาพต้น-ใบ แสดงน้ำหนักของสมาชิกในกลุ่ม

**ใบความรู้ที่ 1 เรื่อง การสร้างแผนภาพต้น-ใบ**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง การสร้างแผนภาพต้น-ใบ**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** สร้างแผนภาพต้น-ใบแสดงข้อมูลที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง

**แผนภาพต้น-ใบ**

แผนภาพต้น-ใบ (STEM-AND-LEAF PLOT หรือ STEM PLOT) ใช้เพื่อจัดข้อมูลเป็นกลุ่ม ๆ และข้อมูลทุกตัวจะถูกแสดงในแผนภาพ เป็นการนำเสนอข้อมูลที่สามารถรักษาความละเอียดของข้อมูลไว้ได้ครบถ้วนซึ่งทำได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้



**ตัวอย่างที่ 1**

คะแนนการสอบวิชาภาษาอังกฤษ ซึ่งมีคะแนนเต็ม 100 คะแนน  
 ของนักเรียน จำนวน 50 คน เป็นดังนี้

65	78	42	65	74	77	55	49	53	74
76	68	38	79	56	70	69	70	79	54
58	47	75	45	69	84	66	50	67	63
39	82	73	61	68	43	81	67	48	38
83	75	60	52	70	64	59	80	52	62

จงสร้างแผนภาพต้น-ใบ

**วิธีทำ** 1) แบ่งน้ำหนักของนักเรียนออกเป็นช่วง ๆ ดังนี้ 30-39, 40-49, 50-59, 60-69, 70-79 และ 80-89

2) นำข้อมูลจากข้อ 1 มาสร้างเป็นลำต้น (STEM) โดยใช้เลขโดดจากหลักสิบของแต่ละช่วงได้ดังนี้

ต้น	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

**วิธีทำ** (ต่อ)

3) นำเลขโดดในหลักหน่วยของข้อมูลแต่ละช่วง เช่น ช่วง 30–39 มีข้อมูลคือ 38, 39 มาต่อเป็นใบ (LEAF) ได้ดังนี้

ต้น	ใบ
3	8 9

จากนั้นนำข้อมูลทั้งหมดมาเขียนเป็นแผนภาพต้น-ใบ ได้ดังนี้

ต้น	ใบ
3	8 9
4	2 3 3 5 7 8 9
5	0 2 2 3 4 5 6 8 9
6	0 1 2 3 4 5 5 6 7 7 8 8 9 9
7	0 0 0 3 4 4 5 5 6 7 8 9 9
8	0 1 2 3 4

**ตัวอย่างที่ 2**

จงสร้างแผนภาพต้น-ใบความสูงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/1 และความสูงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/2 เป็นดังนี้

ม.2/1	150 131 166 136 136 134 144 145 149 140
	145 158 157 160 160 143 161 163 147 139
ม.2/2	162 163 163 172 157 156 154 165 161 172
	160 148 144 160 175 190 169 155 157 176

**วิธีทำ** จากความสูงของนักเรียนทั้งสองห้อง สามารถนำเสนอข้อมูลพร้อมกันโดยใช้แผนภาพต้น-ใบ ได้ดังนี้

1) ในกรณีที่ข้อมูลมีจำนวนที่เขียนแสดงด้วยตัวเลขมากกว่าสองหลัก การเขียนแผนภาพต้น-ใบ ในส่วนของต้นจะเขียนส่วนที่ไม่ใช่เลขโดดในหลักหน่วย เช่น ข้อมูล 135 จะเขียน 13 เป็นส่วนของต้น จากข้อมูลที่กำหนดให้เขียนส่วนที่เป็นต้นร่วมกัน ได้ดังนี้

ต้น	ใบ
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	

2) เขียนส่วนที่เป็นใบจากข้อมูลทั้งสองชุด ได้ดังนี้

ใบ (ความสูงของนักเรียน ม.2/1)	ต้น	ใบ (ความสูงของนักเรียน ม.2/2)
	13	1 4 6 6 9
4 8	14	0 3 4 5 5 7 9
4 5 6 7 7	15	0 7 8
0 0 1 2 3 3 5 9	16	0 0 1 3 6
2 2 5 6	17	
	18	
0	19	



**ใบงานที่ 2 เรื่อง การสร้างแผนภาพต้นไม้**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง แผนภาพต้นไม้ (1)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** สร้างแผนภาพต้นไม้แสดงข้อมูลที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง  
**คำชี้แจง** ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่าง

1. คะแนนการสอบวิชาวิทยาศาสตร์ ซึ่งมีคะแนนเต็ม 50 คะแนน ของนักเรียน จำนวน 30 คน เป็นดังนี้

45	26	46	23	32	42	40	37	34	25
40	42	27	30	30	34	36	44	43	28
20	27	31	38	46	42	39	40	22	38

จงสร้างแผนภาพต้นไม้

สร้างแผนภาพต้นไม้ แสดงคะแนนการสอบวิชาวิทยาศาสตร์ ได้ดังนี้

ต้น	ใบ

2. จงสร้างแผนภาพต้นไม้ จากข้อมูลที่เป็นความดันโลหิต (มิลลิเมตรปรอท) ของคนไข้ จำนวน 30 คน  
ต่อไปนี้

154	151	148	131	160	154	150	161	144	183
160	206	176	166	129	151	137	159	175	129
198	189	180	158	135	123	185	153	132	170

สร้างแผนภาพต้นไม้ แสดงความดันโลหิต (มิลลิเมตรปรอท) ของคนไข้ ได้ดังนี้

ต้น	ใบ

3. นักเรียนห้องหนึ่งมีผลการสอบของวิชาภาษาไทยและวิชาภาษาอังกฤษ ซึ่งแต่ละวิชามีคะแนนเต็ม 100 คะแนน เป็นดังนี้

คะแนนสอบวิชาภาษาไทย

40 53 55 58 60 62 65 66 69 70  
72 72 75 75 81 82 85 100 100 100

คะแนนสอบวิชาภาษาอังกฤษ

32 39 68 70 75 78 78 78 79 80  
82 84 85 85 85 86 90 93 95 98

จงสร้างแผนภาพต้น-ใบ

สร้างแผนภาพต้น-ใบ แสดงคะแนนสอบของวิชาภาษาไทยและวิชาภาษาอังกฤษ ได้ดังนี้

ใบ (คะแนนสอบวิชาภาษาไทย)	ต้น	ใบ (คะแนนสอบวิชาภาษาอังกฤษ)

4. จงเขียนแผนภาพต้น-ใบ จากข้อมูลแสดงระดับของแผ่นดินไหวที่มีหน่วยเป็นริกเตอร์ (RICHTER) ของเมืองแห่งหนึ่ง ดังนี้

1.0 8.3 3.1 1.1 5.1 1.2 1.0 4.1 1.1 4.0  
2.0 1.9 1.4 6.3 1.3 3.3 2.2 2.3 2.1 2.1  
1.4 2.7 2.4 3.0 4.1 5.0 2.2 1.2 7.7 1.5

(กำหนดแผนภาพต้น-ใบ 8 | 3 แทนข้อมูล 8.3)

สร้างแผนภาพต้น-ใบ แสดงระดับของแผ่นดินไหวที่มีหน่วยเป็นริกเตอร์ ได้ดังนี้

ต้น	ใบ

### เฉลยใบงานที่ 2 เรื่อง การสร้างแผนภาพต้น-ใบ

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง แผนภาพต้น-ใบ (1)  
รายวิชาคณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

จุดประสงค์ สร้างแผนภาพต้น-ใบแสดงข้อมูลที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่าง

1. คะแนนการสอบวิชาวิทยาศาสตร์ ซึ่งมีคะแนนเต็ม 50 คะแนน ของนักเรียน จำนวน 30 คน เป็นดังนี้

45 26 46 23 32 42 40 37 34 25  
40 42 27 30 30 34 36 44 43 28  
20 27 31 38 46 42 39 40 22 38

จงสร้างแผนภาพต้น-ใบ

สร้างแผนภาพต้น-ใบ แสดงคะแนนการสอบวิชาวิทยาศาสตร์ ได้ดังนี้

ต้น	ใบ
2	0 2 3 5 6 7 7 8
3	0 0 1 2 4 4 6 7 8 8 9
4	0 0 1 2 2 2 3 4 5 6 6

2. จงสร้างแผนภาพต้น-ใบ จากข้อมูลที่เป็นความดันโลหิต (มิลลิเมตรปรอท) ของคนไข้ จำนวน 30 คน  
ต่อไปนี้

154 151 148 131 160 154 150 161 144 183  
160 206 176 166 129 151 137 159 175 129  
198 189 180 158 135 123 185 153 132 170

สร้างแผนภาพต้น-ใบ แสดงความดันโลหิต (มิลลิเมตรปรอท) ของคนไข้ ได้ดังนี้

ต้น	ใบ
12	3 9 9
13	1 2 5 7
14	4 8
15	0 1 1 3 4 4 8 9
16	0 0 1 6
17	0 5 6
18	0 3 5 9
19	8
20	6

3. นักเรียนห้องหนึ่งมีผลการสอบของวิชาภาษาไทยและวิชาภาษาอังกฤษ ซึ่งแต่ละวิชามีคะแนนเต็ม 100 คะแนน เป็นดังนี้

คะแนนสอบวิชาภาษาไทย

40 53 55 58 60 62 65 66 69 70  
72 72 75 75 81 82 85 100 100 100

คะแนนสอบวิชาภาษาอังกฤษ

32 39 68 70 75 78 78 78 79 80  
82 84 85 85 85 86 90 93 95 98

จงสร้างแผนภาพต้น-ใบ

สร้างแผนภาพต้น-ใบ แสดงคะแนนสอบของวิชาภาษาไทยและวิชาภาษาอังกฤษ ได้ดังนี้

ใบ (คะแนนสอบวิชาภาษาไทย)	ต้น	ใบ (คะแนนสอบวิชาภาษาอังกฤษ)
	3	2 9
0	4	
8 5 3	5	
9 6 5 2 0	6	8
5 5 2 2 0	7	0 5 8 8 8 9
5 2 1	8	0 2 4 5 5 5 6
	9	0 3 5 8
0 0 0	10	

4. จงเขียนแผนภาพต้น-ใบ จากข้อมูลแสดงระดับของแผ่นดินไหวที่มีหน่วยเป็นริกเตอร์ (RICHTER) ของเมืองแห่งหนึ่ง ดังนี้

1.0 8.3 3.1 1.1 5.1 1.2 1.0 4.1 1.1 4.0  
2.0 1.9 1.4 6.3 1.3 3.3 2.2 2.3 2.1 2.1  
1.4 2.7 2.4 3.0 4.1 5.0 2.2 1.2 7.7 1.5

(กำหนดแผนภาพต้น-ใบ 8 | 3 แทนข้อมูล 8.3)

สร้างแผนภาพต้น-ใบ แสดงระดับของแผ่นดินไหวที่มีหน่วยเป็นริกเตอร์ ได้ดังนี้

ต้น	ใบ
1	0 0 1 1 2 2 3 4 4 5 9
2	0 1 1 2 2 3 4 7
3	0 1 3
4	0 1 1
5	0 1
6	3
7	7
8	3

(8 | 3 แทนข้อมูล 8.3)





แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3		เวลา 1 ชั่วโมง																
เรื่อง ฮิสโทแกรม (1)		ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2																
รายวิชา คณิตศาสตร์ 4																		
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ (2)</p> <p>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p> <p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b> ฮิสโทแกรม</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้ด้านความรู้</b> สร้าง อ่าน แปล ความหมายของข้อมูลที่เขียนในรูปฮิสโทแกรมได้</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b> การสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b> -</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b> ความสามารถในการสื่อสาร</p> <p><b>คุณลักษณะของผู้เรียน</b> มีวินัย</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b> <b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้</li> <li>ครูยกตัวอย่างตารางแจกแจงความถี่ แล้วสุ่มถามนักเรียนเกี่ยวกับองค์ประกอบของตารางแจกแจงความถี่ที่เรียนในชั่วโมงที่ผ่านมาแล้ว ดังนี้</li> </ol> <p style="text-align: center;"><b>ตัวอย่าง</b> จากตารางแจกแจงความถี่ อายุของคุณครูในโรงเรียน จำนวน 50 คน</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th style="background-color: #d9e1f2;">อายุ (ปี)</th> <th style="background-color: #d9e1f2;">ความถี่</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">23 – 28</td> <td style="text-align: center;">7</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">29 – 34</td> <td style="text-align: center;">8</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">35 – 40</td> <td style="text-align: center;">10</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">41 – 46</td> <td style="text-align: center;">14</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">47 – 52</td> <td style="text-align: center;">9</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">53 – 58</td> <td style="text-align: center;">1</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">59 – 64</td> <td style="text-align: center;">1</td> </tr> </tbody> </table> <p>- ขอบล่าง-ขอบบน ของชั้นที่ 2 มีค่าเท่าใด (28.5 – 34.5)</p> <p>- แต่ละชั้นมีความกว้างเท่ากันหรือไม่ และกว้างเท่าใด (เท่ากัน กว้าง 6)</p> <p>- จุดกึ่งกลางชั้น ของชั้นที่ 4 มีค่าเท่าใด (43.5)</p> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูถามนักเรียนเพื่อกระตุ้นความคิดว่านักเรียนสามารถนำข้อมูลแจกแจงความถี่ดังกล่าว มา นำเสนอข้อมูลในรูปแบบอื่นได้หรือไม่ (สามารถนำช่วงคะแนนมานำเสนอข้อมูลที่เรียกว่าฮิสโทแกรม)</li> </ol>	อายุ (ปี)	ความถี่	23 – 28	7	29 – 34	8	35 – 40	10	41 – 46	14	47 – 52	9	53 – 58	1	59 – 64	1	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์</li> <li>ห้องสมุดโรงเรียน</li> </ol> <p><b>สื่อการเรียนรู้</b> ใบความรู้ที่ 2 เรื่อง ฮิสโทแกรม (1)</p> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b> ใบงานที่ 3 เรื่อง ฮิสโทแกรม (1)</p>
อายุ (ปี)	ความถี่																	
23 – 28	7																	
29 – 34	8																	
35 – 40	10																	
41 – 46	14																	
47 – 52	9																	
53 – 58	1																	
59 – 64	1																	

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ (2) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ฮิสโทแกรม (1) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p>2. ครูให้นักเรียนแต่ละคนศึกษาวิธีการสร้างฮิสโทแกรม จากตัวอย่างจากใบความรู้ที่ 3 เรื่อง ฮิสโทแกรม โดยครูเป็นผู้คอยชี้แนะและให้ความช่วยเหลือ</p> <p>3. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 3 โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย</p> <p>4. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยใบงานที่ 3 เรื่อง ฮิสโทแกรมและรูปหลายเหลี่ยมของความถี่ นักเรียนซักถามข้อสงสัยในส่วนที่ไม่เข้าใจ ครูและนักเรียนช่วยกันตอบและสรุป</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับฮิสโทแกรมและรูปหลายเหลี่ยมของความถี่ ดังนี้</p> <p style="padding-left: 40px;"><b>ฮิสโทแกรม</b> เกิดจากรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากวางเรียงติดกัน โดยมีความกว้างแต่ละรูปเท่ากับ ความกว้างของอันตรภาคชั้น และความยาวของแต่ละแท่งเท่ากับความถี่ของแต่ละอันตรภาคชั้น จำนวนรูปสี่เหลี่ยมเท่ากับจำนวนอันตรภาคชั้น จุดบนแกนนอนจะกำหนดด้วย ขอบล่าง-ขอบบน ของอันตรภาคชั้นและเมื่อต่อจุดกึ่งกลางของด้านบนแต่ละแท่ง เรียกว่า</p> <p>2. ครูแนะนำให้นักเรียนหาความรู้เพิ่มเติมได้ที่ห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์</p>	

**การวัดผลประเมินผล**

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
สร้าง อ่าน แปล ความหมายของข้อมูลที่ เขียนในรูปฮิสโทแกรมได้	ตรวจ ใบงานที่ 3	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 3	ระดับ 1 สร้าง อ่าน แปลความหมายของข้อมูลที่ เขียนในรูปฮิสโทแกรมได้ไม่ครบถ้วน 1 ข้อ ระดับ 2 สร้าง อ่าน แปลความหมายของข้อมูลที่ เขียนในรูปฮิสโทแกรมได้ถูกต้องครบถ้วน 1 ข้อ ระดับ 3 สร้าง อ่าน แปลความหมายของข้อมูลที่ เขียนในรูปฮิสโทแกรมได้ถูกต้องครบถ้วน 2 ข้อ ระดับ 4 สร้าง อ่าน แปลความหมายของข้อมูลที่ เขียนในรูปฮิสโทแกรมได้ถูกต้องครบถ้วน 3 ข้อ
การสื่อสารและ การสื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์	ตรวจ ใบงานที่ 3	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 3	ระดับ 1 สร้าง อ่าน แปลความหมายของข้อมูลที่ เขียนในรูปฮิสโทแกรมได้ไม่ครบถ้วน 1 ข้อ ระดับ 2 สร้าง อ่าน แปลความหมายของข้อมูลที่ เขียนในรูปฮิสโทแกรมได้ถูกต้องครบถ้วน 1 ข้อ ระดับ 3 สร้าง อ่าน แปลความหมายของข้อมูลที่ เขียนในรูปฮิสโทแกรมได้ถูกต้องครบถ้วน 2 ข้อ ระดับ 4 สร้าง อ่าน แปลความหมายของข้อมูลที่ เขียนในรูปฮิสโทแกรมได้ถูกต้องครบถ้วน 3 ข้อ
ความสามารถ ในการสื่อสาร			
มีวินัย	ตรวจ ใบงานที่ 3	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 3	ระดับ 1 ทำใบงานน้อยกว่า 2 ข้อ ส่งช้ากว่า กำหนด ระดับ 2 ทำใบงานน้อยกว่า 2 ข้อ ส่งทันกำหนด ระดับ 3 ทำใบงานตั้งแต่ 3 ข้อขึ้นไป แต่ส่งช้ากว่า กำหนด ระดับ 4 ทำใบงานตั้งแต่ 3 ข้อขึ้นไป ส่งทันกำหนด

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

**ปัญหาและอุปสรรค**

.....

.....

.....

.....

**ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข**

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย**

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ใบความรู้ที่ 2 เรื่อง ฮิสโทแกรม (1)**  
**หน่วยที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ฮิสโทแกรม (1)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

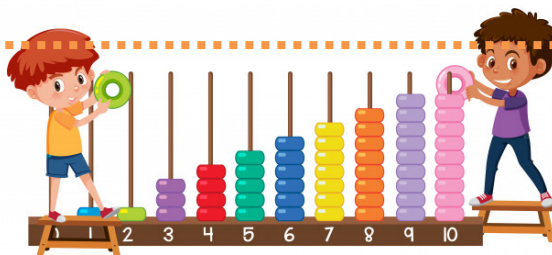
**จุดประสงค์** สร้าง อ่าน แปลความหมายของข้อมูลที่เขียนในรูปฮิสโทแกรมได้

### ฮิสโทแกรม (HISTOGRAM)

เกิดจากรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากวางเรียงติดต่อกัน โดยมีความกว้างของแต่ละรูปเท่ากับความกว้างของอันตรภาคชั้น และความยาวของแต่ละแท่งเท่ากับความถี่ของแต่ละอันตรภาคชั้น จำนวนรูปสี่เหลี่ยมเท่ากับจำนวนอันตรภาคชั้น จุดบนแกนนอนจะกำหนดด้วย ขอบล่าง-ขอบบน ของอันตรภาคชั้น

#### การสร้างฮิสโทแกรม มีวิธีการและขั้นตอนดังต่อไปนี้

- ขั้นที่ 1** หาขอบล่างและขอบบนของอันตรภาคชั้นทุกๆ ชั้น จากตารางแจกแจงความถี่ที่กำหนดให้
- ขั้นที่ 2** กำหนดแกนพิกัดฉาก โดยให้แกนนอนเป็นแกนของข้อมูล หรืออันตรภาคชั้น ซึ่งแต่ละอันตรภาคชั้นใช้ขอบล่างเป็นตัวแทนเขียนลงในแกนนอน ส่วนแกนตั้งแสดงความถี่ในแต่ละอันตรภาคชั้น
- ขั้นที่ 3** เขียนแท่งสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยให้ความกว้างเท่ากับความกว้างของอันตรภาคชั้น
- ขั้นที่ 4** หาคความสูงของแท่งสี่เหลี่ยมในกรณีที่ความกว้างของอันตรภาคชั้นเท่ากันทุกอันตรภาคชั้น ความสูงของแต่ละแท่งจะเท่ากับความถี่ของแต่ละอันตรภาคชั้นนั้น



**ตัวอย่างที่ 1**

จากตารางแจกแจงความถี่ของอายุการทำงานของพนักงานบริษัทหนึ่ง จำนวน 50 คน

อายุทำงาน (ปี)	ความถี่
12-15	6
16-19	11
20-23	15
24-27	12
28-31	6



จากตัวอย่างที่ 1 สร้างฮิสโทแกรมได้ดังนี้

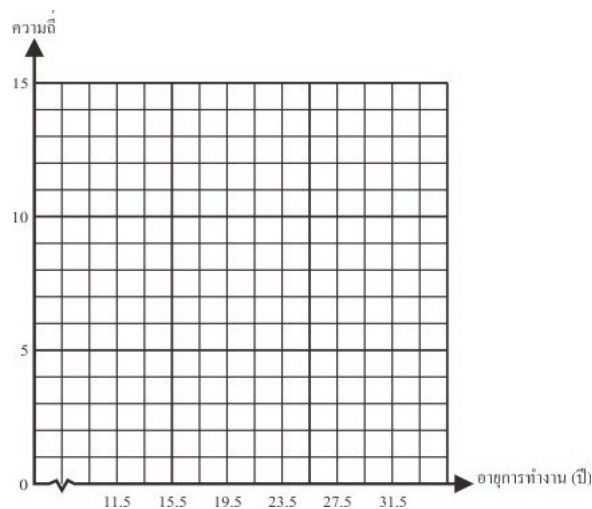
**ขั้นที่ 1**

หาขอบล่างและขอบบนของอันตรภาคชั้นทุก ๆ ชั้น จากตารางแจกแจงความถี่ที่กำหนดให้

ชั้นอายุการทำงาน	ความถี่	ขอบล่าง	ขอบบน
12-15	6	11.5	15.5
16-19	11	15.5	19.5
20-23	15	19.5	23.5
24-27	12	23.5	27.5
28-31	6	27.5	31.5

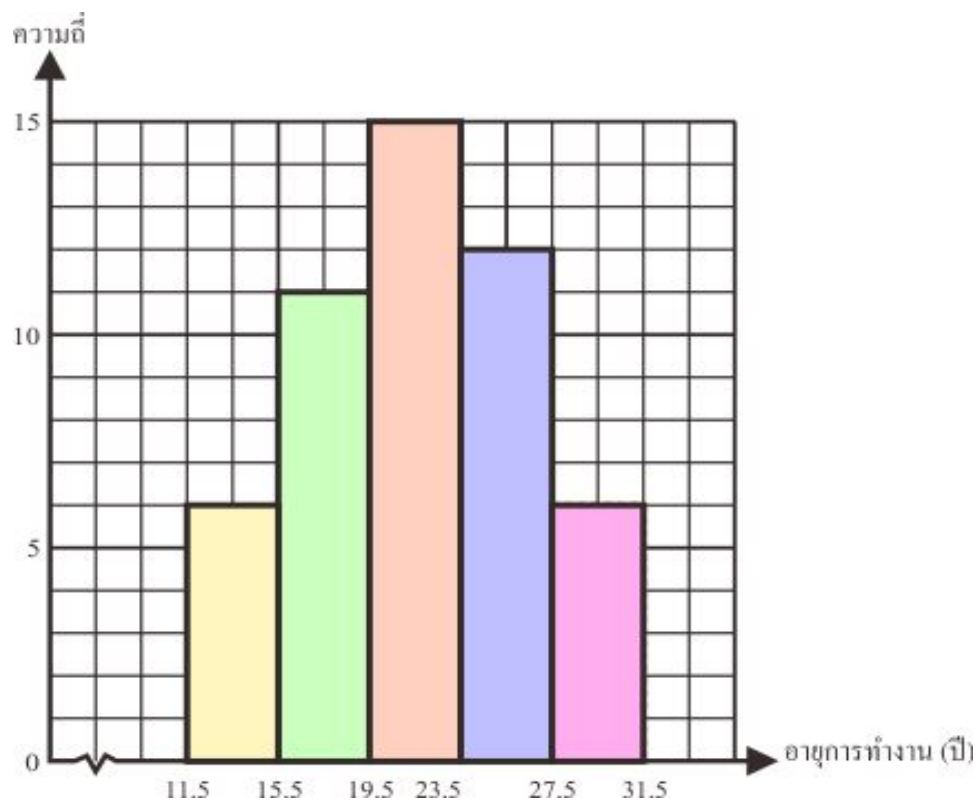
**ขั้นที่ 2**

กำหนดแกนพิกัดฉาก โดยให้แกนนอนเป็นแกนของข้อมูล หรืออันตรภาคชั้น ซึ่งแต่ละอันตรภาคชั้นใช้ขอบล่างเป็นตัวแทนเขียนลงในแกนนอน ส่วนแกนตั้งแสดงความถี่ในแต่ละอันตรภาคชั้น



ขั้นที่ 3 และ 4

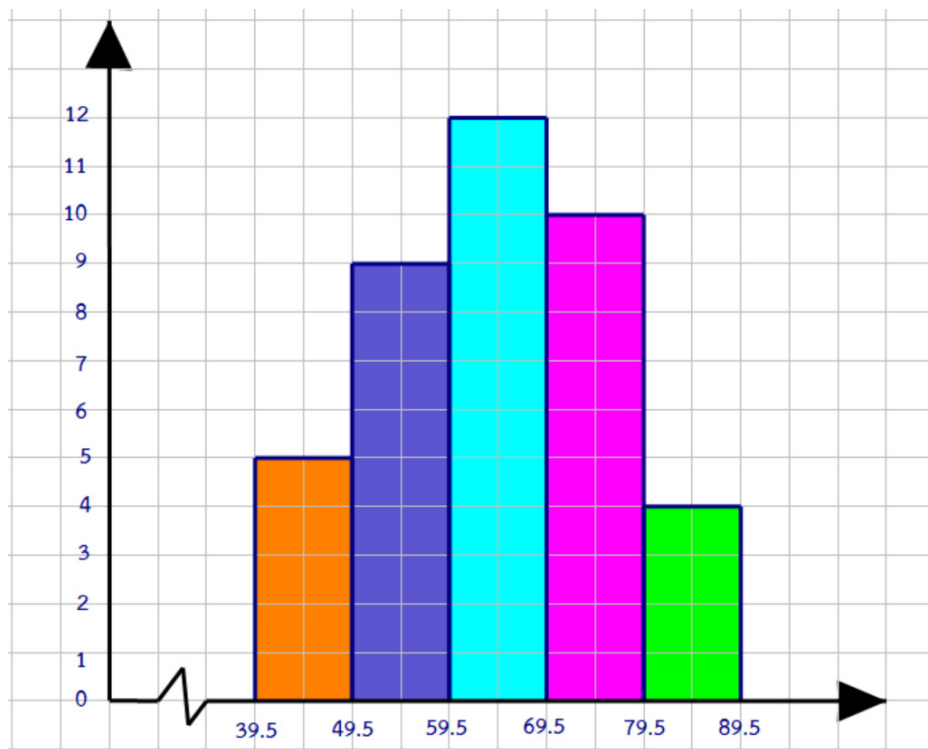
เขียนแท่งสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยให้ความกว้างเท่ากับความกว้างของอันตรภาคชั้น หาความสูงของแท่งสี่เหลี่ยม ในกรณีที่ความกว้างของอันตรภาคชั้นเท่ากัน ทุกอันตรภาคชั้น ความสูงของแต่ละแท่งจะเท่ากับความถี่ของอันตรภาคชั้นนั้น







2. ให้นักเรียนเติมตารางโดยใช้ข้อมูลจากรูปหลายเหลี่ยมของความถี่ที่กำหนดให้



ข้อมูล	รอยขีด	ความถี่	ขอบล่าง	ขอบบน	จุดกึ่งกลางชั้น
40 - 49	-----	-----	-----	49.5	-----
-----	-----	9	-----	-----	-----
60 - 69	-----	-----	59.5	-----	-----
-----	-----	-----	-----	-----	74.5
-----	-----	4	-----	-----	-----



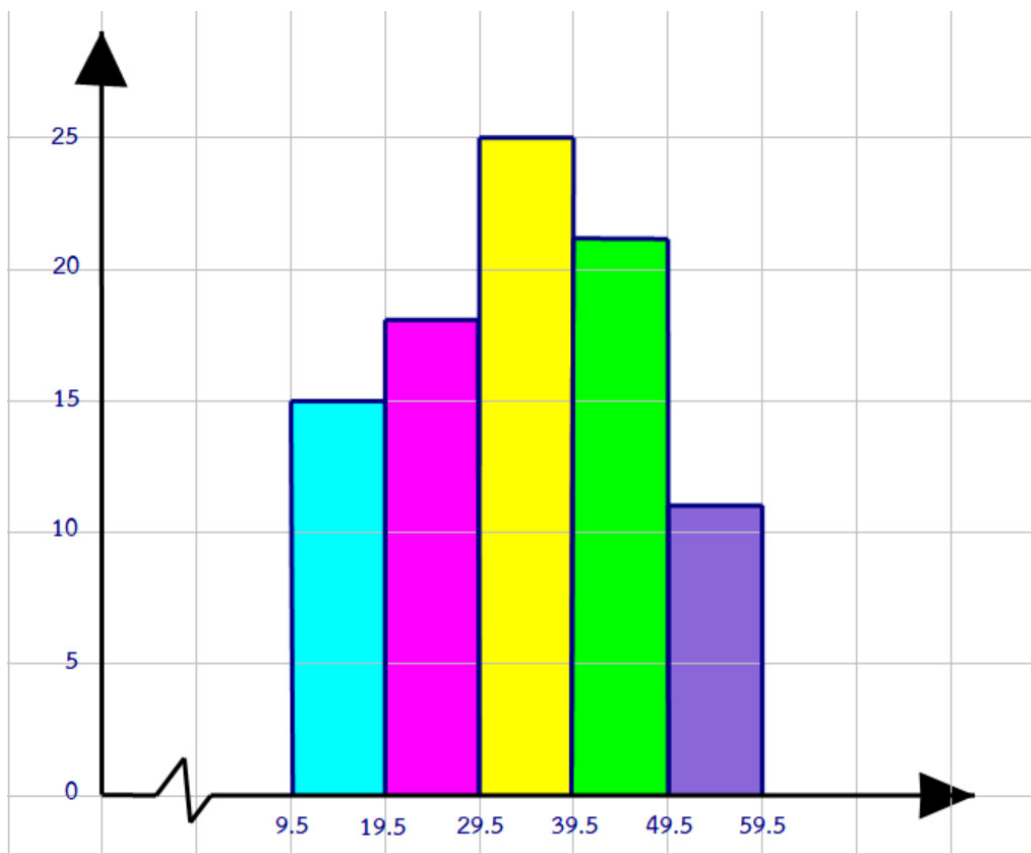
เฉลยใบงานที่ 3 เรื่อง ฮิสโทแกรม (1)  
 หน่วยที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ฮิสโทแกรม (1)  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

จุดประสงค์ สร้าง อ่าน แปลความหมายของข้อมูลที่เขียนในรูปฮิสโทแกรมได้

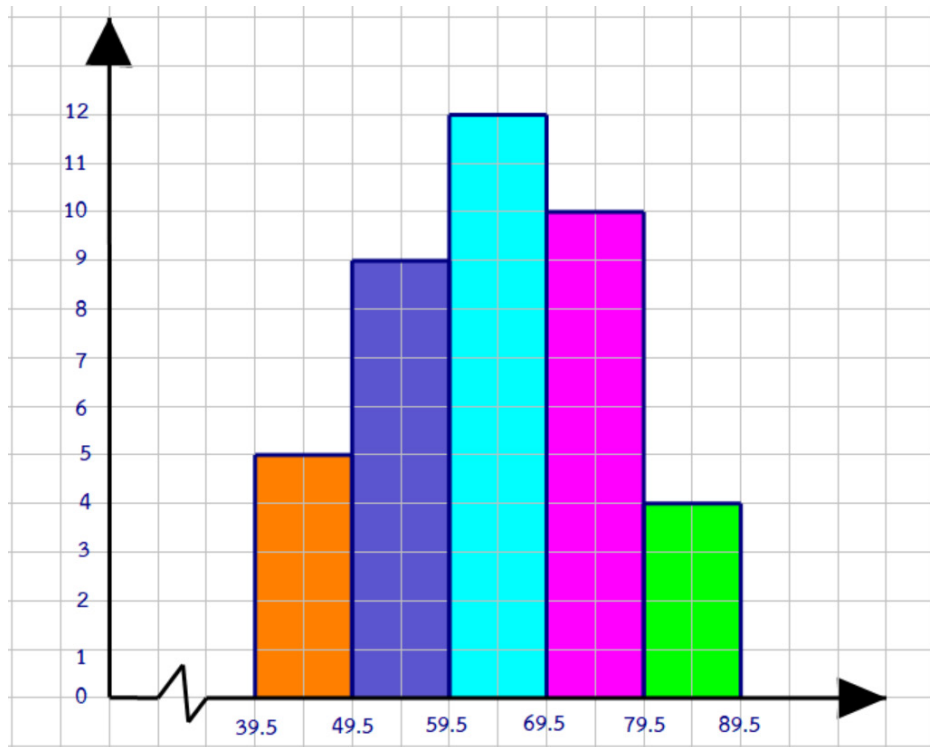
คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่าง

2. จากตารางแจกแจงความถี่ต่อไปนี้ จงสร้างฮิสโทแกรม

คะแนน	ความถี่	ขอบล่าง-ขอบบน
10-19	15	9.5 – 19.5
20-29	18	19.5 – 29.5
30-39	25	29.5 – 39.5
40-49	21	39.5 – 49.5
50-59	11	49.5 – 59.5

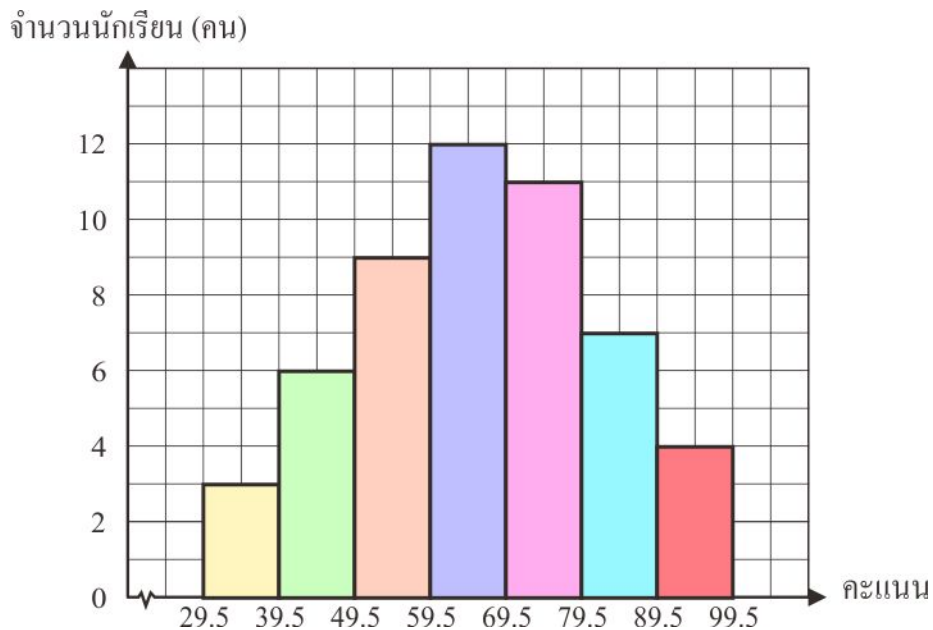


2. ให้นักเรียนเติมตารางโดยใช้ข้อมูลจากรูปหลายเหลี่ยมของความถี่ที่กำหนดให้



ข้อมูล	รอยขีด	ความถี่	ขอบล่าง	ขอบบน	จุดกึ่งกลางชั้น
40-49	≡	5	39.5	49.5	44.5
50-59	≡ ≡	9	49.5	59.5	54.5
60-69	≡ ≡ ≡	12	59.5	69.5	64.5
70-79	≡ ≡	10	69.5	79.5	74.5
80-89	≡	4	79.5	89.5	84.5

3. ฮิสโทแกรมต่อไปนี้แสดงคะแนนสอบวิชาภาษาไทยของนักเรียนห้องหนึ่งซึ่งมีคะแนนเต็ม 100 คะแนน และนักเรียนที่จะสอบผ่านต้องได้คะแนนตั้งแต่ 50 คะแนนขึ้นไป จงตอบคำถามต่อไปนี้



จงตอบคำถามต่อไปนี้

- มีนักเรียนเข้าสอบทั้งหมดกี่คน ตอบ **52 คน**
- นักเรียนส่วนใหญ่ได้คะแนนอยู่ในช่วงใด ตอบ **60-69 คะแนน**
- คะแนนที่อยู่ในช่วงสูงสุดมีนักเรียนกี่คน ตอบ **12 คน**
- มีนักเรียนสอบได้และสอบตกอย่างละกี่คน ตอบ **สอบตก 9 คน    สอบได้ 43 คน**
- นักเรียนที่ได้คะแนนน้อยกว่า 40 คะแนน มีจำนวนกี่เปอร์เซ็นต์ของนักเรียนทั้งหมด  
ตอบ **สอบได้น้อยกว่า 40 คะแนน มี 3 คน คิดเป็น 6 เปอร์เซ็นต์**



<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ (2) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (1) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</p>	<p>เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</p>
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b> ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้ด้านความรู้</b> หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่ได้</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b> การสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b> -</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b> ความสามารถในการสื่อสาร</p> <p><b>คุณลักษณะของผู้เรียน</b> มีวินัย</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b> <b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>คุณครูสอบถามนักเรียนว่าปิดภาคเรียนที่แล้วนักเรียนไปเที่ยวไหนกันบ้าง (ตอบตามประสบการณ์ของนักเรียน)</li> <li>ครูเล่าเหตุการณ์เมื่อช่วงปิดภาคเรียนที่ผ่านมาว่า ครู และเพื่อน ๆ รวม 5 คน ไปเที่ยวพัทยาเป็นเวลา 3 วัน 2 คืน มีค่าใช้จ่ายที่แต่ละคนทดลองจ่ายก่อน ดังนี้</li> </ol> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>ครูแอ      จ่าย 4,200 บาท เพื่อนคนที่ 1   จ่าย 5,500 บาท เพื่อนคนที่ 2   จ่าย 4,500 บาท เพื่อนคนที่ 3   จ่าย 3,700 บาท เพื่อนคนที่ 4   จ่าย 6,000 บาท</p> </div> <p>เมื่อนำค่าใช้จ่ายมารวมกันจะได้เป็น  <math>4,200 + 5,500 + 4,500 + 3,700 + 6,000 = 23,900</math> บาท</p> <p>ครูให้นักเรียนช่วยกันคิดว่าเฉลี่ยแล้วทุกคนต้องจ่ายเงินคนละกี่บาท (<math>\frac{23,900}{5} = 4,780</math> บาท)</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูบอกนักเรียนว่าในทางสถิติ เราเรียกค่าเฉลี่ยดังกล่าวว่า <b>ค่าเฉลี่ยเลขคณิต</b> และค่าเฉลี่ยเลขคณิตอาจเรียกสั้น ๆ ว่า <b>ค่าเฉลี่ย</b></li> </ol>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์</li> <li>ห้องสมุดโรงเรียน</li> </ol> <p><b>สื่อการเรียนรู้</b> ใบความรู้ที่ 3 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (1)</p> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b> ใบงานที่ 4 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (1)</p>



หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ (2) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (1) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียน กลุ่มละ 4-5 คน ประกอบด้วยนักเรียนความสามารถ เก่ง ปานกลาง และอ่อน</li> <li>2. ครูแจกใบความรู้ที่ 3 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันศึกษาเกี่ยวกับการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต</li> <li>3. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต โดยครูกระตุ้นนักเรียนโดยใช้การถามตอบ ดังนี้           <ul style="list-style-type: none"> <li>- ค่ากลางของข้อมูลประกอบด้วยอะไรบ้าง (1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Arithmetic mean) 2. มัธยฐาน (Median) 3. ฐานนิยม (Mode))</li> <li>- ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Arithmetic mean) คืออะไร (ค่าเฉลี่ยเลขคณิต หรือเรียกสั้น ๆ ว่า ค่าเฉลี่ย (mean) คือ จำนวนที่ได้จากการหาร ผลรวมของข้อมูลทั้งหมดด้วยจำนวนข้อมูลทั้งหมด</li> <li>- เราหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้ด้วยวิธีใด (วิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต               <ol style="list-style-type: none"> <li>1. นำข้อมูลทุกตัวมาบวกกัน</li> <li>2. นำผลบวกในข้อ 1 มาหารด้วยจำนวนข้อมูลทั้งหมด</li> <li>3. ผลที่ได้จากข้อ 2 เรียกว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิต</li> </ol> </li> </ul> </li> </ol> $\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} = \frac{\text{ผลรวมของข้อมูลทั้งหมด}}{\text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด}}$	

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ (2) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (1) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2																				
	<p>4. ครูให้นักเรียนพิจารณาชุดข้อมูลชุดหนึ่ง จากนั้นครูตั้งคำถามให้นักเรียนร่วมแสดงความคิดเห็น ดังนี้</p> <p style="text-align: center;">พิจารณาข้อมูลต่อไปนี้ : จำนวนคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 20 คน จากคะแนนเต็ม 50 คะแนน</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">32</td> <td style="text-align: center;">42</td> <td style="text-align: center;">40</td> <td style="text-align: center;">37</td> <td style="text-align: center;">42</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">40</td> <td style="text-align: center;">45</td> <td style="text-align: center;">42</td> <td style="text-align: center;">36</td> <td style="text-align: center;">42</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">35</td> <td style="text-align: center;">32</td> <td style="text-align: center;">39</td> <td style="text-align: center;">35</td> <td style="text-align: center;">39</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">37</td> <td style="text-align: center;">42</td> <td style="text-align: center;">42</td> <td style="text-align: center;">43</td> <td style="text-align: center;">36</td> </tr> </table> <p>ครูตั้งคำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียนเกี่ยวกับการหาค่าเฉลี่ยของข้อมูล ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- จากข้อมูลข้างต้นผลรวมของคะแนนทั้งหมดของนักเรียน 20 คน เท่ากับเท่าใด <b>(778 คะแนน)</b></li> <li>- จากข้อมูลข้างต้นมีจำนวนนักเรียนทั้งหมดกี่คน <b>(20 คน)</b></li> <li>- ผลหารที่ได้จากผลบวกของคะแนนทั้งหมดกับจำนวนของนักเรียนทั้งหมดเท่ากับเท่าไร <b>(38.9)</b></li> </ul> <p>5. เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 4 เรื่อง การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต (1)</p> <p>6. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยใบงานที่ 4 เมื่อมีข้อสงสัยครูอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากขึ้น</p>	32	42	40	37	42	40	45	42	36	42	35	32	39	35	39	37	42	42	43	36	
32	42	40	37	42																		
40	45	42	36	42																		
35	32	39	35	39																		
37	42	42	43	36																		

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ (2) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (1) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p>ขั้นสรุป</p> <p>1. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยเลขคณิต ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คืออะไร (คือ จำนวนที่ได้จากการหารผลรวมของข้อมูลทั้งหมดด้วยจำนวนข้อมูลทั้งหมด)</li> <li>- ค่าเฉลี่ยเลขคณิตหาได้อย่างไร</li> </ul> $\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} = \frac{\text{ผลรวมของข้อมูลทั้งหมด}}{\text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด}}$ <p>ครูแนะนำให้นักเรียนหาความรู้เพิ่มเติมได้ที่ห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์และห้องสมุดโรงเรียน</p>	

การวัดผลประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่ได้	ตรวจ ใบงานที่ 4	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 4	ระดับ 1 หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่ได้ถูกต้องครบถ้วน 1 ข้อ
การสื่อสารและ การสื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์			ระดับ 2 หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่ได้ถูกต้องครบถ้วน 2 ข้อ
ความสามารถ ในการสื่อสาร			ระดับ 3 หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่ได้ถูกต้องครบถ้วน 3 ข้อ
มีวินัย	ตรวจ ใบงานที่ 4	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 4	ระดับ 4 หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่ได้ถูกต้องครบถ้วน 4 ข้อ
			ระดับ 1 ทำใบงานน้อยกว่า 3 ข้อ ส่งช้ากว่ากำหนด
			ระดับ 2 ทำใบงานน้อยกว่า 3 ข้อ ส่งทันกำหนด
			ระดับ 3 ทำใบงานตั้งแต่ 3 ข้อขึ้นไป แต่ส่งช้ากว่ากำหนด
			ระดับ 4 ทำใบงานตั้งแต่ 3 ข้อขึ้นไป ส่งทันกำหนด

**บันทึกผลหลังการสอน**

**ผลการเรียนรู้**

.....

.....

.....

.....

**ปัญหาและอุปสรรค**

.....

.....

.....

.....

**ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข**

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ .....ผู้สอน  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย**

.....

.....

.....

ลงชื่อ .....ผู้ตรวจ  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ใบความรู้ที่ 3 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (1)**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่ได้

**ค่ากลางของข้อมูล**

**การหาค่ากลางของข้อมูล** ที่เป็นตัวแทนของข้อมูลทั้งหมด เพื่อความสะดวกในการสรุปเรื่องราวเกี่ยวกับข้อมูลนั้น ๆ จะช่วยทำให้เกิดการวิเคราะห์ข้อมูลถูกต้องดีขึ้น การหาค่ากลางของข้อมูลมีวิธีหาหลายวิธี แต่ละวิธีมีข้อดีและข้อเสีย และมีความเหมาะสมในการนำไปใช้ไม่เหมือนกัน ขึ้นอยู่กับลักษณะข้อมูลและวัตถุประสงค์ของผู้ใช้ข้อมูลนั้น ๆ

ค่ากลางของข้อมูลที่ใช้โดยทั่ว ๆ ไป ได้แก่

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Arithmetic mean)
2. มัธยฐาน (Median)
3. ฐานนิยม (Mode)

**ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Arithmetic mean)**

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต หรือเรียกสั้น ๆ ว่า ค่าเฉลี่ย (mean) คือ จำนวนที่ได้จากการหารผลบวกของข้อมูลทั้งหมดด้วยจำนวนข้อมูล

วิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต

สามารถหาได้ ดังนี้

1. นำข้อมูลทุกตัวมาบวกกัน
2. นำผลบวกในข้อ 1 มาหารด้วยจำนวนข้อมูลทั้งหมด
3. ผลที่ได้จากข้อ 2 เรียกว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

$$\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} = \frac{\text{ผลรวมของข้อมูลทั้งหมด}}{\text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด}}$$

**ตัวอย่างที่ 1**

นักเรียน 12 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักเป็น 46.5 กิโลกรัม  
นักเรียนทั้ง 12 คน มีน้ำหนักรวมกี่กิโลกรัม

**วิธีทำ**

$$\begin{aligned} \text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} &= \frac{\text{ผลรวมของน้ำหนักนักเรียนทั้งหมด}}{\text{จำนวนนักเรียนทั้งหมด}} \\ 46.5 &= \frac{\text{ผลรวมของน้ำหนักนักเรียนทั้งหมด}}{12} \\ \text{ผลรวมของน้ำหนักนักเรียนทั้งหมด} &= 46.5 \times 12 \\ &= 558 \end{aligned}$$

นั่นคือ นักเรียน 12 คน มีน้ำหนักรวมเท่ากับ 558 กิโลกรัม

**ตัวอย่างที่ 2**

ข้อมูลชุดหนึ่ง มีข้อมูล 3, 5, 7, 8, x, 9, 10 ข้อมูลชุดนี้มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 7 จงหาค่า x

**วิธีทำ**

$$\begin{aligned} \text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} &= \frac{\text{ผลรวมของข้อมูลทั้งหมด}}{\text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด}} \\ 7 &= \frac{3 + 5 + 7 + 8 + x + 9 + 10}{7} \\ 49 &= 42 + x \\ x &= 49 - 42 \\ x &= 7 \end{aligned}$$

นั่นคือ x มีค่าเท่ากับ 7

**ตัวอย่างที่ 3**

สินค้า 8 ชิ้น มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของราคาเท่ากับ 12 บาท เมื่อเพิ่มสินค้าอีก 1 ชิ้น ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 11 บาท สินค้าที่เพิ่มเข้ามามีราคาเท่าไร

**วิธีทำ**

∞ หาราคารวมของสินค้า 8 ชิ้น

$$\begin{aligned} \text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} &= \frac{\text{ผลรวมของราคา}}{\text{จำนวนสินค้า}} \\ 12 &= \frac{\text{ผลรวมของราคา}}{8} \end{aligned}$$

$$\text{ผลรวมราคาสินค้า} = 12 \times 8$$

$$\text{ผลรวมราคาสินค้า} = 96$$

นั่นคือ ผลรวมราคาสินค้า 8 ชิ้น มีค่าเท่ากับ 96 บาท

∞ หาราคารวมของสินค้า 9 ชิ้น

$$\begin{aligned} \text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} &= \frac{\text{ผลรวมของราคา}}{\text{จำนวนสินค้า}} \end{aligned}$$

$$11 = \frac{\text{ผลรวมของราคา}}{9}$$

$$\text{ผลรวมราคาสินค้า} = 11 \times 9$$

$$\text{ผลรวมราคาสินค้า} = 99$$

ผลรวมราคาสินค้า 9 ชิ้น มีค่าเท่ากับ 99 บาท

∴ สินค้าที่เพิ่มเข้ามามีราคา  $99 - 96 = 3$  บาท



ใบงานที่ 4 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (1)

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (1)  
รายวิชาคณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น ม.2/..... เลขที่.....

จุดประสงค์ หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่ได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่าง

1) จำนวนผู้โดยสารของรถประจำทาง 5 คัน

41 คน



35 คน



36 คน



39 คน



34 คน



มีผู้โดยสารรถประจำทางจำนวน .....

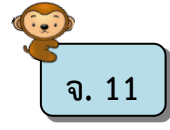
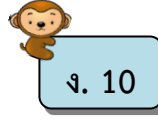
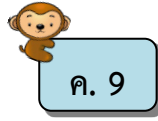
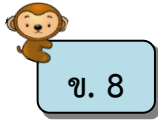
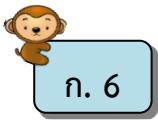
จำนวนผู้โดยสารทั้งหมดที่นั่งในรถประจำทาง.....คน

โดยเฉลี่ยมีผู้โดยสารในรถประจำทาง .....

2) จงเติมจำนวนลงในตารางให้สมบูรณ์

ข้อที่	ข้อมูล	ผลรวม ของข้อมูล	จำนวน ข้อมูล	ค่าเฉลี่ย
1	12 17 18 21 23 17	108	-----	-----
2	25 23 24 27 30 23 29 39	-----	-----	-----
3	25 30 18 37 40	-----	5	-----
4	43 45 38 34 37 41 42	-----	-----	-----
5	23 22.6 23.8 23.4	-----	-----	23.2

3) ให้นักเรียนเลือกคำตอบข้างบนเติมลงในช่องคำตอบให้ถูกต้อง



3.1 นักเรียนกลุ่มหนึ่งมีความสูงรวม 1,336 เซนติเมตร ความสูงเฉลี่ย 167 เซนติเมตร  
นักเรียนกลุ่มนี้มีกี่คน

ตอบ.....

3.2 ข้อมูลชุดหนึ่งมีค่าเป็น 2, 7, x, x, 10, 17 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 8 แล้ว x มีค่าเท่าใด

ตอบ.....

3.3 ข้อมูลชุดหนึ่งมีค่าเป็น 6, 6, 7, 8, 9, 13, 14 มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับเท่าใด

ตอบ.....

3.4 ข้อมูลชุดหนึ่งเรียงจากมากไปน้อย ดังนี้ 17, 14, 14, 11, 6, 4, x พิสัยเท่ากับ 13  
ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้เป็นเท่าไร

ตอบ.....

4) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตน้ำหนักของนักเรียน 4 คน เท่ากับ 42.5 กิโลกรัม ถ้ามีนักเรียนซึ่งมีน้ำหนัก 48 กิโลกรัม  
มาเพิ่มอีก 1 คน ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักของนักเรียน 5 คน มีค่าเท่าไร

วิธีทำ

**เฉลย**ใบงานที่ 4 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (1)

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (1)  
รายวิชาคณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

จุดประสงค์ หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่ได้

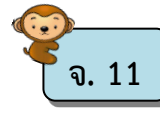
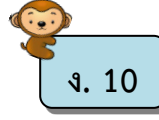
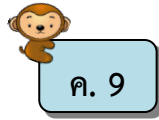
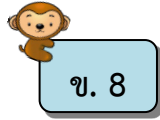
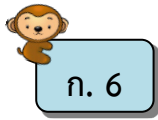
1. ให้นักเรียนเขียนคำตอบในช่องว่างให้สมบูรณ์และถูกต้อง

- 1) มีผู้โดยสารรถประจำทางจำนวน 5 คัน  
จำนวนผู้โดยสารทั้งหมดที่นั่งในรถประจำทาง 185 คน  
โดยเฉลี่ยมีผู้โดยสารในรถประจำทาง 37 คน

2) จงเติมจำนวนลงในตารางให้สมบูรณ์

ข้อที่	ข้อมูล	ผลรวม ของข้อมูล	จำนวน ข้อมูล	ค่าเฉลี่ย
1	12 17 18 21 23 17	108	6	18
2	25 23 24 27 30 23 29 39	220	8	27.5
3	25 30 18 37 40	150	5	30
4	43 45 38 34 37 41 42	280	7	40
5	23 22.6 23.8 23.4	92.8	4	23.2

3) ให้นักเรียนเลือกคำตอบข้างบนเติมลงในช่องคำตอบให้ถูกต้อง



3.1 นักเรียนกลุ่มหนึ่งมีความสูงรวม 1,336 เซนติเมตร ความสูงเฉลี่ย 167 เซนติเมตร  
นักเรียนกลุ่มนี้มีกี่คน

ตอบ ..... 8 ..... คน

3.2 ข้อมูลชุดหนึ่งมีค่าเป็น 2, 7, x, x, 10, 17 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 8 แล้ว x มีค่าเท่าใด

ตอบ ..... 6 .....

3.3 ข้อมูลชุดหนึ่งมีค่าเป็น 6, 6, 7, 8, 9, 13, 14 มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับเท่าใด

ตอบ ..... 9 .....

3.4 ข้อมูลชุดหนึ่งเรียงจากมากไปน้อย ดังนี้ 17, 14, 14, 11, 6, 4, x พิสัยเท่ากับ 13  
ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้เป็นเท่าไร

ตอบ ..... 10 .....

- 4) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตน้ำหนักของนักเรียน 4 คน เท่ากับ 42.5 กิโลกรัม ถ้ามีนักเรียนซึ่งมีน้ำหนัก 48 กิโลกรัม มาเพิ่มอีก 1 คน ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักของนักเรียน 5 คน มีค่าเท่าไร

วิธีทำ

**หาน้ำหนักรวมของนักเรียน 4 คน**

$$\begin{aligned} \text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิตน้ำหนักของนักเรียน 4 คน} &= \frac{\text{ผลรวมน้ำหนักของนักเรียน}}{\text{จำนวนนักเรียน}} \\ 42.5 &= \frac{\text{ผลรวมน้ำหนักของนักเรียน}}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ผลรวมของนักเรียน} &= 42.5 \times 4 \\ &= 170 \end{aligned}$$

ผลรวมน้ำหนักของนักเรียน 4 คน คือ 170 กิโลกรัม

**หาน้ำหนักรวมของนักเรียน 5 คน**

$$\text{น้ำหนักของนักเรียน 5 คน} = 170 + 48$$

$$\text{น้ำหนักของนักเรียน 5 คน คือ } 218 \text{ กิโลกรัม} = 218$$

**หาค่าเฉลี่ยน้ำหนักของนักเรียน 5 คน**

$$\begin{aligned} \text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิตน้ำหนักของนักเรียน 5 คน} &= \frac{\text{ผลรวมน้ำหนักของนักเรียน}}{\text{จำนวนนักเรียน}} \\ &= \frac{218}{5} \\ &= 43.6 \end{aligned}$$

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตน้ำหนักของนักเรียน 5 คน คือ 43.6 กิโลกรัม



หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ (2) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p>ขอบเขตเนื้อหา ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (mean)</p> <p>จุดประสงค์การเรียนรู้ ด้านความรู้ เข้าใจปัญหาค่าเฉลี่ยเลข คณิตได้</p> <p>ด้านทักษะและกระบวนการ การสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ</p> <p>ด้านเจตคติ -</p> <p>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน ความสามารถในการสื่อสาร</p> <p>คุณลักษณะของผู้เรียน มีวินัย</p>	<p>กิจกรรมการเรียนรู้</p> <p>ขั้นนำ</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>ครูทบทวนความรู้เรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่เรียนในคาบเรียนที่แล้ว โดยใช้การถาม-ตอบ</li> </ol> <p>ขั้นสอน</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูยกตัวอย่างที่ 1 และ 2 โดยครูใช้การถาม – ตอบประกอบการอธิบาย</li> </ol> <p><u>ตัวอย่างที่ 1</u> เงาน้ำจำนวน 165 กิโลกรัม จัดใส่ชั่งน้ำหนักเฉลี่ยชั่งละ 15 กิโลกรัม จะจัดได้กี่ชั่ง</p> <p><u>วิธีทำ</u> กำหนดให้จัดเงาน้ำจำนวน x ชั่ง</p> $\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} = \frac{\text{ผลรวมของข้อมูล}}{\text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด}}$ $15 = \frac{165}{x}$ $x = 11$ <p><u>ตอบ</u> จัดเงาน้ำได้ 11 ชั่ง</p>	<p>แหล่งการเรียนรู้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์</li> <li>ห้องสมุดโรงเรียน</li> </ol> <p>สื่อการเรียนรู้ ใบความรู้ที่ 4 เรื่อง ค่าเฉลี่ย เลขคณิต (2)</p> <p>ภาระงาน/ชิ้นงาน ใบงานที่ 5 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (2)</p>

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ (2) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</p>	<p>เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</p>
	<p><u>ตัวอย่างที่ 2</u> น้ำหนักของมังคุดแต่ละเซ่ง คือ 40, 46, 44, 49 และ 43 กิโลกรัม หากพ่อค้านำมังคุดมาเพิ่มอีก 1 เซ่ง ทำให้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักของมังคุดทั้ง 6 เซ่ง เป็น 46 กิโลกรัม จงหาน้ำหนักของมังคุดเซ่งที่ 6</p> <p><u>วิธีทำ</u> กำหนดให้มังคุดเซ่งที่ 6 มีค่าเป็น X กิโลกรัม</p> $\begin{aligned} \text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} &= \frac{\text{ผลรวมของข้อมูลทั้งหมด}}{\text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด}} \\ 46 &= \frac{40 + 46 + 44 + 49 + 43 + X}{6} \\ 46 \cdot 6 &= 222 + X \\ 276 &= 222 + X \\ X &= 276 - 222 \\ X &= 54 \end{aligned}$ <p><u>ตอบ</u> มังคุดเซ่งที่ 6 มีน้ำหนัก 54 กิโลกรัม</p> <p>2. ครูให้นักเรียนเข้ากลุ่ม กลุ่มละ 5 คน ตามที่จัดไว้ โดยคณะกรรมการ เก่ง ปานกลาง และอ่อน และศึกษาเนื้อหาใบความรู้ที่ 8 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (2) และใบกิจกรรมที่ 8 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (2)</p>	



หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ (2) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p>ขั้นสรุป</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยใบงานที่ 5 โดยให้นักเรียนเปลี่ยนกันตรวจ</li> <li>2. ครูให้นักเรียนสรุปความถูกต้องและร่วมชื่นชมนักเรียนที่สามารถทำคะแนนได้สูง ให้กำลังใจกับนักเรียนทำคะแนนได้ไม่ผ่านเกณฑ์ และให้คำอธิบายเพิ่มเติมกับนักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์นอกเวลาเรียน</li> <li>3. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุป การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ดังนี้</li> </ol> $\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} = \frac{\text{ผลรวมของข้อมูลทั้งหมด}}{\text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด}}$	

การวัดผลประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
แก้โจทย์ปัญหาค่าเฉลี่ย เลขคณิตได้	ตรวจ ใบงานที่ 5	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 5	ระดับ 1 แก้โจทย์ปัญหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้ ถูกต้องครบถ้วน 1 ข้อ
การสื่อสารและ การสื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์			ระดับ 2 แก้โจทย์ปัญหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้ ถูกต้องครบถ้วน 2-3 ข้อ
ความสามารถ ในการสื่อสาร			ระดับ 3 แก้โจทย์ปัญหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้ ถูกต้องครบถ้วน 4-5 ข้อ
มีวินัย	ตรวจ ใบงานที่ 5	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 5	ระดับ 4 แก้โจทย์ปัญหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้ ถูกต้องครบถ้วน 6-7 ข้อ
			ระดับ 1 ทำใบงานน้อยกว่า 4 ข้อ ส่งช้ากว่ากำหนด
			ระดับ 2 ทำใบงานน้อยกว่า 4 ข้อ ส่งทันกำหนด
			ระดับ 3 ทำใบงานตั้งแต่ 4 ข้อขึ้นไป แต่ส่งช้ากว่ากำหนด
			ระดับ 4 ทำใบงานตั้งแต่ 4 ข้อขึ้นไป ส่งทันกำหนด

**บันทึกผลหลังการสอน**

**ผลการเรียนรู้**

.....

.....

.....

.....

**ปัญหาและอุปสรรค**

.....

.....

.....

.....

**ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข**

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ .....ผู้สอน  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย**

.....

.....

.....

ลงชื่อ .....ผู้ตรวจ  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ใบความรู้ที่ 4 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (2)**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (2)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** อธิบายความหมายของค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้

**ตัวอย่างที่ 1** จากการสุ่มสอบถามอายุของนักเรียนจำนวน 10 คน ปรากฏว่ามีอายุดังต่อไปนี้  
 15, 17, 14, 16, 15, 13, 14, 15, 17, 18 ปี ตามลำดับ จงหาอายุเฉลี่ยของนักเรียน

**วิธีทำ** ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของอายุนักเรียน = 
$$\frac{\text{ผลรวมอายุของนักเรียนทั้งหมด}}{\text{จำนวนนักเรียนทั้งหมด}}$$

$$= \frac{15 + 17 + 14 + 16 + 15 + 13 + 14 + 15 + 17 + 18}{10}$$

$$= \frac{154}{10}$$

$$= 15.4$$

นั่นคือ นักเรียนมีอายุเฉลี่ย เท่ากับ 15.4 ปี

เนื่องจากข้อมูลข้างบน มีบางคะแนนซ้ำกัน เขียนได้ตามตารางดังนี้

อายุ	13	14	15	16	17	18
ความถี่	1	2	3	1	2	1

ซึ่งอาจหาคำตอบได้อีกวิธีหนึ่ง คือ

$$\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} = \frac{(13 \times 1) + (14 \times 2) + (15 \times 3) + (16 \times 1) + (17 \times 2) + (18 \times 1)}{10}$$

$$= \frac{154}{10}$$

$$= 15.4$$

นั่นคือ นักเรียนมีอายุเฉลี่ย เท่ากับ 15.4 ปี

## ใบงานที่ 5 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (2)

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (2)

รายวิชาคณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

1. ชื่อ .....สกุล..... ชั้น ..... เลขที่.....
2. ชื่อ .....สกุล..... ชั้น ..... เลขที่.....
3. ชื่อ .....สกุล..... ชั้น ..... เลขที่.....
4. ชื่อ .....สกุล..... ชั้น ..... เลขที่.....
5. ชื่อ .....สกุล..... ชั้น ..... เลขที่.....

จุดประสงค์ แก้โจทย์ปัญหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. การใช้จ่ายเงินประจำวันของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง ซึ่งมี 30 คน มีดังนี้ ใช้วันละ 30 บาท มี 5 คน ใช้วันละ 40 บาท มี 17 คน ใช้วันละ 50 บาท มี 6 คน ใช้วันละ 60 บาท มี 2 คน จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต

.....

.....

.....

.....

2. น้ำหนักของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง ซึ่งมี 20 คน มี 52 กิโลกรัม 4 คน มี 48 กิโลกรัม 3 คน มี 60 กิโลกรัม 5 คน มี 56 กิโลกรัม 7 คน และมี 44 กิโลกรัม 1 คน จงหาน้ำหนักเฉลี่ยของนักเรียนกลุ่มนี้

.....

.....

.....

.....

3. จากข้อมูลต่อไปนี้ 5, 1, 2, 3, 3, 4, 2, 2, 4, 3, 5, 1, 5, 5, 5 จงหาค่าเฉลี่ย

.....

.....

.....

.....

.....

**เฉลย**ใบงานที่ 5 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (2)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (2)  
 รายวิชาคณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

1. ชื่อ .....สกุล..... ชั้น ..... เลขที่.....
2. ชื่อ .....สกุล..... ชั้น ..... เลขที่.....
3. ชื่อ .....สกุล..... ชั้น ..... เลขที่.....
4. ชื่อ .....สกุล..... ชั้น ..... เลขที่.....
5. ชื่อ .....สกุล..... ชั้น ..... เลขที่.....

**จุดประสงค์** แก้โจทย์ปัญหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. การใช้จ่ายเงินประจำวันของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง ซึ่งมี 30 คน มีดังนี้ ใช้วันละ 30 บาท มี 5 คน ใช้วันละ 40 บาท มี 17 คน ใช้วันละ 50 บาท มี 6 คน ใช้วันละ 60 บาท มี 2 คน จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต

แทนค่า 
$$= \frac{(30 \times 5) + (40 \times 17) + (50 \times 6) + (60 \times 2)}{30}$$

$$= \frac{150 + 680 + 300 + 120}{30} \approx 41.67$$

∴ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตในการใช้จ่ายเงินประจำวันของนักเรียนกลุ่มนี้  $\approx 41.67$  บาท

2. น้ำหนักของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง ซึ่งมี 20 คน มี 52 กิโลกรัม 4 คน มี 48 กิโลกรัม 3 คน มี 60 กิโลกรัม 5 คน มี 56 กิโลกรัม 7 คน และมี 44 กิโลกรัม 1 คน จงหาน้ำหนักเฉลี่ยของนักเรียนกลุ่มนี้

แทนค่า 
$$= \frac{(52 \times 4) + (48 \times 3) + (60 \times 5) + (56 \times 7) + (44 \times 1)}{20}$$

$$= \frac{208 + 144 + 300 + 392 + 44}{20} = 54.4$$

∴ น้ำหนักเฉลี่ยของนักเรียนกลุ่มนี้ เท่ากับ 54.4 กิโลกรัม

3. จากข้อมูลต่อไปนี้ 5, 1, 2, 3, 3, 4, 2, 2, 4, 3, 5, 1, 5, 5, 5 จงหาค่าเฉลี่ย

แทนค่า 
$$= \frac{(5 \times 5) + (1 \times 2) + (2 \times 3) + (3 \times 3) + (4 \times 2)}{15}$$

$$= \frac{25 + 2 + 6 + 9 + 8}{15} \approx 3.33$$

∴ ค่าเฉลี่ยของข้อมูลนี้  $\approx 3.33$



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6		เวลา 1 ชั่วโมง
เรื่อง มัธยฐาน		ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
รายวิชา คณิตศาสตร์ 4		
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ (2)</p> <p>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p> <p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b> มัธยฐาน (Median)</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b> <b>ด้านความรู้</b> 1. อธิบายความหมายของค่ามัธยฐานได้ 2. หาค่ามัธยฐานได้</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b> การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b> -</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b> ความสามารถในการสื่อสาร</p> <p><b>คุณลักษณะของผู้เรียน</b> มีวินัย</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b> <b>ขั้นนำ</b> 1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ 2. ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาทบทวนเกี่ยวกับการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตโดยครูตั้งคำถามเกี่ยวกับวิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากนั้นครูตั้งคำถามให้นักเรียนร่วมแสดงความคิดเห็นเพื่อเชื่อมโยงสู่เรื่องมัธยฐาน ดังนี้ - นักเรียนคิดว่าการหาค่ากลางของข้อมูลนอกจากค่าเฉลี่ยเลขคณิตยังสามารถใช้ค่าอื่นได้อีกหรือไม่ <b>(ได้ เช่น มัธยฐาน และฐานนิยม หรือตามประสบการณ์ การเรียนรู้ของนักเรียน)</b></p> <p><b>ขั้นสอน</b> 1. ครูใช้การถาม-ตอบประกอบการอธิบายถึงวิธีการหามัธยฐานของข้อมูล ดังนี้     ขั้นที่ 1 เรียงข้อมูลจากมากไปน้อยหรือน้อยไปมาก     ขั้นที่ 2 หาค่าแห่งกึ่งกลาง     ขั้นที่ 3 ค่าที่อยู่ตำแหน่งกึ่งกลางของข้อมูลทั้งหมด เรียกว่า มัธยฐาน 2. ครูยกตัวอย่างที่ 1 และ 2 โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบายดังนี้ <u>ตัวอย่างที่ 1</u> ข้อมูล 17, 15, 20, 14, 16, 17, 19 <u>วิธีทำ</u> ขั้นที่ 1 เรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก 14, 15, 16, 17, 17, 19, 20</p>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b> 1. ห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์ 2. ห้องสมุดโรงเรียน</p> <p><b>สื่อการเรียนรู้</b> ใบความรู้ที่ 5 เรื่อง มัธยฐาน</p> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b> ใบงานที่ 6 เรื่อง มัธยฐาน</p>



หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ (2) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง มัธยฐาน รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p>ขั้นที่ 2 หาดำแหน่งกึ่งกลาง</p> <p>14, 15, 16, 17, 17, 19, 20</p> <p>ขั้นที่ 3 ค่าที่อยู่ตำแหน่งกึ่งกลางของข้อมูล คือ <u>ตอบ</u> มัธยฐาน คือ 17</p> <p><u>ตัวอย่างที่ 2</u> ข้อมูล 27, 24, 29, 24, 26, 25, 23, 30</p> <p><u>วิธีทำ</u> ขั้นที่ 1 เรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก หรือมากไปน้อย 23, 24, 24, 25, 26, 27, 29, 30</p> <p>ขั้นที่ 2 ตำแหน่งกึ่งกลางของข้อมูล คือ ตำแหน่งที่ 4 และ 5</p> <p>ขั้นที่ 3</p> $\text{มัธยฐาน} = \frac{\text{ข้อมูลตำแหน่งที่ 4} + \text{ข้อมูลตำแหน่งที่ 5}}{2}$ <p>ข้อมูลตำแหน่งที่ 4 คือ 25 ตำแหน่งที่ 5 คือ 26</p> $\begin{aligned} \text{มัธยฐาน} &= \frac{25 + 26}{2} \\ &= 25.5 \end{aligned}$ <p><u>ตอบ</u> มัธยฐาน คือ 25.5</p>	

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ (2) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง มัธยฐาน รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p>3. ครูสุ่มนักเรียน จำนวน 5 คน เขียนข้อมูลคนละ 1 ชุด บนกระดาน และสุ่มนักเรียนอีกจำนวน 5 คน เพื่อหาค่ามัธยฐาน จากโจทย์ที่เพื่อนกำหนดไว้ โดยครูและเพื่อน ๆ ร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง</p> <p>4. ครูให้นักเรียนศึกษาใบความรู้ที่ 5 เรื่อง มัธยฐาน</p> <p>5. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 6 เรื่อง มัธยฐาน</p> <p>6. ครูให้นักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบในใบงานและแก้ไขให้ถูกต้อง นักเรียนสามารถแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันได้ โดยนักเรียนที่เรียนเก่ง ให้คำแนะนำ ช่วยเหลือนักเรียนที่เรียนอ่อน และมีความถนัดครูคอยสังเกตการณ์และให้คำแนะนำเพิ่มเติม</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปเกี่ยวกับมัธยฐานโดยเชื่อมโยงจากตัวอย่างและคำตอบ ดังนี้</p> <p>“มัธยฐาน (MEDIAN) คือ ค่าที่มีตำแหน่งกึ่งกลางของข้อมูล เมื่อนำข้อมูลดังกล่าว มาเรียงจากน้อยไปมาก หรือเรียงจากมากไปหาน้อย”</p> <p>2. ครูและนักเรียนสรุปคะแนนจากใบงานที่ 6 เรื่อง มัธยฐาน และร่วมชื่นชมนักเรียนที่สามารถทำคะแนนได้สูง ให้กำลังใจนักเรียนที่ได้คะแนนไม่ผ่านเกณฑ์ และให้คำอธิบายเพิ่มเติมนอกเวลาเรียน</p>	

## การวัดผลประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
อธิบายความหมายของ คำมัธยฐานได้	ตรวจ ใบงานที่ 6	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 6	ระดับ 1 อธิบายความหมายของคำมัธยฐานพร้อม หาค่าได้ถูกต้องครบถ้วน 1 ข้อ
หาค่ามัธยฐานได้			ระดับ 2 อธิบายความหมายของคำมัธยฐานพร้อม หาค่าได้ถูกต้องครบถ้วน 2 ข้อ
การสื่อสารและ การสื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์			ระดับ 3 อธิบายความหมายของคำมัธยฐานพร้อม หาค่าได้ถูกต้องครบถ้วน 3 ข้อ
ความสามารถ ในการสื่อสาร			ระดับ 4 อธิบายความหมายของคำมัธยฐานพร้อม หาค่าได้ถูกต้องครบถ้วน 4 ข้อ
มีวินัย	ตรวจ ใบงานที่ 6	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 6	ระดับ 1 ทำใบงานน้อยกว่า 3 ข้อ ส่งช้ากว่ากำหนด ระดับ 2 ทำใบงานน้อยกว่า 3 ข้อ ส่งทันกำหนด ระดับ 3 ทำใบงานตั้งแต่ 3 ข้อขึ้นไป แต่ส่งช้ากว่ากำหนด ระดับ 4 ทำใบงานตั้งแต่ 3 ข้อขึ้นไป ส่งทันกำหนด

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ .....ผู้สอน  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

.....  
.....  
.....

ลงชื่อ .....ผู้ตรวจ  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ใบความรู้ที่ 5 เรื่อง มัธยฐาน  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง มัธยฐาน  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

- จุดประสงค์**
1. สามารถอธิบายความหมายของค่ามัธยฐาน
  2. สามารถหาค่ามัธยฐานของข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่ได้

**มัธยฐาน (Median)**

มัธยฐาน คือ ค่ากึ่งกลางของข้อมูลชุดนั้น หรือค่าที่อยู่ในตำแหน่งกลางของข้อมูลชุดนั้น ซึ่งแสดงว่ามีข้อมูลจำนวนครึ่งหนึ่งหรือ 50% ของข้อมูลทั้งหมดมีค่าสูงกว่าค่าที่เป็นมัธยฐาน และมีข้อมูลจำนวนอีกครึ่งหนึ่งหรือ 50% ของข้อมูลชุดเดียวกัน มีค่าต่ำกว่าค่าที่เป็นมัธยฐาน

**การหามัธยฐานมี ดังนี้**

1. เรียงลำดับข้อมูลจากค่าน้อยไปค่ามาก หรือจากค่ามากไปค่าน้อย
2. หาค่ามัธยฐานถ้า จำนวนข้อมูล เป็นจำนวนคี่ ค่ามัธยฐานจะอยู่กึ่งกลางพอดี  
 เช่น            2    3    5    7    9    11    12  
 ค่ามัธยฐาน คือ 7
3. หาค่ามัธยฐาน ถ้า จำนวนข้อมูล เป็นจำนวนคู่ โดย ตำแหน่งมัธยฐานจะอยู่กึ่งกลางของคู่กลางของข้อมูล ค่ามัธยฐาน คือ ค่าเฉลี่ยของข้อมูลคู่กลาง  
 เช่น            2    3    5    7    9    11    12    13  
 ค่ามัธยฐานคือ  $\frac{7 + 9}{2} = 8$



ใบงานที่ 6 เรื่อง มัธยฐาน  
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง มัธยฐาน  
รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

จุดประสงค์ สามารถหาค่ามัธยฐานได้  
คำชี้แจง ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงหามัธยฐานของข้อมูลต่อไปนี้ 126, 120, 131, 125, 124, 121, 125, 128, 130, 132, 125, 135

.....  
.....  
.....  
.....

2. จงหามัธยฐานของข้อมูลต่อไปนี้ 12, 12, 13, 15, 14, 11, 15, 18, 13, 15, 13, 14, 16

.....  
.....  
.....  
.....

3. จงหามัธยฐานของข้อมูลต่อไปนี้ 146, 150, 131, 145, 144, 151, 145, 148, 150, 152

.....  
.....  
.....  
.....

4. จงหามัธยฐานของข้อมูลต่อไปนี้ 26, 10, 21, 22, 24, 21, 25, 28, 23, 22, 25, 26, 22

.....  
.....  
.....  
.....

เฉลยใบงานที่ 6 เรื่อง มัธยฐาน  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง มัธยฐาน  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

จุดประสงค์ สามารถหาค่ามัธยฐานได้  
 คำชี้แจง ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้






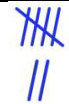





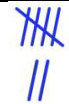





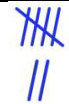
1. จงหามัธยฐานของข้อมูลต่อไปนี้ 126, 120, 131, 125, 124, 121, 125, 128, 130, 132, 125, 135  
 เรียงข้อมูลจากน้อยไปหามากจะได้ 120, 121, 124, 125, 125, 125, 126, 128, 130, 131, 132, 135  
 ค่ามัธยฐานคือ  $\frac{125 + 126}{2} = 125.5$
2. จงหามัธยฐานของข้อมูลต่อไปนี้ 12, 12, 13, 15, 14, 11, 15, 18, 13, 15, 13, 14, 16  
 เรียงข้อมูลจากน้อยไปหามากจะได้ 11, 12, 12, 13, 13, 13, 14, 14, 15, 15, 15, 16, 18  
 ค่ามัธยฐานคือ 14
3. จงหามัธยฐานของข้อมูลต่อไปนี้ 146, 150, 131, 145, 144, 151, 145, 148, 150, 152  
 เรียงข้อมูลจากน้อยไปหามากจะได้ 131, 144, 145, 145, 146, 148, 150, 150, 151, 152  
 ค่ามัธยฐานคือ  $\frac{146 + 148}{2} = 148$
4. จงหามัธยฐานของข้อมูลต่อไปนี้ 26, 10, 21, 22, 24, 21, 25, 28, 23, 22, 25, 26, 22  
 เรียงข้อมูลจากน้อยไปหามากจะได้ 10, 21, 21, 22, 22, 22, 23, 24, 25, 25, 26, 26, 28  
 ค่ามัธยฐานคือ 23





แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7		เวลา 1 ชั่วโมง
เรื่อง ฐานนิยม		ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
รายวิชา คณิตศาสตร์ 4		
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ (2)</p> <p>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p> <p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b> ฐานนิยม (mode)</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b> <b>ด้านความรู้</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>อธิบายความหมายของฐานนิยมได้</li> <li>หาฐานนิยมของข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่ได้</li> </ol> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b> การสื่อสารและการสื่อ ความหมายทางคณิตศาสตร์</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b> -</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b> ความสามารถในการสื่อสาร</p> <p><b>คุณลักษณะของผู้เรียน</b> มีวินัย</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b> <b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาทบทวนเกี่ยวกับค่ากลางของข้อมูลที่นักเรียนเคยเรียนมาและมีประสบการณ์มาแล้ว คือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและมัธยฐาน โดยครูยกตัวอย่างชุดข้อมูลบนกระดานให้นักเรียนร่วมกันหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและมัธยฐานจากชุดข้อมูล ดังนี้</li> </ol> <p style="text-align: center;">2, 5, 7, 8, 12, 15, 16</p> <p>ค่าเฉลี่ยเลขคณิต = <math>\frac{2+5+7+8+12+14+15}{7}</math></p> <p style="text-align: center;">= 9</p> <p>มัธยฐาน = 8</p> <p>จากนั้นครูตั้งคำถามกระตุ้นความคิดนักเรียน ดังนี้ นอกจากค่าเฉลี่ยเลขคณิตและมัธยฐานแล้วมีค่ากลางของข้อมูลอีกหรือไม่ <b>(ตามประสบการณ์ของนักเรียน)</b></p>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์</li> <li>ห้องสมุดโรงเรียน</li> </ol> <p><b>สื่อการเรียนรู้</b> ใบความรู้ที่ 6 เรื่อง ฐานนิยม</p> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b> ใบงานที่ 7 เรื่อง ฐานนิยม</p>

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ (2) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง ฐานนิยม รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</p>	<p>เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</p>																									
	<p><b>ชั้นสอน</b></p> <p>1. ครูให้นักเรียนพิจารณาข้อมูล 2 ชุด แล้วตั้งคำถามกระตุ้นความคิดนักเรียน ดังนี้</p> <p><b>พิจารณาข้อมูลต่อไปนี้</b></p> <p><b>ข้อมูลชุดที่ 1</b> คะแนนสอบวิชาภาษาไทยของนักเรียน 15 คน จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน มีดังนี้</p> <table style="margin-left: 40px;"> <tr> <td>11</td> <td>14</td> <td>13</td> <td>15</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>18</td> <td>19</td> <td>19</td> <td>12</td> <td>15</td> </tr> <tr> <td>16</td> <td>15</td> <td>18</td> <td>13</td> <td>17</td> </tr> </table> <p><b>ข้อมูลชุดที่ 2</b> น้ำหนักของนักเรียน 10 คน หน่วยเป็นกิโลกรัม มีดังนี้</p> <table style="margin-left: 40px;"> <tr> <td>25</td> <td>23</td> <td>26</td> <td>24</td> <td>35</td> <td>36</td> <td>28</td> <td>27</td> <td>29</td> <td>34</td> </tr> </table> <ul style="list-style-type: none"> <li>- จากข้อมูลชุดที่ 1 คะแนนเท่าใดมีความถี่มากที่สุด (15)</li> <li>- จากข้อมูลชุดที่ 1 ข้อมูลที่มีความถี่ของข้อมูลมากที่สุดเรียกว่าอะไร (ฐานนิยม)</li> <li>- จากข้อมูลชุดที่ 2 ข้อมูลใดมีความถี่ของข้อมูลมากที่สุด (ข้อมูลมีความถี่เท่ากันหมด)</li> <li>- จากข้อมูลชุดที่ 2 มีฐานนิยมหรือไม่ (ไม่มีฐานนิยม เพราะข้อมูลมีความถี่เท่ากัน คือ ความถี่เท่ากับ 1)</li> <li>- นักเรียนคิดว่าฐานนิยมของข้อมูลในแต่ละชุดนั้นสามารถมีค่าฐานนิยมได้สูงสุดกี่ค่า (ฐานนิยมของข้อมูลชุดหนึ่งสามารถมีได้ไม่เกิน 2 ค่า หากมากกว่า 2 ค่า แสดงว่าข้อมูลชุดนั้นไม่มีฐานนิยม)</li> </ul> <p>2. ครูยกตัวอย่างการหาฐานนิยมของข้อมูล ให้นักเรียนพิจารณาเพิ่มเติม ดังนี้</p>	11	14	13	15	12	18	19	19	12	15	16	15	18	13	17	25	23	26	24	35	36	28	27	29	34	
11	14	13	15	12																							
18	19	19	12	15																							
16	15	18	13	17																							
25	23	26	24	35	36	28	27	29	34																		

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ (2) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง ฐานนิยม รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2												
	<p>ตัวอย่างที่ 1 จากการสำรวจค่าอาหารกลางวันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/1 จำนวน 43 คน พบว่าผลสำรวจเป็นดังตารางต่อไปนี้</p> <table border="1" data-bbox="629 475 1653 699"> <thead> <tr> <th>20 บาท</th> <th>25 บาท</th> <th>30 บาท</th> <th>35 บาท</th> <th>40 บาท</th> <th>45 บาท</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>  </td> <td>  </td> <td>  </td> <td>  </td> <td>  </td> <td>  </td> </tr> </tbody> </table> <p>จากตารางข้างต้น จะเห็นว่า นักเรียนที่นำค่าอาหารกลางวันมาวันละ 20 บาท มีมากที่สุดเป็นจำนวน 12 คน ในขณะที่นักเรียนที่นำค่าอาหารกลางวันแตกต่างกันวันละ 25 บาท มีจำนวน 6 คน 30 บาท จำนวน 5 คน 35 บาท จำนวน 8 คน 40 บาท จำนวน 5 คน และ 45 บาท จำนวน 7 คน ดังนั้น ค่าอาหารกลางวัน วันละ 20 บาท เป็นฐานนิยม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/1</p> <p>3. ครูกำหนดข้อมูลให้นักเรียนพิจารณา 2 ชุดข้อมูล แล้วให้ผู้แทนนักเรียน 2 คน หาฐานนิยมของข้อมูลจากชุดข้อมูลที่ครูกำหนด พร้อมให้เหตุผลประกอบ โดยครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง</p> <p>พิจารณาข้อมูลความถี่ต่อไปนี้</p> <p>1) 15 20 25 16 23 25 12 22 25 15 12 24 16 17</p> <p><b>ฐานนิยม คือ 25</b></p>	20 บาท	25 บาท	30 บาท	35 บาท	40 บาท	45 บาท							
20 บาท	25 บาท	30 บาท	35 บาท	40 บาท	45 บาท									
														

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ (2) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง ฐานนิยม รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</p>	<p>เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</p>
	<p>2) 156 187 166 165 158 165 166 158 156 156 157 166</p> <p><b>ฐานนิยม คือ 156</b></p> <p>4. นักเรียนศึกษา ใบความรู้ที่ 6 เรื่อง ฐานนิยม ครูให้นักเรียนที่เป็นตัวแทนกลุ่มออกมาจับใบงานที่ 7 เรื่อง ฐานนิยม โดยให้สมาชิกในกลุ่มช่วยกันหาคำตอบจากโจทย์ที่กำหนดให้ทั้ง 2 ข้อ โดยครูเป็นผู้คอยชี้แนะและให้ความช่วยเหลือในการคิดหาคำตอบ</p> <p>5. ครูสุ่มตัวแทนกลุ่มออกมาเฉลยคำตอบและวิธีทำบนกระดาน โดยครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย และสรุปเกี่ยวกับค่าฐานนิยมของข้อมูล ดังนี้ ฐานนิยม คือ ข้อมูลที่มีความถี่สูงสุด โดยทั่วไปบางชุดข้อมูลอาจมีฐานนิยมได้มากกว่าหนึ่งค่า แต่ถ้าชุดข้อมูลชุดใด มีฐานนิยมมากกว่า 2 ค่า แสดงว่าไม่มีฐานนิยมหรือข้อมูลชุดใดที่มีความถี่ของข้อมูลเท่ากันทุกตัว คือ ความถี่เท่ากัน</p> <p>1. ข้อมูลชุดนั้นไม่มีฐานนิยม</p> <p>2. ครูให้นักเรียนสรุปคะแนนจากใบงานที่ 7 เรื่อง ฐานนิยม ของแต่ละคนร่วมกัน และร่วมชื่นชมนักเรียนที่สามารถทำคะแนนได้สูง ให้กำลังใจกับนักเรียนที่ได้คะแนนไม่ผ่านเกณฑ์ และให้คำอธิบายเพิ่มเติมกับนักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์นอกเวลาเรียน</p>	

## การวัดผลประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
อธิบายความหมายของค่าฐานนิยมได้	ตรวจ ใบงานที่ 7	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 7	ระดับ 1 อธิบายความหมายของค่าฐานนิยมพร้อม หาค่าได้ถูกต้องครบถ้วน 1 ข้อ
หาค่าฐานนิยมของข้อมูลที่ ไม่แจกแจงความถี่ได้			ระดับ 2 อธิบายความหมายของค่าฐานนิยมพร้อม หาค่าได้ถูกต้องครบถ้วน 2 ข้อ
การสื่อสารและ การสื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์			ระดับ 3 อธิบายความหมายของค่าฐานนิยมพร้อม หาค่าได้ถูกต้องครบถ้วน 3 ข้อ
ความสามารถ ในการสื่อสาร			ระดับ 4 อธิบายความหมายของค่าฐานนิยมพร้อม หาค่าได้ถูกต้องครบถ้วน 4-5 ข้อ
มีวินัย	ตรวจ ใบงานที่ 7	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 7	ระดับ 1 ทำใบงานน้อยกว่า 3 ข้อ ส่งช้ากว่ากำหนด ระดับ 2 ทำใบงานน้อยกว่า 3 ข้อ ส่งทันกำหนด ระดับ 3 ทำใบงานตั้งแต่ 3 ข้อขึ้นไป แต่ส่งช้ากว่ากำหนด ระดับ 4 ทำใบงานตั้งแต่ 3 ข้อขึ้นไป ส่งทันกำหนด

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ .....ผู้สอน  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

.....  
.....  
.....

ลงชื่อ .....ผู้ตรวจ  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ใบความรู้ที่ 6 เรื่อง ฐานนิยม  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง ฐานนิยม  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

- จุดประสงค์**
1. สามารถอธิบายความหมายของค่าฐานนิยมได้
  2. สามารถหาค่าฐานนิยมของข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่ได้

**ฐานนิยม (Mode)**

**ฐานนิยม** คือ ข้อมูลที่มีความถี่สูงสุด

พิจารณาข้อมูลต่อไปนี้ 22, 20, 22, 23, 25, 28, 23, 25, 27, 23  
 เรียงข้อมูลจากน้อยไปหามาก 20, 22, 22, 23, 23, 23, 25, 25, 28, 27  
 ข้อมูลที่มีความถี่มากที่สุดคือ 23  
 ดังนั้น ฐานนิยม คือ 23

**ตัวอย่าง** จงหาฐานนิยมของข้อมูลต่อไปนี้ 17, 14, 16, 18, 18, 13, 12, 19  
**วิธีทำ** เพื่อให้สะดวกต่อการหาฐานนิยม เรียงข้อมูลจากน้อยไปหามาก จะได้  
 12, 13, 16, 17, 18, 18, 19  
 ข้อมูลที่มีความถี่มากที่สุด คือ 18  
 ดังนั้น ฐานนิยม เท่ากับ 18

**ตัวอย่าง** จงหาฐานนิยมของข้อมูลต่อไปนี้ 26, 20, 31, 25, 24, 21, 25, 28, 30, 32, 25, 35  
**วิธีทำ** เพื่อให้สะดวกต่อการหาฐานนิยม เรียงลำดับจากค่าน้อยไปหามาก จะได้  
 20, 21, 24, 25, 25, 25, 26, 28, 31, 30, 30, 32, 35  
 ข้อมูลที่มีความถี่มากที่สุด คือ 25  
 ดังนั้น ฐานนิยม เท่ากับ 25



ใบงานที่ 7 เรื่อง ฐานนิยม  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง ฐานนิยม  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ชื่อ .....สกุล..... ชั้น ..... เลขที่.....

- จุดประสงค์** 1. สามารถอธิบายความหมายของค่าฐานนิยมได้  
 2. สามารถหาค่าฐานนิยมของข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่ได้

**คำชี้แจง** จงหาฐานนิยมของข้อมูลต่อไปนี้

1. 110 130 130 160 170 200 190

ฐานนิยม คือ.....

2. 250 126 128 203 226 229 225 250

ฐานนิยม คือ .....

3. ความสูงของนักเรียนชุดหนึ่ง เป็นดังนี้

157 156 160 151 175 163 158

ฐานนิยม คือ .....

4. คะแนนชุดหนึ่งมีดังนี้ 5, 14, 6, x, 6, 8, 8, 9, 5, 11, 10 ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตในคะแนนชุดนี้เท่ากับ 8  
 จงหาฐานนิยม

.....

.....

.....

.....

5. สํารวจข้อมูลของนักเรียนจำนวน 10 คน ที่นำเงินมาโรงเรียนในแต่ละวัน ได้ดังนี้

18	20	x	16	17
20	19	15	10	16

ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 17 และมีฐานเท่ากับ 17.5 จงหาฐานนิยม

.....

.....

.....

.....



เฉลยใบงานที่ 7 เรื่อง ฐานนิยม  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง ฐานนิยม  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

- จุดประสงค์** 1. สามารถอธิบายความหมายของค่าฐานนิยมได้  
 2. สามารถหาค่าฐานนิยมของข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่ได้

**คำชี้แจง** จงหาฐานนิยมของข้อมูลต่อไปนี้

1. ข้อมูล 110 130 130 160 170 200 190

ฐานนิยม คือ.....130.....

2. ข้อมูล 250 126 128 203 226 229 225 250

ฐานนิยม คือ .....250.....

3. ความสูงของนักเรียนชุดหนึ่ง ดังนี้

157 156 160 151 175 163 158

ฐานนิยม คือ .....ข้อมูลชุดนี้ไม่มีฐานนิยม.....

4. คะแนนชุดหนึ่งมีดังนี้ 5, 14, 6, x, 6, 8, 8, 9, 5, 11, 10 ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตในคะแนนชุดนี้เท่ากับ 8 จงหาค่าฐานนิยม

$$\begin{aligned} \text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} &= \frac{\text{ผลรวมของข้อมูลทั้งหมด}}{\text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด}} \\ \text{จะได้} \quad 8 &= \frac{5+14+6+x+6+8+8+9+5+11+10}{11} \end{aligned}$$

$$8 = \frac{82+x}{11}$$

$$x = 6$$

ดังนั้น ฐานนิยมคือ 6

5. สำนวณข้อมูลของนักเรียน จำนวน 10 คน ที่นำเงินมาโรงเรียนในแต่ละวัน ได้ดังนี้

18 20 x 16 17

20 19 15 10 16

ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 17 และมีฐานเท่ากับ 17.5 จงหาฐานนิยม

$$\begin{aligned} \text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} &= \frac{\text{ผลรวมของข้อมูลทั้งหมด}}{\text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด}} \\ \text{จะได้} \quad 17 &= \frac{18+20+x+16+17+20+19+15+10+16}{10} \end{aligned}$$

$$17 = \frac{151+x}{10}$$

$$x = 19$$

ดังนั้น ข้อนี้ไม่มีฐานนิยม เพราะฐานนิยมของข้อมูลชุดหนึ่งสามารถมีได้ไม่เกิน 2 ค่า



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 เรื่อง แผนภาพจุด (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4		เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ (2) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p> <p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b> แผนภาพจุด</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b> <b>ด้านความรู้</b> อ่าน แปลความหมายและหาค่ากลางของข้อมูลที่เขียนในรูปแบบแผนภาพจุดได้</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b> การสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b> -</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b> ความสามารถในการสื่อสาร</p> <p><b>คุณลักษณะของผู้เรียน</b> มีวินัย</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b> <b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้</li> <li>ครูทบทวนความรู้เดิมเกี่ยวกับแผนภาพจุดและค่ากลางของข้อมูลที่เรียนผ่านมา</li> </ol> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแบ่งกลุ่มนักเรียน กลุ่มละ 4-5 คน ประกอบด้วยนักเรียนเก่ง ปานกลาง และอ่อน</li> <li>ครูแจกใบความรู้ที่ 7 เรื่อง แผนภาพจุด (2) ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันศึกษาเกี่ยวกับการหาค่ากลางของแผนภาพจุด</li> <li>จากการศึกษาใบความรู้ที่ 7 ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับการหาค่ากลางของแผนภาพจุด โดยครูกระตุ้นนักเรียนโดยใช้การถามตอบ ดังนี้ <ul style="list-style-type: none"> <li>- ค่ากลางของข้อมูลที่หาได้จากแผนภาพจุดประกอบด้วยอะไรบ้าง <ol style="list-style-type: none"> <li>(1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Arithmetic mean)</li> <li>2. มัธยฐาน (Median)</li> <li>3. ฐานนิยม (Mode))</li> </ol> </li> <li>- ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Arithmetic mean) คืออะไร (ค่าเฉลี่ยเลขคณิต หรือเรียกสั้นๆ ว่า ค่าเฉลี่ย (mean) คือ จำนวนที่ได้จากการหารผลบวกของข้อมูลทั้งหมดด้วยจำนวนข้อมูล)</li> <li>- มัธยฐานคืออะไร (ค่ากึ่งกลางของข้อมูลชุดนั้นหรือค่าที่อยู่ในตำแหน่งกลางของข้อมูล)</li> <li>- ฐานนิยมคืออะไร (ข้อมูลที่มีความถี่สูงสุดในข้อมูลชุดนั้น)</li> </ul> </li> </ol> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาที่เรียน</li> <li>ให้นักเรียนทำใบงานที่ 8 เรื่อง แผนภาพจุด (2)</li> </ol>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์</li> <li>ห้องสมุดโรงเรียน</li> </ol> <p><b>สื่อการเรียนรู้</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ใบความรู้ที่ 7 เรื่อง แผนภาพจุด (2)</li> <li>ใบงานที่ 8 เรื่อง แผนภาพจุด (2)</li> </ol> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b> ใบงานที่ 8 เรื่อง แผนภาพจุด (2)</p>

การวัดผลประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
1. อ่าน แปลความหมาย และหาค่ากลางของ ข้อมูลที่เขียนในรูป แผนภาพจุดได้	ตรวจ ใบงานที่ 8	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 8	ระดับ 1 อ่าน แปลความหมายของแผนภาพจุดได้ ถูกต้องครบถ้วน 1 ข้อ
2. การสื่อสารและ การสื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์			ระดับ 2 อ่าน แปลความหมายของแผนภาพจุดได้ ถูกต้องครบถ้วน 2 ข้อ
3. ความสามารถ ในการสื่อสาร			ระดับ 3 อ่าน แปลความหมายของแผนภาพจุดได้ ถูกต้องครบถ้วน 3 ข้อ
4. มีวินัย	ตรวจ ใบงานที่ 8	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 8	ระดับ 4 อ่าน แปลความหมายของแผนภาพจุดได้ ถูกต้องครบถ้วน 4-5 ข้อ
			ระดับ 1 ส่งงานช้ากว่ากำหนด มีข้อผิดพลาด หรือไม่ครบถ้วน
			ระดับ 2 ส่งงานช้ากว่ากำหนด แต่ถูกต้อง ครบถ้วน
			ระดับ 3 ส่งงานในระยะเวลาที่กำหนด มี ข้อผิดพลาด หรือไม่ครบถ้วน
			ระดับ 4 ส่งงานในระยะเวลาที่กำหนด ถูกต้อง ครบถ้วน

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

**ปัญหาและอุปสรรค**

.....

.....

.....

.....

**ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข**

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ .....ผู้สอน  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย**

.....

.....

.....

ลงชื่อ .....ผู้ตรวจ  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ใบความรู้ที่ 7 เรื่อง แผนภาพจุด (2)  
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 เรื่อง แผนภาพจุด (2)  
รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

จุดประสงค์ อ่าน แปลความหมายและหาค่ากลางของข้อมูลที่เขียนในรูปแผนภาพจุดได้

### ค่ากลางของข้อมูล

การหาค่ากลางของข้อมูล ที่เป็นตัวแทนของข้อมูลทั้งหมด เพื่อความสะดวกในการสรุปเรื่องราวเกี่ยวกับข้อมูลนั้น ๆ จะช่วยทำให้เกิดการวิเคราะห์ข้อมูลถูกต้องดีขึ้น การหาค่ากลางของข้อมูลมีวิธีหาหลายวิธี แต่ละวิธีมีข้อดีและข้อเสีย และมีความเหมาะสมในการนำไปใช้ไม่เหมือนกัน ขึ้นอยู่กับลักษณะข้อมูลและวัตถุประสงค์ของผู้ใช้ข้อมูลนั้น ๆ

ค่ากลางของข้อมูลที่ใช้โดยทั่ว ๆ ไป ได้แก่

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Arithmetic mean)
2. มัธยฐาน (Median)
3. ฐานนิยม (Mode)

#### ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Arithmetic mean)

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต หรือเรียกสั้น ๆ ว่า ค่าเฉลี่ย (mean) คือ จำนวนที่ได้จากการหารผลบวกของข้อมูลทั้งหมดด้วยจำนวนข้อมูล

วิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต

สามารถหาได้ ดังนี้

1. นำผลบวกทุกตัวมาบวกกัน
2. นำผลบวกในข้อ 1 มาหารด้วยจำนวนข้อมูลทั้งหมด
3. ผลที่ได้จากข้อ 2 เรียกว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

$$\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} = \frac{\text{ผลรวมของจำนวนข้อมูลทั้งหมด}}{\text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด}}$$

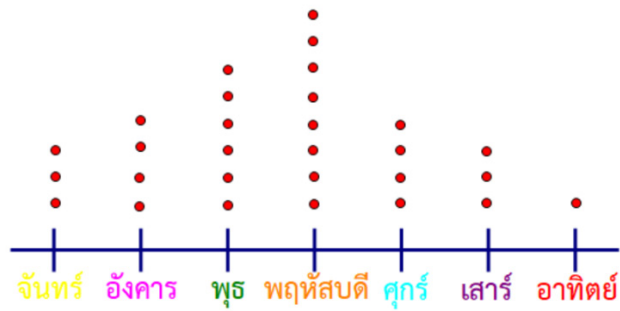
มัธยฐาน คือ ค่ากึ่งกลางของข้อมูลชุดนั้น หรือค่าที่อยู่ในตำแหน่งกลางของข้อมูล

ฐานนิยม คือ ข้อมูลที่มีความถี่สูงสุดในข้อมูลชุดนั้น

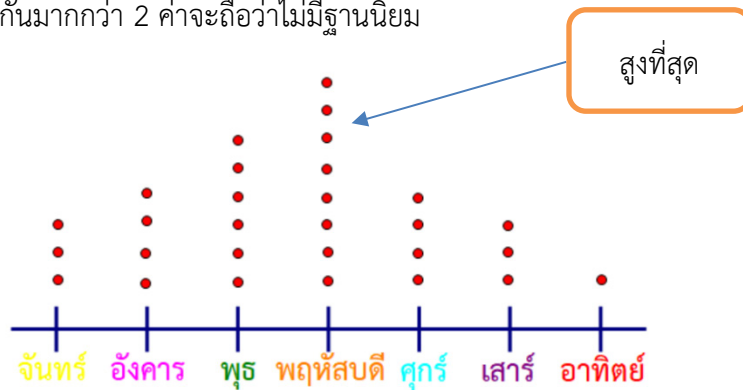


## ตัวอย่างที่ 1

จากแผนภาพจุดแสดงวันเกิดของนักเรียนในห้อง จงหาฐานนิยมของวันเกิดดังกล่าว



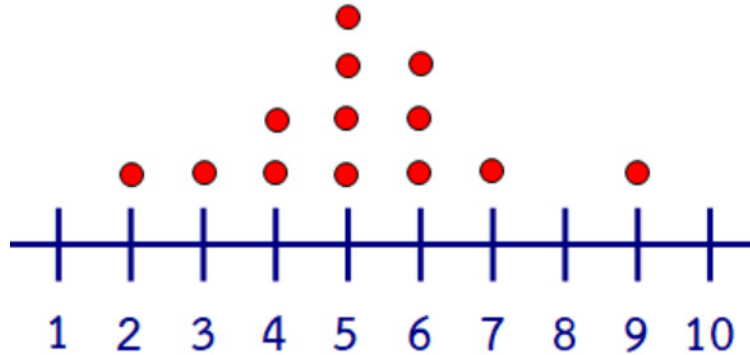
**วิธีทำ** เนื่องจากข้อมูลแสดงวันเกิดของนักเรียนในห้องเรียนเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ ค่ากลางของข้อมูลที่จะสามารถหาได้มีเพียง “ฐานนิยม” เท่านั้น ซึ่งการหาฐานนิยมหาได้จากการดูว่าแถบข้อมูลแถบไหนที่มีความสูงมากที่สุด แถบข้อมูลนั้นก็คือ ฐานนิยม แต่ถ้ามีแถบของข้อมูลที่สูงเท่ากันก็ถือว่าเป็นฐานนิยมเหมือนกัน แต่ฐานนิยมมีได้ไม่เกิน 2 ค่า ถ้าเท่ากันมากกว่า 2 ค่าจะถือว่าไม่มีฐานนิยม



จากแผนภาพจุดในตัวอย่างจะเห็นว่าวันพฤหัสบดีมีจุดของข้อมูลสูงที่สุด ดังนั้นฐานนิยมของแผนภาพจุดดังกล่าวคือ วันพฤหัสบดี

**ตัวอย่างที่ 2**

คะแนนสอบรายวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 คะแนนเต็ม 10 คะแนน จำนวน 13 คน เขียนเป็นแผนภาพจุดได้ดังรูป อ่าน แปลความหมายและตอบคำถามดังต่อไปนี้



1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบ
2. มัธยฐานของคะแนนสอบ
3. รฐานนิยมของคะแนนสอบ
4. พิสัยของคะแนนสอบ

**วิธีทำ** 1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบ

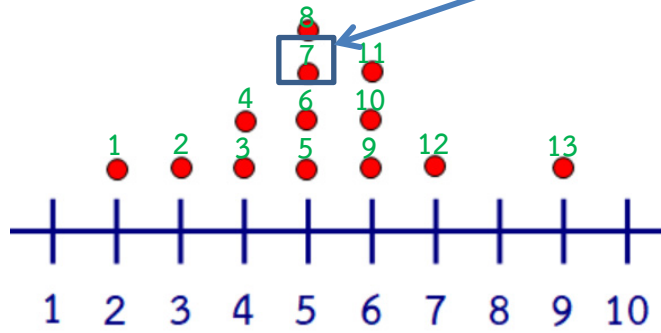
$$\begin{aligned}
 \text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} &= \frac{\text{ผลรวมของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งหมด}}{\text{จำนวนนักเรียนทั้งหมด}} \\
 &= \frac{2+3+4+4+5+5+5+5+6+6+6+7+9}{13} \\
 &= \frac{67}{13} \\
 &= 5.15
 \end{aligned}$$

นั่นคือ ค่าเฉลี่ยคะแนนสอบรายวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน 13 คน เท่ากับ 5.15



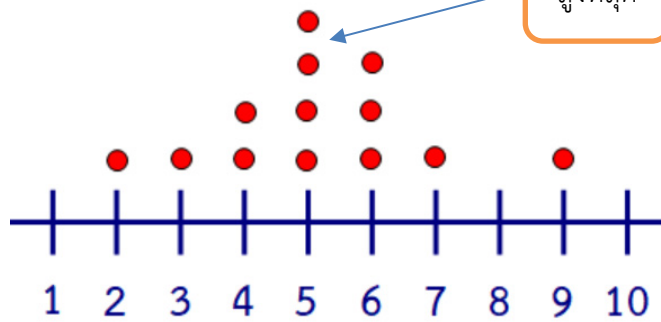
2. มัธยฐานของคะแนนสอบ

$$\text{ตำแหน่งของมัธยฐาน} = \frac{N + 1}{2} = \frac{13 + 1}{2} = \frac{14}{2} = 7$$



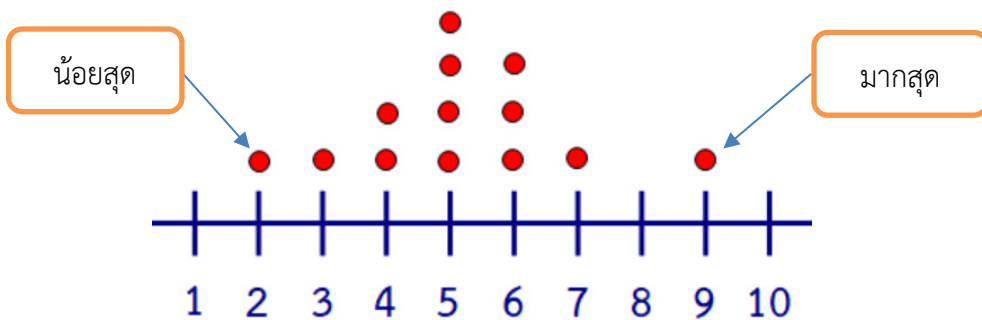
จากแผนภาพจุด ตำแหน่งที่ 7 ตรงกับแถบข้อมูล 5  
 ดังนั้น มัธยฐานของคะแนนสอบ เท่ากับ 5

3. ฐานนิยมของคะแนนสอบ



จากแผนภาพจุด ข้อมูลที่มีความสูงมากที่สุด คือข้อมูลในแถบ 5  
 ดังนั้น ฐานนิยม เท่ากับ 5

4. พิสัยของคะแนนสอบ

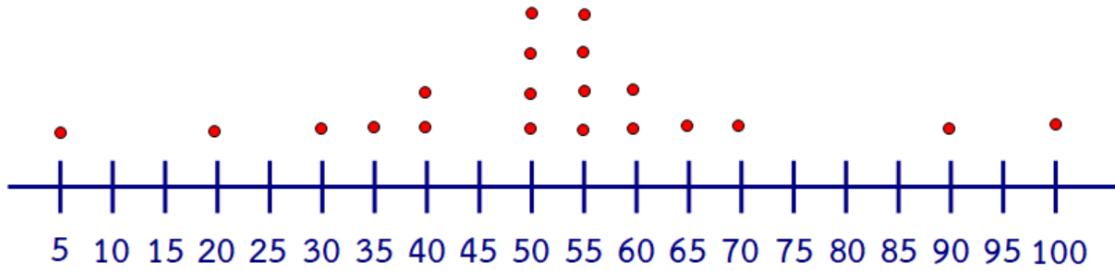


$$\begin{aligned} \text{พิสัย} &= \text{คะแนนมากที่สุด} - \text{คะแนนน้อยสุด} \\ &= 9 - 2 = 7 \end{aligned}$$

ดังนั้น พิสัยของคะแนนสอบเท่ากับ 7

**ตัวอย่างที่ 3**

จำนวนเงินที่นักเรียนได้รับมาโรงเรียนในแต่ละวันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 20 คน เขียนเป็นแผนภาพจุดได้ดังรูป อ่าน แปลความหมายและตอบคำถามดังต่อไปนี้



1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของจำนวนเงิน
2. มัธยฐานของจำนวนเงิน
3. ฐานนิยมของจำนวนเงิน
4. พิสัยของจำนวนเงิน

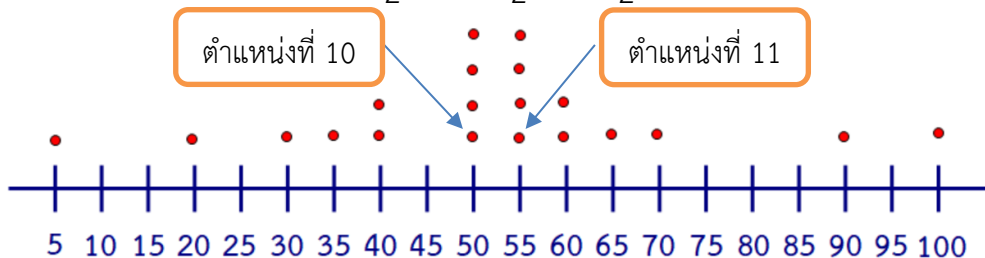
**วิธีทำ** 1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของจำนวนเงิน

$$\begin{aligned} \text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} &= \frac{\text{ผลรวมของจำนวนเงินที่นักเรียนได้รับทั้งหมด}}{\text{จำนวนนักเรียนทั้งหมด}} \\ &= \frac{5+20+30+35+40+40+50+50+50+50+55+55+55+55+60+60+65+70+90+100}{20} \\ &= \frac{1,035}{20} \\ &= 51.75 \end{aligned}$$

นั่นคือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของจำนวนเงินที่นักเรียนได้รับแต่ละวัน จำนวน 20 คน เท่ากับ 51.75 บาท

2. มัธยฐานของจำนวนเงิน

$$\text{ตำแหน่งของมัธยฐาน} = \frac{N + 1}{2} = \frac{20 + 1}{2} = \frac{21}{2} = 10.5$$

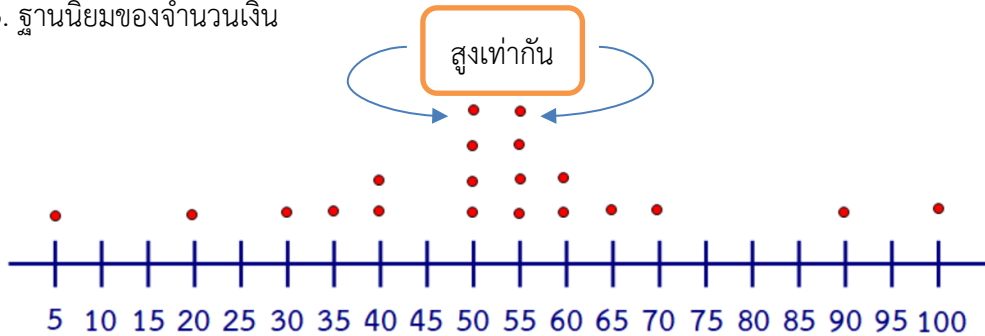


จากแผนภาพจุด มัธยฐานอยู่ตำแหน่งที่ 10.5 ซึ่งอยู่กึ่งกลางระหว่างตำแหน่งที่ 10 และ 11  
ตำแหน่งที่ 10 ตรงกับข้อมูลคือ 50

ตำแหน่งที่ 11 ตรงกับข้อมูลคือ 55

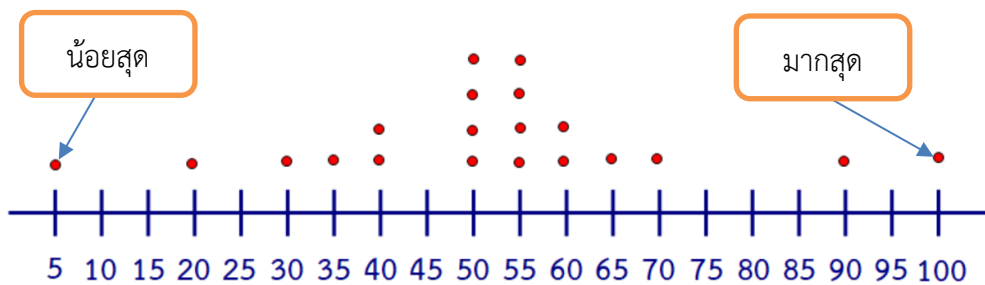
$$\text{มัธยฐานของจำนวนเงิน คือ } \frac{50 + 55}{2} = \frac{105}{2} = 52.5$$

### 3. ฐานนิยมของจำนวนเงิน



จากแผนภาพจุด พบว่าแถบที่ 50 และ 55 สูงที่สุดและมีความสูงเท่ากัน  
ดังนั้น ฐานนิยม เท่ากับ 50 และ 55

### 4. พิสัยของจำนวนเงิน



$$\begin{aligned} \text{พิสัย} &= \text{จำนวนเงินมากที่สุด} - \text{จำนวนเงินน้อยสุด} \\ &= 100 - 5 = 95 \end{aligned}$$

ดังนั้น พิสัยของจำนวนเงินเท่ากับ 95

**ใบงานที่ 8 เรื่อง แผนภาพจุด (2)**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 เรื่อง แผนภาพจุด (2)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น ม.2/..... เลขที่.....  
**จุดประสงค์** อ่าน แปลความหมายและหาค่ากลางของข้อมูลที่เขียนในรูปแผนภาพจุดได้  
**คำชี้แจง** ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่าง

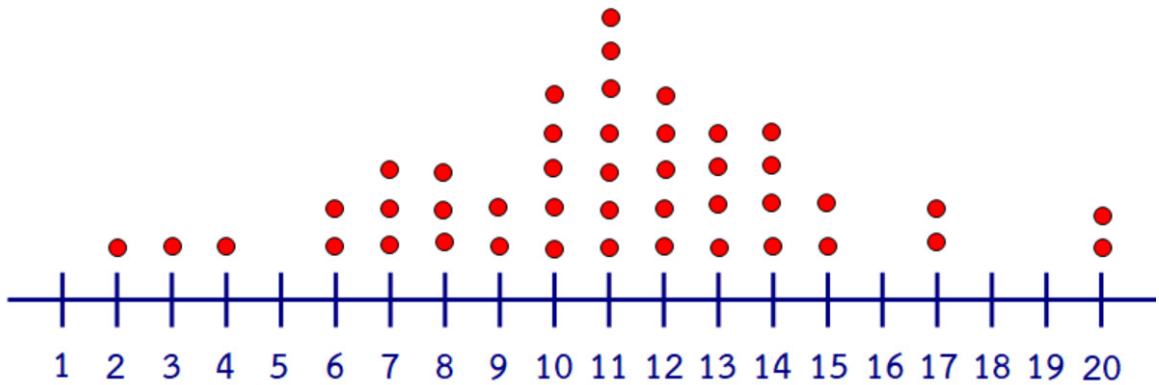
1) แผนภาพจุดแสดงเดือนเกิดของนักเรียนในห้อง

เดือน	จำนวนนักเรียน
มกราคม	1
กุมภาพันธ์	2
มีนาคม	0
เมษายน	3
พฤษภาคม	4
มิถุนายน	4
กรกฎาคม	8
สิงหาคม	4
กันยายน	2
ตุลาคม	2
พฤศจิกายน	1
ธันวาคม	2

จงตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) จำนวนนักเรียนทั้งหมดมีกี่คน  
.....
- 2) เดือนใดที่มีนักเรียนเกิดมากที่สุด  
.....
- 3) เดือนที่มีนักเรียนเกิดมากที่สุด มีจำนวนนักเรียนกี่คน  
.....
- 4) เดือนใดที่ไม่มีนักเรียนเกิดเลย  
.....

2) แผนภาพจุดแสดงคะแนนสอบรายวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่ง คะแนนเต็ม 20 คะแนน



1) จำนวนนักเรียนทั้งหมดมีกี่คน

.....

2) คะแนนสูงสุดในการสอบครั้งนี้เท่ากับเท่าใด

.....

3) คะแนนใดที่มีจำนวนนักเรียนสอบได้มากที่สุด และสอบได้ที่คน

.....

4) นักเรียนที่สอบได้คะแนนในตำแหน่งตรงกลางของนักเรียนทั้งหมดสอบได้ที่คะแนน

.....

5) ถ้าถือเกณฑ์ตัดสินว่าผู้ที่สอบผ่านจะต้องได้คะแนน 10 คะแนนขึ้นไป แล้วมีผู้ที่สอบผ่านคิดเป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของจำนวนนักเรียนที่สอบทั้งหมด

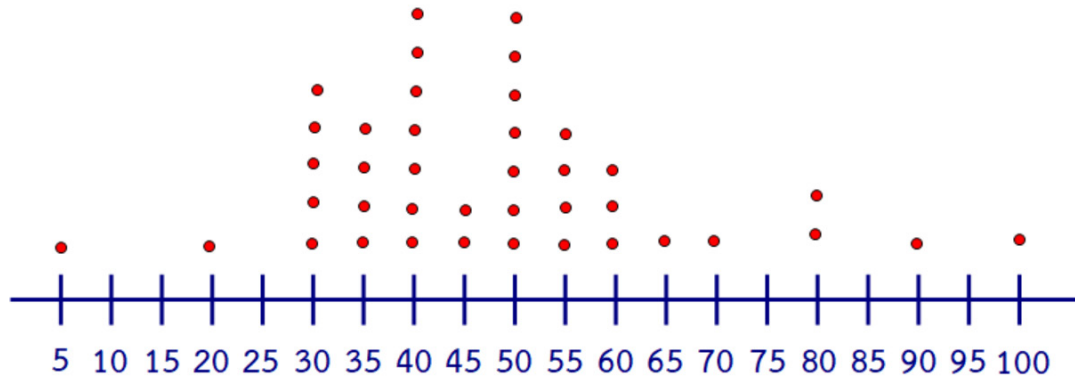
.....

6) ค่าเฉลี่ยคะแนนสอบของนักเรียนทั้งหมดได้ที่คะแนน

.....



3) แผนภาพจุดแสดงจำนวนเงินของนักเรียนห้องหนึ่งที่ได้รับไปโรงเรียนในแต่ละวัน



1) จำนวนนักเรียนทั้งหมดมีกี่คน

.....

.....

2) จำนวนเงินสูงสุดที่ได้รับไปโรงเรียนครั้งนี้เท่ากับเท่าใด

.....

.....

3) จำนวนเงินสูงสุดกับจำนวนเงินต่ำสุดที่ได้รับไปโรงเรียนครั้งนี้ค่าต่างกันเท่าใด

.....

.....

4) นักเรียนได้รับเงินไปโรงเรียนในตำแหน่งตรงกลางของนักเรียนทั้งหมดได้เงินกี่บาท

.....

.....

5) จำนวนเงินใดที่มีจำนวนนักเรียนได้รับมาโรงเรียนมากที่สุด และได้รับมากที่สุดคน

.....

.....

6) ค่าเฉลี่ยของจำนวนเงินที่ได้รับไปโรงเรียนของนักเรียนทั้งหมดได้เงินกี่บาท

.....

.....



4) คะแนนสอบของนักเรียนห้องหนึ่ง คะแนนเต็ม 100 มีคะแนนสอบดังนี้

78	70	77	77	71	71	72	73	74	74
75	75	75	77	77	77	78	78	78	78
80	81	84	85	86	86	95	96	96	99

ให้นักเรียนเขียนแผนภาพจุดแทนข้อมูลและตอบคำถามต่อไปนี้



1) จำนวนนักเรียนทั้งหมดมีกี่คน

.....

.....

2) คะแนนสูงสุดในการสอบครั้งนี้เท่ากับเท่าใด

.....

.....

3) คะแนนใดที่มีจำนวนนักเรียนสอบได้มากที่สุดและสอบได้กี่คน

.....

.....

4) นักเรียนที่สอบได้คะแนนในตำแหน่งตรงกลางของนักเรียนทั้งหมดสอบได้ที่คะแนน

.....

.....

5) คะแนนสอบสูงสุดและต่ำสุดครั้งนี้ต่างกันกี่คะแนน

.....

.....

6) ค่าเฉลี่ยคะแนนสอบของนักเรียนทั้งหมดได้ที่คะแนน

.....

.....



5) คะแนนสอบของนักเรียนห้องหนึ่ง คะแนนเต็ม 40 มีคะแนนสอบดังนี้

25 25 15 17 21 30 34 27 29 40  
 36 36 36 26 34 23 32 28 35 29  
 34 33 37 33 24 35 29 29 28 37  
 34 33 29 35 26 35 26 36 36 39

ให้นักเรียนเขียนแผนภาพจุดแทนข้อมูลและตอบคำถามต่อไปนี้



1) จำนวนนักเรียนทั้งหมดมีกี่คน

.....  
 .....

2) คะแนนสูงสุดในการสอบครั้งนี้เท่ากับเท่าใด

.....  
 .....

3) คะแนนใดที่มีจำนวนนักเรียนสอบได้มากที่สุดและสอบได้กี่คน

.....  
 .....

4) นักเรียนที่สอบได้คะแนนในตำแหน่งตรงกลางของนักเรียนทั้งหมดสอบได้กี่คะแนน

.....  
 .....

5) คะแนนสอบสูงสุดและต่ำสุดครั้งนี้ต่างกันกี่คะแนน

.....  
 .....

6) ค่าเฉลี่ยคะแนนสอบของนักเรียนทั้งหมดได้กี่คะแนน

.....  
 .....





**เฉลย** ใบงานที่ 8 เรื่อง แผนภาพจุด (2)

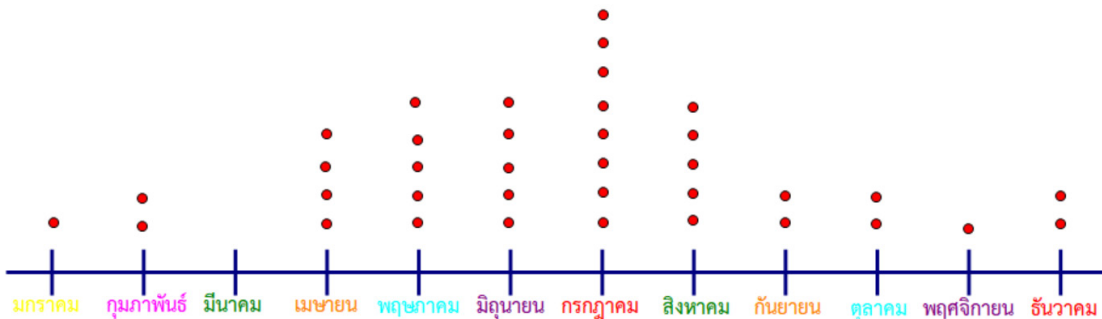
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 เรื่อง แผนภาพจุด (2)  
รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น ม.2/..... เลขที่.....

จุดประสงค์ อ่าน แปลความหมายและหาค่ากลางของข้อมูลที่เขียนในรูปแผนภาพจุดได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่าง

1) แผนภาพจุดแสดงเดือนเกิดของนักเรียนในห้อง



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) จำนวนนักเรียนทั้งหมดมีกี่คน

..... 37 คน .....

2) เดือนใดที่มีนักเรียนเกิดมากที่สุด

..... กรกฎาคม .....

3) เดือนที่มีนักเรียนเกิดมากที่สุด มีจำนวนนักเรียนกี่คน

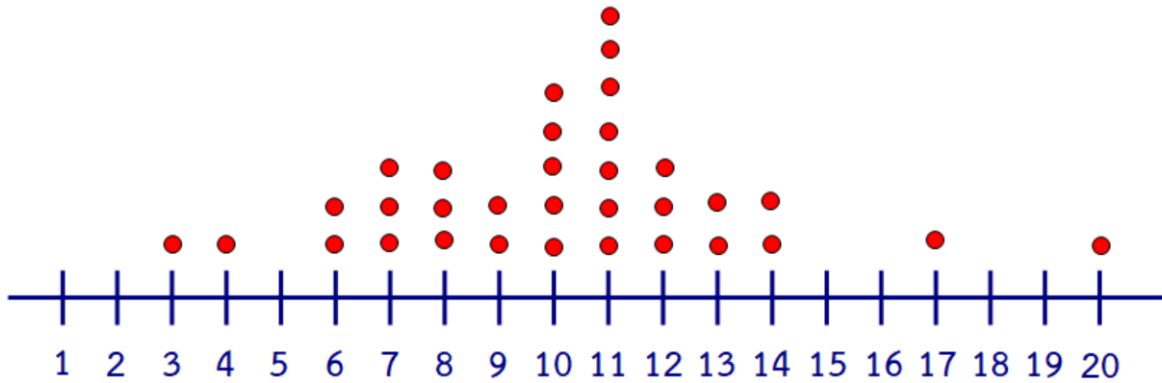
..... 8 คน .....

4) เดือนใดที่ไม่มีนักเรียนเกิดเลย

..... มีนาคม .....



2) แผนภาพจุดแสดงคะแนนสอบรายวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่ง คะแนนเต็ม 20 คะแนน



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) จำนวนนักเรียนทั้งหมดมีกี่คน

..... 33 คน .....

2) คะแนนสูงสุดในการสอบครั้งนี้เท่ากับเท่าใด

..... 20 คะแนน .....

3) คะแนนใดที่มีจำนวนนักเรียนสอบได้มากที่สุดและสอบได้ที่คน

..... 11 คะแนน สอบได้จำนวน 7 คน .....

4) นักเรียนที่สอบได้คะแนนในตำแหน่งตรงกลางของนักเรียนทั้งหมดสอบได้ที่คะแนน

..... 10 คะแนน .....

5) ถ้าถือเกณฑ์ตัดสินว่าผู้ที่สอบผ่านจะต้องได้คะแนน 10 คะแนนขึ้นไป แล้วมีผู้ที่สอบผ่านคิดเป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของจำนวนนักเรียนที่สอบทั้งหมด

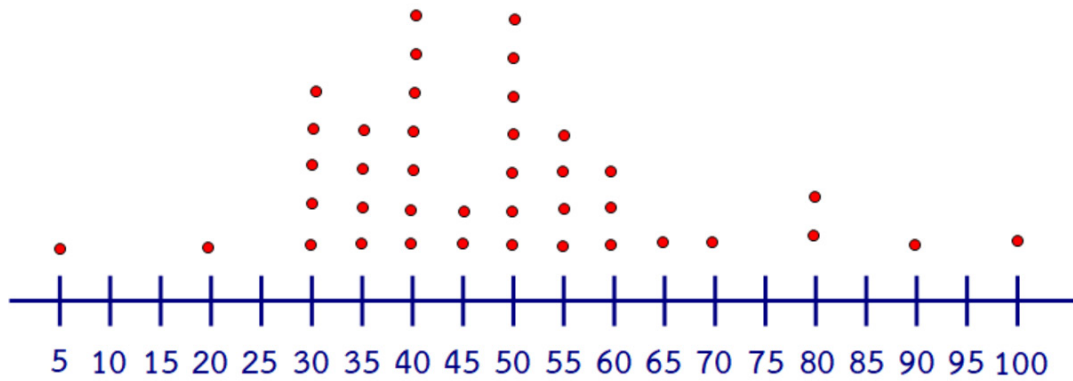
..... 63.64 % .....

6) ค่าเฉลี่ยคะแนนสอบของนักเรียนทั้งหมดได้ที่คะแนน

..... 10.18 คะแนน .....



3) แผนภาพจุดแสดงจำนวนเงินของนักเรียนห้องหนึ่งที่ได้รับไปโรงเรียนในแต่ละวัน



1) จำนวนนักเรียนทั้งหมดมีกี่คน

40 คน

2) จำนวนเงินสูงสุดที่ได้รับไปโรงเรียนครั้งนี้เท่ากับเท่าใด

100 บาท

3) จำนวนเงินสูงสุดกับจำนวนเงินต่ำสุดที่ได้รับไปโรงเรียนครั้งนี้ต่างกันเท่าใด

95 บาท

4) นักเรียนได้รับเงินไปโรงเรียนในตำแหน่งตรงกลางของนักเรียนทั้งหมดได้เงินกี่บาท

47.5 บาท

5) จำนวนเงินใดที่มีจำนวนนักเรียนได้รับมาโรงเรียนมากที่สุดและได้รับมากที่สุดคน

40 และ 50 จำนวน ๗ และ 7 คน

6) ค่าเฉลี่ยของจำนวนเงินที่ได้รับไปโรงเรียนของนักเรียนทั้งหมดได้เงินกี่บาท

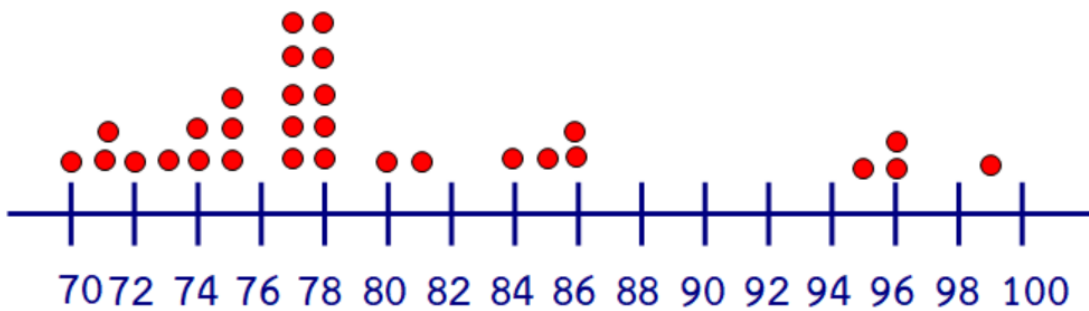
48 บาท



4) คะแนนสอบของนักเรียนห้องหนึ่ง คะแนนเต็ม 100 มีคะแนนสอบดังนี้

78	70	77	77	71	71	72	73	74	74
75	75	75	77	77	77	78	78	78	78
80	81	84	85	86	86	95	96	96	99

ให้นักเรียนเขียนแผนภาพจุดแทนข้อมูลและตอบคำถามต่อไปนี้



1) จำนวนนักเรียนทั้งหมดมีกี่คน

30 คน

2) คะแนนสูงสุดในการสอบครั้งนี้เท่ากับเท่าใด

99 คะแนน

3) คะแนนใดที่มีจำนวนนักเรียนสอบได้มากที่สุดและสอบได้ที่คน

77 และ 78 สอบได้อย่างละ 5 คน

4) นักเรียนที่สอบได้คะแนนในตำแหน่งตรงกลางของนักเรียนทั้งหมดสอบได้ที่คะแนน

77.5 คะแนน

5) คะแนนสอบสูงสุดและต่ำสุดครั้งนี้ต่างกันกี่คะแนน

29 คะแนน

6) ค่าเฉลี่ยคะแนนสอบของนักเรียนทั้งหมดได้ที่คะแนน

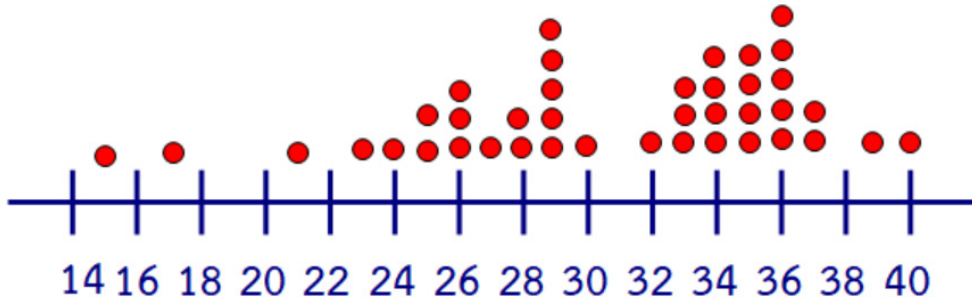
76.9 คะแนน



5) คะแนนสอบของนักเรียนห้องหนึ่ง คะแนนเต็ม 40 มีคะแนนสอบดังนี้

25 25 15 17 21 30 34 27 29 40  
 36 36 36 26 34 23 32 28 35 29  
 34 33 37 33 24 35 29 29 28 37  
 34 33 29 35 26 35 26 36 36 39

ให้นักเรียนเขียนแผนภาพจุดแทนข้อมูลและตอบคำถามต่อไปนี้



40 คน

2) คะแนนสูงสุดในการสอบครั้งนี้เท่ากับเท่าใด

40 คะแนน

3) คะแนนใดที่มีจำนวนนักเรียนสอบได้มากที่สุดและสอบได้ที่คน

29 และ 36 สอบได้อย่างละ 5 คน

4) นักเรียนที่สอบได้คะแนนในตำแหน่งตรงกลางของนักเรียนทั้งหมดสอบได้ที่คะแนน

32.5 คะแนน

5) คะแนนสอบสูงสุดและต่ำสุดครั้งนี้ต่างกันกี่คะแนน

25 คะแนน

6) ค่าเฉลี่ยคะแนนสอบของนักเรียนทั้งหมดได้ที่คะแนน

30.65 คะแนน





หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ (2) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 เรื่อง แผนภาพต้น-ใบ (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2														
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b> การอ่านและแปลความหมายของแผนภาพต้น-ใบ</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้ด้านความรู้</b> อ่านและแปลความหมายของแผนภาพต้น-ใบที่กำหนดให้ได้</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b> การสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b> -</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b> ความสามารถในการสื่อสาร</p> <p><b>คุณลักษณะของผู้เรียน</b> มีวินัย</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้</li> <li>ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เดิมเกี่ยวกับแผนภาพต้น-ใบที่เรียนในชั่วโมงที่ผ่านมา</li> </ol> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแบ่งกลุ่มนักเรียน กลุ่มละ 4-5 คน โดยละความสามารถเก่ง ปานกลาง และอ่อน</li> <li>ครูยกตัวอย่าง โดยใช้การถาม-ตอบ ประกอบการอธิบาย ดังนี้</li> </ol> <p><b>ตัวอย่าง 1</b> แผนภาพต้น-ใบที่กำหนดให้แสดงค่าประมาณความสูงของเสาธงโรงเรียนของนักเรียน 20 คน โดยที่ 5   2 แทนความสูง 5.2 เมตร</p> <table border="1" data-bbox="712 815 1182 1150"> <thead> <tr> <th>ต้น</th> <th>ใบ</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>5</td> <td>2 5 5 5 8</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>1 2 3</td> </tr> <tr> <td>7</td> <td>0 4 9</td> </tr> <tr> <td>8</td> <td>2 5 7</td> </tr> <tr> <td>9</td> <td>1 3 3 9</td> </tr> <tr> <td>10</td> <td>0 4</td> </tr> </tbody> </table> <ol style="list-style-type: none"> <li>มีนักเรียนทั้งหมดกี่คนที่ทำการประมาณ (20 คน)</li> <li>ค่าประมาณความสูงของเสาธงที่ต่ำที่สุด มีค่าประมาณเท่าไร (5.2 เมตร)</li> <li>ค่าประมาณความสูงของเสาธงที่สูงที่สุด มีค่าประมาณเท่าไร (10.4 เมตร)</li> <li>ถ้าเสาธงสูงจริง 7 เมตร มีนักเรียนร้อยละเท่าใดที่ประมาณไม่ตรงกับความจริง (ร้อยละ 95)</li> </ol>	ต้น	ใบ	5	2 5 5 5 8	6	1 2 3	7	0 4 9	8	2 5 7	9	1 3 3 9	10	0 4	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์</li> <li>ห้องสมุดโรงเรียน</li> </ol> <p><b>สื่อการเรียนรู้</b> หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</p> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b> ใบงานที่ 9 เรื่อง การอ่านและแปลความหมายของแผนภาพต้น-ใบ</p>
ต้น	ใบ															
5	2 5 5 5 8															
6	1 2 3															
7	0 4 9															
8	2 5 7															
9	1 3 3 9															
10	0 4															

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ (2) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 เรื่อง แผนภาพต้น-ใบ (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</p>	<p>เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</p>												
	<p>ตัวอย่าง 2 ถ้าน้ำหนัก (กิโลกรัม) ของนักเรียน 2 กลุ่ม ๆ ละ 10 คน เขียนเป็นแผนภาพต้น-ใบ ได้ดังนี้</p> <table border="1" data-bbox="712 470 1451 657"> <thead> <tr> <th>ใบ (นักเรียนกลุ่มที่ 1)</th> <th>ต้น</th> <th>ใบ (นักเรียนกลุ่มที่ 2)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>8 6 4</td> <td>3</td> <td>1 3 6 7 9</td> </tr> <tr> <td>8 7 3 3 0</td> <td>4</td> <td>2 2 4</td> </tr> <tr> <td>4 2</td> <td>5</td> <td>1 3</td> </tr> </tbody> </table> <p>จงตอบคำถามต่อไปนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>น้ำหนักส่วนใหญ่ของนักเรียนกลุ่มที่ 1 และนักเรียนกลุ่มที่ 2 อยู่ในช่วงใด (น้ำหนักส่วนใหญ่ของนักเรียนกลุ่มที่ 1 อยู่ในช่วง 40–48 กิโลกรัม และนักเรียนกลุ่มที่ 2 อยู่ในช่วง 31–39 กิโลกรัม)</li> <li>นักเรียนที่มีน้ำหนักต่ำกว่า 50 กิโลกรัม มีกี่คน (16 คน)</li> <li>นักเรียนที่มีน้ำหนักในช่วง 50–54 กิโลกรัม คิดเป็นกี่เปอร์เซ็นต์ (20 เปอร์เซ็นต์)</li> </ol> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาที่เรียน</li> <li>ให้นักเรียนทำใบงานที่ 9 เรื่อง การอ่านและแปลความหมายของแผนภาพต้น-ใบ</li> </ol>	ใบ (นักเรียนกลุ่มที่ 1)	ต้น	ใบ (นักเรียนกลุ่มที่ 2)	8 6 4	3	1 3 6 7 9	8 7 3 3 0	4	2 2 4	4 2	5	1 3	
ใบ (นักเรียนกลุ่มที่ 1)	ต้น	ใบ (นักเรียนกลุ่มที่ 2)												
8 6 4	3	1 3 6 7 9												
8 7 3 3 0	4	2 2 4												
4 2	5	1 3												



## การวัดผลประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
<b>ด้านความรู้</b> 1. อ่านและแปล ความหมายของ แผนภาพต้น-ใบที่ กำหนดให้ได้	ตรวจ ใบงานที่ 9	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 9	ระดับ 1 อ่านและแปลความหมายของแผนภาพ ต้น-ใบได้ถูกต้องครบถ้วน 4-5 ข้อ ระดับ 2 อ่านและแปลความหมายของแผนภาพ ต้น-ใบได้ถูกต้องครบถ้วน 6-7 ข้อ ระดับ 3 อ่านและแปลความหมายของแผนภาพ ต้น-ใบได้ถูกต้องครบถ้วน 8-9 ข้อ
2. การสื่อสาร และการสื่อ ความหมายทาง คณิตศาสตร์			ระดับ 4 อ่านและแปลความหมายของแผนภาพ ต้น-ใบได้ถูกต้องครบถ้วน 10-11 ข้อ
3. มีวินัย	ตรวจ ใบงานที่ 9	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 9	ระดับ 1 ส่งงานช้ากว่ากำหนด มีข้อผิดพลาด หรือไม่ครบถ้วน ระดับ 2 ส่งงานช้ากว่ากำหนด แต่ถูกต้อง ครบถ้วน ระดับ 3 ส่งงานในระยะเวลาที่กำหนด มี ข้อผิดพลาด หรือไม่ครบถ้วน ระดับ 4 ส่งงานในระยะเวลาที่กำหนด ถูกต้อง ครบถ้วน

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ .....ผู้สอน  
(.....)

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

.....  
.....  
.....

ลงชื่อ .....ผู้ตรวจ  
(.....)

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ใบงานที่ 9 เรื่อง การอ่านและแปลความหมายของแผนภาพต้น-ใบ**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 เรื่อง แผนภาพต้น-ใบ (2)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** อ่านและแปลความหมายของแผนภาพต้น-ใบที่กำหนดให้ได้  
**คำชี้แจง** ให้นักเรียนตอบคำถามให้ถูกต้อง

1. แผนภาพต้น-ใบต่อไปนี้ เป็นข้อมูลคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง

โดยที่ 2 | 0 แทนคะแนนสอบ 20 คะแนน

ต้น	ใบ					
2	0	2	2	7	9	
3	0	1	3			
4	1	2	2	2	2	4
5	2	4	4	8		
6	4	8				



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) จำนวนนักเรียนทั้งหมดมีกี่คน

.....

.....

2) คะแนนสูงสุดในการสอบครั้งนี้เท่ากับเท่าใด

.....

.....

3) คะแนนสูงสุดกับคะแนนต่ำสุดในการสอบครั้งนี้มีค่าต่างกันเท่าใด

.....

.....

4) นักเรียนที่สอบได้คะแนนในช่วง 40-49 คะแนน ซึ่งได้คะแนนเท่ากันมีกี่คนและได้กี่คะแนน

.....

.....

5) ถ้าถือเกณฑ์ตัดสินว่าผู้ที่สอบผ่านจะต้องได้คะแนน 50 คะแนนขึ้นไป แล้วมีผู้ที่สอบผ่านคิดเป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของจำนวนนักเรียนที่สอบทั้งหมด

.....

.....



2. จากการชั่งน้ำหนักของนักเรียนชายและนักเรียนหญิงของโรงเรียนแห่งหนึ่ง เขียนแผนภาพต้น-ใบ ได้ดังนี้

ใบ (นักเรียนชาย)	ต้น	ใบ (นักเรียนหญิง)
8 5 3	3	1 3 6 9
9 9 7 1	4	5 7 7
7 6 4 3 3	5	1 1 2 4 5 8 9
9 8 6 5 5 1 0	6	3 3 4 6 7
	7	8 8 9
6 4 1 0 0	8	2 4



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) จำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ทำการชั่งน้ำหนักเท่ากับเท่าใด

.....

.....

2) น้ำหนักสูงสุดและน้ำหนักต่ำสุดของนักเรียนชายเท่ากับเท่าใด

.....

.....

3) น้ำหนักสูงสุดและน้ำหนักต่ำสุดของนักเรียนหญิงเท่ากับเท่าใด

.....

.....

4) น้ำหนักสูงสุดของนักเรียนชายต่างจากน้ำหนักต่ำสุดของนักเรียนหญิงเท่าใด

.....

.....

5) น้ำหนักส่วนใหญ่ของนักเรียนชายและนักเรียนหญิงอยู่ในช่วงใด

.....

.....

6) จำนวนนักเรียนทั้งหมดที่มีน้ำหนักอยู่ในช่วง 60–69 กิโลกรัมเป็นเท่าใด

.....

.....



**เฉลย**ใบงานที่ 9 เรื่อง การอ่านและแปลความหมายของแผนภาพต้น-ใบ  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง แผนภาพต้น-ใบ (2)  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** อ่านและแปลความหมายของแผนภาพต้น-ใบที่กำหนดให้ได้  
**คำชี้แจง** ให้นักเรียนตอบคำถามให้ถูกต้อง

1. แผนภาพต้น-ใบต่อไปนี้ เป็นข้อมูลคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง โดยที่ 2 | 0 แทนคะแนนสอบ 20 คะแนน

ต้น	ใบ					
2	0	2	2	7	9	
3	0	1	3			
4	1	2	2	2	2	4
5	2	4	4	8		
6	4	8				



จงตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) จำนวนนักเรียนทั้งหมดมีกี่คน

20 คน

- 2) คะแนนสูงสุดในการสอบครั้งนี้เท่ากับเท่าใด

68 คะแนน

- 3) คะแนนสูงสุดกับคะแนนต่ำสุดในการสอบครั้งนี้มีค่าต่างกันเท่าใด

48 คะแนน

- 4) นักเรียนที่สอบได้คะแนนในช่วง 40–49 คะแนน ซึ่งได้คะแนนเท่ากันมีกี่คนและได้กี่คะแนน

4 คน ได้คะแนนเท่ากันคือ 42 คะแนน

- 5) ถ้าถือเกณฑ์ตัดสินว่าผู้ที่สอบผ่านจะต้องได้คะแนน 50 คะแนนขึ้นไป แล้วมีผู้ที่สอบผ่านคิดเป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของจำนวนนักเรียนที่สอบทั้งหมด

30 เปอร์เซ็นต์



2. จากการชั่งน้ำหนักของนักเรียนชายและนักเรียนหญิงของโรงเรียนแห่งหนึ่ง เขียนแผนภาพต้น-ใบ ได้ดังนี้

ใบ (นักเรียนชาย)	ต้น	ใบ (นักเรียนหญิง)
8 5 3	3	1 3 6 9
9 9 7 1	4	5 7 7
7 6 4 3 3	5	1 1 2 4 5 8 9
9 8 6 5 5 1 0	6	3 3 4 6 7
	7	8 8 9
6 4 1 0 0	8	2 4



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) จำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ทำการชั่งน้ำหนักเท่ากับเท่าใด

24 คน

2) น้ำหนักสูงสุดและน้ำหนักต่ำสุดของนักเรียนชายเท่ากับเท่าใด

นักเรียนชายมีน้ำหนักสูงสุด คือ 86 กิโลกรัมและน้ำหนักต่ำสุดของ คือ 33 กิโลกรัม

3) น้ำหนักสูงสุดและน้ำหนักต่ำสุดของนักเรียนหญิงเท่ากับเท่าใด

นักเรียนหญิงน้ำหนักสูงสุด คือ 84 กิโลกรัมและน้ำหนักต่ำสุดของ คือ 31 กิโลกรัม

4) น้ำหนักสูงสุดของนักเรียนชายต่างจากน้ำหนักต่ำสุดของนักเรียนหญิงเท่าใด

55 กิโลกรัม

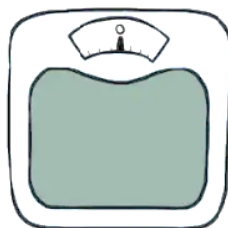
5) น้ำหนักส่วนใหญ่ของนักเรียนชาย และนักเรียนหญิงอยู่ในช่วงใด

น้ำหนักส่วนใหญ่ของนักเรียนชายอยู่ในช่วง 60-69 กิโลกรัม

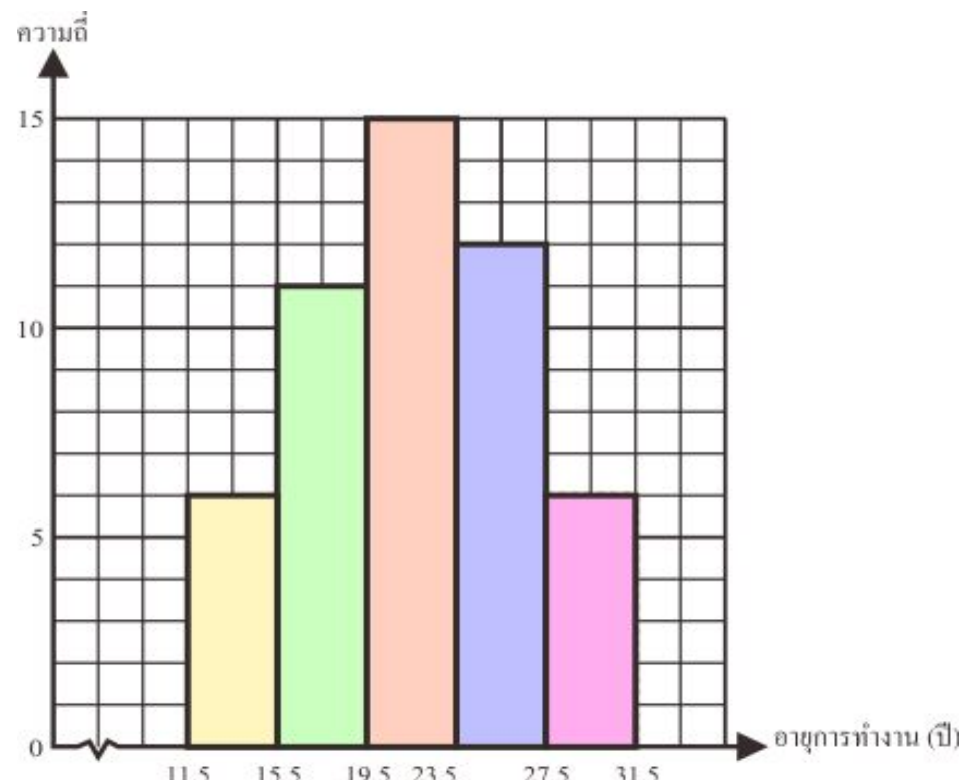
และนักเรียนหญิงอยู่ในช่วง 51-59 กิโลกรัม

6) จำนวนนักเรียนทั้งหมดที่มีน้ำหนักอยู่ในช่วง 60-69 กิโลกรัมเป็นเท่าใด

12 คน





<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ (2) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 เรื่อง ฮิสโทแกรม (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</p>	<p>เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</p>												
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b> รูปหลายเหลี่ยม ของความถี่</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b> <b>ด้านความรู้</b> สร้าง อ่าน แปลความหมาย ของข้อมูลที่เขียนในรูปหลาย เหลี่ยมของความถี่ได้</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b> การสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b> -</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b> ความสามารถในการสื่อสาร</p> <p><b>คุณลักษณะของผู้เรียน</b> มีวินัย</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b> <b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้</li> <li>ครูแสดงแผนภาพ ซึ่งเป็นข้อมูลเกี่ยวกับอายุการทำงานของข้าราชการครูในโรงเรียนแห่งหนึ่ง ดังนี้</li> </ol>  <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <caption>Data from the Histogram</caption> <thead> <tr> <th>อายุการทำงาน (ปี)</th> <th>ความถี่</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>11.5</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>15.5</td> <td>11</td> </tr> <tr> <td>19.5</td> <td>15</td> </tr> <tr> <td>23.5</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>27.5</td> <td>6</td> </tr> </tbody> </table>	อายุการทำงาน (ปี)	ความถี่	11.5	6	15.5	11	19.5	15	23.5	12	27.5	6	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์</li> <li>ห้องสมุดโรงเรียน</li> </ol> <p><b>สื่อการเรียนรู้</b> ใบความรู้ที่ 8 เรื่อง ฮิสโทแกรม (2)</p> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b> ใบงานที่ 10 เรื่อง ฮิสโทแกรม (2)</p>
อายุการทำงาน (ปี)	ความถี่													
11.5	6													
15.5	11													
19.5	15													
23.5	12													
27.5	6													



หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ (2) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 เรื่อง ฮิสโทแกรม (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p>3. สุ่มถามนักเรียนเกี่ยวกับข้อมูลตามแผนภาพ ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- มีข้าราชการครูทั้งหมดกี่คน (50 คน)</li> <li>- ช่วงอายุการทำงานของข้าราชการครูช่วงใดมากที่สุด (ช่วงอายุข้าราชการ 20–23 ปี)</li> <li>- ช่วงอายุราชการของครูที่อยู่ในช่วงสูงสุดมีครูกี่คน (15 คน)</li> <li>- ข้าราชการครูที่มีอายุราชการน้อยกว่า 15 ปี มีจำนวนเท่าใด และเป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของจำนวนข้าราชการครูทั้งหมด (จำนวน 6 คน คิดเป็น 12 เปอร์เซ็นต์)</li> </ul> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ครูถามนักเรียนเพื่อกระตุ้นความคิดว่านักเรียนสามารถนำแผนภาพฮิสโทแกรมมานำเสนอข้อมูลในรูปแบบแผนภาพแบบอื่น ๆ ได้หรือไม่ (สามารถนำเสนอข้อมูลที่เรียกว่ารูปหลายเหลี่ยมของความถี่ และเส้นโค้งความถี่)</li> <li>2. ครูให้นักเรียนแต่ละคนศึกษาวิธีการสร้างรูปหลายเหลี่ยมของความถี่ และเส้นโค้งความถี่ จากตัวอย่างจากใบความรู้ที่ 8 เรื่อง ฮิสโทแกรม (2) โดยครูเป็นผู้คอยชี้แนะและให้ความช่วยเหลือ</li> <li>3. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 10 เรื่อง ฮิสโทแกรม (2) โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย</li> <li>4. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยใบงานที่ 4 เรื่อง ฮิสโทแกรม (4) นักเรียนซักถามข้อสงสัยในส่วนที่ไม่เข้าใจ ครูและนักเรียนช่วยกันตอบและสรุป</li> </ol>	

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ (2) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 เรื่อง ฮิสโทแกรม (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับรูปหลายเหลี่ยมของความถี่และเส้นโค้งความถี่ ดังนี้</p> <p><b>รูปหลายเหลี่ยมของความถี่ (FREQUENCY POLYGON)</b> เป็นกราฟเส้นที่เกิดจากการลากเส้นตรงต่อโยงกึ่งกลางของแต่ละแท่ง จากฮิสโทแกรม หรืออาจจะเขียน รูปหลายเหลี่ยมของความถี่โดยไม่ต้องสร้างฮิสโทแกรมก่อนก็ได้ แต่เขียนโดยลากเส้นตรงโยงจุดที่ประกอบด้วยความถี่ และจุดกึ่งกลางของแต่ละชั้น</p> <p><b>เส้นโค้งความถี่ (FREQUENCY CURVE)</b> เป็นโค้งที่เกิดจากการปรับเส้นของรูปหลายเหลี่ยมของความถี่ให้เรียบขึ้น โดยการปรับจะต้องให้พื้นที่ภายใต้เส้นโค้งที่ปรับใหม่มีขนาดใกล้เคียงกับพื้นที่ของรูปหลายเหลี่ยมของความถี่</p> <p>2. ครูแนะนำให้นักเรียนหาความรู้เพิ่มเติมได้ที่ห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์</p>	

## การวัดผลประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
สร้าง อ่าน แปลความหมายของข้อมูลที่เขียนในรูปหลายเหลี่ยมของความถี่ได้	ตรวจ ใบงานที่ 10	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 10	ระดับ 1 สร้างฮิสโทแกรมของข้อมูลได้ถูกต้อง ระดับ 2 สร้างฮิสโทแกรมพร้อมรูปหลายเหลี่ยมของข้อมูลได้ ระดับ 3 สร้าง อ่าน ของข้อมูลที่เขียนในรูปหลายเหลี่ยมของความถี่ได้ ระดับ 4 สร้าง อ่าน แปลความหมายของข้อมูลที่เขียนในรูปหลายเหลี่ยมของความถี่ได้
การสื่อสารและ การสื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์			
ความสามารถ ในการสื่อสาร			
มีวินัย	ตรวจ ใบงานที่ 10	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 10	ระดับ 1 ทำใบงานไม่ถูกต้อง ไม่สมบูรณ์ ส่งช้ากว่ากำหนด ระดับ 2 ทำใบงานไม่ถูกต้อง ไม่สมบูรณ์ ส่งทันกำหนด ระดับ 3 ทำใบงานถูกต้อง สมบูรณ์ แต่ส่งช้ากว่ากำหนด ระดับ 4 ทำใบงานถูกต้อง สมบูรณ์ ส่งทันกำหนด

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ใบความรู้ที่ 8 เรื่อง ฮิสโทแกรม (2)  
 หน่วยที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 เรื่อง ฮิสโทแกรม (2)  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

จุดประสงค์ สร้าง อ่าน แปลความหมายของข้อมูลที่เขียนในรูปหลายเหลี่ยมของความถี่ได้

### รูปหลายเหลี่ยมของความถี่ (FREQUENCY POLYGON)

เป็นกราฟเส้นที่เกิดจากการลากเส้นตรงต่อโยงกึ่งกลางของแต่ละแท่ง จากฮิสโทแกรม หรืออาจจะเขียนรูปหลายเหลี่ยมของความถี่โดยไม่ต้องสร้างฮิสโทแกรมก่อนก็ได้ แต่เขียนโดยลากเส้นตรงโยงจุดที่ประกอบด้วยความถี่และจุดกึ่งกลางของแต่ละชั้น

**การสร้างรูปหลายเหลี่ยมของความถี่** มีวิธีการและขั้นตอนดังต่อไปนี้

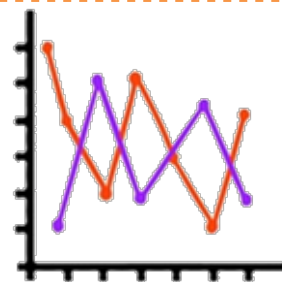
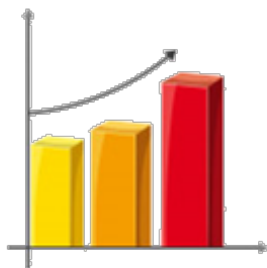
- ขั้นที่ 1

หาจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นของทุกอันตรภาคชั้น จากสูตร  $\frac{\text{ขอบบน} + \text{ขอบล่าง}}{2}$
- ขั้นที่ 2

หาจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่อยู่ก่อนหน้าอันตรภาคชั้นที่ต่ำที่สุดและหาจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่อยู่หลังอันตรภาคชั้นที่สูงที่สุด
- ขั้นที่ 3

ลงจุดกึ่งกลางของทุกอันตรภาคชั้นไว้ด้านบนของฮิสโทแกรม
- ขั้นที่ 4

ลากเส้นเชื่อมจุดกึ่งกลางชั้นทั้งหมด

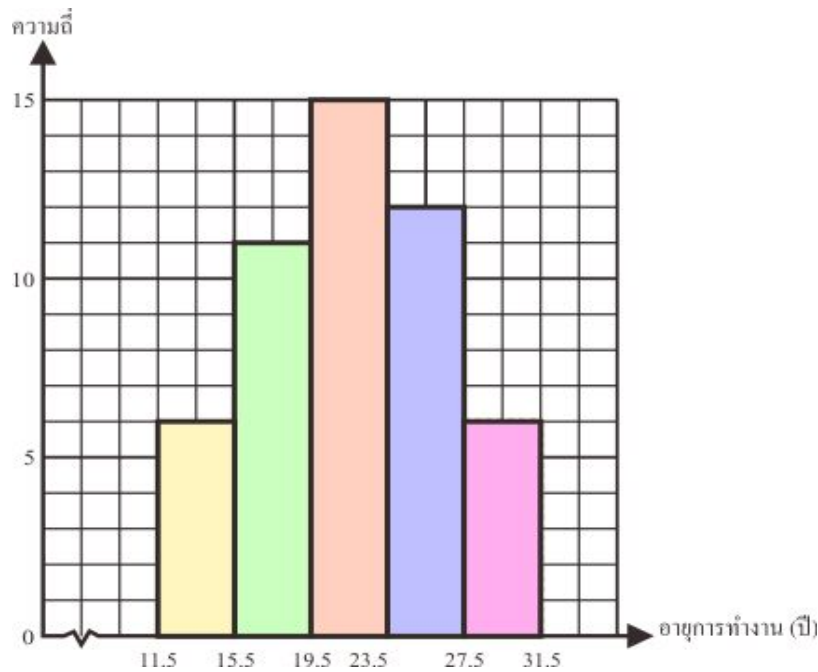


**ตัวอย่างที่ 1**

จากตารางแจกแจงความถี่ของอายุการทำงานของพนักงานบริษัทหนึ่ง จำนวน 50 คน

อายุทำงาน (ปี)	ความถี่
12-15	6
16-19	11
20-23	15
24-27	12
28-31	6

สร้างฮิสโทแกรมได้ดังนี้



**ขั้นที่ 1**

หาจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นของทุกอันตรภาคชั้น จากสูตร  $\frac{\text{ขอบบน} + \text{ขอบล่าง}}{2}$

ชั้นอายุการทำงาน	ความถี่	ขอบบน	ขอบล่าง	จุดกึ่งกลางชั้น
12-15	6	15.5	11.5	13.5
16-19	11	19.5	15.5	17.5
20-23	15	23.5	19.5	21.5
24-27	12	27.5	23.5	25.5
28-31	6	31.5	27.5	29.5

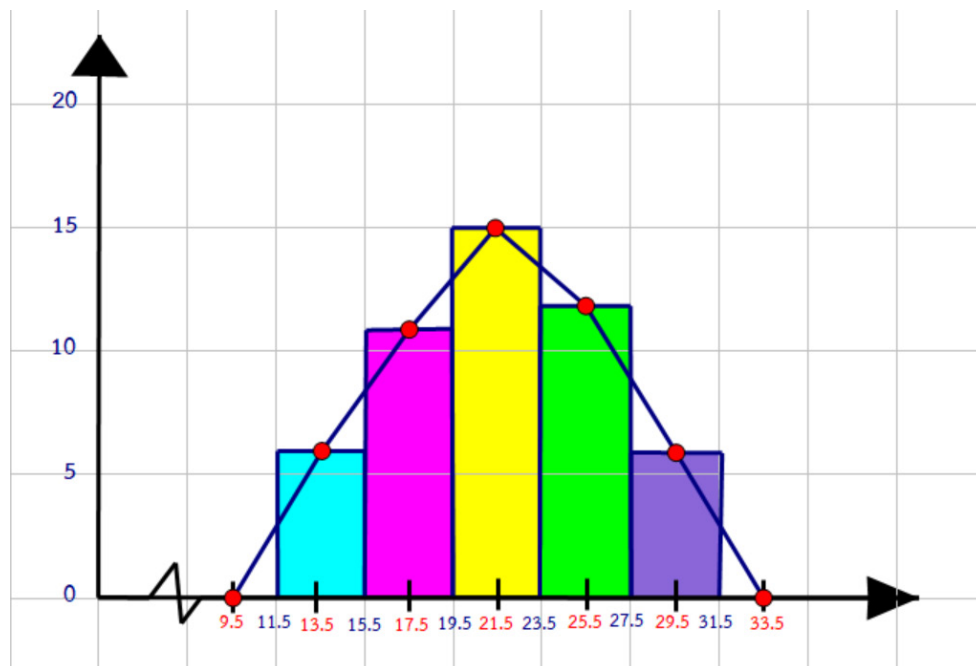
### ขั้นที่ 2

หาจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่อยู่ก่อนหน้าอันตรภาคชั้นที่ต่ำที่สุด และหาจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่อยู่หลังอันตรภาคชั้นที่สูงที่สุด

ชั้นอายุการทำงาน	ความถี่	ขอบบน	ขอบล่าง	จุดกึ่งกลางชั้น
8-11	0	11.5	7.5	9.5
12-15	6	15.5	11.5	13.5
16-19	11	19.5	15.5	17.5
20-23	15	23.5	19.5	21.5
24-27	12	27.5	23.5	25.5
28-31	6	31.5	27.5	29.5
32-35	0	35.5	31.5	33.5

### ขั้นที่ 3 และ 4

ลงจุดกึ่งกลางของทุกอันตรภาคชั้นไว้ด้านบนของฮิสโทแกรม ลากเส้นเชื่อมจุดกึ่งกลางชั้นทั้งหมด



### เส้นโค้งความถี่ (FREQUENCY CURVE)

เป็นโค้งที่เกิดจากการปรับเส้นของรูปหลายเหลี่ยมของความถี่ให้เรียบขึ้น โดยการปรับจะต้องให้พื้นที่ภายใต้เส้นโค้งที่ปรับใหม่มีขนาดใกล้เคียงกับพื้นที่ของรูปหลายเหลี่ยมของความถี่ ดังรูป





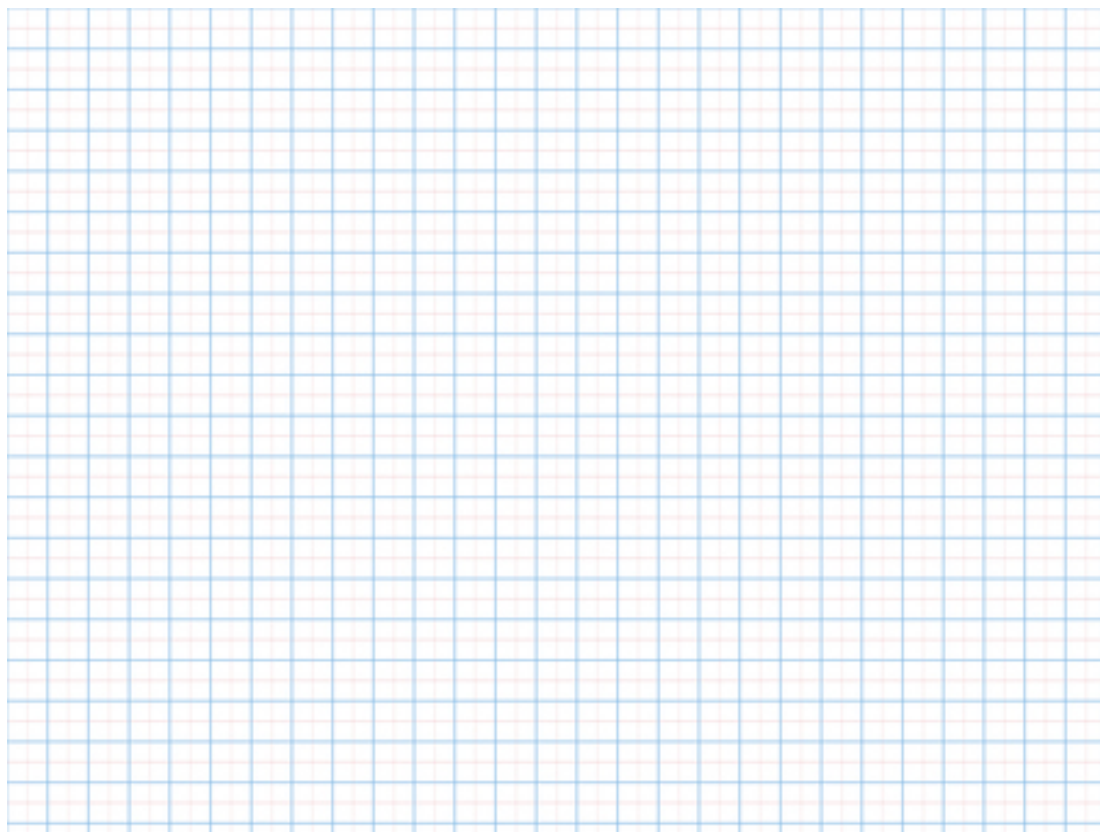
ใบงานที่ 10 เรื่อง ฮิสโทแกรม (2)  
 หน่วยที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 เรื่อง ฮิสโทแกรม (4)  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** สร้าง อ่าน แปลความหมายของข้อมูลที่เขียนในรูปหลายเหลี่ยมของความถี่ได้  
**คำชี้แจง** ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่าง

1. จงสร้างฮิสโทแกรมและรูปหลายเหลี่ยมของความถี่ของข้อมูลต่อไปนี้

ตารางแจกแจงความถี่ของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน

คะแนน	ความถี่	ขอบบน	ขอบล่าง	จุดกึ่งกลางชั้น
	0			
10-19	4			
20-29	2			
30-39	4			
40-49	6			
50-59	9			
60-69	6			
70-79	5			
80-89	1			
90-99	1			
	0			



จากฮิสโทแกรมและรูปหลายเหลี่ยมของความถี่ ตอบคำถามต่อไปนี้

1. นักเรียนส่วนใหญ่มีคะแนนอยู่ในช่วงความถี่เท่าใด  
ตอบ.....
2. นักเรียนที่สอบได้ช่วงคะแนนสูงสุดมีกี่คน  
ตอบ.....
3. ในการแจกแจงความถี่ของข้อมูลครั้งนี้ มีจำนวนนักเรียนทั้งหมดกี่คน  
ตอบ.....

**เฉลยใบงานที่ 10 เรื่อง ฮิสโทแกรม (2)**

**หน่วยที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 เรื่อง ฮิสโทแกรม (4)**

**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** สร้าง อ่าน แปลความหมายของข้อมูลที่เขียนในรูปหลายเหลี่ยมของความถี่ได้

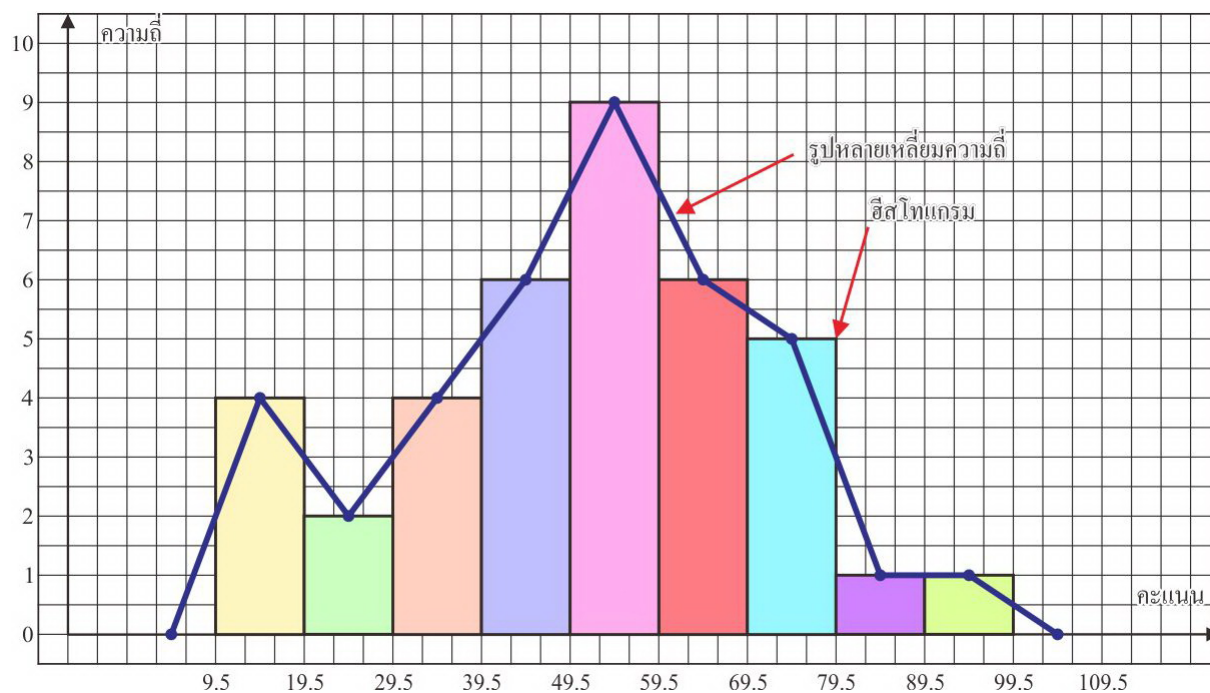
**คำชี้แจง** ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่าง

1. จงสร้างฮิสโทแกรม และรูปหลายเหลี่ยมของความถี่ของข้อมูลต่อไปนี้

ตารางแจกแจงความถี่ของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน

คะแนน	ความถี่	ขอบบน	ขอบล่าง	จุดกึ่งกลางชั้น
0-9	0	9.5	0	4.5
10-19	4	19.5	9.5	14.5
20-29	2	29.5	19.5	24.5
30-39	4	39.5	29.5	34.5
40-49	6	49.5	39.5	44.5
50-59	9	59.5	49.5	54.5
60-69	6	69.5	59.5	64.5
70-79	5	79.5	69.5	74.5
80-89	1	89.5	79.5	84.5
90-99	1	99.5	89.5	94.5
100-109	0	109.5	99.5	104.5

สร้างฮิสโทแกรมและรูปหลายเหลี่ยมของความถี่ได้ดังรูป



จากฮิสโทแกรมและรูปหลายเหลี่ยมของความถี่ ตอบคำถามต่อไปนี้

4. นักเรียนส่วนใหญ่มีคะแนนอยู่ในช่วงความถี่เท่าใด  
ตอบ 50-59 คะแนน
5. นักเรียนที่สอบได้ช่วงคะแนนสูงสุดมีกี่คน  
ตอบ 1 คน
6. ในการแจกแจงความถี่ของข้อมูลครั้งนี้ มีจำนวนนักเรียนทั้งหมดกี่คน  
ตอบ 38 คน



<b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11</b> <b>เรื่อง การเลือกใช้ค่ากลางที่เหมาะสม (1)</b> <b>รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</b>		
<b>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ (2)</b> <b>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</b>	<b>เวลา 1 ชั่วโมง</b> <b>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</b>	
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b>                      การเลือกใช้ค่ากลางที่เหมาะสม</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้ด้านความรู้</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. หาค่ากลางของข้อมูลที่ยังไม่แจกแจงความถี่ได้</li> <li>2. เลือกใช้ค่ากลางของข้อมูลที่กำหนดให้ได้อย่างเหมาะสม</li> </ol> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b>                      การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b></p> <p>-</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b>                      ความสามารถในการสื่อสาร</p> <p><b>คุณลักษณะของผู้เรียน</b>                      มีวินัย</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>2. ครูให้นักเรียนเข้ากลุ่ม กลุ่มละ 5 คน ตามที่จัดไว้ โดยละความสามารถ เก่ง ปานกลาง และอ่อน</li> <li>3. ครูทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนเกี่ยวกับค่ากลางของข้อมูล โดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนคิดว่า ค่ากลางของข้อมูลหนึ่งมีอะไรบ้าง (<b>ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม</b>)</li> <li>- นักเรียนคิดว่า การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลมีวิธีการหาอย่างไร (<b>ค่าเฉลี่ยเลขคณิตหาได้จากจำนวนที่ได้จากการหารผลบวกของข้อมูลทั้งหมดด้วยจำนวนข้อมูล</b>)</li> <li>- นักเรียนคิดว่า ค่ากลางของข้อมูลที่ได้จากการเรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก หรือเรียงข้อมูลจากมากไปน้อย เรียกค่านี้ว่าอะไร (<b>มัธยฐาน</b>)</li> </ul> </li> </ol> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ครูยกตัวอย่างที่ 1 และ 2 โดยใช้การถาม-ตอบประกอบการอธิบายเพื่อให้นักเรียนได้ใช้ความคิดเกี่ยวกับสถานการณ์ต่าง ๆ และเลือกใช้ค่ากลางที่เหมาะสม ดังนี้</li> </ol> <p><b>ตัวอย่างที่ 1</b> ด.ช.แสนดี สำนวราคาของอุปกรณ์วาดรูปที่ใช้ในวิชาศิลปะของเพื่อนในกลุ่ม โดยจดบันทึกแล้ว นำมาจัดเรียงลำดับราคา (บาท) จากน้อยไปหามาก ดังนี้ 75, 75, 80, 80, 90, 95, 300 จากข้อมูลข้างต้น จงหาค่ากลางที่เหมาะสม</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ค่าฐานนิยม เท่ากับเท่าไร เพราะอะไร (<b>75 บาท และ 80 บาท เพราะเป็นค่าที่ซ้ำกันมากที่สุดทั้งสองค่า</b>)</li> <li>- มัธยฐาน เท่ากับเท่าไร (<b>80 บาท เพราะเป็นค่ากึ่งกลางเมื่อเรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก</b>)</li> <li>- ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับเท่าไร (<b>113.57 บาท</b>)</li> </ul>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์</li> <li>2. ห้องสมุดโรงเรียน</li> </ol> <p><b>สื่อการเรียนรู้</b></p> <p>-</p> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b>                      ใบงานที่ 11 เรื่อง การเลือกใช้ค่ากลางที่เหมาะสม (1)</p>

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ (2) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p><b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11</b> <b>เรื่อง การเลือกใช้ค่ากลางที่เหมาะสม (1)</b> <b>รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</b></p>	<p>เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</p>																														
<p>- ค่ากลางที่เหมาะสม คือค่าใด เพราะอะไร (มัธยฐาน เพราะค่าฐานนิยมมี 2 ค่า ไม่สะดวกในการอ้างถึงและค่าเฉลี่ยเลขคณิตไม่เหมาะสม เพราะมีราคาสุดท้ายสูงมาก ต่างจากอีก 6 ค่า ซึ่งมีค่าใกล้เคียงกัน)</p> <p><b>ตัวอย่างที่ 2</b> กล้องใบหนึ่งมีลูกบอลสีเขียว 3 ลูก สีแดง 5 ลูก ผลการหยิบลูกบอลแบบสุ่มครั้งละ 3 ลูก แล้วใส่คืนลงกล่อง นับจำนวนลูกบอลสีเขียวที่หยิบได้ในแต่ละครั้งปรากฏ ดังนี้</p> <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="background-color: #e0f0ff;">ครั้งที่ของการหยิบลูกบอล</td> <td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #e0f0ff;">จำนวนลูกบอลที่มีสีเขียว</td> <td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>0</td><td>2</td> </tr> </table> <p>- การทดลองนี้มีการหยิบลูกบอลกี่ครั้ง (14 ครั้ง)</p> <p>- ฐานนิยมของจำนวนลูกบอลสีเขียวที่หยิบได้ในแต่ละครั้งเป็นเท่าไร (ฐานนิยมของการหยิบลูกบอลสีเขียวเท่ากับ 1 ลูก เพราะเกิดขึ้นซ้ำกันมากที่สุด คือ 6 ครั้ง)</p> <p>- มัธยฐานของจำนวนลูกบอลสีเขียวที่หยิบได้ในแต่ละครั้งเป็นเท่าไร (มัธยฐานของการหยิบลูกบอลสีเขียวหาได้จากการนำผลที่เกิดขึ้นมาเรียงลำดับจะได้ 0 0 0 1 1 1 1 1 1 2 2 2 3</p> <p style="text-align: center;">ดังนั้น มัธยฐานของการหยิบลูกบอลสีเขียวเท่ากับ <math>\frac{1 + 1}{2} = \frac{2}{2} = 1</math> ลูก)</p> <p>- ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของการหยิบได้ลูกบอลสีเขียว</p> <p style="text-align: center;">(ค่าเฉลี่ยเลขคณิต = <math>\frac{(4 \times 0) + (6 \times 1) + (3 \times 2) + (1 \times 3)}{4 + 6 + 3 + 1} = \frac{15}{14} = 1.07</math>)</p>			ครั้งที่ของการหยิบลูกบอล	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	จำนวนลูกบอลที่มีสีเขียว	1	1	0	0	1	0	1	2	1	1	2	3	0	2
ครั้งที่ของการหยิบลูกบอล	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14																		
จำนวนลูกบอลที่มีสีเขียว	1	1	0	0	1	0	1	2	1	1	2	3	0	2																		

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ (2) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p style="text-align: center;"><b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11</b> <b>เรื่อง การเลือกใช้ค่ากลางที่เหมาะสม (1)</b> <b>รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</b></p>	<p style="text-align: right;">เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</p>
	<p>- ค่ากลางที่เหมาะสมของการทดลองนี้ควรเป็นค่าใด <b>(ข้อมูลชุดนี้หาค่ากลางได้ 3 ค่า และมีค่าใกล้เคียงกัน แต่ค่ากลางที่เหมาะสมที่สุด คือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต เนื่องจากค่าสังเกตของการทดลองไม่ได้แตกต่างกันมาก และค่าเฉลี่ยเลขคณิตคำนวณมาจากค่าสังเกตทุกค่า)</b></p> <p>2. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 11 เรื่อง การเลือกใช้ค่ากลางที่เหมาะสม (1) <b>ขั้นสรุป</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยใบงานที่ 11 โดยเปลี่ยนกันตรวจภายในกลุ่ม และห้ามตรวจให้กับตนเอง</li> <li>2. ครูและนักเรียนสรุปคะแนนใบงานและใบกิจกรรมร่วมกัน และร่วมชื่นชมกลุ่มที่สามารถทำคะแนนได้สูง ให้กำลังใจกับกลุ่มทำคะแนนได้ไม่ผ่านเกณฑ์ และให้คำอธิบายเพิ่มเติมกับกลุ่มที่ไม่ผ่านเกณฑ์นอกเวลาเรียน</li> <li>3. ครูและนักเรียนในแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปรายและสรุปเกี่ยวกับค่ากลางของข้อมูลพร้อมทั้งการเลือกใช้ค่ากลางของข้อมูลที่เหมาะสมกับข้อมูลหรือสถานการณ์ ดังนี้</li> </ol> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;">ค่ากลางของข้อมูล ที่จะนำมาใช้เป็นตัวแทนของข้อมูลใด ๆ โดยทั่วไปจะนิยมใช้ <b>ค่าเฉลี่ยเลขคณิต</b> กับข้อมูลที่ต้องการค่ากลางของข้อมูลที่ใกล้เคียงกันกับข้อมูลมาก ๆ สำหรับ <b>มัธยฐาน</b> ใช้กับข้อมูลที่มีความแตกต่างของข้อมูลมาก ๆ และ <b>ฐานนิยม</b> จะนิยมใช้กับข้อมูลที่มีความถี่ของข้อมูลนั้นมาก ๆ หรือข้อมูลเชิงคุณภาพ</p> </div> <ol style="list-style-type: none"> <li>4. ครูแนะนำให้นักเรียนหาความรู้เพิ่มเติมได้ที่ห้องสมุดหรือห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์</li> </ol>	



## การวัดผลประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
หาค่ากลางของข้อมูลที่ยังไม่แจกแจงความถี่ได้	ตรวจ ใบงานที่ 11	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 11	ระดับ 1 เลือกใช้ค่ากลางของข้อมูลที่กำหนดให้ได้ อย่างเหมาะสมถูกต้องครบถ้วน 1 ข้อ ระดับ 2 เลือกใช้ค่ากลางของข้อมูลที่กำหนดให้ได้ อย่างเหมาะสมถูกต้องครบถ้วน 2 ข้อ ระดับ 3 เลือกใช้ค่ากลางของข้อมูลที่กำหนดให้ได้ อย่างเหมาะสมถูกต้องครบถ้วน 3 ข้อ ระดับ 4 เลือกใช้ค่ากลางของข้อมูลที่กำหนดให้ได้ อย่างเหมาะสมถูกต้องครบถ้วน 4 ข้อ
การสื่อสารและ การสื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์			
ความสามารถ ในการสื่อสาร			
มีวินัย	ตรวจ ใบงานที่ 11	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 11	ระดับ 1 ทำใบงานน้อยกว่า 3 ข้อ ส่งช้ากว่ากำหนด ระดับ 2 ทำใบงานน้อยกว่า 3 ข้อ ส่งทันกำหนด ระดับ 3 ทำใบงานตั้งแต่ 3 ข้อ แต่ส่งช้ากว่ากำหนด ระดับ 4 ทำใบงานตั้งแต่ 3 ข้อ ส่งทันกำหนด

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....



3) จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมจากข้อมูลต่อไปนี้

3.1 รายได้ต่อวันของเด็กลูกจ้าง 5 คน ดังนี้ 52, 65, 84, 90 และ 90 บาท

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3.2 น้ำหนักเด็ก 4 คน ดังนี้ 60, 82, 52 และ 75 กิโลกรัม

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**เฉลยใบงานที่ 11 เรื่อง การเลือกใช้ค่ากลางข้อมูลที่เหมาะสม (1)**  
**หน่วยที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 เรื่อง การเลือกใช้ค่ากลางข้อมูลที่เหมาะสม (1)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

- จุดประสงค์**
1. หาค่ากลางของข้อมูลที่ยังไม่แจกแจงความถี่ได้
  2. เลือกใช้ค่ากลางของข้อมูลที่กำหนดให้ได้อย่างเหมาะสม

พนักงานในบริษัทผลิตสิ่งสิ่งพิมพ์แห่งหนึ่งมีรายได้ต่อเดือน ดังต่อไปนี้

รายได้ต่อเดือน (บาท)	120,000	50,000	15,000	12,000	10,000	8,500
จำนวนพนักงาน (คน)	1	3	10	12	16	8

- 1) จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม ของรายได้ต่อเดือนของพนักงานในบริษัทผลิตสิ่งสิ่งพิมพ์แห่งนี้

$$\begin{aligned} \text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} &= \frac{(1 \times 120,000) + (3 \times 50,000) + (10 \times 15,000) + (12 \times 12,000) + (16 \times 10,000) + (8 \times 8,500)}{50} \\ &= \frac{792,000}{50} = 15,840 \text{ บาท} \quad (1 \text{ คะแนน}) \\ \text{มัธยฐาน} & \text{ เท่ากับ } 12,000 \text{ บาท} \quad (1 \text{ คะแนน}) \\ \text{ฐานนิยม} & \text{ เท่ากับ } 10,000 \text{ บาท} \quad (1 \text{ คะแนน}) \end{aligned}$$

- 2) ถ้ามีการเจรจาเพิ่มตกลงเรื่องการปรับขึ้นเงินเดือนของพนักงาน โดยมีผู้เกี่ยวข้อง 3 ฝ่าย คือ เจ้าของบริษัท ตัวแทนพนักงาน และคนกลางผู้ไกล่เกลี่ย นักเรียนคิดว่าแต่ละฝ่ายน่าจะเลือกค่ากลางใดเป็นข้ออ้างในการเจรจา จงอธิบาย

**มัธยฐาน เพราะ รายได้ต่อเดือนสูงสุดและรายได้ต่อเดือนต่ำสุดมีความแตกต่างกันมาก**

3) จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมจากข้อมูลต่อไปนี้

3.1 รายได้ต่อวันของเด็กลูกจ้าง 5 คน ดังนี้ 52, 65, 84, 90 และ 90 บาท

$$\begin{aligned} \text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของรายได้ต่อวัน} &= \frac{52 + 65 + 84 + 90 + 90}{5} \\ &= \frac{381}{5} \\ &= 76.20 \text{ บาท} \end{aligned}$$

ข้อมูลเรียงลำดับแล้วและมี 5 จำนวน มัธยฐานตรงกับค่าที่ 3.  
 มัธยฐานเท่ากับ 84 บาท.  
 ฐานนิยมเท่ากับ 90 บาท (เพราะมีซ้ำกัน 2 ค่า)

3.2 น้ำหนักเด็ก 4 คน ดังนี้ 60, 82, 52 และ 75 กิโลกรัม

$$\begin{aligned} \text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักเด็ก 4 คน} &= \frac{60 + 82 + 52 + 75}{4} \\ &= \frac{269}{4} \\ &= 67.25 \text{ กิโลกรัม} \end{aligned}$$

เรียงน้ำหนักจากน้อยไปมาได้เป็น 52, 60, 75 และ 82 กิโลกรัม  
 มัธยฐานของเด็กกลุ่มนี้ =  $\frac{60 + 75}{2} = 67.5$  กิโลกรัม  
 ฐานนิยมของน้ำหนักเด็กกลุ่มนี้ ไม่มีเพราะความถี่เท่ากับ 1 ทุกน้ำหนัก



<b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12</b> <b>เรื่อง การเลือกใช้ค่ากลางที่เหมาะสม (2)</b> <b>รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</b>		
<b>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ (2)</b> <b>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</b>		<b>เวลา 1 ชั่วโมง</b> <b>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</b>
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b>                      การเลือกใช้ค่ากลางที่เหมาะสม</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b>  <b>ด้านความรู้</b>                      ด้านทักษะและกระบวนการ                      การสื่อสารและการสื่อ                      ความหมายทางคณิตศาสตร์  <b>ด้านเจตคติ</b>                      -  <b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b>                      ความสามารถในการสื่อสาร  <b>คุณลักษณะของผู้เรียน</b>                      มีวินัย</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b>  <b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>ครูให้นักเรียนเข้ากลุ่ม กลุ่มละ 5 คน ตามที่จัดไว้ โดยคละความสามารถ เก่ง ปานกลาง และอ่อน</li> <li>ครูทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนเกี่ยวกับค่ากลางของข้อมูล โดยใช้การถาม-ตอบ ดังนี้                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนคิดว่า ค่ากลางของข้อมูลหนึ่งมีอะไรบ้าง (<b>ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม</b>)</li> <li>- นักเรียนคิดว่า การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลมีวิธีการหาอย่างไร (<b>ค่าเฉลี่ยเลขคณิตหาได้จากจำนวนที่ได้จากการหารผลบวกของข้อมูลทั้งหมดด้วยจำนวนข้อมูล</b>)</li> <li>- นักเรียนคิดว่า ค่ากลางของข้อมูลที่ได้จากการเรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก หรือเรียงข้อมูลจากมากไปน้อย เรียกค่านี้ว่าอะไร (<b>มัธยฐาน</b>)</li> </ul> </li> </ol> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูยกตัวอย่างที่ 1 และ 2 โดยใช้การถาม-ตอบประกอบการอธิบายเพื่อให้นักเรียนได้ใช้ความคิดเกี่ยวกับสถานการณ์ต่าง ๆ และเลือกใช้ค่ากลางที่เหมาะสม ดังนี้</li> </ol>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์</li> <li>ห้องสมุดโรงเรียน</li> </ol> <p><b>สื่อการเรียนรู้</b>                      -</p> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b>                      ใบงานที่ 12 เรื่อง                      การเลือกใช้ค่ากลางที่เหมาะสม                      (2)</p>



หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ (2) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 เรื่อง การเลือกใช้ค่ากลางที่เหมาะสม (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p><u>ตัวอย่างที่ 1</u> คะแนนทดสอบของนักเรียน 8 คน ดังนี้ 9, 7, 0, 8, 5, 0, 4 และ 0 คะแนน</p> <p>จากข้อมูลข้างต้น จงหาค่ากลางที่เหมาะสม</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับเท่าไร</li> </ul> <p>(ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของนักเรียน 8 คน = <math>\frac{9+7+0+8+5+0+4+0}{8}</math>  <math>= \frac{33}{8}</math>  <math>= 4.125</math> คะแนน)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ค่ามัธยฐาน เท่ากับเท่าไร ( เรียงคะแนนจากน้อยไปมากได้เป็น 0, 0, 0, 4, 5, 7, 8, 9</li> </ul> <p>ข้อมูลมี 8 ค่า ได้ว่า ค่ามัธยฐาน <math>\frac{4+5}{2} = 4.5</math> คะแนน )</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ค่าฐานนิยม เท่ากับเท่าไร เพราะอะไร ( 0 เพราะ มีความถี่สูงสุดเท่ากับ 3)</li> <li>- ค่ากลางที่เหมาะสม คือค่าใด เพราะอะไร (มัธยฐาน เพราะค่าฐานนิยมมี 2 ค่า ไม่สะดวกในการอ้างอิงและค่าเฉลี่ยเลขคณิตไม่เหมาะสม เพราะมีคะแนนสุดท้ายสูงมาก ต่างจากค่าข้างต้นซึ่งมีค่าใกล้เคียงกัน)</li> </ul>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สถิติ (2) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 เรื่อง การเลือกใช้ค่ากลางที่เหมาะสม (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</p>	<p>เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</p>
	<p>5. ครูตั้งคำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียนเกี่ยวกับสถานการณ์ที่ได้รับจากใบงานที่ 12 เรื่อง การเลือกใช้ค่ากลางที่เหมาะสม (2)</p> <p>6. ครูสุ่มนักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอคำถามในใบงานที่ 12 เรื่อง การเลือกใช้ค่ากลางที่เหมาะสม (2) ครูและนักเรียนช่วยกันซักถาม ให้ข้อเสนอแนะและตรวจสอบความถูกต้องของการนำเสนอข้อมูล</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยใบงานที่ 12 เรื่อง การเลือกใช้ค่ากลางที่เหมาะสม (2) โดยเปลี่ยนกันตรวจภายในกลุ่ม และห้ามตรวจให้กับตนเอง</p> <p>2. ครูและนักเรียนสรุปคะแนนใบงาน และใบกิจกรรมร่วมกัน และร่วมชื่นชมกลุ่มที่สามารถทำคะแนนได้สูง ให้กำลังใจกับกลุ่มทำคะแนนได้ไม่ผ่านเกณฑ์ และให้คำอธิบายเพิ่มเติมกับกลุ่มที่ไม่ผ่านเกณฑ์นอกเวลาเรียน</p> <p>3. ครูและนักเรียนในแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปรายและสรุปเกี่ยวกับค่ากลางของข้อมูลพร้อมทั้งการเลือกใช้ค่ากลางของข้อมูลที่เหมาะสมกับข้อมูลหรือสถานการณ์ ดังนี้</p> <div style="border: 2px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>ค่ากลางของข้อมูล ที่จะนำมาใช้เป็นตัวแทนของข้อมูลใด ๆ โดยทั่วไปจะนิยมใช้ <b>ค่าเฉลี่ยเลขคณิต</b> กับข้อมูลที่ต้องการค่ากลางของข้อมูลที่ใกล้เคียงกันกับข้อมูลมาก ๆ สำหรับ <b>มัธยฐาน</b> ใช้กับข้อมูลที่มีความแตกต่างของข้อมูลมาก ๆ และ <b>ฐานนิยม</b> จะนิยมใช้กับข้อมูลที่มีความถี่ของข้อมูลนั้นมาก ๆ หรือข้อมูลเชิงคุณภาพ</p> </div> <p>4. ครูแนะนำให้นักเรียนหาความรู้เพิ่มเติมได้ที่ห้องสมุดหรือห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์</p>	

## การวัดผลประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
หาค่ากลางของข้อมูลที่ยังไม่แจกแจงความถี่ได้	ตรวจ ใบงานที่ 12	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 12	ระดับ 1 เลือกใช้ค่ากลางของข้อมูลที่กำหนดให้ได้ อย่างเหมาะสมถูกต้องครบถ้วน 1-2 ข้อ
เลือกใช้ค่ากลางของข้อมูลที่กำหนดให้ได้อย่างเหมาะสม			ระดับ 2 เลือกใช้ค่ากลางของข้อมูลที่กำหนดให้ได้อย่างเหมาะสมถูกต้องครบถ้วน 3-4 ข้อ
การสื่อสารและ การสื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์			ระดับ 3 เลือกใช้ค่ากลางของข้อมูลที่กำหนดให้ได้อย่างเหมาะสมถูกต้องครบถ้วน 5-7 ข้อ
ความสามารถ ในการสื่อสาร			ระดับ 4 เลือกใช้ค่ากลางของข้อมูลที่กำหนดให้ได้อย่างเหมาะสมถูกต้องครบถ้วน 8-10 ข้อ
มีวินัย	ตรวจ ใบงานที่ 12	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 12	ระดับ 1 ทำใบงานน้อยกว่า 6 ข้อ ส่งช้ากว่ากำหนด ระดับ 2 ทำใบงานน้อยกว่า 6 ข้อ ส่งทันกำหนด ระดับ 3 ทำใบงานตั้งแต่ 6 ข้อ แต่ส่งช้ากว่ากำหนด ระดับ 4 ทำใบงานตั้งแต่ 6 ข้อ ส่งทันกำหนด

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ .....ผู้สอน  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

.....  
.....  
.....

ลงชื่อ .....ผู้ตรวจ  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ใบงานที่ 12 เรื่อง การเลือกใช้ค่ากลางข้อมูลที่เหมาะสม (2)  
 หน่วยที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 เรื่อง การเลือกใช้ค่ากลางข้อมูลที่เหมาะสม (2)  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

- จุดประสงค์**
1. หาค่ากลางของข้อมูลที่ยังไม่แจกแจงความถี่ได้
  2. เลือกใช้ค่ากลางของข้อมูลที่กำหนดให้ได้อย่างเหมาะสม

**ตอนที่ 1** ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย ✓ หน้าข้อความที่ถูก และทำเครื่องหมาย ✗ หน้าข้อความที่ผิด



1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต เป็นค่ากลางของข้อมูลที่เหมาะสมสำหรับใช้แทนชุดข้อมูลที่มีค่าของข้อมูลบางตัวต่ำกว่าหรือสูงกว่าค่าของข้อมูลอื่น ๆ มากจนผิดปกติ



2. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและมัธยฐานไม่สามารถหาได้จากข้อมูลเชิงคุณภาพ



3. มัธยฐานและฐานนิยมเป็นค่ากลางของข้อมูลที่เหมาะสมในการนำไปใช้ทางสถิติขั้นสูง



4. ข้อมูลที่มีค่าสูงหรือต่ำกว่าค่าของข้อมูลอื่น ๆ มาก จะไม่ส่งผลกระทบต่อมัธยฐานและฐานนิยม



5. ฐานนิยมเป็นค่ากลางของข้อมูลที่มีความถี่สูงสุด



6. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็นค่ากลางที่ให้ความสำคัญกับทุกค่าในข้อมูล เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงบางค่าของข้อมูล จึงไม่ทำให้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเปลี่ยนแปลง

**ตอนที่ 2** ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

“นายอ้วนเก็บรวบรวมข้อมูลจำนวนเงินที่นักเรียนแต่ละคนในห้องนำมาโรงเรียนได้ ดังนี้ 30, 70, 30, 40, 40, 40, 50, 50, 50, 60, 60, 60, 70, 70, 780”

จากข้อมูลจงตอบคำถามต่อไปนี้

1. ฐานนิยม มีค่าเท่ากับ .....
  2. มัธยฐาน มีค่าเท่ากับ .....
  3. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มีค่าเท่ากับ .....
  4. ค่ากลางที่เหมาะสมกับข้อมูลชุดนี้ คือ .....
- เพราะ.....

**เฉลยใบงานที่ 12 เรื่อง การเลือกใช้ค่ากลางข้อมูลที่เหมาะสม (2)**  
**หน่วยที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 เรื่อง การเลือกใช้ค่ากลางข้อมูลที่เหมาะสม (2)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

- จุดประสงค์**
1. หาค่ากลางของข้อมูลที่ยังไม่แจกแจงความถี่ได้
  2. เลือกใช้ค่ากลางของข้อมูลที่กำหนดให้ได้อย่างเหมาะสม

**ตอนที่ 1** ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย ✓ หน้าข้อความที่ถูก และทำเครื่องหมาย ✗ หน้าข้อความที่ผิด



1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต เป็นค่ากลางของข้อมูลที่เหมาะสมสำหรับใช้แทนชุดข้อมูลที่มีค่าของข้อมูลบางตัวต่ำกว่าหรือสูงกว่าค่าของข้อมูลอื่น ๆ มากจนผิดปกติ



2. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและมัธยฐานไม่สามารถหาได้จากข้อมูลเชิงคุณภาพ



3. มัธยฐานและฐานนิยมเป็นค่ากลางของข้อมูลที่เหมาะสมในการนำไปใช้ทางสถิติขั้นสูง



4. ข้อมูลที่มีค่าสูงหรือต่ำกว่าค่าของข้อมูลอื่น ๆ มาก จะไม่ส่งผลกระทบต่อมัธยฐานและฐานนิยม



5. ฐานนิยมเป็นค่ากลางของข้อมูลที่มีความถี่สูงสุด



6. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็นค่ากลางที่ให้ความสำคัญกับทุกค่าในข้อมูล เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงบางค่าของข้อมูล จึงไม่ทำให้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเปลี่ยนไป

**ตอนที่ 2** ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

“นายอportunเก็บรวบรวมข้อมูลจำนวนเงินที่นักเรียนแต่ละคนในห้องนำมาโรงเรียนได้ ดังนี้ 30, 70, 30, 40, 40, 40, 50, 50, 50, 60, 60, 60, 70, 70, 780”

จากข้อมูลจงตอบคำถามต่อไปนี้

1. ฐานนิยม มีค่าเท่ากับ .....ไม่มี.....
  2. มัธยฐาน มีค่าเท่ากับ .....50.....
  3. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มีค่าเท่ากับ .....100.....
  4. ค่ากลางที่เหมาะสมกับข้อมูลชุดนี้ คือ .....มัธยฐาน.....
- เพราะ **ค่าฐานนิยมมีหลายค่า ถือว่าไม่มีฐานนิยม ค่าเฉลี่ยเลขคณิตไม่เหมาะสมเพราะมีค่าสูงมาก**



## หน่วยการเรียนรู้ที่ 2

ชื่อหน่วยการเรียนรู้ ความเท่ากันทุกประการ  
รหัสวิชา ค22102 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
เวลา 14 ชั่วโมง

### 1. มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด

สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด ม.2/4 เข้าใจและใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

### 2. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

รูปเรขาคณิตสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ เคลื่อนที่รูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิท ส่วนของเส้นตรงสองเส้นเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ส่วนของเส้นตรงทั้งเส้นนั้นยาวเท่ากัน มุมสองมุมเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ มุมทั้งสองนั้นมีขนาดเท่ากัน

รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ด้านคู่ที่สมนัยกันและมุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้น มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์แบบ ด้าน-มุม-ด้าน (ด.ม.ด.) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่ และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์แบบ มุม-ด้าน-มุม (ม.ด.ม.) กล่าวคือ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์แบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (ด.ด.ด.) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสามคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์แบบ มุม-มุม-ด้าน (ม.ม.ด.) กล่าวคือ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่และด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน ยาวเท่ากันหนึ่งคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์แบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน (ฉ.ด.ด.) กล่าวคือ สามเหลี่ยมทั้งสองเป็นสามเหลี่ยมมุมฉากซึ่งมีด้านประกอบมุมฉากยาวเท่ากัน และด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากันหนึ่งคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ

สมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

1. เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว จะแบ่งรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ
2. มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน
3. เส้นที่ลากจากมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมาแบ่งครึ่งฐาน จะแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว



4. เส้นที่ลากจากมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมาแบ่งครึ่งฐาน จะตั้งฉากกับฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

ใช้สัญลักษณ์  $\cong$  แทนคำว่า "เท่ากันทุกประการ"

### 3. สารการเรียนรู้

#### ด้านความรู้

1. ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิตใด ๆ เส้นตรงและมุม
2. ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม
3. ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบต่าง ๆ

#### ด้านทักษะและกระบวนการ

การให้เหตุผล

#### ด้านเจตคติ

–

### 4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

ความสามารถในการคิด (การคิดอย่างเป็นระบบ)

### 5. คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มีวินัย
2. ใฝ่เรียนรู้

### 6. การประเมินผลรวบยอด

ชิ้นงานหรือภาระงาน

- เพิ่มสะสมงาน หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ จำนวน 21 ใบงาน ดังนี้
  1. ใบงานที่ 1 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต (1)
  2. ใบงานที่ 2 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต (2)
  3. ใบงานที่ 3 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม
  4. ใบงานที่ 4.1 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (1)
  5. ใบงานที่ 4.2 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (2)
  6. ใบงานที่ 5 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (3)
  7. ใบงานที่ 6.1 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (1)
  8. ใบงานที่ 6.2 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (2)
  9. ใบงานที่ 7 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (3)
  10. ใบงานที่ 8.1 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (1)
  11. ใบงานที่ 8.2 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (2)
  12. ใบงานที่ 9 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (3)
  13. ใบงานที่ 10.1 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน (1)
  14. ใบงานที่ 10.2 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน (2)
  15. ใบงานที่ 11 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน (3)
  16. ใบงานที่ 12.1 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน (1)

17. ใบงานที่ 12.2 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน (2)
18. ใบงานที่ 12.3 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน (3)
19. ใบงานที่ 13.1 เรื่อง สามเหลี่ยมหน้าจั่ว
20. ใบงานที่ 13.2 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ (1)
21. ใบงานที่ 14 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ (2)

**เกณฑ์การประเมินชิ้นงานหรือภาระงาน**


รายการประเมิน	เกณฑ์การให้คะแนน			
	ดีมาก (4)	ดี (3)	พอใช้ (2)	ปรับปรุง (1)
1. ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 1-2 ตั้งแต่ 3.5 ขึ้นไป	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 1-2 ตั้งแต่ 2.50 แต่ไม่ถึง 3.5	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 1-2 ตั้งแต่ 1.50 แต่ไม่ถึง 2.50	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 1-2 ตั้งแต่ 1.0 แต่ไม่ถึง 1.50
2. ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม	มีระดับคะแนนตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 3 ระดับ 4	มีระดับคะแนนตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 3 ระดับ 3	มีระดับคะแนนตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 3 ระดับ 2	มีระดับคะแนนตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 3 ระดับ 1
3. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 4-5 ตั้งแต่ 3.5 ขึ้นไป	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 4-5 ตั้งแต่ 2.50 แต่ไม่ถึง 3.5	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 4-5 ตั้งแต่ 1.50 แต่ไม่ถึง 2.50	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 4-5 ตั้งแต่ 1.0 แต่ไม่ถึง 1.50
4. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 6-7 ตั้งแต่ 3.5 ขึ้นไป	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 6-7 ตั้งแต่ 2.50 แต่ไม่ถึง 3.5	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 6-7 ตั้งแต่ 1.50 แต่ไม่ถึง 2.50	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 6-7 ตั้งแต่ 1.0 แต่ไม่ถึง 1.50
5. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 8-9 ตั้งแต่ 3.5 ขึ้นไป	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 8-9 ตั้งแต่ 2.50 แต่ไม่ถึง 3.5	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 8-9 ตั้งแต่ 1.50 แต่ไม่ถึง 2.50	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 8-9 ตั้งแต่ 1.0 แต่ไม่ถึง 1.50

รายการประเมิน	เกณฑ์การให้คะแนน			
	ดีมาก (4)	ดี (3)	พอใช้ (2)	ปรับปรุง (1)
6. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบมุม-มุม-ด้าน	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 10-11 ตั้งแต่ 3.5 ขึ้นไป	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 10-11 ตั้งแต่ 2.50 แต่ไม่ถึง 3.5	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 10-11 ตั้งแต่ 1.50 แต่ไม่ถึง 2.50	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 10-11 ตั้งแต่ 1.0 แต่ไม่ถึง 1.50
7. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบฉาก-ด้าน-ด้าน	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 12.1-12.3 ตั้งแต่ 3.5 ขึ้นไป	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 12.1-12.3 ตั้งแต่ 2.50 แต่ไม่ถึง 3.5	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 12.1-12.3 ตั้งแต่ 1.50 แต่ไม่ถึง 2.50	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 12.1-12.3 ตั้งแต่ 1.0 แต่ไม่ถึง 1.50
8. การนำความรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการไปใช้	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 13-14 และใบกิจกรรมที่ 1 ตั้งแต่ 3.5 ขึ้นไป	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 13-14 และใบกิจกรรมที่ 1 ตั้งแต่ 2.50 แต่ไม่ถึง 3.5	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 13-14 และใบกิจกรรมที่ 1 ตั้งแต่ 1.50 แต่ไม่ถึง 2.50	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 13-14 และใบกิจกรรมที่ 1 ตั้งแต่ 1.0 แต่ไม่ถึง 1.50
9. ความมีวินัย	ได้รับผลการประเมินเฉลี่ย 90% ขึ้นไป	ได้รับผลการประเมินเฉลี่ย 80-89 %	ได้รับผลการประเมินเฉลี่ย 70-79 %	ได้รับผลการประเมินเฉลี่ยไม่ถึง 70 %
10. การใฝ่เรียนรู้	ได้รับผลการประเมินเฉลี่ย 90% ขึ้นไป	ได้รับผลการประเมินเฉลี่ย 80-89 %	ได้รับผลการประเมินเฉลี่ย 70-79 %	ได้รับผลการประเมินเฉลี่ยไม่ถึง 70 %

#### เกณฑ์การตัดสินคุณภาพ

ช่วงคะแนน	ระดับคุณภาพ
31 - 40	ดีมาก
21 - 30	ดี
11 - 20	พอใช้
ต่ำกว่า 10	ปรับปรุง

เกณฑ์การผ่าน ตั้งแต่ระดับ พอใช้ ขึ้นไป

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต (1) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์		เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b> ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b> <b>ด้านความรู้</b> บอกได้ว่ารูปเรขาคณิตสองรูปเท่ากันทุกประการ</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b> การให้เหตุผล</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b> -</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b> -</p> <p><b>คุณลักษณะอันพึงประสงค์</b> 1. มีวินัย 2. การใฝ่เรียนรู้</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b> <b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>ครูแจกชุดภาพให้นักเรียนทุกคน ร่วมพิจารณาว่า ภาพใดบ้างที่เท่ากัน</li> <li>ครูสุ่มให้นักเรียนตอบคำถามที่ได้จากการพิจารณาว่าภาพใดบ้างที่เท่ากัน และให้นักเรียนเสนอแนวคิดว่ามีวิธีตรวจสอบการเท่ากันของรูปเรขาคณิตด้วยวิธีใดจากนั้นให้นักเรียนคนอื่นที่มีแนวคิดต่างจากเพื่อนที่นำเสนอไปก่อนหน้า นำเสนอแนวคิดของตนเอง เพื่อแลกเปลี่ยนแนวคิด (<b>ตัดภาพ/การยกภาพซ้อนทับกัน</b>)</li> </ol> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 1 ข้อที่ 1-2 (ใช้แหล่งเรียนรู้ต่าง ๆ) โดยให้เวลานักเรียนศึกษาค้นคว้าและลงมือปฏิบัติ 5 นาที</li> <li>ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายแนวคิดที่ได้จากการทำใบงานที่ 1 ข้อที่ 1 - 2 เพื่อนำสู่ข้อสรุปของนิยามเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการ (<b>รูปทั้งสองรูปเท่ากันทุกประการเมื่อรูปหนึ่งทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทพอดี</b>) และการใช้สัญลักษณ์ <math>\cong</math> โดยยกตัวอย่างประกอบ ดังนี้</li> </ol> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  <div style="display: flex; justify-content: space-around; width: 100%;"> <span>A</span> <span>B</span> </div> </div>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b> ห้องสมุด, ห้องคอมพิวเตอร์ หรือครูเตรียมแหล่งข้อมูลเกี่ยวกับการเท่ากันทุกประการให้นักเรียน</p> <p><b>สื่อ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ชุดภาพ</li> <li>กระดาษลอกลาย</li> <li>ไม้บรรทัด, กรรไกร</li> <li>ใบงานที่ 1 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต (1)</li> </ol> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b> ใบงานที่ 1 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต (1)</p>

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต (1) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p>เมื่อรูป A และรูป B เท่ากันทุกประการจะเขียนว่า รูป A <math>\cong</math> รูป B</p> <p>สัญลักษณ์ <math>\cong</math> แทนคำว่า เท่ากันทุกประการ</p> <p>3. นักเรียนทำใบงานที่ 1 ข้อที่ 3 โดยครูให้คำแนะนำรายบุคคล ตามสถานการณ์ในชั้นเรียน</p> <p>4. ครูทบทวนความรู้เรื่อง เส้นตรง ดังนี้</p> <p style="text-align: center;"><math>\leftrightarrow</math></p> <p>- เส้นตรง เอบี เขียนแทนด้วย AB</p> <p style="text-align: center;"><math>\rightarrow</math></p> <p>- รังสี เอบี เขียนแทนด้วย AB</p> <p>- ส่วนของเส้นตรง เอบี เขียนแทนด้วย <math>\overline{AB}</math></p> <p>- ความยาวของส่วนของเส้นตรงเอบี เขียนแทนด้วย AB</p> <p>5. ให้นักเรียนค้นคว้า นิยามของความเท่ากันทุกประการของส่วนของเส้นตรง จากแหล่งเรียนรู้ต่าง ๆ แล้วสุ่มถามนักเรียนเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง (ส่วนของเส้นตรงสองเส้นเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ส่วนของเส้นตรงทั้งสองเส้นนั้นยาวเท่ากัน)</p> <p>ครูสร้าง <math>\overline{AB}</math> และ <math>\overline{CD}</math> โดยที่ <math>AB = CD</math> ดังรูป</p> <p style="text-align: center;">A <math>\overline{\hspace{2cm}}</math> B                      C <math>\overline{\hspace{2cm}}</math> D</p> <p>ครูถามนักเรียนว่าเราจะทราบได้อย่างไรว่า <math>\overline{AB} \cong \overline{CD}</math> (อ่านว่าส่วนของเส้นตรงเอบี เท่ากันทุกประการกับส่วนของเส้นตรงซีดี)</p>	

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต (1) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p>( - ใช้การวัด โดยใช้ไม้บรรทัดวัดขนาดตามความยาว</p> <p>- ใช้กระดาษลอกลาย ลอก <math>\overline{AB}</math> แล้วนำไปทับ <math>\overline{CD}</math> ให้จุด A ทับ จุด C เนื่องจาก <math>AB = CD</math> จะได้จุด B ทับจุด D ดังนั้น <math>\overline{AB}</math> และ <math>\overline{CD}</math> ทับกันสนิท นั่นคือ ถ้า <math>AB = CD</math> แล้ว <math>\overline{AB} \cong \overline{CD}</math>)</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>ใช้คำถามเพื่อนำสู่การสรุป ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปใดๆ และส่วนของเส้นตรง อย่างไร (รูปทั้งสองรูปเท่ากันทุกประการ เมื่อรูปหนึ่งทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทพอดี, ส่วนของเส้นตรงสองเส้นเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ส่วนของเส้นตรงทั้งสองเส้นนั้นยาวเท่ากัน)</li> <li>- นักเรียนมีวิธีตรวจสอบความเท่ากันทุกประการอย่างไร (การยกซ้อนทับ, การวัดความยาว, ใช้กระดาษลอกลาย)</li> </ul>	

## การวัดผลและประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
1. บอกได้ว่ารูปร่างเรขาคณิต สองรูปเท่ากันทุก ประการ	ตรวจ ใบงานที่ 1	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 1	รายการกิจกรรม - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 1 ข้อที่ 1, 2 ครบถ้วน - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 1 ข้อที่ 1, 2 มีความถูกต้อง
2. ทักษะการให้เหตุผล			- เติมข้อความลงในใบงานที่ 1 ข้อที่ 3 ครบถ้วน - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 1 ข้อที่ 3 มีความถูกต้อง ระดับ 1 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 1 รายการ ระดับ 2 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 2 รายการ ระดับ 3 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 3 รายการ ระดับ 4 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 4 รายการ
3. มีวินัย	ตรวจ ใบงานที่ 1	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 1	ระดับ 1 ส่งงานช้ากว่ากำหนด มีข้อผิดพลาด หรือไม่ครบถ้วน ระดับ 2 ส่งงานช้ากว่ากำหนด แต่ถูกต้อง ครบถ้วน ระดับ 3 ส่งงานในระยะเวลาที่กำหนด มีข้อผิดพลาด หรือไม่ครบถ้วน ระดับ 4 งานในระยะเวลาที่กำหนด ถูกต้อง ครบถ้วน
4. การใฝ่เรียนรู้	นักเรียน ประเมิน ตนเอง	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 1	รายการกิจกรรม - มีการค้นคว้าด้วยตนเอง - ใช้เทคโนโลยีในการค้นคว้า - แหล่งค้นคว้ามีความหลากหลายและน่าเชื่อถือ - สามารถสรุปผลการค้นคว้าได้ ระดับ 1 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 1 รายการ ระดับ 2 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 2 รายการ ระดับ 3 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 3 รายการ ระดับ 4 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 4 รายการ

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ .....ผู้สอน  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

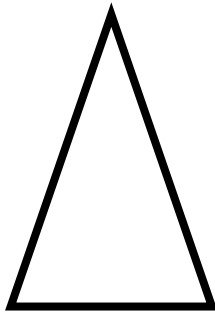
ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

.....  
.....  
.....

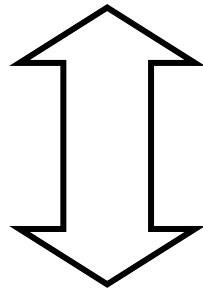
ลงชื่อ .....ผู้ตรวจ  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....



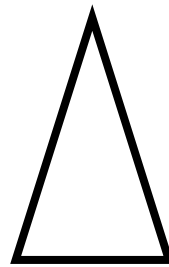
## ชุดภาพ



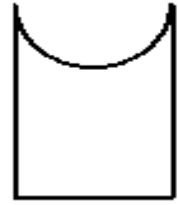
รูป 1



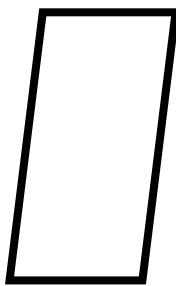
รูป 2



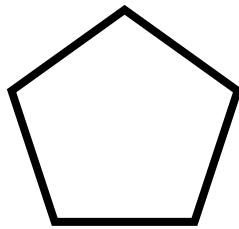
รูป 3



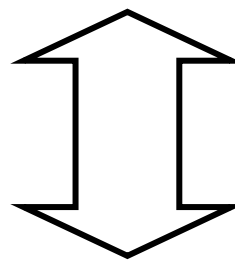
รูป 4



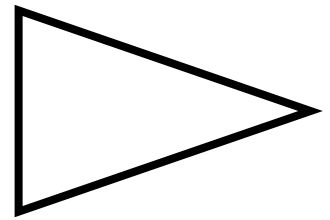
รูป 5



รูป 6



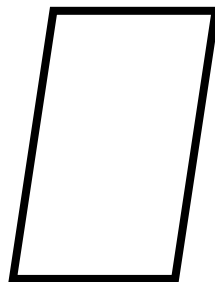
รูป 7



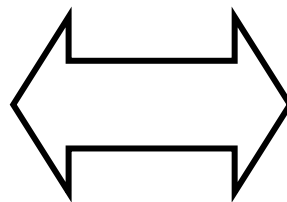
รูป 8



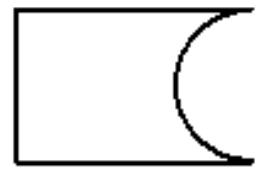
รูป 9



รูป 10



รูป 11



รูป 12

**ใบงานที่ 1 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต (1)**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต (1)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** บอกได้ว่ารูปเรขาคณิตสองรูปเท่ากันทุกประการ

1. ให้นักเรียนค้นหานิยามของคำว่า “ความเท่ากันทุกประการ”

1.1 แหล่งที่มา .....  
 ข้อค้นพบ .....

1.2 แหล่งที่มา .....  
 ข้อค้นพบ .....

นักเรียนสรุปได้ว่า .....

2. ให้นักเรียนค้นหาเงื่อนไขที่ทำให้รูปเรขาคณิตสองรูปเท่ากันทุกประการ

2.1 แหล่งที่มา .....  
 ข้อค้นพบ .....

2.2 แหล่งที่มา .....  
 ข้อค้นพบ .....

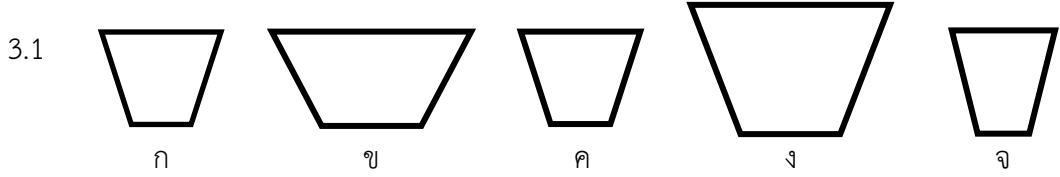
2.3 แหล่งที่มา .....  
 ข้อค้นพบ .....

นักเรียนสรุปได้ว่า .....

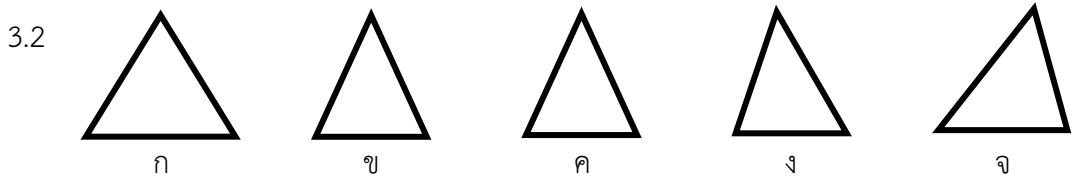
**นักเรียนประเมินตนเอง จากข้อ 1-2 : รายการกิจกรรมการประเมิน**

- |   |  |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> มีการค้นคว้าด้วยตนเอง                    | <input type="checkbox"/> ใช้เทคโนโลยีในการค้นคว้า  |
| <input type="checkbox"/> แหล่งค้นคว้ามีความหลากหลายและน่าเชื่อถือ | <input type="checkbox"/> สามารถสรุปผลการค้นคว้าได้ |

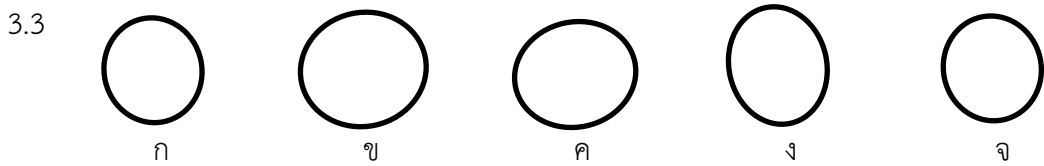
3. จงหาว่ารูปเรขาคณิตใดบ้างที่เท่ากันทุกประการ (ใช้กระดาษลอกลายลอกรูปแล้วนำไปวางซ้อนกัน)



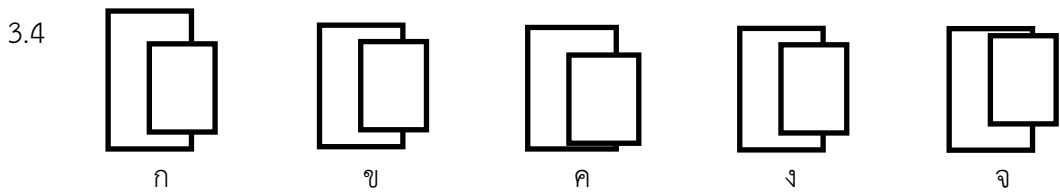
ตอบ .....



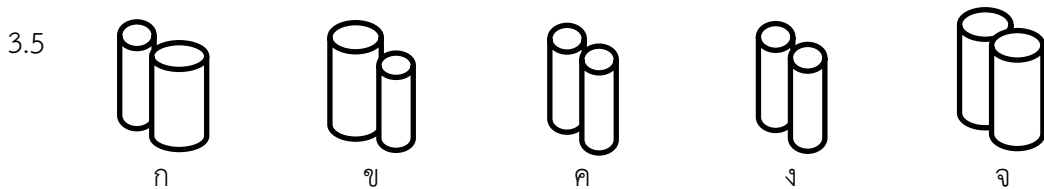
ตอบ .....



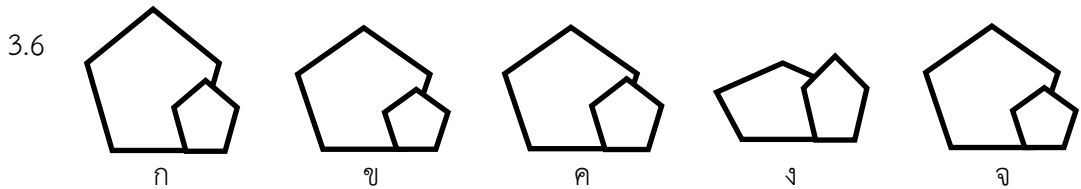
ตอบ .....



ตอบ .....

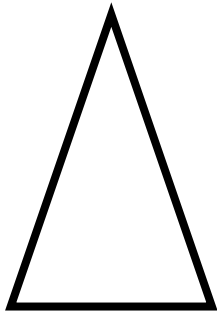


ตอบ .....

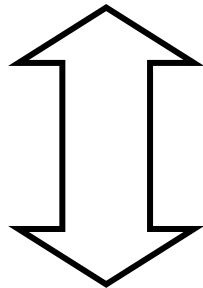


ตอบ .....

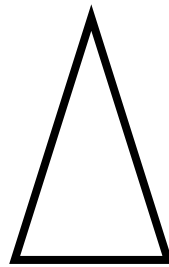
เฉลย ชุดภาพ



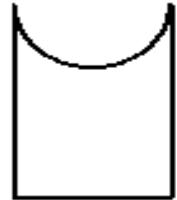
รูป 1



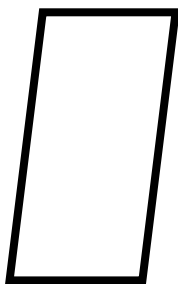
รูป 2



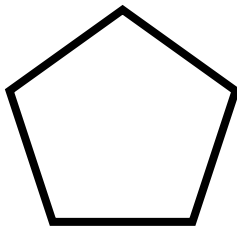
รูป 3



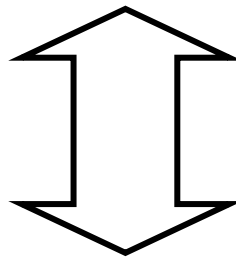
รูป 4



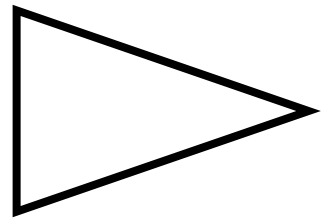
รูป 5



รูป 6



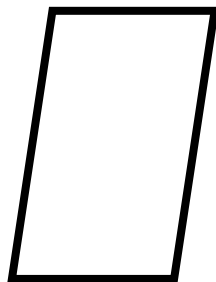
รูป 7



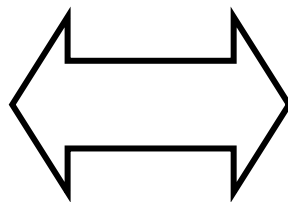
รูป 8



รูป 9



รูป 10



รูป 11



รูป 12

แนวทางคำตอบ (สำหรับครู)

รูป 1  $\cong$  รูป 8, รูป 2  $\cong$  รูป 11, รูป 4  $\cong$  รูป 12

**เฉลย** ใบงานที่ 1 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต (1)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต (1)  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

จุดประสงค์ บอกได้ว่ารูปเรขาคณิตสองรูปเท่ากันทุกประการ

1. ให้นักเรียนค้นหานิยามของคำว่า “ความเท่ากันทุกประการ”

1.1 แหล่งที่มา .....  
 ข้อค้นพบ .....

1.2 แหล่งที่มา .....  
 ข้อค้นพบ .....

นักเรียนสรุปได้ว่า ..... **รูปหนึ่งทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทพอดี** .....

2. ให้นักเรียนค้นหาเงื่อนไขที่ทำให้รูปเรขาคณิตสองรูปเท่ากันทุกประการ

2.1 แหล่งที่มา .....  
 ข้อค้นพบ .....

2.2 แหล่งที่มา .....  
 ข้อค้นพบ .....

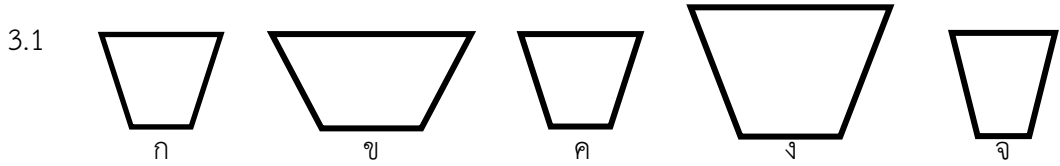
2.3 แหล่งที่มา .....  
 ข้อค้นพบ .....

นักเรียนสรุปได้ว่า ..... **รูปเรขาคณิตสองรูปเท่ากันทุกประการ เมื่อสามารถนำรูปเรขาคณิต**  
**หนึ่งทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทพอดี** .....

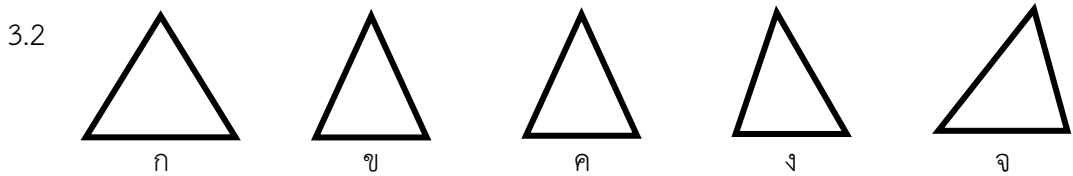
นักเรียนประเมินตนเอง จากข้อ 1-2 : รายการกิจกรรมการประเมิน

- |   |  |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> มีการค้นคว้าด้วยตนเอง                    | <input type="checkbox"/> ใช้เทคโนโลยีในการค้นคว้า  |
| <input type="checkbox"/> แหล่งค้นคว้ามีความหลากหลายและน่าเชื่อถือ | <input type="checkbox"/> สามารถสรุปผลการค้นคว้าได้ |

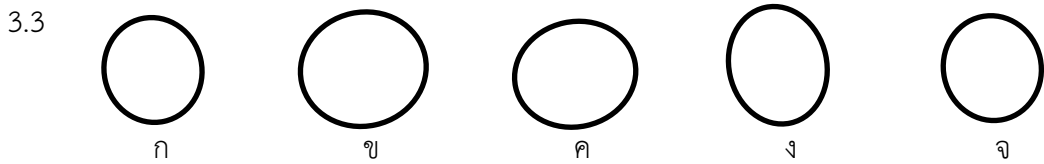
3. จงหาว่ารูปเรขาคณิตใดบ้างที่เท่ากันทุกประการ (ใช้กระดาษลอกถ่ายลอกรูปแล้วนำไปวางซ้อนกัน)



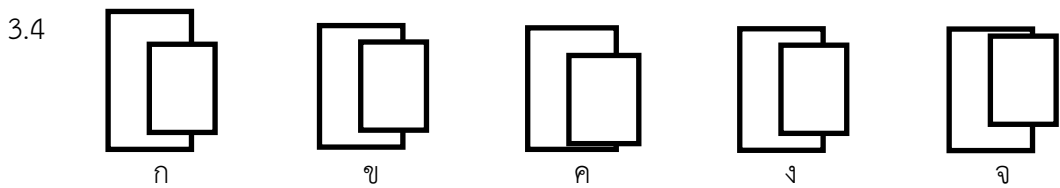
ตอบ ..... รูป ก  $\cong$  รูป ค



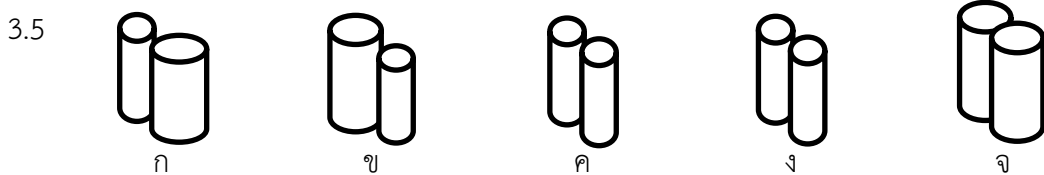
ตอบ ..... รูป ข  $\cong$  รูป ค



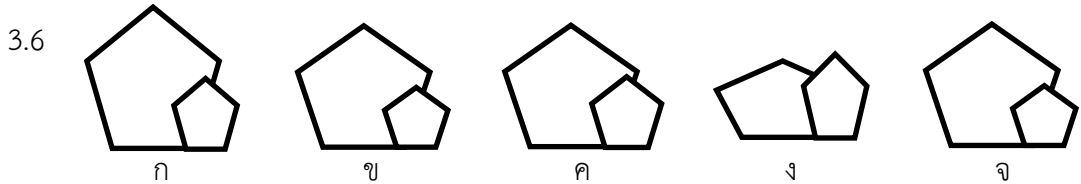
ตอบ ..... รูป ก  $\cong$  รูป จ



ตอบ ..... รูป ข  $\cong$  รูป ง



ตอบ ..... รูป ค  $\cong$  รูป ง

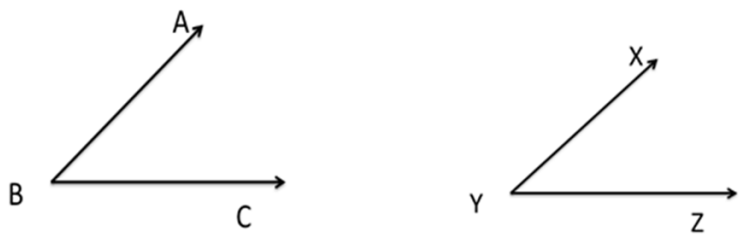


ตอบ ..... รูป ข  $\cong$  รูป จ



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b> ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b> <b>ด้านความรู้</b> บอกได้ว่ารูปเรขาคณิตสองรูปเท่ากันทุกประการ</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b> การให้เหตุผล</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b> -</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b> -</p> <p><b>คุณลักษณะอันพึงประสงค์</b> 1. มีวินัย 2. การใฝ่เรียนรู้</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b> <b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>ครูทบทวน การเท่ากันทุกประการของรูปใด ๆ และส่วนของเส้นตรง โดยการถามตอบ (รูปทั้งสองรูปเท่ากันทุกประการ เมื่อรูปหนึ่งทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทพอดี ส่วนของเส้นตรงสองเส้นเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ส่วนของเส้นตรงทั้งสองเส้นนั้นยาวเท่ากัน)</li> </ol> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 2 ข้อที่ 1 (ใช้แหล่งเรียนรู้ต่าง ๆ) โดยให้เวลานักเรียนศึกษาค้นคว้าและลงมือปฏิบัติ 5 นาที</li> <li>ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายแนวคิดที่ได้จากการทำใบงานที่ 2 ข้อที่ 1 เพื่อนำสู่ข้อสรุปของนิยามเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต ( - รูปทั้งสองรูปเท่ากันทุกประการ เมื่อรูปหนึ่งทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทพอดี - ส่วนของเส้นตรงสองเส้นเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ส่วนของเส้นตรงทั้งสองเส้นนั้นยาวเท่ากัน - มุมสองมุมเท่ากันทุกประการก็ต่อเมื่อมุมทั้งสองมีขนาดเท่ากัน)</li> <li>ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 2 ข้อที่ 2 โดยครูให้คำแนะนำรายบุคคล ตามสถานการณ์ในชั้นเรียน</li> </ol>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b> ห้องสมุด, ห้องคอมพิวเตอร์ หรือครูเตรียมแหล่งข้อมูลเกี่ยวกับการเท่ากันทุกประการให้นักเรียน</p> <p><b>สื่อ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>อุปกรณ์การวัดมุมแบบครึ่งวงกลม</li> <li>กระดาษลอกลาย</li> <li>ใบงานที่ 2 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต (2)</li> </ol> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b> ใบงานที่ 2 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต (2)</p>



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2		เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ	เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต (2)	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	
<p>4. ครูให้นักเรียนค้นคว้าหาเงื่อนไขที่ทำให้มุมสองมุม มีความเท่ากันทุกประการ (ใช้แหล่งเรียนรู้ต่าง ๆ) โดยครูให้คำแนะนำนักเรียนเป็นรายบุคคล แล้วให้นักเรียนร่วมกันหาข้อสรุปที่ถูกต้อง (มุมสองมุมเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ มุมทั้งสองมีขนาดเท่ากัน)</p> <p>5. ครูสร้าง <math>\hat{A}BC</math> และ <math>\hat{X}YZ</math> ที่มี มุม B และ มุม Y เท่ากัน ดังรูป</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>6. ครูใช้คำถามชี้แนะ ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- จากการสังเกตนักเรียนคิดว่า มุม B และ มุม Y มีขนาดของมุมเท่ากันหรือไม่ (เท่ากัน)</li> <li>- นักเรียนมีวิธีการตรวจสอบอย่างไร ว่ามุมทั้งสองมีขนาดของมุมเท่ากัน (ใช้กระดาษลอกลาย/วัดขนาดมุม)</li> </ul> <p>(ครูอาจวัดขนาดของมุมหรือใช้กระดาษลอกลายสาธิตให้นักเรียนดูได้ตามสถานการณ์ในชั้นเรียน)</p>		

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p>7. ให้นักเรียนทำใบงานที่ 2 ข้อที่ 3 โดยครูให้คำแนะนำรายบุคคล ตามสถานการณ์ ในชั้นเรียน</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. ใช้คำถามเพื่อนำสู่การสรุป ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- การเท่ากันทุกประการของรูปทั่วไป (รูปสองรูปเท่ากันทุกประการ เมื่อสามารถนำรูปหนึ่งทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทพอดี)</li> <li>- การเท่ากันทุกประการของเส้นตรง (ส่วนของเส้นตรงสองเส้นเท่ากันทุกประการเมื่อส่วนของเส้นตรงสองเส้นนั้นมีความยาวเท่ากัน)</li> <li>- การเท่ากันทุกประการของมุม (มุมสองมุมเท่ากันทุกประการก็ต่อเมื่อมุมทั้งสองมีขนาดเท่ากัน)</li> <li>- การเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต (รูปเรขาคณิตสองรูปเท่ากันทุกประการ เมื่อสามารถนำรูปเรขาคณิตหนึ่งทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทพอดี)</li> </ul>	

## การวัดผลและประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
1. บอกได้ว่ารูปเรขาคณิต สองรูปเท่ากันทุก ประการ	ตรวจ ใบงานที่ 2	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 2	รายการกิจกรรม - เติมข้อความลงในใบงานที่ 2 ข้อที่ 1 ครบถ้วน - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 2 ข้อที่ 1 มีความถูกต้อง - เติมข้อความลงในใบงานที่ 2 ข้อที่ 2 ครบถ้วน - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 2 ข้อที่ 2 มีความถูกต้อง - เติมข้อความลงในใบงานที่ 2 ข้อที่ 3 ครบถ้วน - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 2 ข้อที่ 3 มีความถูกต้อง
2. ทักษะการให้เหตุผล			ระดับ 1 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 1 รายการ ระดับ 2 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 2 รายการ ระดับ 3 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 3-4 รายการ ระดับ 4 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 5-6 รายการ
3. มีวินัย	ตรวจ ใบงานที่ 2	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 2	ระดับ 1 ส่งงานช้ากว่ากำหนด มีข้อผิดพลาด หรือไม่ ครบถ้วน ระดับ 2 ส่งงานช้ากว่ากำหนด แต่ถูกต้อง ครบถ้วน ระดับ 3 ส่งงานในระยะเวลาที่กำหนด มีข้อผิดพลาด หรือไม่ครบถ้วน ระดับ 4 ส่งงานในระยะเวลาที่กำหนด ถูกต้อง ครบถ้วน
4. การใฝ่เรียนรู้	นักเรียน ประเมิน ตนเอง	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 2	รายการกิจกรรม - มีการค้นคว้าด้วยตนเอง - ใช้เทคโนโลยีในการค้นคว้า - แหล่งค้นคว้ามีความหลากหลายและน่าเชื่อถือ - สามารถสรุปผลการค้นคว้าได้ ระดับ 1 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 1 รายการ ระดับ 2 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 2 รายการ ระดับ 3 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 3 รายการ ระดับ 4 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 4 รายการ

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ใบงานที่ 2 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต (2)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต (2)  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

จุดประสงค์ บอกได้ว่ารูปเรขาคณิตสองรูปเท่ากันทุกประการ

1. ให้นักเรียนค้นหานิยามของการเท่ากันทุกประการของมุมสองมุมต่อไปนี้

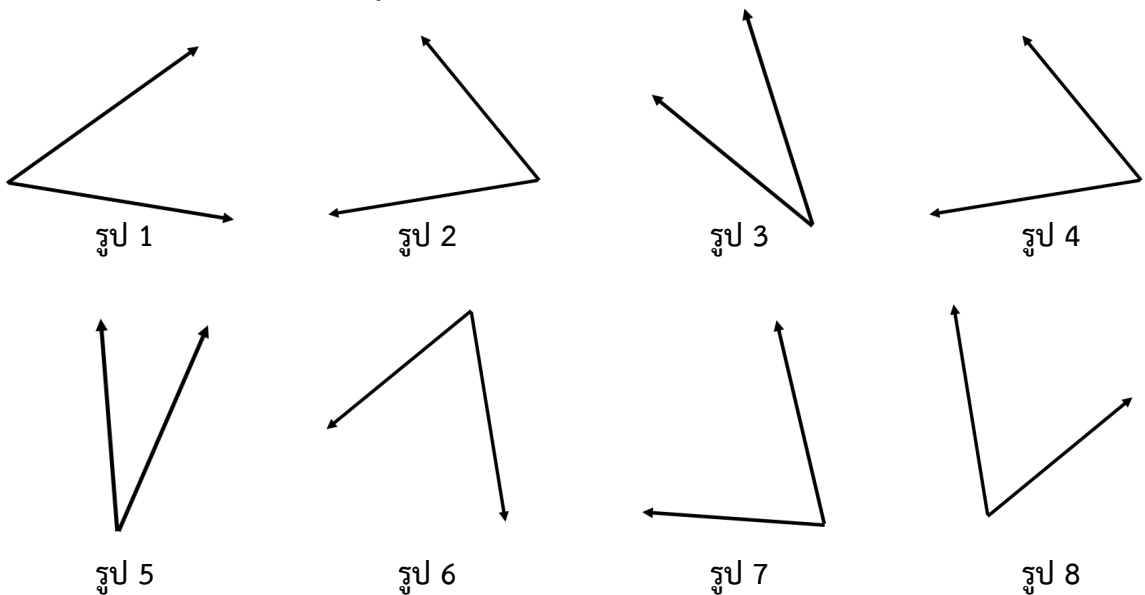
1.1 แหล่งที่มา .....  
 ข้อค้นพบ .....

1.2 แหล่งที่มา .....  
 ข้อค้นพบ .....

1.3 แหล่งที่มา .....  
 ข้อค้นพบ .....

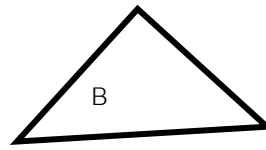
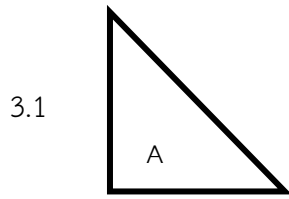
นักเรียนสรุปได้ว่า .....

2. จงพิจารณาว่า มุมที่กำหนดให้มีคู่ใดบ้างที่เท่ากันทุกประการ (ใช้กระดาษลอกลาย)

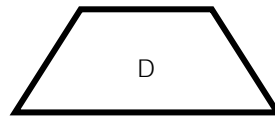


ตอบ .....

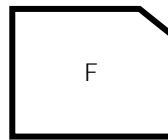
3. จงพิจารณาว่ารูปเรขาคณิตสองรูปที่กำหนดให้เท่ากันทุกประการหรือไม่ เพราะอะไร



ตอบ .....



ตอบ .....



ตอบ .....

นักเรียนประเมินตนเอง จากข้อ 1 รายการกิจกรรมการประเมิน

- |   |  |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> มีการค้นคว้าด้วยตนเอง                    | <input type="checkbox"/> ใช้เทคโนโลยีในการค้นคว้า  |
| <input type="checkbox"/> แหล่งค้นคว้ามีความหลากหลายและน่าเชื่อถือ | <input type="checkbox"/> สามารถสรุปผลการค้นคว้าได้ |

**เฉลย** ใบงานที่ 2 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต (2)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต (2)  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

จุดประสงค์ บอกได้ว่ารูปเรขาคณิตสองรูปเท่ากันทุกประการ

1. ให้นักเรียนค้นหานิยามของการเท่ากันทุกประการของมุมสองมุมต่อไปนี้

1.1 แหล่งที่มา .....

ข้อค้นพบ .....

1.2 แหล่งที่มา .....

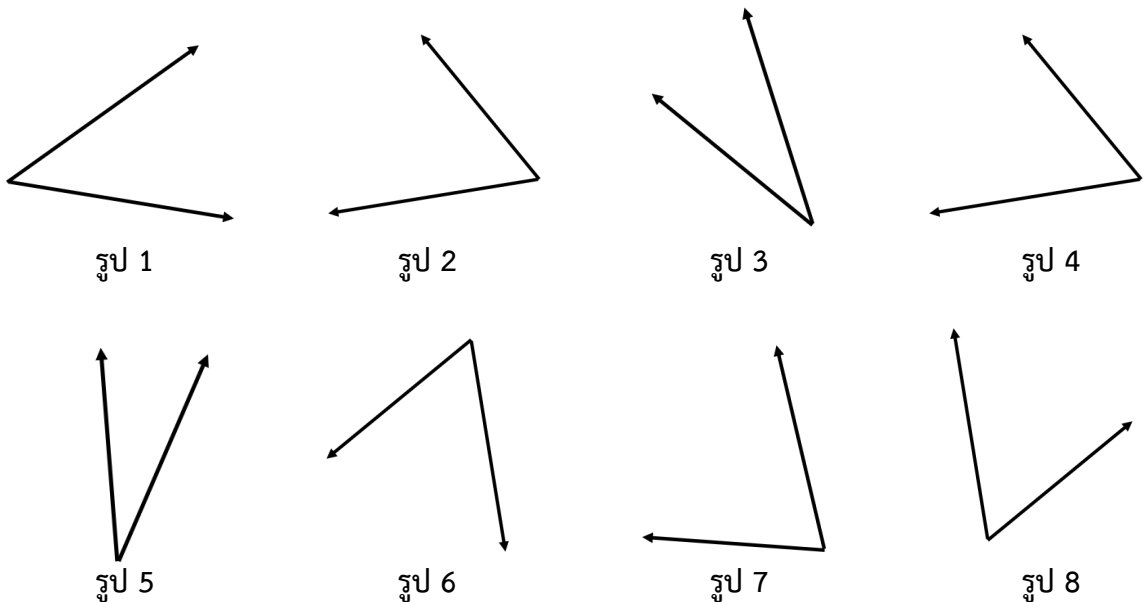
ข้อค้นพบ .....

1.3 แหล่งที่มา .....

ข้อค้นพบ .....

นักเรียนสรุปได้ว่า ..... **มุมสองมุมเท่ากันทุกประการก็ต่อเมื่อมุมทั้งสองมีขนาดเท่ากัน** .....

2. จงพิจารณาว่า มุมที่กำหนดให้มีคู่ใดบ้างที่เท่ากันทุกประการ (ใช้กระดาษลอกลาย)



ตอบ ..... **รูป 1  $\cong$  รูป 8, รูป 4  $\cong$  รูป 6** .....

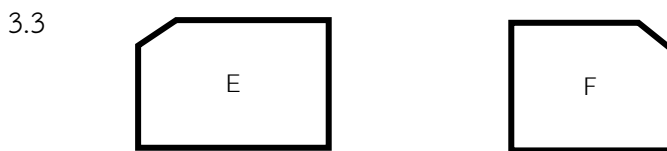
3. จงพิจารณาว่ารูปเรขาคณิตสองรูปที่กำหนดให้เท่ากันทุกประการหรือไม่ เพราะอะไร



ตอบ .....เท่ากันทุกประการ เพราะรูปทั้งสองทับกันสนิทพอดี.....



ตอบ .....เท่ากันทุกประการ เพราะรูปทั้งสองทับกันสนิทพอดี.....



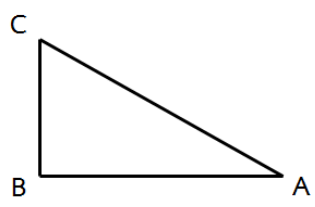
ตอบ .....ไม่เท่ากันทุกประการ เพราะรูปทั้งสองไม่ทับกันสนิทพอดี.....

นักเรียนประเมินตนเอง จากข้อ 1 รายการกิจกรรมการประเมิน

- |   |  |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> มีการค้นคว้าด้วยตนเอง                    | <input type="checkbox"/> ใช้เทคโนโลยีในการค้นคว้า  |
| <input type="checkbox"/> แหล่งค้นคว้ามีความหลากหลายและน่าเชื่อถือ | <input type="checkbox"/> สามารถสรุปผลการค้นคว้าได้ |





แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม รายวิชา คณิตศาสตร์ 4		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์		เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b> ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b> <b>ด้านความรู้</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ด้านคู่ที่สมนัยกันและมุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้น มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ</li> <li>2. บอกด้านคู่ที่ยาวเท่ากันและมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการได้</li> </ol> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b> การให้เหตุผล</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b> -</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b> <b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>2. ทบทวนเกี่ยวกับบทนิยามของความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต (รูปเรขาคณิตสองรูปเท่ากันทุกประการ เมื่อสามารถนำรูปเรขาคณิตหนึ่งทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทพอดี)</li> </ol> <p>เพื่อนำมาใช้สำรวจและค้นหาสมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม</p> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ครูสร้างรูปสามเหลี่ยม ABC ดังรูป (ทบทวนความรู้เกี่ยวกับสามเหลี่ยม)</li> </ol> <div style="text-align: center;">  </div> <p>รูปสามเหลี่ยม ABC เขียนสัญลักษณ์ ได้เป็น <math>\triangle ABC</math></p> <p><math>\triangle ABC</math> ประกอบด้วยด้านสามด้าน คือ <math>\overline{AB}</math>, <math>\overline{BC}</math> และ <math>\overline{AC}</math> และมุม 3 มุมคือ <math>\hat{B}AC</math>, <math>\hat{A}BC</math>, <math>\hat{B}CA</math> หรือ <math>\hat{A}</math>, <math>\hat{B}</math>, <math>\hat{C}</math></p> <p>(ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า รูปสามเหลี่ยม ABC คือ รูปที่ประกอบด้วย ส่วนของเส้นตรง 3 เส้น โดยเชื่อมต่อกับจุด 3 จุด ที่ไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน เรียกจุด 3 จุด (A, B, C) ว่า จุดยอดของรูปสามเหลี่ยม ABC และเรียกส่วนของเส้นตรง AB, ส่วนของเส้นตรง AC และ ส่วนของเส้นตรง BC ว่าด้านของรูปสามเหลี่ยม ABC</p>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b> ห้องสมุด, ห้องคอมพิวเตอร์ หรือครูเตรียมแหล่งข้อมูลเกี่ยวกับการเท่ากันทุกประการให้นักเรียน</p> <p><b>สื่อ</b> ใบงานที่ 3 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม</p> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b> ใบงานที่ 3 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม</p>

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3		เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</p> <p>-</p> <p>คุณลักษณะอันพึงประสงค์</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. มีวินัย</li> <li>2. การใฝ่เรียนรู้</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>2. นักเรียนทำใบงานที่ 3 ข้อที่ 1 (ค้นคว้าจากแหล่งเรียนรู้) แล้วร่วมกันหาข้อสรุปดังนี้ รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ด้านคู่ที่สมนัยกันและมุมคู่ที่สมนัยกัน ของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูป มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ</li> <li>3. ให้นักเรียนทำใบงานที่ 3 ข้อที่ 2 โดยครูให้คำแนะนำรายบุคคล ตามสถานการณ์ ในชั้นเรียน</li> </ol> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>ใช้คำถามเพื่อนำสู่การสรุปดังนี้</p> <p>- นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ (รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ด้านคู่ที่สมนัยกันและมุมคู่ที่ สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูป มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ)</p>	

การวัดผลและประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
1. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ด้านคู่ที่สมนัยกันและมุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้น มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ	ตรวจใบงานที่ 3	แบบบันทึกการตรวจใบงานที่ 3	ตรวจจากใบงานที่ 3 ข้อที่ 2 ระดับ 1 ตอบผิดทุกข้อ/ตอบถูกต้อง 1-6 คำตอบย่อย ระดับ 2 ตอบถูกต้อง 7-10 คำตอบย่อย ระดับ 3 ตอบถูกต้อง 11-14 คำตอบย่อย ระดับ 4 ตอบถูกต้อง 15-18 คำตอบย่อย
2. บอกด้านคู่ที่ยาวเท่ากันและมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการได้			
3. ทักษะการให้เหตุผล			
4. มีวินัย	ตรวจใบงานที่ 3	แบบบันทึกการตรวจใบงานที่ 3	การส่งงาน ระดับ 1 ส่งงานช้ากว่ากำหนด มีข้อผิดพลาดหรือไม่ครบถ้วน ระดับ 2 ส่งงานช้ากว่ากำหนด แต่ถูกต้อง ครบถ้วน ระดับ 3 ส่งงานภายในระยะเวลาที่กำหนด มีข้อผิดพลาด หรือไม่ครบถ้วน ระดับ 4 ส่งงานภายในระยะเวลาที่กำหนด ถูกต้อง ครบถ้วน
5. การใฝ่เรียนรู้	นักเรียนประเมินตนเอง	แบบบันทึกการตรวจใบงานที่ 3	ตรวจจากใบงานที่ 3 ข้อที่ 1 รายการกิจกรรม - มีการค้นคว้าด้วยตนเอง - ใช้เทคโนโลยีในการค้นคว้า - แหล่งค้นคว้ามีความหลากหลายและน่าเชื่อถือ - สามารถสรุปผลการค้นคว้าได้ ระดับ 1 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 1 รายการ ระดับ 2 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 2 รายการ ระดับ 3 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 3 รายการ ระดับ 4 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 4 รายการ

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ใบงานที่ 3 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

- จุดประสงค์**
1. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ด้านคู่ที่สมนัยกันและมุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้น มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ
  2. บอกด้านคู่ที่ยาวเท่ากันและมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการได้

1. ให้นักเรียนค้นหาเงื่อนไขที่ทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ

1.1 แหล่งที่มา .....  
 ข้อค้นพบ .....

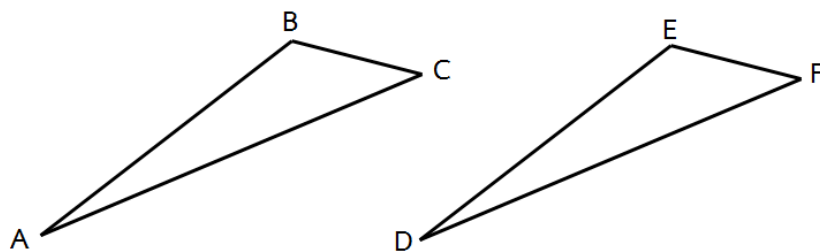
1.2 แหล่งที่มา .....  
 ข้อค้นพบ .....

1.3 แหล่งที่มา .....  
 ข้อค้นพบ .....

นักเรียนสรุปได้ว่า .....

2. กำหนดรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ จงพิจารณาแล้วตอบคำถามให้ถูกต้อง

2.1



$\overline{AB}$  สมนัยกับ .....

$\overline{BC}$  สมนัยกับ .....

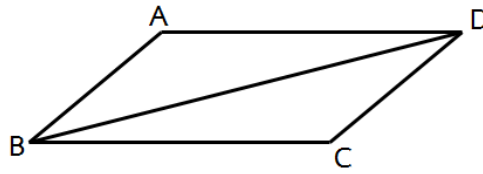
$\overline{AC}$  สมนัยกับ .....

$\hat{BAC}$  สมนัยกับ .....

$\hat{ABC}$  สมนัยกับ .....

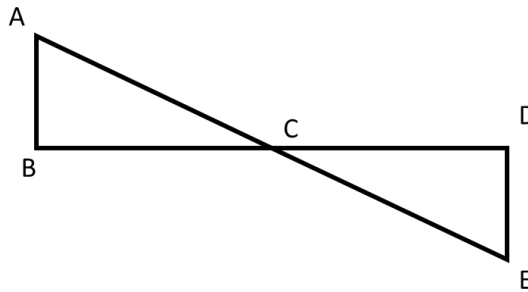
$\hat{ACB}$  สมนัยกับ .....

2.2



$\overline{AB}$ สมัยกับ .....	$\hat{B}AD$ สมัยกับ .....
$\overline{BD}$ สมัยกับ .....	$\hat{A}BD$ สมัยกับ .....
$\overline{AD}$ สมัยกับ .....	$\hat{A}DB$ สมัยกับ .....

2.3



$\overline{AB}$ สมัยกับ .....	$\hat{B}AC$ สมัยกับ .....
$\overline{BC}$ สมัยกับ .....	$\hat{A}BC$ สมัยกับ .....
$\overline{AC}$ สมัยกับ .....	$\hat{A}CB$ สมัยกับ .....

นักเรียนประเมินตนเอง จากข้อ 1 รายการกิจกรรมการประเมิน

- |   |  |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> มีการค้นคว้าด้วยตนเอง                    | <input type="checkbox"/> ใช้เทคโนโลยีในการค้นคว้า  |
| <input type="checkbox"/> แหล่งค้นคว้ามีความหลากหลายและน่าเชื่อถือ | <input type="checkbox"/> สามารถสรุปผลการค้นคว้าได้ |

**เฉลย** ใบงานที่ 3 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

- จุดประสงค์**
1. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ด้านคู่ที่สมนัยกันและมุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้น มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ
  2. บอกด้านคู่ที่ยาวเท่ากันและมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการได้

1. ให้นักเรียนค้นหาเงื่อนไขที่ทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ

1.1 แหล่งที่มา .....  
 ข้อค้นพบ .....

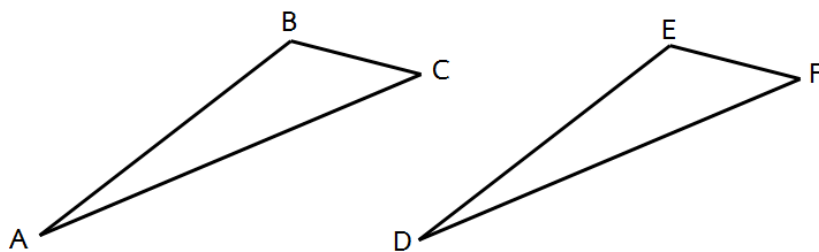
1.2 แหล่งที่มา .....  
 ข้อค้นพบ .....

1.3 แหล่งที่มา .....  
 ข้อค้นพบ .....

นักเรียนสรุปได้ว่า **รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ด้านคู่ที่สมนัยกันและมุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูป มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ**

2. กำหนดรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ จงพิจารณาแล้วตอบคำถามให้ถูกต้อง

2.1

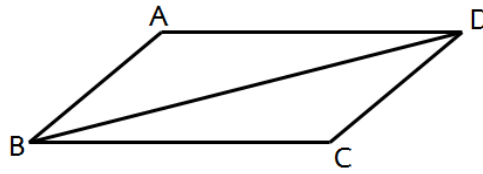


$\overline{AB}$  สมนัยกับ  $\overline{DE}$   
 $\overline{BC}$  สมนัยกับ  $\overline{EF}$   
 $\overline{AC}$  สมนัยกับ  $\overline{DF}$

$\hat{BAC}$  สมนัยกับ  $\hat{EDF}$   
 $\hat{ABC}$  สมนัยกับ  $\hat{DEF}$   
 $\hat{ACB}$  สมนัยกับ  $\hat{DFE}$

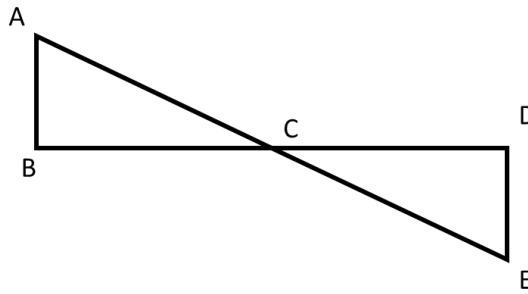


2.2



$\overline{AB}$ สมัยกับ	$\overline{CD}$	$\hat{B}AD$ สมัยกับ	$\hat{DCB}$
$\overline{BD}$ สมัยกับ	$\overline{DB}$	$\hat{A}BD$ สมัยกับ	$\hat{CDB}$
$\overline{AD}$ สมัยกับ	$\overline{CB}$	$\hat{A}DB$ สมัยกับ	$\hat{CBD}$

2.3



$\overline{AB}$ สมัยกับ	$\overline{ED}$	$\hat{B}AC$ สมัยกับ	$\hat{DEC}$
$\overline{BC}$ สมัยกับ	$\overline{DC}$	$\hat{A}BC$ สมัยกับ	$\hat{EDC}$
$\overline{AC}$ สมัยกับ	$\overline{EC}$	$\hat{A}CB$ สมัยกับ	$\hat{ECD}$

นักเรียนประเมินตนเอง จากข้อ 1 รายการกิจกรรมการประเมิน

- |   |  |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> มีการค้นคว้าด้วยตนเอง                    | <input type="checkbox"/> ใช้เทคโนโลยีในการค้นคว้า  |
| <input type="checkbox"/> แหล่งค้นคว้ามีความหลากหลายและน่าเชื่อถือ | <input type="checkbox"/> สามารถสรุปผลการค้นคว้าได้ |



<b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4</b> <b>เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (1)</b> <b>รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</b>		
<b>หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ</b> <b>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</b>	<b>เวลา 1 ชั่วโมง</b> <b>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</b>	
<b>ขอบเขตเนื้อหา</b> รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน  <b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b> <b>ด้านความรู้</b> ระบุได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน เท่ากันทุกประการ  <b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b> การให้เหตุผล  <b>ด้านเจตคติ</b> -  <b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b> -  <b>คุณลักษณะอันพึงประสงค์</b> มีวินัย	<b>กิจกรรมการเรียนรู้</b> <b>ขั้นนำ</b> 1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ 2. ครูสนทนากับนักเรียนเกี่ยวกับ ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิตและความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ จากที่ได้เรียนผ่านมา ซึ่งจะต้องตรวจสอบโดยใช้กระดาษลอกลาย ลอกรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งไปซ้อนอีกรูปหนึ่ง แล้วดูว่าทับกันสนิทพอดีหรือไม่ ซึ่งเป็นวิธีที่ไม่สะดวก จึงต้องหาวิธีการที่สะดวกกว่า รวดเร็วกว่า ดังจะเรียนต่อไปนี้ <b>ขั้นสอน</b> 1. นักเรียนศึกษาและทำกิจกรรมตามใบงานที่ 4.1 2. ครูให้คำแนะนำนักเรียนเป็นรายบุคคล รายกลุ่ม ตามสถานการณ์ในชั้นเรียน <b>ขั้นสรุป</b> 1. ครูใช้คำถามเพื่อนำไปสู่การสรุป ดังนี้ - จากใบงานที่ 4.1 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สร้างขึ้น สร้างจากเงื่อนไขที่กำหนดให้มีสิ่งใดที่มีขนาดเท่ากันบ้าง (มีด้านคู่ที่สมนัยกันยาวเท่ากัน 2 คู่ และมุมคู่ที่สมนัยกันมีขนาดเท่ากัน 1 คู่ โดยมุมคู่นั้นเป็นมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากัน) - ภาพทั้งสองที่เกิดขึ้นจากการสร้าง มีลักษณะเป็นอย่างไรกัน (เท่ากันทุกประการ)	<b>แหล่งการเรียนรู้</b> -  <b>สื่อ</b> 1. ไมโครแทรกเตอร์หรือ ไมโครแทรกเตอร์ครึ่งวงกลม 2. วงเวียน 3. กระดาษลอกลาย 4. ใบงานที่ 4.1 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (1) 5. ใบงานที่ 4.2 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (2)

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (1) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	- ผลที่ได้ตามมาจากที่สามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการคืออะไร (ด้านที่สมนัยกัน ที่เหลืออีก 1 คู่ จะยาวเท่ากัน และมุมคู่ที่สมนัยกันที่เหลืออีก 2 คู่จะมีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ) - นักเรียนสามารถสรุปความรู้ที่เกิดจากการสร้างรูปสามเหลี่ยมสองรูปตามเงื่อนไขที่ กำหนดข้างต้นได้หรือไม่ อย่างไร (ถ้ารูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (เขียนแทนด้วย ด.ม.ด.) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาว เท่ากันมีขนาดเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ) 2. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 4.2 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ	ภาระงาน/ชิ้นงาน 1. ใบงานที่ 4.1 เรื่อง รูป สามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กัน แบบ ด้าน-มุม-ด้าน (1) 2. ใบงานที่ 4.2 เรื่อง รูป สามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กัน แบบ ด้าน-มุม-ด้าน (2)

## การวัดผลและประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
1. ระบุได้ว่ารูป สามเหลี่ยมสองรูปที่ สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน เท่ากัน ทุกประการ	ตรวจ ใบงานที่ 4.1-4.2	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 4.1-4.2	รายการกิจกรรม - เติมข้อความลงในใบงานที่ 4.1 ข้อที่ 1 ครบถ้วน - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 4.1 ข้อที่ 1 มีความถูกต้อง - เติมข้อความลงในใบงานที่ 4.1 ข้อที่ 2 ครบถ้วน - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 4.1 ข้อที่ 2 มีความถูกต้อง - เติมข้อความลงในใบงานที่ 4.2 ครบถ้วน - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 4.2 มีความถูกต้อง ระดับ 1 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 1 รายการ ระดับ 2 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 2 รายการ ระดับ 3 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 3-4 รายการ ระดับ 4 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 5-6 รายการ
2. การให้เหตุผล			
3. มีวินัย	ตรวจ ใบงานที่ 4.1-4.2	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 4.1-4.2	การส่งงาน ระดับ 1 ส่งงานช้ากว่ากำหนด มีข้อผิดพลาด หรือไม่ครบถ้วน ระดับ 2 ส่งงานช้ากว่ากำหนด แต่ถูกต้อง ครบถ้วน ระดับ 3 ส่งงานภายในระยะเวลาที่กำหนด มี ข้อผิดพลาด หรือไม่ครบถ้วน ระดับ 4 ส่งงานภายในระยะเวลาที่กำหนด ถูกต้อง ครบถ้วน

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

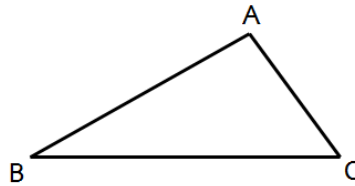
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ใบงานที่ 4.1 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (1)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 วิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** ระบุได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน เท่ากันทุกประการ  
**คำชี้แจง** ให้นักเรียนศึกษาและตอบคำถาม ต่อไปนี้

1. กำหนดรูปต้นแบบสามเหลี่ยม ABC



ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยม DEF ให้เท่ากันทุกประการกับรูปสามเหลี่ยม ABC โดยมีวิธีการสร้างดังนี้

- 1.1 สร้าง  $\overline{EF}$  ให้มีความยาวเท่ากับ  $\overline{BC}$
- 1.2 วัดขนาดมุม  $\widehat{CBA}$  ด้วยไมโครเมตรหรือไมโครเมตรครึ่งวงกลม
- 1.3 สร้าง  $\widehat{FEH}$  ให้มีขนาดเท่ากับ  $\widehat{CBA}$  แล้วลาก  $\overrightarrow{EH}$
- 1.4 กางวงเวียนให้รัศมีเท่ากับ  $\overline{BA}$  ใช้ E เป็นจุดศูนย์กลาง เขียนส่วนโค้งตัด  $\overrightarrow{EH}$  ที่จุด D
- 1.5 ลาก  $\overline{DF}$

รูปที่ได้จากการสร้างตามข้อ 1.1–1.5

**คำถาม**

- 1.6 ผลที่ได้จากการใช้กระดาษลอกถ่าย ตรวจสอบความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม DEF และรูปสามเหลี่ยม ABC คือ.....
- 1.7 การสร้างตามข้อ 1.1 เพื่อให้.....ด้านมีความยาว.....เท่ากัน 1 คู่ คือ  $\overline{BC} = \dots\dots\dots$

1.8 การสร้างตามข้อ 1.2–1.3 เพื่อให้.....มุมมีขนาด..... เท่ากัน 1 คู่ คือ ..... = .....

1.9 การสร้างตามข้อ 1.4–1.5 เพื่อให้..... เท่ากัน 1 คู่ คือ ..... = .....

1.10 ให้นักเรียนสรุปลักษณะของรูปสามเหลี่ยม DEF และรูปสามเหลี่ยม ABC ว่ามีความสัมพันธ์กันแบบใด (สรุปจากคำถามที่ 1.6–1.9)

ตอบ .....

2. ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยม 1 รูป เป็นภาพต้นแบบ (ลักษณะภาพที่ต่างจากข้อ 1) และดำเนินการสร้างรูปสามเหลี่ยมอีก 1 รูป ตามข้อ 1.1–1.5

รูปต้นแบบ	รูปที่ได้จากการสร้างตามข้อ 1.1–1.5

**คำถาม**

2.1 ผลที่ได้จากการใช้กระดาษลอกถ่าย ตรวจสอบความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมทั้ง 2 รูป คือ .....

2.2 การสร้างตามข้อ 1.1 เพื่อให้..... เท่ากัน 1 คู่ คือ ..... = .....

2.3 การสร้างตามข้อ 1.2–1.3 เพื่อให้..... เท่ากัน 1 คู่ คือ ..... = .....

2.4 การสร้างตามข้อ 1.4–1.5 เพื่อให้..... เท่ากัน 1 คู่ คือ ..... = .....

2.5 ให้นักเรียนสรุปลักษณะของรูปสามเหลี่ยมทั้ง 2 รูป ว่ามีความสัมพันธ์กันแบบใด (สรุปจากคำถามที่ 2.1–2.4)

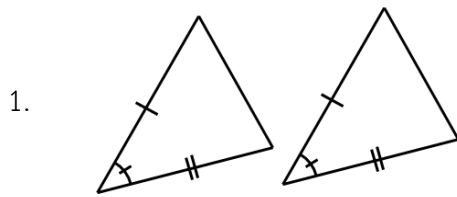
ตอบ .....

.....  
 .....

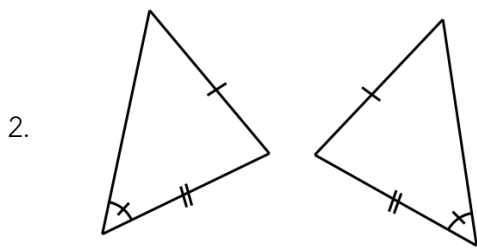


ใบงานที่ 4.2 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (2)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

จุดประสงค์ ระบุได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน เท่ากันทุกประการ  
 คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณา ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปในข้อใดที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน



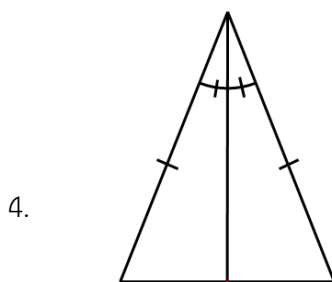
ตอบ .....



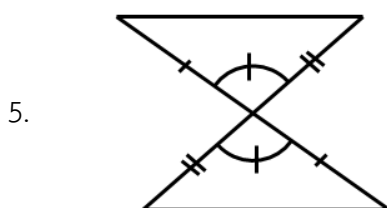
ตอบ .....



ตอบ .....



ตอบ .....

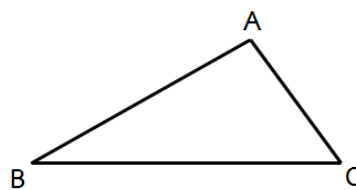


ตอบ .....

**เฉลย** ใบงานที่ 4.1 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (1)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

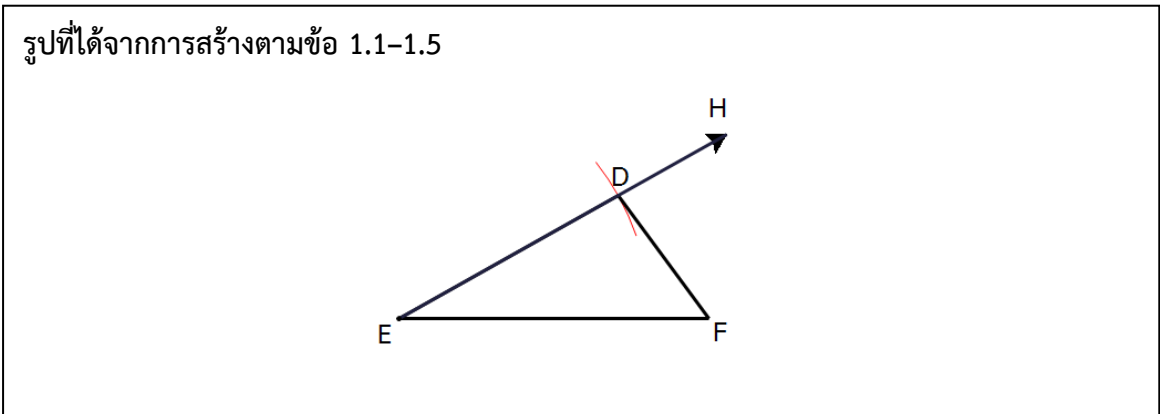
**จุดประสงค์** ระบุได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน เท่ากันทุกประการ  
**คำชี้แจง** ให้นักเรียนศึกษาและตอบคำถาม ต่อไปนี้

1. กำหนดรูปต้นแบบสามเหลี่ยม ABC



ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยม DEF ให้เท่ากันทุกประการกับรูปสามเหลี่ยม ABC โดยมีวิธีการสร้างดังนี้

- 1.1 สร้าง  $\overline{EF}$  ให้มีความยาวเท่ากับ  $\overline{BC}$
- 1.2 วัดขนาดมุม  $\widehat{CBA}$  ด้วยไมโปรแทรกเตอร์หรือไมโปรแทรกเตอร์ครึ่งวงกลม
- 1.3 สร้าง  $\widehat{FEH}$  ให้มีขนาดเท่ากับ  $\widehat{CBA}$  แล้วลาก  $\overrightarrow{EH}$
- 1.4 กางวงเวียนให้รัศมีเท่ากับ  $\overline{BA}$  ใช้ E เป็นจุดศูนย์กลาง เขียนส่วนโค้งตัด  $\overrightarrow{EH}$  ที่จุด D
- 1.5 ลาก  $\overline{DF}$



**คำถาม**

- 1.6 ผลที่ได้จากการใช้กระดาษลอกถ่าย ตรวจสอบความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม DEF และรูปสามเหลี่ยม ABC คือ... **สามเหลี่ยมสองรูปซ้อนทับกันสนิทพอดี** .....
- 1.7 การสร้างตามข้อ 1.1 เพื่อให้.....ด้านมีความยาว.....เท่ากัน 1 คู่ คือ  $\overline{BC} = \overline{EF}$  .....

1.8 การสร้างตามข้อ 1.2–1.3 เพื่อให้.....มุมมีขนาด.....เท่ากัน 1 คู่ คือ  $\hat{CBA} = \hat{FED}$

1.9 การสร้างตามข้อ 1.4–1.5 เพื่อให้.....ด้านมีความยาว.....เท่ากัน 1 คู่ คือ  $\overline{BA} = \overline{ED}$

1.10 ให้นักเรียนสรุปลักษณะของรูปสามเหลี่ยม DEF และรูปสามเหลี่ยม ABC ว่ามีความสัมพันธ์กันแบบใด (สรุปจากคำถามที่ 1.6–1.9)

ตอบ .....รูปสามเหลี่ยม DEF และรูปสามเหลี่ยม ABC มีความสัมพันธ์กันแบบด้าน – มุม – ด้าน.....

2. ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยม 1 รูป เป็นภาพต้นแบบ (ลักษณะภาพที่ต่างจากข้อ 1) และดำเนินการสร้างรูปสามเหลี่ยมอีก 1 รูป ตามข้อ 1.1–1.5

รูปต้นแบบ	รูปที่ได้จากการสร้างตามข้อ 1.1–1.5
สามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมได้หลากหลาย ให้อยู่ในดุลยพินิจของครูผู้สอน	

**คำถาม**

2.1 ผลที่ได้จากการใช้กระดาษลอกถ่าย ตรวจสอบความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมทั้ง 2 รูป คือ

.....สามเหลี่ยมสองรูปซ้อนทับกันสนิทพอดี.....

2.2 การสร้างตามข้อ 1.1 เพื่อให้.....ด้านมีความยาว.....เท่ากัน 1 คู่ คือ ..... = .....

2.3 การสร้างตามข้อ 1.2–1.3 เพื่อให้.....มุมมีขนาด.....เท่ากัน 1 คู่ คือ ..... = .....

2.4 การสร้างตามข้อ 1.4–1.5 เพื่อให้.....ด้านมีความยาว.....เท่ากัน 1 คู่ คือ ..... = .....

2.5 ให้นักเรียนสรุปลักษณะของรูปสามเหลี่ยมทั้ง 2 รูป ว่ามีความสัมพันธ์กันแบบใด (สรุปจากคำถามที่ 2.1–2.4)

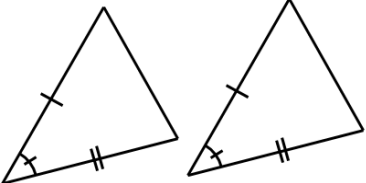
ตอบ .....รูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูป มีความสัมพันธ์กันแบบด้าน-มุม-ด้าน.....

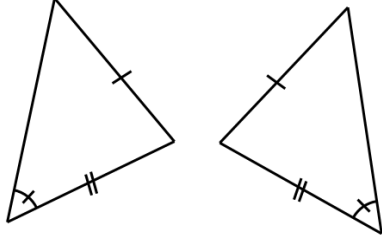
\*\*\*หมายเหตุ ข้อ 2.2 – 2.4 ให้พิจารณาคำตอบจากภาพที่นักเรียนสร้างขึ้น\*\*\*

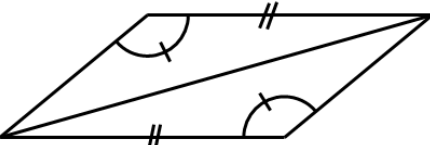
**เฉลย** ใบงานที่ 4.2 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (2)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

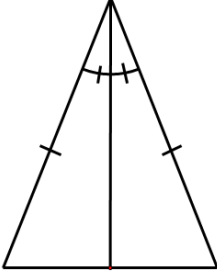
จุดประสงค์ ระบุได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน เท่ากันทุกประการ

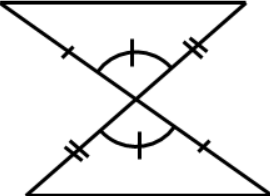
คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณา ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปในข้อใดที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน

1.  ตอบ สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน

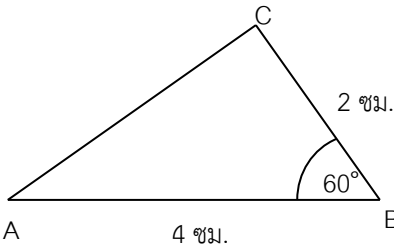
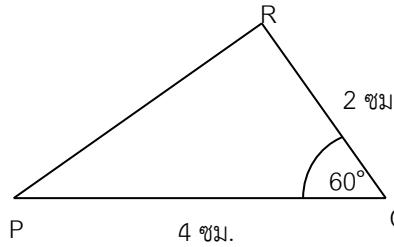
2.  ตอบ ไม่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน

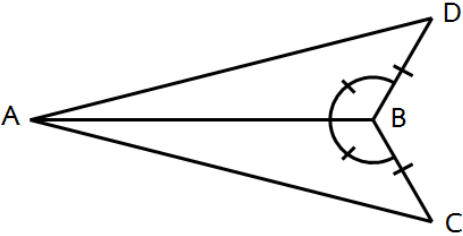
3.  ตอบ ไม่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน

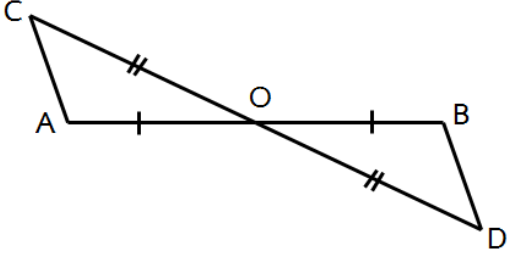
4.  ตอบ สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน

5.  ตอบ สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน

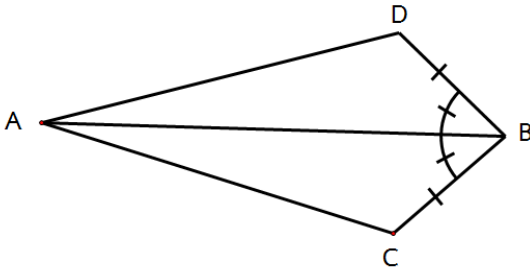


แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ	เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (2)	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์		ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
รายวิชา คณิตศาสตร์ 4		
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b> รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b> <b>ด้านความรู้</b> -</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b> นำสมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน ไปใช้อ้างอิงในการพิสูจน์</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b> -</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b> ความสามารถในการคิดอย่างเป็นระบบ</p> <p><b>คุณลักษณะอันพึงประสงค์</b> มีวินัย</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b> <b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>ใช้การถามตอบทบทวนว่า ถ้ารูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (เขียนแทนด้วย ด.ม.ด.) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากัน มีขนาดเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ จากใบงานที่ 4.1-4.2</li> </ol> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูยกตัวอย่างโดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย เพื่อพิสูจน์รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ โดยใช้ความสัมพันธ์แบบ ด้าน-มุม-ด้าน ดังนี้</li> </ol> <p><b>ตัวอย่างที่ 1</b> จงแสดงว่ารูปสามเหลี่ยม ABC และรูปสามเหลี่ยม PQR เท่ากันทุกประการ โดยใช้ความสัมพันธ์แบบ ด้าน-มุม-ด้าน</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b> -</p> <p><b>สื่อ</b> ใบงานที่ 5 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (3)</p> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b> ใบงานที่ 5 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (3)</p>

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p><b>วิธีทำ</b> จากรูป กำหนดให้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>AB = PQ = 4</math> ซม.</li> <li>2. <math>BC = QR = 2</math> ซม.</li> <li>3. <math>\hat{A}BC = \hat{P}QR = 60^\circ</math></li> </ol> <p>ต้องการพิสูจน์ว่า รูปสามเหลี่ยม ABC และรูปสามเหลี่ยม PQR เท่ากันทุกประการ</p> <p>พิสูจน์</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>AB = PQ = 4</math> ซม. (กำหนดให้)</li> <li>2. <math>\hat{A}BC = \hat{P}QR = 60^\circ</math> (กำหนดให้)</li> <li>3. <math>BC = QR = 2</math> ซม. (กำหนดให้)</li> <li>4. <math>\triangle ABC \cong \triangle PQR</math> (มีความสัมพันธ์แบบ ด้าน-มุม-ด้าน)</li> </ol> <p><b>ตัวอย่างที่ 2</b> กำหนดให้ <math>BC = BD</math> และ <math>\hat{A}BC = \hat{A}BD</math> จงแสดงว่าสามเหลี่ยม ABC เท่ากันทุกประการกับสามเหลี่ยม ABD</p> 	

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p><b>วิธีทำ</b> จากรูป กำหนดให้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>BC = BD</math></li> <li>2. <math>\hat{A}BC = \hat{A}BD</math></li> </ol> <p>ต้องการพิสูจน์ว่า รูปสามเหลี่ยม ABC และรูปสามเหลี่ยม ABD เท่ากันทุกประการ</p> <p>พิสูจน์</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>BC = BD</math> (กำหนดให้)</li> <li>2. <math>\hat{A}BC = \hat{A}BD</math> (กำหนดให้)</li> <li>3. <math>AB = AB</math> (เป็นด้านร่วม)</li> <li>4. <math>\triangle ABC \cong \triangle ABD</math> (มีความสัมพันธ์แบบ ด้าน-มุม-ด้าน)</li> </ol> <p><b>ตัวอย่างที่ 3</b> กำหนดให้ <math>AO = BO</math> และ <math>CO = DO</math> จงแสดงว่า <math>\triangle AOC \cong \triangle BOD</math></p>  <p><b>วิธีทำ</b> จากรูป กำหนดให้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>AO = BO</math></li> <li>2. <math>CO = DO</math></li> </ol>	



หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p>ต้องการพิสูจน์ว่า <math>\triangle AOC \cong \triangle BOD</math></p> <p>พิสูจน์</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>AO = BO</math> (กำหนดให้)</li> <li>2. <math>\hat{AOC} = \hat{BOD}</math> (เป็นมุมตรงข้าม)</li> <li>3. <math>CO = DO</math> (กำหนดให้)</li> <li>4. <math>\triangle AOC \cong \triangle BOD</math> (มีความสัมพันธ์แบบ ด้าน-มุม-ด้าน)</li> </ol> <p><b>ตัวอย่างที่ 4</b> จากรูป จงพิสูจน์ว่า <math>AD = AC</math></p>  <p><b>วิธีทำ</b> จากรูป กำหนดให้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>BD = BC</math></li> <li>2. <math>\hat{ABD} = \hat{ABC}</math></li> </ol> <p>ต้องการพิสูจน์ว่า <math>AD = AC</math></p> <p>พิสูจน์</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>BD = BC</math> (กำหนดให้)</li> <li>2. <math>\hat{ABD} = \hat{ABC}</math> (กำหนดให้)</li> <li>3. <math>AB = AB</math> (เป็นด้านร่วม)</li> </ol>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</p>	<p>เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</p>
	<p>4. <math>\triangle ABD \cong \triangle ABC</math> (มีความสัมพันธ์แบบ ด้าน-มุม-ด้าน) 5. <math>AD = AC</math> (<math>\triangle ABD \cong \triangle ABC</math>)</p> <p>2. ให้นักเรียนศึกษาและทำใบงานที่ 5 3. ให้คำแนะนำนักเรียนเป็นรายบุคคล รายกลุ่ม ตามสถานการณ์ในชั้นเรียน</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. ครูใช้คำถามเพื่อนำไปสู่การสรุป ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- จากใบงานที่ 5 นักเรียนสามารถตรวจสอบได้อย่างไรว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ (รูปสามเหลี่ยมสองรูป สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน)</li> <li>- นักเรียนสามารถตรวจสอบได้อย่างไรว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์แบบ ด้าน-มุม-ด้าน (รูปสามเหลี่ยมสองรูปต้องมีด้านยาวเท่ากันสองคู่และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากัน)</li> <li>- นักเรียนสามารถตรวจสอบได้อย่างไรว่า ด้านหรือมุมที่โจทย์ไม่ได้กำหนดให้ มีความเท่ากันทุกประการ (ต้องตรวจสอบให้ได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูป สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน)</li> <li>- นักเรียนสรุปเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กัน แบบ ด้าน-มุม-ด้าน ได้อย่างไร (ถ้ารูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (เขียนแทนด้วย ด.ม.ด.) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ)</li> </ul>	

## การวัดผลและประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
1. นำสมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบด้าน-มุม-ด้าน ไปใช้อ้างอิงในการพิสูจน์	ตรวจใบงานที่ 5	แบบบันทึกการตรวจใบงานที่ 5	ระดับ 1 ตอบผิดทุกข้อ/ตอบถูกต้อง 1-9 คำตอบย่อย ระดับ 2 ตอบถูกต้อง 10-19 คำตอบย่อย ระดับ 3 ตอบถูกต้อง 20-29 คำตอบย่อย ระดับ 4 ตอบถูกต้อง 30-39 คำตอบย่อย
2. ความสามารถในการคิดอย่างเป็นระบบ			
3. มีวินัย	ตรวจใบงานที่ 5	แบบบันทึกการตรวจใบงานที่ 5	การส่งงาน ระดับ 1 ส่งงานช้ากว่ากำหนด มีข้อผิดพลาดหรือไม่ครบถ้วน ระดับ 2 ส่งงานช้ากว่ากำหนด แต่ถูกต้อง ครบถ้วน ระดับ 3 ส่งงานภายในระยะเวลาที่กำหนด มีข้อผิดพลาดหรือไม่ครบถ้วน ระดับ 4 ส่งงานภายในระยะเวลาที่กำหนด ถูกต้อง ครบถ้วน

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

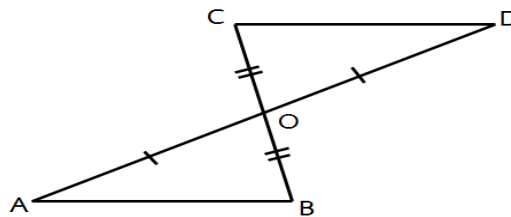
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ใบงานที่ 5 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (3)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** นำสมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน ไปใช้อ้างอิงในการพิสูจน์

1. จากรูป จงพิสูจน์ว่า  $\triangle AOB \cong \triangle DOC$



**วิธีทำ** จากรูป กำหนดให้

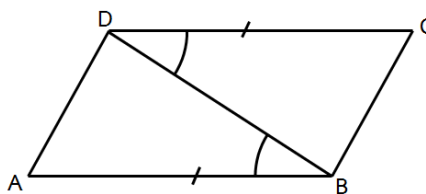
1.  $AO = DO$
2.  $\hat{AOB} = \dots\dots\dots$
3.  $BO = \dots\dots\dots$

ต้องการพิสูจน์ว่า  $\triangle AOB \cong \dots\dots\dots$

พิสูจน์

1.  $AO = DO$  (.....กำหนดให้.....)
2.  $\hat{AOB} = \dots\dots\dots$  (.....)
3.  $BO = \dots\dots\dots$  (.....)
4.  $\triangle AOB \cong \dots\dots\dots$  (มีความสัมพันธ์แบบ.....)

2. ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยม มี  $AB = CD$  และ  $\hat{ADB} = \hat{CDB}$  จงพิสูจน์ว่า  $\triangle ABD \cong \triangle CDB$



**วิธีทำ** จากรูป กำหนดให้

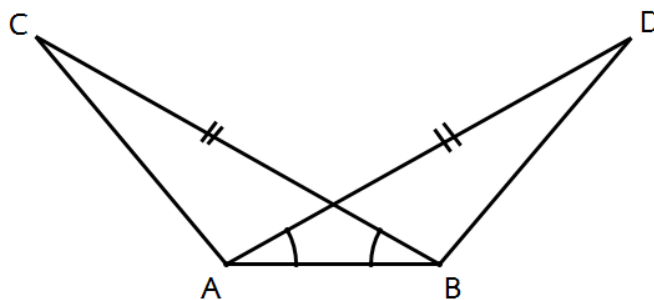
1.  $AB = \dots\dots\dots$
2.  $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

ต้องการพิสูจน์ว่า  $\dots\dots\dots$

พิสูจน์

1.  $AB = \dots\dots\dots$  (.....กำหนดให้.....)
2.  $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  (.....)
3.  $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  (.....เป็นด้านร่วม.....)
4.  $\dots\dots\dots$  (มีความสัมพันธ์แบบ.....)

3. จากรูปกำหนดให้  $AD = BC$  และ  $\hat{BAD} = \hat{ABC}$  จงพิสูจน์ว่า  $\hat{ABD} = \hat{BAC}$



วิธีทำ จากรูป กำหนดให้

1. .... = .....
2. .... = .....

ต้องการพิสูจน์ว่า .....

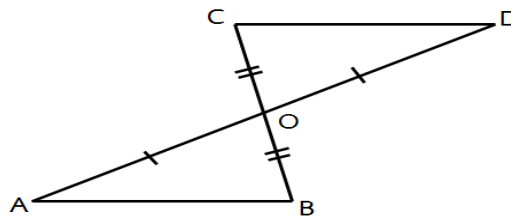
พิสูจน์

1. .... = ..... (.....)
2. .... = ..... (.....)
3. .... = ..... (.....)
4. .... (มีความสัมพันธ์แบบ.....)
5. .... (.....)

**เฉลย** ใบงานที่ 5 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (3)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** นำสมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน ไปใช้อ้างอิงในการพิสูจน์

1. จากรูป จงพิสูจน์ว่า  $\triangle AOB \cong \triangle DOC$



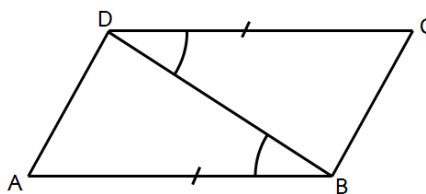
**วิธีทำ** จากรูป กำหนดให้

1.  $AO = DO$
2.  $\hat{A}OB = \hat{D}OC$
3.  $BO = CO$

ต้องการพิสูจน์ว่า  $\triangle AOB \cong \triangle DOC$

- พิสูจน์
1.  $AO = DO$  (.....กำหนดให้.....)
  2.  $\hat{A}OB = \hat{D}OC$  (.....เป็นมุมตรงข้าม.....)
  3.  $BO = CO$  (.....กำหนดให้.....)
  4.  $\triangle AOB \cong \triangle DOC$  (มีความสัมพันธ์แบบ.....ด้าน-มุม-ด้าน.....)

2. ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยม มี  $AB = CD$  และ  $\hat{A}BD = \hat{C}DB$  จงพิสูจน์ว่า  $\triangle ABD \cong \triangle CDB$



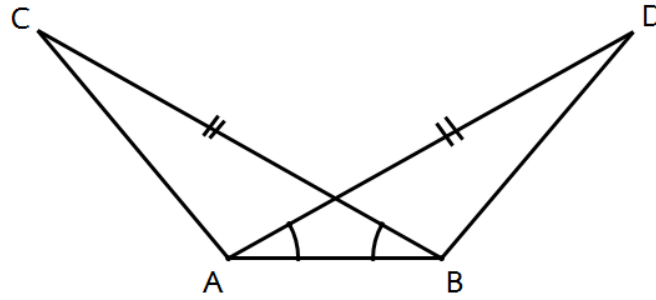
**วิธีทำ** จากรูป กำหนดให้

1.  $AB = CD$
2.  $\hat{A}BD = \hat{C}DB$

ต้องการพิสูจน์ว่า  $\triangle ABD \cong \triangle CDB$

- พิสูจน์
1.  $AB = CD$  (.....กำหนดให้.....)
  2.  $\hat{A}BD = \hat{C}DB$  (.....กำหนดให้.....)
  3.  $BD = DB$  (.....เป็นด้านร่วม.....)
  4.  $\triangle ABD \cong \triangle CDB$  (มีความสัมพันธ์แบบ.....ด้าน-มุม-ด้าน.....)

3. จากรูปกำหนดให้  $AD = BC$  และ  $\hat{BAD} = \hat{ABC}$  จงพิสูจน์ว่า  $\hat{ABD} = \hat{BAC}$



วิธีทำ จากรูป กำหนดให้

1.  $AD = BC$

2.  $\hat{BAD} = \hat{ABC}$

ต้องการพิสูจน์ว่า  $\hat{ABD} = \hat{BAC}$

พิสูจน์ 1.  $AD = BC$  (กำหนดให้)

2.  $\hat{BAD} = \hat{ABC}$  (กำหนดให้)

3.  $AB = BA$  (เป็นด้านร่วม)

4.  $\triangle ABC \cong \triangle BAD$  (มีความสัมพันธ์แบบ ด้าน-มุม-ด้าน)

5.  $\hat{ABD} = \hat{BAC}$  ( $\triangle ABC \cong \triangle BAD$ )





แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ	เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (1)	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์		ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
รายวิชา คณิตศาสตร์ 4		
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b></p> <p>รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b></p> <p><b>ด้านความรู้</b></p> <p>ระบุได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม เท่ากันทุกประการ</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b></p> <p>การให้เหตุผล</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b></p> <p>-</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b></p> <p>-</p> <p><b>คุณลักษณะอันพึงประสงค์</b></p> <p>มีวินัย</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาเพื่อทบทวนความรู้เกี่ยวกับ รูปสองรูปใด ๆ เท่ากันทุกประการ (รูปเรขาคณิตสองรูปเท่ากันทุกประการ เมื่อสามารถนำรูปเรขาคณิตหนึ่งทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทพอดี) และรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (ถ้ารูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (เขียนแทนด้วย ด.ม.ด.) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ)</li> </ol> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>นักเรียนศึกษาและทำกิจกรรมตามใบงานที่ 6.1</li> <li>ครูให้คำแนะนำนักเรียนเป็นรายบุคคล รายกลุ่ม ตามสถานการณ์ในชั้นเรียน</li> </ol> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูใช้คำถามเพื่อนำไปสู่การสรุป ดังนี้                     <ul style="list-style-type: none"> <li>จากใบงานที่ 6.1 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สร้างขึ้น สร้างจากเงื่อนไขที่กำหนดให้มีสิ่งใดที่มีขนาดเท่ากันบ้าง (มีมุมคู่ที่สมนัยกันมีขนาดเท่ากัน 2 คู่ และด้านที่เป็นแขนร่วมของมุมคู่ที่สมนัยกันยาวเท่ากัน 1 คู่)</li> </ul> </li> </ol>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b></p> <p>-</p> <p><b>สื่อ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ไม้โปรแทรกเตอร์หรือไม้โปรแทรกเตอร์ครึ่งวงกลม</li> <li>วงเวียน</li> <li>กระดาษลอกลาย</li> <li>ใบงานที่ 6.1 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (1)</li> <li>ใบงานที่ 6.2 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (2)</li> </ol>

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6		เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ	เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (1)	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ภาพทั้งสองที่เกิดขึ้นจากการสร้าง มีลักษณะเป็นอย่างไรกัน (เท่ากันทุกประการ)</li> <li>- ผลที่ได้ตามมาจากที่สามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการคืออะไร (ด้านที่สมนัยกันที่เหลืออีก 2 คู่ จะยาวเท่ากันเป็นคู่ ๆ และมุมคู่ที่สมนัยกันที่เหลืออีก 1 คู่จะมีขนาดเท่ากัน)</li> <li>- นักเรียนสามารถสรุปความรู้ที่เกิดจากการสร้างรูปสามเหลี่ยมสองรูปตามเงื่อนไขที่กำหนดข้างต้นได้หรือไม่ อย่างไร (ถ้ารูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (เขียนแทนด้วย ม.ด.ม.) กล่าวคือ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ)</li> </ul> <p>2. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 6.2 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ</p>	<p style="text-align: center;"><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ใบงานที่ 6.1 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (1)</li> <li>2. ใบงานที่ 6.2 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (2)</li> </ol>

การวัดผลและประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
1. ระบุได้ว่ารูป สามเหลี่ยมสองรูปมี ความสัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม เท่ากัน ทุกประการ	ตรวจ ใบงานที่ 6.1-6.2	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 6.1-6.2	รายการกิจกรรม - เติมข้อความลงในใบงานที่ 6.1 ข้อที่ 1 ครบถ้วน - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 6.1 ข้อที่ 1 มีความถูกต้อง - เติมข้อความลงในใบงานที่ 6.1 ข้อที่ 2 ครบถ้วน - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 6.1 ข้อที่ 2 มีความถูกต้อง - เติมข้อความลงในใบงานที่ 6.2 ครบถ้วน - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 6.2 มีความถูกต้อง
2. ทักษะการให้เหตุผล			ระดับ 1 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 1 รายการ ระดับ 2 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 2 รายการ ระดับ 3 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 3-4 รายการ ระดับ 4 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 5-6 รายการ
3. มีวินัย	ตรวจ ใบงานที่ 6.1-6.2	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 6.1-6.2	การส่งงาน ระดับ 1 ส่งงานช้ากว่ากำหนด มีข้อผิดพลาด หรือไม่ครบถ้วน ระดับ 2 ส่งงานช้ากว่ากำหนด แต่ถูกต้อง ครบถ้วน ระดับ 3 ส่งงานภายในระยะเวลาที่กำหนด มี ข้อผิดพลาด หรือไม่ครบถ้วน ระดับ 4 ส่งงานภายในระยะเวลาที่กำหนด ถูกต้อง ครบถ้วน

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ .....ผู้สอน  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย**

.....

.....

.....

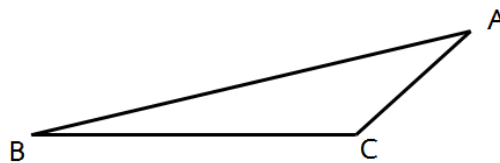
ลงชื่อ .....ผู้ตรวจ  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ใบงานที่ 6.1 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (1)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** ระบุได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม เท่ากันทุกประการ

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนศึกษาและตอบคำถาม ต่อไปนี้

1. กำหนดรูปต้นแบบสามเหลี่ยม ABC



ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยม DEF ให้เท่ากันทุกประการกับรูปสามเหลี่ยม ABC โดยมีวิธีการสร้างดังนี้

- 1.1 สร้าง  $\overline{EF}$  ให้มีความยาวเท่ากับ  $\overline{BC}$
- 1.2 วัดขนาดมุม  $\widehat{CBA}$  ด้วยไมโปรแทรกเตอร์หรือไมโปรแทรกเตอร์ครึ่งวงกลม
- 1.3 สร้าง  $\widehat{FEG}$  ให้มีขนาดเท่ากับ  $\widehat{CBA}$  แล้วลาก  $\overrightarrow{EG}$
- 1.4 วัดขนาดมุม  $\widehat{BCA}$  ด้วยไมโปรแทรกเตอร์หรือไมโปรแทรกเตอร์ครึ่งวงกลม
- 1.5 สร้าง  $\widehat{EFH}$  ให้มีขนาดเท่ากับ  $\widehat{BCA}$  แล้วลาก  $\overrightarrow{FH}$
- 1.6 กำหนดให้จุด D เป็นจุดตัดของ  $\overrightarrow{EG}$  และ  $\overrightarrow{FH}$

รูปที่ได้จากการสร้างตามข้อ 1.1-1.6

**คำถาม**

- 1.7 ผลที่ได้จากการใช้กระดาษลอกถ่าย ตรวจสอบความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม DEF และรูปสามเหลี่ยม ABC คือ .....
- 1.8 การสร้างตามข้อ 1.1 เพื่อให้.....ด้านมีความยาว.....เท่ากัน 1 คู่ คือ  $\overline{BC} = \dots\dots\dots$
- 1.9 การสร้างตามข้อ 1.2-1.3 เพื่อให้.....มุมมีขนาด.....เท่ากัน 1 คู่ คือ ..... = .....
- 1.10 การสร้างตามข้อ 1.4-1.6 เพื่อให้.....เท่ากัน 1 คู่ คือ ..... = .....

1.11 ให้นักเรียนสรุปลักษณะของรูปสามเหลี่ยม DEF และรูปสามเหลี่ยม ABC ว่ามีความสัมพันธ์กันแบบใด (สรุปจากคำถามที่ 1.7–1.10)

ตอบ .....

.....

.....

.....

2. ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยม 1 รูป เป็นภาพต้นแบบ (ลักษณะภาพที่ต่างจากข้อ 1) และดำเนินการสร้างรูปสามเหลี่ยมอีก 1 รูป ตามข้อ 1.1–1.6

รูปต้นแบบ	รูปที่ได้จากการสร้างตามข้อ 1.1–1.6

**คำถาม**

2.1 ผลที่ได้จากการใช้กระดาษลอกถ่าย ตรวจสอบความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมทั้ง 2 รูป คือ

.....

2.2 การสร้างตามข้อ 1.1 เพื่อให้.....เท่ากัน 1 คู่ คือ ..... = .....

2.3 การสร้างตามข้อ 1.2–1.3 เพื่อให้.....เท่ากัน 1 คู่ คือ ..... = .....

2.4 การสร้างตามข้อ 1.4–1.6 เพื่อให้.....เท่ากัน 1 คู่ คือ ..... = .....

2.5 ให้นักเรียนสรุปลักษณะของรูปสามเหลี่ยมทั้ง 2 รูป ว่ามีความสัมพันธ์กันแบบใด (สรุปจากคำถามที่ 2.1–2.4)

ตอบ .....

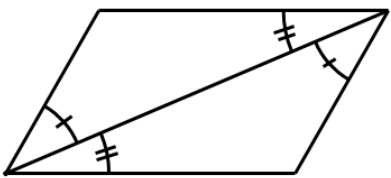
.....

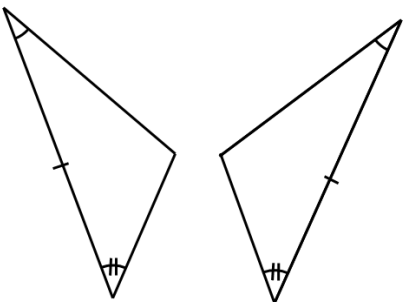
.....

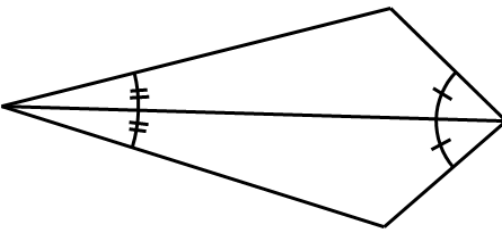
.....

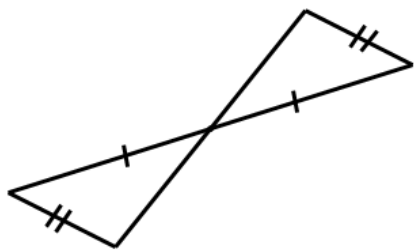
ใบงานที่ 6.2 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (2)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

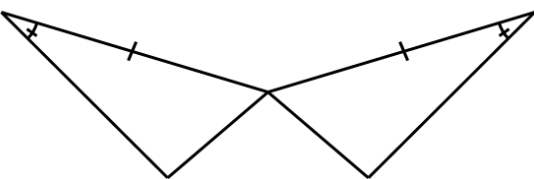
**จุดประสงค์** ระบุได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม เท่ากันทุกประการ  
**โจทย์** ให้นักเรียนพิจารณา ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปในข้อใดที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม

1.  ตอบ .....

2.  ตอบ .....

3.  ตอบ .....

4.  ตอบ .....

5.  ตอบ .....

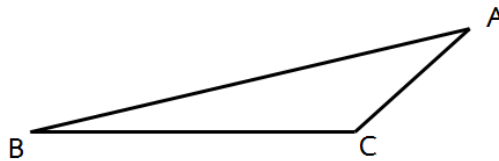


**เฉลย** ใบงานที่ 6.1 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (1)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** ระบุได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม เท่ากันทุกประการ

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนศึกษาและตอบคำถาม ต่อไปนี้

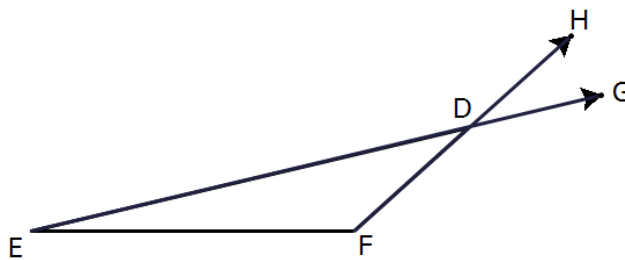
- กำหนดรูปต้นแบบสามเหลี่ยม ABC



ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยม DEF ให้เท่ากันทุกประการกับรูปสามเหลี่ยม ABC โดยมีวิธีการสร้างดังนี้

- สร้าง  $\overline{EF}$  ให้มีความยาวเท่ากับ  $\overline{BC}$
- วัดขนาดมุม  $\hat{CBA}$  ด้วยไม้โปรแทรกเตอร์หรือไม้โปรแทรกเตอร์ครึ่งวงกลม
- สร้าง  $\hat{FEG}$  ให้มีขนาดเท่ากับ  $\hat{CBA}$  แล้วลาก  $\overrightarrow{EG}$
- วัดขนาดมุม  $\hat{BCA}$  ด้วยไม้โปรแทรกเตอร์หรือไม้โปรแทรกเตอร์ครึ่งวงกลม
- สร้าง  $\hat{EFH}$  ให้มีขนาดเท่ากับ  $\hat{BCA}$  แล้วลาก  $\overrightarrow{FH}$
- กำหนดให้จุด D เป็นจุดตัดของ  $\overrightarrow{EG}$  และ  $\overrightarrow{FH}$

รูปที่ได้จากการสร้างตามข้อ 1.1–1.6



**คำถาม**

- ผลที่ได้จากการใช้กระดาษลอกถ่าย ตรวจสอบความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม DEF และรูปสามเหลี่ยม ABC คือ **สามเหลี่ยมสองรูปซ้อนทับกันสนิทพอดี**
- การสร้างตามข้อ 1.1 เพื่อให้.....ด้านมีความยาว.....เท่ากัน 1 คู่ คือ  $\overline{BC} = \overline{EF}$
- การสร้างตามข้อ 1.2–1.3 เพื่อให้.....มุมมีขนาด.....เท่ากัน 1 คู่ คือ  $\hat{CBA} = \hat{FEG}$
- การสร้างตามข้อ 1.4–1.6 เพื่อให้.....มุมมีขนาด.....เท่ากัน 1 คู่ คือ  $\hat{BCA} = \hat{EFH}$

1.11 ให้นักเรียนสรุปลักษณะของรูปสามเหลี่ยม DEF และรูปสามเหลี่ยม ABC ว่ามีความสัมพันธ์กันแบบใด (สรุปจากคำถามที่ 1.7–1.10)

ตอบ รูปสามเหลี่ยม DEF และรูปสามเหลี่ยม ABC มีความสัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม

.....

.....

.....

2. ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยม 1 รูป เป็นภาพต้นแบบ (ลักษณะภาพที่ต่างจากข้อ 1) และดำเนินการสร้างรูปสามเหลี่ยมอีก 1 รูป ตามข้อ 1.1–1.6

รูปต้นแบบ	รูปที่ได้จากการสร้างตามข้อ 1.1–1.6
	<p style="text-align: center;">สามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมได้หลากหลาย ให้อยู่ในดุลยพินิจของครูผู้สอน</p>

**คำถาม**

2.1 ผลที่ได้จากการใช้กระดาษลอกลาย ตรวจสอบความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมทั้ง 2 รูป คือ สามเหลี่ยมสองรูปซ้อนทับกันสนิทพอดี

2.2 การสร้างตามข้อ 1.1 เพื่อให้ ด้านมีความยาว เท่ากัน 1 คู่ คือ ..... = .....

2.3 การสร้างตามข้อ 1.2–1.3 เพื่อให้ มุมมีขนาด เท่ากัน 1 คู่ คือ ..... = .....

2.4 การสร้างตามข้อ 1.4–1.6 เพื่อให้ มุมมีขนาด เท่ากัน 1 คู่ คือ ..... = .....

2.5 ให้นักเรียนสรุปลักษณะของรูปสามเหลี่ยมทั้ง 2 รูป ว่ามีความสัมพันธ์กันแบบใด (สรุปจากคำถามที่ 2.1–2.4)

ตอบ รูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูป มีความสัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม

.....

.....

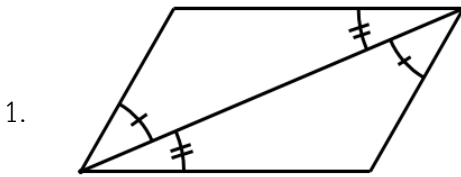
.....

\*\*\*หมายเหตุ ข้อ 2.2–2.4 ให้พิจารณาคำตอบจากภาพที่นักเรียนสร้างขึ้น\*\*\*

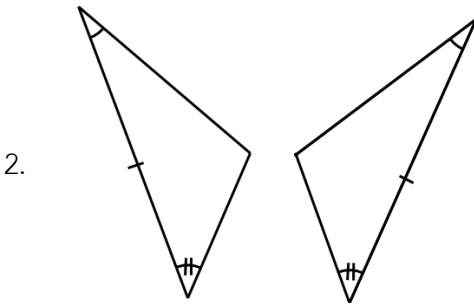
**เฉลย** ใบงานที่ 6.2 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (2)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** ระบุได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม เท่ากันทุกประการ

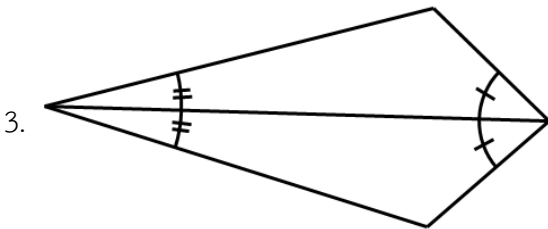
**โจทย์** ให้นักเรียนพิจารณา ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปในข้อใดที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม



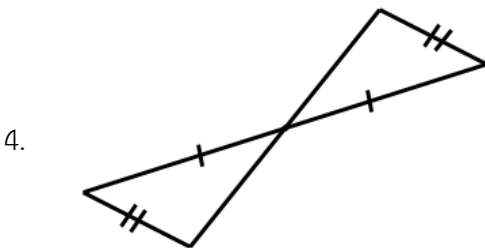
ตอบ สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม



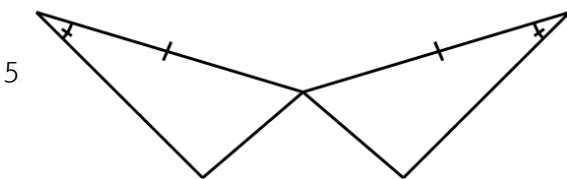
ตอบ สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม



ตอบ สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม



ตอบ ไม่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม

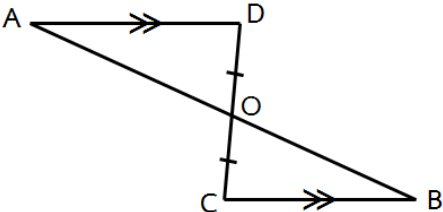


ตอบ ไม่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ	เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (2)	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b> รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b></p> <p><b>ด้านความรู้</b> -</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b> นำสมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม ไปใช้อ้างอิงในการพิสูจน์</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b> -</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b> ความสามารถในการคิดอย่างเป็นระบบ</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาเพื่อทบทวนความรู้เกี่ยวกับ รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (ถ้ารูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (เขียนแทนด้วย ด.ม.ด.) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ) และ รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (ถ้ารูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (เขียนแทนด้วย ม.ด.ม.) กล่าวคือ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่และด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ)</li> </ol> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูยกตัวอย่างโดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย เพื่อพิสูจน์รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ โดยใช้ความสัมพันธ์แบบ มุม-ด้าน-มุม ดังนี้</li> </ol>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b> -</p> <p><b>สื่อ</b> ใบงานที่ 7 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (3)</p> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b> ใบงานที่ 7 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (3)</p>

<p><b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7</b></p> <p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ      เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (2)</p> <p>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์      รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</p> <p style="text-align: right;">เวลา 1 ชั่วโมง</p> <p style="text-align: right;">ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</p>		
<p><b>คุณลักษณะอันพึงประสงค์</b> มีวินัย</p>	<p><b>ตัวอย่างที่ 1</b> จากรูป จงพิสูจน์ว่า <math>\triangle ABC \cong \triangle DEC</math></p> <p><b>วิธีทำ</b> จากรูป กำหนดให้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>\hat{A}BC = \hat{D}EC</math></li> <li>2. <math>BC = EC</math></li> <li>3. <math>\hat{A}CB = \hat{D}CE</math></li> </ol> <p>ต้องการพิสูจน์ว่า <math>\triangle ABC \cong \triangle DEC</math></p> <p>พิสูจน์</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>\hat{A}BC = \hat{D}EC</math> (กำหนดให้)</li> <li>2. <math>BC = EC</math> (กำหนดให้)</li> <li>3. <math>\hat{A}CB = \hat{D}CE</math> (กำหนดให้)</li> <li>4. <math>\triangle ABC \cong \triangle DEC</math> (มีความสัมพันธ์แบบ มุม-ด้าน-มุม)</li> </ol>	

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p><b>ตัวอย่างที่ 2</b> กำหนดให้ <math>\overline{AD}</math> ขนานกับ <math>\overline{CB}</math> และ <math>OD = OC</math></p> <p>จงพิสูจน์ว่า <math>\triangle AOD \cong \triangle BOC</math></p>  <p><b>วิธีทำ</b> จากรูป กำหนดให้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\overline{AD}</math> ขนานกับ <math>\overline{CB}</math></li> <li><math>OD = OC</math></li> </ol> <p>ต้องการพิสูจน์ว่า <math>\triangle AOD \cong \triangle BOC</math></p> <p>พิสูจน์</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\hat{A}OD = \hat{B}OC</math> (เป็นมุมตรงข้าม)</li> <li><math>OD = OC</math> (กำหนดให้)</li> <li><math>\overline{AD} \parallel \overline{CB}</math> (กำหนดให้)</li> </ol> <p>จะได้ <math>\hat{A}DO = \hat{B}CO</math> (เป็นมุมแย้ง)</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\triangle AOD \cong \triangle BOC</math> (มีความสัมพันธ์แบบ มุม-ด้าน-มุม)</li> </ol>	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ	เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (2)	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p><b>ตัวอย่างที่ 3</b> กำหนดให้ <math>AB = AC</math> และ <math>\hat{A}BE = \hat{A}CD</math> จงแสดงว่า <math>BE = CD</math> และ <math>\hat{B}EA = \hat{C}DA</math></p> <div style="text-align: center;"> </div> <p><b>วิธีทำ</b> จากรูป กำหนดให้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>AB = AC</math></li> <li>2. <math>\hat{A}BE = \hat{A}CD</math></li> </ol> <p>ต้องการพิสูจน์ว่า <math>BE = CD</math> และ <math>\hat{B}EA = \hat{C}DA</math></p> <p>พิสูจน์</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>\hat{A}BE = \hat{A}CD</math> (กำหนดให้)</li> <li>2. <math>AB = AC</math> (กำหนดให้)</li> <li>3. <math>\hat{B}AE = \hat{C}AD</math> (เป็นมุมร่วม)</li> <li>4. <math>\triangle ABE \cong \triangle ACD</math> (มีความสัมพันธ์แบบ มุม-ด้าน-มุม)</li> <li>5. <math>BE = CD</math> (<math>\triangle ABE \cong \triangle ACD</math>)</li> <li>6. <math>\hat{B}EA = \hat{C}DA</math> (<math>\triangle ABE \cong \triangle ACD</math>)</li> </ol>	
	2. ให้นักเรียนศึกษาและทำใบงานที่ 7	



หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p>3. ให้คำแนะนำนักเรียนเป็นรายบุคคล รายกลุ่ม ตามสถานการณ์ในชั้นเรียน</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. ครูใช้คำถามเพื่อนำไปสู่การสรุป ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- จากใบงานที่ 7 นักเรียนสามารถตรวจสอบได้อย่างไรว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ (รูปสามเหลี่ยมสองรูป สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม)</li> <li>- นักเรียนสามารถตรวจสอบได้อย่างไรว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์แบบ มุม - ด้าน - มุม (รูปสามเหลี่ยมสองรูปมีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองยาวเท่ากัน)</li> <li>- นักเรียนสามารถตรวจสอบได้อย่างไรว่า ด้านหรือมุมที่โจทย์ไม่ได้กำหนดให้ มีความเท่ากันทุกประการ (ต้องตรวจสอบให้ได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูป สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม)</li> <li>- นักเรียนสรุปเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์แบบ มุม-ด้าน-มุม ได้อย่างไร (ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ ที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (ม.ด.ม.) กล่าวคือ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ)</li> </ul>	

การวัดผลและประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
1. นำสมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบมุม-ด้าน-มุม ไปใช้อ้างอิงในการพิสูจน์	ตรวจใบงานที่ 7	แบบบันทึกการตรวจใบงานที่ 7	ระดับ 1 ตอบผิดทุกข้อ/ตอบถูกต้อง 1-10 คำตอบย่อย ระดับ 2 ตอบถูกต้อง 11-21 คำตอบย่อย ระดับ 3 ตอบถูกต้อง 22-32 คำตอบย่อย ระดับ 4 ตอบถูกต้อง 33-43 คำตอบย่อย
2. ความสามารถในการคิดอย่างเป็นระบบ			
3. มีวินัย	ตรวจใบงานที่ 7	แบบบันทึกการตรวจใบงานที่ 7	การส่งงาน ระดับ 1 ส่งงานช้ากว่ากำหนด มีข้อผิดพลาดหรือไม่ครบถ้วน ระดับ 2 ส่งงานช้ากว่ากำหนด แต่ถูกต้อง ครบถ้วน ระดับ 3 ส่งงานภายในระยะเวลาที่กำหนด มีข้อผิดพลาด หรือไม่ครบถ้วน ระดับ 4 ส่งงานภายในระยะเวลาที่กำหนด ถูกต้อง ครบถ้วน

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ .....ผู้สอน  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย**

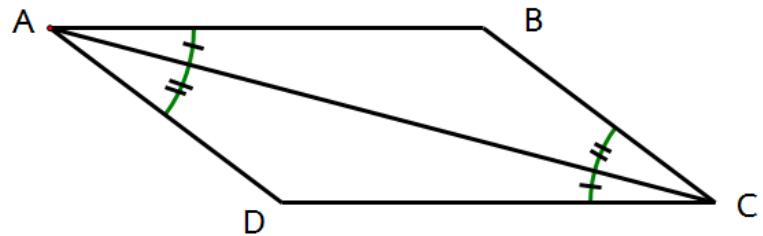
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ .....ผู้ตรวจ  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ใบงานที่ 7 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (3)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** นำสมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม ไปใช้อ้างอิงในการพิสูจน์

1. จากรูป กำหนดให้  $\hat{BAC} = \hat{DCA}$  และ  $\hat{BCA} = \hat{DAC}$  จงพิสูจน์ว่า  $\triangle ABC \cong \triangle CDA$



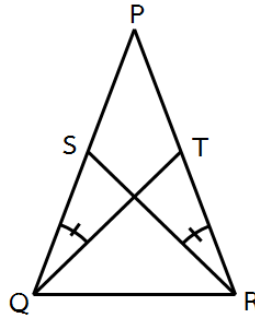
วิธีทำ จากรูป กำหนดให้

1.  $\hat{BAC} = \hat{DCA}$
2.  $\hat{BCA} = \dots\dots\dots$

ต้องการพิสูจน์ว่า  $\triangle ABC \cong \dots\dots\dots$

- พิสูจน์
1.  $\hat{BAC} = \hat{DCA}$  (.....กำหนดให้.....)
  2.  $\dots\dots = \dots\dots\dots$  (.....เป็นด้านร่วม.....)
  3.  $\hat{BCA} = \dots\dots\dots$  (.....)
  4.  $\triangle ABC \cong \dots\dots\dots$  (มีความสัมพันธ์แบบ.....)

2. จากรูปกำหนดให้  $\triangle PQR$  มี  $PQ = PR$  และ  $\hat{PQT} = \hat{PRS}$  จงพิสูจน์ว่า  $\triangle PQT \cong \triangle PRS$



วิธีทำ จากรูป กำหนดให้ 1. .... = .....

2. .... = .....

ต้องการพิสูจน์ว่า .....

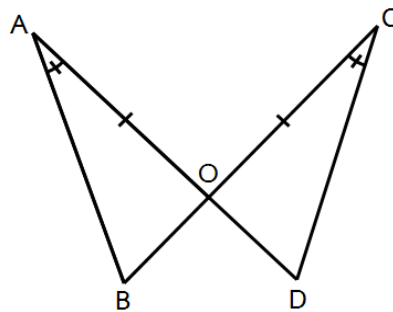
พิสูจน์ 1. .... = ..... (.....)

2. .... = ..... (.....)

3. .... = ..... (.....)

4. .... (มีความสัมพันธ์แบบ.....)

3. จากรูป กำหนดให้  $\overline{AD}$  ตัดกับ  $\overline{CB}$  ที่จุด  $O$  จงพิสูจน์ว่า  $\hat{ABO} = \hat{CDO}$



วิธีทำ จากรูป กำหนดให้ 1. .... = .....

2. .... = .....

ต้องการพิสูจน์ว่า .....

พิสูจน์ 1. .... = ..... (.....)

2. .... = ..... (.....)

3. .... = ..... (.....)

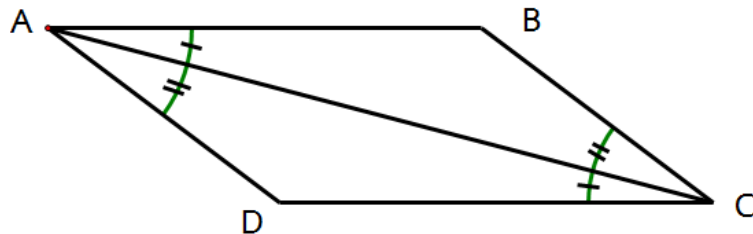
4. .... (มีความสัมพันธ์แบบ.....)

5. .... = ..... (.....)

**เฉลย** ใบงานที่ 7 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (3)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** นำสมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม ไปใช้อ้างอิงในการพิสูจน์

1. จากรูป กำหนดให้  $\hat{BAC} = \hat{DCA}$  และ  $\hat{BCA} = \hat{DAC}$  จงพิสูจน์ว่า  $\triangle ABC \cong \triangle CDA$



วิธีทำ จากรูป กำหนดให้

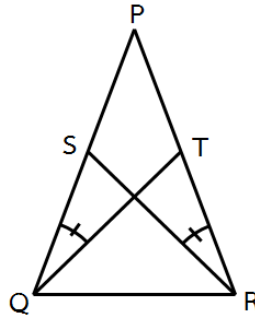
1.  $\hat{BAC} = \hat{DCA}$
2.  $\hat{BCA} = \hat{DAC}$

ต้องการพิสูจน์ว่า  $\triangle ABC \cong \triangle CDA$

พิสูจน์

1.	$\hat{BAC} = \hat{DCA}$	(..... กำหนดให้.....)
2.	$\hat{BCA} = \hat{DAC}$	(..... เป็นด้านร่วม.....)
3.	$\hat{BCA} = \hat{DAC}$	(..... กำหนดให้.....)
4.	$\triangle ABC \cong \triangle CDA$	(มีความสัมพันธ์แบบ..... <b>มุม-ด้าน-มุม</b> .....)

2. จากรูปกำหนดให้  $\triangle PQR$  มี  $PQ = PR$  และ  $\hat{PQT} = \hat{PRS}$  จงพิสูจน์ว่า  $\triangle PQT \cong \triangle PRS$



วิธีทำ จากรูป กำหนดให้ 1.  $\hat{PQT} = \hat{PRS}$

2.  $PQ = PR$

ต้องการพิสูจน์ว่า  $\triangle PQT \cong \triangle PRS$

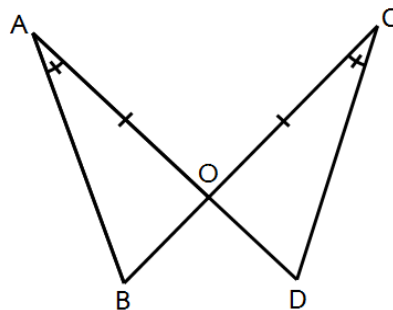
พิสูจน์ 1.  $\hat{PQT} = \hat{PRS}$  (กำหนดให้)

2.  $PQ = PR$  (กำหนดให้)

3.  $\hat{QPT} = \hat{RPS}$  (เป็นมุมร่วม)

4.  $\triangle PQT \cong \triangle PRS$  (มีความสัมพันธ์แบบ มุม-ด้าน-มุม)

3. จากรูป กำหนดให้  $\overline{AD}$  ตัดกับ  $\overline{CB}$  ที่จุด O จงพิสูจน์ว่า  $\hat{ABO} = \hat{CDO}$



วิธีทำ จากรูป กำหนดให้ 1.  $\hat{BAO} = \hat{DCO}$

2.  $AO = CO$

ต้องการพิสูจน์ว่า  $\hat{ABO} = \hat{CDO}$

พิสูจน์ 1.  $\hat{BAO} = \hat{DCO}$  (กำหนดให้)

2.  $AO = CO$  (กำหนดให้)

3.  $\hat{AOB} = \hat{COD}$  (เป็นมุมตรงข้าม)

4.  $\triangle ABO \cong \triangle CDO$  (มีความสัมพันธ์แบบ มุม-ด้าน-มุม)

5.  $\hat{ABO} = \hat{CDO}$  ( $\triangle ABO \cong \triangle CDO$ )





แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ	เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (1)	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b></p> <p>รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b></p> <p><b>ด้านความรู้</b></p> <p>ระบุได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน เท่ากันทุกประการ</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b></p> <p>การให้เหตุผล</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b></p> <p>-</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b></p> <p>-</p> <p><b>คุณลักษณะอันพึงประสงค์</b></p> <p>มีวินัย</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาเพื่อทบทวนความรู้เกี่ยวกับ รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (ถ้ารูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (เขียนแทนด้วย ด.ม.ด.) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ) และ รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (ถ้ารูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (เขียนแทนด้วย ม.ด.ม.) กล่าวคือ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ)</li> </ol> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>นักเรียนศึกษาและทำกิจกรรมตามใบงานที่ 8.1</li> <li>ครูให้คำแนะนำนักเรียนเป็นรายบุคคล รายกลุ่ม ตามสถานการณ์ในชั้นเรียน</li> </ol> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูใช้คำถามเพื่อนำไปสู่การสรุป ดังนี้</li> </ol>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b></p> <p>-</p> <p><b>สื่อ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>วงเวียน</li> <li>กระดาษลอกลาย</li> <li>ใบงานที่ 8.1 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (1)</li> <li>ใบงานที่ 8.2 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (2)</li> </ol> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ใบงานที่ 8.1 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (1)</li> </ol>

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ	เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (1)	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- จากใบงานที่ 8.1 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สร้างขึ้น สร้างจากเงื่อนไขที่กำหนดให้มีสิ่งใดที่มีขนาดเท่ากันบ้าง (ด้านคู่ที่สมนัยกันยาวเท่ากัน 3 คู่)</li> <li>- ภาพทั้งสองที่เกิดขึ้นจากการสร้าง มีลักษณะเป็นอย่างไรกัน (เท่ากันทุกประการ)</li> <li>- ผลที่ได้ตามมาจากรูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการคืออะไร (มุมคู่ที่สมนัยกันที่เหลืออีก 3 คู่ จะมีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ)</li> <li>- นักเรียนสามารถสรุปความรู้ที่เกิดจากการสร้างรูปสามเหลี่ยมสองรูปตามเงื่อนไขที่กำหนดข้างต้นได้หรือไม่ อย่างไร (ถ้ารูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (เขียนแทนด้วย ด.ด.ด.) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสามคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ)</li> </ul> <p>2. ให้นักเรียนทำใบงานที่ 8.2 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ</p>	<p>2. ใบงานที่ 8.2 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (2)</p>

## การวัดผลและประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
1. ระบุได้ว่ารูป สามเหลี่ยมสองรูป ที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน เท่ากันทุกประการ	ตรวจ ใบงานที่ 8.1-8.2	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 8.1-8.2	รายการกิจกรรม - เติมข้อความลงในใบงานที่ 8.1 ข้อที่ 1 ครบถ้วน - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 8.1 ข้อที่ 1 มีความถูกต้อง - เติมข้อความลงในใบงานที่ 8.1 ข้อที่ 2 ครบถ้วน - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 8.1 ข้อที่ 2 มีความถูกต้อง - เติมข้อความลงในใบงานที่ 8.2 ครบถ้วน - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 8.2 มีความถูกต้อง
2. การให้เหตุผล			ระดับ 1 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 1 รายการ ระดับ 2 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 2 รายการ ระดับ 3 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 3-4 รายการ ระดับ 4 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 5-6 รายการ
3. มีวินัย	ตรวจ ใบงานที่ 8.1-8.2	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 8.1-8.2	การส่งงาน ระดับ 1 ส่งงานช้ากว่ากำหนด มีข้อผิดพลาด หรือไม่ครบถ้วน ระดับ 2 ส่งงานช้ากว่ากำหนด แต่ถูกต้อง ครบถ้วน ระดับ 3 ส่งงานภายในระยะเวลาที่กำหนด มี ข้อผิดพลาด หรือไม่ครบถ้วน ระดับ 4 ส่งงานภายในระยะเวลาที่กำหนด ถูกต้อง ครบถ้วน

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ .....ผู้สอน  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย**

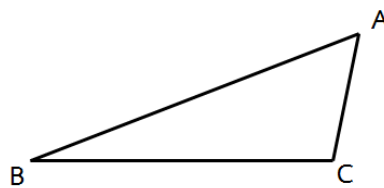
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ .....ผู้ตรวจ  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ใบงานที่ 8.1 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (1)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** ระบุได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน เท่ากันทุกประการ  
**คำชี้แจง** ให้นักเรียนศึกษาและตอบคำถาม ต่อไปนี้

1. กำหนดรูปต้นแบบสามเหลี่ยม ABC



ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยม DEF ให้เท่ากันทุกประการกับรูปสามเหลี่ยม ABC โดยมีวิธีการสร้างดังนี้

- 1.1 สร้าง  $\overline{EF}$  ให้มีความยาวเท่ากับ  $\overline{BC}$
- 1.2 กางวงเวียนให้รัศมีเท่ากับ  $\overline{BA}$  ใช้ E เป็นจุดศูนย์กลาง เขียนส่วนโค้ง
- 1.3 กางวงเวียนให้รัศมีเท่ากับ  $\overline{AC}$  ใช้ F เป็นจุดศูนย์กลาง เขียนส่วนโค้งตัดส่วนโค้งที่ได้จากข้อ 1.2
- 1.4 กำหนด D คือจุดตัดที่ได้จากการเขียนส่วนโค้งข้อ 1.2 และ 1.3
- 1.5 ลาก  $\overline{DE}$  และ  $\overline{DF}$

รูปที่ได้จากการสร้างตามข้อ 1.1–1.5

**คำถาม**

- 1.6 ผลที่ได้จากการใช้กระดาษลอกลาย ตรวจสอบความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม DEF และรูปสามเหลี่ยม ABC คือ .....
- 1.7 การสร้างตามข้อ 1.1 เพื่อให้ได้.....ด้านมีความยาว.....เท่ากัน 1 คู่ คือ ..... = .....
- 1.8 การสร้างตามข้อ 1.2 และ 1.4 เพื่อให้ได้.....เท่ากัน 1 คู่ คือ ..... = .....

1.9 การสร้างตามข้อ 1.3 และ 1.4 เพื่อให้ได้.....เท่ากัน 1 คู่ คือ ..... = .....

1.10 ให้นักเรียนสรุปลักษณะของรูปสามเหลี่ยม DEF และรูปสามเหลี่ยม ABC ว่ามีความสัมพันธ์กันแบบใด (สรุปจากคำถามที่ 1.6–1.9)

ตอบ .....

.....

.....

2. ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยม 1 รูป เป็นภาพต้นแบบ (ลักษณะภาพที่ต่างจากข้อ 1) และดำเนินการสร้างรูปสามเหลี่ยมอีก 1 รูป ตามข้อ 1.1–1.5

รูปต้นแบบ	รูปที่ได้จากการสร้างตามข้อ 1.1–1.5

**คำถาม**

2.1 ผลที่ได้จากการใช้กระดาษลอกลาย ตรวจสอบความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมทั้ง 2 รูป คือ .....

2.2 การสร้างตามข้อ 1.1 เพื่อให้ได้.....เท่ากัน 1 คู่ คือ ..... = .....

2.3 การสร้างตามข้อ 1.2 และ 1.4 เพื่อให้ได้.....เท่ากัน 1 คู่ คือ ..... = .....

2.4 การสร้างตามข้อ 1.3 และ 1.4 เพื่อให้ได้.....เท่ากัน 1 คู่ คือ ..... = .....

2.5 ให้นักเรียนสรุปลักษณะของรูปสามเหลี่ยมทั้ง 2 รูป ว่ามีความสัมพันธ์กันแบบใด (สรุปจากคำถามที่ 2.1–2.4)

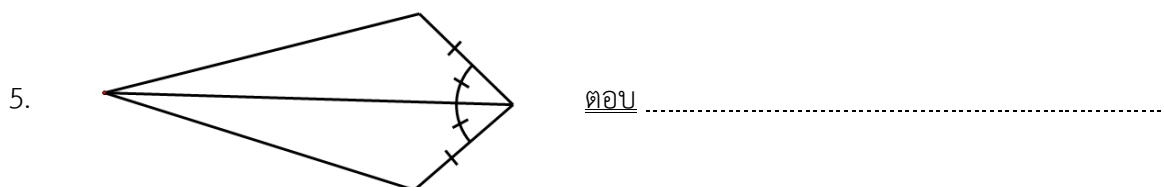
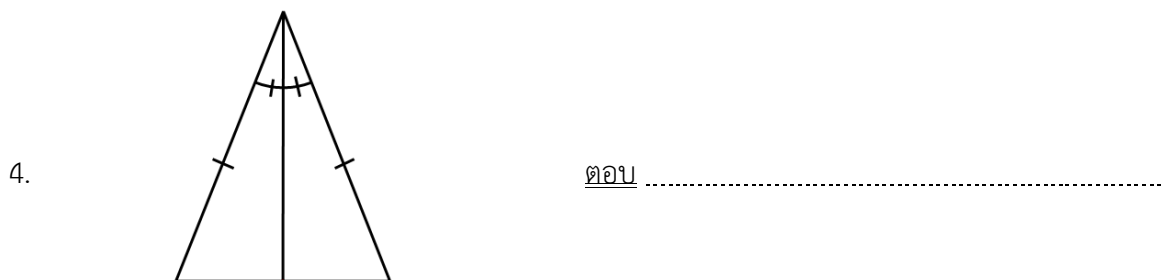
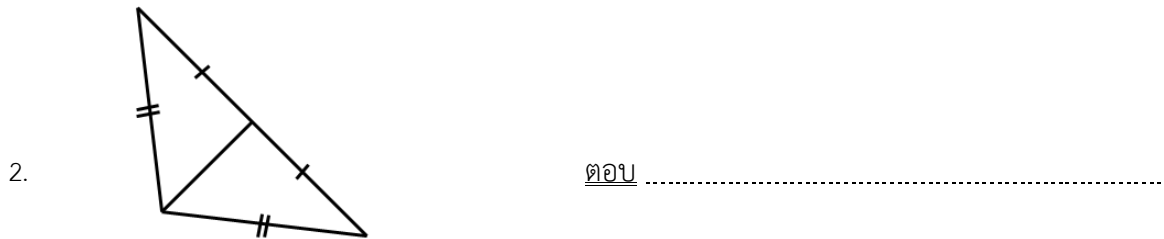
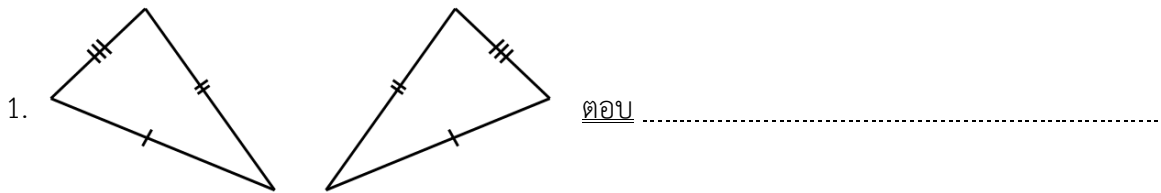
ตอบ .....

.....

ใบงานที่ 8.2 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (2)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ  
 รายวิชาคณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** ระบุได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน เท่ากันทุกประการ

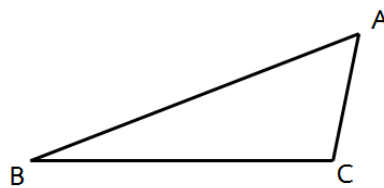
**โจทย์** ให้นักเรียนพิจารณา ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปในข้อใดที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน



**เฉลย** ใบงานที่ 8.1 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (1)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** ระบุได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน เท่ากันทุกประการ  
**คำชี้แจง** ให้นักเรียนศึกษาและตอบคำถาม ต่อไปนี้

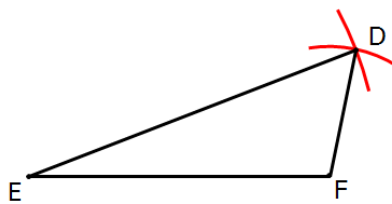
1. กำหนดรูปต้นแบบสามเหลี่ยม ABC



ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยม DEF ให้เท่ากันทุกประการกับรูปสามเหลี่ยม ABC โดยมีวิธีการสร้างดังนี้

- 1.1 สร้าง  $\overline{EF}$  ให้มีความยาวเท่ากับ  $\overline{BC}$
- 1.2 กางวงเวียนให้รัศมีเท่ากับ  $\overline{BA}$  ใช้ E เป็นจุดศูนย์กลาง เขียนส่วนโค้ง
- 1.3 กางวงเวียนให้รัศมีเท่ากับ  $\overline{AC}$  ใช้ F เป็นจุดศูนย์กลาง เขียนส่วนโค้งตัดส่วนโค้งที่ได้จากข้อ 1.2
- 1.4 กำหนด D คือ จุดตัดที่ได้จากการเขียนส่วนโค้งข้อ 1.2 และ 1.3
- 1.5 ลาก  $\overline{DE}$  และ  $\overline{DF}$

รูปที่ได้จากการสร้างตามข้อ 1.1-1.5



**คำถาม**

- 1.6 ผลที่ได้จากการใช้กระดาษลอกถ่าย ตรวจสอบความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม DEF และรูปสามเหลี่ยม ABC คือ สามเหลี่ยมสองรูปซ้อนทับกันสนิทพอดี



- 1.7 การสร้างตามข้อ 1.1 เพื่อให้.....ด้านมีความยาว.....เท่ากัน 1 คู่ คือ  $\overline{BC} = \overline{EF}$
- 1.8 การสร้างตามข้อ 1.2 และ 1.4 เพื่อให้ได้.....ด้านมีความยาว.....เท่ากัน 1 คู่ คือ  $\overline{BA} = \overline{ED}$
- 1.9 การสร้างตามข้อ 1.3 และ 1.4 เพื่อให้ได้.....ด้านมีความยาว.....เท่ากัน 1 คู่ คือ  $\overline{AC} = \overline{DF}$
- 1.10 ให้นักเรียนสรุปลักษณะของรูปสามเหลี่ยม DEF และรูปสามเหลี่ยม ABC ว่ามีความสัมพันธ์กันแบบใด (สรุปจากคำถามที่ 1.6–1.9)

ตอบ ..รูปสามเหลี่ยม DEF และรูปสามเหลี่ยม ABC มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน - ด้าน - ด้าน.....  
 .....  
 .....

2. ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยม 1 รูป เป็นภาพต้นแบบ (ลักษณะภาพที่ต่างจากข้อ 1) และดำเนินการสร้างรูปสามเหลี่ยมอีก 1 รูป ตามข้อ 1.1–1.5

รูปต้นแบบ	รูปที่ได้จากการสร้างตามข้อ 1.1–1.5
สามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมได้หลากหลาย ให้อยู่ในดุลยพินิจของครูผู้สอน	

**คำถาม**

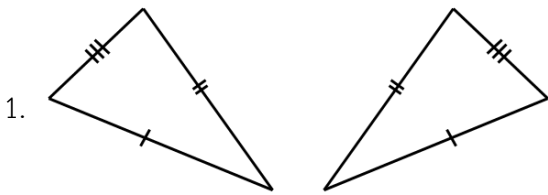
- 2.1 ผลที่ได้จากการใช้กระดาษลอกถ่าย ตรวจสอบความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมทั้ง 2 รูป คือ .....สามเหลี่ยมสองรูปซ้อนทับกันสนิทพอดี.....
- 2.2 การสร้างตามข้อ 1.1 เพื่อให้ได้.....ด้านมีความยาว.....เท่ากัน 1 คู่ คือ ..... = .....
- 2.3 การสร้างตามข้อ 1.2 และ 1.4 เพื่อให้ได้.....ด้านมีความยาว.....เท่ากัน 1 คู่ คือ ..... = .....
- 2.4 การสร้างตามข้อ 1.3 และ 1.4 เพื่อให้ได้.....ด้านมีความยาว.....เท่ากัน 1 คู่ คือ ..... = .....
- 2.5 ให้นักเรียนสรุปลักษณะของรูปสามเหลี่ยมทั้ง 2 รูป ว่ามีความสัมพันธ์กันแบบใด (สรุปจากคำถามที่ 2.1–2.4)

ตอบ ..รูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูป มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน.....  
 .....

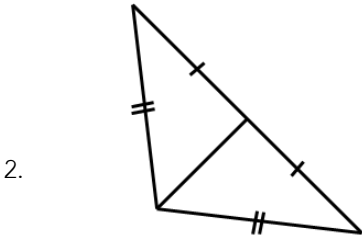
\*\*\*หมายเหตุ ข้อ 2.2–2.4 ให้พิจารณาคำตอบจากภาพที่นักเรียนสร้างขึ้น\*\*\*

**เฉลย** ใบงานที่ 8.2 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (2)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

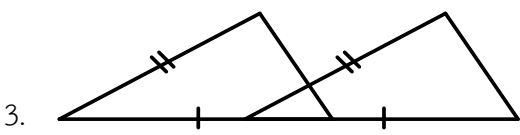
**จุดประสงค์** ระบุได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน เท่ากันทุกประการ  
**โจทย์** ให้นักเรียนพิจารณา ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปในข้อใดที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน



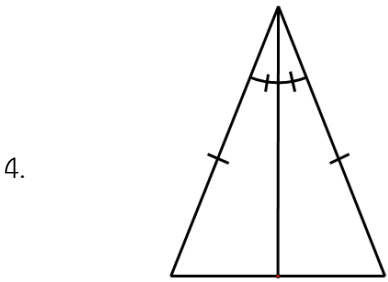
ตอบ สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน



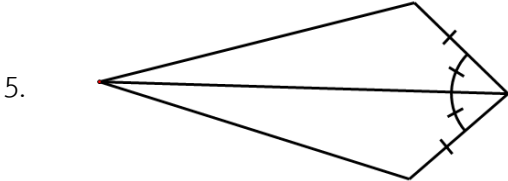
ตอบ สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน



ตอบ ไม่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน



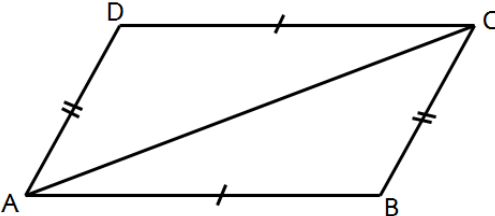
ตอบ ไม่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน



ตอบ ไม่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ	เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (2)	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b></p> <p>รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b></p> <p><b>ด้านความรู้</b></p> <p>-</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b></p> <p>นำสมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน ไปใช้อ้างอิงในการพิสูจน์</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b></p> <p>-</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b></p> <p>การคิดอย่างเป็นระบบ</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ขั้นนำ</b></p> <p>1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</p> <p>2. ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาเพื่อทบทวนความรู้เกี่ยวกับ รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (ถ้ารูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (เขียนแทนด้วย ด.ม.ด.) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ)</p> <p>รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (ถ้ารูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (เขียนแทนด้วย ม.ด.ม.) กล่าวคือ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่และด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ) และ รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (ถ้ารูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (เขียนแทนด้วย ด.ด.ด.) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสามคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ)</p> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <p>1. ครูยกตัวอย่างโดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย เพื่อพิสูจน์รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ โดยใช้ความสัมพันธ์แบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน ดังนี้</p>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b></p> <p>-</p> <p><b>สื่อ</b></p> <p>ใบงานที่ 9 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (3)</p> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b></p> <p>ใบงานที่ 9 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (3)</p>

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ	เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (2)	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p>คุณลักษณะอันพึงประสงค์ มีวินัย</p>	<p><b>ตัวอย่างที่ 1</b> จากรูป จงพิสูจน์ว่า <math>\triangle ABC \cong \triangle ADC</math></p>  <p><b>วิธีทำ</b> จากรูป กำหนดให้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>AB = CD</math></li> <li>2. <math>BC = DA</math></li> </ol> <p>ต้องการพิสูจน์ว่า <math>\triangle ABC \cong \triangle ADC</math></p> <p>พิสูจน์</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>AB = CD</math> (กำหนดให้)</li> <li>2. <math>BC = DA</math> (กำหนดให้)</li> <li>3. <math>AC = CA</math> (เป็นด้านร่วม)</li> <li>4. <math>\triangle ABC \cong \triangle ADC</math> (มีความสัมพันธ์แบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน)</li> </ol>	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (2) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2		
	<p><b>ตัวอย่างที่ 2</b> จากรูป จงแสดงว่า <math>\hat{A}CB = \hat{B}DA</math></p> <p style="text-align: center;"> <math>A</math>                      <math>B</math>  <math>C</math>                      <math>D</math> </p>	
<b>วิธีทำ</b>	<p>จากรูป กำหนดให้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>AC = BD</math></li> <li>2. <math>BC = AD</math></li> </ol> <p>ต้องการพิสูจน์ว่า <math>\hat{A}CB = \hat{B}DA</math></p> <p>พิสูจน์</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>AC = BD</math> (กำหนดให้)</li> <li>2. <math>BC = AD</math> (กำหนดให้)</li> <li>3. <math>AB = BA</math> (เป็นด้านร่วม)</li> <li>4. <math>\triangle ABC \cong \triangle BAD</math> (มีความสัมพันธ์แบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน)</li> <li>5. <math>\hat{A}CB = \hat{B}DA</math> (<math>\triangle ABC \cong \triangle BAD</math>)</li> </ol>	
	<ol style="list-style-type: none"> <li>2. ครูให้นักเรียนศึกษาและทำกิจกรรมตามใบงานที่ 9</li> <li>3. ครูให้คำแนะนำนักเรียนเป็นรายบุคคล รายกลุ่ม ตามสถานการณ์ในชั้นเรียน</li> </ol>	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ	เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (2)	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. ครูใช้คำถามเพื่อนำไปสู่การสรุปดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- จากใบงานที่ 9 นักเรียนสามารถตรวจสอบได้อย่างไรว่า มุมที่โจทย์ไม่ได้กำหนดให้มีความเท่ากันทุกประการ (ต้องตรวจสอบให้ได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูป สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน)</li> <li>- นักเรียนสามารถตรวจสอบได้อย่างไรว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์แบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (รูปสามเหลี่ยมสองรูปต้องมีด้านยาวเท่ากันสามคู่)</li> <li>- นักเรียนสรุปเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน ได้อย่างไร (ถ้ารูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (เขียนแทนด้วย ด.ด.ด.) กล่าวคือ มีมีด้านยาวเท่ากันสามคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ)</li> </ul>	

การวัดผลและประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
1. นำสมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบด้าน-ด้าน-ด้าน ไปใช้อ้างอิงในการพิสูจน์	ตรวจ ใบงานที่ 9	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 9	รายการกิจกรรม - แสดงวิธีพิสูจน์ในใบงานที่ 9 ข้อที่ 1 - วิธีพิสูจน์ในใบงานที่ 9 ข้อที่ 1 มีความถูกต้อง - แสดงวิธีพิสูจน์ในใบงานที่ 9 ข้อที่ 2 - วิธีพิสูจน์ในใบงานที่ 9 ข้อที่ 2 มีความถูกต้อง ระดับ 1 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 1 รายการ ระดับ 2 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 2 รายการ ระดับ 3 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 3 รายการ ระดับ 4 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 4 รายการ
2. การคิดอย่างเป็นระบบ			
3. มีวินัย	ตรวจ ใบงานที่ 9	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 9	การส่งงาน ระดับ 1 ส่งงานช้ากว่ากำหนด มีข้อผิดพลาดหรือไม่ครบถ้วน ระดับ 2 ส่งงานช้ากว่ากำหนด แต่ถูกต้อง ครบถ้วน ระดับ 3 ส่งงานภายในระยะเวลาที่กำหนด มีข้อผิดพลาดหรือไม่ครบถ้วน ระดับ 4 ส่งงานภายในระยะเวลาที่กำหนด ถูกต้อง ครบถ้วน



**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ .....ผู้สอน  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย**

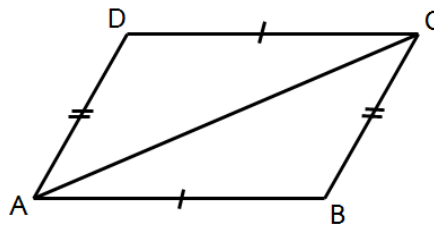
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ .....ผู้ตรวจ  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ใบงานที่ 9 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (3)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** นำสมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน ไปใช้อ้างอิงในการพิสูจน์

1. สี่เหลี่ยม ABCD มี  $AB = CD$  ,  $BC = DA$  จงพิสูจน์ว่า  $\triangle DAC \cong \triangle BCA$



.....

.....

.....

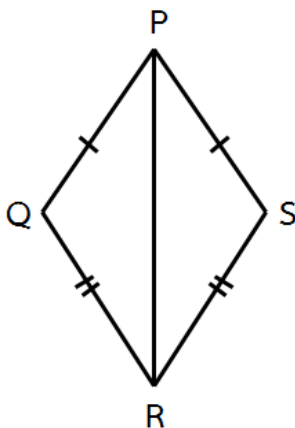
.....

.....

.....

.....

2. สี่เหลี่ยม PQRS มี  $PQ = PS$  และ  $QR = SR$  จงพิสูจน์ว่า  $\hat{Q}PR = \hat{S}PR$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

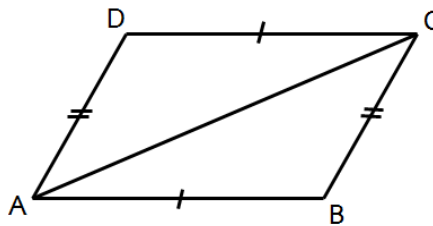
.....

.....

**เฉลย** ใบงานที่ 9 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (3)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

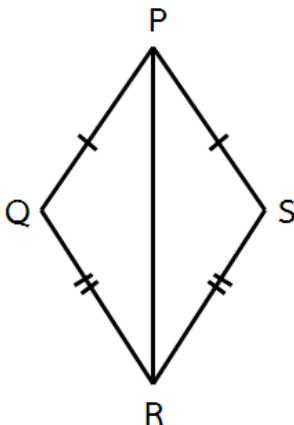
**จุดประสงค์** นำสมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน ไปใช้อ้างอิงในการพิสูจน์

1. สี่เหลี่ยม ABCD มี  $AB = CD$ ,  $BC = DA$  จงพิสูจน์ว่า  $\triangle DAC \cong \triangle BCA$



วิธีทำ ..... จากรูป กำหนดให้ 1.  $AB = CD$   
 ..... 2.  $BC = DA$   
 ..... ต้องการพิสูจน์ว่า  $\triangle DAC \cong \triangle BCA$   
 พิสูจน์ 1.  $AB = CD$  (กำหนดให้)  
 ..... 2.  $BC = DA$  (กำหนดให้)  
 ..... 3.  $AC = CA$  (เป็นด้านร่วม)  
 ..... 4.  $\triangle ABC \cong \triangle ADC$  (มีความสัมพันธ์แบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน)

2. สี่เหลี่ยม PQRS มี  $PQ = PS$  และ  $QR = SR$  จงพิสูจน์ว่า  $\hat{Q}PR = \hat{S}PR$



วิธีทำ จากรูป กำหนดให้ 1.  $PQ = PS$   
 ..... 2.  $QR = SR$   
 ..... ต้องการพิสูจน์ว่า  $\hat{Q}PR = \hat{S}PR$   
 พิสูจน์ 1.  $PQ = PS$  (กำหนดให้)  
 ..... 2.  $QR = SR$  (กำหนดให้)  
 ..... 3.  $PR = PR$  (เป็นด้านร่วม)  
 ..... 4.  $\triangle PQR \cong \triangle PSR$  (มีความสัมพันธ์แบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน)  
 ..... 5.  $\hat{Q}PR = \hat{S}PR$  ( $\triangle PQR \cong \triangle PSR$ )



<b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10</b> <b>เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน (1)</b> <b>รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</b>		
<b>หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ</b> <b>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</b>	<b>เวลา 1 ชั่วโมง</b> <b>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</b>	
<b>ขอบเขตเนื้อหา</b> รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กัน แบบ มุม-มุม-ด้าน  <b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b> <b>ด้านความรู้</b> ระบุได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน เท่ากันทุกประการ  <b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b> การให้เหตุผล  <b>ด้านเจตคติ</b> -  <b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b> -  <b>คุณลักษณะอันพึงประสงค์</b> มีวินัย	<b>กิจกรรมการเรียนรู้</b> <b>ขั้นนำ</b> 1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ 2. ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาเพื่อทบทวนความรู้เกี่ยวกับ รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (ถ้ารูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (เขียนแทนด้วย ด.ม.ด.) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ) รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (ถ้ารูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (เขียนแทนด้วย ม.ด.ม.) กล่าวคือ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่และด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ) และ รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (ถ้ารูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (เขียนแทนด้วย ด.ด.ด.) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสามคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ)  <b>ขั้นสอน</b> 1. นักเรียนศึกษาและทำกิจกรรมตามใบงานที่ 10.1	<b>แหล่งการเรียนรู้</b> -  <b>สื่อ</b> 1. ใบงานที่ 10.1 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน (1) 2. ใบงานที่ 10.2 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน (2)  <b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b> 1. ใบงานที่ 10.1 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน (1)

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ	เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน (1)	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p>2. ครูให้คำแนะนำนักเรียนเป็นรายบุคคล รายกลุ่ม ตามสถานการณ์ในชั้นเรียน (นักเรียนสามารถแสดงแนวคิดได้หลายวิธี ครูสามารถชี้แนะแนวคิดเพิ่มเติมจากแนวคิดของนักเรียนได้ตามศักยภาพของนักเรียน)</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. ครูใช้คำถามเพื่อนำไปสู่การสรุป ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- จากการทำใบงานที่ 10.1 นักเรียนสามารถสรุปความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน ได้อย่างไร (ถ้ารูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน (เขียนแทนด้วย ม.ม.ด.) กล่าวคือ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่และด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน ยาวเท่ากันหนึ่งคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ)</li> </ul> <p>2. ให้นักเรียนทำใบงานที่ 10.2 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ</p>	<p>2. ใบงานที่ 10.2 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน (2)</p>	

## การวัดผลและประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
1. ระบุได้ว่ารูปร่างสามเหลี่ยม สองรูปที่สัมพันธ์กัน แบบ มุม-มุม-ด้าน เท่ากันทุกประการ	ตรวจ ใบงานที่ 10.1-10.2	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 10.1-10.2	รายการกิจกรรม - แสดงวิธีพิสูจน์ใบงานที่ 10.1 - วิธีพิสูจน์ใบงานที่ 10.1 มีความถูกต้อง - เติมข้อความลงในใบงานที่ 10.2 ครบถ้วน - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 10.2 มีความถูกต้อง
2. การให้เหตุผล			ระดับ 1 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 1 รายการ ระดับ 2 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 2 รายการ ระดับ 3 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 3 รายการ ระดับ 4 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 4 รายการ
3. มีวินัย	ตรวจ ใบงานที่ 10.1-10.2	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 10.1-10.2	การส่งงาน ระดับ 1 ส่งงานช้ากว่ากำหนด มีข้อผิดพลาด หรือไม่ครบถ้วน ระดับ 2 ส่งงานช้ากว่ากำหนด แต่ถูกต้อง ครบถ้วน ระดับ 3 ส่งงานภายในระยะเวลาที่กำหนด มี ข้อผิดพลาด หรือไม่ครบถ้วน ระดับ 4 ส่งงานภายในระยะเวลาที่กำหนด ถูกต้อง ครบถ้วน

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ .....ผู้สอน  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย**

.....  
.....  
.....

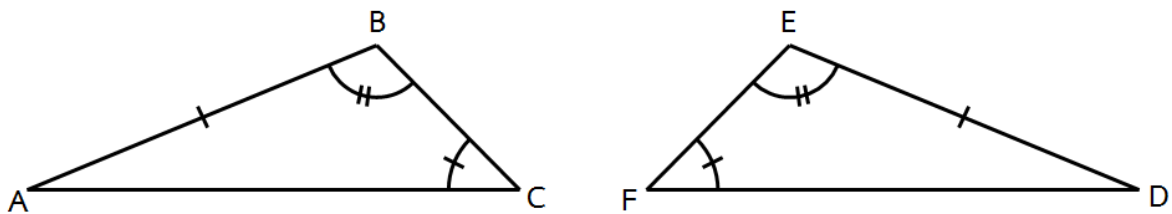
ลงชื่อ .....ผู้ตรวจ  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....



ใบงานที่ 10.1 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน (1)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** ระบุได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน เท่ากันทุกประการ

กำหนดให้  $\hat{A}BC = \hat{D}EF$ ,  $\hat{A}CB = \hat{D}FE$  และ  $AB = DE$  จงพิสูจน์ว่า  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$



วิธีทำ จากรูป กำหนดให้

1.  $\hat{A}CB = \dots\dots\dots$
2.  $\dots\dots\dots = \hat{D}EF$
3.  $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

ต้องการพิสูจน์ว่า  $\dots\dots\dots$

พิสูจน์

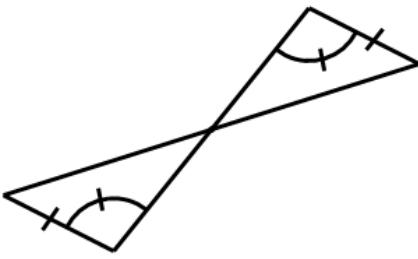
1.  $\hat{A}CB = \dots\dots\dots$  ( กำหนดให้ )
2.  $\dots\dots\dots = \hat{D}EF$  (  $\dots\dots\dots$  )
3. ดังนั้น  $\hat{B}AC = \dots\dots\dots$  ( จากข้อ 1, ข้อ 2 และ มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180 องศา ซึ่ง  $\hat{E}DF$  และ  $\hat{E}DF$  เป็นมุมที่เหลือของรูปสามเหลี่ยมสองรูป )
4.  $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  ( กำหนดให้ )
5.  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  ( มีความสัมพันธ์แบบ  $\dots\dots\dots$  พิจารณาจาก ข้อ  $\dots\dots\dots$ , ข้อ 4 และ ข้อ  $\dots\dots\dots$  )

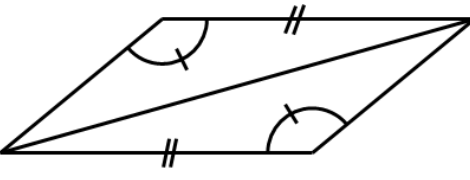
ดังนั้น หากรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ  $\dots\dots\dots$   
 สามเหลี่ยมสองรูปนั้นก็สัมพันธ์กันแบบ  $\dots\dots\dots$  ด้วย

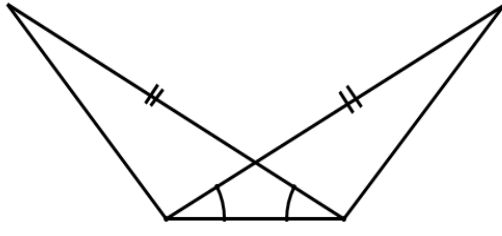
ใบงานที่ 10.2 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน (1)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

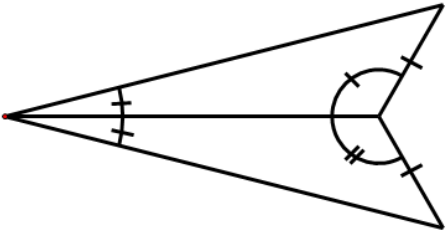
**จุดประสงค์** ระบุได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน เท่ากันทุกประการ

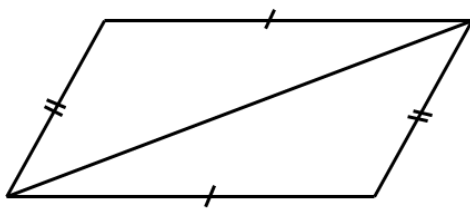
**โจทย์** ให้นักเรียนพิจารณา ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปในข้อใดที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน

1.  ตอบ .....

2.  ตอบ .....

3.  ตอบ .....

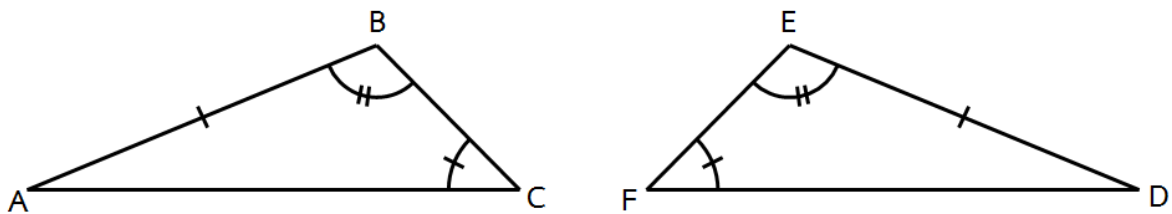
4.  ตอบ .....

5.  ตอบ .....

**เฉลย** ใบงานที่ 10.1 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน (1)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** ระบุได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน เท่ากันทุกประการ

กำหนดให้  $\hat{A}BC = \hat{D}EF$ ,  $\hat{A}CB = \hat{D}FE$  และ  $AB = DE$  จงพิสูจน์ว่า  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$



วิธีทำ จากรูป กำหนดให้

1.  $\hat{A}CB = \hat{D}FE$
2.  $\hat{A}BC = \hat{D}EF$
3.  $AB = DE$

ต้องการพิสูจน์ว่า  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

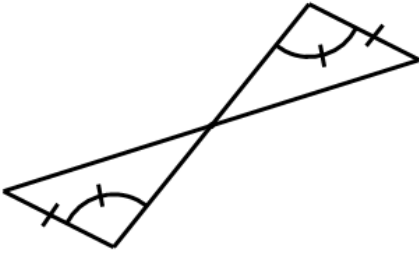
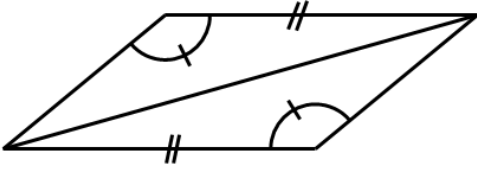
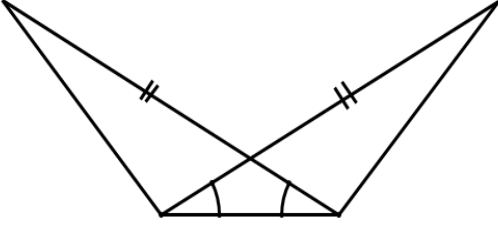
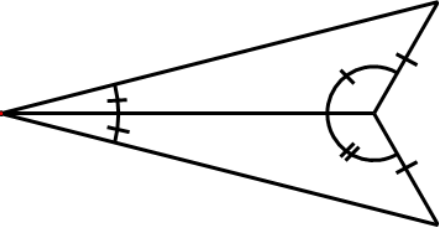
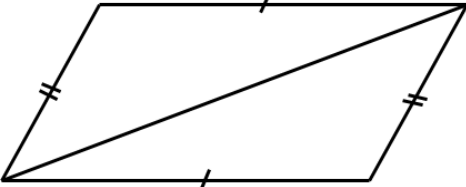
พิสูจน์

1.  $\hat{A}CB = \hat{D}FE$  ( กำหนดให้ )
2.  $\hat{A}BC = \hat{D}EF$  ( กำหนดให้ )
3. ดังนั้น  $\hat{B}AC = \hat{E}DF$  ( จากข้อ 1 , ข้อ 2 และ มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180 องศา ซึ่ง  $\hat{E}DF$  และ  $\hat{E}DF$  เป็นมุมที่เหลือของรูปสามเหลี่ยมสองรูป )
4.  $AB = DE$  ( กำหนดให้ )
5.  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  ( มีความสัมพันธ์แบบ **มุม-ด้าน-มุม** พิจารณาจาก ข้อ **2**, ข้อ 4 และ ข้อ **3** )

ดังนั้น หากรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ **มุม-ด้าน-มุม**  
 สามเหลี่ยมสองรูปนั้นก็สัมพันธ์กันแบบ **มุม-มุม-ด้าน** ด้วย

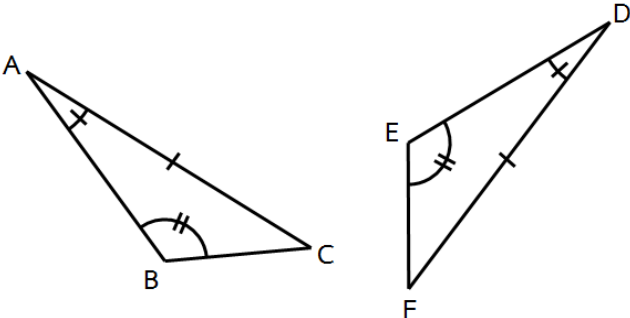
**เฉลย** ใบงานที่ 10.2 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน (1)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

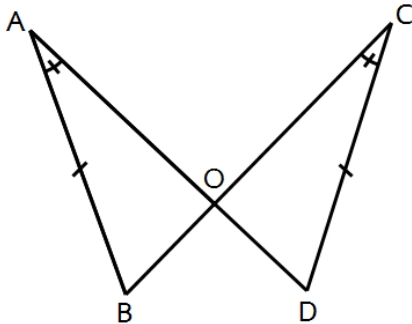
**จุดประสงค์** ระบุได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน เท่ากันทุกประการ  
**โจทย์** ให้นักเรียนพิจารณา ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปในข้อใดที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน

1.  ตอบ สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน
2.  ตอบ ไม่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน
3.  ตอบ ไม่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน
4.  ตอบ สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน
5.  ตอบ ไม่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ	เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน (2)	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b> รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b> <b>ด้านความรู้</b> -</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b> นำสมบัติของความเท่ากันทุกประการ ของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กัน แบบ มุม-มุม-ด้าน ไปใช้อ้างอิง ในการพิสูจน์</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b> -</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b> การคิดอย่างเป็นระบบ</p> <p><b>คุณลักษณะอันพึงประสงค์</b> มีวินัย</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b> <b>ชั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาเพื่อทบทวนความรู้เกี่ยวกับ รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (ถ้ารูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (เขียนแทนด้วย ด.ม.ด.) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ) รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (ถ้ารูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (เขียนแทนด้วย ม.ด.ม.) กล่าวคือ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ) รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (ถ้ารูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (เขียนแทนด้วย ด.ด.ด.) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสามคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ) และ รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบมุม-มุม-ด้าน (ถ้ารูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน (เขียนแทนด้วย ม.ม.ด.) กล่าวคือ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน ยาวเท่ากันหนึ่งคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ)</li> </ol>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b> -</p> <p><b>สื่อ</b> ใบงานที่ 11 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน (3)</p> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b> ใบงานที่ 11 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน (3)</p>

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p><b>ชั้นสอน</b></p> <p>1. ครูยกตัวอย่างโดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย เพื่อพิสูจน์รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ โดยใช้ความสัมพันธ์แบบมุม-มุม-ด้าน ดังนี้</p> <p><b>ตัวอย่างที่ 1</b> จากรูป จงพิสูจน์ว่า <math>\triangle ABC \cong \triangle DEF</math></p>  <p><b>วิธีทำ</b> จากรูป กำหนดให้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>\hat{BAC} = \hat{EDF}</math></li> <li>2. <math>\hat{ABC} = \hat{DEF}</math></li> <li>3. <math>AC = DF</math></li> </ol> <p>ต้องการพิสูจน์ว่า <math>\triangle ABC \cong \triangle DEF</math></p>	

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p>พิสูจน์ 1. <math>\hat{BAC} = \hat{EDF}</math> (กำหนดให้)</p> <p>2. <math>\hat{ABC} = \hat{DEF}</math> (กำหนดให้)</p> <p>3. <math>AC = DF</math> (กำหนดให้)</p> <p>4. <math>\triangle ABC \cong \triangle DEF</math> (มีความสัมพันธ์แบบ มุม-มุม-ด้าน)</p> <p><b>ตัวอย่างที่ 2</b> จากรูป จงแสดงว่า <math>\hat{ABO} = \hat{CDO}</math></p>  <p><b>วิธีทำ</b> จากรูป กำหนดให้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>AB = CD</math></li> <li>2. <math>\hat{BAO} = \hat{DCO}</math></li> </ol> <p>ต้องการพิสูจน์ว่า <math>\hat{ABO} = \hat{CDO}</math></p>	



หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p>พิสูจน์ 1. <math>\hat{A}OB = \hat{C}OD</math> (เป็นมุมตรงข้าม)</p> <p>2. <math>\hat{B}AO = \hat{D}CO</math> (กำหนดให้)</p> <p>3. <math>AB = CD</math> (กำหนดให้)</p> <p>4. <math>\triangle ABO \cong \triangle CDO</math> (มีความสัมพันธ์แบบ มุม-มุม-ด้าน)</p> <p>5. <math>\hat{A}BO = \hat{C}DO</math> (<math>\triangle ABO \cong \triangle CDO</math>)</p> <p>2. ครูให้นักเรียนศึกษาและทำกิจกรรมตามใบงานที่ 11</p> <p>3. ครูให้คำแนะนำนักเรียนเป็นรายบุคคล รายกลุ่ม ตามสถานการณ์ในชั้นเรียน</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. ครูใช้คำถามเพื่อนำไปสู่การสรุป ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- จากใบงานที่ 11 นักเรียนสามารถตรวจสอบได้อย่างไรว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ (รูปสามเหลี่ยมสองรูป สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน)</li> <li>- นักเรียนสามารถตรวจสอบได้อย่างไรว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์แบบมุม-มุม-ด้าน (รูปสามเหลี่ยมสองรูปมีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่และด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน ยาวเท่ากันหนึ่งคู่)</li> </ul>	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ	เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน (2)	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนสามารถตรวจสอบได้อย่างไรว่า ด้านหรือมุมที่โจทย์ไม่ได้กำหนดให้ มีความเท่ากันทุกประการ (ต้องตรวจสอบให้ได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูป สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน)</li> <li>- นักเรียนสรุปเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน ได้อย่างไร (ถ้ารูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน (เขียนแทนด้วย ม.ม.ด.) กล่าวคือ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่และด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน ยาวเท่ากันหนึ่งคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ)</li> </ul>	

## การวัดผลและประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
1. นำสมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบมุม-มุม-ด้าน ไปใช้อ้างอิงในการพิสูจน์	ตรวจใบงานที่ 11	แบบบันทึกการตรวจใบงานที่ 11	รายการกิจกรรม - แสดงวิธีพิสูจน์ในใบงานที่ 11 ข้อที่ 1 - วิธีพิสูจน์ในใบงานที่ 11 ข้อที่ 1 มีความถูกต้อง - แสดงวิธีพิสูจน์ในใบงานที่ 11 ข้อที่ 2 - วิธีพิสูจน์ในใบงานที่ 11 ข้อที่ 2 มีความถูกต้อง
2. การคิดอย่างเป็นระบบ			ระดับ 1 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 1 รายการ ระดับ 2 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 2 รายการ ระดับ 3 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 3 รายการ ระดับ 4 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 4 รายการ
3. มีวินัย	ตรวจใบงานที่ 11	แบบบันทึกการตรวจใบงานที่ 11	การส่งงาน ระดับ 1 ส่งงานช้ากว่ากำหนด มีข้อผิดพลาดหรือไม่ครบถ้วน ระดับ 2 ส่งงานช้ากว่ากำหนด แต่ถูกต้อง ครบถ้วน ระดับ 3 ส่งงานภายในระยะเวลาที่กำหนด มีข้อผิดพลาด หรือไม่ครบถ้วน ระดับ 4 ส่งงานภายในระยะเวลาที่กำหนด ถูกต้อง ครบถ้วน

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ .....ผู้สอน  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย**

.....  
.....  
.....

ลงชื่อ .....ผู้ตรวจ  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

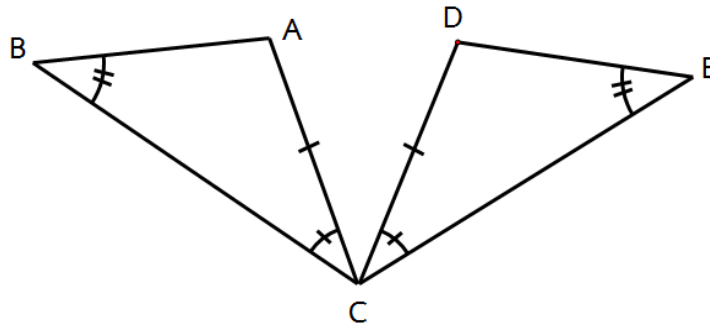




**เฉลย** ใบงานที่ 11 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน (3)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** นำสมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน ไปใช้อ้างอิงในการพิสูจน์

1. จากรูป จงพิสูจน์ว่า  $AB = DE$



**วิธีทำ** จากรูป กำหนดให้

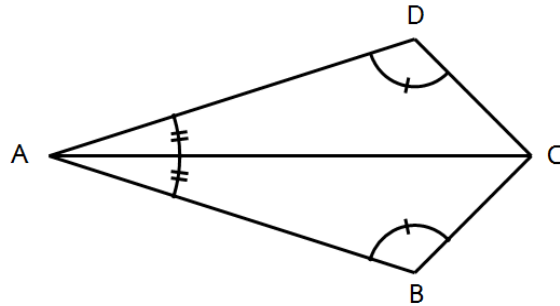
1.  $\hat{A}BC = \hat{D}EC$
2.  $\hat{A}CB = \hat{D}CE$
3.  $AC = DC$

ต้องการพิสูจน์ว่า  $AB = DE$

พิสูจน์

1.  $\hat{A}BC = \hat{D}EC$  (กำหนดให้)
2.  $\hat{A}CB = \hat{D}CE$  (กำหนดให้)
3.  $AC = DC$  (กำหนดให้)
4.  $\triangle ABC \cong \triangle DEC$  (มีความสัมพันธ์แบบ มุม-มุม-ด้าน)
5.  $AB = DE$  ( $\triangle ABC \cong \triangle DEC$ )

2. รูปสี่เหลี่ยม ABCD รูปสี่เหลี่ยมใดๆ จงพิสูจน์ว่า  $\hat{A}CD = \hat{A}CB$



วิธีทำ ..... จากรูป กำหนดให้ 1.  $\hat{ADC} = \hat{ACB}$   
 ..... 2.  $\hat{DAC} = \hat{BAC}$   
 ..... ต้องการพิสูจน์ว่า  $\hat{A}CD = \hat{A}CB$   
 พิสูจน์ 1.  $\hat{ADC} = \hat{ACB}$  (กำหนดให้)  
 ..... 2.  $\hat{DAC} = \hat{BAC}$  (กำหนดให้)  
 ..... 3.  $AC = AC$  (เป็นด้านร่วม)  
 ..... 4.  $\triangle ACD \cong \triangle ACB$  (มีความสัมพันธ์แบบ มุม-มุม-ด้าน)  
 ..... 5.  $\hat{A}CD = \hat{A}CB$  ( $\triangle ACD \cong \triangle ACB$ )  
 .....  
 .....  
 .....





<b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12</b> <b>หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ</b> <b>เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน</b> <b>เวลา 1 ชั่วโมง</b> <b>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</b> <b>รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</b> <b>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</b>		
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b></p> <p>รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b></p> <p><b>ด้านความรู้</b></p> <p>ระบุได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้านเท่ากันทุกประการ</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>นำสมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน ไปใช้อ้างอิงในการพิสูจน์</li> <li>การให้เหตุผล</li> </ol> <p><b>ด้านเจตคติ</b></p> <p>-</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ชั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาเพื่อทบทวนความรู้เกี่ยวกับ รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (ถ้ารูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (เขียนแทนด้วย ด.ม.ด.) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ) รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (ถ้ารูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (เขียนแทนด้วย ม.ด.ม.) กล่าวคือ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ) รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (ถ้ารูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (เขียนแทนด้วย ด.ด.ด.) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสามคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ) และรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน (ถ้ารูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน (เขียนแทนด้วย ม.ม.ด.) กล่าวคือ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่และด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน ยาวเท่ากันหนึ่งคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ)</li> </ol>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b></p> <p>-</p> <p><b>สื่อ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ไม้โปรแทรกเตอร์หรือไม้โปรแทรกเตอร์ครึ่งวงกลม</li> <li>วงเวียน</li> <li>กระดาษลอกลาย</li> <li>ใบงานที่ 12.1 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน (1)</li> <li>ใบงานที่ 12.2 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน (2)</li> <li>ใบงานที่ 12.3 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน (3)</li> </ol>

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ	เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b></p> <p>การคิดอย่างเป็นระบบ</p> <p><b>คุณลักษณะอันพึงประสงค์</b></p> <p>มีวินัย</p>	<p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน โดยคละความสามารถ เก่ง ปานกลาง อ่อน และแจกใบงานที่ 12.1 โดยให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปรายและตอบคำถาม (ใช้เวลาประมาณ 10 นาที)</li> <li>2. แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมาอภิปรายแนวคิดที่ได้จากการทำใบงาน โดยครูและนักเรียนกลุ่มที่ไม่ใช่กลุ่มนำเสนอร่วมอภิปรายเพิ่มเติม เพื่อแลกเปลี่ยนแนวคิด (ในแต่ละข้อสามารถแสดงแนวคิดได้หลายวิธี ครูสามารถชี้แนะแนวคิดเพิ่มเติมจากแนวคิดของนักเรียนได้ตามศักยภาพของนักเรียน)</li> <li>3. ครูให้นักเรียนศึกษาและทำกิจกรรมตามใบงานที่ 12.2 (ใช้เวลาประมาณ 5 นาที)</li> <li>4. ครูให้คำแนะนำนักเรียนเป็นรายบุคคล รายกลุ่ม ตามสถานการณ์ในชั้นเรียน</li> <li>5. ครูยกตัวอย่างโดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย เพื่อพิสูจน์รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ โดยใช้ความสัมพันธ์แบบฉาก-ด้าน-ด้าน ดังนี้</li> </ol>	<p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ใบงานที่ 12.1 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน (1)</li> <li>2. ใบงานที่ 12.2 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน (2)</li> <li>3. ใบงานที่ 12.3 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน (3)</li> </ol>

<p><b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12</b></p> <p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ      เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน</p> <p>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์      รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</p> <p style="text-align: right;">เวลา 1 ชั่วโมง</p> <p style="text-align: right;">ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</p>	
	<p><b>ตัวอย่างที่ 1</b> จากรูป จงพิสูจน์ว่า <math>\triangle ABC \cong \triangle MNO</math></p> <div style="text-align: center;"> </div> <p><b>วิธีทำ</b> จากรูป กำหนดให้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>\hat{A}BC = \hat{M}NO</math></li> <li>2. <math>AB = MN</math></li> <li>3. <math>AC = MO</math></li> </ol> <p>ต้องการพิสูจน์ว่า      <math>\triangle ABC \cong \triangle MNO</math></p> <p>พิสูจน์</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>\hat{A}BC = \hat{M}NO</math> (กำหนดให้)</li> <li>2. <math>AB = MN</math> (กำหนดให้)</li> <li>3. <math>AC = MO</math> (กำหนดให้)</li> <li>4. <math>\triangle ABC \cong \triangle MNO</math> (มีความสัมพันธ์แบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน)</li> </ol>

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p><b>ตัวอย่างที่ 2</b> จากรูป จงแสดงว่า <math>GH = ST</math></p> <p><b>วิธีทำ</b> จากรูป กำหนดให้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>\widehat{FGH} = \widehat{RST}</math></li> <li>2. <math>FG = RS</math></li> <li>3. <math>FH = RT</math></li> </ol> <p>ต้องการพิสูจน์ว่า <math>\triangle FGH \cong \triangle RST</math></p> <p>พิสูจน์</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>\widehat{FGH} = \widehat{RST}</math> (กำหนดให้)</li> <li>2. <math>FG = RS</math> (กำหนดให้)</li> <li>3. <math>FH = RT</math> (กำหนดให้)</li> <li>4. <math>\triangle FGH \cong \triangle RST</math> (มีความสัมพันธ์แบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน)</li> <li>5. <math>GH = ST</math> (<math>\triangle FGH \cong \triangle RST</math>)</li> </ol>		

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ	เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. ครูใช้คำถามเพื่อนำไปสู่การสรุป ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนคิดว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน เท่ากันทุกประการหรือไม่ (เท่ากันทุกประการ)</li> <li>- นักเรียนสามารถสรุปความรู้ที่เกิดจากการสร้างรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน ได้อย่างไร (ถ้ารูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน (เขียนแทนด้วย ฉ.ด.ด.) กล่าวคือ สามเหลี่ยมทั้งสองเป็นสามเหลี่ยมมุมฉากซึ่งมีด้านประกอบมุมฉากยาวเท่ากัน และด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากันหนึ่งคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ)</li> </ul> <p>2. ให้นักเรียนทำใบงานที่ 12.3 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ</p>	

## การวัดผลและประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
1. ระบุได้ว่ารูปสามเหลี่ยม สองรูปที่สัมพันธ์กัน แบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน เท่ากันทุกประการ	ตรวจ ใบงานที่ 12.1-12.2	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 12.1-12.2	รายการกิจกรรม - เติมข้อความลงในใบงานที่ 12.1 ครบถ้วน - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 12.1 มีความถูกต้อง - เติมข้อความลงในใบงานที่ 12.2 ครบถ้วน - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 12.2 มีความถูกต้อง
2. การให้เหตุผล			ระดับ 1 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 1 รายการ ระดับ 2 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 2 รายการ ระดับ 3 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 3-4 รายการ ระดับ 4 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 5-6 รายการ
3. นำสมบัติของความ เท่ากันทุกประการของ รูปสามเหลี่ยมสองรูป ที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน ไปใช้ อ้างอิงในการพิสูจน์	ตรวจ ใบงานที่ 12.3	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 12.3	รายการกิจกรรม - แสดงวิธีพิสูจน์ในใบงานที่ 12.3 ข้อที่ 1 - วิธีพิสูจน์ในใบงานที่ 12.3 ข้อที่ 1 มีความถูกต้อง - แสดงวิธีพิสูจน์ในใบงานที่ 12.3 ข้อที่ 2 - วิธีพิสูจน์ในใบงานที่ 12.3 ข้อที่ 2 มีความถูกต้อง
4. การคิดอย่างเป็นระบบ			ระดับ 1 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 1 รายการ ระดับ 2 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 2 รายการ ระดับ 3 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 3 รายการ ระดับ 4 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 4 รายการ
5. มีวินัย	ตรวจ ใบงานที่ 12.1-12.2	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 12.1-12.2	การส่งงาน ระดับ 1 ส่งงานช้ากว่ากำหนด มีข้อผิดพลาด หรือไม่ครบถ้วน ระดับ 2 ส่งงานช้ากว่ากำหนด แต่ถูกต้อง ครบถ้วน ระดับ 3 ส่งงานภายในระยะเวลาที่กำหนด มีข้อผิดพลาด หรือไม่ครบถ้วน ระดับ 4 ส่งงานภายในระยะเวลาที่กำหนด ถูกต้อง ครบถ้วน

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ .....ผู้สอน  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย**

.....  
.....  
.....

ลงชื่อ .....ผู้ตรวจ  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....



ใบงานที่ 12.1 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน (1)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์การเรียนรู้** ระบุได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน เท่ากันทุกประการ  
**คำชี้แจง** ให้นักเรียนศึกษาและตอบคำถาม ต่อไปนี้

1. ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก - ด้าน - ด้าน พร้อมทั้งอธิบายวิธีการสร้าง

รูปต้นแบบ	รูปที่ได้จากการสร้าง

มีวิธีการสร้างดังนี้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. นักเรียนคิดว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน เท่ากันทุกประการหรือไม่

ตอบ .....

3. นักเรียนมีวิธีการตรวจสอบว่าสามเหลี่ยมสองรูป เท่ากันทุกประการอย่างไร

ตอบ .....

4. ให้นักเรียนสรุปความสัมพันธ์ที่ได้จากการสร้างสามเหลี่ยมสองรูป

ตอบ .....

.....

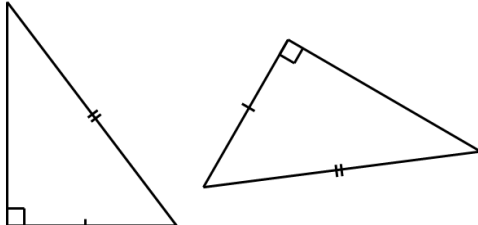
.....

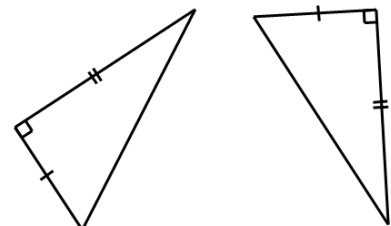
.....

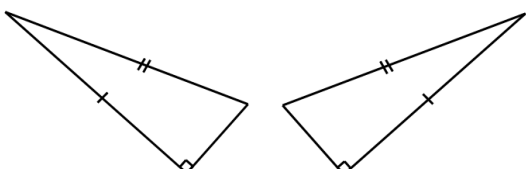
ใบงานที่ 12.2 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน (2)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

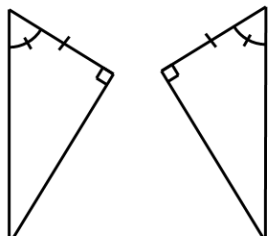
**จุดประสงค์** ระบุได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน เท่ากันทุกประการ

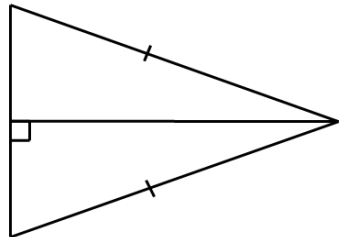
**โจทย์** ให้นักเรียนพิจารณา ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปในข้อใดที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน

1.  ตอบ .....

2.  ตอบ .....

3.  ตอบ .....

4.  ตอบ .....

5.  ตอบ .....





**เฉลย** ใบงานที่ 12.1 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน (1)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์การเรียนรู้** ระบุได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน เท่ากันทุกประการ

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนศึกษาและตอบคำถาม ต่อไปนี้

1. ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน พร้อมทั้งอธิบายวิธีการสร้าง

รูปต้นแบบ	รูปที่ได้จากการสร้าง
สามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมได้หลากหลาย ให้อยู่ในดุลยพินิจของครูผู้สอน	

มีวิธีการสร้างดังนี้

- - - อยู่ในดุลยพินิจของครูผู้สอน - - -

2. นักเรียนคิดว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน เท่ากันทุกประการหรือไม่

ตอบ ..... เท่ากันทุกประการ.....

3. นักเรียนมีวิธีในการตรวจสอบว่าสามเหลี่ยมสองรูป เท่ากันทุกประการ อย่างไร

ตอบ ..... ใช้กระดาษลอกลาย. (หรือเหตุผลอื่นตามความเหมาะสม).....

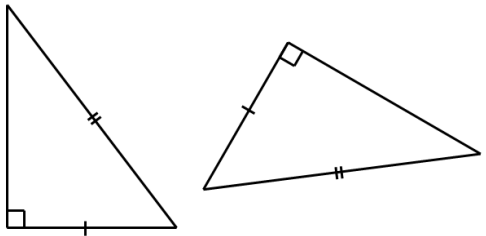
4. ให้นักเรียนสรุปความสัมพันธ์ที่ได้จากการสร้างสามเหลี่ยมสองรูป

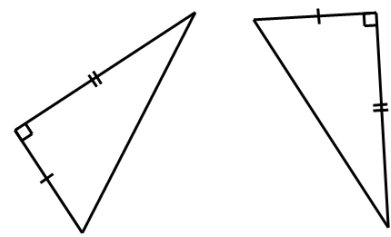
ตอบ ..... (ถ้ารูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน (เขียนแทนด้วย จ.ด.ด.) กล่าวคือ  
 สามเหลี่ยมทั้งสองเป็นสามเหลี่ยมมุมฉากซึ่งมีด้านประกอบมุมฉากยาวเท่ากัน และ  
 ด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากันหนึ่งคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ).....

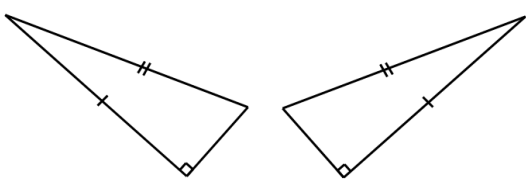
**เฉลย** ใบงานที่ 12.2 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน (2)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

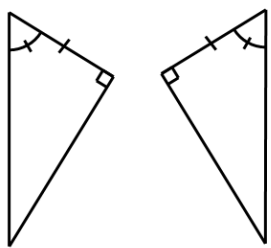
**จุดประสงค์การเรียนรู้** ระบุได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน เท่ากันทุกประการ

**โจทย์** ให้นักเรียนพิจารณา ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปในข้อใดที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน

1.  ตอบ .....สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน.....

2.  ตอบ .....ไม่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน.....

3.  ตอบ .....สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน.....

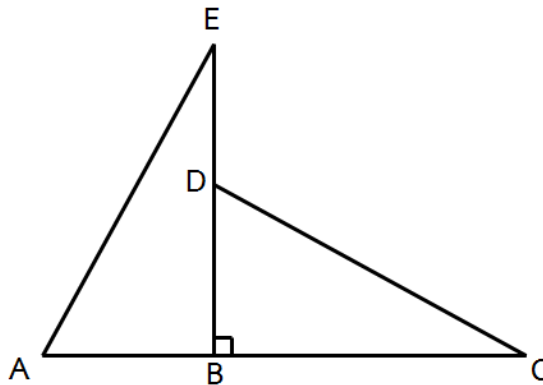
4.  ตอบ .....ไม่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน.....

5.  ตอบ .....สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน.....

**เฉลย** ใบงานที่ 12.3 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน (3)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์การเรียนรู้** นำสมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน ไปใช้อ้างอิงในการพิสูจน์

1. กำหนดให้  $AE = DC$  ,  $BE = BC$  และ  $\hat{D}BC$  เป็นมุมฉาก ดังรูป จงพิสูจน์ว่า  $AB = DB$



**วิธีทำ** จากรูป กำหนดให้

1.  $\hat{D}BC$  เป็นมุมฉาก
2.  $BE = BC$
3.  $AE = DC$

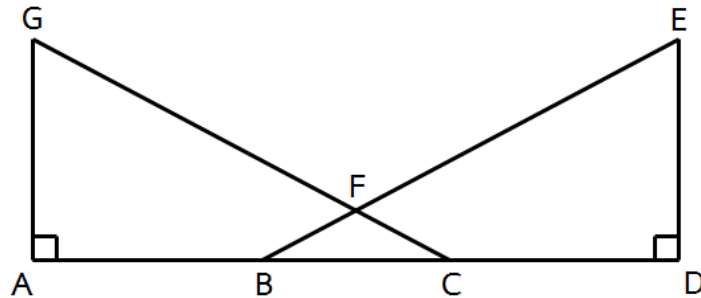
ต้องการพิสูจน์ว่า  $AB = DB$

พิสูจน์

1.  $\hat{ABE} = \hat{DBC} = 90^\circ$  (กำหนดให้)
2.  $BE = BC$  (กำหนดให้)
3.  $AE = DC$  (กำหนดให้)
4.  $\triangle ABE \cong \triangle DBC$  (มีความสัมพันธ์แบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน)
5.  $AB = DB$  ( $\triangle ABE \cong \triangle DBC$ )

2. กำหนดให้  $\triangle ACG$  และ  $\triangle DBE$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมีมุม A และ มุม D เป็นมุมฉาก

$AG = DE$  และ  $GC = EB$  จงพิสูจน์ว่า  $\hat{A}GC = \hat{D}EB$



วิธีทำ

จากรูป กำหนดให้

1.  $\hat{A}GC$  และ  $\hat{D}EB$  เป็นมุมฉาก
2.  $AG = DE$
3.  $GC = EB$

ต้องการพิสูจน์ว่า  $\hat{A}GC = \hat{D}EB$

พิสูจน์

1.  $\hat{A}GC = \hat{D}EB = 90^\circ$  (กำหนดให้)
2.  $AG = DE$  (กำหนดให้)
3.  $GC = EB$  (กำหนดให้)
4.  $\triangle ACG \cong \triangle DBE$  (มีความสัมพันธ์แบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน)
5.  $\hat{A}GC = \hat{D}EB$  ( $\triangle ACG \cong \triangle DBE$ )







แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 13		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ	เรื่อง การนำไปใช้ (1)	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว</li> <li>ความเท่ากันทุกประการ</li> </ol> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b></p> <p><b>ด้านความรู้</b> บอกสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว</p> <p><b>ด้านทักษะกระบวนการ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ใช้สมบัติของการเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้</li> <li>การให้เหตุผล</li> </ol> <p><b>ด้านเจตคติ</b></p> <p style="text-align: center;">-</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b></p> <p style="text-align: center;">-</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาเพื่อทบทวนความรู้เกี่ยวกับ การเท่ากันทุกประการที่มีความสัมพันธ์กันแบบต่างๆ (สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน , สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม , สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน , สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน และ สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน)</li> </ol> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ให้นักเรียนจับคู่ แล้วครูแจกใบงานที่ 13.1 โดยให้นักเรียนสำรวจรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่ได้รับแล้ว เขียนข้อค้นพบให้ได้มากที่สุด</li> <li>ถามทีละคู่ เพื่อให้ได้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมากที่สุด (ถ้าไม่ครบ ครูควรใช้คำถามในการกระตุ้นหาคำตอบ) แล้วครูอธิบายเพิ่มเติม เกี่ยวกับสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่สามารถนำไปใช้อ้างอิงในการพิสูจน์การเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม ดังนี้</li> </ol> <ul style="list-style-type: none"> <li>- เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว จะแบ่งรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ</li> <li>- มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน</li> </ul>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b></p> <p style="text-align: center;">-</p> <p><b>สื่อ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ใบงานที่ 13.1 เรื่อง สามเหลี่ยมหน้าจั่ว</li> <li>ใบงานที่ 13.2 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ (1)</li> </ol> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ใบงานที่ 13.1 เรื่อง สามเหลี่ยมหน้าจั่ว</li> <li>ใบงานที่ 13.2 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ (1)</li> </ol>

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 13 เรื่อง การนำไปใช้ (1) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ มีวินัย	<ul style="list-style-type: none"> <li>- เส้นที่ลากจากมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมาแบ่งครึ่งฐาน จะแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว</li> <li>- เส้นที่ลากจากมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมาแบ่งครึ่งฐาน จะตั้งฉากกับฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว</li> </ul> 3. ครูให้นักเรียนศึกษาและทำใบงานที่ 13.2 4. ครูให้คำแนะนำนักเรียนเป็นรายบุคคล รายกลุ่ม ตามสถานการณ์ในชั้นเรียน <b>ขั้นสรุป</b> 1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุป บทนิยาม และ สมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่สามารถนำมาอ้างอิงการเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (- เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว จะแบ่งรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ - มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน - เส้นที่ลากจากมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมมาแบ่งครึ่งฐาน จะแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว - เส้นที่ลากจากมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมมาแบ่งครึ่งฐาน จะตั้งฉากกับฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว	

## การวัดผลและประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ ใช้	เกณฑ์
1. บอกสมบัติของรูป สามเหลี่ยมหน้าจั่วได้	ตรวจ ใบงานที่ 13.1	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 13.1	ระดับ 1 บอกสมบัติรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ได้ 1 ข้อ ระดับ 2 บอกสมบัติรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ได้ 2-3 ข้อ ระดับ 3 บอกสมบัติรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ได้ 4-5 ข้อ ระดับ 4 บอกสมบัติรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ได้ 6 ข้อ
2. ใช้สมบัติของการ เท่ากันทุกประการของ รูปสามเหลี่ยมในการให้ เหตุผลและแก้ปัญหาได้	ตรวจ ใบงานที่ 13.2	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 13.2	รายการกิจกรรม ระดับ 1 บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่ต้องการได้ ระดับ 2 ตอบคำถาม และแสดงขั้นตอนให้เหตุผลได้ ระดับ 3 ตอบคำถาม และแสดงขั้นตอนให้เหตุผลได้ ถูกต้อง
3. ทักษะการให้เหตุผล			ระดับ 4 ตอบคำถาม และแสดงขั้นตอนให้เหตุผลได้ ถูกต้อง ครบถ้วน และสมเหตุสมผล
4. มีวินัย	ตรวจ ใบงานที่ 13.1-13.2	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 13.1-13.2	การส่งงาน ระดับ 1 ส่งงานช้ากว่ากำหนด มีข้อผิดพลาด หรือไม่ ครบถ้วน ระดับ 2 ส่งงานช้ากว่ากำหนด แต่ถูกต้อง ครบถ้วน ระดับ 3 ส่งงานภายในระยะเวลาที่กำหนด มี ข้อผิดพลาด หรือไม่ครบถ้วน ระดับ 4 ส่งงานภายในระยะเวลาที่กำหนด ถูกต้อง ครบถ้วน

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ .....ผู้สอน  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย**

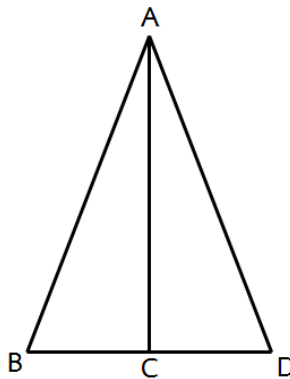
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ .....ผู้ตรวจ  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ใบงานที่ 13.1 เรื่อง สามเหลี่ยมหน้าจั่ว  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 13 เรื่อง การนำไปใช้ (1)  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** บอกสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

**โจทย์** กำหนดให้  $\triangle ABD$  เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว  $\overline{AC}$  ตั้งฉากกับ  $\overline{BD}$   
 จงพิจารณาแล้วหาข้อค้นพบให้ได้มากที่สุด



1.  $\hat{A}CB$  และ  $\hat{A}CD$  มีขนาดเท่ากัน คือ  $90^\circ$
2. ....
3. ....
4. ....
5. ....
6. ....
7. ....
8. ....

สรุปได้ว่า .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

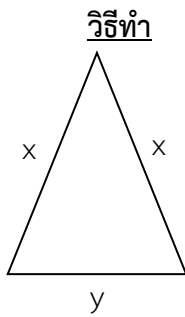
**ใบงานที่ 13.2 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ (1)**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 13 เรื่อง การนำไปใช้ (1)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์**

1. บอกสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
2. ใช้สมบัติของการเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้

**โจทย์** ให้นักเรียนแสดงวิธีทำโดยละเอียด

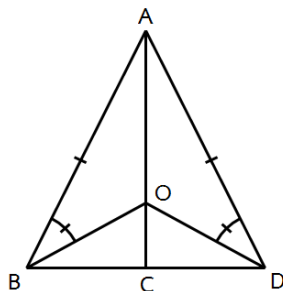
1. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มีความยาวรอบรูป 18 นิ้ว มีด้านหนึ่งยาว 8 นิ้ว จงหาความยาวของด้านที่เหลือ



จากสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มีด้านเท่ากัน 2 ด้าน  
 กรณีที่ 1 ถ้า  $x = 8$  จะได้ว่า  $x + x + y = 18$   
 ..... = .....  
 $y = \dots\dots\dots$

ดังนั้นด้านที่เหลือยาว.....  
 กรณีที่ 2 ถ้า  $y = 8$  จะได้ว่า  $x + x + y = 18$   
 ..... = .....  
 $x = \dots\dots\dots$   
 ดังนั้นด้านที่เหลือยาว.....

- 2.



จากรูป  $\triangle ABD$  เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว  
 และ จุด C แบ่งครึ่ง  $\overline{BD}$   
 จงพิสูจน์ว่า  $\hat{B}OC = \hat{D}OC$

จากโจทย์ กำหนดให้ 1.  $\hat{A}BO = \hat{ADO}$       2.  $AB = AD$

ต้องการพิสูจน์ว่า  $\hat{B}OC = \hat{D}OC$

- พิสูจน์
1. ..... = ..... (กำหนดให้)
  2. ..... = ..... (กำหนดให้)
  3.  $\hat{BAO} = \hat{DAO}$  (จากสมบัติสามเหลี่ยมหน้าจั่ว)
  4. .... (มีความสัมพันธ์แบบ.....)
  5. ..... = ..... =  $90^\circ$  (จากสมบัติสามเหลี่ยมหน้าจั่ว)

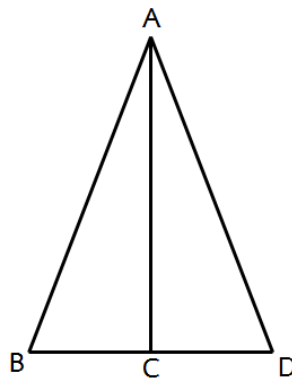




**เฉลย** ใบงานที่ 13.1 เรื่อง สามเหลี่ยมหน้าจั่ว  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 13 เรื่อง การนำไปใช้ (1)  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** บอกสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

**โจทย์** กำหนดให้  $\triangle ABD$  เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว  $\overline{AC}$  ตั้งฉากกับ  $\overline{BD}$   
 จงพิจารณาแล้วหาข้อค้นพบให้ได้มากที่สุด



1.  $\hat{A}CB$  และ  $\hat{A}CD$  มีขนาดเท่ากัน คือ  $90^\circ$
2.  $AB = AD$  (ความยาวของด้าน AB เท่ากับความยาวของด้าน AD)
3.  $CB = CD$  (ความยาวของด้าน CB เท่ากับความยาวของด้าน CD)
4.  $\hat{ABC} = \hat{ADC}$
5.  $\hat{BAC} = \hat{DAC}$
6. ....
7. ....
8. ....

สรุปได้ว่า - เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว จะแบ่งรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วออก  
 เป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ  
 - มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน  
 - เส้นที่ลากจากมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมมาแบ่งครึ่งฐาน จะแบ่งครึ่งมุมยอดของ  
 รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว  
 - เส้นที่ลากจากมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมมาแบ่งครึ่งฐาน จะตั้งฉากกับฐานของ  
 รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

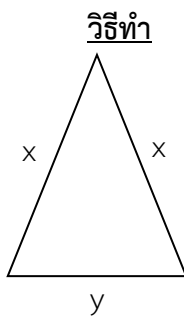
**เฉลย** ใบงานที่ 13.2 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ (1)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 13 เรื่อง การนำไปใช้ (1)  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค 22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

## จุดประสงค์

1. บอกสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
2. ใช้สมบัติของการเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้

**โจทย์** ให้นักเรียนแสดงวิธีทำโดยละเอียด

1. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มีความยาวรอบรูป 18 นิ้ว มีด้านหนึ่งยาว 8 นิ้ว จงหาความยาวของด้านที่เหลือ



จากสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มีด้านเท่ากัน 2 ด้าน

กรณีที่ 1 ถ้า  $x = 8$  จะได้ว่า  $x + x + y = 18$

$$\underline{8 + 8 + y = 18}$$

$$y = \underline{2}$$

ดังนั้นด้านที่เหลือยาว  $\underline{2}$  นิ้ว

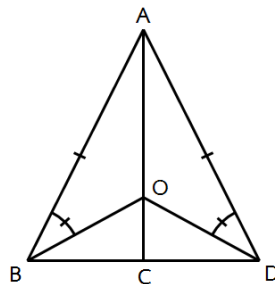
กรณีที่ 2 ถ้า  $y = 8$  จะได้ว่า  $x + x + y = 18$

$$\underline{x + x + 8 = 18}$$

$$x = \underline{5}$$

ดังนั้นด้านที่เหลือยาวด้านละ  $\underline{5}$  นิ้ว

2.



จากรูป  $\triangle ABD$  เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว  
และ จุด C แบ่งครึ่ง  $\overline{BD}$

จงพิสูจน์ว่า  $\hat{B}OC = \hat{D}OC$

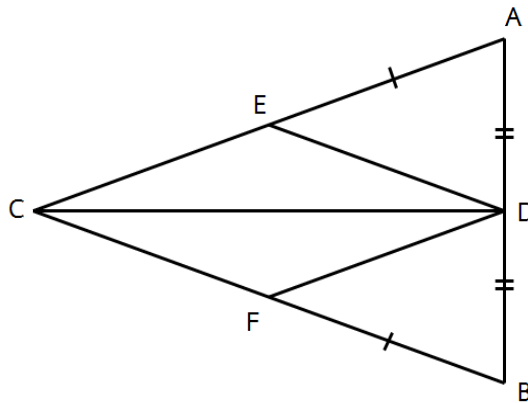
จากโจทย์ กำหนดให้ 1.  $\hat{A}BO = \hat{A}DO$       2.  $AB = AD$

ต้องการพิสูจน์ว่า  $\hat{B}OC = \hat{D}OC$

- พิสูจน์
1.  $\hat{A}BO = \hat{A}DO$  (กำหนดให้)
  2.  $AB = AD$  (กำหนดให้)
  3.  $\hat{BA}O = \hat{DA}O$  (จากสมบัติสามเหลี่ยมหน้าจั่ว)
  4.  $\triangle ABO \cong \triangle ADO$  (มีความสัมพันธ์แบบ มุม-ด้าน-มุม)
  5.  $\hat{BC}O = \hat{DC}O = 90^\circ$  (จากสมบัติสามเหลี่ยมหน้าจั่ว)

- 6.  $BO = DO$  ( $\triangle ABO \cong \triangle ADO$ )
- 7.  $OC = OC$  (เป็นด้านร่วม)
- 8.  $\triangle BCO \cong \triangle DCO$  (มีความสัมพันธ์แบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน)
- 9.  $\hat{BOC} = \hat{DOC}$  ( $\triangle BCO \cong \triangle DCO$ )

3.

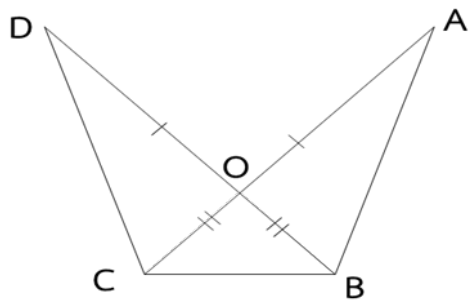


จากรูป  $\triangle ABC$  เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว  
 จึงพิสูจน์ว่า  $\hat{ADE} = \hat{BDF}$  และ  
 $\triangle CDE \cong \triangle CDF$

วิธีทำ จากรูป กำหนดให้ 1.  $\triangle ABC$  เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว  
 .....  
 ..... 2.  $AD = BD$   
 .....  
 ..... 3.  $EA = FB$   
 .....  
 ต้องการพิสูจน์ว่า  $\hat{ADE} = \hat{BDF}$  และ  $\triangle CDE \cong \triangle CDF$   
 .....  
 พิสูจน์ 1.  $\triangle ABC$  เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว (กำหนดให้)  
 .....  
 ..... 2.  $AD = BD$  (กำหนดให้)  
 .....  
 ..... 3.  $\hat{EAD} = \hat{FBD}$  (เป็นมุมที่ฐานของสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ABC)  
 .....  
 ..... 4.  $EA = FB$  (กำหนดให้)  
 .....  
 ..... 5.  $\triangle AED \cong \triangle BFD$  (มีความสัมพันธ์แบบ ด้าน-มุม-ด้าน)  
 .....  
 ..... 6.  $\hat{ADE} = \hat{BDF}$  ( $\triangle AED \cong \triangle BFD$ )  
 .....  
 ..... 7.  $ED = FD$  ( $\triangle AED \cong \triangle BFD$ )  
 .....  
 ..... 8.  $AC = BC$  (ด้านประกอบมุมยอดของหน้าเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน)  
 .....  
 ..... 9.  $EC = FC$  (จากข้อ 4 และ ข้อ 8)  
 .....  
 ..... 10.  $CD = CD$  (เป็นด้านร่วม)  
 .....  
 ..... 11.  $\triangle CDE \cong \triangle CDF$  (มีความสัมพันธ์แบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน)





แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 14		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	เรื่อง การนำไปใช้ (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว</li> <li>ความเท่ากันทุกประการ</li> </ol> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b></p> <p><b>ด้านความรู้</b></p> <p style="text-align: center;">-</p> <p><b>ด้านทักษะกระบวนการ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ใช้สมบัติของการเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้</li> <li>ใช้สมบัติของสามเหลี่ยมหน้าจั่วในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้</li> <li>การให้เหตุผล</li> </ol> <p><b>ด้านเจตคติ</b></p> <p style="text-align: center;">-</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาเพื่อทบทวนความรู้เกี่ยวกับ การเท่ากันทุกประการที่มีความสัมพันธ์กันแบบต่าง ๆ (สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน, สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม, สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน, สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน และ สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน)</li> </ol> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูยกตัวอย่างการพิสูจน์โดยใช้รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว เช่น กำหนดให้ <math>\overline{AC}</math> ตัดกับ <math>\overline{BD}</math> ที่จุด <math>O</math> ทำให้ <math>AO = DO</math> และ <math>CO = BO</math> จงพิสูจน์ว่า <math>\hat{A}BC = \hat{D}CB</math></li> </ol> <div style="text-align: center;">  </div>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b></p> <p style="text-align: center;">-</p> <p><b>สื่อ</b></p> <p>ใบงานที่ 14 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ (2)</p> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b></p> <p>ใบงานที่ 14 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ (2)</p>

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 14		เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์		เรื่อง การนำไปใช้ (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน - คุณลักษณะอันพึงประสงค์ มีวินัย	<p><b>วิธีทำ</b></p> <p>จากรูป กำหนดให้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>\overline{AC}</math> ตัดกับ <math>\overline{BD}</math> ที่จุด <math>O</math></li> <li>2. <math>AO = DO</math></li> <li>3. <math>CO = BO</math></li> </ol> <p>ต้องการพิสูจน์ว่า <math>\widehat{ABC} = \widehat{DCB}</math></p> <p><b>พิสูจน์</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>CO = BO</math> (กำหนดให้)</li> <li>2. <math>\widehat{AOB} = \widehat{DOC}</math> (เป็นมุมตรงข้าม)</li> <li>3. <math>AO = DO</math> (กำหนดให้)</li> <li>4. <math>\triangle ABO \cong \triangle DCO</math> (มีความสัมพันธ์แบบ ด้าน-มุม-ด้าน)</li> <li>5. <math>\widehat{ABO} = \widehat{DCO}</math> (จากข้อ 4 และมุมคู่ที่สมนัยกันของ รูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ จะมีขนาดเท่ากัน)</li> <li>6. <math>\triangle BOC</math> เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว (จากข้อ 1)</li> <li>7. <math>\widehat{CBO} = \widehat{BCO}</math> (สมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มุมที่ฐานมีขนาดเท่ากัน)</li> <li>8. <math>\widehat{ABO} + \widehat{CBO} = \widehat{DCO} + \widehat{BCO}</math> (สมบัติการเท่ากัน)</li> <li>9. <math>\widehat{ABC} = \widehat{DCB}</math> (จากข้อ 8)</li> </ol>	



หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 14 เรื่อง การนำไปใช้ (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p>2. นักเรียนทำใบงานที่ 14</p> <p>3. ให้คำแนะนำนักเรียนเป็นรายบุคคล รายกลุ่ม ตามสถานการณ์ในห้องเรียน</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>ใช้คำถามเพื่อนำสู่การสรุป ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ในการให้เหตุผลเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการ นักเรียนสามารถใช้ความรู้เรื่องใดบ้างมาช่วยในการให้เหตุผล (รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว, ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ ที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน มุม-ด้าน-มุม ด้าน-ด้าน-ด้าน มุม-มุม-ด้าน และ ฉาก-ด้าน-ด้าน)</li> </ul>	

**การวัดผลและประเมินผล**

สิ่งที่ต้องการวัด/ ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ ใช้	เกณฑ์
1. ใช้สมบัติของการ เท่ากันทุกประการ ของรูปสามเหลี่ยมใน การให้เหตุผลและ แก้ปัญหาได้	ตรวจ ใบงานที่ 14	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 14	รายการกิจกรรม ระดับ 1 บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่ต้องการ ได้ ระดับ 2 ตอบคำถาม และแสดงขั้นตอนให้เหตุผลได้ ระดับ 3 ตอบคำถาม และแสดงขั้นตอนให้เหตุผลได้ ถูกต้อง ระดับ 4 ตอบคำถาม และแสดงขั้นตอนให้เหตุผลได้ ถูกต้อง ครบถ้วน และสมเหตุสมผล
2. ใช้สมบัติของ สามเหลี่ยมหน้าจั่ว ในการให้เหตุผลและ แก้ปัญหาได้			
3. ทักษะการให้เหตุผล			
4. มีวินัย	ตรวจ ใบงานที่ 14	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 14	การส่งงาน ระดับ 1 ส่งงานช้ากว่ากำหนด มีข้อผิดพลาด หรือไม่ครบถ้วน ระดับ 2 ส่งงานช้ากว่ากำหนด แต่ถูกต้อง ครบถ้วน ระดับ 3 ส่งงานภายในระยะเวลาที่กำหนด มี ข้อผิดพลาด หรือไม่ครบถ้วน ระดับ 4 ส่งงานภายในระยะเวลาที่กำหนด ถูกต้อง ครบถ้วน

**บันทึกหลังสอน**

ผลการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหา ข้อบกพร่อง

.....

.....

.....

.....

.....

การแก้ปัญหา ข้อบกพร่อง

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ .....ผู้สอน

(.....)

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

.....

.....

ลงชื่อ

(.....)

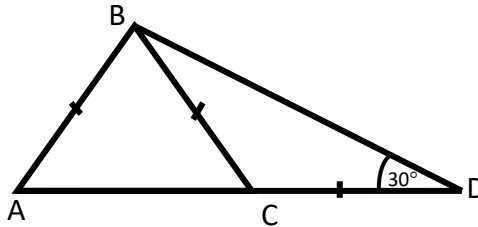
ตำแหน่ง.....

**ใบงานที่ 14 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ (2)**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 14 เรื่อง การนำไปใช้ (2)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

- จุดประสงค์**
1. ใช้สมบัติของการเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้
  2. ใช้สมบัติของสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้

**โจทย์** ให้นักเรียนแสดงวิธีทำโดยละเอียด

1. จากรูปที่กำหนดให้ จงหาขนาดของ  $\hat{A}BC$



**วิธีทำ** จากโจทย์ กำหนดให้ .....

.....

ต้องการหา .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

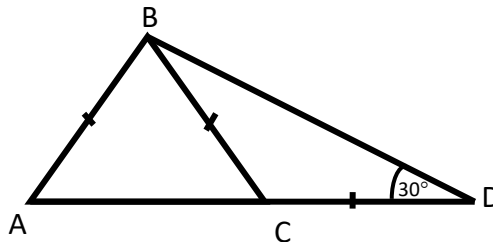


**เฉลย** ใบงานที่ 14 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ (2)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 14 เรื่อง การนำไปใช้ (2)  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

- จุดประสงค์**
1. ใช้สมบัติของการเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้
  2. ใช้สมบัติของสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้

**โจทย์** ให้นักเรียนแสดงวิธีทำโดยละเอียด

1. จากรูปที่กำหนดให้ จงหาขนาดของ  $\hat{A}BC$

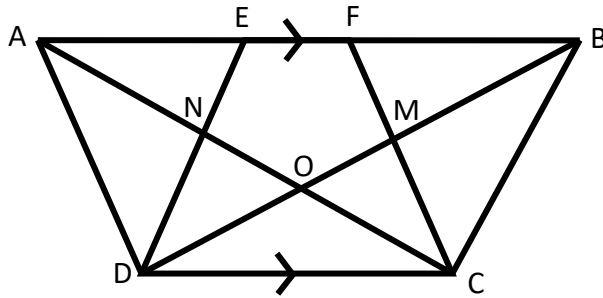


**วิธีทำ** จากโจทย์ กำหนดให้  $AB = CB = CD$   
 $\hat{BDC} = 30^\circ$

ต้องการหา  $\hat{ABC}$

1.  $AB = CB = CD$  (กำหนดให้)
2.  $\triangle ABC$  และ  $\triangle BCD$  เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว (มีด้านเท่ากัน 2 ด้าน.)
3.  $\hat{BDC} = \hat{DBC} = 30^\circ$  (ข้อ.3 มุมที่ฐานมีขนาดเท่ากัน)
4.  $\hat{BCD} = 120^\circ$  (มุม ภายใน สามเหลี่ยม)
5.  $\hat{BAC} = \hat{BCA} = 60^\circ$  ( มุมตรง , มุมที่ฐานของสามเหลี่ยมหน้าจั่ว)
6.  $\hat{ABC} = 60^\circ$  (มุมภายในรูปสามเหลี่ยม)

2. จากรูปกำหนดให้  $AC = BD$ ,  $\hat{ABD} = \hat{BAC} = 30^\circ$  และ  $\hat{ABC} = 65^\circ$  จงหาขนาดของ  $\hat{BCA}$



**วิธีทำ** จากโจทย์ กำหนดให้  $AC = BD$   
 $\hat{ABD} = \hat{BAC} = 30^\circ$   
 $\hat{ABC} = 65^\circ$

ต้องการหา  $\hat{BCA}$

- วิธีทำ
1.  $AC = BD$  (โจทย์กำหนดให้)
  2.  $\hat{ABD} = \hat{BAC}$  (โจทย์กำหนดให้)
  3.  $AB = BA$  (เป็นด้านร่วม)
  4.  $(\triangle ABC \cong \triangle BAD)$  (มีความสัมพันธ์แบบด้าน-มุม-ด้าน)
  5.  $\hat{BAC} = 30^\circ$  (โจทย์กำหนดให้)
  6.  $\hat{ABC} = \hat{BAD} = 65^\circ$  ( $\triangle ABC \cong \triangle BAD$ , โจทย์กำหนด)
  7.  $\hat{BCA} = 180^\circ - 65^\circ - 30^\circ = 85^\circ$  (มุมภายในรูปสามเหลี่ยม)





### หน่วยการเรียนรู้ที่ 3

ชื่อหน่วยการเรียนรู้ เส้นขนาน

รหัสวิชา ค22102 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2

เวลา 10 ชั่วโมง

#### 1. มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด

สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด ม.2/2 นำความรู้เกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการแก้ปัญหาเรขาคณิตศาสตร์

#### 2. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

บทนิยาม

- เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกัน ขนานกัน ก็ต่อเมื่อ เส้นตรงสองเส้นนั้นไม่ตัดกัน

สมบัติของเส้นขนาน

- ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันได้ 180 องศา
- ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้ขนาดนของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันเท่ากับ 180 องศา แล้ว เส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน

ทฤษฎีบท

- ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน
- ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน
- ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด มีขนาดเท่ากัน
- เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน
- ขนาดของมุมภายในทั้งสามมุมของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเท่ากับ 180 องศา
- ถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไปมุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น

### 3. สาระการเรียนรู้

#### ด้านความรู้

1. เส้นขนานและมุมภายใน
2. เส้นขนานและมุมแย้ง
3. เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน
4. เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม

#### ด้านทักษะและกระบวนการ

การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีที่เหมาะสม

#### ด้านเจตคติ

–

### 4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

ความสามารถในการแก้ปัญหา

### 5. คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. อยู่อย่างพอเพียง
2. มุ่งมั่นในการทำงาน

### 6. การประเมินผลรวบยอด

#### ชิ้นงานหรือภาระงาน

– การทำกิจกรรมตามใบงาน

1. ใบงานที่ 1 เรื่อง มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด มุมภายนอก และมุมแย้ง
2. ใบงานที่ 2 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน
3. ใบงานที่ 3 เรื่อง เส้นขนานและมุมแย้ง (1)
4. ใบงานที่ 4 เรื่อง เส้นขนานและมุมแย้ง (2)
5. ใบงานที่ 5 เรื่อง การแก้ปัญหาเส้นขนานและมุมแย้ง
6. ใบงานที่ 6 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน (1)
7. ใบงานที่ 7 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน (2)
8. ใบงานที่ 8 เรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม (1)
9. ใบงานที่ 9 เรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม (2)
10. ใบงานที่ 10 เรื่อง การนำไปใช้

– การสร้างเพื่อแสดงการแก้ปัญหาด้วยทฤษฎีของเส้นขนาน

## เกณฑ์การประเมินชิ้นงานหรือภาระงาน

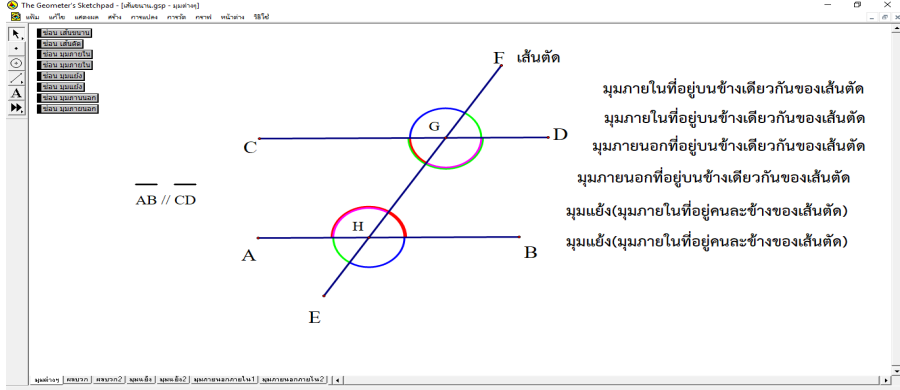
รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ/ระดับคะแนน			
	ดีมาก (4)	ดี (3)	พอใช้ (2)	ปรับปรุง (1)
1. เส้นขนานและมุมภายใน	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 1-2 ตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 1-2 ตั้งแต่ 2.50 ถึง 3.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 1-2 ตั้งแต่ 1.50 ถึง 2.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 1-2 ตั้งแต่ 1.0 ถึง 1.49
2. เส้นขนานและมุมแย้ง	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 3-5 ตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 3-5 ตั้งแต่ 2.50 ถึง 3.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 3-5 ตั้งแต่ 1.50 ถึง 2.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 3-5 ตั้งแต่ 1.0 ถึง 1.49
3. เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 6-7 ตั้งแต่ 3.5 ขึ้นไป	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 6-7 ตั้งแต่ 2.50 ถึง 3.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 6-7 ตั้งแต่ 1.50 ถึง 2.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 6-7 ตั้งแต่ 1.0 ถึง 1.49
4. เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 8-9 ตั้งแต่ 3.5 ขึ้นไป	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 8-9 ตั้งแต่ 2.50 ถึง 3.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 8-9 ตั้งแต่ 1.50 ถึง 2.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 8-9 ตั้งแต่ 1.0 ถึง 1.49
5. ความสามารถในการแก้ปัญหา	ระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 4-5, 7-9 ตั้งแต่ 3.5 ขึ้นไป	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 4-5, 7-9 ตั้งแต่ 2.50 ถึง 3.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 4-5, 7-9 ตั้งแต่ 1.50 ถึง 2.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 4-5, 7-9 ตั้งแต่ 1.0 ถึง 1.49

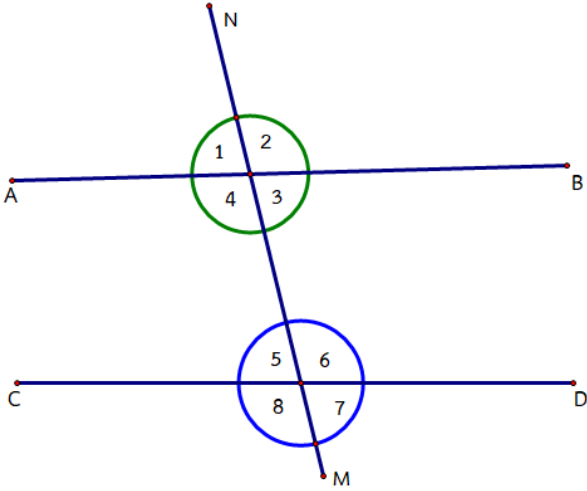
รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ/ระดับคะแนน			
	ดีมาก (4)	ดี (3)	พอใช้ (2)	ปรับปรุง (1)
6. อยู่อย่างพอเพียง	จากการตรวจใบงานที่ 10 มีการใช้ความรู้ ข้อมูลต่าง ๆ ในการวางแผนการทำงาน ใช้ทรัพยากรของส่วนรวมอย่างประหยัด คุ่มค่า และยอมรับการความคิดเห็นของคนอื่น	จากการตรวจใบงานที่ 10 มีการใช้ความรู้ ข้อมูลในการวางแผนการทำงาน ใช้ทรัพยากรของส่วนรวมอย่างประหยัด และยอมรับการความคิดเห็นของคนอื่น บางโอกาส	จากการตรวจใบงานที่ 10 มีการใช้ความรู้ในการวางแผนการทำงาน ใช้ทรัพยากรของส่วนรวมอย่างสิ้นเปลือง และยอมรับการความคิดเห็นของคนอื่น บางโอกาส	จากการตรวจใบงานที่ 10 มีการใช้ความรู้ในการวางแผนการทำงาน ใช้ทรัพยากรของส่วนรวมอย่างสิ้นเปลือง ไม่คุ้มค่า และยอมรับการความคิดเห็นของคนอื่นน้อย
7. มุ่งมั่นในการทำงาน	ทำใบงานทุกใบงานสำเร็จ 85 % ขึ้นไป	ทำใบงานทุกใบงานสำเร็จ 75-84 %	ทำใบงานทุกใบงานสำเร็จ 65-74 %	ทำใบงานทุกใบงานสำเร็จ ต่ำกว่า 65 %

**เกณฑ์การตัดสินคุณภาพ**

ช่วงคะแนน	ระดับคุณภาพ
24-28	ดีมาก
19-23	ดี
14-18	พอใช้
ต่ำกว่า 14	ปรับปรุง

เกณฑ์การผ่านตั้งแต่ระดับพอใช้ขึ้นไป

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน (1) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เส้นขนาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์		เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b> เส้นขนานและมุมภายใน</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b> <b>ด้านความรู้</b> ระบุมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด มุมภายนอก และมุมแย้ง เมื่อกำหนดเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b> -</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b> -</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b> -</p> <p><b>คุณลักษณะของผู้เรียน</b> มุ่งมั่นในการทำงาน</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b> <b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. แจ้างจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>2. ให้นักเรียนบอกลักษณะของร่างรถไฟ ว่ามีลักษณะอย่างไร (เส้นขนาน) แล้วให้ยกตัวอย่างสิ่งรอบตัวที่มีลักษณะเป็นเส้นขนานตามความเข้าใจของนักเรียน (ถนน ตึกแฟต รวากันได)</li> </ol> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. นักเรียนทำใบงานที่ 1 ข้อที่ 1 โดยให้เวลานักเรียนค้นคว้า 10 นาที โดยครูคอยให้คำแนะนำเพิ่มเติมรายบุคคลตามสถานการณ์ในชั้นเรียน และครูอธิบายเพิ่มเติมโดยใช้โปรแกรม GSP เรื่องเส้นขนาน ชื่อหน้า มุมต่าง ๆ แล้วให้นักเรียนสรุปลงในสมุดตนเอง</li> </ol> <div style="text-align: center;">  </div> <ol style="list-style-type: none"> <li>2. ให้นักเรียนทำใบงานที่ 1 ข้อที่ 2 ให้เวลานักเรียน 10 นาที โดยมีครูคอยให้คำแนะนำรายบุคคลตามสถานการณ์ในชั้นเรียน</li> </ol>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b> -</p> <p><b>สื่อ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. GSP เรื่อง เส้นขนาน</li> <li>2. ใบงานที่ 1 เรื่อง มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด มุมภายนอกและมุมแย้ง</li> </ol> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b> ใบงานที่ 1 เรื่อง มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด มุมภายนอก และมุมแย้ง</p>

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เส้นขนาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน (1) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</p>	<p>เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</p>
	<p>ขั้นสรุป</p> <p>1. ครูวาดรูปบนกระดาน ดังนี้</p>  <p>2. ใช้คำถามเพื่อนำสู่การสรุป ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- มุมภายในคู่ใดบ้างที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด (มุม 3 กับ มุม 6 และ มุม 4 กับ มุม 5)</li> <li>- มุมใดบ้างที่เป็นมุมภายนอก (มุม 1 มุม 2 มุม 7 และ มุม 8)</li> <li>- มุมคู่ใดบ้างที่เป็นมุมแย้งภายใน (มุม 4 กับ มุม 6 และ มุม 3 กับ มุม 5)</li> <li>- มุมคู่ใดบ้างที่เป็นมุมแย้งภายนอก (มุม 1 กับ มุม 7 และ มุม 2 กับ มุม 8)</li> </ul>	

## การวัดผลประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
1. ระบุมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด มุมภายนอก และมุมแย้ง เมื่อกำหนดเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง	ตรวจ ใบงานที่ 1	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 1	รายการกิจกรรม - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 1 ข้อที่ 1 ครบถ้วน - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 1 ข้อที่ 1 ถูกต้อง - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 1 ข้อ 2 ครบถ้วน - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 1 ข้อ 2 ถูกต้อง ระดับ 1 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 1 รายการ ระดับ 2 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 2 รายการ ระดับ 3 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 3 รายการ ระดับ 4 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 4 รายการ
2. การมุ่งมั่นในการทำงาน	ตรวจ ใบงานที่ 1	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 1	ระดับ 1 ทำใบงานสำเร็จไม่ถึง 70 % ระดับ 2 ทำใบงานสำเร็จ 70-79 % ระดับ 3 ทำใบงานสำเร็จ 80-89 % ระดับ 4 ทำใบงานสำเร็จ 90 % ขึ้นไป

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....



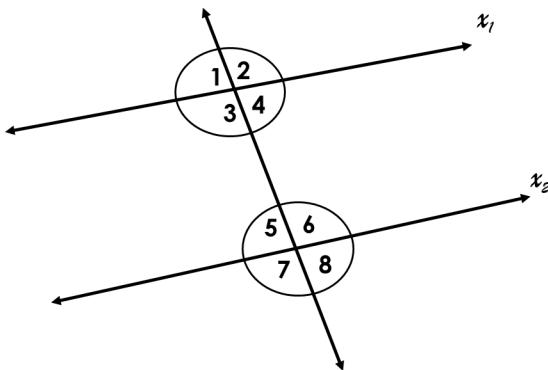
ใบงานที่ 1 เรื่อง มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด มุมภายนอกและมุมแย้ง  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน (1)  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** ระบุมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด มุมภายนอก และมุมแย้ง เมื่อกำหนดเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง

- ให้นักเรียนสร้างเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง แล้วระบุมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด มุมภายนอกและมุมแย้ง



- จากรูปที่กำหนดให้ จงตอบคำถามให้ถูกต้อง  
2.1



มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด ได้แก่

1. ....

2. ....

มุมภายนอก ได้แก่

.....

มุมแย้งภายใน ได้แก่

1. ....

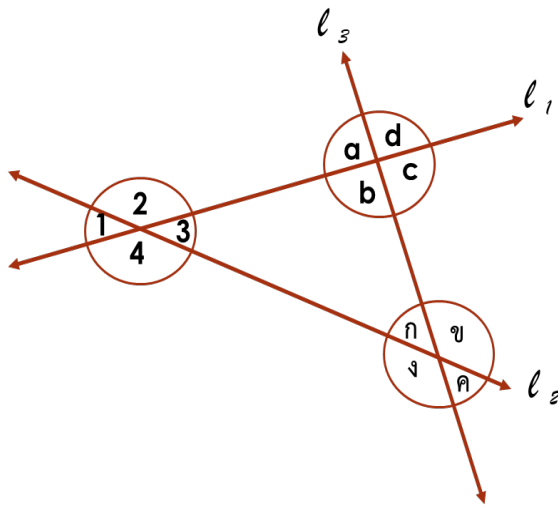
2. ....

มุมแย้งภายนอก ได้แก่

1. ....

2. ....

2.2



1. ถ้าเส้นตัด คือ  $l_1$   
 มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด ได้แก่  
 1. ....  
 2. ....  
 มุมภายนอก ได้แก่  
 .....  
 มุมแย้งภายใน ได้แก่  
 1. ....  
 2. ....  
 มุมแย้งภายนอก ได้แก่  
 1. ....  
 2. ....

2. ถ้าเส้นตัด คือ  $l_2$   
 มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด ได้แก่  
 1. ....  
 2. ....  
 มุมภายนอก ได้แก่  
 .....  
 มุมแย้งภายใน ได้แก่  
 1. ....  
 2. ....  
 มุมแย้งภายนอก ได้แก่  
 1. ....  
 2. ....

3. ถ้าเส้นตัด คือ  $l_3$   
 มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด ได้แก่  
 1. ....  
 2. ....  
 มุมภายนอก ได้แก่  
 .....  
 มุมแย้งภายใน ได้แก่  
 1. ....  
 2. ....  
 มุมแย้งภายนอก ได้แก่  
 1. ....  
 2. ....

**เฉลยใบงานที่ 1 เรื่อง มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด มุมภายนอก และมุมแย้ง**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน (1)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** ระบุมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด มุมภายนอก และมุมแย้ง เมื่อกำหนดเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง

- ให้นักเรียนสร้างเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง แล้วระบุมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมุมภายนอก และมุมแย้ง

**ตัวอย่างเช่น**

**มีมุมภายใน**ใดบ้างอยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

- มุม 3 และ มุม a
- มุม 4 และ มุม b

**มุมแย้งภายใน** คือ

- มุม 3 กับ มุม b
- มุม 4 กับ มุม a

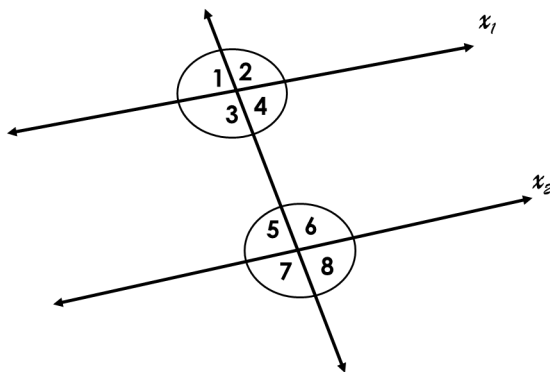
**มีมุมภายนอก** คือ

- มุม 1 มุม 2 มุม c และ มุม d

**มุมแย้งภายนอก** คือ

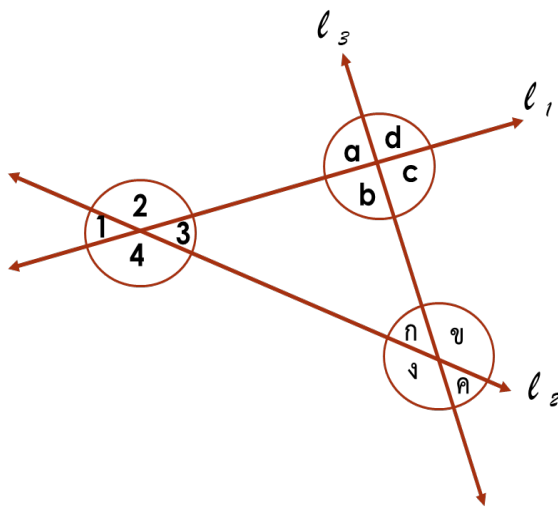
- มุม 1 กับ มุม d
- มุม 2 กับ มุม c

- จากรูปที่กำหนดให้ จงตอบคำถามให้ถูกต้อง  
2.1



- มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด ได้แก่
- มุม 3 กับ มุม 5 .....
  - มุม 4 กับ มุม 6 .....
- มุมภายนอก ได้แก่
- ..... มุม 1 มุม 2 มุม 7 มุม 8 .....
- มุมแย้งภายใน ได้แก่
- มุม 3 กับ มุม 6 .....
  - มุม 4 กับ มุม 5 .....
- มุมแย้งภายนอก ได้แก่
- มุม 1 กับ มุม 8 .....
  - มุม 2 กับ มุม 7 .....

2.2

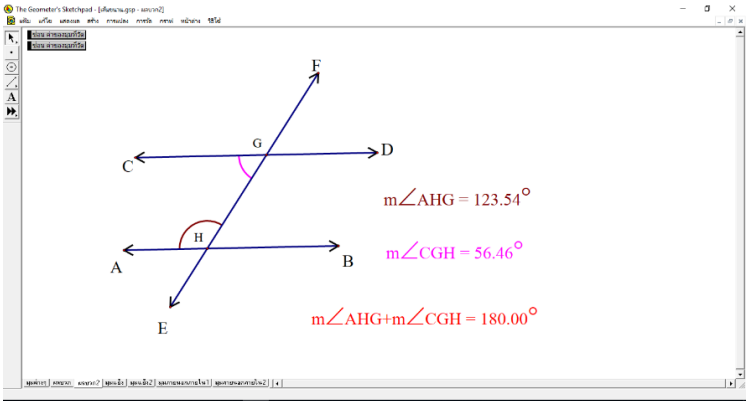


1. ถ้าเส้นตัด คือ  $l_1$   
 มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด ได้แก่  
 1. มุม 2 กับ มุม a .....  
 2. มุม 3 กับ มุม b .....  
 มุมภายนอก ได้แก่  
 ..... มุม 1, มุม 4, มุม d, มุม c .....  
 มุมแย้งภายใน ได้แก่  
 1. มุม 2 กับ มุม b .....  
 2. มุม 3 กับ มุม a .....  
 มุมแย้งภายนอก ได้แก่  
 1. มุม 1 กับ มุม c .....  
 2. มุม 4 กับ มุม d .....

2. ถ้าเส้นตัด คือ  $l_2$   
 มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด ได้แก่  
 1. มุม 3 กับ มุม ก .....  
 2. มุม 4 กับ มุม ง .....  
 มุมภายนอก ได้แก่  
 ..... มุม 1, มุม 2, มุม ข, มุม ค .....  
 มุมแย้งภายใน ได้แก่  
 1. มุม 4 กับ มุม ก .....  
 2. มุม 3 กับ มุม ง .....  
 มุมแย้งภายนอก ได้แก่  
 1. มุม 1 กับ มุม ข .....  
 2. มุม 2 กับ มุม ค .....

3. ถ้าเส้นตัด คือ  $l_3$   
 มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด ได้แก่  
 1. มุม b กับ มุม ก .....  
 2. มุม c กับ มุม ข .....  
 มุมภายนอก ได้แก่  
 ..... มุม a, มุม d, มุม ง, มุม ค .....  
 มุมแย้งภายใน ได้แก่  
 1. มุม b กับ มุม ข .....  
 2. มุม c กับ มุม ก .....  
 มุมแย้งภายนอก ได้แก่  
 1. มุม a กับ มุม ค .....  
 2. มุม d กับ มุม ง .....



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4		เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เส้นขนาน</p> <p>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p> <p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b> เส้นขนานและมุมภายใน</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b> <b>ด้านความรู้</b> บอกสมบัติของเส้นขนานและนำไปแก้ปัญหาคือได้</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b> -</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b> -</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b> -</p> <p><b>คุณลักษณะของผู้เรียน</b> มุ่งมั่นในการทำงาน</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ขั้นนำ</b></p> <p>1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</p> <p>2. สุ่มนักเรียนออกมาสร้างเส้นตรง 2 เส้น ที่ไม่ตัดกัน และสร้างเส้นตรงอีกเส้นที่ตัดเส้นตรง 2 เส้นที่สร้างไว้ แล้วสอบถามนักเรียนรายบุคคลเพื่อทราบ มุมภายในบนข้างเดียวกัน มุมภายนอกมุมแย้งภายในและมุมแย้งภายนอก</p> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <p>1. นักเรียนค้นหาสมบัติของเส้นขนาน แล้วบันทึกลงใน ใบงานที่ 2 ข้อที่ 1 และสุ่มนักเรียนนำเสนอเพื่อสรุปสิ่งที่ได้ โดยครูคอยให้คำแนะนำเพิ่มเติม โดยใช้ โปรแกรม GSP เรื่อง เส้นขนานชื่อหน้าผลบวกของมุม 1 และ 2, มุมแย้ง 1 และ 2, มุมภายนอกภายใน 1 และ 2 เช่น</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>(รายละเอียด การซ่อน/แสดง คือการแสดงว่าผลบวกของมุม = 180°)</p>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b> ห้องสมุด, ห้องคอมพิวเตอร์, คอมพิวเตอร์, โทรศัพท์ที่สามารถใช้อินเทอร์เน็ตได้ หรือครูเตรียมแหล่งข้อมูลเกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนาน</p> <p><b>สื่อ</b></p> <p>1. โปรแกรม GSP เรื่องเส้นขนาน ชื่อหน้า ผลบวกของมุม 1 และ 2 มุมแย้ง 1 และ 2 มุมภายนอกภายใน 1 และ 2</p> <p>2. ใบงานที่ 2 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน</p> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b> ใบงานที่ 2 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน</p>

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เส้นขนาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p>2. สุ่มนักเรียนตอบคำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ โดยมีครูคอยให้คำแนะนำตามสถานการณ์ แล้วให้ทำแบบฝึกในใบงานที่ 2 โดยมีครูคอยให้คำแนะนำ</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>ครูใช้คำถามเพื่อนำสู่การสรุป ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- สมบัติของเส้นขนานมีอะไรบ้าง</li> </ul> <p>(1. ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันได้ 180 องศา</p> <p>2. ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันเท่ากับ 180 องศา แล้ว เส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน)</p>	

**การวัดผลประเมินผล**

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
บอกสมบัติของเส้นขนาน และนำไปแก้ปัญหาได้	ตรวจ ใบงานที่ 2	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 2	รายการกิจกรรม - เติมข้อความลงในใบงานที่ 2 ข้อที่ 1 ครบถ้วน - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 2 ข้อที่ 2 และ 3 ถูกต้อง - เติมข้อความลงในใบงานที่ 2 ข้อที่ 4 ถูกต้อง - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 2 ข้อที่ 5 ถูกต้อง - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 2 ข้อที่ 6 ถูกต้อง - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 2 ข้อที่ 7 ถูกต้อง ระดับ 1 ปฏิบัติกิจกรรมได้น้อยกว่า 3 รายการ ระดับ 2 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 3 รายการ ระดับ 3 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 4 รายการ ระดับ 4 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 5 – 6 รายการ
มุ่งมั่นในการทำงาน	ตรวจ ใบงานที่ 2	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 2	ระดับ 1 ทำใบงานสำเร็จไม่ถึง 70 % ระดับ 2 ทำใบงานสำเร็จ 70-79 % ระดับ 3 ทำใบงานสำเร็จ 80-89 % ระดับ 4 ทำใบงานสำเร็จ 90% ขึ้นไป



**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
 (.....)

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย**

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
 (.....)

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ใบงานที่ 2 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน  
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน (2)  
รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** บอกสมบัติของเส้นขนานและนำไปแก้ปัญหาได้

1. ให้นักเรียนค้นหาสมบัติของเส้นขนาน

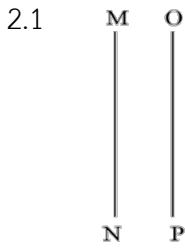
1.1 แหล่งที่มา .....  
    ข้อค้นพบ .....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

1.2 แหล่งที่มา .....  
    ข้อค้นพบ .....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

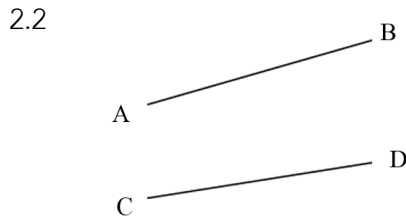
1.3 แหล่งที่มา .....  
    ข้อค้นพบ .....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

นักเรียนสรุปได้ว่า .....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

2. พิจารณาว่าส่วนของเส้นตรงคู่ใดบ้างที่ขนานกัน โดยใช้สัญลักษณ์ // แทนการขนานกัน และ X แทนการไม่ขนานกัน



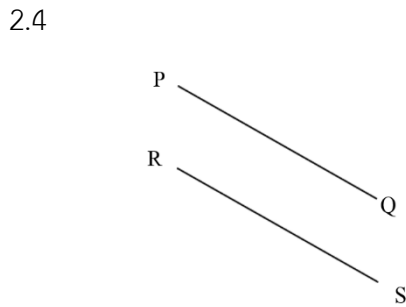
ตอบ.....



ตอบ.....

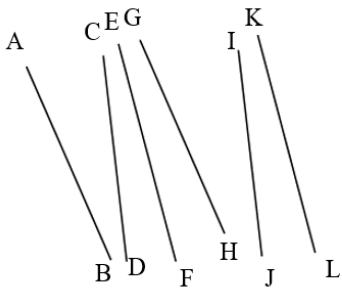


ตอบ.....



ตอบ.....

3. ตรวจสอบว่าส่วนของเส้นตรงต่อไปนี้คูใดขนานกันบ้าง



.....

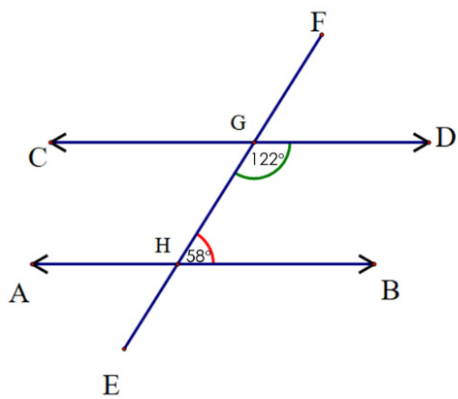
.....

.....

.....

.....

4. จงพิจารณาว่า  $\overleftrightarrow{AB}$  และ  $\overleftrightarrow{CD}$  ขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด



.....

.....

.....

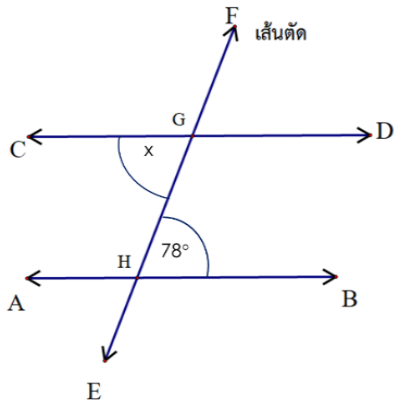
.....

.....

.....

.....

5. กำหนด  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$  จงหาค่าของ  $x$



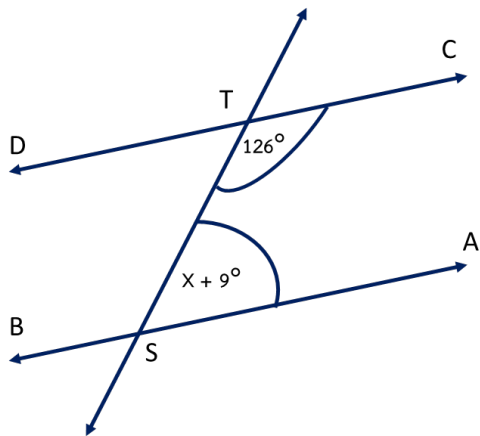
.....

.....

.....

.....

6. กำหนด  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$  จงหาค่าของ  $X$



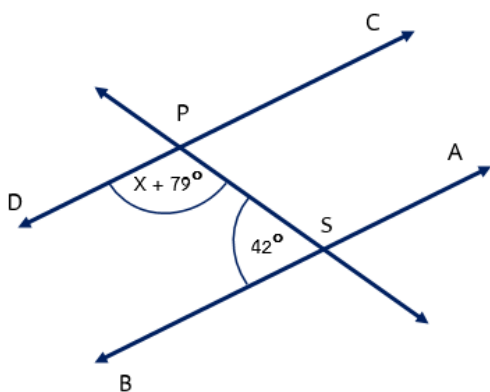
.....

.....

.....

.....

7. กำหนด  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$  จงหาค่าของ  $X$



.....

.....

.....

.....

**เฉลย** ใบงานที่ 2 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน (2)  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** บอกสมบัติของเส้นขนานและนำไปแก้ปัญหาคได้

1. ให้นักเรียนค้นหาสมบัติของเส้นขนาน

1.1 แหล่งที่มา .....

ข้อค้นพบ .....

.....  
 .....

1.2 แหล่งที่มา .....

ข้อค้นพบ .....

.....  
 .....

1.3 แหล่งที่มา .....

ข้อค้นพบ .....

.....  
 .....

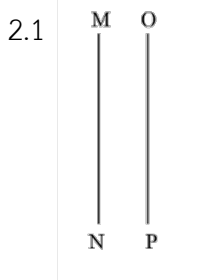
นักเรียนสรุปได้ว่า สมบัติของเส้นขนาน.....

- ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันได้ 180 องศา.....

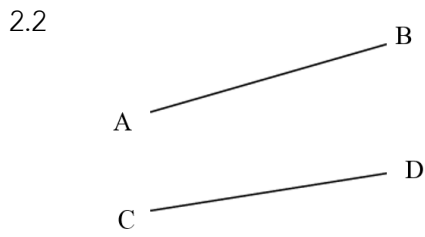
- ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันเท่ากับ 180 องศา แล้ว เส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน.....

.....

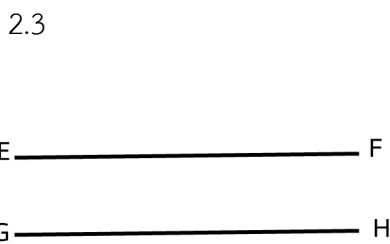
2. พิจารณาว่าส่วนของเส้นตรงคู่ใดบ้างที่ขนานกัน โดยใช้สัญลักษณ์ // แทนการขนานกัน และ  $\nparallel$  แทนการไม่ขนานกัน



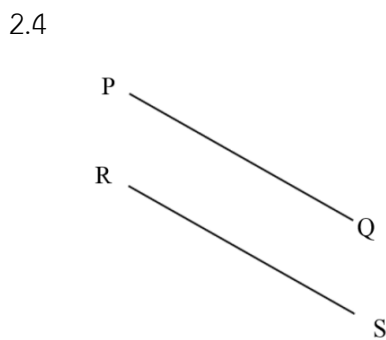
ตอบ  $\overline{MN} \parallel \overline{OP}$



ตอบ  $\overline{AB} \nparallel \overline{CD}$

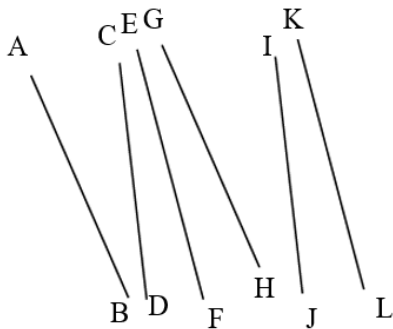


ตอบ  $\overline{EF} \parallel \overline{GH}$



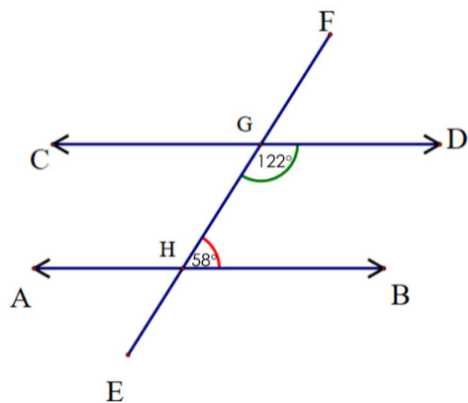
ตอบ  $\overline{PQ} \parallel \overline{RS}$

3. ตรวจสอบว่าส่วนของเส้นตรงต่อไปนี้ มีคู่ใดขนานกันบ้าง

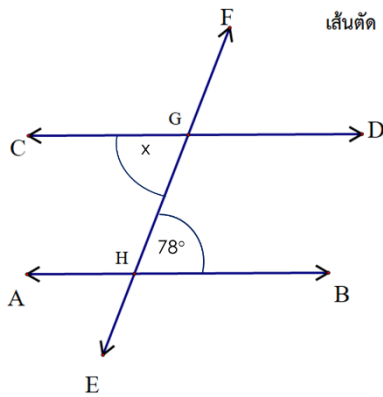


$\overline{AB} \parallel \overline{GH}$   
 $\overline{CD} \parallel \overline{IJ}$   
 $\overline{EF} \parallel \overline{KL}$

4. จงพิจารณาว่า  $\overleftrightarrow{AB}$  และ  $\overleftrightarrow{CD}$  ขนานกันหรือไม่เพราะเหตุใด

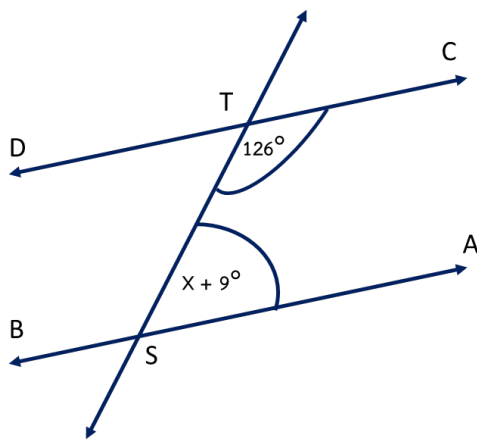


ตอบ  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$  เพราะว่า ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ  $122^\circ + 58^\circ = 180^\circ$



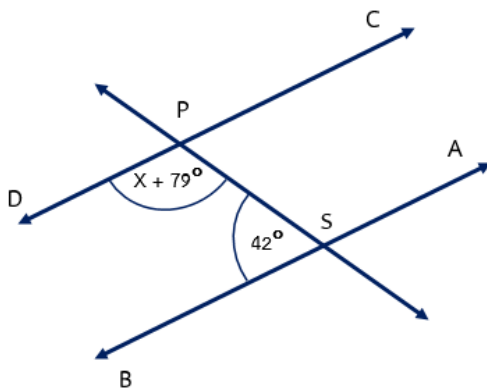
$\hat{C}GH$  และ  $\hat{G}HA$  เป็นมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด  
 $\hat{C}GH + \hat{G}HA = 180^\circ$  และ  $\hat{G}HA + \hat{G}HB = 180^\circ$  (มุมตรง)  
 $\hat{C}GH + \hat{G}HA = \hat{G}HA + \hat{G}HB$  (สมบัติการเท่ากัน)  
 $\hat{C}GH = \hat{G}HB$   
 $x = 78^\circ$

6. กำหนด  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$  จงหาค่าของ x



$\hat{C}TS$  และ  $\hat{T}SA$  เป็นมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด  
 $\hat{C}TS + \hat{T}SA = 180^\circ$   
 $126^\circ + x + 9^\circ = 180^\circ$   
 $x = 180^\circ - 135^\circ$   
 $x = 45^\circ$

7. กำหนด  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$  จงหาค่าของ x

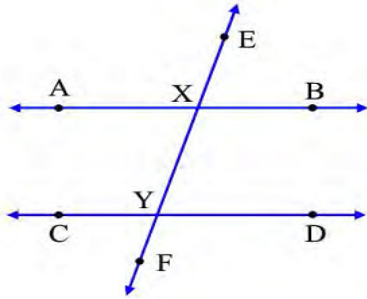


$\hat{D}PS$  และ  $\hat{P}SB$  เป็นมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด  
 $\hat{D}PS + \hat{P}SB = 180^\circ$   
 $x + 79^\circ + 42^\circ = 180^\circ$   
 $x = 180^\circ - 79^\circ - 42^\circ$   
 $x = 59^\circ$





แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง เส้นขนานและมุมแย้ง (1) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4		เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เส้นขนาน</p> <p>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p> <p>ขอบเขตเนื้อหา เส้นขนานและมุมแย้ง</p> <p>จุดประสงค์การเรียนรู้ ด้านความรู้ บอกความสัมพันธ์ของเส้นขนานกับมุมแย้งและทฤษฎีของเส้นขนานกับมุมแย้งได้</p> <p>ด้านทักษะและกระบวนการ -</p> <p>ด้านเจตคติ -</p> <p>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน -</p> <p>คุณลักษณะของผู้เรียน มุ่งมั่นในการทำงาน</p>	<p>กิจกรรมการเรียนรู้ ขั้นนำ</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>ครูสร้างรูปบนกระดาน ให้นักเรียนพิจารณารูปภาพต่อไปนี้</li> </ol> <div style="text-align: center;"> </div> <p>แล้วตอบคำถามต่อไปนี้ ใช้เวลา 5 นาที จากรูปที่ 1 และ รูปที่ 2</p> <p>เรียก <math>\hat{2}</math>, <math>\hat{3}</math>, <math>\hat{5}</math>, <math>\hat{8}</math> และ <math>\hat{c}</math>, <math>\hat{d}</math>, <math>\hat{e}</math>, <math>\hat{f}</math> ว่า .....มุมภายใน.....</p> <p>เรียก <math>\hat{1}</math>, <math>\hat{4}</math>, <math>\hat{6}</math>, <math>\hat{7}</math> และ <math>\hat{a}</math>, <math>\hat{b}</math>, <math>\hat{g}</math>, <math>\hat{h}</math> ว่า .....มุมภายนอก.....</p> <p>เรียก <math>\hat{2}</math> กับ <math>\hat{8}</math> <math>\hat{3}</math> กับ <math>\hat{5}</math> <math>\hat{c}</math> กับ <math>\hat{f}</math> และ <math>\hat{d}</math> กับ <math>\hat{e}</math> ว่า.....มุมแย้ง.....</p>	<p>แหล่งการเรียนรู้ -</p> <p>สื่อ ใบงานที่ 3 เรื่อง เส้นขนานและมุมแย้ง (1)</p> <p>ภาระงาน/ชิ้นงาน ใบงานที่ 3 เรื่อง เส้นขนานและมุมแย้ง (1)</p>

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เส้นขนาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p style="text-align: center;"><b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3</b> <b>เรื่อง เส้นขนานและมุมแย้ง (1)</b> <b>รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</b></p>	<p style="text-align: right;">เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</p>
	<p><b>ชั้นสอน</b></p> <p>1. ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาเกี่ยวกับมุมแย้ง โดยครูใช้คำถาม ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนคิดว่าเส้นตรงสองเส้น ถ้ามีเส้นตรงตัดแล้วนอกจากจะเกิดมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดแล้วยังเกิดมุมอะไรขึ้นอีก (<b>มุมแย้ง</b>)</li> </ul> <p>2. ครูยกตัวอย่างอธิบายเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของเส้นขนานกับมุมแย้งที่ละกรณี โดยครูใช้คำถาม ดังนี้</p> <p>พิจารณาเส้นตรงที่ขนานกัน และมีเส้นตรงตัด ต่อไปนี้</p> <p>กำหนด <math>\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}</math> มี <math>\overleftrightarrow{EF}</math> เป็นเส้นตัด</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>1. จากรูป สิ่งที่กำหนดให้คืออะไร (<b>เส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงสองเส้นที่ขนานกัน</b>)</p> <p>2. <math>\hat{A}XY + \hat{B}XY</math> เท่ากับเท่าใด เพราะเหตุใด (<b><math>180^\circ</math> เพราะเป็นขนาดของมุมตรง</b>)</p> <p>3. <math>\hat{D}YX + \hat{B}XY</math> เท่ากับเท่าใด เพราะเหตุใด (<b><math>180^\circ</math> เพราะมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันได้ <math>180^\circ</math></b>)</p>	

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เส้นขนาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง เส้นขนานและมุมแย้ง (1) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p>4) <math>\hat{A}XY + \hat{B}XY = \hat{D}YX + \hat{B}XY</math> เพราะเหตุใด (ต่างเท่ากับ <math>180^\circ</math>)</p> <p>5) <math>\hat{A}XY + \hat{D}YX</math> เพราะเหตุใด (จากข้อ 4)</p> <p>6) <math>\hat{A}XY</math> กับ <math>\hat{D}YX</math> มีลักษณะเป็นมุมประเททใด (มุมแย้ง)</p> <p>สรุปได้ว่าอย่างไร (ถ้ามีเส้นตรงสองเส้นขนานกัน และมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)</p> <p>3. ให้นักทำแบบฝึกหัดในใบงานที่ 3 โดยมีครูคอยให้คำแนะนำรายบุคคลตามสถานการณ์</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>นักเรียนและครูร่วมกันสรุปความรู้ ดังนี้</p> <p>ทฤษฎีบท ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน</p>	

**การวัดผลประเมินผล**

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
1. บอกความสัมพันธ์ของเส้นขนานกับมุมแย้งและทฤษฎีของเส้นขนานกับมุมแย้งได้	ตรวจ ใบงานที่ 3	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 3	รายการกิจกรรม - ข้อความที่เติมใน ข้อที่ 1 ถูกต้อง - ข้อความที่เติมใน ข้อที่ 2 ถูกต้อง - ข้อความที่เติมใน ข้อที่ 3 ถูกต้อง - ข้อความที่เติมในใบงาน มีความถูกต้อง ตั้งแต่ 2 ข้อขึ้นไป  ระดับ 1 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 1 รายการ ระดับ 2 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 2 รายการ ระดับ 3 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 3 รายการ ระดับ 4 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 4 รายการ
2. มุ่งมั่นในการทำงาน	ตรวจ ใบงานที่ 3	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 3	ระดับ 1 ทำใบงานสำเร็จไม่ถึง 70 % ระดับ 2 ทำใบงานสำเร็จ 70-79 % ระดับ 3 ทำใบงานสำเร็จ 80-89 % ระดับ 4 ทำใบงานสำเร็จ 90 % ขึ้นไป

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

.....

.....

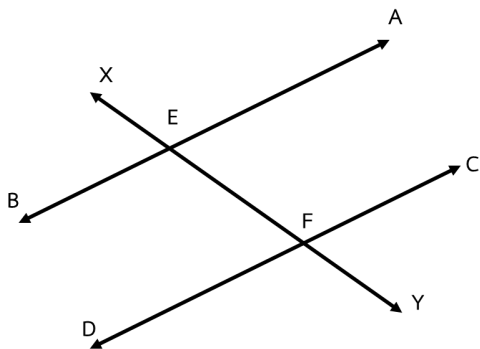
.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ใบงานที่ 3 เรื่อง เส้นขนานและมุมแย้ง (1)**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง เส้นขนานและมุมแย้ง (1)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

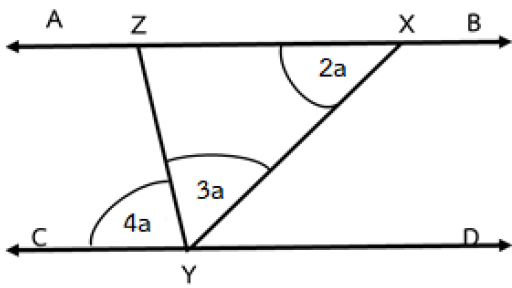
**จุดประสงค์** บอกความสัมพันธ์ของเส้นขนานกับมุมแย้งและทฤษฎีของเส้นขนานกับมุมแย้งได้

1. กำหนดให้  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$  และ  $\overleftrightarrow{XY}$  ตัด  $\overleftrightarrow{AB}$  และ  $\overleftrightarrow{CD}$  ที่จุด E และ F ตามลำดับ



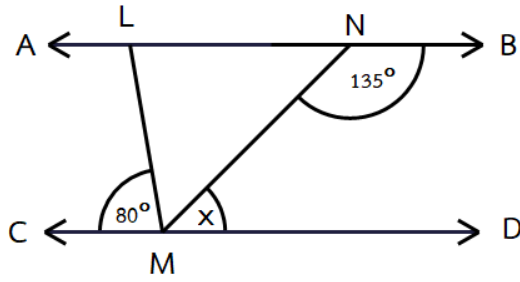
- 1) ถ้า  $\angle AEF = 62^\circ$  จงหาขนาดของ
- 1.1)  $\angle DFE = \dots\dots\dots$
- 1.2)  $\angle CFE = \dots\dots\dots$
- 2) ถ้า  $\angle FEB = 118^\circ$  จงหาขนาดของ
- 2.1)  $\angle YFC = \dots\dots\dots$
- 2.2)  $\angle EFC = \dots\dots\dots$

2. กำหนดให้  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$  จงหาขนาดของมุม  $\angle DYX$



- $\angle DYX = \angle YXZ$  (.....)
- $2a + 3a + 4a = \dots\dots\dots$  (ขนาดของมุมตรง)
- $\dots\dots\dots = 180^\circ$
- $\dots\dots\dots = 20^\circ$
- ดังนั้น  $\angle DYX = 2a = \dots\dots\dots$

3. กำหนดให้  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$  จงหาค่า  $x$



จาก สมบัติเส้นขนาน

มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันได้  $180^\circ$

$$\hat{BNM} + \dots = \dots$$

$$135^\circ + \dots = \dots$$

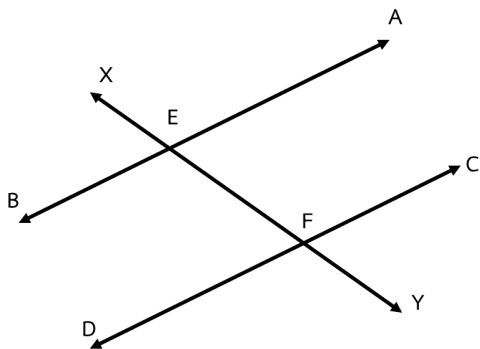
$$x = \dots$$

$$x = \dots$$

**เฉลยใบงานที่ 3 เรื่อง เส้นขนานและมุมแย้ง (1)**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง เส้นขนานและมุมแย้ง (1)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

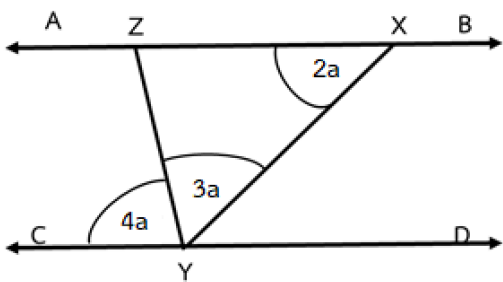
**จุดประสงค์** บอกความสัมพันธ์ของเส้นขนานกับมุมแย้งและทฤษฎีของเส้นขนานกับมุมแย้งได้

1. กำหนดให้  $\vec{AB} \parallel \vec{CD}$  และ  $\vec{XY}$  ตัด  $\vec{AB}$  และ  $\vec{CD}$  ที่จุด E และ F ตามลำดับ



- 1) ถ้า  $\hat{AEF} = 62^\circ$  จงหาขนาดของ
- 1.1)  $\hat{DFE} = \dots\dots 62^\circ \dots\dots$
- 1.2)  $\hat{CFE} = \dots\dots 118^\circ \dots\dots$
- 2) ถ้า  $\hat{FEB} = 118^\circ$  จงหาขนาดของ
- 2.1)  $\hat{YFC} = \dots\dots 62^\circ \dots\dots$
- 2.2)  $\hat{EFC} = \dots\dots 118^\circ \dots\dots$

2. กำหนดให้  $\vec{AB} \parallel \vec{CD}$  จงหาขนาดของมุม  $\hat{DYX}$



$\hat{DYX} = \hat{YXZ}$  (มุมแย้ง)

$2a + 3a + 4a = 180^\circ$  (ขนาดของมุมตรง)

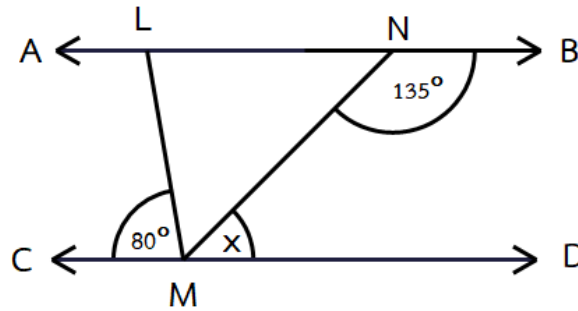
$9a = 180^\circ$

$a = 20^\circ$

ดังนั้น  $\hat{DYX} = 2a = 2(20^\circ) = 40^\circ$



3. กำหนดให้  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$  จงหาค่า  $x$



จาก สมบัติเส้นขนาน

มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันได้  $180^\circ$

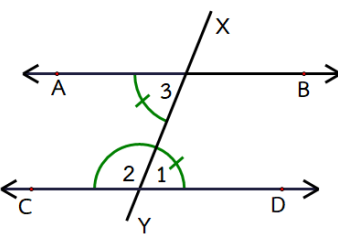
$$\hat{BNM} + \hat{NMD} = 180^\circ$$

$$135^\circ + x = 180^\circ$$

$$x = 180^\circ - 135^\circ$$

$$x = 45^\circ$$



หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เส้นขนาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง เส้นขนานและมุมแย้ง (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b> เส้นขนานและมุมแย้ง</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b> <b>ด้านความรู้</b> -</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b> ระบุขนาดของมุมแย้งและใช้ ทฤษฎีของเส้นขนานกับมุม แย้งในการให้เหตุผลและ แก้ปัญหา</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b> -</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b> ความสามารถในการแก้ปัญหา</p> <p><b>คุณลักษณะของผู้เรียน</b> มุ่งมั่นในการทำงาน</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b> <b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. แจ้างจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>2. ครูทบทวนความรู้โดยใช้คำถามเกี่ยวกับมุมภายในและมุมแย้ง ให้นักเรียนร่วมกันตอบ ดังนี้ นักเรียนคิดว่าเส้นตรงสองเส้น ถ้ามีเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดแล้วนอกจากจะเกิดมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดแล้วยังเกิดมุมอะไรขึ้นอีก (<b>มุมแย้ง, มุมภายนอก</b>)</li> </ol> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ครูยกตัวอย่างอธิบายเกี่ยวกับเส้นขนานและมุมแย้ง แล้วตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนร่วมกันตอบ ดังนี้ พิจารณามุมแย้งที่เกิดจากเส้นตรงตัดเส้นตรงสองเส้นต่อไปนี้</li> </ol> <p>ครูกำหนด <math>\overleftrightarrow{AB}</math> และ <math>\overleftrightarrow{CD}</math> เป็นเส้นตรงสอง เส้นที่มี <math>\overline{XY}</math> เป็นเส้นตัด และ <math>\hat{1} = \hat{3}</math> บนกระดาน ดังนี้</p>  <ol style="list-style-type: none"> <li>1. จากรูปสิ่งที่โจทย์กำหนดให้คืออะไร (<b>ส่วนของเส้นตรง XY ตัดเส้นตรง AB และ CD</b>)</li> <li>2. สิ่งที่จะต้องพิสูจน์คืออะไร (<b>เส้นตรงสองเส้นขนานกันหรือไม่</b>)</li> </ol>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b> -</p> <p><b>สื่อ</b> ใบงานที่ 4 เรื่อง เส้นขนานและ มุมแย้ง (2)</p> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b> ใบงานที่ 4 เรื่อง เส้นขนานและ มุมแย้ง (2)</p>

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เส้นขนาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง เส้นขนานและมุมแย้ง (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p>3. <math>\hat{1} + \hat{2}</math> เท่ากับเท่าใด <span style="color: red;">(180°)</span></p> <p>4. <math>\hat{1}</math> เท่ากับ <math>\hat{3}</math> หรือไม่ <span style="color: red;">(เท่ากัน)</span></p> <p>5. <math>\hat{2} + \hat{3}</math> เท่ากับเท่าใด <span style="color: red;">(180°)</span></p> <p>6. <math>\overleftrightarrow{AB}</math> และ <math>\overleftrightarrow{CD}</math> ขนานกันหรือไม่ <span style="color: red;">(ขนานกัน เพราะมุมภายในบนข้างเดียวกัน รวมกันได้ 180°)</span></p> <p>ดังนั้น อาจสรุปได้หรือไม่ว่า “ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งทำให้ขนาดของมุมแย้งเท่ากันแล้ว เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน” <span style="color: red;">(ได้)</span></p> <p>2. ให้นักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับเส้นตรงคู่หนึ่งที่มีเส้นตรงเส้นหนึ่งตัด <span style="color: red;">(ทฤษฎีบท ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน)</span></p> <p>3. ให้นักเรียนทำใบงานที่ 4 โดยมีครูคอยให้คำแนะนำรายบุคคล ตามสถานการณ์ในชั้นเรียน</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>ใช้คำถามเพื่อนำสู่การสรุป ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับเส้นขนานกับมุมแย้งอย่างไร</li> </ul> <p><span style="color: red;">(ทฤษฎีบท ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน) แล้วสรุปลงในสมุด</span></p>	

## การวัดผลประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
1. ระบุขนาดของมุมแย้ง และใช้ทฤษฎีของเส้น ขนานกับมุมแย้งในการให้ เหตุผลและแก้ปัญหา	ตรวจ ใบงานที่ 4	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 4	รายการกิจกรรม - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 4 ข้อที่ 1 ครบถ้วน - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 4 ข้อที่ 1 ถูกต้อง - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 4 ข้อ 2 ครบถ้วน - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 4 ข้อ 2 ถูกต้อง
2. ความสามารถในการ แก้ปัญหา			ระดับ 1 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 1 รายการ ระดับ 2 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 2 รายการ ระดับ 3 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 3 รายการ ระดับ 4 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 4 รายการ
3. การมุ่งมั่นในการทำงาน	ตรวจ ใบงานที่ 4	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 4	ระดับ 1 ทำใบงานสำเร็จไม่ถึง 70 % ระดับ 2 ทำใบงานสำเร็จ 70-79 % ระดับ 3 ทำใบงานสำเร็จ 80-89 % ระดับ 4 ทำใบงานสำเร็จ 90 % ขึ้นไป

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

### ใบงานที่ 4 เรื่อง เส้นขนานและมุมแย้ง (2)

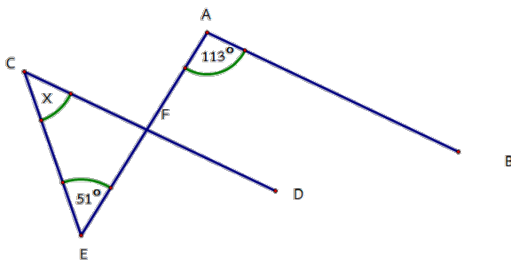
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง เส้นขนานและมุมแย้ง (2)

รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** ระบุขนาดของมุมแย้งและใช้ทฤษฎีของเส้นขนานกับมุมแย้งในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา

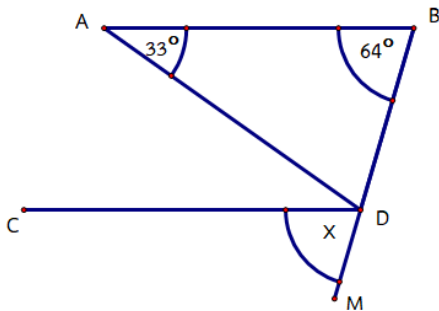
1. กำหนดให้  $\overline{AB}$  ขนานกับ  $\overline{CD}$  จงหาค่า  $x$

1.1



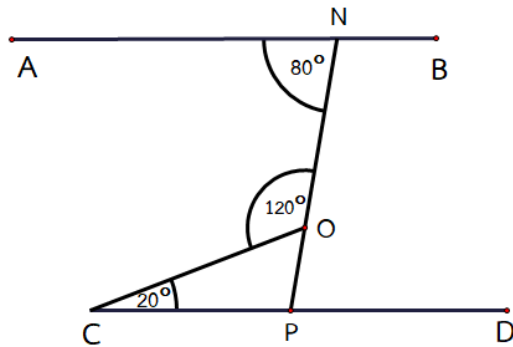
$$\begin{aligned} \hat{AFC} &= \dots\dots\dots \text{(มุมแย้ง)} \\ \hat{CFE} &= \dots\dots\dots \text{(ขนาดมุมตรง)} \\ x &= \dots\dots\dots \\ x &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

1.2



$$\begin{aligned} \hat{ADC} &= \dots\dots\dots \text{(มุมแย้ง)} \\ + \dots\dots + \dots\dots &= 180 \text{ (มุมภายในบน} \\ &\text{ข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันได้ } 180^\circ) \\ \hat{ADB} &= \dots\dots\dots \\ x &= \dots\dots\dots \\ x &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

2. จากรูป จงพิสูจน์ว่า  $\overline{AB}$  ขนานกับ  $\overline{CD}$



วิธีทำ ต้องการพิสูจน์ว่า  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

1.  $\hat{A}NO = \dots\dots\dots$

2.  $\hat{C}ON = \dots\dots\dots$

3.  $\hat{P}CO = \dots\dots\dots$

พิสูจน์

1.  $\hat{C}OP + 120^\circ = 180^\circ$  (.....)

ดังนั้น  $\hat{C}OP = \dots\dots\dots$

2.  $20^\circ + \hat{C}OP + \hat{C}PO = 180^\circ$  (.....)

$\hat{C}PO = \dots\dots\dots$

3.  $\hat{C}PO + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  (.....)

4.  $\dots\dots\dots = 80^\circ$  (จากข้อ 2 และ ข้อ 3)

เนื่องจาก  $\hat{O}PD$  และ  $\hat{A}NP$  เป็นมุมแย้ง

5.  $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  (จากข้อ 4)

6)  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  (.....  
.....)



### เฉลยใบงานที่ 4 เรื่อง เส้นขนานและมุมแย้ง (2)

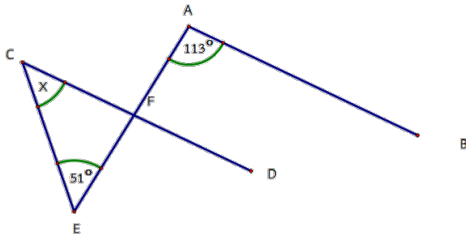
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง เส้นขนานและมุมแย้ง (2)

รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** ระบุขนาดของมุมแย้งและใช้ทฤษฎีของเส้นขนานกับมุมแย้งในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา

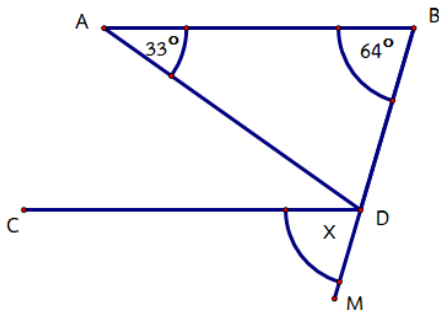
1. กำหนดให้  $\overline{AB}$  ขนานกับ  $\overline{CD}$  จงหาค่า  $x$

1.1



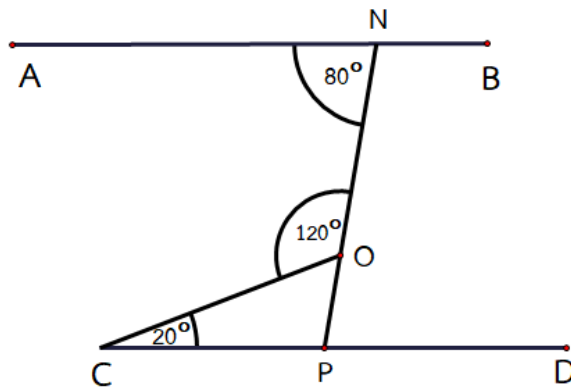
$$\begin{aligned} \hat{AFC} &= 113^\circ \quad (\text{มุมแย้ง}) \\ \hat{CFE} &= 180^\circ - 113^\circ = 67^\circ \quad (\text{ขนาดมุมตรง}) \\ x &= 180^\circ - 51^\circ - 67^\circ = 62^\circ \quad (\text{มุมตรง}) \\ x &= 62^\circ \end{aligned}$$

1.2



$$\begin{aligned} \hat{ADC} &= 33^\circ \quad (\text{มุมแย้ง}) \\ \hat{ABD} + \hat{ADB} + \hat{ADC} &= 180^\circ \quad (\text{มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันได้ } 180^\circ) \\ \hat{ADB} &= 180^\circ - 64^\circ - 33^\circ = 83^\circ \\ x &= 180^\circ - 83^\circ - 33^\circ = 64^\circ \quad (\text{มุมตรง}) \\ x &= 64^\circ \end{aligned}$$

2. จากรูป จงพิสูจน์ว่า  $\overline{AB}$  ขนานกับ  $\overline{CD}$

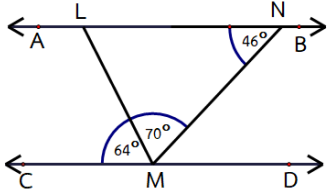


วิธีทำ ต้องการพิสูจน์ว่า  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้
1.  $\hat{A}NO = 80^\circ$
  2.  $\hat{C}ON = 120^\circ$
  3.  $\hat{P}CO = 20^\circ$

- พิสูจน์
1.  $\hat{C}OP + 120^\circ = 180^\circ$  (ขนาดของมุมตรง)  
 ดังนั้น  $\hat{C}OP = 60^\circ$
  2.  $20^\circ + \hat{C}OP + \hat{C}PO = 180^\circ$  (มุมภายในรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้  $180^\circ$ )  
 $\hat{C}PO = 180^\circ - 20^\circ - 60^\circ = 100^\circ$
  3.  $\hat{C}PO + \hat{O}PD = 180^\circ$  (ขนาดของมุมตรง)
  4.  $\hat{O}PD = 80^\circ$  (จากข้อ 2 และ ข้อ 3)
- เนื่องจาก  $\hat{O}PD$  และ  $\hat{A}NP$  เป็นมุมแย้ง
5.  $\hat{O}PD = \hat{A}NP$  (จากข้อ 4)
  6.  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  (ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน)



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เส้นขนาน	เรื่อง การแก้ปัญหาเส้นขนานและมุมแย้ง	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b> เส้นขนานและมุมแย้ง</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b></p> <p><b>ด้านความรู้</b> -</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b> แสดงการพิสูจน์และหาคำตอบเกี่ยวกับเส้นขนานโดยใช้มุมแย้งได้</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b> -</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b> ความสามารถในการแก้ปัญหา</p> <p><b>คุณลักษณะของผู้เรียน</b> มุ่งมั่นในการทำงาน</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. แจ้างจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>2. นำเข้าสู่บทเรียนด้วยการถามนักเรียนเกี่ยวกับ ทฤษฎีบทของเส้นขนานและมุมแย้ง (<b>ทฤษฎีบท ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน</b>)</li> </ol> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ครูนำเสนอตัวอย่าง ให้นักเรียนร่วมพิจารณาในการพิสูจน์ทฤษฎีบทของเส้นขนานและมุมแย้ง ดังนี้</li> </ol> <p><b>ตัวอย่างที่ 1</b> จากรูปต้องการพิสูจน์ว่า <math>\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}</math></p>  <p><b>วิธีทำ</b> ต้องการพิสูจน์ว่า <math>\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}</math></p> <p><b>พิสูจน์</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>\hat{CML} + \hat{LMN} + \hat{NMD} = 180^\circ</math> (ขนาดของมุมตรง)</li> <li>2. <math>\hat{NMD} = 180^\circ - 64^\circ - 70^\circ = 46^\circ</math></li> <li>3. <math>\hat{NMD} = 46^\circ</math></li> </ol>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b> -</p> <p><b>สื่อ</b> ใบงานที่ 5 เรื่อง การแก้ปัญหาเส้นขนานและมุมแย้ง</p> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b> ใบงานที่ 5 เรื่อง การแก้ปัญหาเส้นขนานและมุมแย้ง</p>

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เส้นขนาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง การแก้ปัญหาเส้นขนานและมุมแย้ง รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p>เนื่องจาก <math>\hat{LNM}</math> และ <math>\hat{NMD}</math> เป็นมุมแย้ง</p> <p>4. <math>\vec{AB} // \vec{CD}</math> (ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง มีมุมแย้งเท่ากัน แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน)</p> <p>2. ให้นักเรียนทำใบงานที่ 5 โดยมีครูคอยให้คำแนะนำรายบุคคล ตามสถานการณ์ในชั้นเรียน</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>ใช้คำถามเพื่อนำสู่การสรุป ดังนี้</p> <p>- นักเรียนสามารถสรุปทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนานกับมุมแย้ง ว่าอย่างไร</p> <p><b>(ทฤษฎีบท ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)</b></p>	

การวัดผลประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
1. แสดงการพิสูจน์และหาคำตอบเกี่ยวกับเส้นขนานโดยใช้มุมแย้งได้	ตรวจ ใบงานที่ 5	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 5	รายการกิจกรรม - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 5 ข้อที่ 1 ครบถ้วน ถูกต้อง - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 5 ข้อที่ 2 ครบถ้วน ถูกต้อง - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 5 ข้อ 3 ครบถ้วน ถูกต้อง - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 5 ข้อ 4 ครบถ้วน ถูกต้อง
2. ความสามารถในการแก้ปัญหา			ระดับ 1 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 1 รายการ ระดับ 2 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 2 รายการ ระดับ 3 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 3 รายการ ระดับ 4 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 4 รายการ
3. การมุ่งมั่นในการทำงาน	ตรวจ ใบงานที่ 5	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 5	ระดับ 1 ทำใบงานสำเร็จไม่ถึง 70 % ระดับ 2 ทำใบงานสำเร็จ 70-79 % ระดับ 3 ทำใบงานสำเร็จ 80-89 % ระดับ 4 ทำใบงานสำเร็จ 90 % ขึ้นไป

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย**

.....

.....

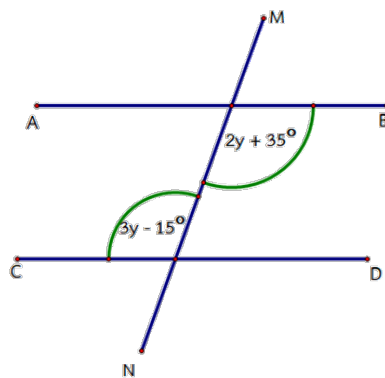
.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ใบงานที่ 5 เรื่อง การแก้ปัญหาเส้นขนานและมุมแย้ง**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง การแก้ปัญหาเส้นขนานและมุมแย้ง**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

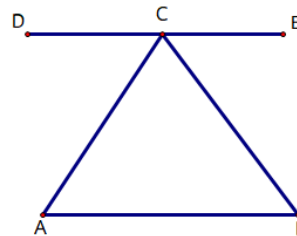
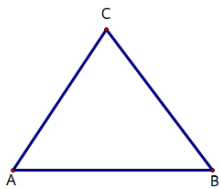
**จุดประสงค์** แสดงการพิสูจน์และหาคำตอบเกี่ยวกับเส้นขนานโดยใช้มุมแย้งได้

1. จากรูป  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  จงหาค่า  $y$



จาก  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  แล้ว..... มีขนาดเท่ากัน  
 จะได้  $3y - 15^\circ =$  .....  
 $3y - 2y =$  .....  
 $y =$  .....

2. จงแสดงว่า มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ รวมกันได้  $180^\circ$



โจทย์กำหนด  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมใด ๆ

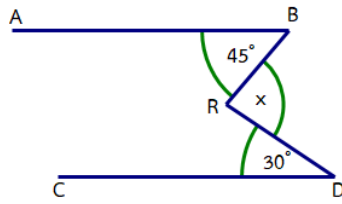
ต้องการพิสูจน์ว่า  $\hat{BAC} + \hat{ACB} + \hat{ABC} = 180^\circ$

สร้างเพื่อพิสูจน์ ลาก  $\overline{DE}$  ผ่านจุด C

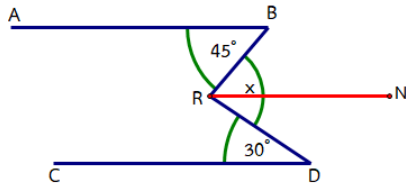
- |  |  |
|--|--|
| 1) $\hat{ACD} + \hat{ACB} + \hat{BCE} =$ ..... | (มุมตรง)   |
| 2) $\hat{ACD} =$ .....                         | ( $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ มุมแย้งจึงมีขนาดเท่ากัน)   |
| 3) $\hat{BCE} =$ .....                         | ( $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ มุมแย้งจึงมีขนาดเท่ากัน)   |
| 4) ..... + $\hat{ACB}$ + ..... = .....         | (แทน $\hat{ACD}$ ด้วย $\hat{CAB}$ และ $\hat{BCE}$ ด้วย $\hat{ABC}$ ) |



3. กำหนดให้  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ,  $\hat{ABR} = 45^\circ$ ,  $\hat{CDR} = 30^\circ$  จงหาค่าของ  $x$

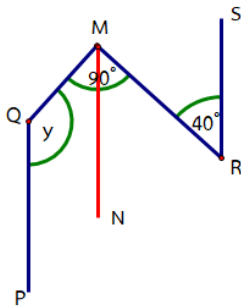


**วิธีทำ** สร้างเพิ่มเติมเพื่อหาขนาดของ  $x$  โดยลาก  $\overline{RN}$  ให้ขนานกับ  $\overline{AB}$  และ  $\overline{CD}$  ดังรูป



- 1)  $\hat{BRN} = \hat{ABR} = \dots\dots\dots$  (มุมแย้ง)
- 2)  $\hat{DRN} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  (มุมแย้ง)
- 3)  $x = \hat{BRN} + \hat{DRN} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

4. กำหนด  $\overline{PQ} \parallel \overline{RS}$ ,  $\hat{QMR} = 90^\circ$ ,  $\hat{MRS} = 40^\circ$  จงหาค่าของ  $y$



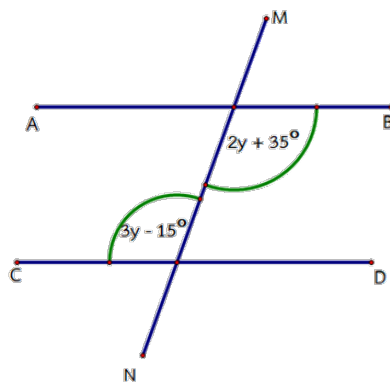
**วิธีทำ** สร้างเพิ่มเติมเพื่อหาขนาดของ  $y$  โดยลาก  $\overline{MN}$  ให้ขนานกับ  $\overline{PQ}$  และ  $\overline{RS}$  ดังรูป

- 1)  $\hat{NMR} = \hat{MRS} = \dots\dots\dots$  (มุมแย้ง)
- 2)  $\hat{NMR} + \hat{QMN} = \hat{QMR} = 90^\circ$
- 3) ดังนั้น  $\hat{QMN} = 90^\circ - \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
- 4)  $y + \hat{QMN} = \dots\dots\dots$  (มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันได้  $180^\circ$ )
- 5)  $y = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

**เฉลย** ใบงานที่ 5 เรื่อง การแก้ปัญหาเส้นขนานและมุมแย้ง  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง การแก้ปัญหาเส้นขนานและมุมแย้ง  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

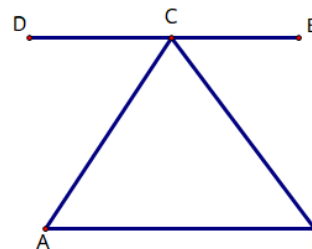
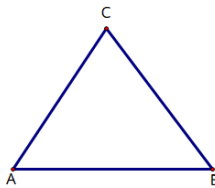
**จุดประสงค์** แสดงการพิสูจน์และหาคำตอบเกี่ยวกับเส้นขนานโดยใช้มุมแย้งได้

1. จากรูป  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  จงหาค่า  $y$



จาก  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  แล้ว... **มุมแย้ง** ... มีขนาดเท่ากัน  
 จะได้  $3y - 15^\circ = 2y + 35^\circ$   
 $3y - 2y = 35^\circ + 15^\circ$   
 $y = 50^\circ$

2. จงแสดงว่า มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ รวมกันได้  $180^\circ$



โจทย์กำหนด  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมใด ๆ

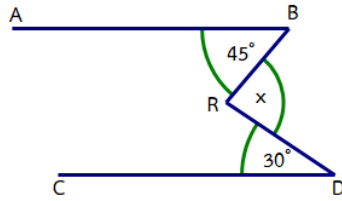
ต้องการพิสูจน์ว่า  $\hat{BAC} + \hat{ACB} + \hat{ABC} = 180^\circ$

สร้างเพื่อพิสูจน์ ลาก  $\overline{DE}$  ผ่านจุด C

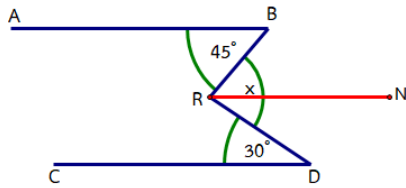
- |  |  |
|--|--|
| 1) $\hat{ACD} + \hat{ACB} + \hat{BCE} = 180^\circ$ | (มุมตรง)   |
| 2) $\hat{ACD} = \hat{CAB}$                         | ( $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ มุมแย้งจึงมีขนาดเท่ากัน) |
| 3) $\hat{BCE} = \hat{ABC}$                         | ( $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ มุมแย้งจึงมีขนาดเท่ากัน) |

$$4) \hat{CAB} + \hat{ACB} + \hat{ABC} = 180^\circ \quad (\text{แทน } \hat{ACD} \text{ ด้วย } \hat{CAB} \text{ และ } \hat{BCE} \text{ ด้วย } \hat{ABC})$$

3. กำหนดให้  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ,  $\hat{ABR} = 45^\circ$ ,  $\hat{CDR} = 30^\circ$  จงหาค่าของ  $x$

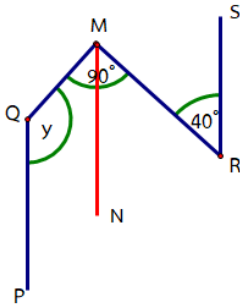


**วิธีทำ** สร้างเพิ่มเติมเพื่อหาขนาดของ  $x$  โดยลาก  $\overline{RN}$  ให้ขนานกับ  $\overline{AB}$  และ  $\overline{CD}$  ดังรูป



- 1)  $\hat{BRN} = \hat{ABR} = 45^\circ$  (มุมแย้ง)
- 2)  $\hat{DRN} = \hat{CDR} = 30^\circ$  (มุมแย้ง)
- 3)  $x = \hat{BRN} + \hat{DRN} = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$

4. กำหนด  $\overline{PQ} \parallel \overline{RS}$ ,  $\hat{QMR} = 90^\circ$ ,  $\hat{MRS} = 40^\circ$  จงหาค่าของ  $y$

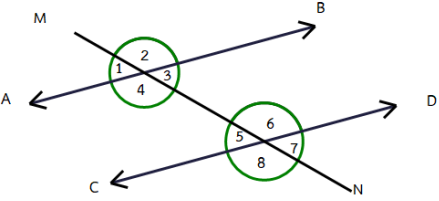


**วิธีทำ** สร้างเพิ่มเติมเพื่อหาขนาดของ  $y$  โดยลาก  $\overline{MN}$  ให้ขนานกับ  $\overline{PQ}$  และ  $\overline{RS}$  ดังรูป

- 1)  $\hat{NMR} = \hat{MRS} = 40^\circ$  (มุมแย้ง)
- 2)  $\hat{NMR} + \hat{QMN} = \hat{QMR} = 90^\circ$
- 3) ดังนั้น  $\hat{QMN} = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$
- 4)  $y + \hat{QMN} = 180^\circ$  (มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันได้  $180^\circ$ )
- 5)  $y = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เส้นขนาน	เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน (1)	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b></p> <p>เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b></p> <p><b>ด้านความรู้</b></p> <p>อธิบายเกี่ยวกับเส้นขนานกับมุมภายในและมุมภายนอกและทฤษฎีของเส้นขนานกับมุมภายในและมุมภายนอกได้</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b></p> <p>-</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b></p> <p>-</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b></p> <p>-</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. แจกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>2. ครูใช้คำถามให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็น ดังนี้</li> </ol> <p>นักเรียนคิดว่าเส้นตรงสองเส้น ถ้ามีเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดแล้ว จะเกิดมุมอะไรได้บ้าง (มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด มุมภายนอกและมุมแย้ง)</p> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ครูกำหนด <math>\overleftrightarrow{AB}</math> และ <math>\overleftrightarrow{CD}</math> เป็นเส้นตรงสองเส้น ที่มี <math>\overline{XY}</math> เป็นเส้นตัดบนกระดาน ดังนี้</li> </ol> <div style="text-align: center;"> </div> <p>แล้วให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับมุมภายในและมุมภายนอกที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด โดยครูใช้คำถาม ดังนี้</p> <p>มุมคู่ใดบ้างที่เป็นมุมภายในและมุมภายนอกที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด <math>\overline{XY}</math></p> <p>( 3 เป็นมุมภายนอกและ 1 เป็นมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด <math>\overline{XY}</math>,  4 เป็นมุมภายนอกและ 2 เป็นมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด <math>\overline{XY}</math> )</p>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b></p> <p>-</p> <p><b>สื่อ</b></p> <p>ใบงานที่ 6 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน (1)</p> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b></p> <p>ใบงานที่ 6 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน (1)</p>

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เส้นขนาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน (1) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
คุณลักษณะของผู้เรียน มุ่งมั่นในการทำงาน	<p>2. ครูกำหนด <math>\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}</math> มี <math>\overleftrightarrow{MN}</math> เป็นเส้นตัดบนกระดาน ดังนี้</p>  <p>ครูและนักเรียนร่วมกันพิสูจน์ว่า <math>\hat{3} = \hat{7}</math> และ <math>\hat{2} = \hat{6}</math> ดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>\hat{3} = \hat{5}</math> และ <math>\hat{4} = \hat{6}</math> (มุมแย้ง)</li> <li>2) <math>\hat{7} = \hat{5}</math> และ <math>\hat{4} = \hat{2}</math> (มุมตรงข้ามของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน)</li> <li>3) <math>\hat{3} = \hat{7}</math> และ <math>\hat{2} = \hat{6}</math> (จากข้อ 1 และ 2)</li> </ol> <p>ครูอธิบายเพิ่มเติม ว่ามุมดังกล่าว เป็นมุมภายนอกและมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด แล้วให้นักเรียนพิสูจน์ <math>\hat{1} = \hat{5}</math> และ <math>\hat{4} = \hat{8}</math> ลงในสมุดโดยมีครูคอยให้คำแนะนำตามสถานการณ์ในห้องเรียน</p> <p>3. ให้นักเรียนทำใบงานที่ 6 โดยมีครูคอยให้คำแนะนำเพิ่มเติม</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ครูสุ่มนักเรียนเฉลยคำตอบใบงานที่ 6 โดยมีครูคอยให้คำแนะนำเพิ่มเติม</li> </ol>	

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เส้นขนาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน (1) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	2. ใช้คำถามเพื่อนำสู่การสรุป ดังนี้ - นักเรียนจะเรียนสรุปความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นเป็นทฤษฎีได้อย่างไร (ทฤษฎี ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้าม บนข้างเดียวกันของเส้นตัด มีขนาดเท่ากัน)	

การวัดผลประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
1. อธิบายเกี่ยวกับเส้นขนานกับมุมภายในและมุมภายนอกและทฤษฎีของเส้นขนานกับมุมภายในและมุมภายนอกได้	ตรวจ ใบงานที่ 6	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 6	ระดับ 1 ตอบใบงานที่ 6 ถูก 1 ข้อ ระดับ 2 ตอบใบงานที่ 6 ถูก 2 ข้อ ระดับ 3 ตอบใบงานที่ 6 ถูก 3 ข้อ ระดับ 4 ตอบใบงานที่ 6 ถูก 4 ข้อ
2. การมุ่งมั่นในการทำงาน	ตรวจ ใบงานที่ 6	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 6	ระดับ 1 ทำใบงานสำเร็จไม่ถึง 70 % ระดับ 2 ทำใบงานสำเร็จ 70-79 % ระดับ 3 ทำใบงานสำเร็จ 80-89 % ระดับ 4 ทำใบงานสำเร็จ 90 % ขึ้นไป



**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

.....

.....

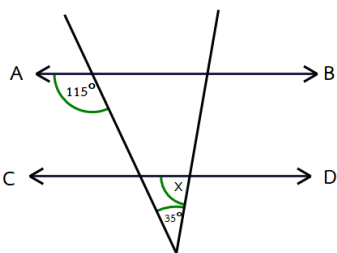
.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ใบงานที่ 6 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน (1)**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน (1)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

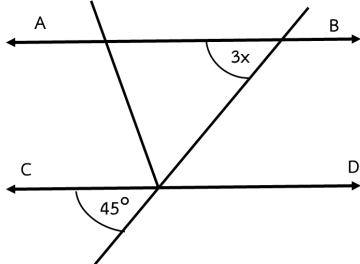
**จุดประสงค์** อธิบายเกี่ยวกับเส้นขนานกับมุมภายในและมุมภายนอกและทฤษฎีของเส้นขนานกับมุมภายในและมุมภายนอกได้

1) กำหนดให้  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$  จงหาค่า  $x$



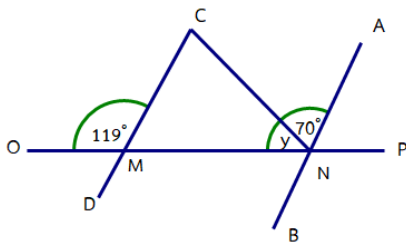
$x = \dots\dots\dots$

2) กำหนดให้  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$  จงหาค่า  $x$



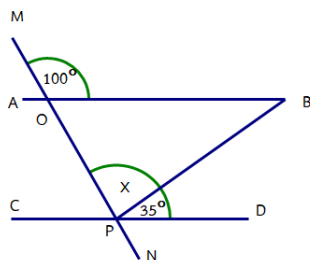
$x = \dots\dots\dots$

3) กำหนดให้  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  จงหาค่า  $y$



$y = \dots\dots\dots$

4) กำหนด  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  จงหาค่า  $x$



$x = \dots\dots\dots$

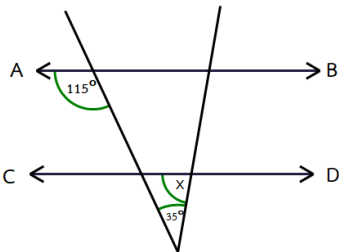
**เฉลย** ใบงานที่ 6 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน (1)

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน (1)

รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

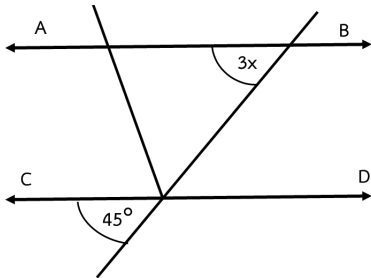
**จุดประสงค์** อธิบายเกี่ยวกับเส้นขนานกับมุมภายในและมุมภายนอกและทฤษฎีของเส้นขนานกับมุมภายในและมุมภายนอกได้

1) กำหนดให้  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$  จงหาค่า  $x$



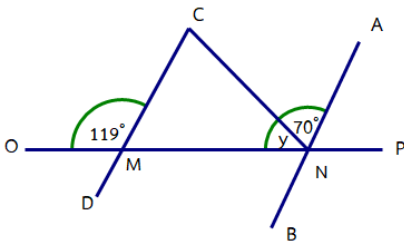
$$x = \dots\dots 80^\circ \dots\dots$$

2) กำหนดให้  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$  จงหาค่า  $x$



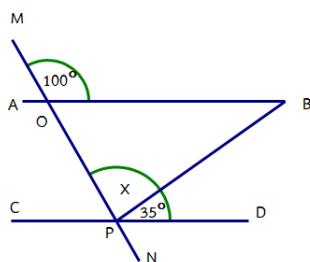
$$x = \dots\dots 15^\circ \dots\dots$$

3) กำหนดให้  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  จงหาค่า  $y$



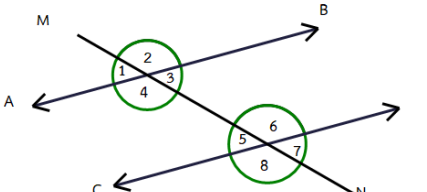
$$y = \dots\dots 49^\circ \dots\dots$$

4) กำหนด  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  จงหาค่า  $x$



$$x = \dots\dots 65^\circ \dots\dots$$



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เส้นขนาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b> เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b> <b>ด้านความรู้</b> -</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b> นำความรู้เกี่ยวกับเส้นขนานและมุมภายในกับมุมภายนอกมาแก้ปัญหาได้</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b> -</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b> ความสามารถในการแก้ปัญหา</p> <p><b>คุณลักษณะของผู้เรียน</b> มุ่งมั่นในการทำงาน</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. แจ้างจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>2. ครูใช้คำถามให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็น ดังนี้ นักเรียนคิดว่าเส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายในเกี่ยวข้องกันอย่างไร (ทฤษฎีบท ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด มีขนาดเท่ากัน)</li> </ol> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ครูยกตัวอย่าง เพื่อสร้างความเข้าใจเพิ่มเติม</li> </ol> <p><b>ตัวอย่าง</b> กำหนด <math>\overleftrightarrow{AB}</math> และ <math>\overleftrightarrow{CD}</math> ที่มี <math>\overline{MN}</math> เป็นเส้นตัด โดยมี <math>\hat{1} = \hat{5}</math> บนกระดาน ดังนี้</p>  <p>แล้วให้นักเรียนร่วมกันพิสูจน์ว่า <math>\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}</math> โดยครูคอยให้คำแนะนำในขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้</p> <p><b>วิธีทำ</b> ต้องการพิสูจน์ว่า <math>\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}</math></p> <p><b>พิสูจน์</b> 1. <math>\hat{1} + \hat{4} = 180^\circ</math> (เป็นมุมตรง)</p>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b> -</p> <p><b>สื่อ</b> ใบงานที่ 7 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน (2)</p> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b> ใบงานที่ 7 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน (2)</p>

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เส้นขนาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p>2. <math>\hat{1} = \hat{5}</math> (กำหนดให้)</p> <p>3. <math>\hat{5} + \hat{4} = 180^\circ</math> (จากข้อ 1 แทน <math>\hat{1}</math> เป็น <math>\hat{5}</math>)</p> <p>4. เนื่องจาก <math>\hat{4}</math> และ <math>\hat{5}</math> เป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด <math>\overline{MN}</math></p> <p>5. <math>\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}</math> (ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันได้ <math>180^\circ</math> แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน)</p> <p>2. จากตัวอย่าง ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้เป็นทฤษฎีบท ได้ว่า “<b>ทฤษฎีบท</b> เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน”</p> <p>3. ให้นักเรียนทำใบงานที่ 7 โดยมีครูคอยให้คำแนะนำเพิ่มเติม</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. ครูสุ่มนักเรียนเฉลยคำตอบใบงานที่ 7 โดยมีครูคอยให้คำแนะนำเพิ่มเติม</p> <p>2. ใช้คำถามเพื่อนำสู่การสรุป ดังนี้</p> <p>นักเรียนจะเรียนสรุปความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นเป็นทฤษฎีบท ได้อย่างไร (<b>ทฤษฎีบท</b> เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน)</p>	

## การวัดผลประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
1. นำความรู้เกี่ยวกับเส้นขนานและมุมภายในกับมุมภายนอกมาแก้ปัญหาได้	ตรวจ ใบงานที่ 7	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 7	รายการกิจกรรม - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 7 ข้อที่ 1 ครบถ้วน - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 7 ข้อที่ 1 ถูกต้อง - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 7 ข้อ 2 ครบถ้วน - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 7 ข้อ 2 ถูกต้อง
2. ความสามารถในการแก้ปัญหา			ระดับ 1 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 1 รายการ ระดับ 2 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 2 รายการ ระดับ 3 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 3 รายการ ระดับ 4 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 4 รายการ
3. การมุ่งมั่นในการทำงาน	ตรวจ ใบงานที่ 7	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 7	ระดับ 1 ทำใบงานสำเร็จไม่ถึง 70 % ระดับ 2 ทำใบงานสำเร็จ 70-79 % ระดับ 3 ทำใบงานสำเร็จ 80-89 % ระดับ 4 ทำใบงานสำเร็จ 90 % ขึ้นไป

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

.....  
.....  
.....

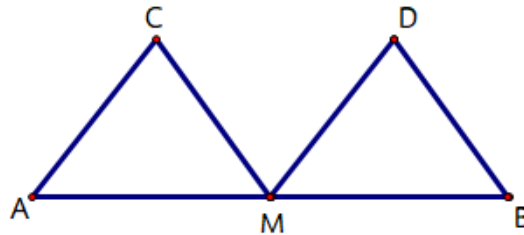
ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....



ใบงานที่ 7 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน (2)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน (2)  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** นำความรู้เกี่ยวกับเส้นขนานและมุมภายในกับมุมภายนอกมาแก้ปัญหาได้

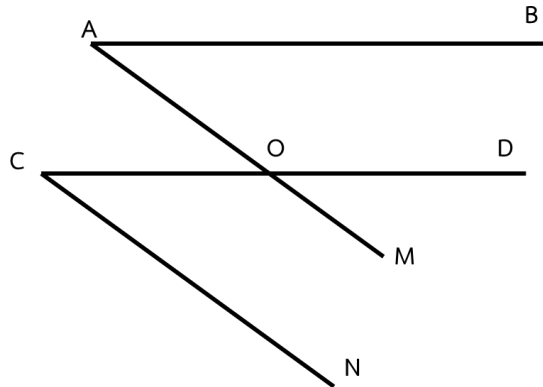
1. จากรูป กำหนดให้  $\overline{AC} \parallel \overline{MD}$  และ  $\overline{CM} \parallel \overline{DB}$  และ  $AM = MB$  จงพิสูจน์ว่า  $\triangle ACM \cong \triangle MDB$



**พิสูจน์**

- 1)  $\overline{AC} \parallel \overline{MD}$  และ  $\overline{CM} \parallel \overline{DB}$  (โจทย์กำหนดให้)
- 2)  $\hat{A}MC = \dots\dots\dots$  (มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด)
- 3)  $\hat{C}AM = \dots\dots\dots$  (.....)
- 4)  $AM = \dots\dots\dots$  (โจทย์กำหนดให้)
- 5)  $\triangle ACM \cong \dots\dots\dots$  (.....)  
(.....)

2. กำหนดให้  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  และ  $\widehat{BAM} = \widehat{DCN}$  จงแสดงว่า  $\overline{AM} \parallel \overline{CN}$



พิสูจน์

$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  มี  $\overline{AM}$  เป็นเส้นตัด

$\widehat{BAM}$  (.....)

..... (เป็นมุมภายนอกของเส้นคู่ขนานกับเส้นตัด)

..... = ..... (มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด มีขนาดเท่ากัน)

แต่  $\widehat{BAM} = \widehat{DCN}$  (โจทย์กำหนดให้)

..... = ..... (สมบัติของการเท่ากัน)

ดังนั้น  $\overline{AM} \parallel \overline{CN}$  มี ..... เป็นมุมภายใน และ ..... เป็นมุมภายนอกที่มีขนาดเท่ากัน

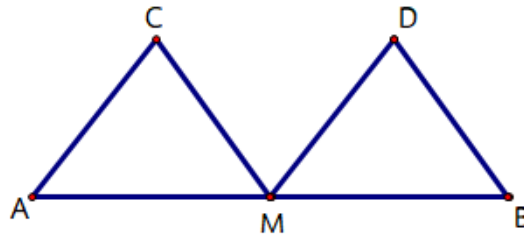
**เฉลย** ใบงานที่ 7 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน (2)

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน (2)

รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** นำความรู้เกี่ยวกับเส้นขนานและมุมภายในกับมุมภายนอกมาแก้ปัญหาได้

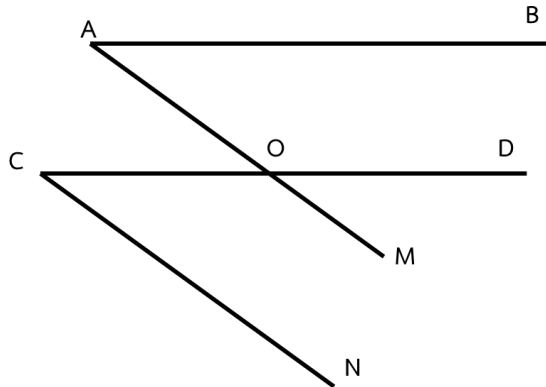
1. จากรูป กำหนดให้  $\overline{AC} \parallel \overline{MD}$  และ  $\overline{CM} \parallel \overline{DB}$  และ  $AM = MB$  จงพิสูจน์ว่า  $\triangle ACM \cong \triangle MDB$



**พิสูจน์**

- 1)  $\overline{AC} \parallel \overline{MD}$  และ  $\overline{CM} \parallel \overline{DB}$  (โจทย์กำหนดให้)
- 2)  $\hat{A}MC = \hat{M}BD$  (มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด)
- 3)  $\hat{C}AM = \hat{D}MB$  (มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด)
- 4)  $AM = MB$  (โจทย์กำหนดให้)
- 5)  $\triangle ACM \cong \triangle MDB$  (จากข้อ 2, 3, 4 และสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ แบบ มุม-ด้าน-มุม)

2. กำหนดให้  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  และ  $\hat{BAM} = \hat{DCN}$  จงแสดงว่า  $\overline{AM} \parallel \overline{CN}$



พิสูจน์

$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  มี  $\overline{AM}$  เป็นเส้นตัด

$\hat{BAM}$  (เป็นมุมภายในของเส้นคู่ขนานกับเส้นตัด)

$\hat{DOM}$  (เป็นมุมภายนอกของเส้นคู่ขนานกับเส้นตัด)

$\hat{DOM} = \hat{BAM}$  (มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด มีขนาดเท่ากัน)

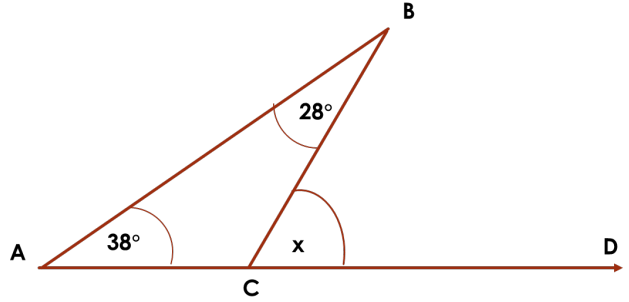
แต่  $\hat{BAM} = \hat{DCN}$  (โจทย์กำหนดให้)

$\hat{DOM} = \hat{DCN}$  (สมบัติของการเท่ากัน)

ดังนั้น  $\overline{AM} \parallel \overline{CN}$  มี  $\hat{DCN}$  เป็นมุมภายใน และ  $\hat{DOM}$  เป็นมุมภายนอกที่มีขนาดเท่ากัน



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8		เวลา 1 ชั่วโมง									
เรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม (1)		ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2									
รายวิชา คณิตศาสตร์ 4											
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เส้นขนาน</p> <p>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p> <p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b> เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b> <b>ด้านความรู้</b> บอกความสัมพันธ์ของเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยมได้</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b> นำทฤษฎีบทของรูปสามเหลี่ยมไปหาขนาดของมุมได้</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b> -</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b> ความสามารถในการแก้ปัญหา</p> <p><b>คุณลักษณะของผู้เรียน</b> มุ่งมั่นในการทำงาน</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ชั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. แจกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>2. นำเข้าสู่บทเรียนด้วยการทบทวนทฤษฎีบททางเรขาคณิต “ขนาดของมุมภายในทั้งสามมุมของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเท่ากับ 180 องศา” ซึ่งเป็นทฤษฎีบทสำคัญที่ต้องนำมาใช้ในเรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม</li> </ol> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. สุ่มนักเรียนมาแสดงวิธีการพิสูจน์ว่าขนาดของมุมภายในรูปสามเหลี่ยม รวมกันเท่ากับ 180° โดยมีครูคอยให้คำแนะนำเพิ่มเติม</li> </ol> <p>เช่น 1. จงใช้สมบัติของเส้นขนานหาผลรวมของขนาดของมุมทั้งสามของรูป <math>\triangle ABC</math></p> <div style="text-align: center;"> </div> <p><b>วิธีทำ</b></p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="text-align: center;"><math>\hat{4} + \hat{1} + \hat{5} = 180^\circ</math></td> <td style="text-align: center;">(มุมตรง)</td> <td style="text-align: right;">..... ①</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>\hat{4} = \hat{2}</math></td> <td style="text-align: center;">(มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)</td> <td style="text-align: right;">..... ②</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>\hat{5} = \hat{3}</math></td> <td style="text-align: center;">(มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)</td> <td style="text-align: right;">..... ③</td> </tr> </table>	$\hat{4} + \hat{1} + \hat{5} = 180^\circ$	(มุมตรง)	..... ①	$\hat{4} = \hat{2}$	(มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)	..... ②	$\hat{5} = \hat{3}$	(มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)	..... ③	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b> -</p> <p><b>สื่อ</b> ใบงานที่ 8 เรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม (1)</p> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b> ใบงานที่ 8 เรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม (1)</p>
$\hat{4} + \hat{1} + \hat{5} = 180^\circ$	(มุมตรง)	..... ①									
$\hat{4} = \hat{2}$	(มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)	..... ②									
$\hat{5} = \hat{3}$	(มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)	..... ③									

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เส้นขนาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p style="text-align: center;"><b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8</b> <b>เรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม (1)</b> <b>รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</b></p>	<p style="text-align: right;">เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</p>
	<p>ดังนั้น <math>\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} = 180^\circ</math> (จาก ①, ② และ ③)</p> <p>2. จงหาค่า x</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p><b>วิธีทำ</b> <math>\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ</math> (ผลบวกมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม เท่ากับ <math>180^\circ</math>)  <math>\hat{A} = 38^\circ</math> และ <math>\hat{B} = 28^\circ</math> (กำหนดให้)</p> <p>ดังนั้น <math>(28^\circ + 38^\circ) + \hat{C} = 180^\circ</math> (จากโจทย์) ..... ①</p> <p>เนื่องจาก <math>\hat{C} + x = 180^\circ</math> (ขนาดของมุมตรง) ..... ②</p> <p>จาก ① และ ② จะได้</p> <p><math>(28^\circ + 38^\circ) + \hat{C} = \hat{C} + x</math> (สมบัติการเท่ากัน)</p> <p>นั่นคือ <math>x = 66^\circ</math></p>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เส้นขนาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 เรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม (1) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</p>	<p>เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</p>
	<p>2. ให้นักเรียนสรุปทฤษฎีบทที่สอดคล้องกับตัวอย่างที่ 2 (ถ้าต่อต้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไปมุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น)</p> <p>3. ให้นักเรียนทำใบงานที่ 8 โดยนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับผลรวมของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมและสมบัติของเส้นขนานในการหาคำตอบ โดยมีครูคอยให้คำแนะนำเพิ่มเติม</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. ครูสุ่มนักเรียนเฉลยคำตอบใบงานที่ 8 โดยครูคอยให้คำแนะนำเพิ่มเติม</p> <p>2. ใช้คำถามเพื่อนำสู่การสรุป ดังนี้</p> <p>นักเรียนจะเรียนสรุปความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นเป็นทฤษฎีบท ได้อย่างไร (ทฤษฎีบท ถ้าต่อต้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไปมุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น)</p>	



## การวัดผลประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
1. บอกความสัมพันธ์ของ เส้นขนานและรูป สามเหลี่ยม	ตรวจ ใบงานที่ 8	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 8	รายการกิจกรรม - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 8 ข้อ 1 ครบถ้วน - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 8 ข้อ 1 ถูกต้อง - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 8 ข้อ 2 ครบถ้วน - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 8 ข้อ 2 ถูกต้อง - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 8 ข้อ 3 ครบถ้วน - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 8 ข้อ 3 ถูกต้อง
2. นำทฤษฎีบทของรูป สามเหลี่ยมไปหาขนาด ของมุมได้			ระดับ 1 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 1-2 รายการ ระดับ 2 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 3-4 รายการ ระดับ 3 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 5 รายการ ระดับ 4 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 6 รายการ
3. ความสามารถในการ แก้ปัญหา			
2. การมุ่งมั่นในการทำงาน	ตรวจ ใบงานที่ 8	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 8	ระดับ 1 ทำใบงานสำเร็จไม่ถึง 70 % ระดับ 2 ทำใบงานสำเร็จ 70-79 % ระดับ 3 ทำใบงานสำเร็จ 80-89 % ระดับ 4 ทำใบงานสำเร็จ 90 % ขึ้นไป

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

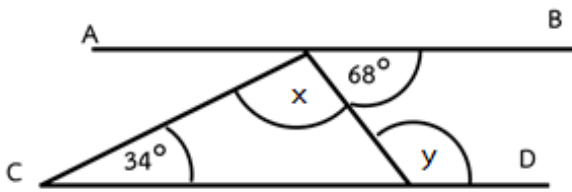
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ใบงานที่ 8 เรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม (1)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 เรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม (1)  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

- จุดประสงค์**
1. บอกความสัมพันธ์ของเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยมได้
  2. นำทฤษฎีบทของรูปสามเหลี่ยมไปหาขนาดของมุมได้

1. กำหนดให้  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  จงหาขนาดของ  $x$  และ  $y$



.....

.....

.....

.....

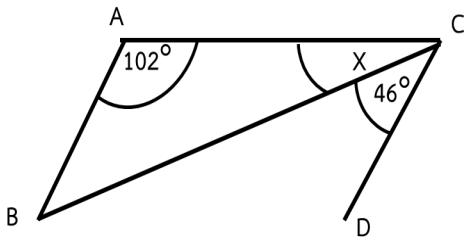
.....

.....

.....

.....

2. กำหนดให้  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  จงหาขนาดของ  $x$



.....

.....

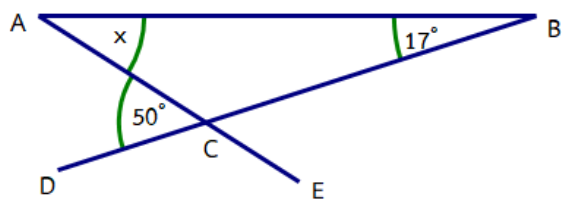
.....

.....

.....

.....

3. จงหาขนาดของมุม  $x$



.....

.....

.....

.....

.....

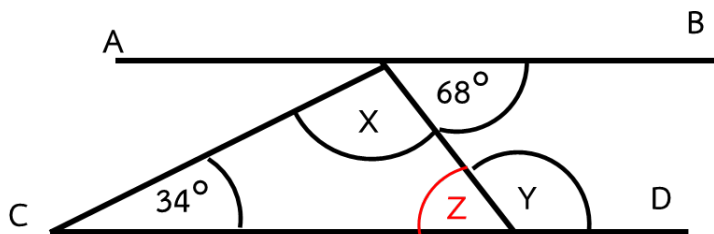
**เฉลย** ใบงานที่ 8 เรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม (1)

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 เรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม (1)

รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

- จุดประสงค์**
1. บอกความสัมพันธ์ของเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยมได้
  2. นำทฤษฎีบทของรูปสามเหลี่ยมไปหาขนาดของมุมได้

1. กำหนดให้  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  จงหาขนาดของ  $x$  และ  $y$



$$68^\circ + y = 180^\circ \quad (\text{มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันได้ } 180^\circ)$$

$$y = 180^\circ - 68^\circ = 112^\circ$$

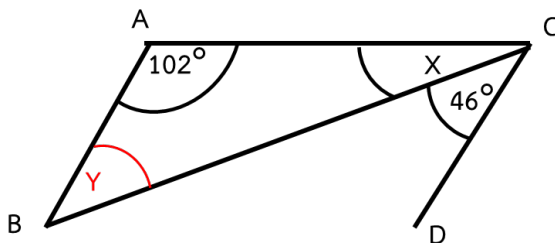
กำหนด  $z$  บนส่วนของเส้นตรง  $CD$

$$z = 68^\circ \quad (\text{มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน})$$

$$34^\circ + 68^\circ + x = 180^\circ \quad (\text{มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้ } 180^\circ)$$

$$x = 180^\circ - 34^\circ - 68^\circ = 78^\circ$$

2. กำหนดให้  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  จงหาขนาดของ  $x$



$$y = 46^\circ \quad \text{มุมแย้ง}$$

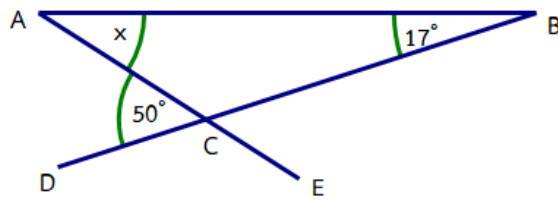
$$y + x + 102^\circ = 180^\circ \quad \text{มุมภายในรูปสามเหลี่ยมเท่ากับ } 180^\circ$$

$$46^\circ + x + 102^\circ = 180^\circ$$

$$x = 180^\circ - 46^\circ - 102^\circ$$

$$x = 32^\circ$$

3. จงหาขนาดของมุม  $x$

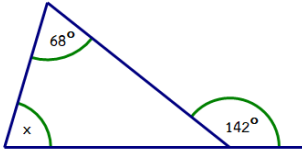
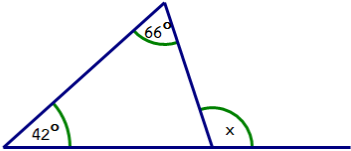
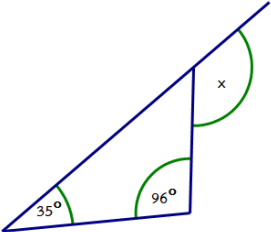
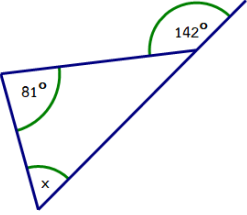


เนื่องจาก  $x + 17^\circ = 50^\circ$  (มุมภายนอกที่เกิดจากการต่อด้านของรูปสามเหลี่ยมเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิด)

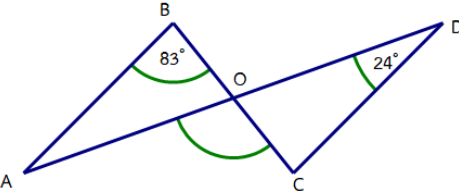
$$x = 50^\circ - 17^\circ$$

$$x = 33^\circ$$



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 เรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เส้นขนาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์		เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b> เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b></p> <p><b>ด้านความรู้</b> -</p> <p><b>ด้านทักษะ</b> สามารถแสดงการพิสูจน์และแก้ปัญหาโดยใช้ความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมและเส้นขนานได้</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b> -</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b> ความสามารถในการแก้ปัญหา</p> <p><b>คุณลักษณะของผู้เรียน</b> มุ่งมั่นในการทำงาน</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>นำเข้าสู่บทเรียนด้วยการทบทวนทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม “ทฤษฎีบท ถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไปมุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น” โดยครูสุ่มสอบถามนักเรียน</li> </ol> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแบ่งเด็กเป็น 2 กลุ่ม เพื่อแข่งกันหาคำตอบของโจทย์ที่กำหนด โดยครูคอยแนะนำคำตอบที่ถูกต้องให้กับนักเรียน</li> </ol> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;"> <p>1.</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>2.</p>  </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;"> <p>3.</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>4.</p>  </div> </div>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b> -</p> <p><b>สื่อ</b> ใบงานที่ 9 เรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม (2)</p> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b> ใบงานที่ 9 เรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม (2)</p>



หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เส้นขนาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 เรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p>2. ครูยกตัวอย่างการแก้ปัญหาการประยุกต์ของรูปสามเหลี่ยมและเส้นขนาน ดังนี้</p> <p>ตัวอย่าง กำหนด <math>\overline{AB} \parallel \overline{CD}</math> จงหาขนาด <math>\widehat{AOC}</math></p>  <p>วิธีทำ <math>\widehat{ABO} = \widehat{DCO}</math> (มุมแย้ง)</p> <p><math>\widehat{ABO} = 83^\circ</math> (โจทย์กำหนดให้)</p> <p><math>\widehat{DCO} = 83^\circ</math> (สมบัติการถ่ายทอด)</p> <p><math>\widehat{CDO} = 24^\circ</math> (โจทย์กำหนดให้)</p> <p><math>\widehat{AOC} = \widehat{DCO} + \widehat{CDO}</math> (มุมภายนอกที่เกิดขึ้นจากการต่อต้านของรูปสามเหลี่ยม จะมีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดมุมภายในที่ไม่ใช่ มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น)</p> <p><math>\widehat{AOC} = 83^\circ + 24^\circ = 107^\circ</math></p> <p>2. ให้นักเรียนทำใบงานที่ 9 โดยนำทฤษฎีของเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม และสมบัติของเส้นขนาน ในการหาคำตอบ โดยมีครูคอยให้คำแนะนำเพิ่มเติม</p>	

<p><b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9</b></p> <p><b>เรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม (2)</b></p> <p><b>รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</b></p>		<p><b>เวลา 1 ชั่วโมง</b></p> <p><b>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</b></p>
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เส้นขนาน</p> <p>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p><b>ขั้นสรุป</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ครูสุ่มนักเรียนเฉลยคำตอบใบงานที่ 9 โดยครูคอยให้คำแนะนำเพิ่มเติม</li> <li>2. ครูแบ่งกลุ่มให้นักเรียนกลุ่มละ 3-4 คน ให้วางแผนการแก้ปัญหาเกี่ยวกับเส้นขนาน พร้อมทั้งวางแผนสร้างชิ้นงานในชั่วโมงถัดไป</li> </ol>	

## การวัดผลประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
1. สามารถแสดงการพิสูจน์และแก้ปัญหาโดยใช้ความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมและเส้นขนานได้	ตรวจ ใบงานที่ 9	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 9	รายการกิจกรรม - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 9 ข้อ 1 ครบถ้วน - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 9 ข้อ 1 ถูกต้อง - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 9 ข้อ 2 ครบถ้วน - ข้อความที่เติมในใบงานที่ 9 ข้อ 2 ถูกต้อง
2. ความสามารถในการแก้ปัญหา			ระดับ 1 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 1 รายการ ระดับ 2 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 2 รายการ ระดับ 3 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 3 รายการ ระดับ 4 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 4 รายการ
3. การมุ่งมั่นในการทำงาน	ตรวจ ใบงานที่ 9	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 9	ระดับ 1 ทำใบงานสำเร็จไม่ถึง 70 % ระดับ 2 ทำใบงานสำเร็จ 70-79 % ระดับ 3 ทำใบงานสำเร็จ 80-89 % ระดับ 4 ทำใบงานสำเร็จ 90 % ขึ้นไป

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

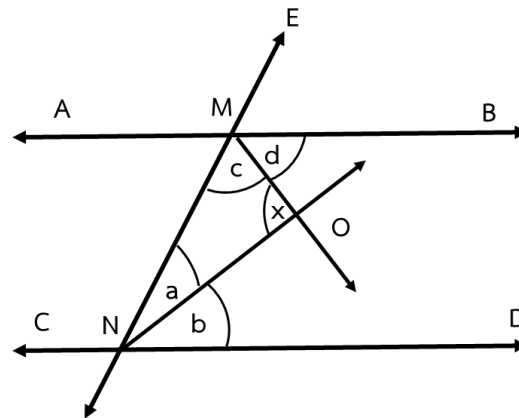
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ใบงานที่ 9 เรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม (2)**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 เรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม (2)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

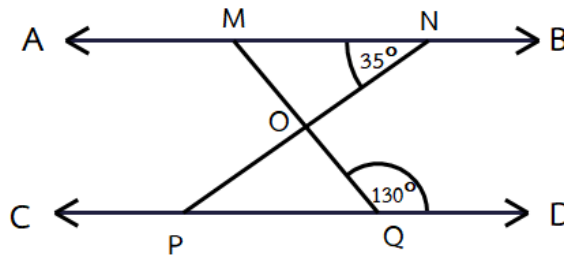
**จุดประสงค์** สามารถแสดงการพิสูจน์และแก้ปัญหาโดยใช้ความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมและเส้นขนานได้

1. กำหนดให้  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$  มี  $\overleftrightarrow{EF}$  ตัด  $\overleftrightarrow{AB}$  และ  $\overleftrightarrow{CD}$  ที่จุด M และ N ตามลำดับ ถ้า  $\widehat{DNM} = 54^\circ$  และ  $2(a) = b$  และ  $c = d$  จงหาขนาดของ x



วิธีทำ  $\widehat{DNM} = a + \dots = 54^\circ$  (จากรูป) ----- ①  
 จาก  $2(a) = \dots$  (จากรูป) ----- ②  
 นำ ② แทนใน ① จะได้  $a + 2(a) = 54^\circ$  ดังนั้น  $\dots = 18^\circ$   
 $\dots + \dots = 180^\circ$  (มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกัน  $180^\circ$ )  
 $54^\circ + \dots = 180^\circ$   
 $\dots = 180^\circ - 54^\circ = 126^\circ$   
 $\dots = c + d = 126^\circ$   
 จาก โจทย์ ดังนั้น  $c = d = \dots$  (มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)  
 $a + c + x = 180^\circ$  ( $\dots$ )  
 $18^\circ + 63^\circ + x = \dots$   
 $x = \dots$

2. กำหนดให้  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$  จงหาขนาดของ  $\hat{M}ON$  และ  $\hat{N}OQ$



..... =  $130^\circ$  (มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)

$\hat{A}MO + \hat{N}MO = 180^\circ$  (.....)

$\hat{N}MO = \dots\dots\dots$

$\hat{M}NO + \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = 180^\circ$  (มุมภายในของรูปสามเหลี่ยม  $180^\circ$ )

$\dots\dots\dots + \dots\dots\dots + \hat{M}ON = 180^\circ$

$\hat{M}ON = \dots\dots\dots$

$\hat{M}ON + \hat{N}OQ = 180^\circ$  (.....)

$95^\circ + \hat{N}OQ = \dots\dots\dots$

$\hat{N}OQ = \dots\dots\dots$

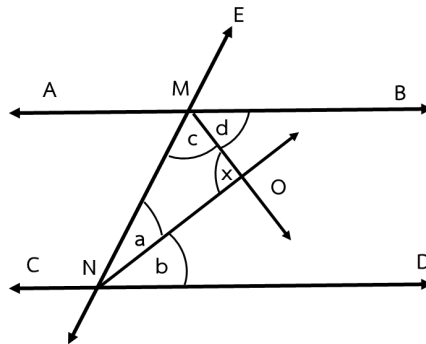
**เฉลย** ใบงานที่ 9 เรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม (2)

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 เรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม (2)

รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** สามารถแสดงการพิสูจน์และแก้ปัญหาโดยใช้ความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมและเส้นขนานได้

1. กำหนดให้  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  มี  $\overline{EF}$  ตัด  $\overline{AB}$  และ  $\overline{CD}$  ที่จุด M และ N ตามลำดับ ถ้า  $\widehat{DNM} = 54^\circ$  และ  $2(a) = b$  และ  $c = d$  จงหาขนาดของ x



วิธีทำ  $\widehat{DNM} = a + b = 54^\circ$  (จากรูป) ----- ①

จาก  $2(a) = b$  (จากรูป) ----- ②

นำ ② แทนใน ① จะได้  $a + 2(a) = 54^\circ$  ดังนั้น  $a = 18^\circ$

$\widehat{DNM} + \widehat{NMB} = 180^\circ$  (มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกัน  $180^\circ$ )

$54^\circ + \widehat{NMB} = 180^\circ$

$\widehat{NMB} = 180^\circ - 54^\circ = 126^\circ$

$\widehat{NMB} = c + d = 126^\circ$

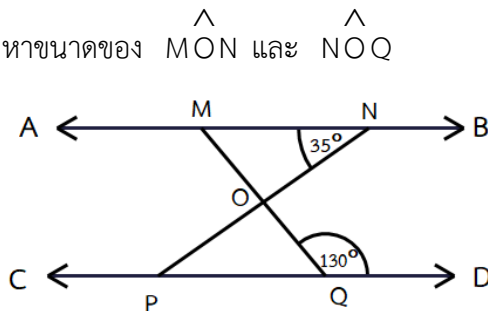
จาก โจทย์ ดังนั้น  $c = d = \frac{126^\circ}{2} = 63^\circ$  (มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)

$a + c + x = 180^\circ$  (มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้  $180^\circ$ )

$18^\circ + 63^\circ + x = 180^\circ$

$x = 99^\circ$

2. กำหนดให้  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$  จงหาขนาดของ  $\hat{M}ON$  และ  $\hat{N}OQ$



$$\hat{A}MO = \hat{D}QO = 130^\circ \quad (\text{มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน})$$

$$\hat{A}MO + \hat{N}MO = 180^\circ \quad (\text{มุมตรง})$$

$$\hat{N}MO = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

$$\hat{M}NO + \hat{N}MO + \hat{M}ON = 180^\circ \quad (\text{มุมภายในของรูปสามเหลี่ยม } 180^\circ)$$

$$35^\circ + 50^\circ + \hat{M}ON = 180^\circ$$

$$\hat{M}ON = 180^\circ - 35^\circ - 50^\circ = 95^\circ$$

$$\hat{M}ON + \hat{N}OQ = 180^\circ \quad (\text{มุมตรงมีขนาด } 180^\circ)$$

$$95^\circ + \hat{N}OQ = 180^\circ$$

$$\hat{N}OQ = 180^\circ - 95^\circ = 85^\circ$$





<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เส้นขนาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 เรื่อง การนำไปใช้ รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</p>	<p>เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</p>
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b> เส้นขนาน</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b> <b>ด้านความรู้</b> -</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b> นำสมบัติของเส้นขนาน มาแก้ปัญหาได้</p> <p><b>สมรรถนะ</b> ความสามารถในการแก้ปัญหา</p> <p><b>คุณลักษณะอันพึงประสงค์</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. อยู่อย่างพอเพียง</li> <li>2. มุ่งมั่นในการทำงาน</li> </ol>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ชั่วโมงที่ 1</b></p> <p><b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. แจกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>2. ทบทวนความรู้เรื่องเส้นขนานและสมบัติของเส้นขนาน โดยใช้การถามตอบ</li> </ol> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ให้นักเรียนจับกลุ่ม 3-4 คน เพื่อสืบค้นโจทย์เกี่ยวกับเส้นขนาน แล้วเขียนลงในใบงานที่ 10 แล้วทำใบงานที่ 10 ข้อที่ 1 โดยมีครูคอยให้คำแนะนำรายบุคคลหรือรายกลุ่มตามสถานการณ์ที่เกิดขึ้น</li> <li>2. นักเรียนวางแผนสร้างผลงาน/ชิ้นงาน ในใบงานที่ 10 ข้อที่ 2 โดยเน้นการใช้วัสดุที่มีอยู่ในท้องถิ่น เน้นความประหยัดและพอเพียงในการสร้างชิ้นงาน</li> <li>3. นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอแผนที่วางไว้ โดยครูคอยให้คำแนะนำ</li> </ol> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ใช้คำถามเพื่อนำสู่การสรุป ดังนี้ สิ่งที่ได้จากการวางแผนก่อนที่จะลงมือทำงาน มีข้อดี/ข้อด้อยอย่างไร</li> <li>2. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสร้างผลงาน/ชิ้นงาน ตามที่ได้วางแผนไว้</li> </ol>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b> ห้องสมุด, ห้องคอมพิวเตอร์, คอมพิวเตอร์, โทรศัพท์ที่สามารถ ใช้อินเทอร์เน็ตได้ หรือครุเตรียม แหล่งข้อมูลเกี่ยวกับสมบัติของ เส้นขนาน</p> <p><b>สื่อ</b> ใบงานที่ 10 เรื่อง การนำไปใช้</p> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ใบงานที่ 10 เรื่อง การนำไปใช้</li> <li>- ผลงาน/ชิ้นงานที่ได้จาก ใบงานที่ 10</li> </ul>

## การวัดผลและประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
นำสมบัติของเส้นขนาน มาแก้ปัญหาได้	ตรวจ ใบงานที่ 10	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 10	รายการกิจกรรม - เลือกโจทย์ปัญหาที่จะนำเสนอได้ตรงประเด็น - แสดงวิธีทำได้อย่างถูกต้อง - มีการใช้สมบัติของเส้นขนานมาแก้ปัญหา - มีการวางแผนการสร้างชิ้นงาน - ทำชิ้นงานเสร็จสมบูรณ์ ระดับ 1 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 1 รายการ ระดับ 2 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 2 รายการ ระดับ 3 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 3 รายการ ระดับ 4 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 4-5 รายการ
ความสามารถในการแก้ปัญหา	ตรวจ ใบงานที่ 10	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 10	ระดับ 1 ทำใบงานได้ แต่มีข้อผิดพลาด หรือไม่ครบถ้วน คะแนนประเมินชิ้นงาน อยู่ในระดับ ปรับปรุง-พอใช้ ระดับ 2 ทำใบงานได้ถูกต้อง ชิ้นงานเรียบร้อย คะแนนประเมินชิ้นงานอยู่ในระดับ ปานกลาง ระดับ 3 ทำใบงานได้ถูกต้อง ชิ้นงานเรียบร้อย คะแนนประเมินชิ้นงานอยู่ในระดับ ดี ระดับ 4 ทำใบงานได้ถูกต้อง ชิ้นงานเรียบร้อย คะแนนประเมินชิ้นงานอยู่ในระดับ ดีมาก
อยู่อย่างพอเพียง			
มุ่งมั่นในการทำงาน	ตรวจ ใบงานที่ 10 และ ชิ้นงาน	แบบบันทึก การตรวจ ใบงาน และ ชิ้นงาน	ระดับ 1 ส่งงานช้ากว่ากำหนด มีข้อผิดพลาด หรือไม่ครบถ้วน ระดับ 2 ส่งงานช้ากว่ากำหนด แต่ถูกต้อง ครบถ้วน ระดับ 3 ส่งงานภายในระยะเวลาที่กำหนด มีข้อผิดพลาด หรือไม่ครบถ้วน ระดับ 4 ส่งงานภายในระยะเวลาที่กำหนด ถูกต้อง ครบถ้วน

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน

(.....)

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ

(.....)

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....





แบบประเมินชิ้นงานการนำความรู้เรื่องเส้นขนานไปใช้แก้ปัญหา  
รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

เจ้าของผลงาน

1. ....... ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ห้อง.....  
 2. ....... ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ห้อง.....  
 3. ....... ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ห้อง.....

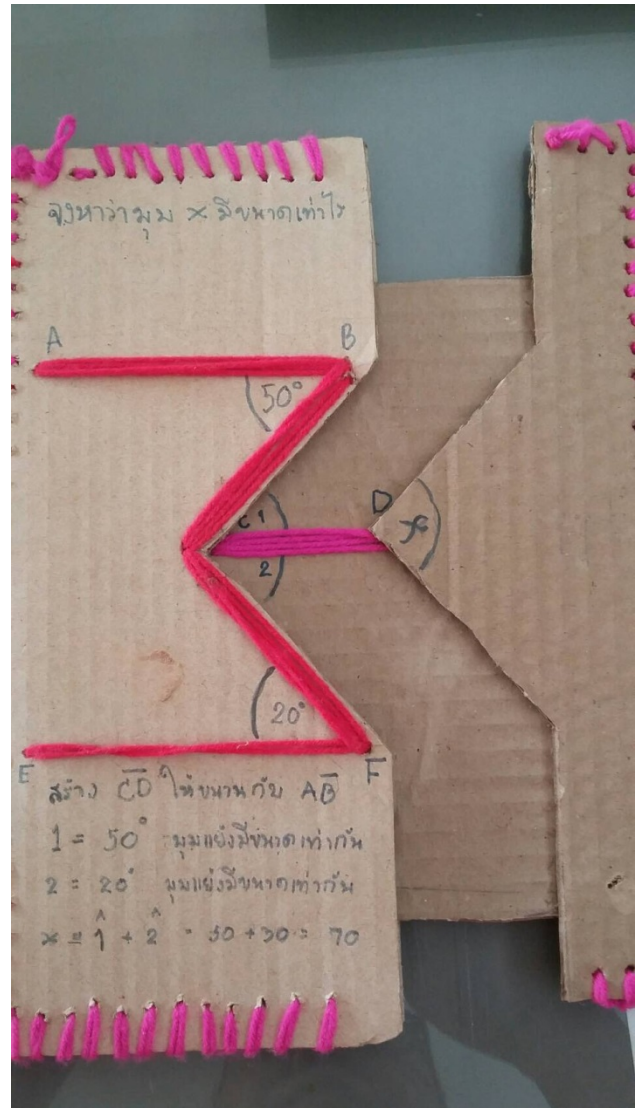
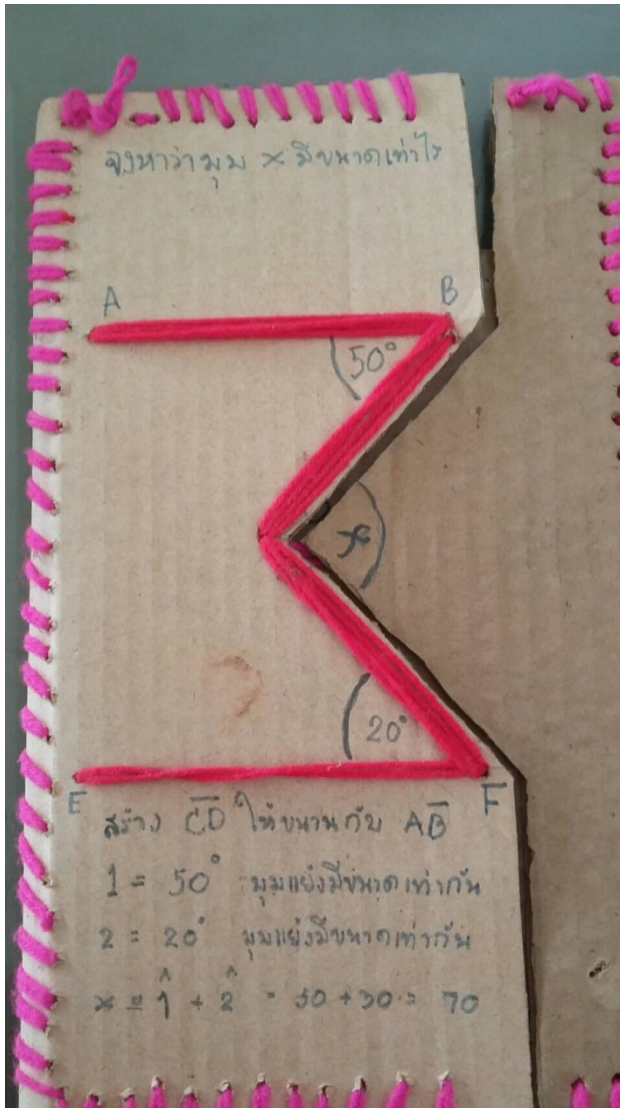
ที่	รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ				
		ดีมาก	ดี	ปานกลาง	พอใช้	ปรับปรุง
<b>สาระการเรียนรู้</b>						
1	ระบุปัญหาได้					
2	อธิบายแนวทางการแก้ปัญหาได้					
3	ใช้สมบัติของเส้นขนานในการแก้ปัญหา					
<b>กระบวนการทำงาน</b>						
4	มีการทำงานเป็นกลุ่ม					
5	มีการวางแผนการทำงานอย่างเป็นระบบ					
6	มีการแบ่งภาระงานกันปฏิบัติ					
<b>ผลงาน</b>						
7	ความถูกต้องของผลงาน					
8	ความเรียบร้อยของผลงาน					
9	การออกแบบและเลือกใช้วัสดุ					
<b>การนำเสนอ</b>						
10	นำเสนอเนื้อหาครบถ้วนถูกต้อง					
11	การแบ่งเนื้อหาในการนำเสนอ					
12	ความสามารถในการนำเสนอ					
<b>ประโยชน์</b>						
13	การนำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์จริง					
14	เกิดการเรียนรู้จากการปฏิบัติจริง					
15	เกิดความรู้ที่คงทน					

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน  
(.....)





ตัวอย่างชิ้นงาน



หน่วยการเรียนรู้ที่ 4

ชื่อหน่วยการเรียนรู้ การให้เหตุผลทางเรขาคณิต

รหัสวิชา ค22102 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

เวลา 12 ชั่วโมง

1. มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด

สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปร่างเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิตและนำไปใช้

ตัวชี้วัด ม.2/1 ใช้ความรู้ทางเรขาคณิตและเครื่องมือ เช่น วงเวียนและสันตรง รวมทั้งโปรแกรม The Geometer's Sketchpad หรือ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตอื่น ๆ เพื่อสร้างรูปเรขาคณิต ตลอดจนนำความรู้เกี่ยวกับการสร้างนี้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

2. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

ประโยคที่มีคำเชื่อมว่า “ถ้า... แล้ว...” เราจะเรียกประโยคนั้นว่า ประโยคเงื่อนไข โดยประโยคหลังคำว่า “ถ้า” เป็นเหตุ และประโยคหลังคำว่า “แล้ว” เป็นผล

การเขียนประโยคเงื่อนไขโดยนำผลของประโยคมาเขียนเป็นเหตุ และนำเหตุของประโยคมาเขียนเป็นผล เพื่อให้เข้าใจได้ง่ายขึ้น จึงกำหนดให้ P เป็นเหตุ และ Q เป็นผล ดังนั้น จากประโยคเงื่อนไข “ถ้า P แล้ว Q” ถ้าสลับที่ P และ Q จะได้ว่า “ถ้า Q แล้ว P” เราจะเรียกประโยค “ถ้า Q แล้ว P” ว่า **บทกลับของประโยคเงื่อนไข** ของ “ถ้า P แล้ว Q”

บทกลับของประโยคเงื่อนไขบางประโยคเมื่อเป็นบทกลับของประโยคเงื่อนไขแล้ว ผลอาจไม่เป็นจริง แต่ในกรณีที่บทกลับของประโยคเงื่อนไขเป็นจริง สามารถเขียนประโยคโดยใช้คำเชื่อม “...ก็ต่อเมื่อ...” ได้

การสร้างทางเรขาคณิตโดยใช้วงเวียนและสันตรง รวมทั้งโปรแกรม The Geometer's Sketchpad หรือ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตอื่น ๆ เพื่อสร้างรูปเรขาคณิต

การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม

3. สาระการเรียนรู้

ด้านความรู้

1. ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางเรขาคณิต
2. การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง
3. การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม

ด้านทักษะและกระบวนการ

1. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
2. สื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

**ด้านเจตคติ**

การให้เหตุผล

**4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน**

ความสามารถในการสื่อสาร

**5. คุณลักษณะอันพึงประสงค์**

1. ใฝ่เรียนรู้
2. มุ่งมั่นในการทำงาน

**6. การประเมินผลรวบยอด**

ชิ้นงานหรือภาระงาน

1. ใบงานที่ 1 เรื่อง ประโยคเงื่อนไขและบทกลับประโยคเงื่อนไข
2. ใบงานที่ 2 เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต
3. ใบงานที่ 3 เรื่อง มีได้รูปเดียว
4. ใบงานที่ 4 เรื่อง การสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิต
5. ใบงานที่ 5 เรื่อง สร้างรูปสี่เหลี่ยมได้ไม่ยาก
6. ใบงานที่ 6 เรื่อง เขาหาได้อย่างไร
7. ใบงานที่ 7 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (1)
8. ใบงานที่ 8 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (2)
9. ใบงานที่ 9 เรื่อง เส้นมัธยฐานทั้งสามเส้นของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ายาวเท่ากันหรือไม่
10. ใบงานที่ 10 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (1)
11. ใบงานที่ 11 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (2)
12. ใบงานที่ 12 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (3)

เกณฑ์การประเมินชิ้นงานหรือภาระงาน

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ/ระดับคะแนน			
	ดีมาก (4)	ดี (3)	พอใช้ (2)	ปรับปรุง (1)
1. เขียนประโยคเงื่อนไขและบทกลับของประโยคเงื่อนไขได้	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 1 ตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 1 ตั้งแต่ 2.50 ถึง 3.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 1 ตั้งแต่ 1.50 ถึง 2.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 1 ตั้งแต่ 1.00 ถึง 1.49
2. เขียนการให้เหตุผลทางเรขาคณิตได้	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 2 ตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 2 ตั้งแต่ 2.50 ถึง 3.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 2 ตั้งแต่ 1.50 ถึง 2.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 2 ตั้งแต่ 1.00 ถึง 1.49
3. สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตที่กำหนดให้โดยใช้วงเวียนและสันตรงได้	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 3-6 ตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 3-6 ตั้งแต่ 2.50 ถึง 3.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 3-6 ตั้งแต่ 1.50 ถึง 2.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 3-6 ตั้งแต่ 1.00 ถึง 1.49
4. สามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการให้เหตุผลได้	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 7-9 ตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป	ระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 7-9 ตั้งแต่ 2.50 ถึง 3.49	ระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 7-9 ตั้งแต่ 1.50 ถึง 2.49	ระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 7-9 ตั้งแต่ 1.00 ถึง 1.49
5. ใช้สมบัติเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมในการให้เหตุผลได้	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 10-12 ตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 10-12 ตั้งแต่ 2.50 ถึง 3.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 10-12 ตั้งแต่ 1.50 ถึง 2.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 10-12 ตั้งแต่ 1.00 ถึง 1.49

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ/ระดับคะแนน			
	ดีมาก (4)	ดี (3)	พอใช้ (2)	ปรับปรุง (1)
6. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในทุกใบกิจกรรมและใบงาน ตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในทุกใบกิจกรรมและใบงาน ตั้งแต่ 2.50 ถึง 3.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในทุกใบกิจกรรมและใบงาน ตั้งแต่ 1.50 ถึง 2.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในทุกใบกิจกรรมและใบงาน ตั้งแต่ 1.00 ถึง 1.49
7. ความสามารถในการสื่อสาร				
8. การให้เหตุผล	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 8-9 ตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 8-9 ตั้งแต่ 2.50 ถึง 3.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 8-9 ตั้งแต่ 1.50 ถึง 2.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 8-9 ตั้งแต่ 1.00 ถึง 1.49
9. ใฝ่เรียนรู้	ทำใบงานทุกใบงานสำเร็จ 85 % ขึ้นไป	ทำใบงานทุกใบงานสำเร็จ 75-84 %	ทำใบงานทุกใบงานสำเร็จ 65-74 %	ทำใบงานทุกใบงานสำเร็จ ต่ำกว่า 65 %
10. มุ่งมั่นในการทำงาน				

เกณฑ์การตัดสินคุณภาพ

ช่วงคะแนน	ระดับคุณภาพ
31-40	ดีมาก
21-30	ดี
11-20	พอใช้
ต่ำกว่า 10	ปรับปรุง

เกณฑ์การผ่านตั้งแต่ระดับพอใช้ขึ้นไป

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต	เรื่อง ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางเรขาคณิต	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์		ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
รายวิชา คณิตศาสตร์ 4		
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b></p> <p>ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางเรขาคณิต</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b></p> <p><b>ด้านความรู้</b></p> <p>เขียนประโยคเงื่อนไขและบทกลับของประโยคเงื่อนไขได้</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b></p> <p>การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b></p> <p>-</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b></p> <p>ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>ครูสนทนากับนักเรียนเกี่ยวกับข้อความที่พบในชีวิตประจำวันที่อยู่ในลักษณะของเงื่อนไข <b>(ครูอาจให้นักเรียนร่วมยกตัวอย่างเพิ่มเติมได้)</b> และให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ว่าข้อความใดเป็นเหตุ และ ข้อความใดเป็นผล เช่น <ol style="list-style-type: none"> <li>ถ้าวันนี้ฝนตก แล้ววันนี้การจราจรติดขัด เหตุ วันนี้ฝนตก ผล วันนี้การจราจรติดขัด</li> <li>ถ้าใจออกกำลังกาย แล้วใจร่างกายแข็งแรง เหตุ ใจออกกำลังกาย ผล ใจร่างกายแข็งแรง</li> </ol> </li> <li>ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า ประโยคที่มีคำเชื่อมว่า ถ้า... แล้ว... เราจะเรียกประโยคนั้นว่า ประโยคเงื่อนไข โดยประโยคหลังคำว่า “ถ้า” เป็นเหตุ และประโยคหลังคำว่า “แล้ว” เป็นผล</li> </ol> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนกลุ่มละ 3 – 4 คน โดยคละความสามารถ เก่ง ปานกลาง อ่อน</li> <li>ครูยกตัวอย่างประโยคเงื่อนไข และใช้การถาม – ตอบประกอบการอธิบาย <b>(ครูอาจให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมยกตัวอย่างเพิ่มเติมได้)</b> ดังนี้</li> </ol>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b></p> <p>-</p> <p><b>สื่อ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ทำได้ไหม</li> <li>ใบงานที่ 1 เรื่อง ประโยคเงื่อนไขและบทกลับของประโยคเงื่อนไข</li> </ol> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b></p> <p>ใบงานที่ 1 เรื่อง ประโยคเงื่อนไขและบทกลับประโยคเงื่อนไข</p>

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1		เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต		ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
เรื่อง ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางเรขาคณิต		
รายวิชา คณิตศาสตร์ 4		
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์		
<p><b>คุณลักษณะของผู้เรียน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ใฝ่เรียนรู้</li> <li>2. มุ่งมั่นในการทำงาน</li> </ol>	<p><b>ตัวอย่างที่ 1</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) ถ้ากูกักไก่ได้คะแนนรวมวิชาคณิตศาสตร์ 80 คะแนน แล้วกูกักไก่จะได้ผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ “4” นักเรียนคิดว่าประโยคเงื่อนไขนี้ เป็นจริงหรือไม่ <b>(เป็นจริง)</b></li> <li>2) ถ้ากูกักไก่จะได้ผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ “4” แล้วกูกักไก่ได้คะแนนรวมวิชาคณิตศาสตร์ 80 คะแนน นักเรียนคิดว่าประโยคเงื่อนไขนี้ เป็นจริงหรือไม่ <b>(ไม่เป็นจริง เพราะผลการเรียน “4” เป็นผลการเรียนของคะแนนในช่วง 80–100 คะแนน)</b></li> </ol> <p><b>ตัวอย่างที่ 2</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) ถ้า <math>\triangle ABC</math> เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า แล้ว <math>\triangle ABC</math> จะมีด้านยาวเท่ากันทุกด้าน นักเรียนคิดว่าประโยคเงื่อนไขนี้ เป็นจริงหรือไม่ <b>(เป็นจริง)</b></li> <li>2) ถ้า <math>\triangle ABC</math> มีด้านยาวเท่ากันทุกด้าน แล้ว <math>\triangle ABC</math> เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า นักเรียนคิดว่าประโยคเงื่อนไขนี้ เป็นจริงหรือไม่ <b>(เป็นจริง)</b></li> </ol> <p><b>ตัวอย่างที่ 3</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) ถ้า <math>\square ABCD</math> เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก แล้วด้านตรงข้ามของ <math>\square ABCD</math> มีความยาวเท่ากัน นักเรียนคิดว่าประโยคเงื่อนไขนี้ เป็นจริงหรือไม่ <b>(เป็นจริง)</b></li> <li>2) ถ้าด้านตรงข้ามของ <math>\square ABCD</math> มีความยาวเท่ากัน แล้ว <math>\square ABCD</math> เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก นักเรียนคิดว่าประโยคเงื่อนไขนี้ เป็นจริงหรือไม่ <b>(ไม่เป็นจริง เพราะอาจเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานหรือสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนก็ได้)</b></li> </ol>	



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1		เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต	เรื่อง ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางเรขาคณิต	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	
	<p>3. ครูอธิบายว่า การเขียนประโยคเงื่อนไขโดยนำผลของประโยคมาเขียนเป็นเหตุ และนำเหตุของประโยคมาเขียนเป็นผล เพื่อให้เข้าใจได้ง่ายขึ้น จึงกำหนดให้ P เป็นเหตุ และ Q เป็นผล ดังนั้น จากประโยคเงื่อนไข “ถ้า P แล้ว Q” ถ้าสลับที่ P และ Q จะได้ว่า “ถ้า Q แล้ว P” เราจะเรียกประโยค “ถ้า Q แล้ว P” ว่า <b>บทกลับของประโยคเงื่อนไข</b> ของ “ถ้า P แล้ว Q”</p> <p>4. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า บทกลับของประโยคเงื่อนไขบางประโยคเมื่อเป็นบทกลับของประโยคเงื่อนไขแล้ว ผลอาจไม่เป็นจริง (<b>ดังตัวอย่างที่ 1, 3</b>) แต่ในกรณีที่บทกลับของประโยคเงื่อนไขเป็นจริง (<b>ดังตัวอย่างที่ 2</b>) ซึ่งอาจเขียนประโยคโดยใช้คำเชื่อม “...ก็ต่อเมื่อ...” เช่น</p> <p style="text-align: center;"><b>จากตัวอย่างที่ 2</b></p> <p>1) ถ้า <math>\triangle ABC</math> เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า แล้ว <math>\triangle ABC</math> จะมีด้านยาวเท่ากันทุกด้าน</p> <p>2) ถ้า <math>\triangle ABC</math> มีด้านยาวเท่ากันทุกด้าน แล้ว <math>\triangle ABC</math> เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า</p> <p>จะเห็นว่าประโยคทั้งสองเป็นจริง สามารถเขียนโดยใช้คำเชื่อม “...ก็ต่อเมื่อ...” ได้คือ <math>\triangle ABC</math> เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ก็ต่อเมื่อ <math>\triangle ABC</math> มีด้านยาวเท่ากันทุกด้าน</p> <p>5. ครูยกตัวอย่างประโยคที่เชื่อมด้วย “ก็ต่อเมื่อ” และให้นักเรียนแต่ละกลุ่มบอกประโยคเงื่อนไข พร้อมทั้งบทกลับของประโยคเงื่อนไข ดังนี้</p> <p>1) รูปสามเหลี่ยมสองรูปมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ สามคู่ ก็ต่อเมื่อ รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน</p> <p style="text-align: center;"><b>ประโยคเงื่อนไข</b>    <b>ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ สามคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน</b></p>	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1		เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต	เรื่อง ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางเรขาคณิต	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	
	<p><b>บทกลับ</b> ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้น จะมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ สามคู่</p> <p>2) รูปสามเหลี่ยมใดเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ก็ต่อเมื่อ รูปสามเหลี่ยมนั้นมีด้านยาวเท่ากันสองด้าน</p> <p><b>ประโยคเงื่อนไข</b> ถ้ารูปสามเหลี่ยมใดเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นมีด้านยาวเท่ากันสองด้าน</p> <p><b>บทกลับ</b> ถ้ารูปสามเหลี่ยมใดมีด้านยาวเท่ากันสองด้าน แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว</p> <p>3) รูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ก็ต่อเมื่อ ด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมนั้นยาวเท่ากัน</p> <p><b>ประโยคเงื่อนไข</b> ถ้ารูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน แล้วด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมรูปนั้นยาวเท่ากัน</p> <p><b>บทกลับ</b> ถ้าด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งยาวเท่ากัน แล้วรูปสี่เหลี่ยมรูปนั้นเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน</p>	
	<p>6. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำกิจกรรม “ทำได้ไหม” เป็นกลุ่มเพื่อตรวจสอบความรู้และความเข้าใจ โดยครูสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่มของนักเรียน พร้อมทั้งประเมินสมรรถนะความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต</p> <p>7. ครูสุ่มตัวแทนกลุ่มมานำเสนอผลการทำกิจกรรมเพื่อประเมินทักษะการสื่อสาร</p>	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1		เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	เรื่อง ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางเรขาคณิต รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p>8. ให้นักเรียนทำใบงานที่ 1 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจรายบุคคล</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. ใช้คำถามเพื่อนำสู่การสรุป ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ประโยคเงื่อนไขคืออะไร (ประโยคที่มีคำเชื่อมว่า “ถ้า... แล้ว... โดยประโยคหลังคำว่า “ถ้า” เป็นเหตุ และประโยคหลังคำว่า “แล้ว” เป็นผล)</li> <li>- บทกลับของประโยคเงื่อนไขคืออะไร (การเขียนประโยคเงื่อนไขโดยนำผลของประโยคมาเขียนเป็นเหตุ และนำเหตุของประโยคมาเขียนเป็นผล)</li> <li>- คำเชื่อม “ก็ต่อเมื่อ” ใช้ได้กรณีใด (บทกลับของประโยคเงื่อนไขเป็นจริง)</li> </ul> <p>2. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปราย ว่าในการแก้ปัญหาในใบงาน นักเรียนต้องทำอะไร มีลำดับการทำอะไร ถึงได้คำตอบ แล้วคำตอบที่ได้เชื่อถือได้หรือไม่ต้องทำอะไร</p> <p>3. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายว่า กิจกรรมที่ทำในครั้ง นี้ ใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์อย่างไร หลังจากนั้นครูกล่าวว่า “ความสามารถในการสื่อสาร เป็นความสามารถในการรับและส่งสาร มีวัฒนธรรมในการใช้ภาษาถ่ายทอดความคิด ความรู้ความเข้าใจ ความรู้สึก และทัศนะของตนเองเพื่อแลกเปลี่ยนข้อมูลข่าวสารและประสบการณ์อันจะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาตนเองและสังคม” ซึ่งสอดคล้องกับการทำกิจกรรมในครั้งนี้</p>	

**การวัดผลประเมินผล**

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
เขียนประโยคเงื่อนไขและ บทกลับของประโยค เงื่อนไขได้	ตรวจ ใบงานที่ 1	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 1	ระดับ 1 เขียนประโยคเงื่อนไขและบทกลับของ ประโยคเงื่อนไขได้ถูกต้อง 1-4 ข้อ
การสื่อสารและ การสื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์			ระดับ 2 เขียนประโยคเงื่อนไขและบทกลับของ ประโยคเงื่อนไขได้ถูกต้อง 5-8 ข้อ
ความสามารถ ในการสื่อสาร			ระดับ 3 เขียนประโยคเงื่อนไขและบทกลับของ ประโยคเงื่อนไขได้ถูกต้อง 9-12 ข้อ
ใฝ่เรียนรู้	ตรวจ ใบงานที่ 1	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 1	ระดับ 4 เขียนประโยคเงื่อนไขและบทกลับของ ประโยคเงื่อนไขได้ถูกต้อง 13-17 ข้อ
มุ่งมั่นในการทำงาน			ระดับ 1 ทำใบงานน้อยกว่า 9 ข้อ ส่งช้ากว่ากำหนด
			ระดับ 2 ทำใบงานน้อยกว่า 9 ข้อ ส่งทันกำหนด
			ระดับ 3 ทำใบงานตั้งแต่ 10 ข้อขึ้นไป แต่ส่งช้ากว่ากำหนด
			ระดับ 4 ทำใบงานตั้งแต่ 10 ข้อขึ้นไป ส่งทันกำหนด

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

**ปัญหาและอุปสรรค**

.....

.....

.....

.....

**ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข**

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย**

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ทำได้ไหม**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางเรขาคณิต**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** เขียนประโยคเงื่อนไขและบทกลับของประโยคเงื่อนไขได้

1. จงเขียนบทกลับของประโยคเงื่อนไขต่อไปนี้

1) ถ้ารูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีส่วนสูงทั้งสามเส้นยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

.....

2) ถ้า  $\square ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน แล้วเส้นทแยงมุมทั้งสองเส้นของ  $\square ABCD$  ตัดกันเป็นมุมฉากและแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน

.....

.....

2. จงเขียนประโยคเงื่อนไขและบทกลับของประโยคเงื่อนไขที่ได้ในข้อ 1 ให้เป็นประโยคที่เชื่อมด้วย “ก็ต่อเมื่อ”

.....

.....

.....

.....

3. จงเขียนประโยคที่เชื่อมด้วย “ก็ต่อเมื่อ” ต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปประโยคเงื่อนไข

1) รูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ก็ต่อเมื่อ ด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมนั้นยาวเท่ากันสองคู่

.....

.....

.....

.....

2) รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีขนาดของมุมเท่ากันสองมุม ก็ต่อเมื่อ รูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

.....

.....

.....

.....

### เฉลยใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ทำได้ไหม

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางเรขาคณิต  
รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

จุดประสงค์ เขียนประโยคเงื่อนไขและบทกลับของประโยคเงื่อนไขได้

1. จงเขียนบทกลับของประโยคเงื่อนไขต่อไปนี้

- 1) ถ้ารูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีส่วนสูงทั้งสามเส้นยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า  
.....ถ้ารูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นมีส่วนสูงทั้งสามเส้นยาวเท่ากัน.....
- 2) ถ้า  $\square$  ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน แล้วเส้นทแยงมุมทั้งสองเส้นของ  $\square$  ABCD  
ตัดกันเป็นมุมฉากและแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน  
.....ถ้าเส้นทแยงมุมทั้งสองเส้นของ  $\square$  ABCD ตัดกันเป็นมุมฉากและแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน  
.....แล้ว  $\square$  ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน.....

2. จงเขียนประโยคเงื่อนไขและบทกลับของประโยคเงื่อนไขที่ได้ในข้อ 1 ให้เป็นประโยคที่เชื่อมด้วย “ก็ต่อเมื่อ”

- 1) รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีส่วนสูงทั้งสามเส้นยาวเท่ากัน ก็ต่อเมื่อ รูปสามเหลี่ยมนั้นเป็น  
.....รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า.....
- 2)  $\square$  ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน ก็ต่อเมื่อ เส้นทแยงมุมทั้งสองเส้นของ  
..... $\square$  ABCD ตัดกันเป็นมุมฉากและแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน.....

3. จงเขียนประโยคที่เชื่อมด้วย “ก็ต่อเมื่อ” ต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปประโยคเงื่อนไข

- 1) รูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ก็ต่อเมื่อ ด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมนั้นยาวเท่ากันสองคู่  
.....“ถ้ารูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน แล้วด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมนั้นยาวเท่ากัน สองคู่”  
.....และ.....“ถ้ารูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งมีด้านตรงข้ามยาวเท่ากันสองคู่ แล้วรูปสี่เหลี่ยมนั้นเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน”.....
- 2) รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีขนาดของมุมเท่ากันสองมุม ก็ต่อเมื่อ รูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว  
.....“ถ้ารูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีขนาดของมุมเท่ากันสองมุม แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็น รูปสามเหลี่ยม  
.....หน้าจั่ว” และ.....“ถ้ารูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นมีความ  
.....ของมุมเท่ากันสองมุม”.....

**ใบงานที่ 1 เรื่อง ประโยคเงื่อนไขและบทกลับของประโยคเงื่อนไข**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางเรขาคณิต**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** เขียนประโยคเงื่อนไขและบทกลับของประโยคเงื่อนไขได้

1. จงเขียนบทกลับของประโยคเงื่อนไขต่อไปนี้

- (1) ถ้า  ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน แล้วเส้นทแยงมุมทั้งสองเส้นของ  ABCD ตัดกันเป็นมุมฉาก และแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน

.....  
 .....

- (2) ถ้า  ABCD มีด้านตรงข้ามยาวเท่ากันสองคู่ แล้ว  ABCD จะเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

.....  
 .....

- (3) ถ้า  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว แล้ว  $\triangle ABC$  จะมีด้านยาวเท่ากัน 2 ด้าน

.....  
 .....

- (4) ถ้า  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมป้าน แล้ว  $\triangle ABC$  จะมีมุมมุมหนึ่งเป็นมุมป้าน

.....  
 .....

- (5) ถ้า  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก แล้ว  $\triangle ABC$  จะมีมุมมุมหนึ่งเป็นมุมฉาก

.....  
 .....

- (6) ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน แล้วเส้นตรงสองเส้นนั้นจะอยู่บนระนาบเดียวกันและไม่ตัดกัน

.....  
 .....

2. จงเขียนประโยคเงื่อนไขและบทกลับของประโยคเงื่อนไขที่ได้ในข้อ 1 เป็นประโยคที่เชื่อมด้วย “ก็ต่อเมื่อ”

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....



3. จงเขียนประโยคที่เชื่อมด้วย “ก็ต่อเมื่อ” ต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปประโยคเงื่อนไข พร้อมทั้งเขียนบทกลับของประโยคเงื่อนไข

(1)  $\square ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ก็ต่อเมื่อ  $\square ABCD$  มีมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก

ประโยคเงื่อนไข

.....

บทกลับ

.....

(2)  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ก็ต่อเมื่อ  $\triangle ABC$  มีด้านสามด้านยาวเท่ากัน

ประโยคเงื่อนไข

.....

บทกลับ

.....

(3) เส้นตรงสองเส้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ เส้นตรงสองเส้นนั้นอยู่บนระนาบเดียวกันและไม่ตัดกัน

ประโยคเงื่อนไข

.....

บทกลับ

.....

(4) ด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งจะยาวเท่ากัน ก็ต่อเมื่อ มุมที่อยู่ตรงข้ามด้านทั้งสองนั้นมีขนาดเท่ากัน

ประโยคเงื่อนไข

.....

.....

บทกลับ

.....

.....

(5) รูปสี่เหลี่ยมใดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ก็ต่อเมื่อ รูปสี่เหลี่ยมนั้นมีมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก และมีด้านทุกด้านยาวเท่ากัน

ประโยคเงื่อนไข

.....

.....

บทกลับ

.....

.....

**เฉลยใบงานที่ 1 เรื่อง ประโยคเงื่อนไขและบทกลับของประโยคเงื่อนไข**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางเรขาคณิต**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** เขียนประโยคเงื่อนไขและบทกลับของประโยคเงื่อนไขได้

1. จงเขียนบทกลับของประโยคเงื่อนไขต่อไปนี้

- (1) ถ้า  $\square$  ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน แล้ว เส้นทแยงมุมทั้งสองเส้นของ  $\square$  ABCD ตัดกันเป็นมุมฉาก และแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน  
 ..... ถ้าเส้นทแยงมุมทั้งสองเส้นของ  $\square$  ABCD ตัดกันเป็นมุมฉาก และแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน .....  
 ..... แล้ว  $\square$  ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน .....
- (2) ถ้า  $\square$  ABCD มีด้านตรงข้ามยาวเท่ากันสองคู่ แล้ว  $\square$  ABCD จะเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน  
 ..... ถ้า  $\square$  ABCD จะเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน แล้ว  $\square$  ABCD มีด้านตรงข้ามยาวเท่ากันสองคู่ .....
- (3) ถ้า  $\triangle$  ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว แล้ว  $\triangle$  ABC จะมีด้านยาวเท่ากัน 2 ด้าน  
 ..... ถ้า  $\triangle$  ABC จะมีด้านยาวเท่ากัน 2 ด้าน แล้ว  $\triangle$  ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว .....
- (4) ถ้า  $\triangle$  ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมป้าน แล้ว  $\triangle$  ABC จะมีมุมมุมหนึ่งเป็นมุมป้าน  
 ..... ถ้า  $\triangle$  ABC จะมีมุมมุมหนึ่งเป็นมุมป้าน แล้ว  $\triangle$  ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมป้าน .....
- (5) ถ้า  $\triangle$  ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก แล้ว  $\triangle$  ABC จะมีมุมมุมหนึ่งเป็นมุมฉาก  
 ..... ถ้า  $\triangle$  ABC จะมีมุมมุมหนึ่งเป็นมุมฉาก แล้ว  $\triangle$  ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก .....
- (6) ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน แล้วเส้นตรงสองเส้นนั้นจะอยู่บนระนาบเดียวกันและไม่ตัดกัน  
 ..... ถ้าเส้นตรงสองเส้นอยู่บนระนาบเดียวกันและไม่ตัดกัน แล้วเส้นตรงสองเส้นนั้นขนานกัน .....

2. จงเขียนประโยคเงื่อนไขและบทกลับของประโยคเงื่อนไขที่ได้ในข้อ 1 เป็นประโยคที่เชื่อมด้วย “ก็ต่อเมื่อ”

- (1)  $\square$  ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน ก็ต่อเมื่อ เส้นทแยงมุมทั้งสองเส้นของ  $\square$  ABCD ตัดกันเป็นมุมฉาก และแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน .....
- (2)  $\square$  ABCD มีด้านตรงข้ามยาวเท่ากันสองคู่ ก็ต่อเมื่อ  $\square$  ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน .....
- (3)  $\triangle$  ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ก็ต่อเมื่อ  $\triangle$  ABC มีด้านยาวเท่ากัน 2 ด้าน .....
- (4)  $\triangle$  ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมป้าน ก็ต่อเมื่อ  $\triangle$  ABC มีมุมมุมหนึ่งเป็นมุมป้าน .....
- (5)  $\triangle$  ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ก็ต่อเมื่อ  $\triangle$  ABC จะมีมุมมุมหนึ่งเป็นมุมฉาก .....
- (6) เส้นตรงสองเส้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ เส้นตรงสองเส้นนั้นอยู่บนระนาบเดียวกันและไม่ตัดกัน .....

3. จงเขียนประโยคที่เชื่อมด้วย “ก็ต่อเมื่อ” ต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปประโยคเงื่อนไข พร้อมทั้งเขียนบทกลับของประโยคเงื่อนไข

(1)  ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ก็ต่อเมื่อ  ABCD มีมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก

**ประโยคเงื่อนไข** ถ้า  ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก แล้ว  ABCD มีมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก

**บทกลับ** ถ้า  ABCD มีมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก แล้ว  ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

(2)  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ก็ต่อเมื่อ  $\triangle ABC$  มีด้านสามด้านยาวเท่ากัน

**ประโยคเงื่อนไข** ถ้า  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า แล้ว  $\triangle ABC$  มีด้านสามด้านยาวเท่ากัน

**บทกลับ** ถ้า  $\triangle ABC$  มีด้านสามด้านยาวเท่ากัน แล้ว  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

(3) เส้นตรงสองเส้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ เส้นตรงสองเส้นนั้นอยู่บนระนาบเดียวกันและไม่ตัดกัน

**ประโยคเงื่อนไข** ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน แล้วเส้นตรงสองเส้นนั้นอยู่บนระนาบเดียวกันและไม่ตัดกัน

**บทกลับ** ถ้าเส้นตรงสองเส้นอยู่บนระนาบเดียวกันและไม่ตัดกัน แล้วเส้นตรงสองเส้นนั้นขนานกัน

(4) ด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งจะยาวเท่ากัน ก็ต่อเมื่อ มุมที่อยู่ตรงข้ามด้านทั้งสองนั้นมีขนาดเท่ากัน

**ประโยคเงื่อนไข** ถ้าด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งยาวเท่ากัน แล้วมุมที่อยู่ตรงข้ามด้านทั้งสองนั้นมีขนาดเท่ากัน

**บทกลับ** ถ้ามุมที่อยู่ตรงข้ามด้านทั้งสองของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีขนาดเท่ากัน แล้วด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมรูปนั้นจะยาวเท่ากัน

(5) รูปสี่เหลี่ยมใดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ก็ต่อเมื่อ รูปสี่เหลี่ยมนั้นมีมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก และมีด้านทุกด้านยาวเท่ากัน

**ประโยคเงื่อนไข** ถ้ารูปสี่เหลี่ยมใดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส แล้วรูปสี่เหลี่ยมนั้นมีมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก และมีด้านทุกด้านยาวเท่ากัน

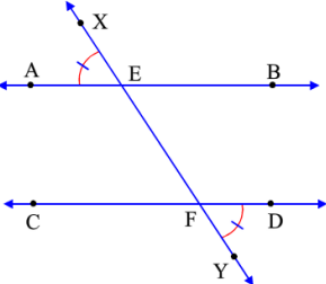
**บทกลับ** ถ้ารูปสี่เหลี่ยมใดมีมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก และมีด้านทุกด้านยาวเท่ากัน แล้วรูปสี่เหลี่ยมนี้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส



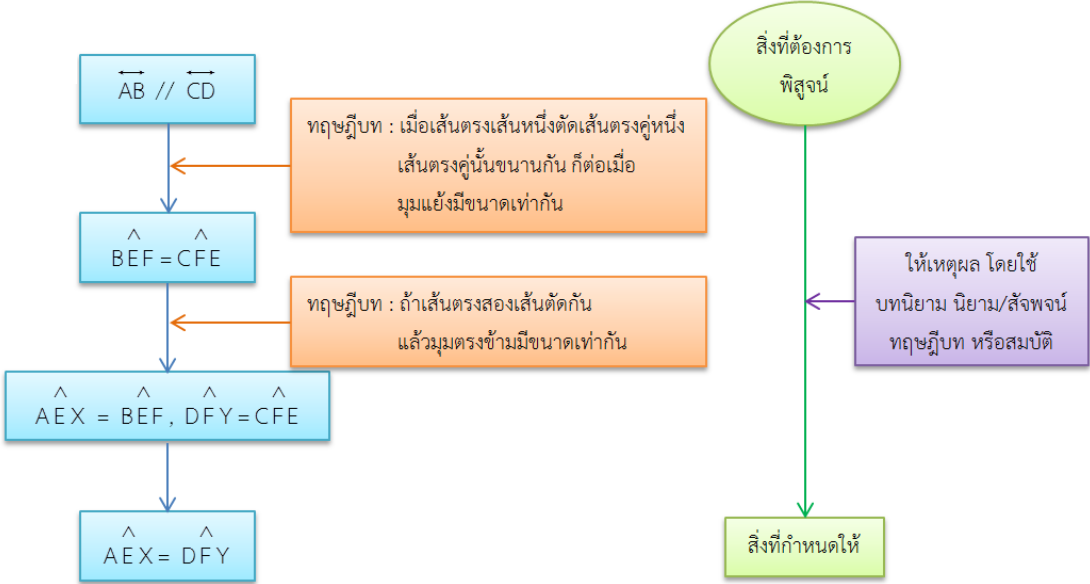
<p><b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2</b></p> <p><b>เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต</b></p> <p><b>รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</b></p>		<p><b>เวลา 1 ชั่วโมง</b></p> <p><b>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</b></p>
<p><b>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต</b></p> <p><b>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</b></p>		
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b></p> <p>ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับ การให้เหตุผลทางเรขาคณิต</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b></p> <p><b>ด้านความรู้</b> เขียนการให้เหตุผล ทางเรขาคณิตได้</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. การให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์</li> <li>2. การสื่อสารและการสื่อ ความหมายทาง คณิตศาสตร์</li> </ol> <p><b>ด้านเจตคติ</b></p> <p>-</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>2. ครูเชื่อมโยงแนวคิดพื้นฐานเกี่ยวกับระบบการพิสูจน์ให้นักเรียนเข้าใจซึ่งแสดงด้วยแผนภาพ ดังนี้</li> </ol> <div style="text-align: center; border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <p>คำอธิบาย บทนิยาม สัจพจน์ สมบัติที่ทราบแล้วทางคณิตศาสตร์</p> </div> <div style="font-size: 2em;">→</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <p>ทฤษฎีบท หรือ สมบัติใหม่ทางคณิตศาสตร์</p> </div> </div> <p style="text-align: center; margin-top: 5px;">ให้เหตุผล</p> </div> <p style="color: red; text-align: center;">(คำอธิบาย บทนิยาม สัจพจน์ อย่างใดอย่างหนึ่งหรือหลายอย่างประกอบกันในการให้เหตุผลเพื่อพิสูจน์ข้อความต่าง ๆ ว่าเป็นจริงหรือไม่เป็นจริง ข้อความที่พิสูจน์ได้ว่าเป็นจริง อาจนำมาสรุปเป็นทฤษฎีบทหรือสมบัติทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำไปใช้อ้างอิงในการให้เหตุผลและสร้างทฤษฎีบทใหม่ต่อไปได้)</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>3. ครูแนะนำนักเรียนว่า การพิสูจน์ข้อความหรือโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ ดำเนินการเป็นขั้นตอนดังต่อไปนี้</li> </ol> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) อ่านและทำความเข้าใจข้อความหรือโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ โดยการพิจารณาว่าโจทย์ กำหนดอะไรบ้างและต้องการให้พิสูจน์อะไร</li> </ol>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b></p> <p>-</p> <p><b>สื่อ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ใบความรู้ที่ 1 เรื่อง การให้ เหตุผลทางเรขาคณิต</li> <li>2. ใบงานที่ 2 เรื่อง การให้ เหตุผลทางเรขาคณิต</li> </ol> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b></p> <p>ใบงานที่ 2 เรื่อง การให้ เหตุผลทางเรขาคณิต</p>

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2		เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต	เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	
<p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b>                      ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต</p> <p><b>คุณลักษณะของผู้เรียน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ใฝ่เรียนรู้</li> <li>2. มุ่งมั่นในการทำงาน</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>2) วิเคราะห์ย้อนกลับจากผลหรือสิ่งที่โจทย์ต้องการให้พิสูจน์ไปหาเหตุหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ โดยพิจารณาว่าในแต่ละขั้นที่เป็นผลย่อย ๆ ก่อนผลสุดท้ายนั้นต้องเกิดจากเหตุอันใดบ้าง และจากเหตุนั้น ต้องอาศัยบทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบทหรือสมบัติทางคณิตศาสตร์ใดบ้างมาประกอบเพื่ออ้างอิงไปสู่ผล ย่อย ๆ เหล่านั้น ทำเช่นนี้เรื่อย ๆ จนกว่าผลย่อย ๆ นั้นมาจากเหตุที่เป็นสิ่งที่โจทย์กำหนดให้</li> <li>3) การเขียนแสดงการพิสูจน์จากเหตุหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ผนวกกับเหตุผลตามที่วิเคราะห์ได้ มาเขียนตามลำดับเหตุและผลจนได้ผลสุดท้ายเป็นสิ่งที่โจทย์ต้องการให้พิสูจน์</li> </ol> <p>การวิเคราะห์ย้อนกลับและลำดับขั้นการเขียนแสดงการพิสูจน์แสดงได้ด้วยแผนภาพ ดังนี้</p> <div style="text-align: center;"> <p><b>การวิเคราะห์ย้อนกลับและการเขียนแสดงการพิสูจน์</b></p> <pre>                     graph TD                         A([สิ่งที่ต้องการพิสูจน์]) --&gt; B[สิ่งที่กำหนดให้]                         C[ให้เหตุผล] -.-&gt; AB[ ]                         D[บทนิยาม/สัจพจน์/ทฤษฎีบท หรือ สมบัติทางคณิตศาสตร์] --&gt; AB                         style AB width:0px,height:0px                     </pre> </div>	

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนกลุ่มละ 3-4 คน โดยคละความสามารถ เก่ง ปานกลาง อ่อน เพื่อร่วมกันศึกษาใบความรู้ที่ 1</li> <li>ครูใช้การถาม – ตอบ ประกอบการอธิบาย เพื่อตรวจสอบความเข้าใจดังนี้ <ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>อนิยาม</b> คืออะไร (คำหรือข้อความที่มีการตกลงกันว่า ไม่ต้องให้ความหมายหรือ คำจำกัดความ เช่น จุด เส้นตรง ระนาบ)</li> <li>- <b>บทนิยาม</b> คืออะไร (คำหรือข้อความที่มีการให้ความหมายหรือคำจำกัดความไว้อย่างชัดเจน เพื่อ ทุกคนจะได้มีความเข้าใจถูกต้องตรงกัน)</li> <li>- ให้นักเรียนยกตัวอย่างของบทนิยามที่ได้จากการศึกษา <ul style="list-style-type: none"> <li>(<b>รังสี</b> คือ ส่วนหนึ่งของเส้นตรง ซึ่งมีจุดปลายเพียงจุดเดียว</li> <li><b>รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส</b> คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก และมีด้านทุกด้านยาวเท่ากัน</li> <li><b>มุมตรง</b> คือ มุมที่แขนทั้งสองของมุมอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน ซึ่งมีขนาด 2 มุมฉาก หรือ 180 องศา</li> <li><b>รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว</b> คือ รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาวเท่ากันสองด้าน</li> <li><b>รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน</b> คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามขนานกันสองคู่</li> </ul> </li> </ul> </li> <li>ครูใช้คำถามถามนำเพื่อหาคำตอบ ตัวอย่างที่ 1-2</li> <li>ครูนำแนวการพิสูจน์ที่ได้กล่าวไว้ในบทนำมาอธิบาย โดยยกตัวอย่างที่ 3 ให้นักเรียนเห็นลำดับขั้นตอนการวิเคราะห์เพื่อเขียนการพิสูจน์ ดังนี้</li> </ol>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p style="text-align: center;"><b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2</b> <b>เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต</b> <b>รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</b></p>	<p style="text-align: right;">เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</p>
	<div style="text-align: center;">  </div> <p>กำหนดให้ <math>\overleftrightarrow{XY}</math> ตัด <math>\overleftrightarrow{AB}</math> และ <math>\overleftrightarrow{CD}</math> ที่จุด E และ จุด F ตามลำดับ และ</p> $\hat{AEX} = \hat{DFY}$ <p>ต้องการพิสูจน์ว่า <math>\overleftrightarrow{AB}</math> ขนานกับ <math>\overleftrightarrow{CD}</math></p> <p>5. ในการวิเคราะห์ย้อนกลับ ครูใช้การถาม-ตอบจากสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ เชื่อมโยงไปสู่สิ่งที่กำหนดให้อาจใช้ตัวอย่างคำถาม เช่น</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) โจทย์ต้องการพิสูจน์ข้อความใด (<math>\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}</math>)</li> <li>2) มีเงื่อนไขใดบ้างที่ทำให้สรุปได้ว่า <math>\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}</math> และควรใช้เงื่อนไขใด</li> </ol> <p>(เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน หรือเมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาด เท่ากัน หรือ เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันได้ 180 องศา และในกรณีนี้ ควรใช้เงื่อนไขในเรื่องมุมแย้ง)</p>	



<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</p>	<p>เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</p>
	<p>3) ถ้าจะพิสูจน์ว่า <math>\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}</math> โดยใช้เงื่อนไขเกี่ยวกับมุมแย้งมีขนาดเท่ากันจะต้องแสดงว่ามีมุมคู่อื่นมีขนาดเท่ากัน (<math>\hat{BEF} = \hat{CFE}</math> หรือ <math>\hat{AEF} = \hat{DFE}</math>)</p> <p>4) ถ้าจะแสดงว่า <math>\hat{BEF} = \hat{CFE}</math> สามารถนำข้อมูลใดมาใช้ (<math>\hat{AEX} = \hat{BEF}</math>, <math>\hat{DFY} = \hat{CFE}</math> เนื่องจากแต่ละคู่เป็นมุมตรงข้ามกันและกำหนดให้ <math>\hat{AEX} = \hat{DFY}</math>) การวิเคราะห์ย้อนกลับข้างต้นแสดงได้ด้วยแผนภาพดังนี้</p>  <pre> graph TD     A["AB // CD"] --&gt; B["BEF = CFE"]     B --&gt; C["AEX = BEF, DFY = CFE"]     C --&gt; D["AEX = DFY"]          E["สิ่งที่ต้องการ พิสูจน์"] --&gt; F["สิ่งที่กำหนดให้"]     F --&gt; G["ให้เหตุผล โดยใช้ บทนิยาม นิยาม/สังพจน์ ทฤษฎีบท หรือสมบัติ"]     G --&gt; B          H["ทฤษฎีบท : เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน"] --&gt; A     I["ทฤษฎีบท : ถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดกัน แล้วมุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน"] --&gt; B     </pre>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</p>	<p>เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</p>
	<p>6. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันหาคำตอบจากใบงานที่ 2</p> <p>7. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปราย แล้วร่วมสรุปวิธีการหาคำตอบที่ได้จากการทำใบงานที่ 2</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปราย ว่าในการแก้ปัญหาในใบงาน นักเรียนต้องทำอะไร มีลำดับการทำอะไร อย่างไร ถึงได้คำตอบ แล้วคำตอบที่ได้เชื่อถือได้หรือไม่ต้องทำอะไร</p> <p>2. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายว่า กิจกรรมที่ทำในครั้ง นี้ ใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์อย่างไร หลังจากนั้น ครูกล่าวว่า “การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการให้เหตุผล รับฟังและให้เหตุผล สนับสนุน หรือโต้แย้งเพื่อนำไปสู่การสรุป โดยมีข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์รองรับ” ซึ่งสอดคล้องกับการทำกิจกรรมในครั้งนี้</p>	

## การวัดผลประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
เขียนการให้เหตุผลทางเรขาคณิตได้	ตรวจ ใบงานที่ 2	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 2	ระดับ 1 แสดงวิธีทำและหาคำตอบได้ถูกต้อง ครบถ้วน 0 ข้อ ระดับ 2 แสดงวิธีทำและหาคำตอบได้ถูกต้อง ครบถ้วน 1 ข้อ ระดับ 3 แสดงวิธีทำและหาคำตอบได้ถูกต้อง ครบถ้วน 2 ข้อ ระดับ 4 แสดงวิธีทำและหาคำตอบได้ถูกต้อง ครบถ้วน 3 ข้อ
การให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์	ตรวจ ใบงานที่ 2	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 2	ระดับ 1 มีการอ้างอิงได้ถูกต้องครบถ้วน 0 ข้อ
การสื่อสารและ การสื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์			ระดับ 2 มีการอ้างอิงได้ถูกต้องครบถ้วน 1 ข้อ ระดับ 3 มีการอ้างอิงได้ถูกต้องครบถ้วน 2 ข้อ ระดับ 4 มีการอ้างอิงได้ถูกต้องครบถ้วน 3 ข้อ
ใฝ่เรียนรู้	ตรวจ ใบงานที่ 2	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 2	ระดับ 1 ทำใบงานได้ถูกต้อง 0 ข้อ
มุ่งมั่นในการทำงาน			ระดับ 2 ทำใบงานได้ถูกต้อง 1 ข้อ
			ระดับ 3 ทำใบงานได้ถูกต้อง 2 ข้อ ระดับ 4 ทำใบงานได้ถูกต้อง 3 ข้อ

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ใบความรู้ที่ 1 เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** เขียนการให้เหตุผลทางเรขาคณิตได้

**การให้เหตุผลทางเรขาคณิต**

การให้เหตุผลทางเรขาคณิตมีความเกี่ยวข้องกับ คำนิยาม บทนิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท

**1. อนิยาม** คือ คำหรือข้อความที่มีการตกลงกันว่า ไม่ต้องให้ความหมายหรือคำจำกัดความ เช่น จุด เส้นตรง ระนาบ

**2. บทนิยาม** คือ คำหรือข้อความที่มีการให้ความหมายหรือคำจำกัดความไว้อย่างชัดเจน เพื่อทุกคนจะได้มีความเข้าใจถูกต้องตรงกัน

ตัวอย่างของบทนิยาม เช่น

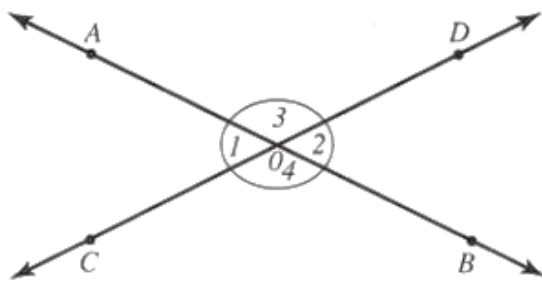
- **รังสี** คือ ส่วนหนึ่งของเส้นตรง ซึ่งมีจุดปลายเพียงจุดเดียว
- **รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส** คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีมุมทุกมุมเป็นมุมฉากและมีด้านทุกด้านยาวเท่ากัน
- **มุมตรง** คือ มุมที่แขนทั้งสองของมุมอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน ซึ่งมีขนาด 2 มุมฉาก หรือ 180 องศา
- **รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว** คือ รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาวเท่ากันสองด้าน
- **รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน** คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามขนานกันสองคู่

**3. สัจพจน์** คือ ข้อความที่ตกลงกันหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์และนำไปใช้อ้างเพื่อการพิสูจน์ข้อความอื่นว่าเป็นจริงได้ เช่น

- มีเส้นตรงเพียงเส้นเดียวเท่านั้นที่ผ่านจุดสองจุดที่กำหนดให้
- ปลายทั้งสองของเส้นตรงอาจถูกต่อออกไปได้ไม่จำกัดความยาว
- เส้นตรงสองเส้นตัดกันเพียงจุดเดียวเท่านั้น
- ส่วนของเส้นตรงเส้นหนึ่งมีจุดกึ่งกลางได้เพียงจุดเดียวเท่านั้น
- รัศมีของวงกลมเดียวกันหรือวงกลมที่เท่ากันจะมีขนาดเท่ากัน

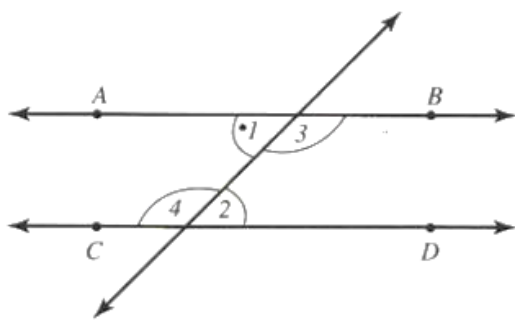
**4. ทฤษฎีบท** แทนข้อความที่ยอมรับว่าเป็นจริง โดยข้อความเหล่านั้นได้มีการพิสูจน์ โดยอาศัย อนิยาม บทนิยาม สัจพจน์ และวิธีการอย่างมีเหตุผล และข้อพิสูจน์นั้นเป็นการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผล เช่น

**ทฤษฎีบท 1** ถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดกัน แล้วขนาดของมุมตรงข้ามย่อมเท่ากัน



เหตุ :  $\overleftrightarrow{AB}$  ตัดกับ  $\overleftrightarrow{CD}$  ที่จุด  $O$   
 $\hat{\phantom{1}} \hat{\phantom{2}} \quad \hat{\phantom{3}} \hat{\phantom{4}}$   
 ผล :  $1 = 2$  และ  $3 = 4$

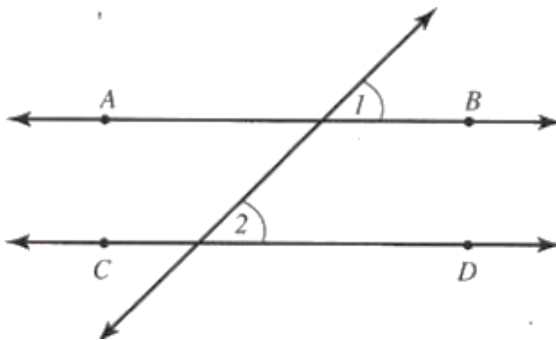
**ทฤษฎีบท 2** เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งเส้นตรงคู่ขนานกัน ก็ต่อเมื่อ มุมแย้งที่เกิดขึ้นมีขนาดเท่ากัน



1. เหตุ :  $\overleftrightarrow{AB}$  ขนานกับ  $\overleftrightarrow{CD}$   
 $\hat{\phantom{1}} \hat{\phantom{2}} \quad \hat{\phantom{3}} \hat{\phantom{4}}$   
 ผล :  $1 = 2$  และ  $3 = 4$

2. เหตุ :  $\hat{\phantom{1}} \hat{\phantom{2}} \quad \hat{\phantom{3}} \hat{\phantom{4}}$   
 ผล :  $\overleftrightarrow{AB}$  ขนานกับ  $\overleftrightarrow{CD}$

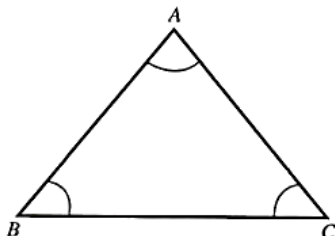
**ทฤษฎีบท 3** เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่ขนานกัน ก็ต่อเมื่อ มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน



1. เหตุ :  $\overleftrightarrow{AB}$  ขนานกับ  $\overleftrightarrow{CD}$   
 $\hat{\phantom{1}} \hat{\phantom{2}}$   
 ผล :  $1 = 2$

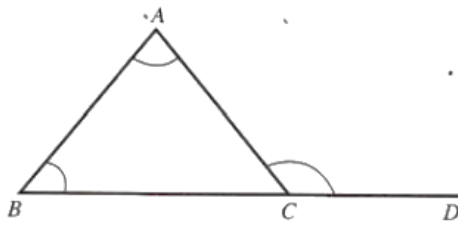
2. เหตุ :  $\hat{\phantom{1}} \hat{\phantom{2}}$   
 ผล :  $\overleftrightarrow{AB}$  ขนานกับ  $\overleftrightarrow{CD}$

**ทฤษฎีบท 4** ผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมใดๆ เท่ากับ 180 องศา



เหตุ : ABC เป็นรูปสามเหลี่ยม  
 $\hat{\phantom{A}} \hat{\phantom{B}} \hat{\phantom{C}}$   
 ผล :  $A + B + C = 180^\circ$

**ทฤษฎีบท 5** ถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไป มุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น



เหตุ : ต่อ  $\overline{BC}$  ออกไปทางจุด C ถึงจุด D

$$\text{ผล : } \overset{\wedge}{A}CD = \overset{\wedge}{B}AC + \overset{\wedge}{A}BC$$

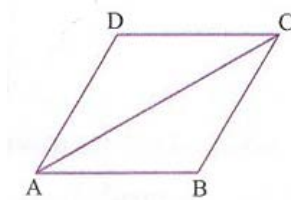
การพิสูจน์ข้อความทางคณิตศาสตร์ที่เป็นประโยคเงื่อนไข แบ่งเป็น 2 กรณี คือ

1. การพิสูจน์ว่าข้อความเป็นจริง
2. การพิสูจน์ว่าข้อความไม่เป็นจริง

โดยทั่วไป การพิสูจน์ว่าข้อความเป็นจริงนั้น จะต้องให้เหตุผลเพื่อแสดงว่า เมื่อเหตุเป็นจริงแล้วเหตุนั้นทำให้ผลเป็นจริงเสมอ โดยเริ่มจากสิ่งที่กำหนดให้แล้วอาศัยบทนิยาม สัจพจน์ ข้อความที่เคยพิสูจน์ว่าเป็นจริง และสมบัติต่าง ๆ ใดๆ อย่างใดอย่างหนึ่งหรือหลายอย่างประกอบกันมาให้เหตุผล เพื่อสรุปให้ได้ว่าผลที่ต้องการพิสูจน์เป็นจริง

สำหรับการพิสูจน์ว่า ข้อความไม่เป็นจริงนั้นเรามีวิธีง่าย ๆ คือยกตัวอย่างที่เป็นจริงตาม สิ่งที่กำหนดให้หรือเหตุ แต่ผลสรุปที่ได้ไม่เป็นจริง เรียกตัวอย่างเช่นนี้ว่า **ตัวอย่างค้าน**

**ตัวอย่างที่ 1** กำหนดให้  $\square ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน โดยมี  $\overline{AC}$  เป็นเส้นทแยงมุม  
จงพิสูจน์ว่า  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

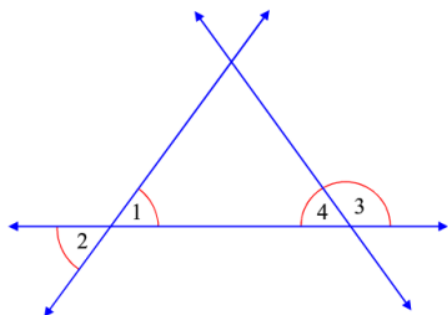


กำหนดให้  $\square ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน  $\overline{AC}$  เป็นเส้นทแยงมุม  
ต้องการพิสูจน์ว่า  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

**พิสูจน์**

เนื่องจาก  $\square ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน (กำหนดให้)  
 $AB = CB$  (รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนมีด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน)  
 ดังนั้น  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว (รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาวเท่ากันสองด้าน  
 เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว)

ตัวอย่างที่ 2 จากรูปที่กำหนดให้  $\hat{1} = \hat{4}$  จงพิสูจน์ว่า  $\hat{3} + \hat{2} = 180^\circ$



กำหนดให้  $\hat{1} = \hat{4}$

ต้องการพิสูจน์ว่า  $\hat{3} + \hat{2} = 180^\circ$

พิสูจน์

เนื่องจาก  $\hat{1} = \hat{4}$  (กำหนดให้)

$\hat{1} = \hat{2}$  (ถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดกัน แล้วมุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน)

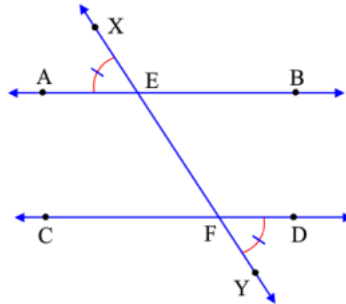
ดังนั้น  $\hat{4} = \hat{2}$  (สมบัติของการเท่ากัน)

เนื่องจาก  $\hat{3} + \hat{4} = 180^\circ$  (ขนาดของมุมตรง)

ดังนั้น  $\hat{3} + \hat{2} = 180^\circ$  (สมบัติของการเท่ากัน โดยแทน  $\hat{4}$  ด้วย  $\hat{2}$ )



ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้  $\overleftrightarrow{XY}$  ตัด  $\overleftrightarrow{AB}$  และ  $\overleftrightarrow{CD}$  ที่จุด E และ F ตามลำดับ และ  $\hat{AEX} = \hat{DFY}$   
จงพิสูจน์ว่า  $\overleftrightarrow{AB}$  ขนานกับ  $\overleftrightarrow{CD}$



กำหนดให้  $\overleftrightarrow{XY}$  ตัด  $\overleftrightarrow{AB}$  และ  $\overleftrightarrow{CD}$  ที่จุด E และ F ตามลำดับ และ  $\hat{AEX} = \hat{DFY}$

ต้องการพิสูจน์ว่า  $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$

พิสูจน์

เนื่องจาก  $\hat{AEX} = \hat{DFY}$  (กำหนดให้)

$\hat{AEX} = \hat{BEF}$  และ  $\hat{DFY} = \hat{CFE}$  (ถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดกัน แล้วมุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน)

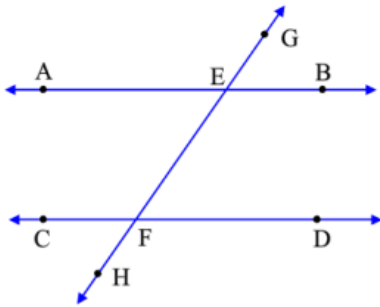
ดังนั้น  $\hat{BEF} = \hat{CFE}$  (สมบัติของการเท่ากัน)

นั่นคือ  $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$  (ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน)

**ใบงานที่ 2 เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต**  
**หน่วยที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** เขียนการให้เหตุผลทางเรขาคณิตได้

1. กำหนดให้  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ ,  $\overleftrightarrow{GH}$  ตัด  $\overleftrightarrow{AB}$  และ  $\overleftrightarrow{CD}$  ที่จุด E และจุด F ตามลำดับ



จงพิสูจน์ว่า

1)  $\hat{GEA} = \hat{DFH}$

2)  $\hat{GEB} + \hat{CFE} = 180^\circ$

กำหนดให้  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ ,  $\overleftrightarrow{GH}$  ตัด  $\overleftrightarrow{AB}$  และ  $\overleftrightarrow{CD}$  ที่จุด E และจุด F ตามลำดับ

ต้องการพิสูจน์ว่า 1)  $\hat{GEA} = \hat{DFH}$

2)  $\hat{GEB} + \hat{CFE} = 180^\circ$

พิสูจน์

1) เนื่องจาก  $\hat{GEA} = \hat{CFE}$  .....

.....

.....

.....

และ  $\hat{CFE} = \hat{DFH}$  .....

.....

ดังนั้น  $\hat{GEA} = \hat{DFH}$  .....

2) เนื่องจาก  $\hat{GEA} + \hat{GEB} = 180^\circ$  .....

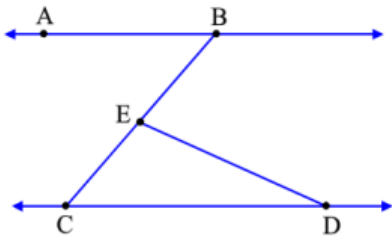
.....

ดังนั้น  $\hat{GEB} + \hat{CFE} = 180^\circ$  .....

.....

.....

2.



จากรูป กำหนดให้  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

และ  $\overline{DE}$  ตัด  $\overline{BC}$  ที่จุด E

จงพิสูจน์ว่า  $\hat{BED} = \hat{ABE} + \hat{EDC}$

กำหนดให้ .....

ต้องการพิสูจน์ว่า .....

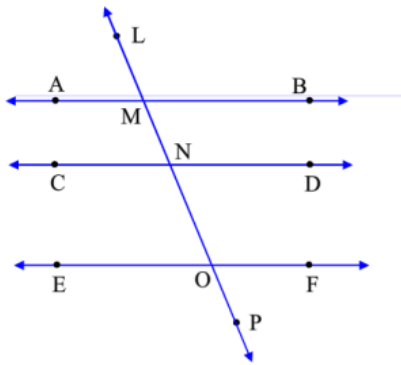
พิสูจน์

เนื่องจาก  $\hat{ABE} = \hat{DCB}$  .....

และ  $\hat{BED} = \hat{DCB} + \hat{EDC}$  .....

ดังนั้น  $\hat{BED} = \hat{ABE} + \hat{EDC}$  .....

3.



กำหนดให้  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$  และ  $\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{EF}$

$\overleftrightarrow{LP}$  ตัด  $\overleftrightarrow{AB}$ ,  $\overleftrightarrow{CD}$  และ  $\overleftrightarrow{EF}$  ที่จุด M, N และ O ตามลำดับ

1)  $\hat{EON} = \hat{BMN}$

2)  $\hat{AMN} + \hat{EON} = 180^\circ$

3)  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{EF}$

กำหนดให้ .....

ต้องการพิสูจน์ว่า .....

พิสูจน์

1) เนื่องจาก  $\hat{BMN} = \hat{CNM}$  .....

และ  $\hat{CNM} = \hat{EON}$  .....

ดังนั้น  $\hat{EON} = \hat{BMN}$  .....

2) เนื่องจาก  $\hat{AMN} + \hat{BMN} = 180^\circ$  .....

จะได้  $\hat{AMN} + \hat{EON} = 180^\circ$  .....

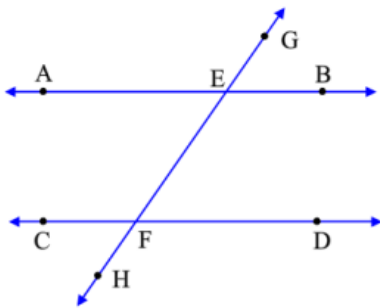
3) ดังนั้น  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{EF}$  .....

### เฉลยใบงานที่ 2 เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต

หน่วยที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต  
รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

จุดประสงค์ เขียนการให้เหตุผลทางเรขาคณิตได้

1. กำหนดให้  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ ,  $\overleftrightarrow{GH}$  ตัด  $\overleftrightarrow{AB}$  และ  $\overleftrightarrow{CD}$  ที่จุด E และจุด F ตามลำดับ



จงพิสูจน์ว่า

$$1) \hat{GEA} = \hat{DFH}$$

$$2) \hat{GEB} + \hat{CFE} = 180^\circ$$

กำหนดให้  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ ,  $\overleftrightarrow{GH}$  ตัด  $\overleftrightarrow{AB}$  และ  $\overleftrightarrow{CD}$  ที่จุด E และจุด F ตามลำดับ

ต้องการพิสูจน์ว่า 1)  $\hat{GEA} = \hat{DFH}$

$$2) \hat{GEB} + \hat{CFE} = 180^\circ$$

พิสูจน์

1) เนื่องจาก  $\hat{GEA} = \hat{CFE}$

(ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้าม บนข้างเดียวกันของเส้นตัด มีขนาดเท่ากัน).....

และ  $\hat{CFE} = \hat{DFH}$

(ถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดกัน แล้วมุมตรงข้าม มีขนาดเท่ากัน).....

ดังนั้น  $\hat{GEA} = \hat{DFH}$

(สมบัติของการเท่ากัน).....

2) เนื่องจาก  $\hat{GEA} + \hat{GEB} = 180^\circ$

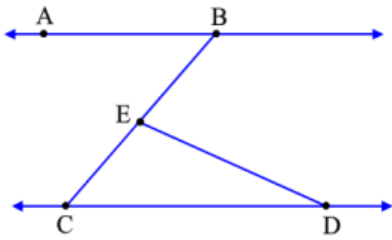
(ขนาดของมุมตรง)

ดังนั้น  $\hat{GEB} + \hat{CFE} = 180^\circ$

(สมบัติของการเท่ากัน).....

โดยแทน  $\hat{GEA}$  ด้วย  $\hat{CFE}$ .....

2.



จากรูป กำหนดให้  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

และ  $\overline{DE}$  ตัด  $\overline{BC}$  ที่จุด E

จงพิสูจน์ว่า  $\hat{BED} = \hat{ABE} + \hat{EDC}$

กำหนดให้  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$  และ  $\overline{DE}$  ตัด  $\overline{BC}$  ที่จุด E

ต้องการพิสูจน์ว่า  $\hat{BED} = \hat{ABE} + \hat{EDC}$

พิสูจน์

เนื่องจาก  $\hat{ABE} = \hat{DCB}$

(ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด  
แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)

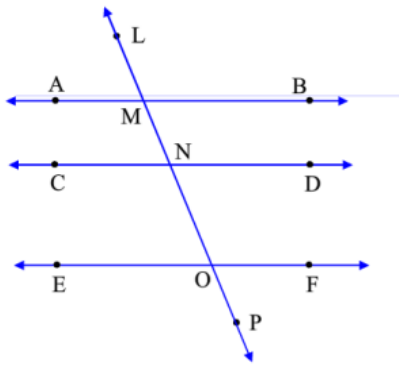
และ  $\hat{BED} = \hat{DCB} + \hat{EDC}$

(ถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยม  
ออกไปมุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะมีขนาด  
เท่ากับผลบวกของ ขนาดของมุมภายใน  
ที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น)

ดังนั้น  $\hat{BED} = \hat{ABE} + \hat{EDC}$

(สมบัติของการเท่ากัน โดยแทน  $\hat{DCB}$   
ด้วย  $\hat{ABE}$ )

3.



กำหนดให้  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$  และ  $\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{EF}$

$\overleftrightarrow{LP}$  ตัด  $\overleftrightarrow{AB}$ ,  $\overleftrightarrow{CD}$  และ  $\overleftrightarrow{EF}$  ที่จุด M, N และ O ตามลำดับ

1)  $\hat{EON} = \hat{BMN}$

2)  $\hat{AMN} + \hat{EON} = 180^\circ$

3)  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{EF}$

กำหนดให้

$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$  และ  $\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{EF}$

$\overleftrightarrow{LP}$  ตัด  $\overleftrightarrow{AB}$ ,  $\overleftrightarrow{CD}$  และ  $\overleftrightarrow{EF}$  ที่จุด M, N และ O ตามลำดับ

ต้องการพิสูจน์ว่า

1)  $\hat{EON} = \hat{BMN}$

2)  $\hat{AMN} + \hat{EON} = 180^\circ$

3)  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{EF}$

พิสูจน์

1) เนื่องจาก  $\hat{BMN} = \hat{CNM}$

(ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)

และ  $\hat{CNM} = \hat{EON}$

(ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน)

ดังนั้น  $\hat{EON} = \hat{BMN}$

(สมบัติของการเท่ากัน)

2) เนื่องจาก  $\hat{AMN} + \hat{BMN} = 180^\circ$

(ขนาดของมุมตรง)

จะได้  $\hat{AMN} + \hat{EON} = 180^\circ$

(สมบัติของการเท่ากัน โดยแทน  $\hat{BMN}$  ด้วย  $\hat{EON}$ )

3) ดังนั้น  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{EF}$

(ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้อัตราส่วนของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันเท่ากับ 180 องศา แล้วเส้นตรงคู่นั้น ขนานกัน)





แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต	เรื่อง การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง (1)	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b></p> <p>การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b></p> <p><b>ด้านความรู้</b></p> <p>สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตที่กำหนดให้โดยใช้วงเวียนและสันตรงได้</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b></p> <p>1. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b></p> <p>การให้เหตุผล</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b></p> <p>-</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ชั้นนำ</b></p> <p>1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</p> <p>2. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนเกี่ยวกับการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิต 6 ข้อ ตามใบความรู้ที่ 2 (ครูอาจใช้สันตรงและวงเวียน หรือใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad หรือ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตอื่น ๆ เพื่อสร้างรูปเรขาคณิต ประกอบการทบทวน)</p> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <p>1. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนกลุ่มละ 3 – 4 คน โดยละความสามารถ เก่ง ปานกลาง อ่อน</p> <p>2. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรมที่ 2 โดยครูให้คำแนะนำรายกลุ่ม ตามสถานการณ์ในชั้นเรียน</p> <p>3. ครูเฉลยกิจกรรมที่ 2 โดยใช้โปรแกรมนำเสนอ</p> <p>4. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรมที่ 3 โดยครูให้คำแนะนำรายกลุ่ม ตามสถานการณ์ในชั้นเรียน</p> <p>5. ครูเฉลยกิจกรรมที่ 3 โดยใช้โปรแกรมนำเสนอ</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปราย ว่าในการแก้ปัญหาในใบงาน นักเรียนต้องทำอย่างไร มีลำดับการทำอย่างไร ถึงได้คำตอบ แล้วคำตอบที่ได้เชื่อถือได้หรือไม่ต้องทำอย่างไร</p>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b></p> <p style="text-align: center;">-</p> <p><b>สื่อ</b></p> <p>1. วงเวียน</p> <p>2. สันตรง</p> <p>3. ใบความรู้ที่ 2 เรื่อง การสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิต</p> <p>4. ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง สร้างเส้นขนานได้ง่ายนิดเดียว</p> <p>5. ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง มีได้รูปเดียว</p> <p>6. ใบงานที่ 3 เรื่อง มีได้รูปเดียว</p> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b></p> <p>1. ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง สร้างเส้นขนานได้ง่ายนิดเดียว</p> <p>2. ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง มีได้รูปเดียว</p> <p>3. ใบงานที่ 3 เรื่อง มีได้รูปเดียว</p>

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3		เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต	เรื่อง การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง (1)	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
รายวิชา คณิตศาสตร์ 4		
<b>คุณลักษณะของผู้เรียน</b> -	2. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายว่า กิจกรรมที่ทำในครั้ง นี้ ใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์อย่างไร หลังจากนั้นครูกล่าวว่า “ความสามารถในการสื่อสาร เป็นความสามารถในการรับและส่งสาร มีวัฒนธรรมในการใช้ภาษาถ่ายทอดความคิด ความรู้ความเข้าใจ ความรู้สึก และทัศนะของตนเอง เพื่อแลกเปลี่ยนข้อมูลข่าวสารและประสบการณ์อันจะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาตนเองและสังคม รวมทั้งการเจรจาต่อรองเพื่อขจัดและลดปัญหาความขัดแย้งต่าง ๆ การเลือกรับหรือไม่รับข้อมูลข่าวสารด้วยหลักเหตุผลและความถูกต้อง ตลอดจนการเลือกใช้วิธีการสื่อสารที่มีประสิทธิภาพ โดยคำนึงถึงผลกระทบที่มีต่อตนเองและสังคม” ซึ่งสอดคล้องกับการทำกิจกรรมในครั้งนี้  3. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้จากการทำกิจกรรมและใบงาน ดังนี้ การสร้างเส้นตรงผ่านจุดจุดหนึ่งที่อยู่ภายนอกเส้นตรงที่กำหนดให้ และขนานกับเส้นตรงที่กำหนดให้ นั้น โดยวิธีการสร้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนทำได้ง่ายและเร็วกว่า การสร้างรูปเรขาคณิตตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้บางข้อกำหนดสามารถสร้างรูปที่ต้องการได้เพียงรูปเดียว และบางข้อกำหนดอาจสร้างได้หลายรูป	

## การวัดผลประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
สร้างและบอกขั้นตอน การสร้างพื้นฐานทาง เรขาคณิตที่กำหนดให้ โดยใช้วงเวียนและ สันตรงได้	ตรวจ ใบงานที่ 3	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 3	ระดับ 1 สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างได้ ถูกต้อง 1 ข้อ ระดับ 2 สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างได้ ถูกต้อง 2 ข้อ ระดับ 3 สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างได้ ถูกต้อง 3 ข้อ
การให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์			ระดับ 4 สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างได้ ถูกต้อง 4 ข้อ

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ใบความรู้ที่ 2 เรื่อง การสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิต

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง (1)

รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตที่กำหนดให้โดยใช้วงเวียนและสันตรงได้

1. การสร้างส่วนของเส้นตรงให้ยาวเท่ากับความยาวของส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้ เช่น

กำหนดให้  $\overline{AB}$  เป็นส่วนของเส้นตรงเส้นหนึ่ง



สร้าง  $\overline{XY}$  ให้มีความยาวเท่ากับความยาวของ  $\overline{AB}$  ได้ดังรูป



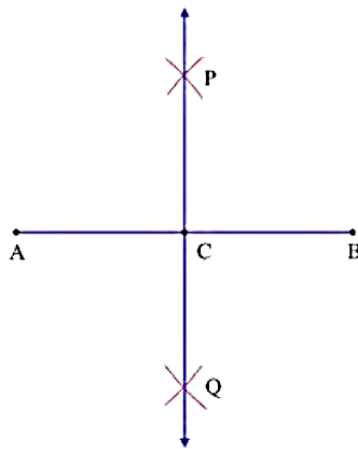
จากรูปที่สร้าง จะได้  $\overline{XY} = \overline{AB}$

2. การแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้

กำหนดให้  $\overline{AB}$  เป็นส่วนของเส้นตรงเส้นหนึ่ง



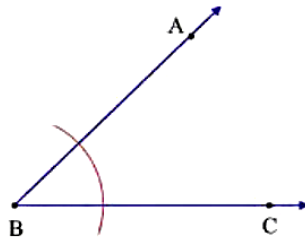
สร้าง  $\overleftrightarrow{PQ}$  แบ่งครึ่ง  $\overline{AB}$  ที่จุด C ได้ดังรูป



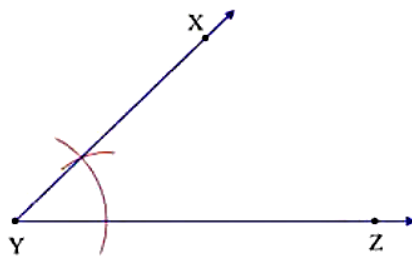
จากรูปที่สร้าง จะได้  $\overleftrightarrow{PQ}$  แบ่งครึ่ง  $\overline{AB}$  ที่จุด C ทำให้ได้  $AC = BC$

3. การสร้างมุมให้มีขนาดเท่ากับขนาดของมุมที่กำหนดให้

กำหนดให้  $\hat{A}BC$  เป็นมุมมุมหนึ่ง



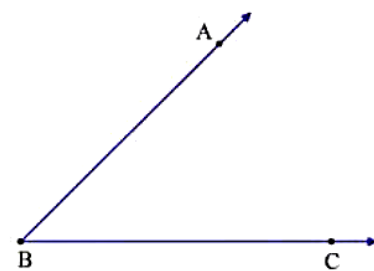
สร้าง  $\hat{X}YZ$  ให้มีขนาดเท่ากับขนาดของ  $\hat{A}BC$  ได้ดังรูป



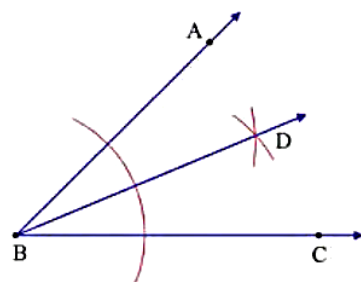
จากรูปที่สร้าง จะได้  $\hat{X}YZ = \hat{A}BC$

4. การแบ่งครึ่งมุมที่กำหนดให้

กำหนดให้  $\hat{A}BC$  เป็นมุมมุมหนึ่ง



สร้าง  $\vec{BD}$  แบ่งครึ่ง  $\hat{A}BC$  ได้ดังรูป



จากรูปที่สร้าง จะได้  $\vec{BD}$  แบ่งครึ่ง  $\hat{A}BC$  ทำให้ได้  $\hat{ABD} = \hat{CBD}$

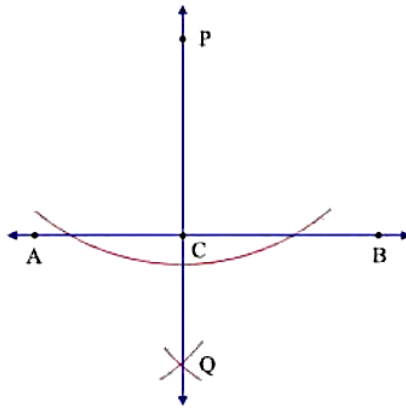
5. การสร้างเส้นตั้งฉากจากจุดภายนอกมายังเส้นตรงที่กำหนดให้

กำหนดให้ จุด P เป็นจุดจุดหนึ่งที่อยู่นอก  $\overleftrightarrow{AB}$

P



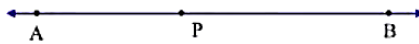
สร้าง  $\overleftrightarrow{PQ}$  ตั้งฉากกับ  $\overleftrightarrow{AB}$  ได้ดังรูป



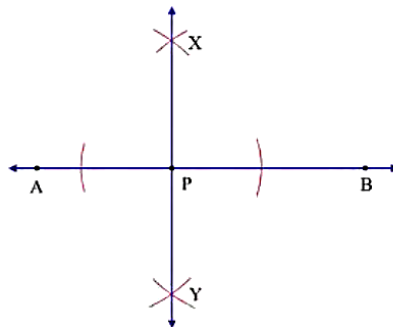
จากรูปที่สร้าง จะได้  $\overleftrightarrow{PQ}$  ตั้งฉากกับ  $\overleftrightarrow{AB}$  ที่จุด C ทำให้ได้  $\hat{ACP} = \hat{BCP} = 90^\circ$

6. การสร้างเส้นตั้งฉากที่จุดจุดหนึ่งบนเส้นตรงที่กำหนดให้

กำหนดให้ จุด P อยู่บน  $\overleftrightarrow{AB}$



สร้าง  $\overleftrightarrow{XY}$  ตั้งฉากกับ  $\overleftrightarrow{AB}$  ที่จุด P ได้ดังรูป



จากรูปที่สร้าง จะได้  $\overleftrightarrow{XY}$  ตั้งฉากกับ  $\overleftrightarrow{AB}$  ที่จุด P ทำให้ได้  $\hat{APX} = \hat{BPX} = 90^\circ$

**ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง สร้างเส้นขนานได้ง่ายนิดเดียว**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง (1)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตที่กำหนดให้โดยใช้วงเวียนและสันตรงได้  
**คำสั่ง** ให้นักเรียนสร้างรูปตามที่กำหนดให้ พร้อมทั้งให้เหตุผล

1. กำหนดจุด P อยู่ภายนอก  $\overleftrightarrow{AB}$  จงสร้างเส้นตรงผ่านจุด P และขนานกับ  $\overleftrightarrow{AB}$

**กำหนดให้** จุด P อยู่ภายนอก  $\overleftrightarrow{AB}$

**ต้องการสร้าง**  $\overleftrightarrow{CP}$  ผ่านจุด P และขนานกับ  $\overleftrightarrow{AB}$

**สร้าง**

1. ลาก  $\overline{EP}$  เชื่อมจุด P และจุด E ซึ่งเป็นจุดจุดหนึ่งบน  $\overleftrightarrow{AB}$
2. สร้าง  $\hat{EPC}$  ให้มีขนาดเท่ากับขนาดของ  $\hat{BEP}$  โดย  $\hat{EPC}$  และ  $\hat{BEP}$  เป็นมุมแย้ง  
จะได้  $\overleftrightarrow{CP}$  ผ่านจุด P และขนานกับ  $\overleftrightarrow{AB}$

**พิสูจน์** เนื่องจาก  $\hat{EPC} = \hat{BEP}$  .....

ดังนั้น  $\overleftrightarrow{CP}$  ขนานกับ  $\overleftrightarrow{AB}$  .....

.....

.....

นั่นคือ  $\overleftrightarrow{CP}$  ผ่านจุด P และขนานกับ  $\overleftrightarrow{AB}$

ถ้าเราสร้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน ก็จะได้เส้นขนานเหมือนกัน และสร้างได้ง่ายด้วย



### การสร้างโดยใช้สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน

- สร้าง**
1. ลาก  $\overline{EP}$  เชื่อมจุด P และจุด E ซึ่งเป็นจุดจุดหนึ่งบน  $\overleftrightarrow{AB}$
  2. ใช้จุด E เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีเท่ากับ EP เขียนส่วนโค้งตัด  $\overleftrightarrow{AB}$  ที่จุด Q
  3. ใช้จุด P และจุด Q เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีเท่ากับ EP เขียนส่วนโค้งตัดกันที่จุด R
  4. ลาก  $\overleftrightarrow{PR}$
- จะได้  $\overleftrightarrow{PR}$  ผ่านจุด P และขนานกับ  $\overleftrightarrow{AB}$

**พิสูจน์** ลาก  $\overline{QR}$

เนื่องจาก  $EP = PR = RQ = QE$  .....

จะได้  $\square EPRQ$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน หรือรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

ดังนั้น  $\overleftrightarrow{PR} // \overleftrightarrow{EQ}$

นั่นคือ  $\overleftrightarrow{PR}$  ผ่านจุด P และขนานกับ  $\overleftrightarrow{AB}$

**เฉลย** ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง สร้างเส้นขนานได้ง่ายนิดเดียว

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง (1)

รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

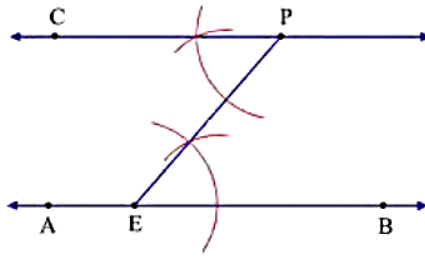
**จุดประสงค์** สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตที่กำหนดให้โดยใช้วงเวียนและสันตรงได้  
**คำสั่ง** ให้นักเรียนสร้างรูปตามที่กำหนดให้ พร้อมทั้งให้เหตุผล

1. กำหนดจุด P อยู่ภายนอก  $\overleftrightarrow{AB}$  จงสร้างเส้นตรงผ่านจุด P และขนานกับ  $\overleftrightarrow{AB}$

**กำหนดให้** จุด P อยู่ภายนอก  $\overleftrightarrow{AB}$

**ต้องการสร้าง**  $\overleftrightarrow{CP}$  ผ่านจุด P และขนานกับ  $\overleftrightarrow{AB}$

**สร้าง**



- ลาก  $\overline{EP}$  เชื่อมจุด P และจุด E ซึ่งเป็นจุดจุดหนึ่งบน  $\overleftrightarrow{AB}$
- สร้าง  $\hat{EPC}$  ให้มีขนาดเท่ากับขนาดของ  $\hat{BEP}$  โดย  $\hat{EPC}$  และ  $\hat{BEP}$  เป็นมุมแย้ง จะได้  $\overleftrightarrow{CP}$  ผ่านจุด P และขนานกับ  $\overleftrightarrow{AB}$

**พิสูจน์**

เนื่องจาก  $\hat{EPC} = \hat{BEP}$  (จากการสร้าง).....

ดังนั้น  $\overleftrightarrow{CP}$  ขนานกับ  $\overleftrightarrow{AB}$  (ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง

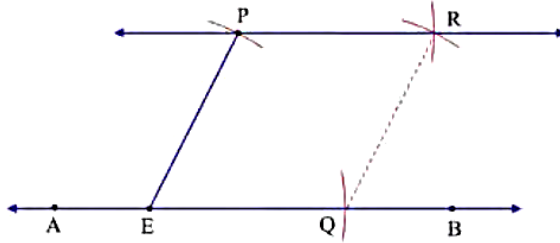
ทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน แล้ว.....

เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน).....

นั่นคือ  $\overleftrightarrow{CP}$  ผ่านจุด P และขนานกับ  $\overleftrightarrow{AB}$

ถ้าเราสร้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน ก็จะได้เส้นขนานเหมือนกัน และสร้างได้ง่ายด้วย

### การสร้างโดยใช้สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน



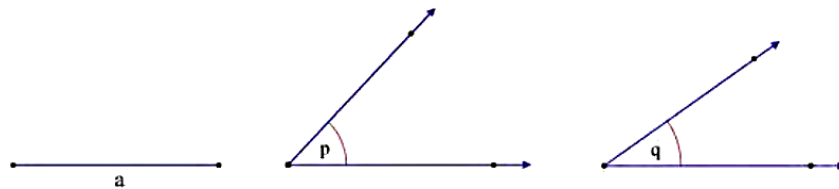
- สร้าง**
1. ลาก  $\overline{EP}$  เชื่อมจุด P และจุด E ซึ่งเป็นจุดจุดหนึ่งบน  $\overleftrightarrow{AB}$
  2. ใช้จุด E เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีเท่ากับ EP เขียนส่วนโค้งตัด  $\overleftrightarrow{AB}$  ที่จุด Q
  3. ใช้จุด P และจุด Q เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีเท่ากับ EP เขียนส่วนโค้งตัดกันที่จุด R
  4. ลาก  $\overleftrightarrow{PR}$
- จะได้  $\overleftrightarrow{PR}$  ผ่านจุด P และขนานกับ  $\overleftrightarrow{AB}$

- พิสูจน์** ลาก  $\overline{QR}$
- เนื่องจาก  $EP = PR = RQ = QE$  (รัศมีของวงกลมเดียวกันยาวเท่ากัน).....
- จะได้  $\square EPRQ$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน หรือรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส (มีด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน).....
- ดังนั้น  $\overleftrightarrow{PR} \parallel \overleftrightarrow{EQ}$  (รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนหรือรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีด้านตรงข้ามขนานกันสองคู่).....
- นั่นคือ  $\overleftrightarrow{PR}$  ผ่านจุด P และขนานกับ  $\overleftrightarrow{AB}$

**ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง มีได้รูปเดียว**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง (1)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตที่กำหนดให้โดยใช้วงเวียนและสันตรงได้  
**คำสั่ง** ให้นักเรียนสร้างรูปตามที่กำหนดให้ พร้อมทั้งให้เหตุผล

1. การสร้าง  $\triangle ABC$  ให้มีความยาวของฐานเท่ากับ  $a$  หน่วย และมุมที่ฐานสองมุมมีขนาดเท่ากับ  $p$  และ  $q$  ที่กำหนดให้ดังนี้

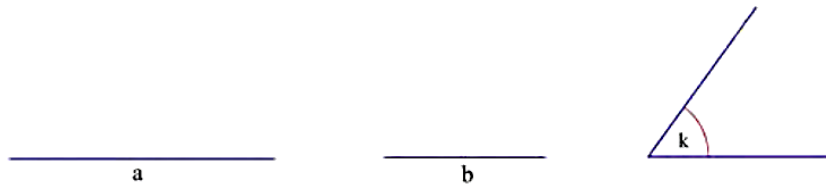


นักเรียนสามารถสร้าง  $\triangle ABC$  ได้ดังรูปข้างล่างนี้

จากรูปที่สร้าง จะได้  $\triangle ABC$  มีฐาน  $AB$  ยาว  $a$  หน่วย  $\hat{CAB} = p$  และ  $\hat{ABC} = q$   
 เป็นรูปสามเหลี่ยมที่ต้องการได้.....รูป

การสร้างรูปสามเหลี่ยมที่มีลักษณะเป็นไปตามที่โจทย์กำหนดและมีเพียงรูปเดียวยังมี ลักษณะอื่น ๆ ได้  
 อีก ดังตัวอย่างต่อไปนี้

2. จงสร้างรูปสามเหลี่ยมให้มีฐานยาวเท่ากับ  $a$  หน่วย สูงเท่ากับ  $b$  หน่วย และมุมที่ฐานมุมหนึ่งมีขนาดเท่ากับ  $k$



### วิเคราะห์รูปที่ต้องการสร้าง

**แนวคิด** สร้างเส้นขนานกับฐานของรูปสามเหลี่ยมและให้เส้นขนานอยู่ห่างจากฐาน  $b$  หน่วย จะได้ว่ารูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดอยู่บนเส้นตรงที่ขนานกับฐาน จะมีความสูงเท่ากับ  $b$  หน่วย

### สร้าง

1. สร้าง  $\overline{AB}$  ยาว  $a$  หน่วย
2. สร้าง  $\vec{PB}$  ตั้งฉากกับ  $\overline{AB}$  ที่จุด  $B$
3. ใช้จุด  $B$  เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีเท่ากับ  $b$  หน่วย เขียนส่วนโค้งตัด  $\vec{BP}$  ที่จุด  $Q$
4. สร้าง  $\vec{RQ}$  ตั้งฉากกับ  $\vec{BP}$  ที่จุด  $Q$
5. สร้าง  $\hat{XAB}$  ให้มีขนาดเท่ากับ  $k$  และให้  $\vec{AX}$  ตัด  $\vec{RQ}$  ที่จุด  $C$  จะได้จุด  $C$  อยู่ห่างจาก  $\overline{AB}$  เท่ากับ  $b$  หน่วย
6. ลาก  $\overline{BC}$  จะได้  $\triangle ABC$  ที่มีฐาน  $AB$  ยาว  $a$  หน่วย ความสูง  $b$  หน่วย และ  $\hat{CAB} = k$

**พิสูจน์** เนื่องจาก  $\vec{RQ} \parallel \vec{AB}$  และ  $BQ = b$  หน่วย และ  $\hat{CAB} = k$  (.....)

ดังนั้น แต่ละจุดซึ่งอยู่บน  $\vec{RQ}$  ก็ จะอยู่ห่างจาก  $\vec{AB}$  เท่ากับ  $b$  หน่วย

(.....)

ดังนั้น ความสูงของ  $\triangle ABC$  เท่ากับ  $b$  หน่วย

นั่นคือ  $\triangle ABC$  มี  $AB = a$  หน่วย สูง  $b$  หน่วย และ  $\hat{CAB} = k$

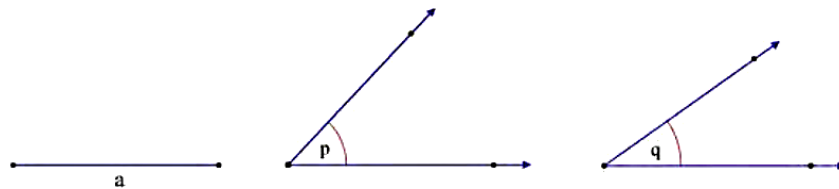
**เฉลยใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง มีได้รูปเดียว**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง (1)

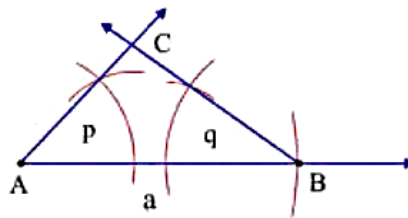
รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตที่กำหนดให้โดยใช้วงเวียนและสันตรงได้  
**คำสั่ง** ให้นักเรียนสร้างรูปตามที่กำหนดให้ พร้อมทั้งให้เหตุผล

1. การสร้าง  $\triangle ABC$  ให้มีความยาวของฐานเท่ากับ  $a$  หน่วย และมุมที่ฐานสองมุมมีขนาดเท่ากับ  $p$  และ  $q$  ที่กำหนดให้ดังนี้



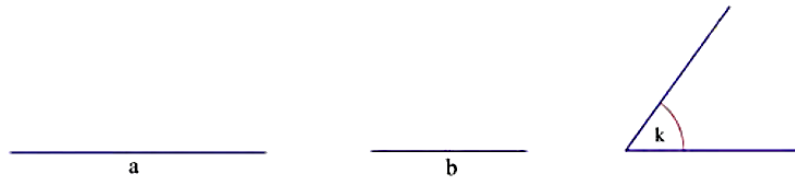
นักเรียนสามารถสร้าง  $\triangle ABC$  ได้ดังรูปข้างล่างนี้



จากรูปที่สร้าง จะได้  $\triangle ABC$  มีฐาน  $AB$  ยาว  $a$  หน่วย  $\hat{C}AB = p$  และ  $\hat{A}BC = q$  เป็นรูปสามเหลี่ยมที่ต้องการได้.....1..... รูป

การสร้างรูปสามเหลี่ยมที่มีลักษณะเป็นไปตามที่โจทย์กำหนดและมีเพียงรูปเดียวยังมี ลักษณะอื่น ๆ ได้อีก ดังตัวอย่างต่อไปนี้

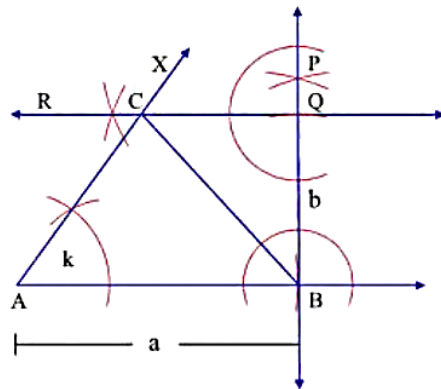
2. จงสร้างรูปสามเหลี่ยมให้มีฐานยาวเท่ากับ  $a$  หน่วย สูงเท่ากับ  $b$  หน่วย และมุมที่ฐานมุมหนึ่งมีขนาดเท่ากับ  $k$



### วิเคราะห์รูปที่ต้องการสร้าง

**แนวคิด** สร้างเส้นขนานกับฐานของรูปสามเหลี่ยมและให้เส้นขนานอยู่ห่างจากฐาน  $b$  หน่วย จะได้ว่ารูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดอยู่บนเส้นตรงที่ขนานกับฐาน จะมีความสูงเท่ากับ  $b$  หน่วย

### สร้าง



1. สร้าง  $\overline{AB}$  ยาว  $a$  หน่วย
2. สร้าง  $\overrightarrow{PB}$  ตั้งฉากกับ  $\overline{AB}$  ที่จุด  $B$
3. ใช้จุด  $B$  เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีเท่ากับ  $b$  หน่วย เขียนส่วนโค้งตัด  $\overrightarrow{BP}$  ที่จุด  $Q$
4. สร้าง  $\overrightarrow{RQ}$  ตั้งฉากกับ  $\overrightarrow{BP}$  ที่จุด  $Q$
5. สร้าง  $\hat{XAB}$  ให้มีขนาดเท่ากับ  $k$  และให้  $\overrightarrow{AX}$  ตัด  $\overrightarrow{RQ}$  ที่จุด  $C$  จะได้จุด  $C$  อยู่ห่างจาก  $\overline{AB}$  เท่ากับ  $b$  หน่วย
6. ลาก  $\overline{BC}$  จะได้  $\triangle ABC$  ที่มีฐาน  $AB$  ยาว  $a$  หน่วย ความสูง  $b$  หน่วย และ  $\hat{CAB} = k$

**พิสูจน์** เนื่องจาก  $\overrightarrow{RQ} \parallel \overline{AB}$  และ  $BQ = b$  หน่วย และ  $\hat{CAB} = k$  ..... (จากการสร้าง).....

ดังนั้น แต่ละจุดซึ่งอยู่บน  $\overrightarrow{RQ}$  ก็ จะอยู่ห่างจาก  $\overline{AB}$  เท่ากับ  $b$  หน่วย

(ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน แล้วระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่นั้นจะเท่ากัน).....

ดังนั้น ความสูงของ  $\triangle ABC$  เท่ากับ  $b$  หน่วย

นั่นคือ  $\triangle ABC$  มี  $AB = a$  หน่วย สูง  $b$  หน่วย และ  $\hat{CAB} = k$











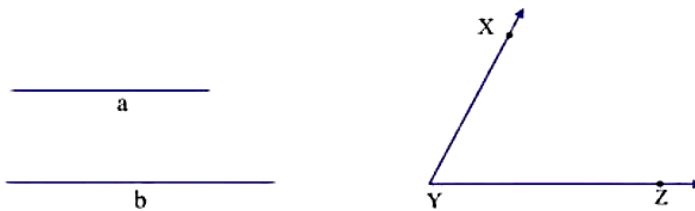
**เฉลยใบงานที่ 3 เรื่อง มีได้รูปเดียว**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง (1)

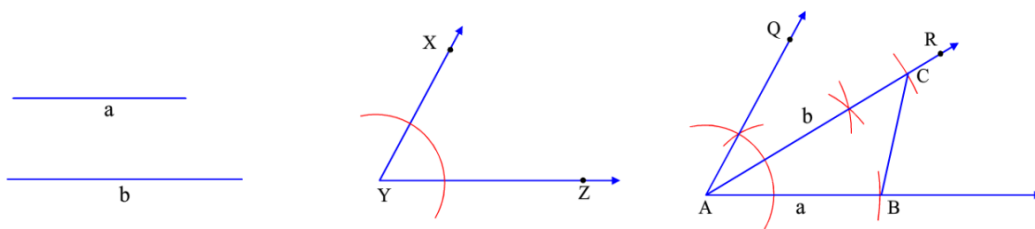
รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตที่กำหนดให้โดยใช้วงเวียนและสันตรงได้  
**คำสั่ง** ให้นักเรียนสร้างรูปตามที่กำหนดให้ พร้อมทั้งบอกแนวการสร้าง โดยไม่ต้องพิสูจน์

- กำหนด  $\hat{X}YZ$  และส่วนของเส้นตรงสองเส้นที่ยาว  $a$  หน่วย และ  $b$  หน่วย จงสร้างรูปสามเหลี่ยมที่มุมมุมหนึ่งมีขนาดเท่ากับครึ่งหนึ่งของขนาดของ  $\hat{X}YZ$  ด้านที่ประชิดมุมที่สร้างยาวเท่ากับ  $a$  หน่วย และ  $b$  หน่วย ตามลำดับ



**แนวการสร้าง**



1. สร้าง  $\overline{AB}$  ยาว  $a$  หน่วย

2. สร้าง  $\hat{QAB}$  ให้มีขนาดเท่ากับขนาดของ  $\hat{X}YZ$

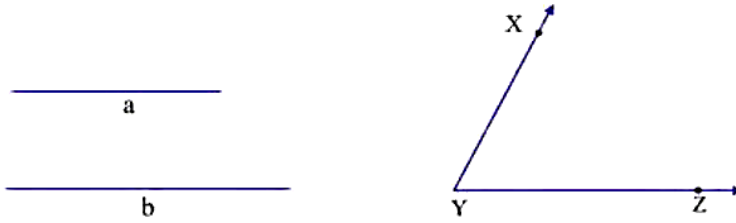
3. สร้าง  $\overrightarrow{AR}$  แบ่งครึ่ง  $\hat{QAB}$

4. บน  $\overrightarrow{AR}$  สร้าง  $\overline{AC}$  ยาว  $b$  หน่วย

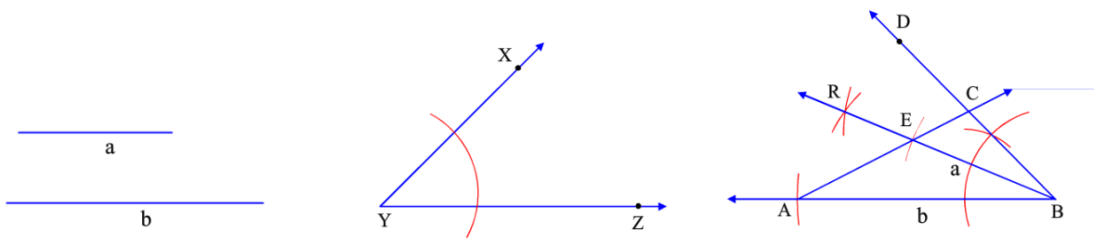
5. ลาก  $\overline{BC}$

จะได้  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมตามต้องการ

2. กำหนด  $\hat{X}YZ$  จงสร้าง  $\triangle ABC$  ที่  $\hat{A}BC = \hat{X}YZ$  จุด E อยู่บน  $\overline{AC}$  โดย  $\overline{BE}$  แบ่งครึ่ง  $\hat{A}BC$   
 $BE = a$  หน่วย และ  $AB = b$  หน่วย



แนวการสร้าง



1. สร้าง  $\overline{BA}$  ยาว B หน่วย

2. สร้าง  $\hat{A}BD$  ให้มีขนาดเท่ากับขนาดของ  $\hat{X}YZ$

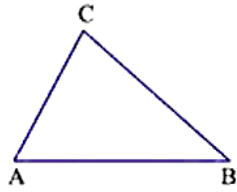
3. สร้าง  $\overrightarrow{BR}$  แบ่งครึ่ง  $\hat{A}BD$

4. บน  $\overrightarrow{BR}$  สร้าง  $\overline{BE}$  ยาว A หน่วย

5. ลาก  $\overrightarrow{AE}$  ตัด  $\overrightarrow{BD}$  ที่จุด C

จะได้  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมตามต้องการ

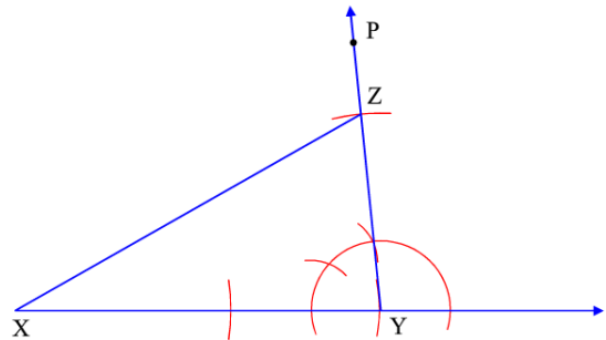
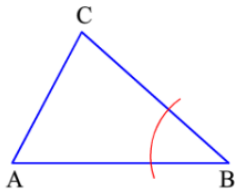
3. กำหนด  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยม ดังรูป



จงสร้าง  $\triangle XYZ$  ให้  $XY = AB + AC$

$\hat{X}YZ = 2(\hat{A}BC)$  และ  $YZ = BC$

แนวการสร้าง



1. สร้าง  $\overline{XY}$  ให้ยาวเท่ากับ  $AB + AC$

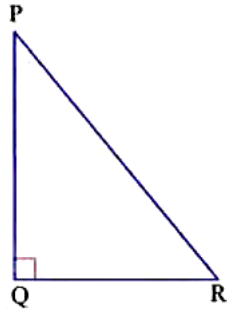
2. สร้าง  $\hat{X}YZ$  ให้มีขนาดเท่ากับสองเท่าของขนาดของ  $\hat{A}BC$

3. บน  $\overrightarrow{YP}$  สร้าง  $\overline{YZ}$  ให้ยาวเท่ากับ  $BC$

4. ลาก  $\overline{XZ}$

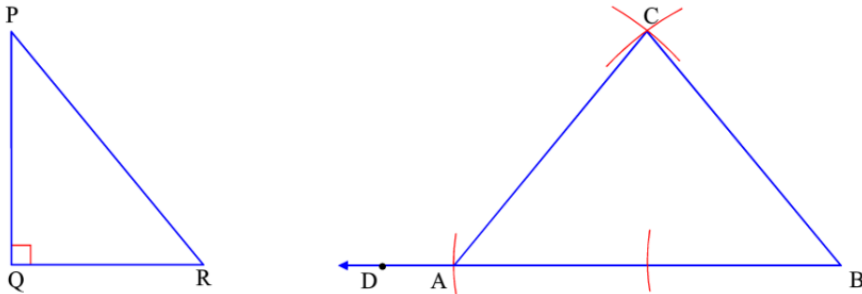
จะได้  $\triangle XYZ$  เป็นรูปสามเหลี่ยมตามต้องการ

4. กำหนด  $\triangle PQR$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังรูป



จงสร้างรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มี  
ด้านประกอบมุมยอดยาวเท่ากับ PR  
และฐานยาวเป็นสองเท่าของ QR

แนวการสร้าง



1. สร้าง  $\overrightarrow{BD}$

2. บน  $\overrightarrow{BD}$  สร้าง  $\overline{BA}$  ให้ยาวเป็นสองเท่าของ QR

3. ใช้จุด A และ จุด B เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมีเท่ากับ PR เขียนส่วนโค้งตัดกันที่จุด C

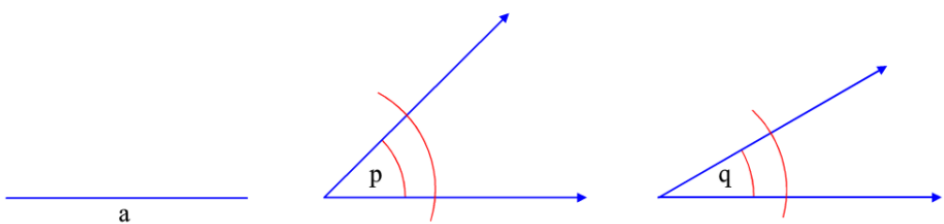
4. ลาก  $\overline{AC}$  และ  $\overline{BC}$

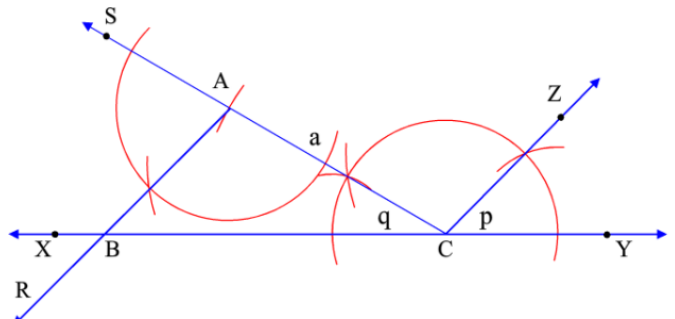
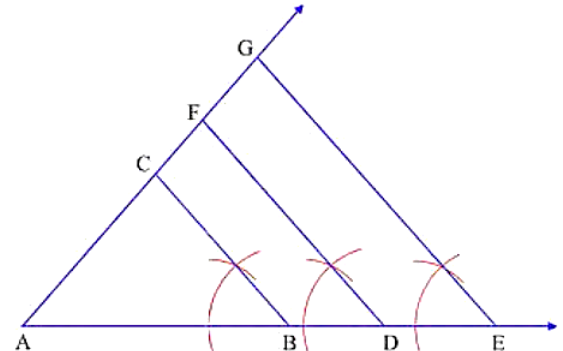
จะได้  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วตามต้องการ

แบบบันทึกการตรวจใบงานตามแผนการจัดการเรียนรู้ รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 มัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา .....		
หน่วยที่ 4 ใบงานที่ 3	การสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิต	ห้อง.....

เลขที่	ชื่อ-นามสกุล	ระดับคุณภาพ			
		สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตที่กำหนดให้โดยใช้วงเวียนและสันตรงได้			
		การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์			
		1	2	3	4
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต	เรื่อง การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง (2)	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b></p> <p>การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b></p> <p><b>ด้านความรู้</b></p> <p>สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตที่กำหนดให้โดยใช้วงเวียนและสันตรงได้</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์</li> <li>2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์</li> </ol> <p><b>ด้านเจตคติ</b></p> <p>การให้เหตุผล</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ชั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>2. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนโดยละความสามารถ (เก่ง ปานกลาง อ่อน) กลุ่มละ 3-4 คน</li> <li>3. ครูทบทวนการสร้างรูปสามเหลี่ยมที่สร้างได้เพียงรูปเดียว โดยใช้โปรแกรมนำเสนอ ดังนี้</li> </ol> <p>จงสร้าง <math>\triangle ABC</math> ให้มีความยาวของฐานเท่ากับ <math>a</math> หน่วย และมุมที่ฐานสองมุมมีขนาดเท่ากับ <math>p</math> และ <math>q</math> ที่กำหนดให้</p> <div style="text-align: center;">  <p>The diagram illustrates the construction of a triangle with a given base 'a' and two given angles 'p' and 'q'. On the left, a horizontal line segment of length 'a' is shown. From its right endpoint, an angle 'p' is constructed. From its left endpoint, an angle 'q' is constructed. The two rays intersect to form the third vertex of the triangle.</p> </div> <p><b>สร้าง</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ลาก <math>\overleftrightarrow{XY}</math> และกำหนดจุด <math>C</math> บน <math>\overleftrightarrow{XY}</math></li> <li>2. สร้าง <math>\hat{XCS}</math> และ <math>\hat{YCZ}</math> คนละข้างของจุด <math>C</math> ให้มีขนาดเท่ากับ <math>q</math> และ <math>p</math> ตามลำดับ</li> <li>3. บน <math>\overleftrightarrow{CS}</math> สร้าง <math>\overline{CA}</math> ยาว <math>a</math> หน่วย</li> <li>4. สร้าง <math>\hat{CAR}</math> ให้มีขนาดเท่ากับขนาดของ <math>\hat{ACZ}</math> โดยให้ <math>\overline{AR}</math> ตัด <math>\overleftrightarrow{XY}</math> ที่จุด <math>B</math> จะได้ <math>\triangle ABC</math> เป็นรูปสามเหลี่ยมตามต้องการ</li> </ol>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b></p> <p>-</p> <p><b>สื่อ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง การสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิต</li> <li>2. ใบงานที่ 4 เรื่อง การสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิต</li> </ol> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง การสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิต</li> <li>2. ใบงานที่ 4 เรื่อง การสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิต</li> </ol>

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4		เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต	เรื่อง การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง (2)	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	
<p>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</p> <p>ความสามารถในการสื่อสาร</p> <p>คุณลักษณะของผู้เรียน</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ใฝ่เรียนรู้</li> <li>มุ่งมั่นในการทำงาน</li> </ol>	 <p>ชั้นสอน</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูให้นักเรียนแต่ละคนสร้างรูป <math>\triangle ABC</math> เป็นรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง สร้างให้ <math>\overline{DF} \parallel \overline{BC}</math> และ <math>\overline{EG} \parallel \overline{BC}</math></li> </ol> 	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4		เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต	เรื่อง การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง (2)	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	
	<p>จากรูปที่สร้าง จะเห็นว่า <math>\triangle ADF</math> และ <math>\triangle AEG</math> แต่ละรูปเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีขนาดของมุมทั้งสามมุม เท่ากับขนาดของมุมของ <math>\triangle ABC</math> มุมต่อมุม</p> <p>จะได้ <math>\triangle ADF \sim \triangle ABC</math> และ <math>\triangle AEG \sim \triangle ABC</math></p> <p>2. ให้นักเรียนเปรียบเทียบสามเหลี่ยมที่แต่ละคนสร้างเหมือนกันหรือไม่ (ไม่เหมือนกัน)</p> <p>3. ครูชี้แจงนักเรียนว่าการสร้างรูปสามเหลี่ยมตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดจึงอาจมีได้มากกว่าหนึ่งรูป ถ้ากำหนดเงื่อนไขไม่เพียงพอ</p> <p>4. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรมที่ 4</p> <p>5. ครูสังเกตพฤติกรรมการทำงานของนักเรียน ใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน</p> <p>6. สุ่มตัวแทนนักเรียนออกมานำเสนอผลงานกลุ่ม ครูสังเกตทักษะการสื่อสาร</p> <p>7. ให้นักเรียนทำใบงานที่ 4 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ</p> <p>8. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยใบงานใบงานที่ 4</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปราย ว่าในการแก้ปัญหาใบงาน นักเรียนต้องทำอะไร มีลำดับการทำอะไร ถึงได้คำตอบ แล้วคำตอบที่ได้เชื่อถือได้หรือไม่ต้องทำอะไร</p> <p>2. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายว่า กิจกรรมที่ทำในครั้ง นี้ ใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์อย่างไร หลังจากนั้นครูกล่าวว่า “ความสามารถในการสื่อสาร เป็นความสามารถในการรับและส่งสาร มีวัฒนธรรมในการใช้ภาษาถ่ายทอดความคิด ความรู้ความเข้าใจ ความรู้สึก และทัศนะของตนเอง</p>	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4		เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต	เรื่อง การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง (2)	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	
	<p>เพื่อแลกเปลี่ยนข้อมูลข่าวสารและประสบการณ์อันจะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาตนเองและสังคม” ซึ่งสอดคล้องกับการทำกิจกรรมในครั้งนี้</p> <p>3. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้จากการทำกิจกรรมและใบงาน ดังนี้ (การสร้างรูปสามเหลี่ยมตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดจึงอาจมีได้มากกว่าหนึ่งรูปถ้ากำหนดเงื่อนไขไม่เพียงพอ)</p>	

## การวัดผลประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตที่กำหนดให้โดยใช้วงเวียนและสันตรงได้	ตรวจ ใบงานที่ 4	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 4	ระดับ 1 สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างได้ ถูกต้องครบถ้วน 1-2 ข้อ ระดับ 2 สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างได้ ถูกต้องครบถ้วน 3-4 ข้อ ระดับ 3 สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างได้ ถูกต้องครบถ้วน 5-7 ข้อ ระดับ 4 สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างได้ ถูกต้องครบถ้วน 8-10 ข้อ
การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	ตรวจ ใบงานที่ 4	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 4	ระดับ 1 มีการอ้างอิงได้ถูกต้องครบถ้วน 1-2 ข้อ ระดับ 2 มีการอ้างอิงได้ถูกต้องครบถ้วน 3-4 ข้อ ระดับ 3 มีการอ้างอิงได้ถูกต้องครบถ้วน 5-7 ข้อ ระดับ 4 มีการอ้างอิงได้ถูกต้องครบถ้วน 8-10 ข้อ
การสื่อสารและ การสื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์	ตรวจ ใบงานที่ 4	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 4	ระดับ 1 เขียนการสร้างถูกต้อง 1-2 ข้อ ระดับ 2 เขียนการสร้างถูกต้อง 3-4 ข้อ ระดับ 3 เขียนการสร้างถูกต้อง 5-7 ข้อ
ใฝ่เรียนรู้			ระดับ 4 เขียนการสร้างถูกต้อง 8-10 ข้อ
มุ่งมั่นในการทำงาน			

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

### ใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง การสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิต

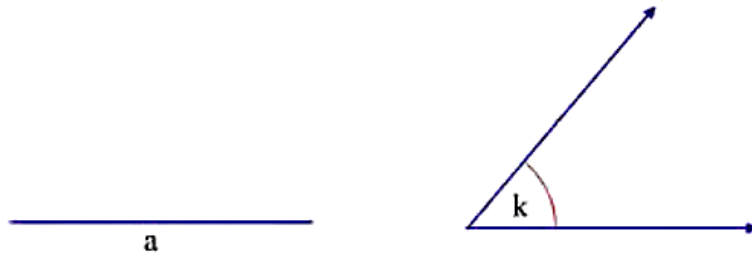
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง (2)

รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตที่กำหนดให้โดยใช้วงเวียนและสันตรงได้

**คำสั่ง** ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมตามที่กำหนดให้ พร้อมทั้งบอกแนวการสร้าง

จงสร้างรูปสามเหลี่ยมให้มีความยาวของฐานเท่ากับ  $a$  หน่วยและมุมมุมหนึ่งมีขนาดเท่ากับ  $k$



สร้าง

แนวการสร้าง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

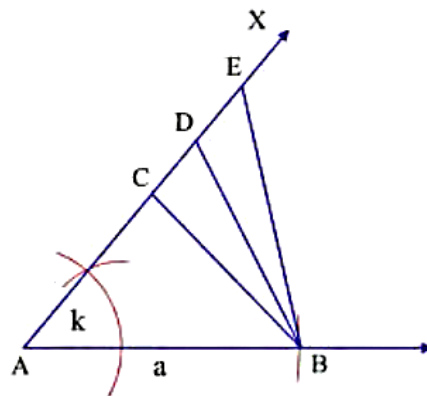
**เฉลย** ใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง การสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิต  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตที่กำหนดให้โดยใช้วงเวียนและสันตรงได้  
**คำสั่ง** ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมตามที่กำหนดให้ พร้อมทั้งบอกแนวการสร้าง

จงสร้างรูปสามเหลี่ยมให้มีความยาวของฐานเท่ากับ  $a$  หน่วยและมุมมุมหนึ่งมีขนาดเท่ากับ  $k$



แนวการสร้าง



1. สร้าง  $\overline{AB}$  ยาว  $a$  หน่วย
  2. สร้าง  $\widehat{XAB}$  ให้มีขนาดเท่ากับ  $k$
  3. กำหนดจุด  $C, D, E$  หรือจุดอื่น ๆ บน  $\overrightarrow{AX}$
  4. ลาก  $\overline{BC}, \overline{BD}$  และ  $\overline{BE}$  จะได้  $\triangle ABC, \triangle ABD$  และ  $\triangle ABE$
- มีฐานยาว  $a$  หน่วย และมี  $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = \widehat{BAE} = k$



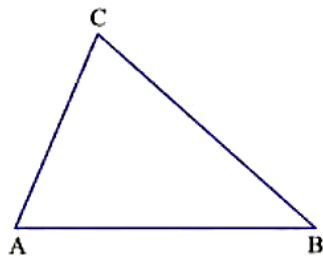
ใบงานที่ 4 เรื่อง การสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิต

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง (2)

รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตที่กำหนดให้โดยใช้วงเวียนและสันตรงได้

1. กำหนด  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยม ดังรูป



- 1) สร้าง  $\overleftrightarrow{XY}$  ให้ผ่านจุด C และขนานกับ  $\overline{AB}$
- 2) กำหนดจุด D, E และ F เป็นจุดบน  $\overleftrightarrow{XY}$
- 3) ลาก  $\overline{AD}$ ,  $\overline{BD}$ ,  $\overline{AE}$ ,  $\overline{BE}$ ,  $\overline{AF}$  และ  $\overline{BF}$  ตามลำดับ
- 4)  $\triangle ADB$ ,  $\triangle AEB$  และ  $\triangle AFB$  แต่ละรูปมีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของ  $\triangle ABC$  หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

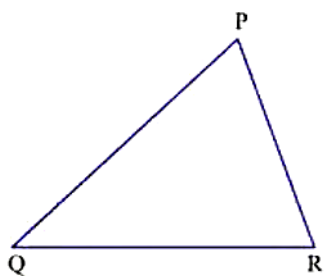
- 5) นักเรียนคิดว่ารูปสามเหลี่ยมที่มีฐานยาวเท่ากับ AB และมีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของ  $\triangle ABC$  มีกี่รูป และรูปสามเหลี่ยมเหล่านั้นมีจุดยอดอยู่ที่ใด

.....

.....

.....

2. กำหนด  $\triangle PQR$  ดังรูป



จงสร้างรูปสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่เป็น ครึ่งหนึ่งของพื้นที่ของ  $\triangle PQR$  ที่กำหนดให้ พร้อมทั้งให้เหตุผล

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

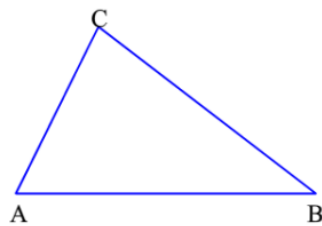
**เฉลยใบงานที่ 4 เรื่อง การสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิต**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง (2)

รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตที่กำหนดให้โดยใช้วงเวียนและสันตรงได้

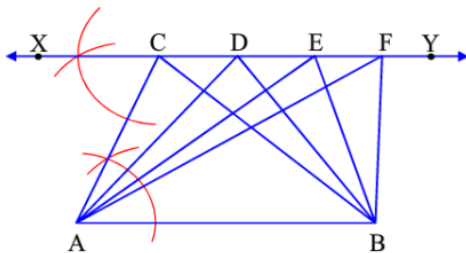
1. กำหนด  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยม ดังรูป



**แนวการสร้าง**

สร้างรูปตามเงื่อนไขข้อ 1) ถึงข้อ 3)

- 1) สร้าง  $\overleftrightarrow{XY}$  ให้ผ่านจุด C และขนานกับ  $\overline{AB}$
- 2) กำหนดจุด D, E และ F เป็นจุดบน  $\overleftrightarrow{XY}$
- 3) ลาก  $\overline{AD}$ ,  $\overline{BD}$ ,  $\overline{AE}$ ,  $\overline{BE}$ ,  $\overline{AF}$  และ  $\overline{BF}$  ตามลำดับ



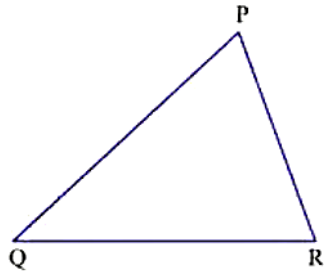
4)  $\triangle ADB$ ,  $\triangle AEB$  และ  $\triangle AFB$  แต่ละรูปมีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของ  $\triangle ABC$  หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....เท่ากับพื้นที่ของ  $\triangle ABC$  เพราะมีความสูงเท่ากัน และมีฐาน  $AB$  ร่วมกัน.....

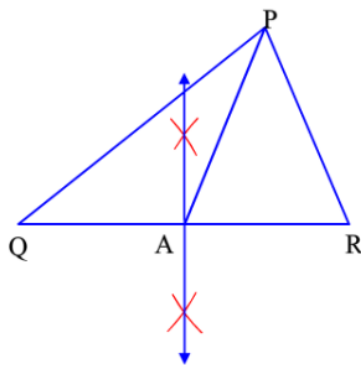
5) นักเรียนคิดว่ารูปสามเหลี่ยมที่มีฐานยาวเท่ากับ  $AB$  และมีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของ  $\triangle ABC$  มีกี่รูป และรูปเหล่านั้นมีจุดยอดอยู่ที่ใด

.....หลายรูปนับไม่ถ้วน และรูปสามเหลี่ยมเหล่านั้นมีจุดยอดอยู่บน  $\overleftrightarrow{XY}$  ที่ผ่านจุด C และ  
.....ขนานกับฐาน  $AB$ .....

2. กำหนด  $\triangle PQR$  ดังรูป



จงสร้างรูปสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่เป็น ครึ่งหนึ่งของพื้นที่ของ  $\triangle PQR$  ที่กำหนดให้ พร้อมทั้งให้เหตุผล



สร้างเพื่อแบ่งครึ่ง  $\overline{QR}$  ที่จุด A ลาก  $\overline{PA}$

จะได้  $\triangle POA$  และ  $\triangle PRA$  แต่ละรูปมีพื้นที่เป็นครึ่งหนึ่งของพื้นที่ของ  $\triangle PQR$

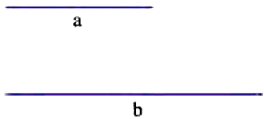
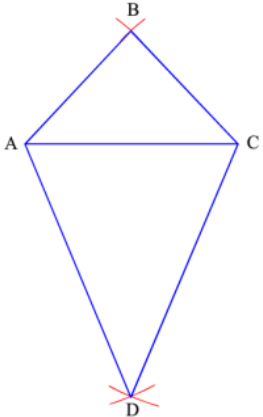
แนวคิดในการให้เหตุผล

เนื่องจาก  $\triangle POA$  และ  $\triangle PRA$  แต่ละรูปมีฐานยาวเท่ากับครึ่งหนึ่ง

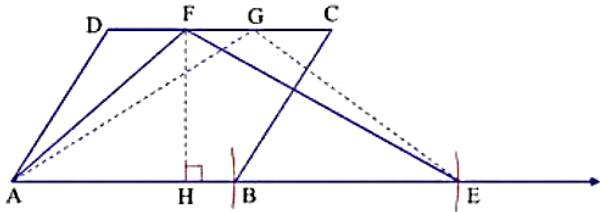
ของความยาวของฐานของ  $\triangle PQR$  และมีความสูงเท่ากัน

$$\text{ดังนั้น พื้นที่ของ } \triangle POA = \text{พื้นที่ของ } \triangle PRA = \frac{1}{2} \text{ พื้นที่ของ } \triangle PQR$$



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต	เรื่อง การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง (3)	เวลา 1 ชั่วโมง
รายวิชา คณิตศาสตร์ 4		ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b> การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b></p> <p><b>ด้านความรู้</b> สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตที่กำหนดให้โดยใช้วงเวียนและสันตรงได้</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์</li> <li>2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์</li> </ol> <p><b>ด้านเจตคติ</b> การให้เหตุผล</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ชั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>2. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนกลุ่มละ 3-4 คน โดยคละความสามารถ เก่ง ปานกลาง อ่อน</li> <li>3. ครูทบทวนการสร้างรูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว ดังนี้</li> </ol> <p>กำหนดส่วนของเส้นตรงสองเส้นที่ยาว a และ b หน่วย</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>สร้างรูปสี่เหลี่ยมรูปว่าวที่มีด้านประกอบมุมมุมหนึ่งยาวเท่ากับ a หน่วยและ b หน่วย ตามลำดับ</p> <div style="text-align: center;">  </div>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b> -</p> <p><b>สื่อ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ใบกิจกรรมที่ 5 เรื่อง สร้างได้ไม่ยาก</li> <li>2. ใบงานที่ 5 เรื่อง สร้างรูปสี่เหลี่ยมได้ไม่ยาก</li> </ol> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ใบกิจกรรมที่ 5 เรื่อง สร้างได้ไม่ยาก</li> <li>2. ใบงานที่ 5 เรื่อง สร้างรูปสี่เหลี่ยมได้ไม่ยาก</li> </ol>

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5		เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต	เรื่อง การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง (3)	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	
<p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b> ความสามารถในการสื่อสาร</p> <p><b>คุณลักษณะของผู้เรียน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ใฝ่เรียนรู้</li> <li>2. มุ่งมั่นในการทำงาน</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. สร้าง <math>\overline{AC}</math> ยาวน้อยกว่า <math>2a</math> หน่วย (เนื่องจากผลบวกของความยาวของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมมากกว่าความยาวของด้านที่สาม)</li> <li>2. ใช้จุด <math>A</math> และจุด <math>C</math> เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีเท่ากับ <math>a</math> หน่วยเขียนส่วนโค้งตัดกันที่จุด <math>B</math> ลาก <math>\overline{AB}</math> และ <math>\overline{CB}</math></li> <li>3. ใช้จุด <math>A</math> และจุด <math>C</math> เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีเท่ากับ <math>b</math> หน่วย เขียนส่วนโค้งตัดกันที่จุด <math>D</math> ซึ่งอยู่อีกด้านหนึ่งของ <math>\overline{AC}</math></li> <li>4. ลาก <math>\overline{AD}</math> และ <math>\overline{CD}</math> จะได้ <math>\square ABCD</math> เป็นรูปสี่เหลี่ยมรูปว่าวตามต้องการ</li> </ol> <p>4. จากการสร้างรูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว นักเรียนสร้างได้กี่รูป จึงอธิบาย (หลายรูปนับไม่ถ้วน เพราะสามารถสร้าง <math>AC</math> ยาวน้อยกว่า <math>2a</math> หน่วย ได้มากมายนับไม่ถ้วน)</p> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสร้างรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน พร้อมทั้งแสดงเหตุผล โดยใช้ไปกิจกรรมที่ 5 โดยครูให้คำแนะนำ ตามสถานการณ์ในชั้นเรียน</li> <li>2. ครูสุ่มกลุ่มนักเรียนออกมานำเสนอผลงาน และประเมินทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนกลุ่มที่ไม่ได้นำเสนอ และครูเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง และเสนอแนะเพิ่มเติม</li> <li>3. ครูชี้แนะนักเรียนว่าการสร้างรูปสามเหลี่ยมให้มีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่กำหนดให้ สามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของ <math>\square ABCD</math> ได้หลายรูป</li> </ol>	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง (3) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</p>	<p>เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</p>
<p>เช่น <math>\triangle AGE</math> เป็นรูปสามเหลี่ยมอีกรูปหนึ่งที่มีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของ <math>\square ABCD</math></p>  <p>4. ให้นักเรียนทำใบงานที่ 5 โดยครูให้คำแนะนำ ตามสถานการณ์ในชั้นเรียน</p> <p>5. ครูสุ่มตัวแทนนักเรียนออกมานำเสนอผลงาน และประเมินทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนที่ไม่ได้นำเสนอ และครูเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง และเสนอแนะเพิ่มเติม</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปราย ว่าในการแก้ปัญหาในใบงาน นักเรียนต้องทำอย่างไร มีลำดับการทำอะไร ถึงได้คำตอบ แล้วคำตอบที่ได้เชื่อถือได้หรือไม่อย่างไร</p> <p>2. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายว่า กิจกรรมที่ทำในครั้ง นี้ ใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์อย่างไร หลังจากนั้นครูกล่าวว่า “ความสามารถในการสื่อสาร เป็นความสามารถในการรับและส่งสาร มีวัฒนธรรมในการใช้ภาษาถ่ายทอดความคิด ความรู้ความเข้าใจ ความรู้สึก และทัศนะของตนเอง เพื่อแลกเปลี่ยนข้อมูลข่าวสารและประสบการณ์อันจะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาตนเองและสังคม</p>		



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5		เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	เรื่อง การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง (3) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p>รวมทั้งการเจรจาต่อรองเพื่อขจัดและลดปัญหาความขัดแย้งต่าง ๆ การเลือกรับหรือไม่รับข้อมูล ข่าวสารด้วยหลักเหตุผลและความถูกต้อง ตลอดจนการเลือกใช้วิธีการสื่อสารที่มีประสิทธิภาพ โดยคำนึงถึงผลกระทบที่มีต่อตนเองและสังคม” ซึ่งสอดคล้องกับการทำกิจกรรมในครั้งนี้</p> <p>3. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้จากการทำกิจกรรม และใบงานดังนี้</p> <p>การสร้างรูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว สามารถสร้างได้หลายรูปนับไม่ถ้วน เพราะสามารถสร้าง AC ยาวน้อยกว่า 2a หน่วย ได้มากมายนับไม่ถ้วน</p> <p>การสร้างรูปสามเหลี่ยมให้มีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่กำหนดให้ สามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของ <input type="checkbox"/> ABCD ได้หลายรูป</p>	

**การวัดผลประเมินผล**

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตที่กำหนดให้โดยใช้วงเวียนและสันตรงได้	ตรวจ ใบงานที่ 5	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 5	ระดับ 1 สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างได้ ถูกต้องครบถ้วน 1-4 ข้อ ระดับ 2 แสดงวิธีทำและหาคำตอบได้ถูกต้อง ครบถ้วน 5-8 ข้อ ระดับ 3 แสดงวิธีทำและหาคำตอบได้ถูกต้อง ครบถ้วน 9-12 ข้อ ระดับ 4 แสดงวิธีทำและหาคำตอบได้ถูกต้อง ครบถ้วน 13-15 ข้อ
การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	ตรวจ ใบงานที่ 5	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 5	ระดับ 1 มีการอ้างอิงได้ถูกต้องครบถ้วน 1-4 ข้อ ระดับ 2 มีการอ้างอิงได้ถูกต้องครบถ้วน 5-8 ข้อ ระดับ 3 มีการอ้างอิงได้ถูกต้องครบถ้วน 9-12 ข้อ ระดับ 4 มีการอ้างอิงได้ถูกต้องครบถ้วน 13-15 ข้อ
การสื่อสารและ การสื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์			
ความสามารถ ในการสื่อสาร			
ใฝ่เรียนรู้	ตรวจ ใบงานที่ 5	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 5	ระดับ 1 ทำใบงานถูกต้อง 1-4 ข้อ ระดับ 2 ทำใบงานถูกต้อง 5-8 ข้อ ระดับ 3 ทำใบงานถูกต้อง 9-12 ข้อขึ้นไป ระดับ 4 ทำใบงานถูกต้อง 13-15 ข้อ
มุ่งมั่นในการทำงาน			

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

**ปัญหาและอุปสรรค**

.....

.....

.....

.....

**ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข**

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย**

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ใบกิจกรรมที่ 5 เรื่อง สร้างได้ไม่ยาก**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง (3)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตที่กำหนดให้โดยใช้วงเวียนและสันตรงได้  
**คำสั่ง** จงสร้างรูปที่กำหนดให้ พร้อมทั้งให้เหตุผล

1. จงสร้างรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานให้มุมมุมหนึ่งมีขนาดเท่ากับ  $60^\circ$  และ ด้านประกอบมุมนี้ยาวเท่ากับ a หน่วย และ b หน่วย



**กำหนดให้** .....

**ต้องการสร้าง** .....

.....

**แนวการสร้าง**

**ขั้นตอนการสร้าง**

1. สร้างมุม  $\widehat{XAY}$  ให้มีขนาด  $60^\circ$
  2. ใช้จุด A เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีเท่ากับ a หน่วย เขียนส่วนโค้งตัด  $\overrightarrow{AY}$  ที่จุด B
  3. ใช้จุด A เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีเท่ากับ b หน่วย เขียนส่วนโค้งตัด  $\overrightarrow{AX}$  ที่จุด D
  4. ใช้จุด B เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีเท่ากับ b หน่วย เขียนส่วนโค้ง
  5. ใช้จุด D เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีเท่ากับ a หน่วย เขียนส่วนโค้งตัดส่วนโค้งในข้อ 4 ที่จุด C
  6. ลาก  $\overline{BC}$  และ  $\overline{DC}$
- จะได้  $\square ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มุมมุมหนึ่งมีขนาด  $60^\circ$  และมีด้านประกอบมุม  $60^\circ$  ยาว a หน่วย และ b หน่วย ตามลำดับ

พิสูจน์ เนื่องจาก  $AB = DC = a$  หน่วย .....

เนื่องจาก  $AD = BC = b$  หน่วย .....

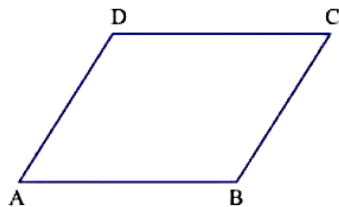
ดังนั้น  $\square ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน .....

เนื่องจาก  $\hat{DAB} = \hat{XAY} = 60^\circ$  .....

ดังนั้น  $\square ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มี  $\hat{DAB} = 60^\circ$

$AB = a$  หน่วย และ  $AD = b$  หน่วย

2. จงสร้างรูปสามเหลี่ยมให้มีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่กำหนดให้ รูปสามเหลี่ยมที่สร้างมีได้กี่รูป



กำหนดให้  $\square ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

ต้องการสร้าง รูปสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของ  $\square ABCD$

แนวการสร้าง



ขั้นตอนการสร้าง

1. ต่อ  $\overline{AB}$  ไปทางจุด B ให้มีความยาวพอสมควร
  2. ใช้จุด B เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีเท่ากับ AB เขียนส่วนโค้งตัดส่วนของ  $\overline{AB}$  ที่จุด E
  3. กำหนดจุด F เป็นจุดจุดหนึ่งบน  $\overline{CD}$  ลาก  $\overline{AF}$  และ  $\overline{EF}$
- จะได้  $\triangle AEF$  มีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของ  $\square ABCD$

**พิสูจน์** ลาก  $\overline{FH}$  ตั้งฉากกับ  $\overline{AB}$  ที่จุด H

เนื่องจาก  $AB = BE$  .....

จะได้  $AE = 2AB$  .....

เนื่องจาก  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  .....

จะได้  $\overline{FH}$  เป็นส่วนสูงของ  $\triangle AEF$  และ  $\square ABCD$

เนื่องจากพื้นที่ของ  $\square ABCD =$  .....

และพื้นที่ของ  $\triangle AEF =$  .....

ดังนั้นพื้นที่ของ  $\triangle AEF =$  .....

$=$  .....

นั่นคือ พื้นที่ของ  $\triangle AEF$  เท่ากับพื้นที่ของ  $\square ABCD$

เนื่องจากจุด F เป็นจุดจุดหนึ่งบน  $\overline{CD}$

ดังนั้น จึงสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของ  $\square ABCD$

ได้หลายรูป เช่น  $\triangle AGE$  เป็นรูปสามเหลี่ยมอีกรูปหนึ่งที่มีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของ  $\square ABCD$

### เฉลยใบกิจกรรมที่ 5 เรื่อง สร้างได้ไม่ยาก

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง (3)  
รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตที่กำหนดให้โดยใช้วงเวียนและสันตรงได้

**คำสั่ง** จงสร้างรูปที่กำหนดให้ พร้อมทั้งให้เหตุผล

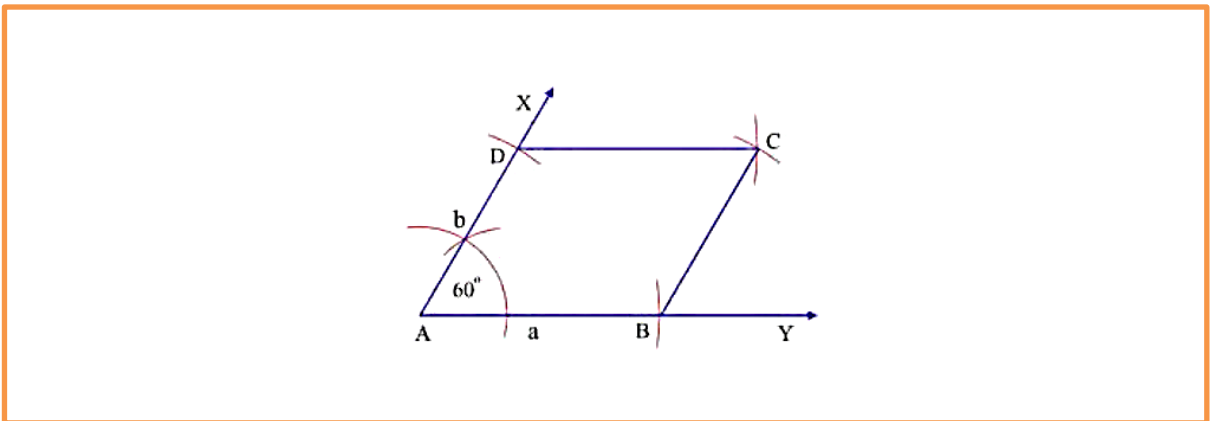
1. จงสร้างรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานให้มุมมุมหนึ่งมีขนาดเท่ากับ  $60^\circ$  และ ด้านประกอบมุมนี้ยาวเท่ากับ a หน่วย และ b หน่วย



**กำหนดให้** ส่วนของเส้นตรงสองเส้นยาว a หน่วย และ b หน่วย

**ต้องการสร้าง** รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มุมมุมหนึ่งมีขนาดเท่ากับ  $60^\circ$  และด้านประกอบมุม  $60^\circ$  ยาวเท่ากับ a หน่วย และ b หน่วย ตามลำดับ

**แนวการสร้าง**



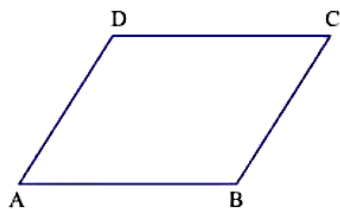
**ขั้นตอนการสร้าง**

1. สร้างมุม  $\widehat{XAY}$  ให้มีขนาด  $60^\circ$
2. ใช้จุด A เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีเท่ากับ a หน่วย เขียนส่วนโค้งตัด  $\overrightarrow{AY}$  ที่จุด B
3. ใช้จุด A เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีเท่ากับ b หน่วย เขียนส่วนโค้งตัด  $\overrightarrow{AX}$  ที่จุด D
4. ใช้จุด B เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีเท่ากับ b หน่วย เขียนส่วนโค้ง
5. ใช้จุด D เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีเท่ากับ a หน่วย เขียนส่วนโค้งตัดส่วนโค้งในข้อ 4 ที่จุด C
6. ลาก  $\overline{BC}$  และ  $\overline{DC}$

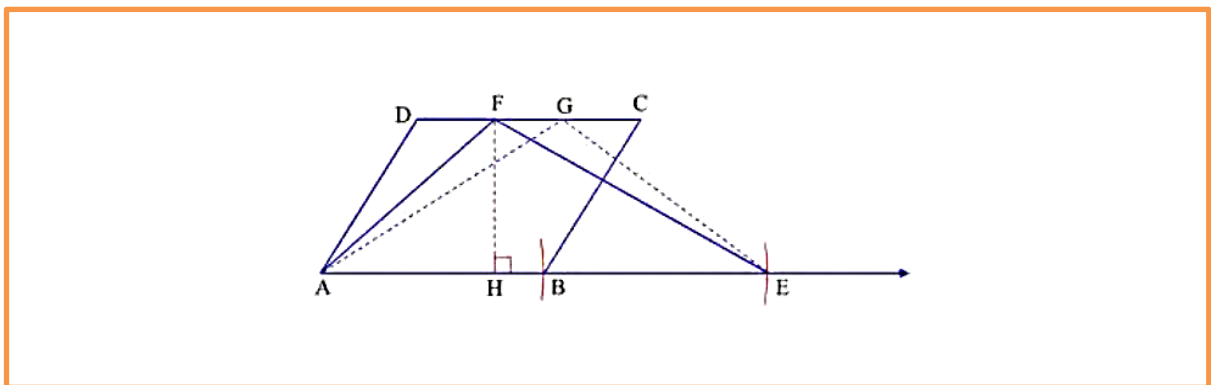
จะได้  $\square ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มุมมุมหนึ่งมีขนาด  $60^\circ$  และมีด้านประกอบมุม  $60^\circ$  ยาว a หน่วย และ b หน่วย ตามลำดับ

พิสูจน์ เนื่องจาก  $AB = DC = a$  หน่วย (จากการสร้าง).....  
 เนื่องจาก  $AD = BC = b$  หน่วย (จากการสร้าง).....  
 ดังนั้น  $\square ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน (ถ้ารูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งมีตรงข้ามยาวเท่ากันสองคู่ แล้วรูปสี่เหลี่ยมรูปนั้นเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน).....  
 เนื่องจาก  $\hat{DAB} = \hat{XAY} = 60^\circ$  (จากการสร้าง).....  
 ดังนั้น  $\square ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มี  $\hat{DAB} = 60^\circ$   
 $AB = a$  หน่วย และ  $AD = b$  หน่วย

2. จงสร้างรูปสามเหลี่ยมให้มีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่กำหนดให้ รูปสามเหลี่ยมที่สร้างมีได้กี่รูป



กำหนดให้  $\square ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน  
 ต้องการสร้าง รูปสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของ  $\square ABCD$   
 แนวการสร้าง



ขั้นตอนการสร้าง

- สร้าง
- ต่อ  $\overline{AB}$  ไปทางจุด B ให้มีความยาวพอสมควร
  - ใช้จุด B เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีเท่ากับ AB เขียนส่วนโค้งตัดส่วนของ  $\overline{AB}$  ที่จุด E
  - กำหนดจุด F เป็นจุดจุดหนึ่งบน  $\overline{CD}$  ลาก  $\overline{AF}$  และ  $\overline{EF}$
- จะได้  $\triangle AEF$  มีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของ  $\square ABCD$



**พิสูจน์** ลาก  $\overline{FH}$  ตั้งฉากกับ  $\overline{AB}$  ที่จุด H

เนื่องจาก  $AB = BE$  (จากการสร้าง).....

จะได้  $AE = 2AB$  ( $AE = AB + BE$ ).....

เนื่องจาก  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  (รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานคือ รูปสี่เหลี่ยมที่มี  
ด้านตรงข้ามขนานกันสองคู่).....

จะได้  $\overline{FH}$  เป็นส่วนสูงของ  $\triangle AEF$  และ  $\square ABCD$

เนื่องจากพื้นที่ของ  $\square ABCD = \underline{AB \times FH}$ .....

และพื้นที่ของ  $\triangle AEF = \frac{1}{2}(AE \times FH)$ .....

ดังนั้นพื้นที่ของ  $\triangle AEF = \frac{1}{2}(2AB \times FH)$ .....  
 $= \underline{AB \times FH}$ .....

นั่นคือ พื้นที่ของ  $\triangle AEF$  เท่ากับพื้นที่ของ  $\square ABCD$

เนื่องจากจุด F เป็นจุดจุดหนึ่งบน  $\overline{CD}$

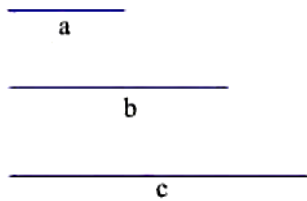
ดังนั้น จึงสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของ  $\square ABCD$

ได้หลายรูป เช่น  $\triangle AGE$  เป็นรูปสามเหลี่ยมอีกรูปหนึ่งที่มีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของ  $\square ABCD$

**ใบงานที่ 5 เรื่อง สร้างรูปสี่เหลี่ยมได้ไม่ยาก**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง (3)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตที่กำหนดให้โดยใช้วงเวียนและสันตรงได้

1. กำหนดส่วนของเส้นตรงสามเส้นที่ยาว a, b และ c หน่วย ดังรูป จงใช้ความยาวของส่วนของเส้นตรงทั้งสามสร้างรูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว โดยไม่ต้องแสดงเหตุผล



**แนวการสร้าง**

**ขั้นตอนการสร้าง**

.....

.....

.....

.....

.....

.....



**แนวคิดในการให้เหตุผล**

ลาก  $\overline{QS}$  และ  $\overline{BD}$

จากการสร้าง  $AB = PQ, BC = QR, AD = PS$

$$\hat{A}BC = \hat{P}QR \text{ และ } \hat{B}AD = \hat{Q}PS$$

เนื่องจาก  $\triangle ABD \cong \triangle PQS$  .....

$\triangle BDC \cong \triangle QSR$  .....

ดังนั้น  $CD = RS, \hat{B}CD = \hat{Q}RS$  และ  $\hat{A}DC = \hat{P}SR$

นั่นคือ  $\square ABCD \cong \square PQRS$  .....

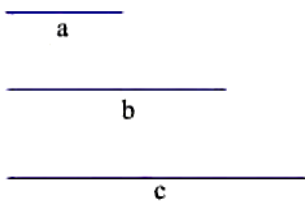
.....  
 .....  
 .....

### เฉลยใบงานที่ 5 เรื่อง สร้างรูปสี่เหลี่ยมได้ไม่ยาก

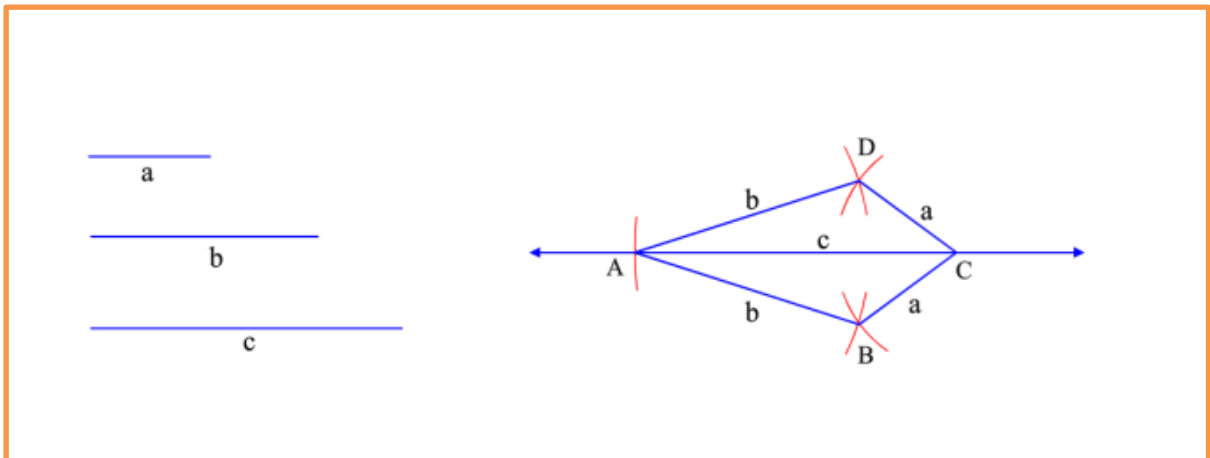
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง (3)  
รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตที่กำหนดให้โดยใช้วงเวียนและสันตรงได้

1. กำหนดส่วนของเส้นตรงสามเส้นที่ยาว a, b และ c หน่วย ดังรูป จงใช้ความยาวของส่วนของเส้นตรงทั้งสามสร้างรูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว โดยไม่ต้องแสดงเหตุผล



#### แนวการสร้าง



#### ขั้นตอนการสร้าง

1. สร้าง  $\overline{AC}$  ยาว c หน่วย

2. ใช้จุด A เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีเท่ากับ b หน่วย เขียนส่วนโค้ง ทั้งสองด้านของ  $\overline{AC}$

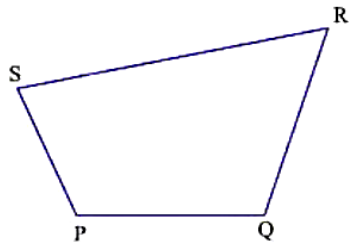
3. ใช้จุด C เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีเท่ากับ a หน่วย เขียนส่วนโค้งตัดส่วนโค้งในข้อ 2

ที่จุด B และจุด D

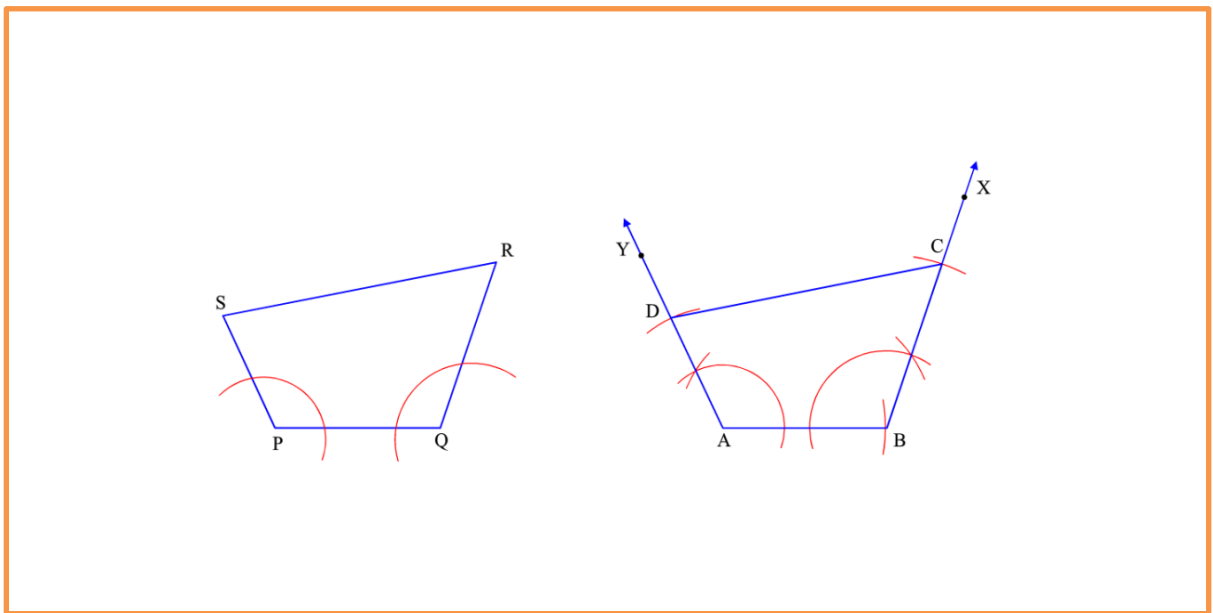
4. ลาก  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{AD}$  และ  $\overline{DC}$

จะได้  $\square ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมรูปว่าวตามต้องการ

2. จงสร้างรูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งให้เท่ากันทุกประการกับ  $\square PQRS$  ที่กำหนดให้ พร้อมทั้งแสดงเหตุผล



แนวการสร้าง



ขั้นตอนการสร้าง

- ..... 1. สร้าง  $\overline{AB}$  ให้ยาวเท่ากับ  $PQ$
- ..... 2. สร้าง  $\widehat{ABX}$  และ  $\widehat{BAY}$  ให้มีขนาดเท่ากับขนาดของ  $\widehat{PQR}$  และขนาดของ  $\widehat{QPS}$  ตามลำดับ
- ..... 3. บน  $\overrightarrow{BX}$  สร้าง  $\overline{BC}$  ให้ยาวเท่ากับ  $QR$  และบน  $\overrightarrow{AY}$  สร้าง  $\overline{AD}$  ให้ยาวเท่ากับ  $PS$
- ..... 4. ลาก  $\overline{DC}$
- ..... จะได้  $\square ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการกับ  $\square PQRS$

## แนวคิดในการให้เหตุผล

ลาก  $\overline{QS}$  และ  $\overline{BD}$

จากการสร้าง  $AB = PQ, BC = QR, AD = PS$

$$\hat{A}BC = \hat{P}QR \text{ และ } \hat{B}AD = \hat{Q}PS$$

เนื่องจาก  $\triangle ABD \cong \triangle PQS$  (ด.ม.ด.)

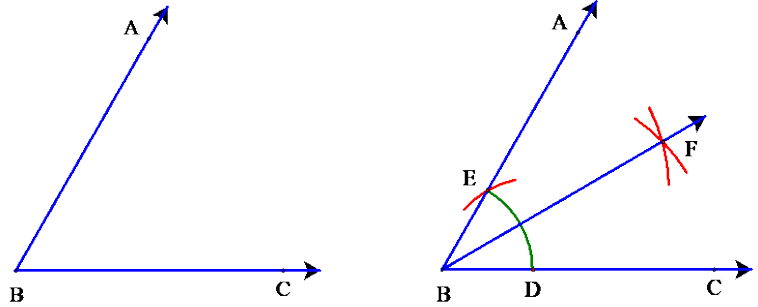
$$\triangle BDC \cong \triangle QSR \text{ (ด.ม.ด.)}$$

ดังนั้น  $CD = RS, \hat{B}CD = \hat{Q}RS$  และ  $\hat{A}DC = \hat{P}SR$

นั่นคือ  $\square ABCD \cong \square PQRS$  (รูปหลายเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ  
ก็ต่อเมื่อด้านคู่ที่สมนัยกัน และมุมคู่ที่สมนัยกัน  
ของรูปหลายเหลี่ยมทั้งสองนั้น มีขนาดเท่ากัน  
เป็นคู่ ๆ)





แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต	เรื่อง การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง (4)	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b></p> <p>การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b></p> <p><b>ด้านความรู้</b></p> <p>สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตที่กำหนดให้โดยใช้วงเวียนและสันตรงได้</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์</li> <li>2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์</li> </ol> <p><b>ด้านเจตคติ</b></p> <p>การให้เหตุผล</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>2. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนกลุ่มละ 3 – 4 คน โดยคละความสามารถ เก่ง ปานกลาง อ่อน</li> <li>3. ครูทบทวนการแบ่งครึ่งมุมให้นักเรียน ดังนี้</li> </ol> <p>กำหนดมุม ABC ให้ดังรูป</p>  <p>สร้างเส้นแบ่งครึ่งมุม ABC ทำได้ดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) ใช้ B เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมียาวพอสมควรเขียนส่วนโค้งให้ตัด BA และ BC ที่จุด D และจุด E ตามลำดับ</li> <li>2) ใช้ D เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมียาวพอสมควรเขียนส่วนโค้งไว้</li> <li>3) ใช้ E เป็นจุดศูนย์กลาง กลางวงเวียนรัศมีเท่าข้อ 2) เขียนส่วนโค้ง ตัดส่วนโค้งในข้อ 2 ที่จุด F</li> </ol>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b></p> <p>-</p> <p><b>สื่อ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ใบกิจกรรมที่ 6 เรื่อง แบ่งครึ่งมุม</li> <li>2. ใบงานที่ 6 เรื่อง เขาหาได้อย่างไร</li> </ol> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ใบกิจกรรมที่ 6 เรื่อง แบ่งครึ่งมุม</li> <li>2. ใบงานที่ 6 เรื่อง เขาหาได้อย่างไร</li> </ol>

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต	เรื่อง การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง (4)	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b></p> <p>ความสามารถในการสื่อสาร</p> <p><b>คุณลักษณะของผู้เรียน</b></p> <p>1. ใฝ่เรียนรู้</p> <p>2. มุ่งมั่นในการทำงาน</p>	<p>4) ลาก <math>\overline{BF}</math></p> <p>จะได้ BF แบ่งครึ่งมุม ABC ที่ทำให้ <math>m(\widehat{ABF}) = m(\widehat{CBF})</math></p> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <p>1. ครูให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 6 ซึ่งเป็นการแบ่งครึ่งมุมอีกวิธีหนึ่ง</p> <p>2. ครูแนะนำนักเรียนว่า “ชาวกรีกโบราณมีความเก่งกาจทางด้านเรขาคณิต เขานำการสร้างทางเรขาคณิตมาช่วยในการหาคำตอบของปัญหาทางพีชคณิต เช่น การหาคำตอบของสมการในบางรูป ซึ่งจะให้นักเรียนได้ลองศึกษาว่า เขาหาอย่างไร”</p> <p>3. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบงานที่ 6 ซึ่งเป็นการใช้การสร้างทางเรขาคณิตในการหาผลบวก ผลลบ ผลคูณ และผลหารของจำนวนเต็มบวกสองจำนวนซึ่งชาวกรีกโบราณแสดงการหาคำตอบดังกล่าวได้</p> <p>4. นักเรียนร่วมกันเฉลยใบงานที่ 6 โดยครูเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปราย ว่าในการแก้ปัญหาในใบงาน นักเรียนต้องทำอะไร มีลำดับการทำอะไร ถึงได้คำตอบ แล้วคำตอบที่ได้เชื่อถือได้หรือไม่ต้องทำอะไร</p> <p>2. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายว่า กิจกรรมที่ทำในครั้งนี ใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์อย่างไร หลังจากนั้นครูกล่าวว่า “ความสามารถในการสื่อสาร เป็นความสามารถในการรับและส่งสาร มีวัฒนธรรมในการใช้ภาษาถ่ายทอดความคิด ความรู้ความเข้าใจ ความรู้สึก และทัศนะของตนเอง</p>	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6		เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต	เรื่อง การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง (4)	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	
	<p>เพื่อแลกเปลี่ยนข้อมูลข่าวสารและประสบการณ์อันจะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาตนเองและสังคม รวมทั้งการเจรจาต่อรองเพื่อขจัดและลดปัญหาความขัดแย้งต่าง ๆ การเลือกรับหรือไม่รับข้อมูลข่าวสารด้วยหลักเหตุผลและความถูกต้อง ตลอดจนการเลือกใช้วิธีการสื่อสารที่มีประสิทธิภาพ โดยคำนึงถึงผลกระทบที่มีต่อตนเองและสังคม” ซึ่งสอดคล้องกับการทำกิจกรรมในครั้งนี้</p> <p>3. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้จากการทำกิจกรรมและใบงาน ดังนี้</p> <p style="padding-left: 40px;">การหาผลบวก ผลลบ ผลคูณ และผลหารจากการสร้างทางเรขาคณิตที่แสดงมา สามารถทำได้เมื่อกำหนดให้ความยาวของส่วนของเส้นตรงทั้งสามเป็น 1 หน่วย a หน่วย และ b หน่วย สำหรับจำนวนจริงบวก a และ b ซึ่งในการหาผลลบ <math>a - b</math> จะต้องกำหนดให้ <math>a &gt; b</math></p>	

**การวัดผลประเมินผล**

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตที่กำหนดให้โดยใช้วงเวียนและสันตรงได้	ตรวจ ใบงานที่ 6	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 6	ระดับ 1 แสดงวิธีทำและหาคำตอบได้ถูกต้อง ครบถ้วน 1 ข้อ ระดับ 2 แสดงวิธีทำและหาคำตอบได้ถูกต้อง ครบถ้วน 2 ข้อ ระดับ 3 แสดงวิธีทำและหาคำตอบได้ถูกต้อง ครบถ้วน 3 ข้อ ระดับ 4 แสดงวิธีทำและหาคำตอบได้ถูกต้อง ครบถ้วน 4 ข้อ
การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	ตรวจ ใบงานที่ 6	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 6	ระดับ 1 มีการอ้างอิงได้ถูกต้องครบถ้วน 1 ข้อ
การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์			ระดับ 2 มีการอ้างอิงได้ถูกต้องครบถ้วน 2 ข้อ
ความสามารถในการสื่อสาร			ระดับ 3 มีการอ้างอิงได้ถูกต้องครบถ้วน 3 ข้อ
ใฝ่เรียนรู้	ตรวจ ใบงานที่ 6	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 6	ระดับ 4 มีการอ้างอิงได้ถูกต้องครบถ้วน 4 ข้อ
มุ่งมั่นในการทำงาน			ระดับ 1 ทำใบงานถูกต้อง 1 ข้อ ระดับ 2 ทำใบงานถูกต้อง 2 ข้อ ระดับ 3 ทำใบงานถูกต้อง 3 ข้อ ระดับ 4 ทำใบงานถูกต้อง 4 ข้อ

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

.....

.....

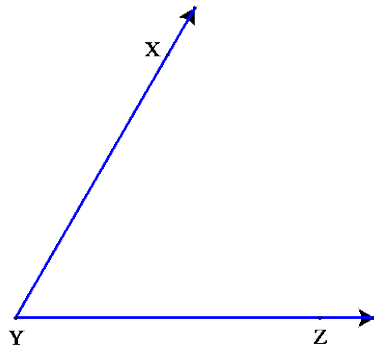
.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ใบกิจกรรมที่ 6 เรื่อง แบ่งครึ่งมุม**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง (4)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตที่กำหนดให้โดยใช้วงเวียนและสันตรงได้

ในการสร้างพื้นฐานนักเรียนเคยสร้างเส้นแบ่งครึ่งมุมที่กำหนดให้มาแล้ว ต่อไปนี้เป็นการสร้างเส้นแบ่งครึ่งมุมอีกรูปหนึ่ง



**กำหนด**  $\widehat{XYZ}$

**ขั้นตอนการสร้าง** เส้นแบ่งครึ่งมุม  $\widehat{XYZ}$

1. ใช้จุด Y เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีพอสมควร เขียนส่วนโค้งตัด  $\overrightarrow{YX}$  และ  $\overrightarrow{YZ}$  ที่จุด P และจุด Q ตามลำดับ
2. ใช้จุด Y เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีพอสมควรที่แตกต่างจากรัศมีที่ใช้ในข้อ 1 เขียนส่วนโค้งตัด  $\overrightarrow{YX}$  และ  $\overrightarrow{YZ}$  ที่จุด E และจุด F ตามลำดับ
3. ลาก  $\overline{EQ}$  และ  $\overline{FP}$  ให้ตัดกันที่จุด O
4. ลาก  $\overrightarrow{YO}$

จะได้  $\overrightarrow{YO}$  แบ่งครึ่งมุม  $\widehat{XYZ}$

จงพิสูจน์ว่า  $\vec{YO}$  แบ่งครึ่งมุม  $\hat{XYZ}$   
 แนวคิดในการพิสูจน์

$$\triangle PYF \cong \triangle QYE$$

$$\hat{YFP} = \hat{YEQ}$$

$$\hat{QOF} = \hat{POE}$$

$$QF = PE$$

จะได้  $\triangle QOF \cong \triangle POE$

$$OQ = OP$$

จะได้  $\triangle YQO \cong \triangle YPO$

$$\hat{PYO} = \hat{QYO}$$

นั่นคือ  $\vec{YO}$  แบ่งครึ่งมุม  $\hat{XYZ}$

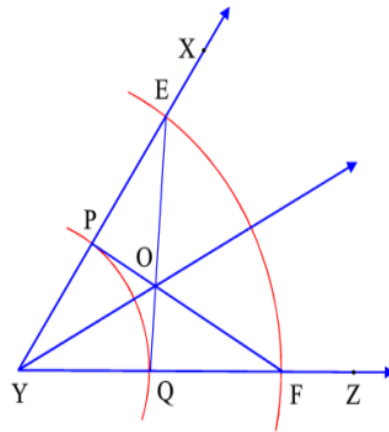
**เฉลย** ไปกิจกรรมที่ 6 เรื่อง แบ่งครึ่งมุม

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง (4)

รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตที่กำหนดให้โดยใช้วงเวียนและสันตรงได้

ในการสร้างพื้นฐานนักเรียนเคยสร้างเส้นแบ่งครึ่งมุมที่กำหนดให้มาแล้ว ต่อไปนี้เป็นการสร้างเส้นแบ่งครึ่งมุมอีกรูปหนึ่ง



กำหนด  $\widehat{XYZ}$

ขั้นตอนการสร้าง เส้นแบ่งครึ่งมุม  $\widehat{XYZ}$

1. ใช้จุด Y เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีพอสมควร เขียนส่วนโค้งตัด  $\overrightarrow{YX}$  และ  $\overrightarrow{YZ}$  ที่จุด P และจุด Q ตามลำดับ
2. ใช้จุด O เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีพอสมควรที่แตกต่างจากรัศมีที่ใช้ในข้อ 1 เขียนส่วนโค้งตัด  $\overrightarrow{YX}$  และ  $\overrightarrow{YZ}$  ที่จุด E และจุด F ตามลำดับ
3. ลาก  $\overline{EQ}$  และ  $\overline{FP}$  ให้ตัดกันที่จุด O
4. ลาก  $\overrightarrow{YO}$

จะได้  $\overrightarrow{YO}$  แบ่งครึ่งมุม  $\widehat{XYZ}$



จงพิสูจน์ว่า  $\vec{YO}$  แบ่งครึ่งมุม  $\hat{XYZ}$   
แนวคิดในการพิสูจน์

$$\triangle PYE \cong \triangle QYE \quad (\text{ม.ด. เพราะ } PY = QY, \hat{PYE} = \hat{QYE}, YF = YE)$$

$$\hat{YFP} = \hat{YEQ} \quad (\text{มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากัน})$$

ทุกประการ จะมีขนาดเท่ากัน)

$$\hat{QOF} = \hat{POE} \quad (\text{ถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดกัน แล้วมุมตรงข้าม มีขนาดเท่ากัน})$$

$$QF = PE \quad (\text{สมบัติของการเท่ากัน})$$

$$\text{จะได้ } \triangle QOF \cong \triangle POE \quad (\text{ม.ม.ด.})$$

$$OQ = OP \quad (\text{ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ})$$

จะยาวเท่ากัน)

$$\text{เนื่องจาก } YO = YO \quad (\overline{YO} \text{ เป็นด้านร่วม})$$

$$\text{จะได้ } \triangle YQO \cong \triangle YPO \quad (\text{ด.ด.ด.})$$

$$\hat{PYO} = \hat{QYO} \quad (\text{มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ})$$

จะมีขนาดเท่ากัน)

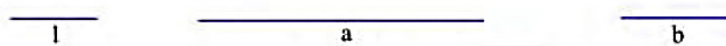
นั่นคือ  $\vec{YO}$  แบ่งครึ่งมุม  $\hat{XYZ}$

**ใบงานที่ 6 เรื่อง เขาหาได้อย่างไร**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง (4)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตที่กำหนดให้โดยใช้วงเวียนและสันตรงได้

ต่อไปนี้เป็นการใช้การสร้างทางเรขาคณิตในการหาผลบวก ผลลบ ผลคูณและ ผลหารของจำนวนเต็มบวกสองจำนวนซึ่งชาวกรีกโบราณแสดงการหาคำตอบดังกล่าวได้ ดังนี้

กำหนดความยาวของส่วนของเส้นตรงสามเส้นเพื่อแทน 1 หน่วย A หน่วย และ B หน่วยตามลำดับดังนี้



1. สร้างรูปเพื่อแสดงการหาผลบวก  $a + b$

2. สร้างรูปเพื่อแสดงการหาผลลบ  $a - b$

3. สร้างรูปเพื่อแสดงการหาผลคูณ  $a \times b$

## ขั้นตอนการสร้าง

1. ลาก  $\overline{AF}$
2. ใช้จุด A เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีเท่ากับ 1 หน่วย และ a หน่วย เขียนส่วนโค้งตัด  $\overline{AF}$  ที่จุด B และจุด C ตามลำดับ
3. สร้าง  $\triangle ABD$  ที่  $\hat{B}AD$  มีขนาดพอสมุมคร และ  $AD = b$  หน่วย
4. สร้าง  $\overline{CG}$  ให้ขนานกับ  $\overline{BD}$
5. ต่อ  $\overline{AD}$  ไปทางจุด D ตัด  $\overline{CG}$  ที่จุด E  
จะได้  $AE = a \times b$

## แนวคิดในการพิสูจน์

เนื่องจาก  $\triangle ABD \sim \triangle ACE$

จะได้  $\frac{1}{a} = \frac{b}{AE}$

ดังนั้น  $AE = \dots\dots\dots$

4. สร้างรูปเพื่อแสดงการหาผลหาร  $a \div b$



**ขั้นตอนการสร้าง**

1. ลาก  $\overline{AF}$
2. ใช้จุด A เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีเท่ากับ 1 หน่วย และ b หน่วย เขียนส่วนโค้งตัด  $\overline{AF}$  ที่จุด B และจุด C ตามลำดับ
3. สร้าง  $\triangle ACE$  ที่  $\widehat{CAE}$  มีขนาดพอสมุม และ  $AE = a$  หน่วย ลาก  $\overline{CE}$
4. สร้าง  $\overline{BD}$  ให้ขนานกับ  $\overline{CE}$  และตัด  $\overline{AE}$  ที่จุด D

จะได้  $AD = \frac{a}{b}$

**แนวคิดในการพิสูจน์**

เนื่องจาก  $\triangle ABD \sim \triangle ACE$

จะได้  $\frac{1}{b} = \frac{AD}{a}$

ดังนั้น  $AD = \dots\dots\dots$

การหาผลบวก ผลลบ ผลคูณ และผลหารจากการสร้างทางเรขาคณิตที่แสดงมาข้างต้น สามารถทำได้เมื่อกำหนดให้ความยาวของส่วนของเส้นตรงทั้งสามเป็น 1 หน่วย a หน่วย และ b หน่วย สำหรับจำนวนจริงบวก a และ b ซึ่งในการหาผลลบ a - b จะต้อง กำหนดให้ a > b

### เฉลยใบงานที่ 6 เรื่อง เขาหาได้อย่างไร

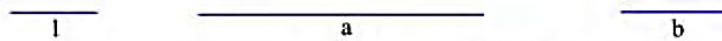
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง (4)

รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

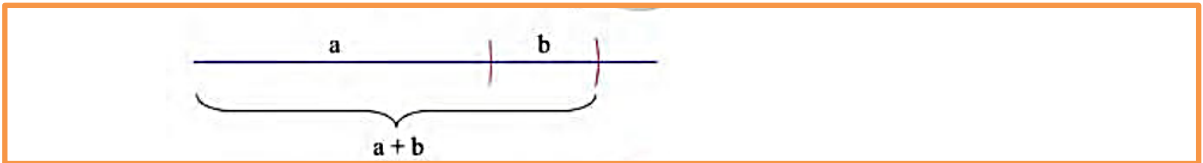
**จุดประสงค์** สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตที่กำหนดให้โดยใช้วงเวียนและสันตรงได้

ต่อไปนี้เป็นการใช้การสร้างทางเรขาคณิตในการหาผลบวก ผลลบ ผลคูณและ ผลหารของจำนวนเต็มบวกสองจำนวนซึ่งชาวกรีกโบราณแสดงการหาคำตอบดังกล่าวได้ ดังนี้

กำหนดความยาวของส่วนของเส้นตรงสามเส้นเพื่อแทน 1 หน่วย A หน่วย และ B หน่วยตามลำดับ ดังนี้



1. สร้างรูปเพื่อแสดงการหาผลบวก  $a + b$



2. สร้างรูปเพื่อแสดงการหาผลลบ  $a - b$



3. สร้างรูปเพื่อแสดงการหาผลคูณ  $a \cdot b$



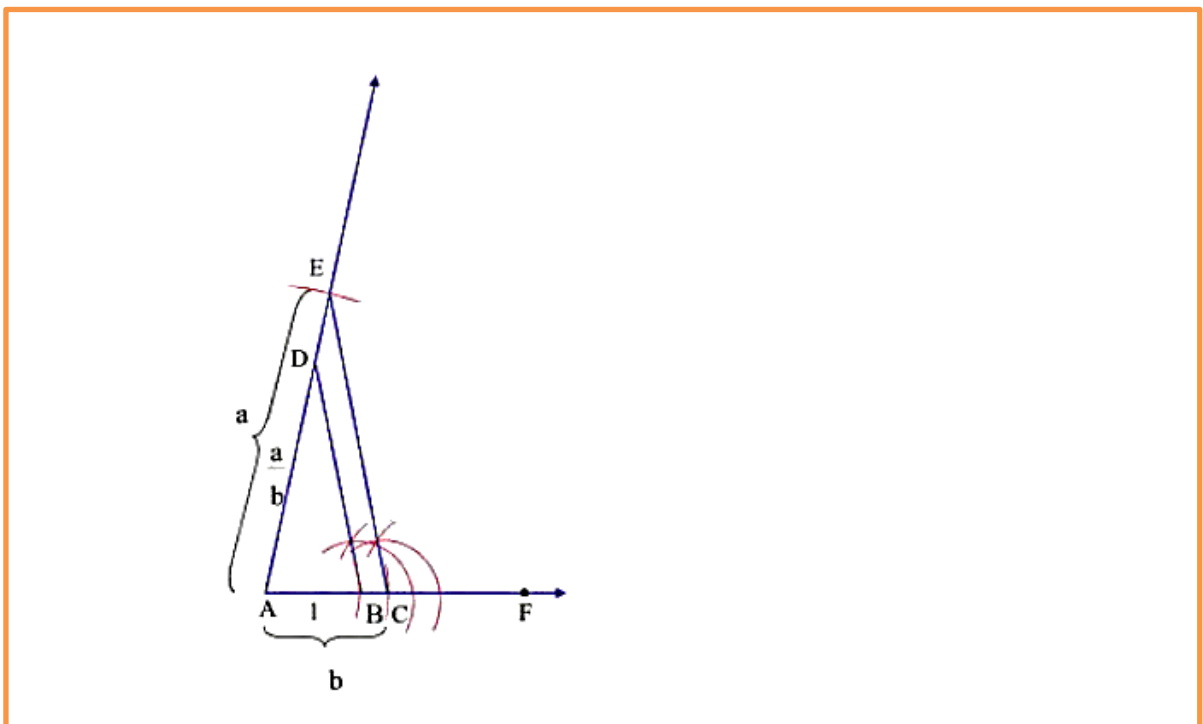
**ขั้นตอนการสร้าง**

1. ลาก  $\overline{AF}$
2. ใช้จุด A เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีเท่ากับ 1 หน่วย และ a หน่วย เขียนส่วนโค้งตัด  $\overline{AF}$  ที่จุด B และจุด C ตามลำดับ
3. สร้าง  $\triangle ABD$  ที่  $\hat{B}AD$  มีขนาดพอสมุมคร และ  $AD = b$  หน่วย
4. สร้าง  $\overline{CG}$  ให้ขนานกับ  $\overline{BD}$
5. ต่อ  $\overline{AD}$  ไปทางจุด D ตัด  $\overline{CG}$  ที่จุด E  
จะได้  $AE = a \times b$

**แนวคิดในการพิสูจน์**

เนื่องจาก  $\triangle ABD \sim \triangle ACE$   
 จะได้  $\frac{1}{a} = \frac{b}{AE}$   
 ดังนั้น  $AE = a \times b$

4. ให้นักเรียนสร้างรูปเพื่อแสดงการหาผลหาร  $a \div b$  จากการสร้างดังนี้



### ขั้นตอนการสร้าง

1. ลาก  $\overline{AF}$
2. ใช้จุด A เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีเท่ากับ 1 หน่วย และ b หน่วย เขียนส่วนโค้งตัด  $\overline{AF}$  ที่จุด B และจุด C ตามลำดับ
3. สร้าง  $\triangle ACE$  ที่  $\widehat{CAE}$  มีขนาดพอสมควร และ  $AE = a$  หน่วย ลาก  $\overline{CE}$
4. สร้าง  $\overline{BD}$  ให้ขนานกับ  $\overline{CE}$  และตัด  $\overline{AE}$  ที่จุด D

$$\text{จะได้ } AD = \frac{a}{b}$$

### แนวคิดในการพิสูจน์

เนื่องจาก  $\triangle ABD \sim \triangle ACE$

$$\text{จะได้ } \frac{1}{b} = \frac{AD}{a}$$

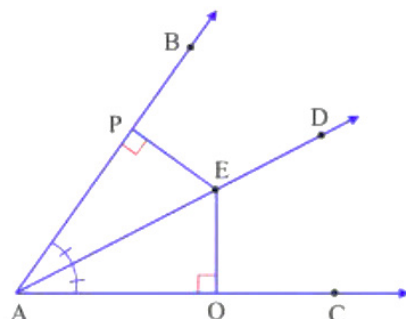
$$\text{ดังนั้น } AD = \frac{a}{b}$$

การหาผลบวก ผลลบ ผลคูณ และผลหารจากการสร้างทางเรขาคณิตที่แสดงมา ข้างต้น สามารถทำได้เมื่อกำหนดให้ความยาวของส่วนของเส้นตรงทั้งสามเป็น 1 หน่วย a หน่วย และ b หน่วย สำหรับจำนวนจริงบวก a และ b ซึ่งในการหาผลลบ  $a - b$  จะต้องกำหนดให้  $a > b$





<b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7</b>		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (1)		เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์		ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<b>รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</b>		
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b> ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b> <b>ด้านความรู้</b> นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการให้เหตุผลได้</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b> การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b> การให้เหตุผล</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b> -</p> <p><b>คุณลักษณะของผู้เรียน</b> -</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาเพื่อทบทวนความรู้เกี่ยวกับเงื่อนไขที่ทำให้สรุปได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันการเท่ากันทุกประการ ซึ่งได้แก่รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน, มุม-ด้าน-มุม, ด้าน-ด้าน-ด้าน, มุม-มุม-ด้าน และ ฉาก-ด้าน-ด้าน</li> </ol> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนกลุ่มละ 3-4 คน โดยละความสามารถ เก่ง ปานกลาง อ่อน</li> <li>ครูยกตัวอย่าง แสดงการพิสูจน์ว่าจุดใด ๆ ที่อยู่บนเส้นแบ่งครึ่งมุมมุมหนึ่ง ย่อมอยู่ห่างจากแขนทั้งสองข้างของมุมเป็นระยะ เท่ากัน โดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ม.ม.ด. ดังนี้</li> </ol> <p><b>ตัวอย่าง</b> จงพิสูจน์ว่า จุดใด ๆ ที่อยู่บนเส้นแบ่งครึ่งมุมมุมหนึ่ง ย่อมอยู่ห่างจากแขนทั้งสองข้างของมุมนั้นเป็นระยะเท่ากัน</p>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b></p> <p style="text-align: center;">-</p> <p><b>สื่อ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ใบกิจกรรมที่ 7 เรื่อง ทฤษฎีบทที่สำคัญเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว</li> <li>ใบงานที่ 7 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (1)</li> </ol> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ใบกิจกรรมที่ 7 เรื่อง ทฤษฎีบทหนึ่งที่สำคัญเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว</li> <li>ใบงานที่ 7 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (1)</li> </ol>

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7		เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต	เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (1)	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	
	<div style="text-align: center;">  </div> <div style="border: 1px solid orange; padding: 5px; margin: 10px auto; width: 80%;"> <p>ระยะห่างจากจุดกับเส้นตรง คือ ความยาวของส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดนั้นไปยังจุดที่ตั้งฉากกับเส้นตรง</p> </div> <p>กำหนดให้ <math>\overrightarrow{AD}</math> แบ่งครึ่ง <math>\widehat{BAC}</math> จุด E เป็นจุดบน <math>\overrightarrow{AD}</math>, <math>\overline{EP}</math> และ <math>\overline{EQ}</math> ตั้งฉากกับ <math>\overrightarrow{AB}</math> และ <math>\overrightarrow{AC}</math> ที่จุด P และจุด Q ตามลำดับ</p> <p>ต้องการพิสูจน์ว่า <math>EP = EQ</math></p> <p>พิสูจน์ <math>\widehat{PAE} = \widehat{QAE}</math> (<math>\overrightarrow{AD}</math> แบ่งครึ่ง <math>\widehat{BAC}</math>)</p> <p><math>\widehat{APE} = \widehat{AQE} = 90^\circ</math> (กำหนดให้)</p> <p><math>AE = AE</math> (<math>\overline{AE}</math> เป็นด้านร่วม)</p> <p>ดังนั้น <math>\triangle AEP \cong \triangle AEQ</math> (มีความสัมพันธ์แบบ ม.ม.ด.)</p> <p>จะได้ <math>EP = EQ</math> (ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ จะยาวเท่ากัน)</p>	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7		เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต	เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (1)	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	
	<p>3. ครูให้นักเรียนบอกสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่นักเรียนเคยเรียนรู้มาจากหน่วยการเรียนรู้ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ</p> <p>(1. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว คือ รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาวเท่ากันสองด้าน</p> <p>2. เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว จะแบ่งรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ</p> <p>3. มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน</p> <p>4. เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของสามเหลี่ยมหน้าจั่ว จะแบ่งครึ่งฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว</p> <p>5. เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของสามเหลี่ยมหน้าจั่ว จะตั้งฉากกับฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว</p> <p>6. เส้นที่ลากจากมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมาแบ่งครึ่งฐานจะแบ่งครึ่งมุมยอดของสามเหลี่ยมหน้าจั่ว</p> <p>7. เส้นที่ลากจากมุมยอดของ รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมาแบ่งครึ่งฐาน จะตั้งฉากกับฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว)</p> <p>4. ครูแจ้งนักเรียนว่าต่อไปจะได้ทราบถึงทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องกับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว คือ การพิสูจน์ว่า “รูปสามเหลี่ยมใด ๆ ที่มีมุมสองมุมมีขนาดเท่ากัน เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว” โดยพิสูจน์ทฤษฎีบทที่กล่าวว่า “ด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยม รูปหนึ่งจะยาวเท่ากัน ก็ต่อเมื่อ มุมที่อยู่ตรงข้ามด้านทั้งสองนั้นมีขนาดเท่ากัน”</p> <p>5. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรมที่ 7 โดยครูให้คำแนะนำนักเรียนเป็นรายกลุ่มตามสถานการณ์ในชั้นเรียน</p>	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7		เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต	เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (1)	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	
	<p>6. ครูควรชี้ให้นักเรียนสังเกตว่า การพิสูจน์ข้อความใด ๆ ที่เชื่อมด้วย “ก็ต่อเมื่อ” จะต้องแยกพิสูจน์เป็นสองตอน ด้วยการใช้ความสัมพันธ์แบบ ด.ม.ด. และ ม.ม.ด.</p> <p>7. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 7 โดยครูให้คำแนะนำนักเรียนเป็นรายบุคคล รายกลุ่ม ตามสถานการณ์ในชั้นเรียน</p> <p>8. ครูให้นักเรียนส่งตัวแทนออกมานำเสนอ จากการทำใบงานที่ 7</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้จากกิจกรรม “รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาวเท่ากันสองด้านเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ดังนั้นผลที่ได้จากการพิสูจน์ตอนที่ 1 คือสมบัติประการหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่กล่าวว่า มุมที่ฐาน ของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน และผลที่ได้จากการพิสูจน์ตอนที่ 2 คือสมบัติอีกประการหนึ่งของ รูปสามเหลี่ยมที่กล่าวว่า รูปสามเหลี่ยมที่มีขนาดของมุมเท่ากันสองมุมเป็นรูป สามเหลี่ยมหน้าจั่ว”</p>	

## การวัดผลประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
นักเรียนสามารถนำทฤษฎี บทเกี่ยวกับความเท่ากัน ทุกประการของรูป สามเหลี่ยมไปใช้ในการให้ เหตุผลได้	ตรวจ ใบงานที่ 7	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 7	ระดับ 1 ให้เหตุผลได้ถูกต้อง 0-7 เหตุผล ระดับ 2 ให้เหตุผลได้ถูกต้อง 8-13 เหตุผล ระดับ 3 ให้เหตุผลได้ถูกต้อง 14-19 เหตุผล ระดับ 4 ให้เหตุผลได้ถูกต้อง 20-25 เหตุผล
การให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์			

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ใบกิจกรรมที่ 7 เรื่อง ทฤษฎีบทที่สำคัญเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง ทฤษฎีบทที่สำคัญเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการให้เหตุผลได้

**คำสั่ง** ให้นักเรียนพิสูจน์เป็นทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วต่อไปนี้

**ทฤษฎีบท** ด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งจะยาวเท่ากัน ก็ต่อเมื่อ มุมที่อยู่ตรงข้ามด้านทั้งสองนั้นมีขนาดเท่ากัน

ในการพิสูจน์ทฤษฎีบทนี้ จะแยกพิสูจน์เป็นสองตอนดังนี้

**ตอนที่ 1** พิสูจน์ว่า ถ้ารูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีด้านยาวเท่ากันสองด้าน แล้วมุมที่อยู่ตรงข้ามกับด้านคูที่ยาวเท่ากัน มีขนาดเท่ากัน

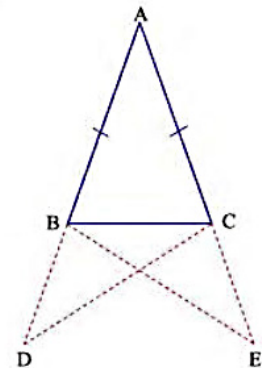
**ตอนที่ 2** พิสูจน์ว่า ถ้ารูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองมุม แล้วด้านที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคูที่มีขนาดเท่ากัน ยาวเท่ากัน

**พิสูจน์ตอนที่ 1**

**กำหนดให้**  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มี  $AB = AC$

**ต้องการพิสูจน์ว่า**  $\hat{A}CB = \hat{A}BC$

**พิสูจน์** ต่อ  $\overline{AB}$  ถึงจุด  $D$  และต่อ  $\overline{AC}$  ถึงจุด  $E$  ทำให้  $AD = AE$   
ลาก  $\overline{BE}$  และ  $\overline{CD}$



เนื่องจาก  $AB = AC$  .....

$\hat{B}AE = \hat{C}AD$  .....

$AE = AD$  .....

ดังนั้น  $\triangle ABE \cong \triangle ACD$  .....

จะได้  $BE = CD$  .....

และ  $\hat{AEB} = \hat{ADC}$  .....

เนื่องจาก  $AE - AC = AD - AB$  .....

จะได้  $CE = BD$  .....

ดังนั้น  $\triangle BCE \cong \triangle CBD$  .....  
 $\hat{BCE} = \hat{CBD}$  .....  
 $\hat{ACE} = \hat{ABD}$  .....  
 จะได้  $\hat{ACE} - \hat{BCE} = \hat{ABD} - \hat{CBD}$  .....  
 นั่นคือ  $\hat{ACB} = \hat{ABC}$  .....

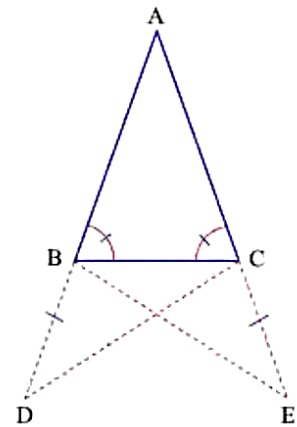
**พิสูจน์ตอนที่ 2**

กำหนดให้  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มี  $\hat{ABC} = \hat{ACB}$

ต้องการพิสูจน์ว่า  $AC = AB$

พิสูจน์ ต่อ  $\overline{AB}$  ถึงจุด  $D$  และต่อ  $\overline{AC}$  ถึงจุด  $E$  ทำให้  $BD = CE$

ลาก  $\overline{BE}$  และ  $\overline{CD}$



เนื่องจาก  $\hat{ABC} = \hat{ACB}$  .....  
 $\hat{ABD} = \hat{ACE}$  .....  
 จะได้  $\hat{ABD} - \hat{ABC} = \hat{ACE} - \hat{ACB}$  .....  
 ดังนั้น  $\hat{DBC} = \hat{ECB}$  .....  
 $BC = CB$  .....  
 และ  $BD = CE$  .....  
 ดังนั้น  $\triangle DBC \cong \triangle ECB$  .....  
 และ  $CD = BE$  .....  
 $\hat{CDB} = \hat{BEC}$  .....  
 $\hat{DAC} = \hat{EAB}$  .....  
 ดังนั้น  $\triangle DAC \cong \triangle EAB$  .....  
 นั่นคือ  $AC = AB$  .....



**เฉลยใบกิจกรรมที่ 7 เรื่อง ทฤษฎีบทที่สำคัญเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง ทฤษฎีบทที่สำคัญเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการให้เหตุผลได้

**คำสั่ง** ให้นักเรียนพิสูจน์เป็นทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วต่อไปนี้

**ทฤษฎีบท** ด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งจะยาวเท่ากัน ก็ต่อเมื่อมุมที่อยู่ตรงข้ามด้านทั้งสองนั้นมีขนาดเท่ากัน

ในการพิสูจน์ทฤษฎีบทนี้ จะแยกพิสูจน์เป็นสองตอนดังนี้

**ตอนที่ 1** พิสูจน์ว่า ถ้ารูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีด้านยาวเท่ากันสองด้าน แล้วมุมที่อยู่ตรงข้ามกับด้านคู่ที่ยาวเท่ากัน มีขนาดเท่ากัน

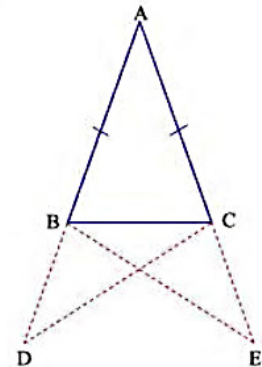
**ตอนที่ 2** พิสูจน์ว่า ถ้ารูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองมุม แล้วด้านที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน ยาวเท่ากัน

**พิสูจน์ตอนที่ 1**

**กำหนดให้**  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มี  $AB = AC$

**ต้องการพิสูจน์ว่า**  $\hat{A}CB = \hat{A}BC$

**พิสูจน์** ต่อ  $\overline{AB}$  ถึงจุด  $D$  และต่อ  $\overline{AC}$  ถึงจุด  $E$  ทำให้  $AD = AE$   
ลาก  $\overline{BE}$  และ  $\overline{CD}$



เนื่องจาก	$AB = AC$	(กำหนดให้).....
	$\hat{B}AE = \hat{C}AD$	(เป็นมุมร่วม).....
	$AE = AD$	(จากการสร้าง).....
ดังนั้น	$\triangle ABE \cong \triangle ACD$	(มีความสัมพันธ์แบบ ค.ม.ค.).....
จะได้	$BE = CD$	(ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ จะยาวเท่ากัน).....
และ	$\hat{A}EB = \hat{A}DC$	(มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ จะมีขนาดเท่ากัน).....
เนื่องจาก	$AE - AC = AD - AB$	(สมบัติของการเท่ากัน).....
จะได้	$CE = BD$	(สมบัติของการเท่ากัน).....

ดังนั้น	$\triangle BCE \cong \triangle CBD$	(มีความสัมพันธ์แบบ ด.ม.ด.)
	$\hat{BCE} = \hat{CBD}$	(มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ จะมีขนาดเท่ากัน)
	$\hat{ACE} = \hat{ABD}$	(ต่างก็เป็นมุมตรง)
จะได้	$\hat{ACE} - \hat{BCE} = \hat{ABD} - \hat{CBD}$	(สมบัติของการเท่ากัน)
นั่นคือ	$\hat{ACB} = \hat{ABC}$	(สมบัติของการเท่ากัน)

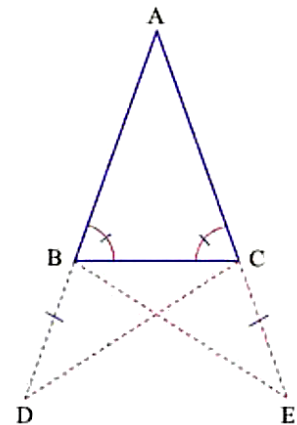
### พิสูจน์ตอนที่ 2

กำหนดให้  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มี  $\hat{ABC} = \hat{ACB}$

ต้องการพิสูจน์ว่า  $AC = AB$

พิสูจน์ ต่อ  $\overline{AB}$  ถึงจุด D และต่อ  $\overline{AC}$  ถึงจุด E ทำให้  $BD = CE$

ลาก  $\overline{BE}$  และ  $\overline{CD}$

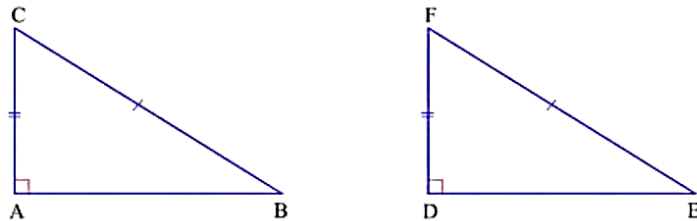


เนื่องจาก	$\hat{ABC} = \hat{ACB}$	(กำหนดให้)
	$\hat{ABD} = \hat{ACE}$	(ต่างก็เป็นมุมตรง)
จะได้	$\hat{ABD} - \hat{ABC} = \hat{ACE} - \hat{ACB}$	(สมบัติของการเท่ากัน)
ดังนั้น	$\hat{DBC} = \hat{ECB}$	(สมบัติของการเท่ากัน)
	$BC = CB$	(เป็นด้านร่วม)
และ	$BD = CE$	(จากการสร้าง)
ดังนั้น	$\triangle DBC \cong \triangle ECB$	(มีความสัมพันธ์แบบ ด.ม.ด.)
และ	$CD = BE$	(ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ จะยาวเท่ากัน)
	$\hat{CDB} = \hat{BEC}$	(มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ จะมีขนาดเท่ากัน)
	$\hat{DAC} = \hat{EAB}$	(เป็นมุมร่วม)
ดังนั้น	$\triangle DAC \cong \triangle EAB$	(มีความสัมพันธ์แบบ ม.ม.ด.)
นั่นคือ	$AC = AB$	(ด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ ยาวเท่ากัน)

ใบงานที่ 7 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (1)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง ทฤษฎีบทที่สำคัญเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการให้เหตุผลได้

**ทฤษฎีบท** ถ้ารูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ฉาก – ด้าน – ด้าน (อ.ด.ด.) กล่าวคือ มีด้านตรงข้าม มุมฉากยาวเท่ากัน และมีด้านอื่นอีกด้านหนึ่งยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ



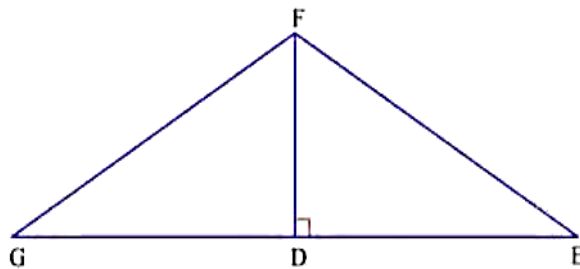
กำหนดให้

.....  
 .....

ต้องการพิสูจน์ว่า

.....

พิสูจน์



ต่อ  $\overline{ED}$  ออกไปทางจุด D จนถึงจุด G ทำให้  $DG = AB$  ลาก  $\overline{GF}$

เนื่องจาก

$$AC = DF$$

.....

$$AB = DG$$

.....

$$\hat{BAC} = 90^\circ$$

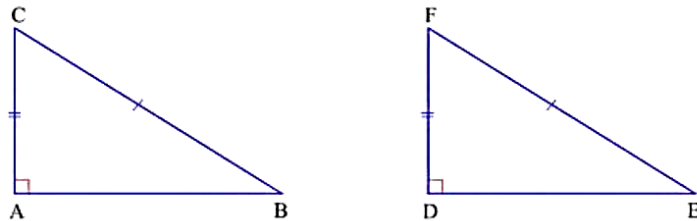
.....

	$\hat{GDF} = 90^\circ$	.....
จะได้	$\hat{BAC} = \hat{GDF}$	.....
ดังนั้น	$\triangle ABC \cong \triangle DGF$	.....
จะได้	$BC = GF$	.....
		.....
เนื่องจาก	$BC = EF$	.....
ดังนั้น	$GF = EF$	.....
จะได้	$\hat{FED} = \hat{FGD}$	.....
		.....
		.....
เนื่องจาก	$\hat{FDE} = 90^\circ$	.....
จะได้	$\hat{FDG} = \hat{FDE}$	.....
	$DF = DF$	.....
ดังนั้น	$\triangle DGF \cong \triangle DEF$	.....
เนื่องจาก	$\triangle ABC \cong \triangle DGF$	.....
ดังนั้น	$\triangle ABC \cong \triangle DEF$	.....
		.....

**เฉลยใบงานที่ 7 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (1)**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง ทฤษฎีบทที่สำคัญเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการให้เหตุผลได้

**ทฤษฎีบท** ถ้ารูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ฉาก – ด้าน – ด้าน (ฉ.ด.ด.) กล่าวคือ มีด้านตรงข้าม มุมฉากยาวเท่ากัน และมีด้านอื่นอีกด้านหนึ่งยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ



กำหนดให้

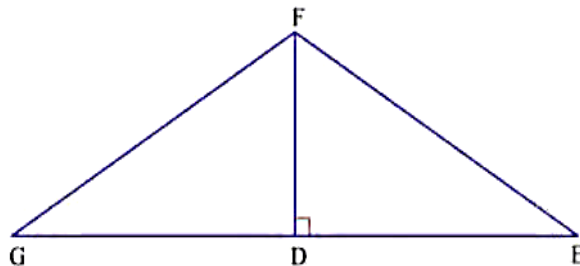
$\triangle ABC$  และ  $\triangle DEF$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากโดย มี  $\hat{BAC} = \hat{EDF} = 90^\circ$

$BC = EF$  และ  $AC = DF$

ต้องการพิสูจน์ว่า

$\triangle ABC \cong \triangle DEF$

พิสูจน์



ต่อ  $\overline{ED}$  ออกไปทางจุด D จนถึงจุด G ทำให้  $DG = AB$  ลาก  $\overline{GF}$

เนื่องจาก

$AC = DF$

(กำหนดให้)

$AB = DG$

(จากการสร้าง)

	$\hat{BAC} = 90^\circ$	(กำหนดให้).....
	$\hat{GDF} = 90^\circ$	( $\hat{EDF} = 90^\circ$ และ $\hat{EDG}$ เป็นมุมตรง).....
จะได้	$\hat{BAC} = \hat{GDF}$	(สมบัติของการเท่ากัน).....
ดังนั้น	$\triangle ABC \cong \triangle DGF$	(มีความสัมพันธ์แบบ ด.ม.ด.).....
จะได้	$BC = GF$	(ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ จะยาวเท่ากัน).....
เนื่องจาก	$BC = EF$	(กำหนดให้).....
ดังนั้น	$GF = EF$	(สมบัติของการเท่ากัน).....
จะได้	$\hat{FED} = \hat{FGD}$	(ถ้ารูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีด้านยาวเท่ากันสองด้าน แล้วมุมที่อยู่ตรงข้ามกับด้านคู่ที่ยาวเท่ากัน มีขนาดเท่ากัน).....
เนื่องจาก	$\hat{FDE} = 90^\circ$	(กำหนดให้).....
จะได้	$\hat{FDG} = \hat{FDE}$	(สมบัติของการเท่ากัน).....
	$DF = DF$	( $\overline{DF}$ เป็นด้านร่วม).....
ดังนั้น	$\triangle DGF \cong \triangle DEF$	(มีความสัมพันธ์แบบ ม.ม.ด.).....
เนื่องจาก	$\triangle ABC \cong \triangle DGF$	(จากการพิสูจน์ข้างต้น).....
ดังนั้น	$\triangle ABC \cong \triangle DEF$	(สมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม).....

<b>แบบบันทึกการตรวจใบงานตามแผนการจัดการเรียนรู้</b> <b>รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 มัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา .....</b>		
หน่วยที่ 4 ใบงานที่ 7	ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม	ห้อง.....

เลขที่	ชื่อ-นามสกุล	ระดับคุณภาพ			
		นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการให้เหตุผลได้			
		การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์			
		1	2	3	4
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (2)		เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์		ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
รายวิชา คณิตศาสตร์ 4		
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b>                      ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับ                      การให้เหตุผลทางเรขาคณิต</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b></p> <p><b>ด้านความรู้</b>                      นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบท                      เกี่ยวกับความเท่ากันทุก                      ประการของรูปสามเหลี่ยม                      ไปใช้ในการให้เหตุผลได้</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b>                      การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b>                      การให้เหตุผล</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b>                      -</p> <p><b>คุณลักษณะของผู้เรียน</b>                      -</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาเพื่อทบทวนความรู้เกี่ยวกับเงื่อนไขที่ทำให้สรุปได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันการเท่ากันทุกประการ ซึ่งได้แก่รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน, มุม-ด้าน-มุม, ด้าน-ด้าน-ด้าน, มุม-มุม-ด้าน และ ฉาก-ด้าน-ด้าน</li> </ol> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนกลุ่มละ 3-4 คน โดยคละความสามารถ เก่ง ปานกลาง อ่อน</li> <li>ครูยกตัวอย่าง แสดงการพิสูจน์ โดยใช้การถาม-ตอบ ประกอบการอธิบาย ดังนี้</li> </ol> <p><b>ตัวอย่างที่</b> กำหนดให้ <math>\overline{AC}</math> และ <math>\overline{BD}</math> แบ่งครึ่งซึ่งกันและกันที่จุด M จงพิสูจน์ว่า <math>\overleftrightarrow{AB}</math> ขนานกับ <math>\overleftrightarrow{DC}</math></p> <div style="text-align: center;"> </div> <p><b>กำหนดให้</b> <math>\overline{AC}</math> และ <math>\overline{BD}</math> แบ่งครึ่งซึ่งกันและกันที่จุด M</p> <p><b>ต้องการพิสูจน์ว่า</b> <math>\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{DC}</math></p>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b>                      -</p> <p><b>สื่อ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ใบกิจกรรมที่ 8 เรื่อง การนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมไปใช้</li> <li>ใบงานที่ 8 เรื่อง การนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมไปใช้</li> </ol> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ใบกิจกรรมที่ 8 เรื่อง การนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมไปใช้</li> </ol>



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8			เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต	เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (2)		ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4		
	<p><b>พิสูจน์</b></p> <p>เนื่องจาก <math>AM = CM</math> (<math>\overline{AC}</math> และ <math>\overline{BD}</math> แบ่งครึ่งซึ่งกันและกันที่จุด M)</p> <p><math>\hat{A}MB = \hat{C}MD</math> (เป็นมุมตรงข้าม)</p> <p><math>MB = MD</math> (<math>\overline{AC}</math> และ <math>\overline{BD}</math> แบ่งครึ่งซึ่งกันและกันที่จุด M)</p> <p>ดังนั้น <math>\triangle AMB \cong \triangle CMD</math> (มีความสัมพันธ์แบบ ด.ม.ด.)</p> <p>จะได้ว่า <math>\hat{M}AB = \hat{M}CD</math> (มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ จะมีขนาดเท่ากัน)</p> <p>ดังนั้น <math>\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{DC}</math> (ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้ มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน)</p>	2. ใบงานที่ 8 เรื่อง การนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมไปใช้	
	<p>3. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายเพื่อพิสูจน์ในใบกิจกรรมที่ 8</p> <p>4. ครูสังเกตพฤติกรรมการทำงานของนักเรียนการใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน การสื่อสาร</p> <p>5. ครูสุ่มตัวแทนนักเรียนออกมานำเสนอผลงานกลุ่มหน้าชั้นเรียน</p> <p>6. ครูให้นักเรียนสรุปความรู้ที่ได้จากการทำกิจกรรมนี้</p> <p>7. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 8 โดยให้นักเรียนทำเป็นรายบุคคลเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ และครูเป็นผู้ให้คำแนะนำนักเรียนตามสถานการณ์ในชั้นเรียน</p>		

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8		เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (2)		ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์		
รายวิชา คณิตศาสตร์ 4		
	<p><b>ขั้นสรุป</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปราย ว่าในการแก้ปัญหาในใบงาน นักเรียนต้องทำอะไร มีลำดับการทำงานอย่างไร ถึงได้คำตอบ แล้วคำตอบที่ได้เชื่อถือได้หรือไม่ต้องทำอะไร</li> <li>2. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายว่า กิจกรรมที่ทำในครั้งนี ใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์อย่างไร หลังจากนั้นครูกล่าวว่า “ความสามารถในการสื่อสาร เป็นความสามารถในการรับและส่งสาร มีวัฒนธรรมในการใช้ภาษาถ่ายทอดความคิด ความรู้ความเข้าใจ ความรู้สึก และทัศนะของตนเองเพื่อแลกเปลี่ยนข้อมูลข่าวสารและประสบการณ์อันจะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาตนเองและสังคม รวมทั้งการเจรจาต่อรองเพื่อขจัดและลดปัญหาความขัดแย้งต่าง ๆ การเลือกรับหรือไม่รับข้อมูลข่าวสารด้วยหลักเหตุผลและความถูกต้อง ตลอดจนการเลือกใช้วิธีการสื่อสารที่มีประสิทธิภาพโดยคำนึงถึงผลกระทบที่มีต่อตนเองและสังคม” ซึ่งสอดคล้องกับการทำกิจกรรมในครั้งนี</li> <li>3. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมไปใช้ มีดังนี้                         <ul style="list-style-type: none"> <li>- ถ้ารูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (เขียนแทนด้วย ด.ม.ด.) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ</li> </ul> </li> </ol>	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8		เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ถ้ารูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (เขียนแทนด้วย ม.ด.ม.) กล่าวคือ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ</li> <li>- ถ้ารูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (เขียนแทนด้วย ด.ด.ด.) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสามคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ</li> <li>- ถ้ารูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน (เขียนแทนด้วย ม.ม.ด.) กล่าวคือ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่และด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน ยาวเท่ากันหนึ่งคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ</li> <li>- ถ้ารูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน (เขียนแทนด้วย ฉ.ด.ด.) กล่าวคือ สามเหลี่ยมทั้งสองเป็นสามเหลี่ยมมุมฉากซึ่งมีด้านประกอบมุมฉากยาวเท่ากัน และด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากันหนึ่งคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ</li> </ul>	

**การวัดผลประเมินผล**

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการให้เหตุผลได้	ตรวจใบงานที่ 8	แบบบันทึกการตรวจใบงานที่ 8	ระดับ 1 ให้เหตุผลถูกต้อง 0 – 1 เหตุผล ระดับ 2 ให้เหตุผลถูกต้อง 2 เหตุผล ระดับ 3 ให้เหตุผลถูกต้อง 3 เหตุผล ระดับ 4 ให้เหตุผลถูกต้อง 4 เหตุผล
การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์			

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

.....

.....

.....

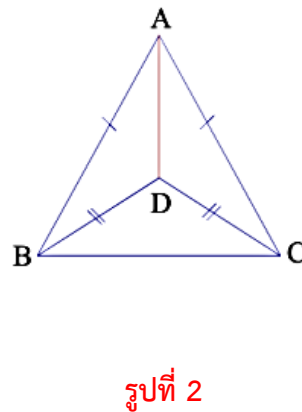
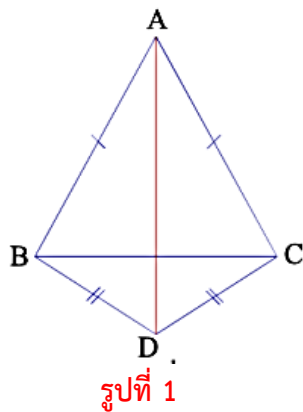
ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ใบกิจกรรมที่ 8 เรื่อง การนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมไปใช้  
 หน่วยที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (2)  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการให้เหตุผลได้

กำหนดให้  $\triangle ABC$  และ  $\triangle DBC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วสองรูปที่ใช้ฐาน  $\overline{BC}$  ร่วมกัน โดยมี  $AB = AC$  และ  $DB = DC$  ลาก  $\overline{AD}$  จงพิสูจน์ว่า  $\triangle ABD$  และ  $\triangle ACD$  เท่ากันทุกประการ

วาดรูปจากสิ่งที่โจทย์กำหนด



วิเคราะห์โจทย์

กำหนดให้

.....  
 .....

ต้องการพิสูจน์ว่า

.....

พิสูจน์

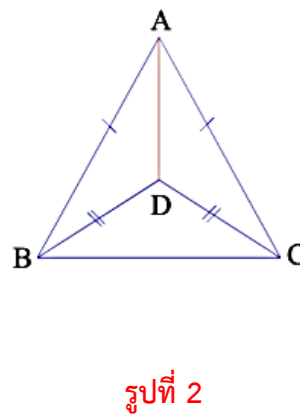
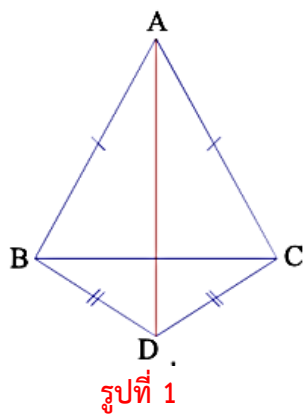
.....  
 .....  
 .....

**เฉลย** ใบกิจกรรมที่ 8 เรื่อง การนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมไปใช้  
หน่วยที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (2)  
รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการให้เหตุผลได้

กำหนดให้  $\triangle ABC$  และ  $\triangle DBC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วสองรูปที่ใช้ฐาน  $\overline{BC}$  ร่วมกัน โดยมี  $AB = AC$  และ  $DB = DC$  ลาก  $\overline{AD}$  จงพิสูจน์ว่า  $\triangle ABD$  และ  $\triangle ACD$  เท่ากันทุกประการ

วาดรูปจากสิ่งที่โจทย์กำหนด



วิเคราะห์โจทย์

กำหนดให้  $\triangle ABC$  และ  $\triangle DBC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มี  $\overline{BC}$  เป็นฐานร่วมกัน  
มี  $AB = AC, DB = DC$  ลาก  $\overline{AD}$

ต้องการพิสูจน์ว่า  $\triangle ABD \cong \triangle ACD$

พิสูจน์

เนื่องจาก  $AB = AC$  และ  $DB = DC$  ..... (กำหนดให้)

และ  $AD = AD$  ..... ( $\overline{AD}$  เป็นด้านร่วม)

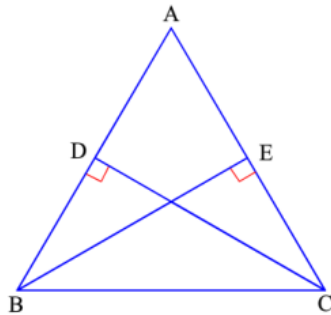
ดังนั้น  $\triangle ABD \cong \triangle ACD$  ..... (ด.ด.ด.)

ใบงานที่ 8 เรื่อง การนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมไปใช้  
 หน่วยที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (2)  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการให้เหตุผลได้

กำหนดให้  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว โดยที่  $AB = AC$  ลาก  $\overline{CD}$  และ  $\overline{BE}$  ตั้งฉากกับ  $\overline{AB}$  และ  $\overline{AC}$  ที่จุด  $D$  และจุด  $E$  ตามลำดับ จงพิสูจน์ว่า  $CD = BE$  และ  $AD = AE$

วาดรูปจากสิ่งที่โจทย์กำหนด



วิเคราะห์โจทย์

กำหนดให้

.....  
 .....

ต้องการพิสูจน์ว่า

.....

พิสูจน์

.....  
 .....

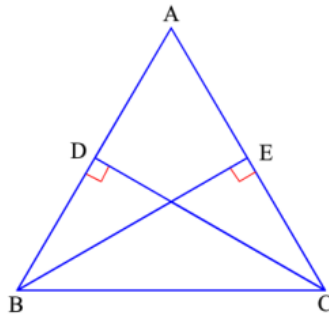


**เฉลย** ใบงานที่ 8 เรื่อง การนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมไปใช้  
หน่วยที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (2)  
รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการให้เหตุผลได้

กำหนดให้  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว โดยที่  $AB = AC$  ลาก  $\overline{CD}$  และ  $\overline{BE}$  ตั้งฉากกับ  $\overline{AB}$  และ  $\overline{AC}$  ที่จุด  $D$  และจุด  $E$  ตามลำดับ จงพิสูจน์ว่า  $CD = BE$  และ  $AD = AE$

วาดรูปจากสิ่งที่โจทย์กำหนด



วิเคราะห์โจทย์

กำหนดให้  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว โดยที่  $AB = AC$

$\overline{CD} \perp \overline{AB}$  ที่จุด  $D$  และ  $\overline{BE} \perp \overline{AC}$  ที่จุด  $E$

ต้องการพิสูจน์ว่า  $CD = BE$  และ  $AD = AE$

พิสูจน์

เนื่องจาก  $AB = AC$  (กำหนดให้)

$\hat{AEB} = \hat{ADC} = 90^\circ$  ( $\overline{CD} \perp \overline{AB}$  และ  $\overline{BE} \perp \overline{AC}$ )

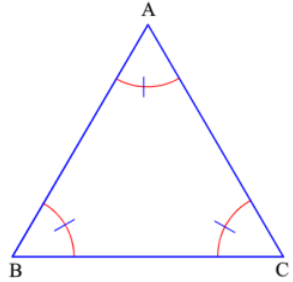
และ  $\hat{BAE} = \hat{CAD}$  (มุมร่วม)

จะได้  $\triangle AEB \cong \triangle ADC$  (ม.ม.ด.)

ดังนั้น  $AE = AD$  และ  $BE = CD$  (ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ จะยาวเท่ากัน)

แบบบันทึกการตรวจใบงานตามแผนการจัดการเรียนรู้ รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 มัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา .....		
หน่วยที่ 4 ใบงานที่ 8	การนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการ ของรูปสามเหลี่ยมไปใช้	ห้อง.....

เลขที่	ชื่อ-นามสกุล	ระดับคุณภาพ			
		สามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการให้เหตุผลได้			
		การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์			
		1	2	3	4
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (3)		เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์		ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
รายวิชา คณิตศาสตร์ 4		
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b> ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับ การให้เหตุผลทางเรขาคณิต</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b> <b>ด้านความรู้</b> นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบท เกี่ยวกับความเท่ากันทุก ประการของรูปสามเหลี่ยม ไปใช้ในการให้เหตุผลได้</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b> การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b> การให้เหตุผล</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b> -</p> <p><b>คุณลักษณะของผู้เรียน</b> -</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาเพื่อทบทวนความรู้เกี่ยวกับเงื่อนไขที่ทำให้สรุปได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันการเท่ากันทุกประการ ที่ซึ่งได้แก่รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน, มุม-ด้าน-มุม, ด้าน-ด้าน-ด้าน, มุม-มุม-ด้าน และ ฉาก-ด้าน-ด้าน</li> </ol> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนกลุ่มละ 3-4 คน โดยคละความสามารถ เก่ง ปานกลาง อ่อน</li> <li>ครูยกตัวอย่าง แสดงการพิสูจน์ โดยใช้การถาม-ตอบ ประกอบการอธิบาย ดังนี้</li> </ol> <p><b>ตัวอย่าง</b> <math>\triangle ABC</math> เป็นรูปสามเหลี่ยมที่ <math>\hat{A} = \hat{B} = \hat{C}</math> จงพิสูจน์ว่า <math>\triangle ABC</math> เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า</p> <div style="text-align: center;">  </div>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b> -</p> <p><b>สื่อ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ใบกิจกรรมที่ 9 เรื่อง เส้นมัธยฐานทั้งสามเส้นของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ายาวเท่ากันหรือไม่</li> <li>ใบงานที่ 9 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (2)</li> </ol> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ใบกิจกรรมที่ 9 เรื่อง เส้นมัธยฐานทั้งสามเส้นของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ายาวเท่ากันหรือไม่</li> </ol>

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต	เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (3)	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p><b>กำหนดให้</b> <math>\triangle ABC</math> เป็นรูปสามเหลี่ยม <math>\hat{A} = \hat{B} = \hat{C}</math></p> <p><b>ต้องการพิสูจน์ว่า</b> <math>\triangle ABC</math> เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า</p> <p><b>พิสูจน์</b></p> <p>เนื่องจาก <math>\hat{A} = \hat{B}</math> และ <math>\hat{B} = \hat{C}</math> (กำหนดให้)</p> <p>จะได้ <math>BC = AC</math> และ <math>AC = AB</math> (ถ้ารูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองมุม แล้วด้านที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน จะยาวเท่ากัน)</p> <p>ดังนั้น <math>BC = AC = AB</math> (สมบัติของการเท่ากัน)</p> <p>นั่นคือ <math>\triangle ABC</math> เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า</p>	<p>2. ใบงานที่ 9 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (2)</p>
	<ol style="list-style-type: none"> <li>3. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายเพื่อพิสูจน์ในใบกิจกรรมที่ 9</li> <li>4. ครูสังเกตพฤติกรรมการทำงานของนักเรียนการใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน การสื่อสาร</li> <li>5. ครูสุ่มตัวแทนนักเรียนออกมานำเสนอผลงานกลุ่มหน้าชั้นเรียน</li> <li>6. ครูให้นักเรียนสรุปความรู้ที่ได้จากการทำกิจกรรมนี้</li> <li>7. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 9 โดยให้นักเรียนทำเป็นรายบุคคลเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ และครูเป็นผู้ให้คำแนะนำนักเรียน ตามสถานการณ์ในชั้นเรียน</li> </ol>	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9		เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (3)	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์		
<p><b>ขั้นสรุป</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปราย ว่าในการแก้ปัญหาในใบงาน นักเรียนต้องทำอะไร มีลำดับการทำอะไร ถึงได้คำตอบ แล้วคำตอบที่ได้เชื่อถือได้หรือไม่ต้องทำอะไร</li> <li>2. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายว่า กิจกรรมที่ทำในครั้งนี ใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์อย่างไร หลังจากนั้นครูกล่าวว่า “ความสามารถในการสื่อสาร เป็นความสามารถในการรับและส่งสาร มีวัฒนธรรมในการใช้ภาษาถ่ายทอดความคิด ความรู้ความเข้าใจ ความรู้สึก และทัศนะของตนเองเพื่อแลกเปลี่ยนข้อมูลข่าวสารและประสบการณ์อันจะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาตนเองและสังคม รวมทั้งการเจรจาต่อรองเพื่อขจัดและลดปัญหาความขัดแย้งต่าง ๆ การเลือกรับหรือไม่รับข้อมูลข่าวสารด้วยหลักเหตุผลและความถูกต้อง ตลอดจนการเลือกใช้วิธีการสื่อสารที่มีประสิทธิภาพโดยคำนึงถึงผลกระทบที่มีต่อตนเองและสังคม” ซึ่งสอดคล้องกับการทำกิจกรรมในครั้งนี</li> <li>3. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้จากการทำกิจกรรมและใบงาน ดังนี้           <p style="text-align: center;">เส้นมัธยฐานของรูปสามเหลี่ยมคือส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดยอดมุมของรูปสามเหลี่ยมกับจุดกึ่งกลางของด้านที่อยู่ตรงข้าม เส้นมัธยฐานทั้งสามเส้นของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ายาวเท่ากัน</p> </li> </ol>		

**การวัดผลประเมินผล**

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการให้เหตุผลได้	ตรวจใบงานที่ 9	แบบบันทึกการตรวจใบงานที่ 9	ระดับ 1 ให้เหตุผลถูกต้อง 0-2 เหตุผล ระดับ 2 ให้เหตุผลถูกต้อง 3-4 เหตุผล ระดับ 3 ให้เหตุผลถูกต้อง 5-6 เหตุผล ระดับ 4 ให้เหตุผลถูกต้อง 7-8 เหตุผล
การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์			

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย**

.....

.....

.....

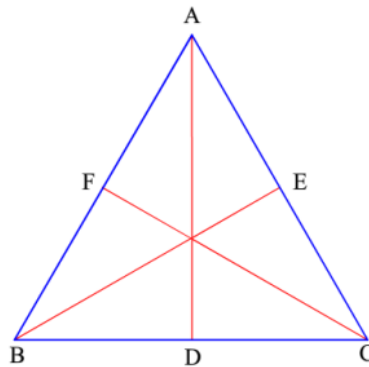
ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ใบกิจกรรมที่ 9 เรื่อง เส้นมัธยฐานทั้งสามเส้นของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ายาวเท่ากันหรือไม่  
 หน่วยที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (3)  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการให้เหตุผลได้

เส้นมัธยฐานของรูปสามเหลี่ยม คือ ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดยอดมุมของรูปสามเหลี่ยมกับจุดกึ่งกลางของด้านที่อยู่ตรงข้าม

จงพิสูจน์ว่า เส้นมัธยฐานทั้งสามเส้นของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ายาวเท่ากัน



กำหนดให้ .....

ต้องการพิสูจน์ว่า .....

พิสูจน์

เนื่องจาก  $\triangle ABC \cong \triangle CBF$  .....

ดังนั้น  $AD = CF$  .....

เนื่องจาก  $\triangle ACD \cong \triangle BCE$  .....

ดังนั้น  $AD = BE$  .....

นั่นคือ  $AD = BE = CF$  .....

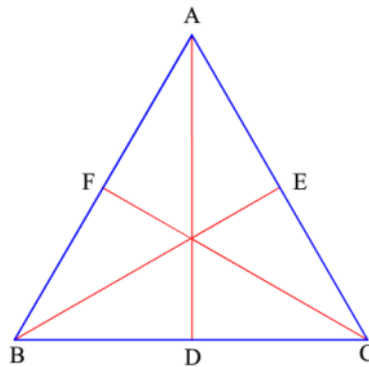


**เฉลย** ใบกิจกรรมที่ 9 เรื่อง เส้นมัธยฐานทั้งสามเส้นของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ายาวเท่ากันหรือไม่  
 หน่วยที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (3)  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการให้เหตุผลได้

เส้นมัธยฐานของรูปสามเหลี่ยม คือ ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดยอดมุมของรูปสามเหลี่ยมกับจุดกึ่งกลางของด้านที่อยู่ตรงข้าม

จงพิสูจน์ว่า เส้นมัธยฐานทั้งสามเส้นของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ายาวเท่ากัน



กำหนดให้  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า มี  $AD$ ,  $BE$  และ  $CF$  เป็นเส้นมัธยฐาน

ต้องการพิสูจน์ว่า  $AD = BE = CF$

พิสูจน์

เนื่องจาก  $\triangle ABC \cong \triangle CBF$  (ด.ม.ด. เพราะ  $AB = CB$ ,  $\hat{A}BD = \hat{C}BF$  และ  $BD = BF$ )

ดังนั้น  $AD = CF$  (ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการจะยาวเท่ากัน)

เนื่องจาก  $\triangle ACD \cong \triangle BCE$  (ด.ม.ด.)

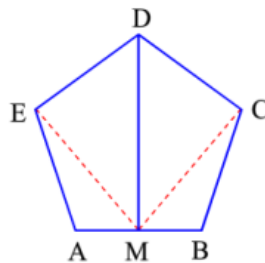
ดังนั้น  $AD = BE$  (ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการจะยาวเท่ากัน)

นั่นคือ  $AD = BE = CF$  (สมบัติของการเท่ากัน)

**ใบงานที่ 9 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (2)**  
**หน่วยที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (3)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการให้เหตุผลได้

**โจทย์** รูป ABCDE เป็นรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า มีจุด M เป็นจุดกึ่งกลางของ  $\overline{AB}$  ลาก  $\overline{DM}$   
 จงพิสูจน์ว่า  $\hat{EDM} = \hat{CDM}$



**กำหนดให้** .....

**ต้องการพิสูจน์ว่า** .....

**พิสูจน์** ลาก  $\overline{EM}$  และ  $\overline{CM}$

เนื่องจาก  $\triangle EAM \cong \triangle CBM$  .....

ดังนั้น  $EM = CM$  .....

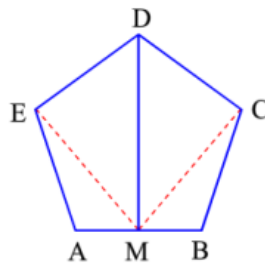
จะได้  $\triangle DEM \cong \triangle DCM$  .....

ดังนั้น  $\hat{EDM} = \hat{CDM}$  .....

**เฉลยใบงานที่ 9 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (2)**  
**หน่วยที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (3)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการให้เหตุผลได้

**โจทย์** รูป ABCDE เป็นรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า มีจุด M เป็นจุดกึ่งกลางของ  $\overline{AB}$  ลาก  $\overline{DM}$   
 จงพิสูจน์ว่า  $\hat{EDM} = \hat{CDM}$



**กำหนดให้** รูป ABCDE เป็นรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า  
 จุด M เป็นจุดกึ่งกลางของ  $\overline{AB}$  ลาก  $\overline{DM}$

**ต้องการพิสูจน์ว่า**  $\hat{EDM} = \hat{CDM}$

**พิสูจน์** ลาก  $\overline{EM}$  และ  $\overline{CM}$

เนื่องจาก  $\triangle EAM \cong \triangle CBM$  (ด.ม.ด. เพราะ  $EA = CB$ ,  $\hat{EAM} = \hat{CBM}$   
 และ  $AM = BM$ )

ดังนั้น  $EM = CM$  (ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากัน  
 ทุกประการจะยาวเท่ากัน)

จะได้  $\triangle DEM \cong \triangle DCM$  (ด.ด.ด.)

ดังนั้น  $\hat{EDM} = \hat{CDM}$  (มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากัน  
 ทุกประการจะมีขนาดเท่ากัน)

แบบบันทึกการตรวจใบงานตามแผนการจัดการเรียนรู้ รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 มัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา .....		
หน่วยที่ 4 ใบงานที่ 9	ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (3)	ห้อง.....

เลขที่	ชื่อ-นามสกุล	ระดับคุณภาพ			
		สามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการให้เหตุผลได้			
		การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์			
		1	2	3	4
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต	เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปเหลี่ยม (1)	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b></p> <p>ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b></p> <p><b>ด้านความรู้</b></p> <p>ใช้สมบัติเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานในการให้เหตุผลได้</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b></p> <p>1. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์</p> <p>2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b></p> <p>การให้เหตุผล</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b></p> <p>ความสามารถในการสื่อสาร</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ขั้นนำ</b></p> <p>1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</p> <p>2. ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาเพื่อทบทวนความรู้เกี่ยวกับเงื่อนไขที่ทำให้สรุปได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันการเท่ากันทุกประการ ที่ซึ่งได้แก่รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน, มุม-ด้าน-มุม, ด้าน-ด้าน-ด้าน, มุม-มุม-ด้าน และ ฉาก-ด้าน-ด้าน</p> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <p>1. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนกลุ่มละ 3-4 คน โดยคละความสามารถ เก่ง ปานกลาง อ่อน</p> <p>2. ครูยกตัวอย่างแสดงการพิสูจน์ จากใบความรู้ที่ 3 (ทฤษฎีบท 1 ด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานยาวเท่ากัน โดยใช้โปรแกรมนำเสนอ ร่วมกับการถามตอบให้นักเรียนร่วมกันแสดงการให้เหตุผล)</p> <p>3. ครูถามนักเรียนว่าจากการพิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนานนี้ ใช้ทฤษฎีบทใดในการพิสูจน์</p> <p style="color: red;">(- ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน</p> <p style="color: red;">- รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการแบบ ม.ด.ม.</p> <p style="color: red;">- ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยม ที่เท่ากันทุกประการ จะยาวเท่ากัน)</p>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b></p> <p style="text-align: center;">-</p> <p><b>สื่อ</b></p> <p>1. ใบความรู้ที่ 3 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (1)</p> <p>2. ใบกิจกรรมที่ 10 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (1)</p> <p>3. ใบงานที่ 10 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (1)</p> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b></p> <p>1. ใบกิจกรรมที่ 10 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (1)</p> <p>2. ใบงานที่ 10 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (1)</p>

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต	เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปเหลี่ยม (1)	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p>คุณลักษณะของผู้เรียน</p> <p>-</p>	<p>4. ครูยกตัวอย่างแสดงการพิสูจน์ จากใบความรู้ที่ 3 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (1) (ทฤษฎีบท 2 รูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งมีด้านตรงข้ามยาวเท่ากันสองคู่ แล้วรูปสี่เหลี่ยมรูปนั้นเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน โดยใช้โปรแกรมนำเสนอ ร่วมกับการถามตอบให้นักเรียนร่วมกันแสดงการให้เหตุผล)</p> <p>5. ครูถามนักเรียนว่าจากการพิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนานนี้ ใช้ทฤษฎีบทใดในการพิสูจน์</p> <p style="color: red;">(- มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากัน ทุกประการ มีขนาดเท่ากัน</p> <p style="color: red;">- รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการแบบ ด.ด.ด.</p> <p style="color: red;">- ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากันแล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน</p> <p style="color: red;">- รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามขนานกันสองคู่)</p> <p>6. ครูเสนอแนะนักเรียนว่า “จากทฤษฎีบทสองทฤษฎีบท ที่พิสูจน์มาข้างต้นสามารถเขียนเป็นทฤษฎีบทเดียวกัน โดยเชื่อมด้วย “ก็ต่อเมื่อ” ได้ดังนี้ รูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ก็ต่อเมื่อ ด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมรูปนั้นยาวเท่ากันสองคู่”</p> <p>7. ครูยกตัวอย่างแสดงการพิสูจน์ จากใบความรู้ที่ 3 (ทฤษฎีบท 3 มุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานมีขนาดเท่ากัน โดยใช้โปรแกรมนำเสนอ ร่วมกับการถามตอบให้นักเรียนร่วมกันแสดงการให้เหตุผล)</p>	

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปเหลี่ยม (1) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p>8. ครูถามนักเรียนว่าจากการพิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนานนี้ ใช้ทฤษฎีบทใดในการพิสูจน์</p> <p>(- ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน</p> <p>- รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการแบบ ม.ด.ม.</p> <p>- มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ มีขนาดเท่ากัน)</p> <p>9. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายเพื่อพิสูจน์ในกิจกรรมที่ 10 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (1)</p> <p>10. ครูสังเกตพฤติกรรมการทำงานของนักเรียนการฝึกเรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน การสื่อสาร</p> <p>11. ครูสุ่มตัวแทนนักเรียนออกมานำเสนอผลงานของกลุ่มหน้าชั้นเรียน ครูสังเกตการณ์สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์</p> <p>12. ครูให้นักเรียนสรุปความรู้ที่ได้จากการทำกิจกรรมนี้ร่วมกัน ครูเพิ่มเติมในส่วนที่นักเรียนสงสัย</p> <p>13. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 10 โดยให้นักเรียนทำเป็นรายบุคคลเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ</p> <p>14. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยใบงาน</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปราย ว่าในการแก้ปัญหาในใบงาน นักเรียนต้องทำอะไร มีลำดับการทำอะไร ถึงได้คำตอบ แล้วคำตอบที่ได้เชื่อถือได้หรือไม่ต้องทำอะไร</p> <p>2. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายว่า กิจกรรมที่ทำในครั้ง นี้ ใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์อย่างไร หลังจากนั้นครูกล่าวว่า “ความสามารถในการสื่อสาร เป็นความสามารถในการรับและส่งสาร มีวัฒนธรรมในการใช้ภาษาถ่ายทอดความคิด ความรู้ความเข้าใจ ความรู้สึก และทัศนะของ</p>	

<b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10</b>		
<b>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต</b>	<b>เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปเหลี่ยม (1)</b>	<b>เวลา 1 ชั่วโมง</b>
<b>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</b>	<b>รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</b>	<b>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</b>
	<p>ตนเองเพื่อแลกเปลี่ยนข้อมูลข่าวสารและประสบการณ์อันจะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาตนเองและสังคม รวมทั้งการเจรจาต่อรองเพื่อขจัดและลดปัญหาความขัดแย้งต่าง ๆ การเลือกรับหรือไม่รับข้อมูลข่าวสารด้วยหลักเหตุผลและความถูกต้อง ตลอดจนการเลือกใช้วิธีการสื่อสาร ที่มีประสิทธิภาพโดยคำนึงถึงผลกระทบที่มีต่อตนเองและสังคม” ซึ่งสอดคล้องกับการทำกิจกรรมในครั้งนี้</p> <p>3. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนานที่ได้จากการทำกิจกรรม และใบงาน ดังนี้</p> <p><b>ทฤษฎีบท 1</b> ด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานยาวเท่ากัน</p> <p><b>ทฤษฎีบท 2</b> รูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งมีด้านตรงข้ามยาวเท่ากันสองคู่แล้วรูปสี่เหลี่ยมรูปนั้นเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน</p> <p><b>ทฤษฎีบท 3</b> มุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานมีขนาดเท่ากัน</p> <p><b>ทฤษฎีบท 4</b> ถ้ารูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งมีมุมตรงข้ามที่มีขนาดเท่ากันสองคู่แล้วรูปสี่เหลี่ยมรูปนั้นเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน</p> <p><b>ทฤษฎีบท 5</b> เส้นทแยงมุมทั้งสองของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานแบ่งครึ่งซึ่งกันและกันที่จุดตัดของเส้นทแยงมุม</p>	



## การวัดผลประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
ใช้สมบัติเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม และรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานในการให้เหตุผลได้	ตรวจ ใบงานที่ 10	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 10	ระดับ 1 ให้เหตุผลไม่ถูกต้อง ระดับ 2 ให้เหตุผลได้ถูกต้อง 1 เหตุผล ระดับ 3 ให้เหตุผลได้ถูกต้อง 2 เหตุผล ระดับ 4 ให้เหตุผลได้ถูกต้อง 2 เหตุผล พร้อม ทั้งระบุสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ได้ถูกต้อง
การสื่อสารและการสื่อ ความหมายทางคณิตศาสตร์			

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

### ใบความรู้ที่ 3 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (1)

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน (1)

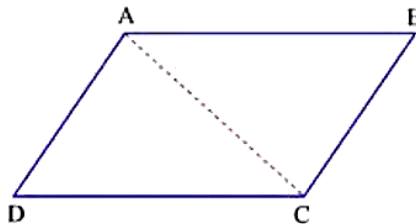
รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

จุดประสงค์ ใช้สมบัติเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานในการให้เหตุผลได้

รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามขนานกันสองคู่

ทฤษฎีเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน มีการพิสูจน์ดังนี้

**ทฤษฎีบท 1** ด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานยาวเท่ากัน



กำหนดให้  $\square ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ซึ่งมี  $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$  และ  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

ต้องการพิสูจน์ว่า  $AB = CD$  และ  $AD = CB$

พิสูจน์ ลาก  $\overline{AC}$

เนื่องจาก  $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$  (กำหนดให้)

จะได้  $\hat{CAB} = \hat{ACD}$  (ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)

เนื่องจาก  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$  (กำหนดให้)

จะได้  $\hat{ACB} = \hat{CAD}$  (ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)

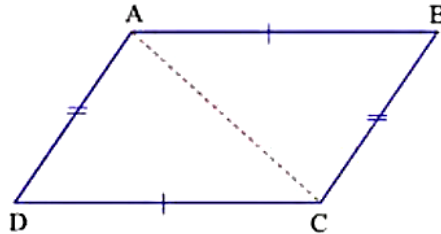
$AC = AC$  ( $\overline{AC}$  เป็นด้านร่วม)

ดังนั้น  $\triangle ACB \cong \triangle CAD$  (ม.ด.ม.)

จะได้  $AB = CD$  และ  $AD = CB$  (ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ จะยาวเท่ากัน)

บทกลับของทฤษฎีบทข้างต้น คือ ทฤษฎีบทต่อไปนี้

**ทฤษฎีบท 2** รูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งที่มีด้านตรงข้ามยาวเท่ากันสองคู่ แล้วรูปสี่เหลี่ยมรูปนั้นเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน



กำหนดให้  ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งที่มี  $AB = CD$  และ  $CB = AD$

ต้องการพิสูจน์ว่า  ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

พิสูจน์ ลาก  $\overline{AC}$

เนื่องจาก  $AB = CD, CB = AD$  (กำหนดให้)

และ  $AC = AC$  ( $\overline{AC}$  เป็นด้านร่วม)

ดังนั้น  $\triangle ABC \cong \triangle CDA$  (ค.ด.ค.)

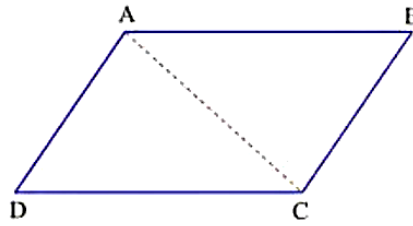
จะได้  $\hat{BAC} = \hat{DCA}$  และ  $\hat{ACB} = \hat{CAD}$  (มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ มีขนาดเท่ากัน)  
 (ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากันแล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน)

$$\overline{AB} \parallel \overline{CD} \text{ และ } \overline{BC} \parallel \overline{AD}$$

ดังนั้น  ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน (รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามขนานกันสองคู่)

จากทฤษฎีบทสองทฤษฎีบท ที่พิสูจน์มาข้างต้นสามารถเขียนเป็นทฤษฎีบทเดียวกัน โดยเชื่อมด้วย “ก็ต่อเมื่อ” ได้ดังนี้ รูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ก็ต่อเมื่อ ด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมรูปนั้นยาวเท่ากันสองคู่

**ทฤษฎีบท 3** มุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานมีขนาดเท่ากัน



กำหนดให้  $\square ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน โดยมี  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  และ  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

ต้องการพิสูจน์ว่า  $\hat{A}BC = \hat{C}DA$  และ  $\hat{B}AD = \hat{D}CB$

พิสูจน์ ลาก  $\overline{AC}$

เนื่องจาก  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  และ  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

(กำหนดให้)

จะได้  $\hat{B}AC = \hat{D}CA$  และ  $\hat{C}AD = \hat{A}CB$

(ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน  
และมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมี  
ขนาดเท่ากัน)

$$AC = AC$$

( $\overline{AC}$  เป็นด้านร่วม)

ดังนั้น  $\triangle ABC \cong \triangle CDA$

(ม.ด.ม.)

จะได้  $\hat{A}BC = \hat{C}DA$

(มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่  
เท่ากันทุกประการ มีขนาดเท่ากัน)

$$\hat{B}AC + \hat{C}AD = \hat{D}CA + \hat{A}CB$$

(สมบัติของการเท่ากัน)

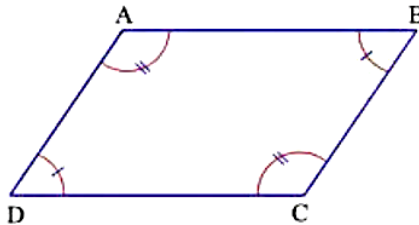
ดังนั้น  $\hat{B}AD = \hat{D}CB$

**ใบกิจกรรมที่ 10 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (1)**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน (1)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** ใช้สมบัติเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานในการให้เหตุผลได้

**คำสั่ง** ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปราย เพื่อพิสูจน์ทฤษฎีบทของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานต่อไปนี้ แล้วส่งตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอผลงานของกลุ่ม

**ทฤษฎีบท 4** ถ้ารูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งมีมุมตรงข้ามที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ แล้วรูปสี่เหลี่ยมรูปนั้นเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน



กำหนดให้ .....

ต้องการพิสูจน์ว่า .....

พิสูจน์ เนื่องจาก  $\widehat{DCB} = \widehat{BAD}$  และ  $\widehat{CDA} = \widehat{ABC}$  .....

$$\widehat{BAD} + \widehat{DCB} + \widehat{ABC} + \widehat{CDA} = 360^\circ$$

.....

ดังนั้น  $2(\widehat{BAD}) + 2(\widehat{ABC}) = 360^\circ$  .....

จะได้ 
$$\widehat{BAD} + \widehat{ABC} = 180^\circ$$

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$  .....

เนื่องจาก  $2(\widehat{BAD}) + 2(\widehat{CDA}) = 360^\circ$  .....

$$\widehat{BAD} + \widehat{CDA} = 180^\circ$$

.....

จะได้

$$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$$

---

---

---

---

---

---

ดังนั้น  $\square$  ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

---

---

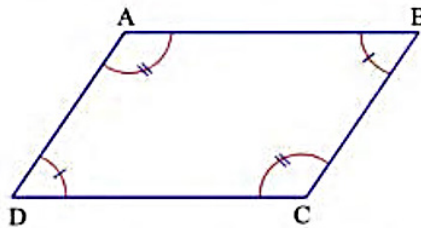
---

**เฉลยใบกิจกรรมที่ 10 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (1)**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน (1)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** ใช้สมบัติเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานในการให้เหตุผลได้

**คำสั่ง** ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปราย เพื่อพิสูจน์ทฤษฎีบทของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานต่อไปนี้ แล้วส่งตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอผลงานของกลุ่ม

**ทฤษฎีบท 4** ถ้ารูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งมีมุมตรงข้ามที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ แล้วรูปสี่เหลี่ยมรูปนั้นเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน



**กำหนดให้** □ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมซึ่งมี  $\hat{DCB} = \hat{BAD}$  และ  $\hat{CDA} = \hat{ABC}$

**ต้องการพิสูจน์ว่า** □ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

**พิสูจน์** เนื่องจาก  $\hat{DCB} = \hat{BAD}$  และ  $\hat{CDA} = \hat{ABC}$  (กำหนดให้)

$$\hat{BAD} + \hat{DCB} + \hat{ABC} + \hat{CDA} = 360^\circ$$

(ขนาดของมุมภายในทั้งสี่มุม ของรูปสี่เหลี่ยมรวมกันเท่ากับ 360 องศา)

ดังนั้น  $2(\hat{BAD}) + 2(\hat{ABC}) = 360^\circ$  (แทน  $\hat{DCB}$  ด้วย  $\hat{BAD}$  และ แทน  $\hat{CDA}$  ด้วย  $\hat{ABC}$ )

$$\hat{BAD} + \hat{ABC} = 180^\circ$$

จะได้  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$  (สมบัติของการเท่ากัน)  
 (ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้ขนาดของ มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันเท่ากับ 180 องศา แล้วเส้นตรงคู่ นั้นขนานกัน)



เนื่องจาก  $2(\hat{B\hat{A}D}) + 2(\hat{C\hat{D}A}) = 360^\circ$

$$\hat{B\hat{A}D} + \hat{C\hat{D}A} = 180^\circ$$

จะได้  $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$

ดังนั้น  $\square ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

(แทน  $\hat{ABC}$  ด้วย  $\hat{CDA}$ )

(สมบัติของการเท่ากัน)

(ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง

ทำให้ขนาดของ มุมภายในที่อยู่บน ข้าง

เดียวกันของเส้นตัด รวมกัน เท่ากับ  $180^\circ$

องศา แล้วเส้นตรงคู่ขนานกัน)

(รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน คือ รูปสี่เหลี่ยม

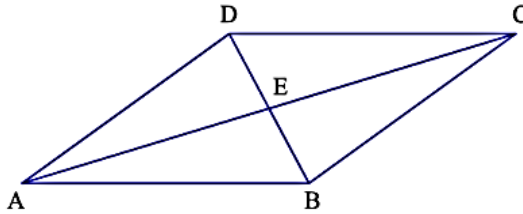
ที่มีด้านตรงข้าม ขนานกันสองคู่)

**ใบงานที่ 10 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (1)**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน (1)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** ใช้สมบัติเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานในการให้เหตุผลได้

**คำสั่ง** ให้นักเรียนแต่ละคนพิสูจน์ทฤษฎีบทรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานต่อไปนี้

**ทฤษฎีบท 5** เส้นทแยงมุมทั้งสองของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานแบ่งครึ่งซึ่งกันและกันที่จุดตัดของเส้นทแยงมุม



**กำหนดให้** .....

**ต้องการพิสูจน์** .....

**พิสูจน์**

เนื่องจาก  $\triangle DAE \cong \triangle BCE$  .....

ดังนั้น  $DE = BE$  และ  $AE = CE$  .....

.....

**เฉลย** ใบงานที่ 10 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (1)

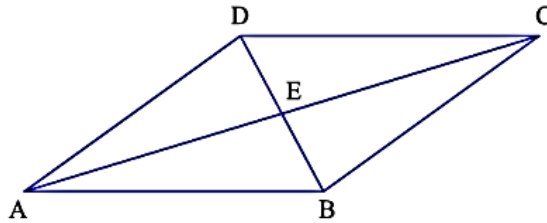
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน (1)

รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** ใช้สมบัติเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานในการให้เหตุผลได้

**คำสั่ง** ให้นักเรียนแต่ละคนพิสูจน์ทฤษฎีบทรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานต่อไปนี้

**ทฤษฎีบท 5** เส้นทแยงมุมทั้งสองของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานแบ่งครึ่งซึ่งกันและกันที่จุดตัดของเส้นทแยงมุม



กำหนดให้

$\square$  ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานมี  $\overline{BD}$  และ  $\overline{AC}$  เป็นเส้นทแยงมุมตัดกันที่จุด E

ต้องการพิสูจน์

$DE = BE$  และ  $AE = CE$

พิสูจน์

เนื่องจาก

$$\triangle DAE \cong \triangle BCE$$

(ม.ด.ม. เพราะ  $\hat{DAE} = \hat{BCE}$ ,

$$DA = BC \text{ และ } \hat{EDA} = \hat{EBC}$$

ดังนั้น

$$DE = BE \text{ และ } AE = CE$$

(ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากัน ทุกประการจะยาวเท่ากัน)

<b>แบบบันทึกการตรวจใบงานตามแผนการจัดการเรียนรู้</b> <b>รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 มัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา .....</b>		
<b>หน่วยที่ 4 ใบงานที่ 10</b>	<b>พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (1)</b>	<b>ห้อง.....</b>

เลขที่	ชื่อ-นามสกุล	ระดับคุณภาพ			
		ใช้สมบัติเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานในการให้เหตุผลได้			
		การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์			
		1	2	3	4
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					

<b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11</b>		
<b>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต</b>	<b>เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปเหลี่ยม (2)</b>	<b>เวลา 1 ชั่วโมง</b>
<b>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</b>	<b>รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</b>	<b>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</b>
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b></p> <p>ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b></p> <p><b>ด้านความรู้</b></p> <p>ใช้สมบัติเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมในการให้เหตุผลได้</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b></p> <p>1. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์</p> <p>2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b></p> <p>การให้เหตุผล</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b></p> <p>ความสามารถในการสื่อสาร</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ขั้นนำ</b></p> <p>1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</p> <p>2. ครูทบทวนทฤษฎีบทรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน</p> <p>ทฤษฎีบท 1 ด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานยาวเท่ากัน</p> <p>ทฤษฎีบท 2 รูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งมีด้านตรงข้ามยาวเท่ากันสองคู่แล้วรูปสี่เหลี่ยมรูปนั้นเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน</p> <p>ทฤษฎีบท 3 มุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานมีขนาดเท่ากัน</p> <p>ทฤษฎีบท 4 ถ้ารูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งมีมุมตรงข้ามที่มีขนาดเท่ากันสองคู่แล้วรูปสี่เหลี่ยมรูปนั้นเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน</p> <p>ทฤษฎีบท 5 เส้นทแยงมุมทั้งสองของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานแบ่งครึ่งซึ่งกันและกันและกันที่จุดตัดของเส้นทแยงมุม</p> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <p>1. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนกลุ่มละ 3-4 คน โดยละความสามารถ เก่ง ปานกลาง อ่อน</p> <p>2. ครูยกตัวอย่างแสดงการพิสูจน์ จากใบความรู้ที่ 4 (<b>ทฤษฎีบท 6</b> ส่วนของเส้นตรงที่ปิดหัวท้ายของส่วนของเส้นตรงที่ขนานกันและยาวเท่ากันจะขนานกันและยาวเท่ากัน)</p>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b></p> <p style="text-align: center;">-</p> <p><b>สื่อ</b></p> <p>1. ใบความรู้ที่ 4 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (2)</p> <p>2. ใบกิจกรรมที่ 11 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (2)</p> <p>3. ใบงานที่ 11 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (2)</p> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b></p> <p>1. ใบกิจกรรมที่ 11 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (2)</p> <p>2. ใบงานที่ 11 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (2)</p>

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต	เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปเหลี่ยม (2)	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p>คุณลักษณะของผู้เรียน</p> <p>-</p>	<p>3. ครูถามนักเรียนว่าจากการพิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนานนี้ ใช้ทฤษฎีบทใดในการพิสูจน์</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน</li> <li>- รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการแบบ ด.ม.ด.</li> <li>- ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน</li> </ul> <p>4. ครูเสนอแนะนักเรียนว่า “ผลจากทฤษฎีบทนี้ทำให้เราทราบว่า รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านที่อยู่ตรงข้ามกัน คู่หนึ่งขนานกัน และยาวเท่ากัน เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน”</p> <p>5. ครูยกตัวอย่างแสดงการพิสูจน์ จากใบความรู้ที่ 4 (ทฤษฎีบท 7 ส่วนของเส้นตรงที่ลากเชื่อมจุดกึ่งกลางของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ จะขนานกับด้านที่สามและยาวเป็นครึ่งหนึ่งของด้านที่สาม) โดยใช้วิธีการถามตอบและให้นักเรียนร่วมกันแสดงการให้เหตุผล</p> <p>6. ครูถามนักเรียนว่าจากการพิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนานนี้ ใช้ความรู้ใดในการพิสูจน์</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดกัน แล้วมุมตรงข้ามมี ขนาดเท่ากันด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ จะยาวเท่ากัน</li> <li>- ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากันแล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ส่วนของเส้นตรงที่ปิดหัวท้ายของส่วนของเส้นตรงที่ขนานกันและยาวเท่ากัน จะขนานกันและยาวเท่ากัน</li> </ul> <p>7. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายเพื่อพิสูจน์ในกิจกรรมที่ 11</p> <p>8. ครูสุ่มตัวแทนนักเรียนออกมานำเสนอผลงานของกลุ่มหน้าชั้นเรียน ครูสังเกตการณ์สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์</p>	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปเหลี่ยม (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p>9. ครูให้นักเรียนสรุปความรู้ที่ได้จากการทำกิจกรรมนี้ร่วมกัน ครูเพิ่มเติมในส่วนที่นักเรียนสงสัย</p> <p>10. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 11 โดยให้นักเรียนทำเป็นรายบุคคลเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ</p> <p>11. ครูสังเกตพฤติกรรมการทำงานของนักเรียน และอธิบายเพิ่มเติมในส่วนที่นักเรียนยังมีข้อสงสัย</p> <p>12. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยใบงาน</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนานที่ได้จากการทำกิจกรรม และใบงาน ดังนี้</p> <p style="padding-left: 40px;">ทฤษฎีบท 6 ส่วนของเส้นตรงที่ปิดหัวท้ายของส่วนของเส้นตรงที่ขนานกันและยาวเท่ากัน จะขนานกันและยาวเท่ากัน</p> <p style="padding-left: 40px;">ทฤษฎีบท 7 ส่วนของเส้นตรงที่ลากเชื่อมจุดกึ่งกลางของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ จะขนานกับด้านที่สามและยาวเป็นครึ่งหนึ่งของด้านที่สาม</p>	

**การวัดผลประเมินผล**

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
ใช้สมบัติเกี่ยวกับรูป สามเหลี่ยมและรูป สี่เหลี่ยมด้านขนาน ในการให้เหตุผลได้	ตรวจ ใบงานที่ 11	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 11	ระดับ 1 ให้เหตุผลไม่ถูกต้อง ระดับ 2 ให้เหตุผลได้ถูกต้อง 1 เหตุผล ระดับ 3 ให้เหตุผลได้ถูกต้อง 2 เหตุผล ระดับ 4 ให้เหตุผลได้ถูกต้อง 3 เหตุผล
การสื่อสารและ การสื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์			



**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

.....

.....

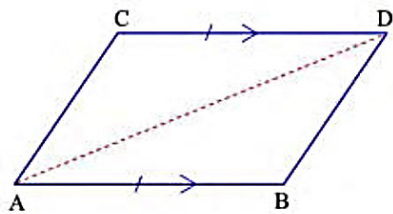
.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ใบความรู้ที่ 4 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (2)**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน (2)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** ใช้สมบัติเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานในการให้เหตุผลได้

**ทฤษฎีบท 6** ส่วนของเส้นตรงที่ปิดหัวท้ายของส่วนของเส้นตรงที่ขนานกันและยาวเท่ากัน จะขนานกันและยาวเท่ากัน



**กำหนดให้**  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  และ  $AB = CD$

**ต้องการพิสูจน์ว่า**  $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$  และ  $AC = BD$

**พิสูจน์** ลาก  $\overline{AD}$

$CD = BA$  (กำหนดให้)

$\hat{ADC} = \hat{DAB}$  (ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)

$AD = AD$  ( $\overline{AD}$  เป็นด้านร่วม)

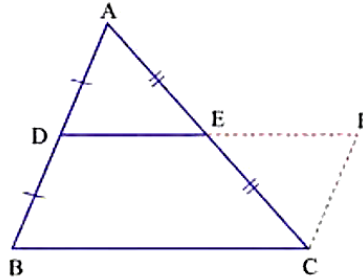
ดังนั้น  $\triangle ADC \cong \triangle DAB$  (ด.ม.ด.)

จะได้  $AC = DB$  และ  $\hat{CAD} = \hat{BDA}$  (สมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม)

นั่นคือ  $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$  (ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากันแล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน)

ผลจากทฤษฎีบทนี้ทำให้เราทราบว่า รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านที่อยู่ตรงข้ามกันคู่หนึ่งขนานกัน และยาวเท่ากัน เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

**ทฤษฎีบท 7** ส่วนของเส้นตรงที่ลากเชื่อมจุดกึ่งกลางของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ จะขนานกับด้านที่สามและยาวเป็นครึ่งหนึ่งของด้านที่สาม



**กำหนดให้**  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง มีจุด D และจุด E เป็นจุดกึ่งกลางของ  $\overline{AB}$  และ  $\overline{AC}$  ตามลำดับ

**ต้องการพิสูจน์ว่า**  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$  และ  $DE = \frac{1}{2}BC$

**พิสูจน์** ต่อ  $\overline{DE}$  ไปถึงจุด F โดยทำให้  $EF = DE$

$$AE = CE$$

$$\hat{AED} = \hat{CEF}$$

$$DE = FE$$

$$\text{ดังนั้น } \triangle ADE \cong \triangle CFE$$

$$AD = CE$$

$$\text{และ } \hat{ADE} = \hat{CFE}$$

$$\text{นั่นคือ } \overline{AD} \parallel \overline{CF}$$

$$\text{เนื่องจาก } AD = CF \text{ จะได้ } BD = CF$$

$$\text{ดังนั้น } DF = BC \text{ และ } \overline{DF} \parallel \overline{BC}$$

$$DE = \frac{1}{2}DF$$

$$\text{นั่นคือ } DE = \frac{1}{2}DF \text{ และ } \overline{DE} \parallel \overline{BC}$$

พิจารณา  $\triangle ADE$  และ  $\triangle CFE$

(จุด E เป็นจุดกึ่งกลางของ  $\overline{AC}$ )

(ถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดกัน แล้วมุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน)

(จากการสร้าง)

(ด.ม.ด.)

(ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ จะยาวเท่ากัน)

(มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ จะมีขนาดเท่ากัน)

(ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้ มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน แล้วเส้นตรงคู่ขนานกัน)

(จุด D เป็นจุดกึ่งกลางของ  $\overline{AB}$ )

(ส่วนของเส้นตรงที่ปิดหัวท้ายของ

ส่วนของเส้นตรงที่ขนานกันและ

ยาวเท่ากัน จะขนานกันและยาวเท่ากัน)

(จากการสร้าง)

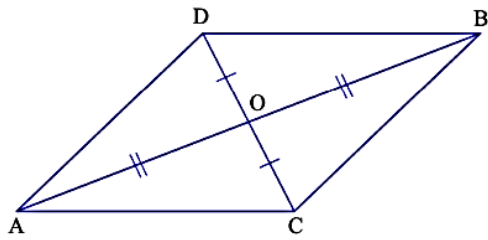
**ใบกิจกรรมที่ 11 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (2)**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน (2)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** ใช้สมบัติเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานในการให้เหตุผลได้

**คำสั่ง** ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปราย เพื่อพิสูจน์ทฤษฎีบทของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานต่อไปนี้

แล้วส่งตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอผลงานของกลุ่ม

- กำหนดให้  $\overline{AB}$  และ  $\overline{AB}$  ตัดกันและแบ่งครึ่งซึ่งกันและกันที่จุด  $O$  จงพิสูจน์ว่า  $\square ACBD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน



กำหนดให้ .....

ต้องการพิสูจน์ว่า .....

พิสูจน์

เนื่องจาก  $\triangle DOA \cong \triangle COB$  .....

จะได้  $AD = BC$  .....

และ  $\hat{ADC} = \hat{BCD}$  .....

ดังนั้น  $\overline{AB} \parallel \overline{BC}$  .....

นั่นคือ  $\square ACBD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน .....

2. จงพิสูจน์ว่า รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน



กำหนดให้

.....

ต้องการพิสูจน์ว่า

.....

พิสูจน์

เนื่องจาก

$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$$

.....

.....

จะได้

$$\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ \text{ และ } \hat{A} + \hat{D} = 180^\circ$$

.....

ดังนั้น

$$\overline{AB} \parallel \overline{CD} \text{ และ } \overline{BC} \parallel \overline{AD}$$

.....

.....

.....

นั่นคือ  $\square$  ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

.....

.....

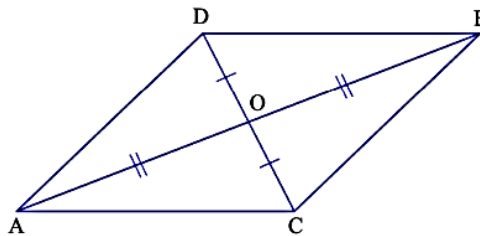
**เฉลยใบกิจกรรมที่ 11 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (2)**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน (2)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** ใช้สมบัติเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานในการให้เหตุผลได้

**คำสั่ง** ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปราย เพื่อพิสูจน์ทฤษฎีบทของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานต่อไปนี้

แล้วส่งตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอผลงานของกลุ่ม

- กำหนดให้  $\overline{AB}$  และ  $\overline{CD}$  ตัดกันและแบ่งครึ่งซึ่งกันและกันที่จุด  $O$  จงพิสูจน์ว่า  $\square ACBD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน



กำหนดให้  $\overline{AB}$  และ  $\overline{CD}$  ตัดกันและแบ่งครึ่งซึ่งกันและกันที่จุด  $O$

ต้องการพิสูจน์ว่า  $\square ACBD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

พิสูจน์

เนื่องจาก	$\triangle DOA \cong \triangle COB$	(ด.ม.ด. เพราะ $DO = CO, \hat{DOA} = \hat{COB},$ $OA = OB$ )
จะได้	$AD = BC$	(ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากัน ทุกประการจะยาวเท่ากัน)
และ	$\hat{ADC} = \hat{BCD}$	(มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากัน ทุกประการจะมีขนาดเท่ากัน)
ดังนั้น	$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$	(ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้ มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน)
นั่นคือ	$\square ACBD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน	(รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานคือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้าน ตรงข้ามขนานกันสองคู่)

2. จงพิสูจน์ว่า รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน



กำหนดให้

ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ต้องการพิสูจน์ว่า

ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

พิสูจน์

เนื่องจาก

$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$$

(มุมภายในของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

แต่ละมุมมีขนาดเท่ากับ 90 องศา)

จะได้

$$\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ \text{ และ } \hat{A} + \hat{D} = 180^\circ$$

(สมบัติของการเท่ากัน)

ดังนั้น

$$\overline{AB} \parallel \overline{CD} \text{ และ } \overline{BC} \parallel \overline{AD}$$

(ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง

ทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บน

ข้างเดียวกัน ของเส้นตัด รวมกัน

เท่ากับ 180 องศา แล้วเส้นตรงคู่ นั้น

ขนานกัน)

นั่นคือ  ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

(รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน คือ รูปสี่เหลี่ยม

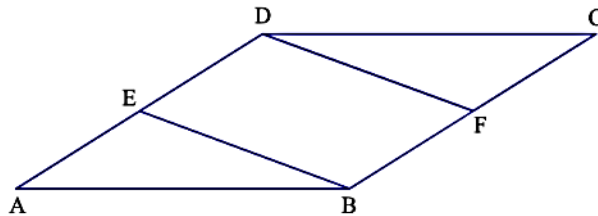
ที่มีด้านตรงข้ามขนานกันสองคู่)

**ใบงานที่ 11 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (2)**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน (2)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** ใช้สมบัติเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานในการให้เหตุผลได้

**คำสั่ง** ให้นักเรียนแต่ละคนพิสูจน์ทฤษฎีบทรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานต่อไปนี้

กำหนดให้  $\square ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน จุด E และจุด F เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน AD และด้าน BC ตามลำดับ ลาก  $\overline{EB}$  และ  $\overline{DF}$  จงพิสูจน์ว่า  $\square DFBE$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน



กำหนดให้ .....

.....

ต้องการพิสูจน์ว่า .....

**พิสูจน์**

เนื่องจาก  $\overline{ED} \parallel \overline{BF}$  .....

และ  $ED = BF$  .....

ดังนั้น  $\square DFBE$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน .....

.....

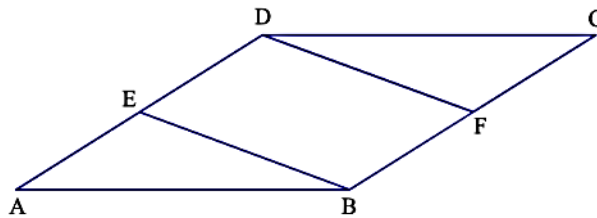


**เฉลย** ใบงานที่ 11 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (2)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน (2)  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** ใช้สมบัติเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานในการให้เหตุผลได้

**คำสั่ง** ให้นักเรียนแต่ละคนพิสูจน์ทฤษฎีบทรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานต่อไปนี้

กำหนดให้  $\square ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน จุด E และจุด F เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน AD และด้าน BC ตามลำดับ ลาก  $\overline{EB}$  และ  $\overline{DF}$  จงพิสูจน์ว่า  $\square DFBE$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน



**กำหนดให้**  $\square ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน E เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน AD  
 และ F เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน BC ลาก  $\overline{EB}$  และ  $\overline{DF}$

**ต้องการพิสูจน์ว่า**  $\square DFBE$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

**พิสูจน์**

เนื่องจาก  $\overline{ED} \parallel \overline{BF}$  (ต่างก็เป็นส่วนหนึ่งของด้านตรงข้ามที่ขนานกัน  
 ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน)

และ  $ED = BF$  (จุด E และจุด F เป็นจุดกึ่งกลางของ  $\overline{AD}$  และ  
 $\overline{BC}$  ซึ่งมีความยาวเท่ากัน)

ดังนั้น  $\square DFBE$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน (รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านที่อยู่ตรงข้ามกัน คู่หนึ่งขนานกัน  
 และยาวเท่ากัน เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน)

แบบบันทึกการตรวจใบงานตามแผนการจัดการเรียนรู้ รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 มัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา .....		
หน่วยที่ 4 ใบงานที่ 11	พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (2)	ห้อง.....

เลขที่	ชื่อ-นามสกุล	ระดับคุณภาพ			
		ใช้สมบัติเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานในการให้เหตุผลได้			
		การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์			
		1	2	3	4
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					

<b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12</b>		
<b>หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต</b>	<b>เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปเหลี่ยม (3)</b>	<b>เวลา 1 ชั่วโมง</b>
<b>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</b>	<b>รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</b>	<b>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</b>
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b></p> <p>ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b></p> <p><b>ด้านความรู้</b></p> <p>ใช้สมบัติเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมในการให้เหตุผลได้</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b></p> <p>การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b></p> <p>การให้เหตุผล</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b></p> <p>ความสามารถในการสื่อสาร</p> <p><b>คุณลักษณะของผู้เรียน</b></p> <p>-</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนกลุ่มละ 3-4 คน โดยคละความสามารถ เก่ง ปานกลาง อ่อน</li> <li>ครูทบทวนทฤษฎีบทรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ดังนี้           <ul style="list-style-type: none"> <li>ทฤษฎีบท 1 ด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานยาวเท่ากัน</li> <li>ทฤษฎีบท 2 รูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งมีด้านตรงข้ามยาวเท่ากันสองคู่แล้วรูปสี่เหลี่ยมรูปนั้นเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน</li> <li>ทฤษฎีบท 3 มุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานมีขนาดเท่ากัน</li> <li>ทฤษฎีบท 4 ถ้ารูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งมีมุมตรงข้ามที่มีขนาดเท่ากันสองคู่แล้วรูปสี่เหลี่ยมรูปนั้นเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน</li> <li>ทฤษฎีบท 5 เส้นทแยงมุมทั้งสองของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานแบ่งครึ่งซึ่งกันและกันที่จุดตัดของเส้นทแยงมุม</li> <li>ทฤษฎีบท 6 ส่วนของเส้นตรงที่ปิดหัวท้ายของส่วนของเส้นตรงที่ขนานกันและยาวเท่ากันจะขนานกันและยาวเท่ากัน</li> <li>ทฤษฎีบท 7 ส่วนของเส้นตรงที่ลากเชื่อมจุดกึ่งกลางของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ จะขนานกับด้านที่สามและยาวเป็นครึ่งหนึ่งของด้านที่สาม</li> </ul> </li> </ol>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b></p> <p style="text-align: center;">-</p> <p><b>สื่อ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ใบความรู้ที่ 5 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (2)</li> <li>ใบกิจกรรมที่ 12 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน(3)</li> <li>ใบงานที่ 12 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (3)</li> </ol> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ใบกิจกรรมที่ 12 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (3)</li> <li>ใบงานที่ 12 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (3)</li> </ol>

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12		เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต	เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปเหลี่ยม (3)	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	
<p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ครูยกตัวอย่างที่ 1 แสดงการพิสูจน์ จากใบความรู้ที่ 5 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (3) โดยใช้โปรแกรมนำเสนอประกอบการถามตอบ</li> <li>2. ครูถามนักเรียนว่าจากการพิสูจน์ในตัวอย่างที่ 1 ใช้ความรู้ใดในการพิสูจน์ (ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ สามคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน)</li> <li>3. ครูยกตัวอย่างที่ 2 แสดงการพิสูจน์ จากใบความรู้ที่ 5 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (3) โดยใช้โปรแกรมนำเสนอประกอบการถามตอบ</li> <li>4. ครูถามนักเรียนว่าจากการพิสูจน์ในตัวอย่างที่ 2 ใช้ความรู้ใดในการพิสูจน์ (- ส่วนของเส้นตรงที่ลากเชื่อมจุดกึ่งกลางของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ จะขนานกับด้านที่สามและยาวเป็นครึ่งหนึ่งของด้านที่สาม - รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านที่อยู่ตรงข้ามกันคู่หนึ่งขนานกันและยาวเท่ากันเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน)</li> <li>5. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายเพื่อพิสูจน์ในกิจกรรมที่ 12 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (3)</li> <li>6. ครูสังเกตพฤติกรรมการทำงานของนักเรียนการใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน การสื่อสาร</li> <li>7. ครูสุ่มตัวแทนนักเรียนออกมานำเสนอผลงานของกลุ่มหน้าชั้นเรียน ครูสังเกตการณ์สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์</li> </ol>		

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปเหลี่ยม (3) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p>8. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 12 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (3) โดยให้นักเรียนทำเป็นรายบุคคลเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ</p> <p>9. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยใบงาน</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้จากการพิสูจน์เกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>( - มุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยม ด้านขนานมีขนาดเท่ากัน</li> <li>- ถ้ารูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งมีมุมตรงข้ามที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ แล้วรูปสี่เหลี่ยมรูปนั้นเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน)</li> </ul>	

**การวัดผลประเมินผล**

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
ใช้สมบัติเกี่ยวกับรูป สามเหลี่ยมและรูป สี่เหลี่ยมด้านขนาน ในการให้เหตุผลได้	ตรวจ ใบงานที่ 12	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 12	ระดับ 1 ให้เหตุผลได้ถูกต้อง 0-1 เหตุผล ระดับ 2 ให้เหตุผลได้ถูกต้อง 2-3 เหตุผล ระดับ 3 ให้เหตุผลได้ถูกต้อง 4-5 เหตุผล ระดับ 4 ให้เหตุผลได้ถูกต้อง 6 เหตุผล
การสื่อสารและ การสื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์			

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

**ปัญหาและอุปสรรค**

.....

.....

.....

.....

**ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข**

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย**

.....

.....

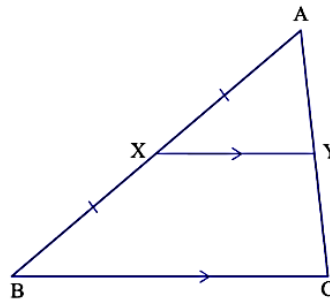
.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ใบความรู้ที่ 5 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (3)**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน (3)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** ใช้สมบัติเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานในการให้เหตุผลได้

**ตัวอย่างที่ 1** จงพิสูจน์ว่า เส้นตรงที่ลากผ่านจุดกึ่งกลางของด้านด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยม และขนานกับอีกด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยม จะตัดกับด้านที่สามที่จุดกึ่งกลางของด้านที่สามนั้น



**กำหนดให้**

$\triangle ABC$  มีจุด X เป็นจุดกึ่งกลางของ  $\overline{AB}$   
 $\overline{XY} \parallel \overline{BC}$  และ  $\overline{XY}$  ตัด  $\overline{AC}$  ที่จุด Y

**ต้องการพิสูจน์**

จุด Y เป็นจุดกึ่งกลางของ  $\overline{AC}$

**พิสูจน์**

เนื่องจาก

$$\triangle AXY \sim \triangle ABC$$

(ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีขนาดของมุมเท่ากัน เป็นคู่ ๆ สามคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเป็น

รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน)

จะได้

$$\frac{AX}{AB} = \frac{AY}{AC}$$

(สมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้าย)

เนื่องจาก

$$\frac{AX}{AB} = \frac{1}{2}$$

(จุด X เป็นจุดกึ่งกลางของ  $\overline{AB}$ )

ดังนั้น

$$\frac{AY}{AC} = \frac{1}{2}$$

(สมบัติของการเท่ากัน)

$$AY = \frac{1}{2} AC$$

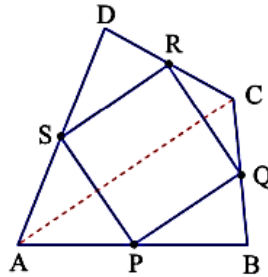
(สมบัติของการเท่ากัน)

นั่นคือ

จุด Y เป็นจุดกึ่งกลางของ  $\overline{AC}$



**ตัวอย่างที่ 2**  $\square ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมใด ๆ จุด P, Q, R และ S เป็นจุดกึ่งกลางด้าน  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CD}$  และ  $\overline{DA}$  ตามลำดับ จงพิสูจน์ว่า  $\square PQRS$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน



**กำหนดให้**  $\square ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมใด ๆ จุด P, Q, R และ S เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CD}$ , และ  $\overline{DA}$  ตามลำดับ

**ต้องการพิสูจน์ว่า**  $\square PQRS$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

**พิสูจน์** ลาก  $\overline{AC}$

เนื่องจาก จุด P และ Q เป็นจุดกึ่งกลาง (กำหนดให้)  
ของ AB และ BC ตามลำดับ

จะได้  $\overline{PQ} \parallel \overline{AC}$  และ  $PQ = \frac{1}{2}AC$  (ส่วนของเส้นตรงที่ลากเชื่อมจุดกึ่งกลาง  
ของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ  
จะขนานกับด้านที่สามและยาวเป็น  
ครึ่งหนึ่งของด้านที่สาม)

ในทำนองเดียวกัน

เนื่องจาก จุด S และ R เป็นจุดกึ่งกลาง (กำหนดให้)  
ของ  $\overline{DA}$  และ  $\overline{CD}$  ตามลำดับ

จะได้  $\overline{SR} \parallel \overline{AC}$  และ  $SR = \frac{1}{2}AC$

ดังนั้น  $\overline{PQ} \parallel \overline{SR}$  และ  $PQ = SR$  (สมบัติของเส้นขนานและสมบัติ  
ของการเท่ากัน)

นั่นคือ  $\square PQRS$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน (รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านที่อยู่ตรงข้ามกัน  
คู่หนึ่งขนานกันและยาวเท่ากัน  
เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน)

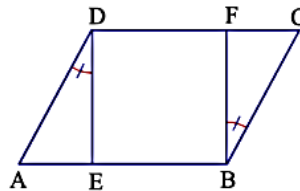
**ใบกิจกรรมที่ 12 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (3)**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน (3)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** ใช้สมบัติเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานในการให้เหตุผลได้

**คำสั่ง** ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปราย เพื่อพิสูจน์ทฤษฎีบทของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานต่อไปนี้ แล้วส่งตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอผลงานของกลุ่ม

กำหนดให้  $\square ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน  $\hat{A}DE = \hat{C}BF$

จงพิสูจน์ว่า  $\square BEDF$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน



กำหนดให้ .....

ต้องการพิสูจน์ว่า .....

พิสูจน์

เนื่องจาก  $\triangle ADE \cong \triangle CBF$  .....

จะได้  $\hat{A}ED = \hat{C}FB$  .....

เนื่องจาก  $\hat{A}ED + \hat{DEB} = \hat{C}FB + \hat{BED} = 180^\circ$  .....

จะได้  $\hat{DEB} = \hat{BED}$  .....

เนื่องจาก  $\hat{A}DE + \hat{EDF} = \hat{C}BF + \hat{FBE}$  .....

จะได้  $\hat{EDF} = \hat{FBE}$  .....

ดังนั้น  $\square BEDF$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน .....

.....  
 .....  
 .....

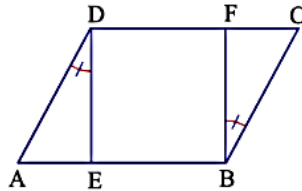
**เฉลย**ใบกิจกรรมที่ 12 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (3)  
 หน่วยที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน (3)  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** ใช้สมบัติเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานในการให้เหตุผลได้

**คำสั่ง** ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปราย เพื่อพิสูจน์ทฤษฎีบทของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานต่อไปนี้ แล้วส่งตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอผลงานของกลุ่ม

กำหนดให้  $\square ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน  $\hat{A}DE = \hat{C}BF$

จงพิสูจน์ว่า  $\square BEDF$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน



กำหนดให้  $\square ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน  $\hat{A}DE = \hat{C}BF$  .....  
 ต้องการพิสูจน์ว่า  $\square BEDF$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน .....  
 พิสูจน์

เนื่องจาก  $\triangle ADE \cong \triangle CBF$  (ม.ด.ม. เพราะ  $\hat{A}DE = \hat{C}BF$ ,  
 $DA = BC$  และ  $\hat{E}DA = \hat{F}CB$ )

จะได้  $\hat{A}ED = \hat{C}FB$  (มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยม  
 ที่เท่ากันทุกประการ จะมีขนาดเท่ากัน)

เนื่องจาก  $\hat{A}ED + \hat{DEB} = \hat{C}FB + \hat{BED} = 180^\circ$  (ขนาดของมุมตรง)  
 จะได้  $\hat{DEB} = \hat{BED}$  (สมบัติของการเท่ากัน)

เนื่องจาก  $\hat{A}DE + \hat{EDF} = \hat{C}BF + \hat{FBE}$  (มุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน  
 มีขนาดเท่ากัน)

จะได้  $\hat{EDF} = \hat{FBE}$  (สมบัติของการเท่ากัน)

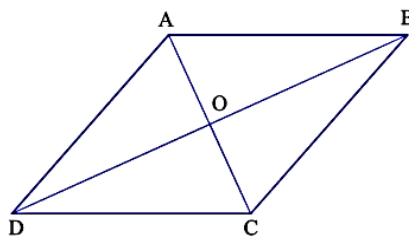
ดังนั้น  $\square BEDF$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน (ถ้ารูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งมีมุมตรงข้าม  
 ที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ แล้ว รูปสี่เหลี่ยม  
 รูปนั้นเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน)

**ใบงานที่ 12 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (3)**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน (3)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** ใช้สมบัติเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานในการให้เหตุผลได้

**คำสั่ง** ให้นักเรียนแต่ละคนพิสูจน์ทฤษฎีบทรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานต่อไปนี้

จงพิสูจน์ว่า เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนตั้งฉากซึ่งกันและกัน



กำหนดให้

.....

.....

ต้องการพิสูจน์ว่า

.....

พิสูจน์

เนื่องจาก

$$\triangle AOD \cong \triangle COB$$

.....

.....

จะได้

$$AO = CO$$

.....

.....

จะได้

$$\triangle AOB \cong \triangle COB$$

$$\hat{A}OB = \hat{C}OB$$

.....

.....

.....

$$\hat{A}OB + \hat{C}OB = 180^\circ$$

จะได้

$$\hat{A}OB = \hat{C}OB = \frac{180}{2} = 90^\circ$$

.....

.....

ดังนั้น

$$\overline{AC} \perp \overline{BD}$$

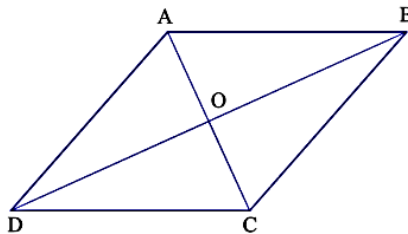
.....

**เฉลย**ใบงานที่ 12 เรื่อง พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (3)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน (3)  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** ใช้สมบัติเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานในการให้เหตุผลได้

**คำสั่ง** ให้นักเรียนแต่ละคนพิสูจน์ทฤษฎีบทรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานต่อไปนี้

จงพิสูจน์ว่า เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนตั้งฉากซึ่งกันและกัน



**กำหนดให้**  $\square ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนที่มี  $\overline{AC}$  และ  $\overline{BD}$  เป็นเส้นทแยงมุม  
ตัดกันที่จุด O

**ต้องการพิสูจน์ว่า**  $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

**พิสูจน์**

เนื่องจาก  $\triangle AOD \cong \triangle COB$  (ม.ด.ม. เพราะ  $\hat{O}DA = \hat{O}BC$ ,  
 $DA = BC$  และ  $\hat{D}AO = \hat{B}CO$ )

จะได้  $AO = CO$  (ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากัน  
ทุกประการจะยาวเท่ากัน)

จะได้  $\triangle AOB \cong \triangle COB$  (ด.ด.ด.)  
 $\hat{A}OB = \hat{C}OB$  (มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากัน  
ทุกประการจะมีขนาดเท่ากัน)

$\hat{A}OB + \hat{C}OB = 180^\circ$  (ขนาดของมุมตรง)  
จะได้  $\hat{A}OB = \hat{C}OB = \frac{180}{2} = 90^\circ$  (สมบัติของการเท่ากัน)

ดังนั้น  $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

<b>แบบบันทึกการตรวจใบงานตามแผนการจัดการเรียนรู้</b> <b>รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 มัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา .....</b>		
<b>หน่วยที่ 4 ใบงานที่ 12</b>	<b>พิสูจน์ทฤษฎีบทสี่เหลี่ยมด้านขนาน (3)</b>	<b>ห้อง.....</b>

เลขที่	ชื่อ-นามสกุล	ระดับคุณภาพ			
		ใช้สมบัติเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานในการให้เหตุผลได้			
		การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์			
		1	2	3	4
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					

## หน่วยการเรียนรู้ที่ 5

ชื่อหน่วยการเรียนรู้ การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง

รหัสวิชา ค22102 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2

เวลา 12 ชั่วโมง

## 1. มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด

สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

ตัวชี้วัด ม.2/2 เข้าใจและใช้การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

## 2. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

1. การแยกตัวประกอบของพหุนาม คือ การเขียนพหุนามนั้นในรูปการคูณกันของพหุนามที่มีดีกรีต่ำกว่าพหุนามเดิมตั้งแต่สองพหุนามขึ้นไป

2. เราสามารถใช้สมบัติการแจกแจงในการแยกตัวประกอบ โดยการหาตัวประกอบร่วมของพหุนาม

ถ้า  $a$ ,  $b$  และ  $c$  แทนจำนวนใด ๆ แล้ว  $a(b + c) = ab + ac$  หรือ  $(b + c)a = ba + ca$   
 เราอาจเขียนใหม่เป็นดังนี้  
 $ab + ac = a(b + c)$  หรือ  $ba + ca = (b + c)a$

ถ้า  $a$ ,  $b$  และ  $c$  เป็นพหุนาม เรียก  $a$  ว่า ตัวประกอบร่วม

3. ในการแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีหลายพจน์ อาจต้องใช้สมบัติการแจกแจง สมบัติการสลับที่ และสมบัติการเปลี่ยนหมู่ในการแก้ปัญหา

4. พหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว คือ พหุนามที่เขียนในรูป  $ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a$ ,  $b$ ,  $c$  เป็นค่าคงตัว และ  $a \neq 0$  มี  $x$  เป็นตัวแปร

5. ในกรณีที่  $c = 0$  พหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียวอยู่ในรูป  $ax^2 + bx$  ซึ่งจะสามารถใช้สมบัติการแจกแจงแยกตัวประกอบของพหุนามได้

6. ในกรณีที่  $c \neq 0$  เพื่อความสะดวกในการแยกตัวประกอบของพหุนาม  $ax^2 + bx + c$  จะเรียก  $ax^2$  ว่า พจน์หน้า เรียก  $bx$  ว่า พจน์กลาง เรียก  $c$  ว่า พจน์หลัง

ขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามที่อยู่ในรูป  $ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a = 1$ ,  $b$  และ  $c$  เป็นจำนวนเต็ม และ  $c \neq 0$

ขั้นที่ 1  $ax^2 + bx + c = (x...)(x...)$

ขั้นที่ 2 หาจำนวนเต็มสองจำนวนที่คูณกันได้เท่ากับ พจน์หลัง ( c ) และบวกกันได้เท่ากับพจน์กลาง ( b )

ขั้นที่ 3 นำจำนวนเต็มที่ได้จากขั้นที่ 2 ไปเติมในขั้นที่ 1

ขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามที่อยู่ในรูป  $ax^2 + bx + c$  เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนเต็ม โดยที่

$a \neq 0, a \neq 1$  และ  $c \neq 0$

ขั้นที่ 1 พหุนามดีกรีหนึ่งสองพหุนามที่คูณกันได้เท่ากับพจน์หน้า

ขั้นที่ 2 หาจำนวนสองจำนวนที่คูณกันแล้วได้เท่ากับพจน์หลัง

ขั้นที่ 3 หาพจน์กลาง โดยนำผลจากขั้นที่ 2 มาตรวจสอบพจน์กลางทีละกรณีจนกว่าจะได้ผลลัพธ์ เท่ากับพจน์กลาง

7. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง แล้วได้ตัวประกอบเป็นพหุนามดีกรีหนึ่งซ้ำกัน เราเรียก  
ลักษณะเช่นนี้ว่า พหุนามดีกรีสองที่อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์

8. ให้ A แทนพจน์หน้า และ B แทนพจน์หลังของพหุนามดีกรีสอง

สูตรของการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองในรูปกำลังสองสมบูรณ์ คือ

$$A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2$$

$$A^2 - 2AB + B^2 = (A - B)^2$$

9. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง ถ้าตัวประกอบเป็นพหุนามดีกรีหนึ่งที่มีพจน์เหมือนกันแต่มี  
เครื่องหมายระหว่างพจน์ต่างกัน จะเรียกพหุนามดีกรีสองที่มีลักษณะนี้ว่า พหุนามดีกรีสองที่อยู่ในรูปผลต่างของ  
กำลังสอง

10. ให้ A แทนพจน์หน้า และ B แทนพจน์หลังของพหุนามดีกรีสอง

สูตรของการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองในรูปผลต่างกำลังสอง คือ

$$A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$$

### 3. สาระการเรียนรู้

#### ด้านความรู้

1. การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง
2. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว



3. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์

4. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง

#### ด้านทักษะและกระบวนการ

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

#### ด้านเจตคติ

-

#### 4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

ความสามารถในการสื่อสาร

#### 5. คุณลักษณะอันพึงประสงค์

ซื่อสัตย์สุจริต

#### 6. การประเมินผลรวบยอด

##### ชิ้นงานหรือภาระงาน

1. ใบงานที่ 1 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง (1)
2. ใบงานที่ 2 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง (1)
3. ใบงานที่ 3 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (1)
4. ใบงานที่ 4 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (2)
5. ใบงานที่ 5 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (3)
6. ใบงานที่ 6 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (4)
7. ใบงานที่ 7 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (1)
8. ใบงานที่ 8 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (2)
9. ใบงานที่ 9 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (3)
10. ใบงานที่ 10 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง (1)
11. ใบงานที่ 11 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง (2)
12. ใบงานที่ 12 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง
13. ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง “มาต่อรูปสี่เหลี่ยมกันเถอะ”
14. ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง “เธอมี ฉันมี”

เกณฑ์การประเมินชิ้นงานหรือภาระงาน

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ/ระดับคะแนน			
	ดีมาก (4)	ดี (3)	พอใช้ (2)	ปรับปรุง (1)
1. อธิบายการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองได้	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบกิจกรรมที่ 1-2 ใบงานที่ 1-5 และ 7-10 ตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบกิจกรรมที่ 1-2 ใบงานที่ 1-5 และ 7-10 ตั้งแต่ 2.50 ถึง 3.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบกิจกรรมที่ 1-2 ใบงานที่ 1-5 และ 7-10 ตั้งแต่ 1.50 ถึง 2.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบกิจกรรมที่ 1-2 ใบงานที่ 1-5 และ 7-10 ตั้งแต่ 1.00 ถึง 1.49
2. แสดงขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองและใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบกิจกรรมที่ 1-2 ใบงานที่ 1-12 ตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบกิจกรรมที่ 1-2 ใบงานที่ 1-12 ตั้งแต่ 2.50 ถึง 3.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบกิจกรรมที่ 1-2 ใบงานที่ 1-12 ตั้งแต่ 1.50 ถึง 2.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบกิจกรรมที่ 1-2 ใบงานที่ 1-12 ตั้งแต่ 1.00 ถึง 1.49
3. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบกิจกรรมที่ 1-2 ใบงานที่ 1-12 ตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบกิจกรรมที่ 1-2 ใบงานที่ 1-12 ตั้งแต่ 2.50 ถึง 3.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบกิจกรรมที่ 1-2 ใบงานที่ 1-12 ตั้งแต่ 1.50 ถึง 2.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบกิจกรรมที่ 1-2 ใบงานที่ 1-1 ตั้งแต่ 1.00 ถึง 1.49
4. ความสามารถในการสื่อสาร	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 3-6 และ 10-12 ตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 3-6 และ 10-12 ตั้งแต่ 2.50 ถึง 3.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 3-6 และ 10-12 ตั้งแต่ 1.50 ถึง 2.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบงานที่ 3-6 และ 10-12 ตั้งแต่ 1.00 ถึง 1.49

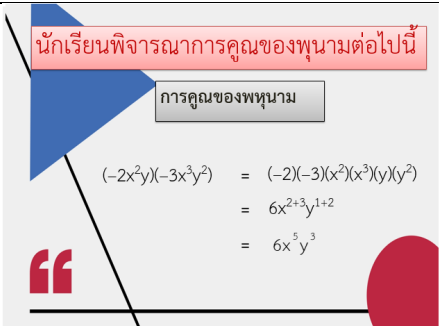
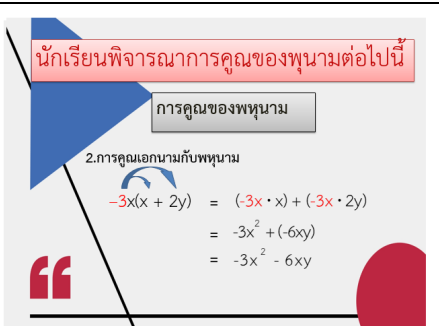
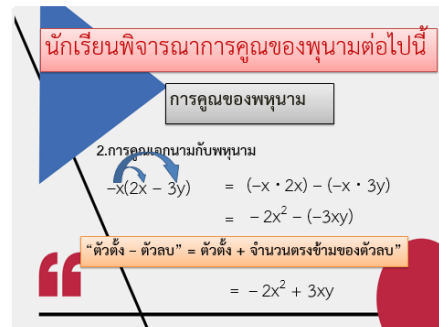
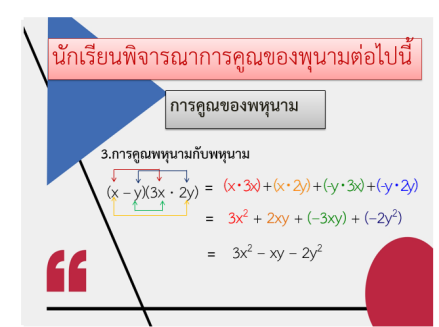
รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ/ระดับคะแนน			
	ดีมาก (4)	ดี (3)	พอใช้ (2)	ปรับปรุง (1)
5. ชื่อสัตย์สุจริต	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบกิจกรรมที่ 1-2 ใบงานที่ 1-12 ตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบกิจกรรมที่ 1-2 ใบงานที่ 1-12 ตั้งแต่ 2.50 ถึง 3.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบกิจกรรมที่ 1-2 ใบงานที่ 1-12 ตั้งแต่ 1.50 ถึง 2.49	มีระดับคะแนนเฉลี่ยตามการวัดและประเมินผลในใบกิจกรรมที่ 1-2 ใบงานที่ 1-12 ตั้งแต่ 1.00 ถึง 1.49

## เกณฑ์การตัดสินคุณภาพ

ช่วงคะแนน	ระดับคุณภาพ
15-20	ดีมาก
10-14	ดี
5-9	พอใช้
ต่ำกว่า 5	ปรับปรุง

เกณฑ์การผ่านตั้งแต่ระดับพอใช้ขึ้นไป

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1		
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง</p> <p>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง (1)</p> <p>รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</p>	<p>เวลา 1 ชั่วโมง</p> <p>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</p>
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b></p> <p>การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b></p> <p><b>ด้านความรู้</b></p> <p>1. อธิบายการแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง</p> <p>2. แสดงขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจงได้</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b></p> <p>การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b></p> <p>-</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>สอบถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน ดังนี้                     <ul style="list-style-type: none"> <li>- การแยกตัวประกอบมีลักษณะอย่างไร (การแสดงผลการเขียนจำนวนนับในรูปการคูณของตัวประกอบเฉพาะ)</li> <li>- พหุนามมีลักษณะอย่างไร (นิพจน์ที่อยู่ในรูปเอกนามหรือเขียนอยู่ในรูปการบวกของเอกนามตั้งแต่สองเอกนามขึ้นไป)</li> <li>- การแยกตัวประกอบของพหุนามมีวิธีการอย่างไร (ตามประสบการณ์การเรียนรู้ของผู้เรียน)</li> </ul> </li> <li>ครูยกตัวอย่างการแยกตัวประกอบของพหุนามซึ่งสัมพันธ์ของแต่ละพจน์เป็น จำนวนเต็มด้วยโปรแกรมนำเสนอ (Microsoft PowerPoint) เรื่อง ทบทวนการแยกตัวประกอบของพหุนาม (1)</li> </ol> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; width: 45%;"> <p style="text-align: center; background-color: #f8d7da; margin: -5px -5px 5px -5px;">ทบทวนการแยกตัวประกอบของพหุนาม</p> <p style="font-size: small;">นักเรียนเคยรู้จักพหุนามและการหาผลบวก ผลลบ ผลคูณและผลหารของพหุนามมาแล้ว ในบทนี้จะกล่าวถึงการแยกตัวประกอบของพหุนามซึ่งสัมพันธ์ของแต่ละพจน์เป็น จำนวนเต็ม</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin: 10px 0;"> <div style="border: 1px solid gray; padding: 2px;"><math>4x^2 + 12x</math></div> <div style="border: 1px solid gray; padding: 2px;"><math>4mn - 10m^2n^2</math></div> </div> <div style="border: 1px solid gray; padding: 2px; margin: 10px auto; width: 60%;"><math>-y^2 + 7y - 10</math></div> </div> <p style="text-align: center;">(สไลด์ 1)</p> </div> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; width: 45%;"> <p style="text-align: center; background-color: #f8d7da; margin: -5px -5px 5px -5px;">นักเรียนพิจารณาการคูณของพหุนามต่อไปนี้</p> <div style="border: 1px solid gray; padding: 2px; margin: 10px auto; width: 60%;"> <p style="text-align: center; font-size: small;">การคูณของพหุนาม</p> <p style="font-size: x-small;">1. การคูณเอกนามกับเอกนาม</p> <math display="block">\begin{aligned} (-3x)(x^2) &amp;= (-3)(x)(x^2) \\ &amp;= -3x^{1+2} \\ &amp;= -3x^3 \end{aligned}</math> </div> </div> <p style="text-align: center;">(สไลด์ 2)</p>	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1		เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง		ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง (1)		
รายวิชา คณิตศาสตร์ 4		
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์		
<p>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</p> <p>ความสามารถในการสื่อสาร</p> <p>คุณลักษณะของผู้เรียน</p> <p>ซื่อสัตย์สุจริต</p>	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="width: 45%;">  <p>(สไลด์ 3)</p> </div> <div style="width: 45%;">  <p>(สไลด์ 4)</p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div style="width: 45%;">  <p>(สไลด์ 5)</p> </div> <div style="width: 45%;">  <p>(สไลด์ 6)</p> </div> </div>	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1		เวลา 1 ชั่วโมง
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง</p> <p>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง (1)</p> <p>รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</p>	<p>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</p>
<p>นักเรียนพิจารณาการคูณของพหุนามต่อไปนี้</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p style="text-align: center;">การคูณของพหุนาม</p> <p>3.การคูณพหุนามกับพหุนาม</p> <math display="block">\begin{aligned} -2(x-3)(x-1) &amp;= [(-2)(x) - (-2)(3)](x-1) \\ &amp;= [(-2x) - (-6)](x-1) \\ &amp;= (-2x + 6)(x-1) \\ &amp;= (-2x \cdot x) - (-2x \cdot 1) + (6 \cdot x) - (6 \cdot 1) \end{aligned}</math> </div> <p style="text-align: center;">(สไลด์ 7)</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p style="text-align: center;">การคูณของพหุนาม</p> <p>3.การคูณพหุนามกับพหุนาม (ต่อ)</p> <math display="block">\begin{aligned} &amp;= -2x^2 - (-2x) + 6x - 6 \\ &amp;= -2x^2 + 2x + 6x - 6 \\ &amp;= -2x^2 + 8x - 6 \end{aligned}</math> </div> <p style="text-align: center;">(สไลด์ 8)</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p style="text-align: center;">การแยกตัวประกอบของพหุนาม คือ การเขียนพหุนามในรูปการคูณกันของพหุนามที่มีดีกรีต่ำกว่าพหุนามเดิมตั้งแต่สองพหุนามขึ้นไป</p> <p style="text-align: center;">การแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีแต่ละพจน์มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็ม อาจใช้สมบัติการแจกแจงในการแยกตัวประกอบ โดยการหาตัวประกอบร่วมพหุนาม</p> </div> <p style="text-align: center;">(สไลด์ 9)</p> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <p>1. นักเรียนศึกษาและทำใบงานที่ 1 ข้อที่ 1 ระบุว่าให้นักเรียนใช้ความสามารถของตนเองโดยค่อย ๆ ทำความเข้าใจทีละขั้นตอน</p>	<p style="text-align: center;">(สไลด์ 7)</p> <p style="text-align: center;">(สไลด์ 8)</p> <p style="text-align: center;">(สไลด์ 9)</p>	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง (1) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p>2. ครูเฉลยใบงานที่ 1 ข้อที่ 1 โดยการถามตอบและให้คำแนะนำนักเรียนเป็นรายบุคคล ตามสถานการณ์ในชั้นเรียน</p> <p>3. ครูทบทวน เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนาม คือ การเขียนพหุนามนั้นในรูปการคูณกันของพหุนามที่มีดีกรีต่ำกว่าพหุนามเดิมตั้งแต่สองพหุนามขึ้นไป โดยครูยกตัวอย่างเพิ่มเติมดังนี้</p> <p>1. <math>2x + 4y</math>    ตัวประกอบ คือ <math>(2)(x) + (2)(2)(y)</math>    ตัวประกอบพร้อม คือ 2 พจน์ที่เหลือ คือ <math>x + 2y</math> แยกตัวประกอบพหุนาม คือ <math>2(x + 2y)</math></p> <p>2. <math>7xy - 14yz</math>    ตัวประกอบ คือ <math>(7)(x)(y) - (2)(7)(y)(z)</math>    ตัวประกอบพร้อม คือ <math>(7)(y)</math> พจน์ที่เหลือ คือ <math>x + 2z</math> แยกตัวประกอบพหุนาม คือ <math>7y(x - 2z)</math></p> <p>3. <math>x^2y + xy^2</math>    ตัวประกอบ คือ <math>(x)(x)(y) + (x)(y)(y)</math>    ตัวประกอบพร้อม คือ <math>xy</math> พจน์ที่เหลือ คือ <math>x + y</math> แยกตัวประกอบพหุนาม คือ <math>xy(x + y)</math></p> <p>ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่ได้จากตัวอย่าง ดังนี้</p> <p>“ถ้า <math>a, b</math> และ <math>c</math> แทนจำนวนใด ๆ แล้ว <math>a(b + c) = ab + ac</math> หรือ <math>(b + c)a = ba + ca</math> เราอาจเขียนใหม่เป็นดังนี้ <math>ab + ac = a(b + c)</math> หรือ <math>ba + ca = (b + c)a</math>”</p>	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1		เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง (1)	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	
	<p>4. นักเรียนศึกษาและทำใบงานที่ 1 ข้อที่ 2 โดยกำหนดเวลาให้นักเรียน 15 นาที แล้วสุ่มนักเรียนมาแสดงวิธีการแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง บนกระดาน โดยมีครูคอยซักถามและให้คำแนะนำที่ถูกต้อง</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. ครูใช้คำถามเพื่อนำสู่การสรุป ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับการแยกตัวประกอบโดยใช้สมบัติการแจกแจงอย่างไร</li> </ul> <p style="color: red;">(การเขียนพหุนามนั้นในรูปการคูณกันของพหุนามที่มีดีกรีต่ำกว่าพหุนามเดิมตั้งแต่สองพหุนามขึ้นไป) หรือ (ถ้า <math>a, b</math> และ <math>c</math> แทนจำนวนใด ๆ แล้ว <math>a(b + c) = ab + ac</math> หรือ <math>(b + c)a = ba + ca</math>)</p> <p style="color: red;">เราอาจเขียนใหม่เป็นดังนี้ <math>ab + ac = a(b + c)</math> หรือ <math>ba + ca = (b + c)a</math>) แล้วสรุปลงในสมุด</p> <p>2. ให้นักเรียนประเมินตนเองด้านความซื่อสัตย์ ตั้งมั่นด้วยการทำใบงานด้วยตนเอง</p>	



## การวัดผลประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
1. อธิบายการแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง	ตรวจใบงานที่ 1	แบบบันทึกการตรวจใบงานที่ 1	รายการกิจกรรม - เติมข้อความลงในใบงานข้อที่ 1 ครบถ้วน - เติมข้อความลงในใบงานข้อที่ 2 ครบถ้วน - เติมข้อความลงในใบงานข้อที่ 2 ถูกต้องบางส่วน - เติมข้อความลงในใบงานข้อที่ 2 ถูกต้องทุกข้อ
2. แสดงขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจงได้			ระดับ 1 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 1 รายการ ระดับ 2 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 2 รายการ ระดับ 3 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 3 รายการ ระดับ 4 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 4 รายการ
3. ซื่อสัตย์สุจริต	ตรวจใบงานที่ 1	แบบบันทึกการตรวจใบงานที่ 1	ระดับ 1 ไม่ได้ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองเกือบทั้งหมด ระดับ 2 ทำใบงานด้วยตนเองเป็นบางส่วน ระดับ 3 ทำใบงานด้วยตนเองเป็นส่วนใหญ่ ระดับ 4 ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองทั้งหมด

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ใบงานที่ 1 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง (1)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

จุดประสงค์ นักเรียนสามารถแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจงได้

### 1. พหุนาม

โจทย์	พหุนาม		จำนวน พจน์	ดีกรี	จำนวนตัวแปร	หมายเหตุ
	เป็น	ไม่เป็น				
1. $3x + 9$	✓		2	1	1	-
2. $\frac{3x^2}{2}$		✓	1	2	1	เป็นเอกนาม
3. $x^2 + 12x + 35$						
4. $6x^2 + 29x + 9$						
5. $2x + 2y$						
6. $7xy - 14yz$						
7. $x^3 - x^7$						
8. $x^2y + xy^2$						
9. $-4xy + 16y$						
10. $7a^2bc^3$						

### 2. การแยกตัวประกอบ

โจทย์	แยกตัวประกอบ	ตัวประกอบ รวม	พจน์ที่เหลือ	แยกตัวประกอบ ของพหุนาม
1. $3y + 9$	$3(y) + 3(3)$	3	$y + 3$	$3(y + 3)$
2. $35 + 5a$				
3. $4x - 12y$				
4. $30a - 60b$				

โจทย์	แยกตัวประกอบ	ตัวประกอบ รวม	พจน์ที่เหลือ	แยกตัวประกอบ ของพหุนาม
5. $4x^2 - 10x$				
6. $15a^2 - 20ab$				
7. $32x^2y - 8xy^2$				
8. $-25m^2n - 30mn^2$				
9. $-18x^2y^2 + 27x^2y^3$				
10. $24m^2n^3 + 12m^2n$				

การประเมินตนเองด้านความซื่อสัตย์ ตั้งมั่นในความถูกต้องดีงาม ทำใ้ทำงานด้วยตนเอง

คำชี้แจง ให้นักเรียนขีดเครื่องหมาย ✓ ให้ตรงตามพฤติกรรมที่ตนปฏิบัติ

ในการทำกิจกรรมตามใ้งานนี้ นักเรียนมีคุณภาพในระดับใด

- ระดับ 1 (ปรับปรุง) ไม่ได้ศึกษาและทำใ้งานด้วยตนเองเกือบทั้งหมด
- ระดับ 2 (พอใช้) ศึกษาและทำใ้งานด้วยตนเองเป็นบางส่วน
- ระดับ 3 (ดี) ศึกษาทำใ้งานด้วยตนเองเป็นส่วนใหญ่
- ระดับ 4 (ดีมาก) ศึกษาและทำใ้งานด้วยตนเองทั้งหมด

**เฉลยใบงานที่ 1 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง (1)**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** นักเรียนสามารถแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจงได้

**1. มารู้อักพหุนาม**

โจทย์	พหุนาม		จำนวนพจน์	ดีกรี	จำนวนตัวแปร	หมายเหตุ
	เป็น	ไม่เป็น				
1. $3x + 9$	✓		2	1	1	-
2. $\frac{3x^2}{2}$		✓	1	2	1	เป็นเอกนาม
3. $x^2 + 12x + 35$	✓		3	2	1	
4. $6x^2 + 29x + 9$	✓		3	2	1	
5. $2x + 2y$	✓		2	1	2	
6. $7xy - 14yz$	✓		2	2	3	
7. $x^3 - x^7$	✓		2	7	1	
8. $x^2y + xy^2$	✓		2	3	2	
9. $-4xy + 16y$	✓		2	2	2	
10. $7a^2 bc^3$		✓	1	6	3	เป็นเอกนาม

**2. เริ่มประเด็น**

โจทย์	แยกตัวประกอบ	ตัวประกอบรวม	พจน์ที่เหลือ	แยกตัวประกอบของพหุนาม
1. $3y + 9$	$3(y) + 3(3)$	3	$y + 4$	$3(y + 3)$
2. $35 + 5a$	$5(7) + 5(a)$	5	$7+a$	$5(7 + a)$
3. $4x - 12y$	$4(x) - 4(3y)$	4	$x - 3y$	$4(x - 3y)$
4. $30a - 60b$	$30(a) - 30(2b)$	30	$a - 2b$	$30(a - 2b)$

โจทย์	แยกตัวประกอบ	ตัวประกอบ ร่วม	พจน์ที่เหลือ	แยกตัวประกอบ ของพหุนาม
5. $4x^2 - 10x$	$2x(2x) - 2x(5)$	$2x$	$2x - 5$	$2x(2x - 5)$
6. $15a^2 - 20ab$	$5a(3a) + 5a(4b)$	$5a$	$3a + 4ab$	$5a(3a + 4ab)$
7. $32x^2y - 8xy^2$	$4xy(8x) - 4xy(y)$	$4xy$	$8x - y$	$4xy(8x - y)$
8. $-25m^2n - 30mn^2$	$-5mn(5m) -$ $[-5mn(-6n)]$	$-5mn$	$5m + 6n$	$-5mn(5m + 6n)$
9. $-18x^2y^2 + 27x^2y^3$	$-3xy[(6xy) + (-7xy)]$	$-3xy$	$6xy - 7xy$	$-3xy(6xy - 7xy)$
10. $24m^2n^3 +$ $12m^2n$	$12(2m^2n^2n) + 12(m^2n)$	$12m^2n$	$2n^2 + 1$	$12m^2n(2n^2 + 1)$

การประเมินตนเองด้านความซื่อสัตย์ ตั้งมั่นในความถูกต้องดีงาม ทำใ้งานด้วยตนเอง

คำชี้แจง ให้นักเรียนขีดเครื่องหมาย ✓ ให้ตรงตามพฤติกรรมที่ตนปฏิบัติ

ในการทำกิจกรรมตามใ้งานนี้ นักเรียนมีคุณภาพในระดับใด

- ระดับ 1 (ปรับปรุง) ไม่ได้ศึกษาและทำใ้งานด้วยตนเองเกือบทั้งหมด
- ระดับ 2 (พอใช้) ศึกษาและทำใ้งานด้วยตนเองเป็นบางส่วน
- ระดับ 3 (ดี) ศึกษาทำใ้งานด้วยตนเองเป็นส่วนใหญ่
- ระดับ 4 (ดีมาก) ศึกษาและทำใ้งานด้วยตนเองทั้งหมด



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง (2)	เวลา 1 ชั่วโมง
รายวิชา คณิตศาสตร์ 4		ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b></p> <p>การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b></p> <p><b>ด้านความรู้</b></p> <p>1. อธิบายการแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง</p> <p>2. แสดงขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจงได้</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b></p> <p>การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b></p> <p>-</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ขั้นนำ</b></p> <p>1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</p> <p>2. ครูนำเข้าสู่บทเรียนด้วยการสนทนาซักถามเกี่ยวกับสมบัติการแจกแจง ดังนี้</p> <p>- ถ้านักเรียนต้องการทราบว่า การแยกตัวประกอบของพหุนามนั้น ถูกต้องหรือไม่ นักเรียนมีวิธีการอย่างไร (ตรวจสอบคำตอบโดยการหาผลคูณของพหุนาม)</p> <p>- นักเรียนคิดว่าการแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีหลายพจน์ นอกจากใช้สมบัติการแจกแจงแล้ว เรายังสามารถใช้สมบัติอื่นได้อีกหรือไม่ อย่างไร (สามารถใช้สมบัติอื่นได้ เช่น สมบัติการสลับที่สมบัติการเปลี่ยนหมู่)</p> <p>3. ครูยกตัวอย่างการแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีหลายพจน์ ให้นักเรียนพิจารณา โดยใช้คำถาม-ตอบประกอบการอธิบายตัวอย่าง ดังนี้</p> <p><b>ตัวอย่าง</b></p> <p>1) <math>2x + 2y \dots\dots\dots [2(x + y)]</math></p> <p>2) <math>7xy - 14yz \dots\dots\dots [7y(x - 2z)]</math></p> <p>3) <math>x^3 - x^7 \dots\dots\dots [x^3(1 - x^4)]</math></p> <p>4) <math>x^2y + xy^2 \dots\dots\dots [xy(x + y)]</math></p> <p>5) <math>-4xy + 16y \dots\dots\dots [-4y(x - 4)]</math></p>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b></p> <p>-</p> <p><b>สื่อ</b></p> <p>ใบงานที่ 2 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง (2)</p> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b></p> <p>ใบงานที่ 2 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง (2)</p>



หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b> ความสามารถในการสื่อสาร <b>คุณลักษณะของผู้เรียน</b> ที่ซื่อสัตย์สุจริต	<b>ขั้นสอน</b> 1. นักเรียนศึกษาและทำใบงานที่ 2 ข้อ 1 ระบุว่าให้นักเรียนใช้ความสามารถของตนเอง โดยค่อยๆทำความเข้าใจทีละขั้นตอน โดยมีครูคอยให้คำแนะนำนักเรียนเป็นรายบุคคล รายกลุ่ม ตามสถานการณ์ในชั้นเรียน 2. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยใบงานที่ 1 ข้อ 1 โดยสุ่มนักเรียนตอบคำถาม โดยครูคอยให้คำแนะนำเพิ่มเติม 3. ครูยกตัวอย่างการแยกตัวประกอบพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจงเพิ่มเติม ดังนี้ ตัวอย่าง จงแยกตัวประกอบพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง 1) $14x^2y^3 - 21x^3y^2 = 7x^2y^2(2y - 3y)$ (มี $7x^2y^2$ เป็นตัวประกอบร่วม) 2) $a(b + 3c) - 2c(b + 3c) = (a - 2c)(b + 3c)$ (มี $b + 3c$ เป็นตัวประกอบร่วม) 3) $3x^3 - 3yx - 2x^2 - 2y = 3x^3 - 2x^2 - 3yx - 2y$ $= x^2(3x - 2) - y(3x - 2)$ (มี $3x - 2$ เป็นตัวประกอบร่วม) $= (x^2 - y)(3x - 2)$ 4. นักเรียนศึกษาและทำใบงานที่ 2 ข้อ 2 - 4 โดยมีครูคอยให้คำแนะนำ กำหนดเวลาให้นักเรียน 25 - 30 นาที 5. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยโดยใช้การถามตอบรายบุคคล โดยมีครูคอยให้คำแนะนำเพิ่มเติม	

<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</p>	<p>เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</p>
	<p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. ครูใช้คำถามเพื่อนำสู่การสรุป ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปราย ขั้นตอนการพิจารณาว่าจะแยกตัวประกอบของพหุนามได้อย่างไร</li> </ul> <p>(การเขียนพหุนามที่กำหนดให้ในรูปการคูณของพหุนามตั้งแต่สองพหุนามขึ้นไป เป็นตัวอย่างของการแยกตัวประกอบ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- จากสมบัติการแจกแจง <math>a, b, c</math> เป็นจำนวนเต็มใด ๆ แต่ที่เราสามารถใช้สมบัติการแจกแจงในกรณีที่ <math>a, b, c</math> เป็นพหุนามได้ด้วย และจะเรียก <math>a</math> ว่า ตัวประกอบร่วมของ <math>ab</math> และ <math>ac</math> หรือตัวประกอบร่วมของ <math>ba</math> และ <math>ca</math></li> <li>- สรุปขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง ดังนี้             <ol style="list-style-type: none"> <li>1) แยกตัวประกอบของแต่ละพจน์</li> <li>2) หาตัวประกอบร่วมของแต่ละพจน์</li> <li>3) ดึงตัวประกอบร่วมแต่ละพจน์มาไว้หน้าวงเล็บ)</li> </ol> </li> </ul> <p>2. ให้นักเรียนประเมินตนเองด้านความซื่อสัตย์ ตั้งมั่นด้วยการทำใบงานด้วยตนเอง</p>	

## การวัดผลประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
1. อธิบายการแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง	ตรวจใบงานที่ 2	แบบบันทึกการตรวจใบงานที่ 2	รายการกิจกรรม - เติมข้อความลงในใบงานข้อที่ 1-4 ได้บางส่วนไม่ครบถ้วน - เติมข้อความลงในใบงานข้อที่ 1-4 ครบถ้วน - เติมข้อความลงในใบงานข้อที่ 1-4 ครบถ้วนถูกต้องบางส่วน
2. แสดงขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจงได้			- เติมข้อความลงในใบงานข้อที่ 1-4 ครบถ้วนถูกต้อง ระดับ 1 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 1 รายการ ระดับ 2 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 2 รายการ ระดับ 3 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 3 รายการ ระดับ 4 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 4 รายการ
3. ซื่อสัตย์สุจริต	ตรวจใบงานที่ 2	แบบบันทึกการตรวจใบงานที่ 1	ระดับ 1 ไม่ได้ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองเกือบทั้งหมด ระดับ 2 ทำใบงานด้วยตนเองเป็นบางส่วน ระดับ 3 ทำใบงานด้วยตนเองเป็นส่วนใหญ่ ระดับ 4 ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองทั้งหมด

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ใบงานที่ 2 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง (2)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง (2)  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** นักเรียนสามารถแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจงได้

1. จงแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจงเป็นการดึงตัวร่วมโดยค่าคงที่ของพหุนามนั้น

โจทย์	ขั้นที่ 1		ขั้นที่ 2 พจน์ที่เหลือ	ขั้นที่ 3 ดึงตัวประกอบร่วม แต่ละพจน์มาไว้ หน้าวงเล็บ
	แยกตัวประกอบ ของแต่ละพจน์	ตัวประกอบร่วม		
1. $10m + 5$	$5(2m) + 5(1)$ .....	..... 5 .....	..... $2m + 1$ .....	.....
2. $12 + 6a$	.....	.....	.....	.....
3. $18m + 27n$	.....	.....	.....	.....
4. $36a - 24bc$	.....	.....	.....	.....
5. $18m + 27n$	.....	.....	.....	.....
6. $32a - 24b + 8$	.....	.....	.....	.....

2. จงแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง

โจทย์	ขั้นที่ 1		ขั้นที่ 2 พจน์ที่เหลือ	ขั้นที่ 3 ดึงตัวประกอบร่วมแต่ ละพจน์มาไว้หน้าวงเล็บ
	แยกตัวประกอบ ของแต่ละพจน์	ตัวประกอบ ร่วม		
1. $6m + 12mn$	$\equiv 6m(1) + 6m(2n)$ .....	.....	.....	.....
	ตั้งนั้น $6m + 12mn =$ .....			
2. $a^3 - 3a^2 - 9a$	.....	.....	.....	.....
	.....	.....	.....	.....
	.....	.....	.....	.....
3. $12m + 18mn - 36m^2$	.....	.....	.....	.....
	.....	.....	.....	.....
	.....	.....	.....	.....

โจทย์	ขั้นที่ 1		ขั้นที่ 2 พจน์ที่เหลือ	ขั้นที่ 3 ดึงตัวประกอบร่วมแต่ ละพจน์มาไว้หน้าวงเล็บ
	แยกตัวประกอบ ของแต่ละพจน์	ตัวประกอบ ร่วม		
4. $21ab - 7a + 35a^2$	..... ..... .....	..... .....	.....	..... .....
.....				
5. $18pr^2 - 30pr - 24p^2r$	..... ..... .....	.....	.....	..... .....
.....				
6. $16 - 4m - 8n$	..... ..... ..... .....	.....	.....	..... .....
.....				

3. จงแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง

โจทย์	แยกตัวประกอบ ของแต่ละพจน์	ตัวประกอบร่วม
1. $m(m - 3) + 5(m - 3)$	..... .....	..... .....
.....		
2. $a^2(m + 2) - 6(m + 2)$	..... .....	..... .....
.....		

โจทย์	แยกตัวประกอบ ของแต่ละพจน์	ตัวประกอบร่วม
3. $(x + y)z + (x + y)s$	..... .....	..... .....
4. $(m - 5)a + 3(m - 5)$	..... .....	..... .....
5. $(3m + n)^2 - (3m + n)x$	..... .....	..... .....
6. $mn + pm - ns - ps$	..... ..... ..... .....	..... .....

## 4. จงแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง

โจทย์	จัดหมู่	ดึงตัวประกอบร่วม	แยกตัวประกอบของ พหุนาม
1. $ab + 7b + 2a + 14$	..... .....	..... .....	..... .....
2. $3mp + 3np + 2m + 2n$	..... .....	..... .....	..... .....
3. $ac + bc - a - b$	..... .....	..... .....	..... .....

โจทย์	จัดหมู่	ดึงตัวประกอบร่วม	แยกตัวประกอบของพหุนาม
4. $18m^2 + 12 + 2m + 3m^3$			
5. $5m + xm + 5n + xn$			
6. $3mx + 4x - 4y - 3my$			

การประเมินตนเองด้านความซื่อสัตย์ ตั้งมั่นในความถูกต้องดีงาม ทำใ้ทำงานด้วยตนเอง

คำชี้แจง ให้นักเรียนขีดเครื่องหมาย ✓ ให้ตรงตามพฤติกรรมที่ตนปฏิบัติ

ในการทำกิจกรรมตามใ้งานนี้ นักเรียนมีคุณภาพในระดับใด

- ระดับ 1 (ปรับปรุง) ไม่ได้ศึกษาและทำใ้งานด้วยตนเองเกือบทั้งหมด
- ระดับ 2 (พอใช้) ศึกษาและทำใ้งานด้วยตนเองเป็นบางส่วน
- ระดับ 3 (ดี) ศึกษาทำใ้งานด้วยตนเองเป็นส่วนใหญ่
- ระดับ 4 (ดีมาก) ศึกษาและทำใ้งานด้วยตนเองทั้งหมด



**เฉลยใบงานที่ 2 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง (2)**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง (2)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** นักเรียนสามารถแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจงได้

1. จงแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจงเป็นการดึงตัวร่วมโดยค่าคงที่ของพหุนามนั้น

โจทย์	ขั้นที่ 1		ขั้นที่ 2 พจน์ที่เหลือ	ขั้นที่ 3 ดึงตัวประกอบร่วม แต่ละพจน์มาไว้ หน้าวงเล็บ
	แยกตัวประกอบ ของแต่ละพจน์	ตัวประกอบร่วม		
1. $10m + 5$	$5(2m) + 5(1)$ .....	..... 5 .....	$2m + 1$ .....	$5(2m + 1)$ .....
2. $12 + 6a$	$6(2) + 6(a)$ .....	..... 6 .....	$2 + a$ .....	$6(2 + a)$ .....
3. $18m + 27n$	$9(2m) + 9(3n)$ .....	..... 9 .....	$2m + 3n$ .....	$9(2m + 3n)$ .....
4. $36a - 24bc$	$12(3a) - 12(2 \cdot b \cdot c)$ .....	..... 12 .....	$3a - 2bc$ .....	$12(3a - 2bc)$ .....
5. $18m + 27n$	$9(2m) + 9(3n)$ .....	..... 9 .....	$2m + 3n$ .....	$9(2m + 3n)$ .....
6. $32a - 24b + 8$	$8(4a) - 8(3b) + 8(1)$ .....	..... 8 .....	$(4a - 3b + 1)$ .....	$8(4a - 3b + 1)$ .....

2. จงแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง

โจทย์	ขั้นที่ 1		ขั้นที่ 2 พจน์ที่เหลือ	ขั้นที่ 3 ดึงตัวประกอบร่วม แต่ละพจน์มาไว้ หน้าวงเล็บ
	แยกตัวประกอบ ของแต่ละพจน์	ตัวประกอบร่วม		
1. $6m + 12mn$	$= 6m(1) + 6m(2n)$ .....	..... $6m$ .....	$1+2n$ .....	$6m(1 + 2n)$ .....
$\text{ดังนั้น } 6m + 12mn = 6m(1 + 2n)$ .....				
2. $a^3 - 3a^2 - 9a$	$= a(a)(a) - 3(a)(a) - 3(3a)$ $= a[a(a) - (3)(a) - (3)(3)]$ .....	..... $a$ .....	$a^3 - 3a - 9$ .....	$a(a^2 - 3a - 9)$ .....
$\text{ดังนั้น } a^3 - 3a^2 - 9a = a(a^2 - 3a - 9)$ .....				

โจทย์	ขั้นที่ 1		ขั้นที่ 2 พจน์ที่เหลือ	ขั้นที่ 3 ดึงตัวประกอบร่วม แต่ละพจน์มาไว้ หน้าวงเล็บ
	แยกตัวประกอบ ของแต่ละพจน์	ตัวประกอบร่วม		
3. $12m + 18mn - 36m^2$	$= (2)(3)(m)[2 + (3)(n) - (2)(3)(m)]$	$6m$	$2 + 3n - 6m$	$6m(2 + 3n - 6m)$
ดังนั้น $12m + 18mn - 36m^2 = 6m(2 + 3n - 6m)$				
4. $21ab - 7a + 35a^2$	$= (7)(a)[(3)(b) - (7)(a) + (5)(7)(a)(a)]$	$7a$	$3b - 1 + 5a$	$7a(3b - 1 + 5a)$
ดังนั้น $21ab - 7a + 35a^2 = 7a(3b - 1 + 5a)$				
5. $18pr^2 - 30pr - 24p^2r$	$= [(2)(3)(3)(p)(r)(r)] - [(2)(3)(5)(p)(r)] - [(2)(2)(2)(3)(p)(p)(r)]$ $= (6pr)(3r - 5 - 4p)$ $= 6pr(-4p + 3r - 5)$	$6pr$	$-4p + 3r - 5$	$6pr(-4p + 3r - 5)$
ดังนั้น $18pr^2 - 30pr - 24p^2r = 6pr(-4p + 3r - 5)$				
6. $16 - 4m - 8n$	$= [(2)(2)(2)(2)] - [(2)(2)(m)] - [(2)(2)(2)(n)]$ $= (2)(2)[(2)(2) - (m) - (2)(n)]$	$4$	$4 - m - 2n$	$4(4 - m - 2n)$
ดังนั้น $16 - 4m - 8n = 4(4 - m - 2n)$				

3. จงแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง

โจทย์	แยกตัวประกอบ ของแต่ละพจน์	ตัวประกอบร่วม
1. $m(m - 3) + 5(m - 3)$	$= m(m - 3) + 5(m - 3)$ $= (m - 3)(m + 5)$	$(m - 3)$
ดังนั้น $m(m - 3) + 5(m - 3) = (m - 3)(m + 5)$		

โจทย์	แยกตัวประกอบ ของแต่ละพจน์	ตัวประกอบร่วม
2. $a^2(m+2) - 6(m+2)$	$= a^2(m+2) - 6(m+2)$ $= (m+2)(a^2 - 6)$	$(m+2)$
ดังนั้น $a^2(m+2) - 6(m+2) = (m+2)(a^2 - 6)$		
3. $(x+y)z + (x+y)s$	$= (x+y)z + (x+y)s$ $= (x+y)(z+s)$	$(x+y)$
ดังนั้น $a^2(m+2) - 6(m+2) = (x+y)(z+s)$		
4. $(m-5)a + 3(m-5)$	$= (m-5)a + 3(m-5)$ $= (m-5)(a+3)$	$(m-5)$
ดังนั้น $m-5)a + 3(m-5) = (m-5)(a+3)$		
5. $(3m+n)^2 - (3m+n)x$	$= (3m+n)(3m+n) - (3m+n)x$ $= (3m+n)[(3m+n) - x]$ $= (3m+n)(3m+n-x)$	$(3m+n)$
ดังนั้น $3m+n)^2 - 3(m+n)x = (3m+n)(3m+n-x)$		
6. $mn + pm - ns - ps$	$= [(m)(n) + (m)(p)] - [(n)(s) + (p)(s)]$ $= m(n+p) - s(n+p)$ $= (n+p)(m-s)$	$(n+p)$
ดังนั้น $mn + pm - ns - ps = (n+p)(m-s)$		

## 4. จงแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง

โจทย์	จัดหมู่	ดึงตัวประกอบร่วม	แยกตัวประกอบของ พหุนาม
1. $ab + 7b + 2a + 14$	$(ab + 7b) +$ $(2a + 14)$	$b(a+7) + 2(a+7)$	$(a+7)(b+2)$
2. $3mp + 3np + 2m + 2n$	$(3mp + 3np) +$ $(2m + 2n)$	$3p(m+n) + 2(m+n)$	$(m+n)(3p+2)$
3. $ac + bc - a - b$	$(ac + bc) + (-a - b)$	$c(a+b) - (a+b)$	$(a+b)(c-1)$

โจทย์	จัดหมู่	ดึงตัวประกอบร่วม	แยกตัวประกอบของพหุนาม
4. $18m^2 + 12 + 2m + 3m^3$	$(18m^2 + 3m^3) +$ $(12 + 2m)$ .....	$3m^2(6 + m) + 2(6 + m)$	$(6 + m)(3m^2 + 2)$
5. $5m + xm + 5n + xn$	$(5m + 5n) +$ ..... $(xm + xn)$ .....	$5(m + n) + x(m + n)$	$(m + n)(5 + x)$
6. $3mx + 4x - 4y - 3my$	$(3mx - 3my) +$ ..... $(4x - 4y)$ .....	$3m(x - y) + 4(x - y)$ .....	$(x - y)(3m + 4)$

การประเมินตนเองด้านความซื่อสัตย์ ตั้งมั่นในความถูกต้องดีงาม ทำใ้งานด้วยตนเอง

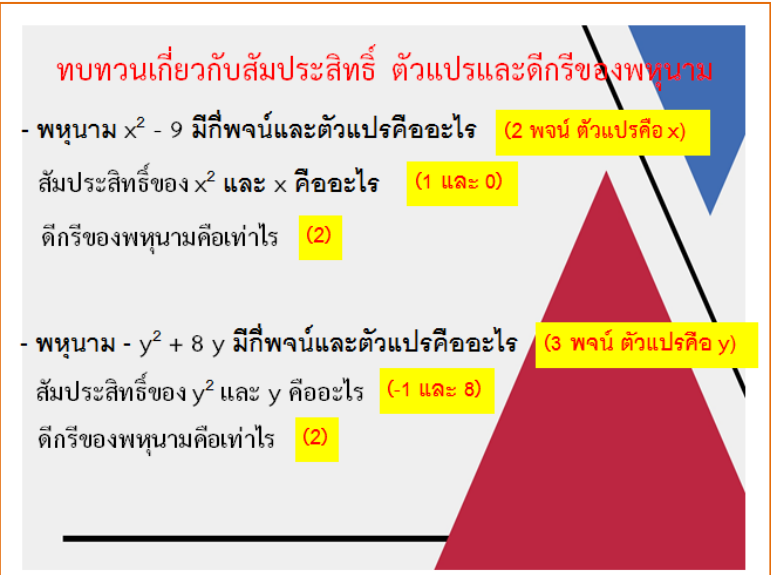
คำชี้แจง ให้นักเรียนขีดเครื่องหมาย ✓ ให้ตรงตามพฤติกรรมที่ตนปฏิบัติ

ในการทำกิจกรรมตามใ้งานนี้ นักเรียนมีคุณภาพในระดับใด

- ระดับ 1 (ปรับปรุง) ไม่ได้ศึกษาและทำใ้งานด้วยตนเองเกือบทั้งหมด
- ระดับ 2 (พอใช้) ศึกษาและทำใ้งานด้วยตนเองเป็นบางส่วน
- ระดับ 3 (ดี) ศึกษาทำใ้งานด้วยตนเองเป็นส่วนใหญ่
- ระดับ 4 (ดีมาก) ศึกษาและทำใ้งานด้วยตนเองทั้งหมด



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (1)		เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชา คณิตศาสตร์ 4		ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b></p> <p>การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้ด้านความรู้</b></p> <p>อธิบายการแยกตัวประกอบของพหุนามในรูป <math>ax^2 + bx + c</math> เมื่อ <math>c = 0</math> ได้อย่างถูกต้อง</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการด้านเจตคติ</b></p> <p>-</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b></p> <p>ความสามารถในการสื่อสาร</p> <p><b>คุณลักษณะของผู้เรียน</b></p> <p>ซื่อสัตย์สุจริต</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ชั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>ทบทวนเกี่ยวกับสัมประสิทธิ์ ตัวแปร และดีกรีของพหุนาม โดยใช้โปรแกรมนำเสนอ (Microsoft PowerPoint) เรื่อง “ทบทวนเกี่ยวกับสัมประสิทธิ์ ตัวแปรและดีกรีของพหุนาม” พร้อมสุ่มถามนักเรียน</li> </ol> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center; color: red;"><b>ทบทวนเกี่ยวกับสัมประสิทธิ์ ตัวแปรและดีกรีของพหุนาม</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- พหุนาม <math>3x^2 + 4x + 5</math> มีกี่พจน์และตัวแปรคืออะไร (3 พจน์ ตัวแปรคือ <math>x</math>)</li> <li>สัมประสิทธิ์ของ <math>x^2</math> และ <math>x</math> คืออะไร (3 และ 4)</li> <li>ดีกรีของพหุนามคือเท่าไร (2)</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>- พหุนาม <math>y^2 + 3y - 7</math> มีกี่พจน์และตัวแปรคืออะไร (3 พจน์ ตัวแปรคือ <math>y</math>)</li> <li>สัมประสิทธิ์ของ <math>y^2</math> และ <math>y</math> คืออะไร (1 และ 3)</li> <li>ดีกรีของพหุนามคือเท่าไร (2)</li> </ul> </div>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b></p> <p>-</p> <p><b>สื่อ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>โปรแกรมนำเสนอ (Microsoft PowerPoint) เรื่อง “ทบทวนเกี่ยวกับสัมประสิทธิ์ ตัวแปรและดีกรีของพหุนาม”</li> <li>ใบงานที่ 3 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (1)</li> </ol> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b></p> <p>ใบงานที่ 3 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (1)</p>

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3		เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (1)	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	
	 <p style="text-align: center;"><b>ทบทวนเกี่ยวกับสัมประสิทธิ์ ตัวแปรและดีกรีของพหุนาม</b></p> <p>- พหุนาม <math>x^2 - 9</math> มีกี่พจน์และตัวแปรคืออะไร (2 พจน์ ตัวแปรคือ <math>x</math>)</p> <p>สัมประสิทธิ์ของ <math>x^2</math> และ <math>x</math> คืออะไร (1 และ 0)</p> <p>ดีกรีของพหุนามคือเท่าไร (2)</p> <p>- พหุนาม <math>-y^2 + 8y</math> มีกี่พจน์และตัวแปรคืออะไร (3 พจน์ ตัวแปรคือ <math>y</math>)</p> <p>สัมประสิทธิ์ของ <math>y^2</math> และ <math>y</math> คืออะไร (-1 และ 8)</p> <p>ดีกรีของพหุนามคือเท่าไร (2)</p>	
	<p><b>ขั้นสอน</b></p> <p>1. ครูให้นักเรียนสังเกตตัวอย่างพหุนามบนโปรแกรมนำเสนอ (PowerPoint) และตอบคำถามดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- พหุนามที่ยกตัวอย่างทั้งหมดเป็นพหุนามดีกรีอะไร (ดีกรี 2)</li> <li>- พหุนามที่ยกตัวอย่างทั้งหมดมีตัวแปรกี่ตัว (1 ตัวแปร หรือ ตัวแปรเดียว)</li> <li>- ถ้าพหุนามดีกรีสองที่กำหนดให้มีตัวแปร <math>x</math></li> </ul> <p style="padding-left: 40px;">โดยที่ <math>a</math> เป็นสัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่ยกกำลังสอง และ <math>a \neq 0</math></p> <p style="padding-left: 40px;"><math>b</math> เป็นสัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่ยกกำลังหนึ่ง</p>	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3		เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (1)	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	
	<p style="text-align: center;">c เป็นค่าคงตัว</p> <p>สามารถเขียนเป็นพหุนามได้อย่างไร (<math>ax^2 + bx + c</math> เมื่อ <math>a, b, c</math> เป็นค่าคงตัวที่ <math>a \neq 0</math> และ <math>x</math> เป็นตัวแปร) ซึ่งเรียกว่า พหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว</p> <p>2. ครูแจกใบงานที่ 3 ให้นักเรียนศึกษาและทำเกี่ยวกับการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองในรูป <math>ax^2 + bx + c</math> เมื่อ <math>a, b</math> เป็นจำนวนเต็ม และ <math>c = 0</math> โดยครูคอยให้คำแนะนำตามสถานการณ์ในชั้นเรียน</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. ครูสุ่มถามคำตอบนักเรียนหลังทำใบงานที่ 3 เสร็จพร้อมแนวคิดในการตอบ โดยครูและนักเรียนร่วมกันเป็นผู้เฉลยคำตอบที่ถูกต้องในแต่ละข้อ และให้นักเรียนทำแบบประเมินตนเอง เรื่อง ความซื่อสัตย์สุจริต</p> <p>2. สรุปความรู้โดยครูถามนักเรียนว่า</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- พหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียวเขียนอยู่ในรูปใด (<math>ax^2 + bx + c</math> เมื่อ <math>a, b, c</math> เป็นค่าคงตัวที่ <math>a \neq 0</math> และ <math>x</math> เป็นตัวแปร)</li> <li>- สามารถแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองในรูป <math>ax^2 + bx + c</math> เมื่อ <math>a, b</math> เป็นจำนวนเต็ม และ <math>c = 0</math> โดยใช้วิธีใด (ใช้การดึงตัวประกอบร่วมที่มากที่สุดของพหุนามออก นั่นคือ สมบัติการแจกแจง)</li> </ul>	



## การวัดผลประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
1. อธิบายการแยกตัวประกอบของพหุนามในรูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ $c = 0$ ได้อย่างถูกต้อง	ตรวจใบงานที่ 3	แบบบันทึกการตรวจใบงานที่ 3	ระดับ 1 ตอบคำถามข้อ 1 ถูกต้อง ระดับ 2 ตอบคำถามข้อ 2-3 ครบถ้วนและถูกต้องบางส่วน ระดับ 3 ตอบคำถามข้อ 2-3 ถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน ระดับ 4 ตอบคำถามข้อ 2-3 ถูกต้องครบถ้วนสมบูรณ์
2. ความสามารถในการสื่อสาร	ตรวจใบงานที่ 3	แบบบันทึกการตรวจใบงานที่ 3	ระดับ 1 เขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ถูกต้องสมบูรณ์ 1-3 ช่อง ระดับ 2 เขียนสัญลักษณ์ของทางคณิตศาสตร์ถูกต้องสมบูรณ์ 4-7 ช่อง ระดับ 3 เขียนสัญลักษณ์ของทางคณิตศาสตร์ถูกต้องสมบูรณ์ 8-11 ช่อง ระดับ 4 เขียนสัญลักษณ์ของทางคณิตศาสตร์ถูกต้องสมบูรณ์ 12-15 ช่อง
3. ซื่อสัตย์สุจริต	การประเมินตนเอง	แบบบันทึกการประเมินตนเอง	ระดับ 1 ไม่ได้ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองเกือบทั้งหมด ระดับ 2 ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองเป็นบางส่วน ระดับ 3 ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองเป็นส่วนใหญ่ ระดับ 4 ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองทั้งหมด

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ใบงานที่ 3 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (1)**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (1)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** อธิบายการแยกตัวประกอบของพหุนามในรูป  $ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $c = 0$  ได้อย่างถูกต้อง  
**คำชี้แจง** จงเติมคำตอบในช่องว่างให้ถูกต้องสมบูรณ์

1.  $ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a, b$  เป็นจำนวนเต็ม และ  $c = 0$

สามารถเขียนพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียวอยู่ในรูป.....

2. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองในรูป  $ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a, b$  เป็นจำนวนเต็ม และ  $c = 0$

ข้อ	พหุนาม	ตัวประกอบร่วม	แยกตัวประกอบของพหุนาม
2.1	$x^2 - 5x$	$x$	$x(x - 5)$
2.2	$-2y^2 + y$	$y$	
2.3	$-5x^2 - 10x$	$-5x$	
2.4	$3m^2 - 6m$		
2.5	$12y^2 - 3y$		
2.6	$15t^2 - 20t$	$5t$	$5t(3t - 4)$
2.7	$-12n^2 + 9n$		
2.8	$35p^2 - 14p$		
2.9	$-22x^2 - 33x$		
2.10	$-27y^2 + 18y$		

3. จากข้อ 2 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองในรูป  $ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a, b$  เป็นจำนวนเต็ม และ  $c = 0$  สามารถใช้สมบัติใดในการแยกตัวประกอบ

ตอบ.....

**การประเมินตนเองด้านความซื่อสัตย์สุจริต ตั้งมั่นในความถูกต้องดีงาม ทำใ้งานด้วยตนเอง**

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนขีดเครื่องหมาย ✓ ให้ตรงตามพฤติกรรมที่ตนปฏิบัติในการทำกิจกรรมตามใ้งานนี้  
 นักเรียนมีคุณภาพในระดับใด

- ระดับ 1 (ปรับปรุง) ไม่ได้ศึกษาและทำใ้งานด้วยตนเองเกือบทั้งหมด
- ระดับ 2 (พอใช้) ศึกษาและทำใ้งานด้วยตนเองน้อยกว่าเป็นบางส่วน
- ระดับ 3 (ดี) ศึกษาและทำใ้งานด้วยตนเองมากกว่าเป็นส่วนใหญ่
- ระดับ 4 (ดีมาก) ศึกษาและทำใ้งานด้วยตนเองทั้งหมด

**เฉลย**ใบงานที่ 3 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (1)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (1)  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** อธิบายการแยกตัวประกอบของพหุนามในรูป  $ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $c = 0$  ได้อย่างถูกต้อง  
 แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

**คำชี้แจง** จงเติมคำตอบในช่องว่างให้ถูกต้องสมบูรณ์

1.  $ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a, b$  เป็นจำนวนเต็ม และ  $c = 0$

สามารถเขียนพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียวอยู่ในรูป.....  $ax^2 + bx$  .....

2. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองในรูป  $ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a, b$  เป็นจำนวนเต็ม และ  $c = 0$

ข้อ	พหุนาม	ตัวประกอบร่วม	แยกตัวประกอบของพหุนาม
2.1	$x^2 - 5x$	$x$	$x(x - 5)$
2.2	$-2y^2 + y$	$y$	$y(-2y + 1)$
2.3	$-5x^2 - 10x$	$-5x$	$-5x(x + 2)$
2.4	$3m^2 - 6m$	$3m$	$3m(m - 2)$
2.5	$12y^2 - 3y$	$3y$	$3y(4y - 1)$
2.6	$15t^2 - 20t$	$5t$	$5t(3t - 4)$
2.7	$-12n^2 + 9n$	$3n$	$3n(-4n + 3)$
2.8	$35p^2 - 14p$	$7p$	$7p(5p - 2)$
2.9	$-22x^2 - 33x$	$-11x$	$-11x(x - 3)$
2.10	$-27y^2 + 18y$	$9y$	$9y(-3y + 2)$

3. จากข้อ 2 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองในรูป  $ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a, b$  เป็นจำนวนเต็ม และ  $c = 0$  สามารถใช้สมบัติใดในการแยกตัวประกอบ

ตอบ..... ใช้การดึงตัวร่วมที่มากที่สุดของพหุนามออก นั่นคือสมบัติการแจกแจง .....



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (2)	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b></p> <p>การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b></p> <p><b>ด้านความรู้</b></p> <p>อธิบายการแยกตัวประกอบของพหุนามในรูป <math>ax^2 + bx + c</math> เมื่อ <math>a = 1</math> <math>b</math> และ <math>c</math> เป็นจำนวนเต็ม และ <math>c \neq 0</math> ได้</p> <p>อย่างถูกต้อง</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b></p> <p>-</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b></p> <p>-</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b></p> <p>ความสามารถในการสื่อสาร</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>ทบทวนรูปทั่วไปของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว โดยครูสุ่มให้นักเรียนออกมาเขียนรูปทั่วไปของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียวบนกระดาน (<math>ax^2 + bx + c</math> เมื่อ <math>a, b, c</math> เป็นค่าคงตัว โดยที่ <math>a \neq 0</math> และ <math>x</math> เป็นตัวแปร) ซึ่งครูเป็นผู้ตรวจสอบพร้อมอธิบายและแก้ไขให้ถูกต้อง</li> <li>ทบทวนการหาผลคูณของพหุนาม โดยครูเขียนโจทย์บนกระดานแล้วสุ่มนักเรียนออกมาแสดงวิธีหาผลลัพธ์ แล้วครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง</li> </ol> $(x + 5)(x + 2) = (x + 5)x + (x + 5)2$ $= x^2 + 5x + 2x + (5)(2)$ $= x^2 + (5 + 2)x + (5)(2)$ $= x^2 + 7x + 10$ <p>จะได้ <math>x^2 + 7x + 10 = (x + 5)(x + 2)</math></p> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูอธิบายว่าจากข้างต้น จะเห็นว่า</li> </ol> $(x + 5)(x + 2) = x^2 + 7x + 10$ <p>ดังนั้นแยกตัวประกอบของ <math>x^2 + 7x + 10</math> ได้ดังนี้</p> $x^2 + 7x + 10 = (x + 5)(x + 2)$	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b></p> <p>-</p> <p><b>สื่อ</b></p> <p>ใบงานที่ 4 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (2)</p> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b></p> <p>ใบงานที่ 4 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (2)</p>

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4		เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง		ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (2)		
รายวิชา คณิตศาสตร์ 4		
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์		
<p><b>คุณลักษณะของผู้เรียน</b>                      ที่พึงประสงค์</p>	<p>2. ครูให้นักเรียนสังเกตการหาผลคูณของ <math>(x + 5)(x + 2)</math> แบบย้อนกลับ จะได้ขั้นตอนการแยกตัวประกอบพหุนามของ <math>x^2 + 7x + 10</math> พร้อมครูแสดงขั้นตอนย้อนกลับให้นักเรียนดูบนกระดาน</p> $x^2 + 7x + 10 = x^2 + (5 + 2)x + (5)(2)$ $= x^2 + (5x + 2x) + (5)(2)$ $= [x^2 + 5x] + [2x + (5)(2)]$ $= (x + 5)x + (x + 5)2$ $= (x + 5)(x + 2)$ <p>3. ถามชวนคิดให้นักเรียนสังเกตและตอบคำถาม ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- พหุนามที่กำหนด a, b, c มีค่าเท่าไร (a = 1, b = 7, c = 10)</li> <li>- จำนวนสองจำนวนใดที่คูณกันได้เท่ากับ c และบวกกันได้เท่ากับ b (5 กับ 2)</li> </ul> <p>4. ครูแจกใบงานที่ 4 ให้นักเรียนศึกษาและทำเกี่ยวกับการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองในรูป <math>ax^2 + bx + c</math> เมื่อ a = 1, b และ c เป็นจำนวนเต็ม และ <math>c \neq 0</math> โดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำตามสถานการณ์ในห้องเรียน</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. ครูสุ่มถามคำตอบนักเรียนหลังทำใบงานที่ 4 เสร็จพร้อมแนวคิดในการตอบ โดยครูและนักเรียนร่วมกันเป็นผู้เฉลยคำตอบที่ถูกต้องในแต่ละข้อ และให้นักเรียนทำแบบประเมินตนเอง เรื่อง ความซื่อสัตย์สุจริต</p>	



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4		เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (2)	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	
	<p>2. สรุปความรู้โดยครูถามนักเรียนว่า</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- สามารถแยกตัวประกอบของพหุนามในรูป <math>ax^2 + bx + c</math> เมื่อ <math>a = 1</math>, <math>b</math> และ <math>c</math> เป็นจำนวนเต็ม และ <math>c \neq 0</math> ได้อย่างไร <math>[ax^2 + bx + c = (x + m)(x + n)</math> เมื่อ <math>m</math> และ <math>n</math> เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง <math>mn = c</math> และ <math>m + n = b</math>]</li> <li>- ถ้าหาจำนวนเต็ม <math>m</math> และ <math>n</math> ที่ทำให้ <math>mn = c</math> และ <math>m + n = b</math> ไม่ได้ จะสามารถแยกตัวประกอบของพหุนามได้หรือไม่ (ถ้าไม่มีจำนวนเต็ม <math>m</math> และ <math>n</math> ที่ทำให้ <math>mn = c</math> และ <math>m + n = b</math> ได้แล้ว จะไม่สามารถแยกตัวประกอบของพหุนามได้)</li> </ul>	

การวัดผลประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
1. อธิบายการแยกตัวประกอบของพหุนามในรูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a = 1$ $b$ และ $c$ เป็นจำนวนเต็ม และ $c \neq 0$ ได้อย่างถูกต้อง	ตรวจ ใบงานที่ 4	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 4	รายการกิจกรรม - ข้อความที่เติมในกิจกรรมที่ 1 ครบถ้วน - ข้อความที่เติมในกิจกรรมที่ 1 ถูกต้อง - ข้อความที่เติมในกิจกรรมที่ 2 ครบถ้วน - ข้อความที่เติมในกิจกรรมที่ 2 ถูกต้อง ระดับ 1 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 1 รายการ ระดับ 2 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 2 รายการ ระดับ 3 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 3 รายการ ระดับ 4 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 4 รายการ
2. ความสามารถในการสื่อสาร	ตรวจ ใบงานที่ 4	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 4	ระดับ 1 เขียนสัญลักษณ์การแยกตัวประกอบของพหุนามในกิจกรรมที่ 1 ข้อที่ 1 ถูกต้องสมบูรณ์ 1 ข้อ ระดับ 2 เขียนสัญลักษณ์การแยกตัวประกอบของพหุนามในกิจกรรมที่ 1 ข้อที่ 1 ถูกต้องสมบูรณ์ 2 ข้อ ระดับ 3 เขียนสัญลักษณ์การแยกตัวประกอบของพหุนามในกิจกรรมที่ 1 ข้อที่ 1 ถูกต้องสมบูรณ์ 3-4 ข้อ ระดับ 4 เขียนสัญลักษณ์การแยกตัวประกอบของพหุนามในกิจกรรมที่ 1 ข้อที่ 1 ถูกต้องสมบูรณ์ 5-6 ข้อ
3. ซื่อสัตย์สุจริต	การประเมินตนเอง	แบบบันทึก การประเมินตนเอง	ระดับ 1 ไม่ได้ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเอง เกือบทั้งหมด ระดับ 2 ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองเป็นบางส่วน ระดับ 3 ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองเป็นส่วนใหญ่ ระดับ 4 ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองทั้งหมด

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

**ปัญหาและอุปสรรค**

.....

.....

.....

.....

**ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข**

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย**

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ใบงานที่ 4 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (2)**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (2)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** อธิบายการแยกตัวประกอบของพหุนามในรูป  $ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a = 1$ ,  $b$  และ  $c$  เป็นจำนวนเต็ม และ  $c \neq 0$  ได้อย่างถูกต้อง

**กิจกรรมที่ 1**

1. จงเติมคำตอบในช่องว่างให้ถูกต้องสมบูรณ์

ข้อ	พหุนาม	a	b	c	จำนวนสองจำนวน ที่คูณกันได้เท่ากับ c	จำนวนสองจำนวน ที่บวกกันได้เท่ากับ b	แยกตัวประกอบของ พหุนาม
1.1	$x^2 + 9x + 14$	1	9	14	$(2)(7) = 14$	$2 + 7 = 9$	$(x + 2)(x + 7)$
	นั่นคือ $x^2 + 9x + 14 = (x + 2)(x + 7)$						
1.2	$y^2 + 15y + 14$						
	นั่นคือ.....						
1.3	$x^2 - 9x + 20$	1	-9	20	$(-5)(-4) = 20$	$(-5) + (-4) = -9$	$[x + (-5)][x + (-4)]$ $= (x - 5)(x - 4)$
	นั่นคือ.....						
1.4	$x^2 + 7x - 18$						
	นั่นคือ.....						

ข้อ	พหุนาม	a	b	c	จำนวนสองจำนวน ที่คูณกันได้เท่ากับ c	จำนวนสองจำนวน ที่บวกกันได้เท่ากับ b	แยกตัวประกอบ ของพหุนาม
1.5	$x^2 - 4x - 21$						
	นั่นคือ.....						
1.6	$x^2 - 16$						
	นั่นคือ.....						
1.7	$ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a = 1$ , $b$ และ $c$ เป็น จำนวนเต็ม และ $c \neq 0$					$m + n = b$ เมื่อ $m$ และ $n$ เป็นจำนวนเต็ม	
	นั่นคือ.....						

2. จงอธิบายการแยกตัวประกอบของพหุนามในรูป  $ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a = 1$ ,  $b$  และ  $c$  เป็นจำนวนเต็ม และ  $c \neq 0$  ได้อย่างไร โดยสังเกตจากข้อ 1

ตอบ .....

.....

.....

**กิจกรรมที่ 2**

1. จงหาจำนวนเต็ม  $m$  และ  $n$  ที่ทำให้  $mn = c$  และ  $m + n = b$  โดยที่  $b$  และ  $c$  มีค่าตามที่กำหนดให้

ข้อ	$b$	$c$	หาได้หรือไม่	$m$	$n$	$mn = c$	$m + n = b$
1	8	15					
2	8	20					
3	5	-6					
4	8	12					
5	18	24					
6	13	30					
7	-22	21					
8	90	30					
9	32	60					
10	22	-120					

2. จากตารางพิจารณาว่าถ้าสามารถหาจำนวนเต็ม  $m$  และ  $n$  ที่ทำให้  $mn = c$  และ  $m + n = b$  จะสามารถแยกตัวประกอบของพหุนามได้อย่างไร

ตอบ .....

.....

**การประเมินตนเองด้านความซื่อสัตย์สุจริต ตัดมั่นในความถูกต้องดีงาม ทำใ้งานด้วยตนเอง**

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนขีดเครื่องหมาย ✓ ให้ตรงตามพฤติกรรมที่ตนปฏิบัติในการทำกิจกรรมตามใ้งานนี้

นักเรียนมีคุณภาพในระดับใด

- ระดับ 1 (ปรับปรุง) ไม่ได้ศึกษาและทำใ้งานด้วยตนเองเกือบทั้งหมด
- ระดับ 2 (พอใช้) ศึกษาและทำใ้งานด้วยตนเองน้อยกว่าเป็นบางส่วน
- ระดับ 3 (ดี) ศึกษาและทำใ้งานด้วยตนเองมากกว่าเป็นส่วนใหญ่
- ระดับ 4 (ดีมาก) ศึกษาและทำใ้งานด้วยตนเองทั้งหมด

**เฉลย**ใบงานที่ 4 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (2)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (2)  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** อธิบายการแยกตัวประกอบของพหุนามในรูป  $ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a = 1$ ,  $b$  และ  $c$  เป็นจำนวนเต็ม และ  $c \neq 0$  ได้อย่างถูกต้อง

**กิจกรรมที่ 1**

1. จงเติมคำตอบในช่องว่างให้ถูกต้องสมบูรณ์

ข้อ	พหุนาม	a	b	c	จำนวนสองจำนวน ที่คูณกันได้เท่ากับ c	จำนวนสองจำนวน ที่บวกกันได้เท่ากับ b	แยกตัวประกอบของ พหุนาม
1.1	$x^2 + 9x + 14$	1	9	14	$(2)(7) = 14$	$2 + 7 = 9$	$(x + 2)(x + 7)$
	นั่นคือ $x^2 + 9x + 14 = (x + 2)(x + 7)$						
1.2	$y^2 + 15y + 14$	1	15	14	$(1)(14) = 14$	$1 + 14 = 15$	$(y + 1)(y + 14)$
	นั่นคือ..... $y^2 + 15y + 14 = (y + 1)(y + 14)$ .....						
1.3	$x^2 - 9x + 20$	1	-9	20	$(-5)(-4) = 20$	$(-5) + (-4) = -9$	$[x + (-5)][x + (-4)]$ $= (x - 5)(x - 4)$
	นั่นคือ..... $x^2 - 9x + 20 = (x - 5)(x - 4)$ .....						
1.4	$x^2 + 7x - 18$	1	7	-18	$(-2)(9) = -18$	$(-2) + 9 = 7$	$[x + (-2)][x + 9]$ $= (x - 2)(x + 9)$
	นั่นคือ..... $x^2 + 7x - 18 = (x - 2)(x + 9)$ .....						

ข้อ	พหุนาม	a	b	c	จำนวนสองจำนวน ที่คูณกันได้เท่ากับ c	จำนวนสองจำนวน ที่บวกกันได้เท่ากับ b	แยกตัวประกอบ ของพหุนาม
1.5	$x^2 - 4x - 21$	1	-4	-21	$(-7)(3)$	$(-7) + 3 = 4$	$[x + (-7)](x + 3)$ $= (x - 7)(x + 3)$
	นั่นคือ..... $x^2 - 4x - 21 = (x - 7)(x + 3)$ .....						
1.6	$x^2 - 16$	1	0	-16	$(-4)(4) = -16$	$(-4) + 4 = 0$	$[x + (-4)](x + 4)$ $= (x - 4)(x + 4)$
	นั่นคือ..... $x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4)$ .....						
1.7	$ax^2 + bx + c$ เมื่อ a = 1, b และ c เป็น จำนวนเต็ม และ c ≠ 0	a	b	c	$mn = c$	$m + n = b$ เมื่อ m และ n เป็นจำนวนเต็ม	$(x + m)(x + n)$
	นั่นคือ..... $ax^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$ เมื่อ m และ n เป็นจำนวนเต็ม.....						

2. จงอธิบายการแยกตัวประกอบของพหุนามในรูป  $ax^2 + bx + c$  เมื่อ a = 1, b และ c เป็นจำนวนเต็ม และ c ≠ 0 ได้อย่างไร โดยสังเกตจากข้อ 1

ตอบ ..... 1. หาจำนวนเต็มสองจำนวนที่คูณกันได้เท่ากับ c (กำหนดเป็น m, n จะได้  $mn = c$ )  
 ..... 2. จำนวนเต็มสองจำนวนใน 1) ต้องบวกกันได้เท่ากับ b [(m + n) = b]  
 ..... 3. สามารถแยกตัวประกอบได้เป็น  $(x + m)(x + n)$ .....



## กิจกรรมที่ 2

1. จงหาจำนวนเต็ม  $m$  และ  $n$  ที่ทำให้  $mn = c$  และ  $m + n = b$  โดยที่  $b$  และ  $c$  มีค่าตามที่กำหนดให้

ข้อ	$b$	$c$	หาได้หรือไม่	$m$	$n$	$mn = c$	$m + n = b$
1	8	15	✓	3	5	$(3)(5) = 15$	$3 + 5 = 8$
2	8	20	✗				
3	5	-6	✓	-1	6	$(-1)(6) = -6$	$(-1) + 6 = 5$
4	8	12	✓	2	6	$(2)(6) = 12$	$2 + 6 = 8$
5	18	24	✗				
6	13	30	✓	10	3	$(10)(3) = 30$	$10 + 3 = 13$
7	-22	21	✓	-1	-21	$(-1)(-21) = 21$	$(-1) + (-21) = -22$
8	90	30	✗				
9	32	60	✓	30	2	$(30)(2) = 60$	$30 + 2 = 32$
10	22	-120	✗				

2. จากตารางพิจารณาว่าถ้าสามารถหาจำนวนเต็ม  $m$  และ  $n$  ที่ทำให้  $mn = c$  และ  $m + n = b$  จะสามารถแยกตัวประกอบของพหุนามได้อย่างไร

ตอบ  $ax^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง		เวลา 1 ชั่วโมง
เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (3)		ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์		รายวิชา คณิตศาสตร์ 4
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b></p> <p>การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้ด้านความรู้</b></p> <p>1. อธิบายการแยกตัวประกอบของพหุนามในรูป <math>ax^2 + bx + c</math> เมื่อ <math>a, b, c</math> เป็นจำนวนเต็ม และ <math>a \neq 0, a \neq 1, c \neq 0</math> ได้อย่างถูกต้อง</p> <p>2. แสดงขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามในรูป <math>ax^2 + bx + c</math> เมื่อ <math>a, b, c</math> เป็นจำนวนเต็ม และ <math>a \neq 0, a \neq 1, c \neq 0</math> ใช้ในการ</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ขั้นนำ</b></p> <p>1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</p> <p>2. ทบทวนการแยกตัวประกอบของพหุนามในรูป <math>ax^2 + bx + c</math> เมื่อ <math>a = 1, b</math> และ <math>c</math> เป็นจำนวนเต็ม และ <math>c \neq 0</math> โดยครูเขียนพหุนามบนกระดานแล้วสุ่มนักเรียนมาเขียนตอบการแยกตัวประกอบของพหุนาม ซึ่งครูและนักเรียนเป็นผู้ตรวจสอบและแก้ไขให้ถูกต้อง</p> <p>1. <math>x^2 + 11x + 18 = \dots\dots\dots (x + 2)(x + 9)</math></p> <p>2. <math>x^2 - 20x - 21 = \dots\dots\dots (x - 21)(x + 1)</math></p> <p>3. <math>m^2 - 22m + 121 = \dots\dots\dots (m - 11)(m - 11)</math></p> <p>3. ครูถามนักเรียนว่าใช้หลักการใดในการแยกตัวประกอบ <math>[ax^2 + bx + c = (x + m)(x + n)]</math> เมื่อ <math>m</math> และ <math>n</math> เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง <math>mn = c</math> และ <math>m + n = b</math></p> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <p>1. ครูเขียนพหุนาม <math>6x^2 - 7x - 3</math> บนกระดานและถามนักเรียนว่า</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- พหุนามที่กำหนดให้มีกี่พจน์ (3 พจน์)</li> <li>- พหุนามที่กำหนดมีพจน์ใดเป็นพจน์หน้า (<math>6x^2</math>)</li> <li>- พหุนามที่กำหนดมีพจน์ใดเป็นพจน์กลาง (<math>-7x</math>)</li> <li>- พหุนามที่กำหนดมีพจน์ใดเป็นพจน์หลัง (<math>-3</math>)</li> </ul>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b></p> <p>-</p> <p><b>สื่อ</b></p> <p>ใบงานที่ 5 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (3)</p> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b></p> <p>ใบงานที่ 5 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (3)</p>

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5		
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง</p> <p>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (3)</p> <p>รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</p>	<p>เวลา 1 ชั่วโมง</p> <p>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</p>
<p>แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b> การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b> -</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b> ความสามารถในการสื่อสาร</p> <p><b>คุณลักษณะของผู้เรียน</b> ที่ซื่อสัตย์สุจริต</p>	<p>- ดังนั้น <math>ax^2 + bx + c</math> พจน์หน้า พจน์กลางและพจน์หลังคืออะไร (พจน์หน้า คือ <math>ax^2</math>, พจน์กลาง คือ <math>bx</math>, พจน์หลัง คือ <math>c</math>)</p> <p>2. ครูเขียน <math>(2x - 3)(3x + 1)</math> บนกระดานและสุ่มนักเรียนมาแสดงวิธีหาผลคูณบนกระดาน โดยครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบและแก้ไขให้ถูกต้อง</p> $\begin{aligned} (2x - 3)(3x + 1) &= (2x - 3)(3x) + (2x - 3)(1) \\ &= (6x^2 - 9x) + (2x - 3)(1) \\ &= 6x^2 + (-9x + 2x) - 3 \\ &= 6x^2 - 7x - 3 \end{aligned}$ <p>3. ครูเขียนแผนภาพการหาพจน์หน้า พจน์กลาง และพจน์หลังของพหุนามให้นักเรียนสังเกต ดังนี้</p> <div style="text-align: center;"> <p style="margin-left: 100px;"><math>(2x - 3)(3x + 1)</math></p> </div>	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5		เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (3)	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	
	<p>และครูอธิบายว่าจากแผนภาพ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- พจน์หน้าของพหุนามในวงเล็บแรกคูณกับพจน์หน้าของพหุนามในวงเล็บหลัง ได้พจน์หน้าของพหุนามที่เป็นผลคูณ นั่นคือ <math>(2x)(3x) = 6x^2</math></li> <li>- พจน์หลังของพหุนามในวงเล็บแรกคูณกับพจน์หลังของพหุนามในวงเล็บหลัง ได้พจน์หลังของพหุนามที่เป็นผลคูณ นั่นคือ <math>(-3)(1) = -3</math></li> <li>- ผลคูณระหว่างพจน์หน้าของพหุนามในวงเล็บแรกกับพจน์หลังของพหุนามในวงเล็บหลัง บวกกับผลคูณของพจน์หลังของพหุนามในวงเล็บแรกกับพจน์หน้าของพหุนามในวงเล็บหลัง ได้พจน์กลางของพหุนามที่เป็นผลคูณ นั่นคือ <math>(2x)(1) + (-3)(3x) = 2x + (-9x) = -7x</math></li> </ul> <p>4. ครูแจกใบงานที่ 5 ให้นักเรียนศึกษาและทำ เพื่อหาวิธีการแยกตัวประกอบของพหุนามในรูป <math>ax^2 + bx + c</math> เมื่อ <math>a, b, c</math> เป็นจำนวนเต็ม และ <math>a \neq 0, a \neq 1, c \neq 0</math> โดยครูเป็นผู้แนะแนวทางตามสถานการณ์ในชั้นเรียน</p> <p>5. ครูและนักเรียนร่วมกันเป็นผู้เฉลยคำตอบที่ถูกต้องในแต่ละข้อ และให้นักเรียนทำแบบประเมินตนเอง เรื่อง ความซื่อสัตย์สุจริต</p> <p>6. ครูให้นักเรียนสังเกตพหุนามจากใบงานที่ 5 และอธิบายนักเรียนดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- จากข้อ 1. <math>5x^2 + 14x - 3</math> จะได้ <math>c = -3</math> ดังนั้น สองจำนวนที่คูณกันได้จำนวนลบ คือ จำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มบวก จึงได้พจน์หลังของสองวงเล็บเป็นจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มบวก</li> </ul>	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5		เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (3)	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	
	<p>- จากข้อ 2. <math>2x^2 + 11x + 5</math> จะได้ <math>c</math> เท่ากับ 5 ดังนั้นสองจำนวนที่คูณกันได้จำนวนเต็มบวก คือจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ หรือจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มบวก เมื่อพิจารณา <math>b = 11</math> เป็นจำนวนเต็มบวก ดังนั้นสองพจน์หลังของสองวงเล็บควรเป็นจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มบวก เนื่องจากผลบวกของจำนวนเต็มบวกเท่ากับจำนวนเต็มบวก</p> <p>- จากข้อ 3. <math>2x^2 - 16x + 5</math> จะได้ <math>c</math> เท่ากับ 5 ดังนั้นสองจำนวนที่คูณกันได้จำนวนเต็มบวก คือจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ หรือจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มบวก เมื่อพิจารณา <math>b = -16</math> เป็นจำนวนเต็มลบ ดังนั้นสองพจน์หลังของสองวงเล็บควรเป็นจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ เนื่องจากผลบวกของจำนวนเต็มลบเท่ากับจำนวนเต็มลบ</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. สรุปความรู้โดยครูถามนักเรียนว่าสามารถแยกตัวประกอบของพหุนามที่อยู่ในรูป <math>ax^2 + bx + c</math> เมื่อ <math>a = 1</math>, <math>b</math> และ <math>c</math> เป็นจำนวนเต็ม และ <math>c \neq 0</math> ได้อย่างไร</p> <p>(1. หาพหุนามดีกรีหนึ่งสองพหุนามที่คูณกันแล้วได้พจน์หน้าแล้วเขียนสองพจน์หน้าของพหุนามในวงเล็บสองวงเล็บ</p> <p>2. หาจำนวนสองจำนวนที่คูณกันแล้วได้พจน์หลังแล้วเขียนจำนวนทั้งสองนี้เป็นพจน์หลังของพหุนามในแต่ละวงเล็บให้ครบทุกกรณี</p> <p>3. นำผลที่ได้มาหาพจน์กลางที่ละกรณีจนกว่าจะได้เท่ากับพจน์กลางแล้วกรณีนั้นจะเป็นตัวประกอบของพหุนาม)</p>	

## การวัดผลประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
1. อธิบายการแยกตัวประกอบของพหุนามในรูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a, b, c$ เป็นจำนวนเต็ม และ $a \neq 0, a \neq 1, c \neq 0$ ได้อย่างถูกต้อง	ตรวจ ใบงานที่ 5	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 5	ระดับ 1 ไม่ตอบคำถามข้อ 4 ระดับ 2 ตอบคำถามข้อ 4 ไม่ถูกต้อง ระดับ 3 ตอบคำถามข้อ 4 ถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน ระดับ 4 ตอบคำถามข้อ 4 ถูกต้องครบถ้วนสมบูรณ์
2. แสดงขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามในรูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a, b, c$ เป็นจำนวนเต็ม และ $a \neq 0, a \neq 1, c \neq 0$ ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้	ตรวจ ใบงานที่ 5	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 5	รายการกิจกรรม - เติมข้อความลงในใบงานครบถ้วน 1-2 ข้อ - เติมข้อความลงในใบงานข้อที่ 1-3 ครบถ้วน - เติมข้อความลงในใบงานข้อที่ 1-3 ครบถ้วนและถูกต้องเป็นบางส่วน - เติมข้อความลงในใบงานข้อที่ 1-3 ครบถ้วนและถูกต้องทุกข้อ ระดับ 1 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 1 รายการ ระดับ 2 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 2 รายการ ระดับ 3 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 3 รายการ ระดับ 4 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 4 รายการ
3. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์			
4. ความสามารถในการสื่อสาร	ตรวจ ใบงานที่ 5	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 5	ระดับ 1 เขียนสัญลักษณ์การแยกตัวประกอบของพหุนามไม่ถูกต้องสมบูรณ์ ระดับ 2 เขียนสัญลักษณ์การแยกตัวประกอบของพหุนามถูกต้องสมบูรณ์ 1 ข้อ ระดับ 3 เขียนสัญลักษณ์การแยกตัวประกอบของพหุนามถูกต้องสมบูรณ์ 2 ข้อ ระดับ 4 เขียนสัญลักษณ์การแยกตัวประกอบของพหุนามถูกต้องสมบูรณ์ 3 ข้อ
5. ซื่อสัตย์สุจริต	การประเมินตนเอง	แบบบันทึก การประเมินตนเอง	ระดับ 1 ไม่ได้ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเอง ระดับ 2 ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองเป็นบางส่วน ระดับ 3 ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองเป็นส่วนใหญ่ ระดับ 4 ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองทั้งหมด

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....



**ใบงานที่ 5 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (3)**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (3)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

- จุดประสงค์**
- อธิบายการแยกตัวประกอบของพหุนามในรูป  $ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a, b, c$  เป็นจำนวนเต็ม และ  $a \neq 0, a \neq 1, c \neq 0$  ได้อย่างถูกต้อง
  - แสดงขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามในรูป  $ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a, b, c$  เป็นจำนวนเต็ม และ  $a \neq 0, a \neq 1, c \neq 0$  ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

**คำชี้แจง** จงเติมข้อความในช่องว่างให้ถูกต้อง

1. การแยกตัวประกอบของพหุนาม  $5x^2 + 14x - 3$

1) พหุนามดีกรีหนึ่งสองพหุนามที่คูณกันแล้วได้พจน์หน้า คือ

..... $5x$ ..... กับ .....

เขียนสองพจน์หน้าของพหุนามในวงเล็บสองวงเล็บ จะได้

(..... $5x$ .....)(.....)

2) จำนวนสองจำนวนที่คูณกันแล้วได้พจน์หลัง คือ

..... $-3$ ..... กับ ..... $1$ .....

หรือ ..... กับ .....

แล้วเขียนจำนวนทั้งสองนี้เป็นพจน์หลังของพหุนามในแต่ละวงเล็บที่ได้ในข้อ 1 ทุกกรณี

1.  $(5x..... - .....3)(x..... + .....1)$

3.  $(5x..... - .....1)(x..... + .....3)$

2.  $(.....)(.....)$

4.  $(.....)(.....)$

3) นำผลที่ได้จากข้อ 2 มาหาพจน์กลางที่ละกรณี จนกว่าจะเท่ากับพจน์กลางของ  $5x^2 + 14x - 3$

1)  $(5x..... - \overset{-3x}{\underbrace{3}(x..... + .....1)})$  ได้พจน์กลางเป็น  $(-3x) + 5x = 2x.....$

2)  $(\overset{\dots\dots\dots}{\underbrace{\dots\dots\dots}})(\overset{\dots\dots\dots}{\underbrace{\dots\dots\dots}})$  ได้พจน์กลางเป็น.....

3)  $(\overset{\dots\dots\dots}{\underbrace{\dots\dots\dots}})(\overset{\dots\dots\dots}{\underbrace{\dots\dots\dots}})$  ได้พจน์กลางเป็น.....

4)  $(\dots)(\dots)$  ได้พจน์กลางเป็น.....

ดังนั้น การแยกตัวประกอบของพหุนาม  $5x^2 + 14x - 3 = \dots$

2. การแยกตัวประกอบของพหุนาม  $2x^2 + 11x + 5$

1) พหุนามดีกรีหนึ่งสองพหุนามที่คูณกันแล้วได้พจน์หน้า คือ

$2x$  กับ .....

เขียนสองพจน์หน้าของพหุนามในวงเล็บสองวงเล็บ จะได้

$(2x)(\dots)$

2) จำนวนสองจำนวนที่คูณกันแล้วได้พจน์หลัง คือ

$-5$  กับ  $-1$

หรือ ..... กับ .....

แล้วเขียนจำนวนทั้งสองนี้เป็นพจน์หลังของพหุนามในแต่ละวงเล็บที่ได้ในข้อ 1 ทุกกรณี

1.  $(2x - 5)(x - 1)$

3.  $(2x - 1)(x - 5)$

2.  $(\dots)(\dots)$

4.  $(\dots)(\dots)$

3) นำผลที่ได้จากข้อ 2 มาหาพจน์กลางที่ละกรณี จนกว่าจะเท่ากับพจน์กลางของ  $2x^2 + 11x + 5$

1)  $(2x - 5)(x - 1)$  ได้พจน์กลางเป็น  $(-5x) + (-2x) = -7x$

2)  $(\dots)(\dots)$  ได้พจน์กลางเป็น.....

3)  $(\dots)(\dots)$  ได้พจน์กลางเป็น.....

4)  $(\dots)(\dots)$  ได้พจน์กลางเป็น.....

ดังนั้น การแยกตัวประกอบของพหุนาม  $2x^2 + 11x + 5 = \dots$

3. การแยกตัวประกอบของพหุนาม  $2x^2 - 16x + 5$

1) พหุนามดีกรีหนึ่งสองพหุนามที่คูณกันแล้วได้พจน์หน้า คือ

..... $3x$ ..... กับ .....

เขียนสองพจน์หน้าของพหุนามในวงเล็บสองวงเล็บ จะได้

( $3x$ .....)(.....)

2) จำนวนสองจำนวนที่คูณกันแล้วได้พจน์หลัง คือ

..... $-5$ ..... กับ ..... $-1$ .....

หรือ ..... กับ .....

แล้วเขียนจำนวนทั้งสองนี้เป็นพจน์หลังของพหุนามในแต่ละวงเล็บที่ได้ในข้อ 1 ทุกกรณี

1. ( $3x - 5$ )( $x - 1$ )

3. ( $3x - 1$ )( $x - 5$ )

2. (.....)(.....)

4. (.....)(.....)

3. นำผลที่ได้จากข้อ 2 มาหาพจน์กลางที่ละกรณี จนกว่าจะเท่ากับพจน์กลางของ  $2x^2 - 16x + 5$

1) ( $3x - 5$ )( $x - 1$ ) ได้พจน์กลางเป็น  $(-5x) + (-3x) = -8x$

2) (.....)(.....) ได้พจน์กลางเป็น .....

3) (.....)(.....) ได้พจน์กลางเป็น .....

4) (.....)(.....) ได้พจน์กลางเป็น .....

ดังนั้น การแยกตัวประกอบของพหุนาม  $2x^2 + 16x + 5 =$  .....

4. จงอธิบายขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามที่อยู่ในรูป  $ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a, b, c$  เป็นจำนวนเต็ม และ  $a \neq 0, a \neq 1, c \neq 0$

ตอบ .....

.....

.....

.....

.....

.....

**การประเมินตนเองด้านความซื่อสัตย์สุจริต ตั้งมั่นในความถูกต้องดีงาม ทำใ้งานด้วยตนเอง**

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนขีดเครื่องหมาย ✓ ให้ตรงตามพฤติกรรมที่ตนปฏิบัติในการทำกิจกรรมตามใ้งานนี้  
 นักเรียนมีคุณภาพในระดับใด

- ระดับ 1 (ปรับปรุง)    ไม่ได้ศึกษาและทำใ้งานด้วยตนเองเกือบทั้งหมด
- ระดับ 2 (พอใช้)        ศึกษาและทำใ้งานด้วยตนเองน้อยกว่าเป็นบางส่วน
- ระดับ 3 (ดี)              ศึกษาและทำใ้งานด้วยตนเองมากกว่าเป็นส่วนใหญ่
- ระดับ 4 (ดีมาก)        ศึกษาและทำใ้งานด้วยตนเองทั้งหมด

**เฉลยใบงานที่ 5 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (3)**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (3)

รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

- จุดประสงค์**
1. อธิบายการแยกตัวประกอบของพหุนามในรูป  $ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a, b, c$  เป็นจำนวนเต็ม และ  $a \neq 0, a \neq 1, c \neq 0$  ได้อย่างถูกต้อง
  2. แสดงขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามในรูป  $ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a, b, c$  เป็นจำนวนเต็ม และ  $a \neq 0, a \neq 1, c \neq 0$  ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

**คำชี้แจง** จงเติมข้อความในช่องว่างให้ถูกต้อง

1. การแยกตัวประกอบของพหุนาม  $5x^2 + 14x - 3$

1) พหุนามดีกรีหนึ่งสองพหุนามที่คูณกันแล้วได้พจน์หน้า คือ

..... $5x$ ..... กับ ..... $x$ .....

เขียนสองพจน์หน้าของพหุนามในวงเล็บสองวงเล็บ จะได้

(..... $5x$ .....)(..... $x$ .....)

2) จำนวนสองจำนวนที่คูณกันแล้วได้พจน์หลัง คือ

..... $-3$ ..... กับ ..... $1$ .....

หรือ ..... $3$ ..... กับ ..... $-1$ .....

แล้วเขียนจำนวนทั้งสองนี้เป็นพจน์หลังของพหุนามในแต่ละวงเล็บที่ได้ในข้อ 1 ทุกกรณี

1.  $(5x \dots - 3)(x \dots + \dots 1)$

3.  $(5x \dots - 1)(x \dots + \dots 3)$

2.  $(5x \dots + \dots 3)(x \dots - \dots 1)$

4.  $(5x \dots + \dots 1)(x \dots - \dots 3)$

3) นำผลที่ได้จากข้อ 2 มาหาพจน์กลางที่ละกรณี จนกว่าจะเท่ากับพจน์กลางของ  $5x^2 + 14x - 3$

1.  $(5x \dots - \overset{-3x}{3})(x \dots + \dots 1)$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{5x}$

ได้พจน์กลางเป็น  $(-3x) + 5x = 2x$ .....

2.  $(5x \dots + \overset{3x}{3})(x \dots - \dots 1)$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{-5x}$

ได้พจน์กลางเป็น  $3x + (-5x) = -2x$ .....

3.  $(5x \dots - \overset{-x}{1})(x \dots + \dots 3)$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{15x}$

ได้พจน์กลางเป็น  $(-x) + 15x = 14x$ .....

4.  $(5x \dots + \dots 1)(x \dots - \dots 3)$  ได้พจน์กลางเป็น  $x + (-15x) = -14x \dots$

ดังนั้น การแยกตัวประกอบของพหุนาม  $5x^2 + 14x - 3 = \dots (5x - 1)(x + 3) \dots$

2. การแยกตัวประกอบของพหุนาม  $2x^2 + 11x + 5$

1. พหุนามดีกรีหนึ่งสองพหุนามที่คูณกันแล้วได้พจน์หน้า คือ

$\dots 2x \dots$  กับ  $\dots x \dots$

เขียนสองพจน์หน้าของพหุนามในวงเล็บสองวงเล็บ จะได้

$(\dots 2x \dots)(\dots x \dots)$

2. จำนวนสองจำนวนที่คูณกันแล้วได้พจน์หลัง คือ

$\dots -5 \dots$  กับ  $\dots -1 \dots$

หรือ  $\dots 5 \dots$  กับ  $\dots 1 \dots$

แล้วเขียนจำนวนทั้งสองนี้เป็นพจน์หลังของพหุนามในแต่ละวงเล็บที่ได้ในข้อ 1 ทุกกรณี

1.  $(2x \dots - \dots 5)(x \dots - \dots 1)$

3.  $(2x \dots - \dots 1)(x \dots - \dots 5)$

2.  $(2x \dots + \dots 5)(x \dots + \dots 1)$

4.  $(2x \dots + \dots 1)(x \dots + \dots 5)$

3. นำผลที่ได้จากข้อ 2 มาหาพจน์กลางที่ละกรณี จนกว่าจะเท่ากับพจน์กลางของ  $2x^2 + 11x + 5$

1.  $(2x \dots - \dots 5)(x \dots - \dots 1)$  ได้พจน์กลางเป็น  $(-5x) + (-2x) = -7x \dots$

2.  $(2x \dots + \dots 5)(x \dots + \dots 1)$  ได้พจน์กลางเป็น  $5x + 2x = 7x \dots$

3.  $(2x \dots - \dots 1)(x \dots - \dots 5)$  ได้พจน์กลางเป็น  $(-x) + (-10x) = -11x \dots$

4.  $(2x \dots + \dots 1)(x \dots + \dots 5)$  ได้พจน์กลางเป็น  $x + 10x = 11x \dots$

ดังนั้น การแยกตัวประกอบของพหุนาม  $2x^2 + 11x + 5 = \dots (2x + 1)(x + 5) \dots$

3. การแยกตัวประกอบของพหุนาม  $2x^2 - 16x + 5$

1. พหุนามดีกรีหนึ่งสองพหุนามที่คูณกันแล้วได้พจน์หน้า คือ

$$\dots\dots\dots 3x \dots\dots\dots \text{กับ} \dots\dots\dots x \dots\dots\dots$$

เขียนสองพจน์หน้าของพหุนามในวงเล็บสองวงเล็บ จะได้

$$(\dots\dots\dots 3x \dots\dots\dots)(\dots\dots\dots x \dots\dots\dots)$$

2. จำนวนสองจำนวนที่คูณกันแล้วได้พจน์หลัง คือ

$$\dots\dots\dots -5 \dots\dots\dots \text{กับ} \dots\dots\dots -1 \dots\dots\dots$$

$$\text{หรือ} \dots\dots\dots 5 \dots\dots\dots \text{กับ} \dots\dots\dots 1 \dots\dots\dots$$

แล้วเขียนจำนวนทั้งสองนี้เป็นพจน์หลังของพหุนามในแต่ละวงเล็บที่ได้ในข้อ 1 ทุกกรณี

1.  $(3x \dots\dots\dots - 5)(x \dots\dots\dots - 1)$

3.  $(3x \dots\dots\dots - 1)(x \dots\dots\dots - 5)$

2.  $(3x \dots\dots\dots + 5)(x \dots\dots\dots + 1)$

4.  $(3x \dots\dots\dots + 1)(x \dots\dots\dots + 5)$

3. นำผลที่ได้จากข้อ 2 มาหาพจน์กลางที่ละกรณี จนกว่าจะเท่ากับพจน์กลางของ  $2x^2 - 16x + 5$

1.  $(3x \dots\dots\dots - 5)(x \dots\dots\dots - 1)$

ได้พจน์กลางเป็น  $(-5x) + (-3x) = -8x \dots\dots\dots$

2.  $(3x \dots\dots\dots + 5)(x \dots\dots\dots + 1)$

ได้พจน์กลางเป็น  $5x + 3x = 8x \dots\dots\dots$

3.  $(3x \dots\dots\dots - 1)(x \dots\dots\dots - 5)$

ได้พจน์กลางเป็น  $(-x) + (-15x) = -16x \dots\dots\dots$

4.  $(3x \dots\dots\dots + 1)(x \dots\dots\dots + 5)$

ได้พจน์กลางเป็น  $x + 15x = 16x \dots\dots\dots$

ดังนั้น การแยกตัวประกอบของพหุนาม  $2x^2 - 16x + 5 = \dots\dots\dots (3x - 1)(x - 5) \dots\dots\dots$

4. จงอธิบายขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามที่อยู่ในรูป  $ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a, b, c$  เป็นจำนวนเต็ม และ  $a \neq 0, a \neq 1, c \neq 0$

ตอบ ..... 1. หาพหุนามดีกรีหนึ่งสองพหุนามที่คูณกันแล้วได้พจน์หน้าแล้วเขียนสองพจน์หน้าของพหุนามในวงเล็บสองวงเล็บ

..... 2. หาจำนวนสองจำนวนที่คูณกันแล้วได้พจน์หลังแล้วเขียนจำนวนทั้งสองนี้เป็นพจน์หลังของพหุนามในแต่ละวงเล็บให้ครบทุกกรณี

..... 3. นำผลที่ได้มาหาพจน์กลางทีละกรณีจนกว่าจะได้เท่ากับพจน์กลางแล้วกรณีนั้นจะเป็นตัวประกอบของพหุนาม





แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง		เวลา 1 ชั่วโมง
เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (4)		ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์		รายวิชา คณิตศาสตร์ 4
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b></p> <p>การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้ด้านความรู้</b></p> <p>สามารถแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียวและใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b></p> <p>การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b></p> <p>-</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b></p> <p>ความสามารถในการสื่อสาร</p> <p><b>คุณลักษณะของผู้เรียน</b></p> <p>ซื่อสัตย์สุจริต</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>ทบทวนการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว โดยครูเขียนโจทย์บนกระดาน แล้วสุ่มนักเรียนมาเขียนคำตอบบนกระดาน ซึ่งครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยและแก้ไขให้ถูกต้องดังนี้</li> </ol> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>x^2 - 3x = x(x - 3)</math></li> <li><math>x^2 + 9x + 20 = (x + 4)(x - 5)</math></li> <li><math>y^2 - 36 = (y - 6)(y + 6)</math></li> <li><math>2x^2 - 2x - 4 = (2x + 2)(x - 2)</math></li> <li><math>5x^2 + 4x - 1 = (5x - 1)(x + 1)</math></li> </ol> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูยกตัวอย่างการแยกตัวประกอบของพหุนาม <math>10 - 19x - 15x^2</math> พร้อมถามให้นักเรียนตอบระหว่างการตรวจสอบ</li> </ol> <p><b>ตัวอย่างที่ 1</b> จงแยกตัวประกอบของ <math>10 - 19x - 15x^2</math></p> $10 - 19x - 15x^2 = -15x^2 - 19x + 10$ $= (5x - 2)(-3x - 5)$	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b></p> <p>-</p> <p><b>สื่อ</b></p> <p>ใบงานที่ 6 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (4)</p> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b></p> <p>ใบงานที่ 6 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (4)</p>

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6		เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (4)	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	
	<p>ตรวจสอบ</p> <div style="text-align: center;"> </div> <p>2. ครูให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบของตัวอย่างที่ 2 พร้อมตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ และถามคำตอบของนักเรียน ซึ่งอาจจะได้คำตอบที่ถูกต้องและหลากหลาย โดยสุ่มเลือกนักเรียนที่ตอบถูกต้องในแต่ละคำตอบมาเขียนแสดงการตรวจสอบบนกระดานพร้อมอธิบายวิธีคิด</p> <p><b>ตัวอย่างที่ 2</b> จงแยกตัวประกอบของ <math>-2x^2 + 10x + 12</math></p> <p>คำตอบ <math>-2x^2 + 10x + 12 = (-2x - 2)(x - 6)</math></p> <p>ตรวจสอบ</p> <div style="text-align: center;"> </div>	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6		เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (4)	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	
	<p>คำตอบ <math>-2x^2 + 10x + 8 = (2x + 2)(-x + 6)</math></p> <p>ตรวจสอบ</p> <div style="text-align: center;"> </div> <p>3. ครูแจกใบงานที่ 6 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (4) ให้นักเรียนศึกษาและทำ โดยครูเป็นผู้แนะแนวทางตามสถานการณ์ในชั้นเรียน</p> <p>4. ครูและนักเรียนร่วมกันเป็นผู้เฉลยคำตอบที่ถูกต้องในแต่ละข้อ พร้อมอธิบายวิธีคิดและให้นักเรียนทำแบบประเมินตนเอง เรื่อง ความซื่อสัตย์สุจริต</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. สรุปความรู้โดยครูถามนักเรียนว่า</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- สามารถแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียวได้อย่างไร</li> </ul> <p>(- กรณี <math>ax^2 + bx + c</math> เมื่อ <math>a, b</math> เป็นจำนวนเต็ม และ <math>c = 0</math> สามารถแยกตัวประกอบโดยใช้สมบัติการแจกแจง</p>	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6		เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (4)	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	
	<p>- กรณี <math>ax^2 + bx + c</math> เมื่อ <math>a = 1</math> <math>b</math> และ <math>c</math> เป็นจำนวนเต็ม และ <math>c \neq 0</math> สามารถแยกตัวประกอบได้เป็น <math>ax^2 + bx + c = (x + m)(x + n)</math> เมื่อ <math>m</math> และ <math>n</math> เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง <math>mn = c</math> และ <math>m + n = b</math></p> <p>- กรณี <math>ax^2 + bx + c</math> เมื่อ <math>a, b, c</math> เป็นจำนวนเต็ม และ <math>a \neq 0, a \neq 1, c \neq 0</math> สามารถแยกตัวประกอบได้โดย 1) หาพหุนามดีกรีหนึ่งสองพหุนามที่คูณกันแล้วได้พจน์หน้าแล้วเขียนสองพจน์หน้าของพหุนามในวงเล็บสองวงเล็บ 2) หาจำนวนสองจำนวนที่คูณกันแล้วได้พจน์หลังแล้วเขียนจำนวนทั้งสองนี้เป็นพจน์หลังของพหุนามในแต่ละวงเล็บให้ครบทุกกรณี 3) นำผลที่ได้มาหาพจน์กลางทีละกรณีจนกว่าจะได้เท่ากับพจน์กลางแล้วกรณีนั้นจะเป็นตัวประกอบของพหุนาม)</p>	

การวัดผลประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
สามารถแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียวและใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้	ตรวจ ใบงานที่ 6	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 6	ระดับ 1 แยกตัวประกอบได้ถูกต้องครบถ้วน 1 ข้อ ระดับ 2 แยกตัวประกอบได้ถูกต้องครบถ้วน 2 ข้อ ระดับ 3 แยกตัวประกอบได้ถูกต้องครบถ้วน 3 ข้อ ระดับ 4 แยกตัวประกอบได้ถูกต้องครบถ้วน 4 ข้อ
การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์			
ความสามารถในการสื่อสาร	ตรวจ ใบงานที่ 6	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 6	ระดับ 2 เขียนสัญลักษณ์การแยกตัวประกอบของพหุนามถูกต้องสมบูรณ์ 1 ข้อ ระดับ 2 เขียนสัญลักษณ์การแยกตัวประกอบของพหุนามถูกต้องสมบูรณ์ 2 ข้อ ระดับ 3 เขียนสัญลักษณ์การแยกตัวประกอบของพหุนามถูกต้องสมบูรณ์ 3 ข้อ ระดับ 4 เขียนสัญลักษณ์การแยกตัวประกอบของพหุนามถูกต้องสมบูรณ์ 4 ข้อ
ชื่อเสียงสุจริต	การประเมินตนเอง	แบบบันทึก การประเมินตนเอง	ระดับ 1 ไม่ได้ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเอง เกือบทั้งหมด ระดับ 2 ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองเป็นบางส่วน ระดับ 3 ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองเป็นส่วนใหญ่ ระดับ 4 ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองทั้งหมด

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

**ปัญหาและอุปสรรค**

.....

.....

.....

.....

**ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข**

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย**

.....

.....

.....

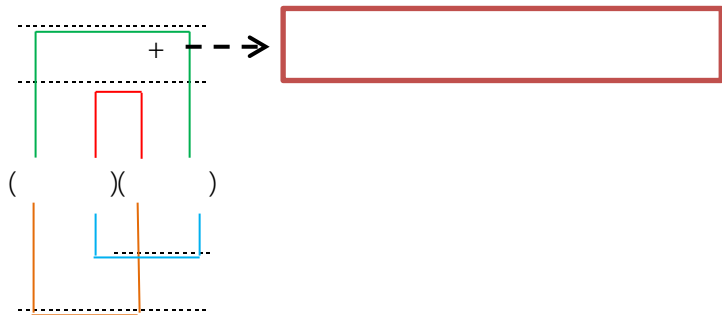
ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ใบงานที่ 6 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (4)**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (4)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** สามารถแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียวและใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้  
**คำชี้แจง** จงแยกตัวประกอบของพหุนามที่กำหนดให้พร้อมตรวจสอบความถูกต้อง

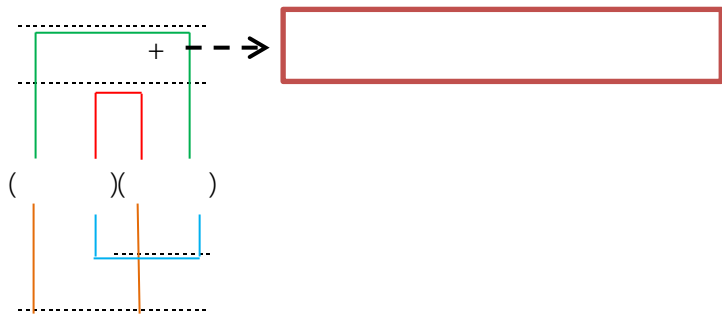
1.  $-12a^2 - 20a - 7 = \dots\dots\dots$

ตรวจสอบ



2.  $9y^2 - 12y - 5 = \dots\dots\dots$

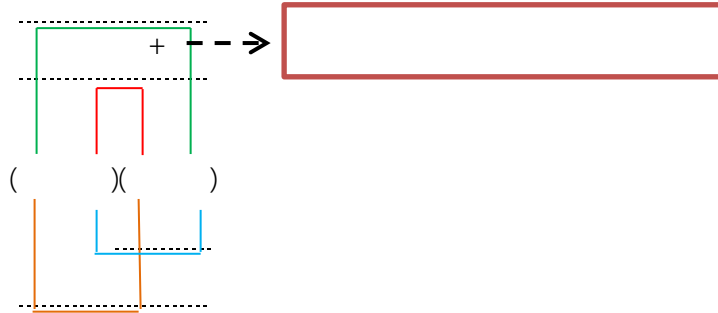
ตรวจสอบ





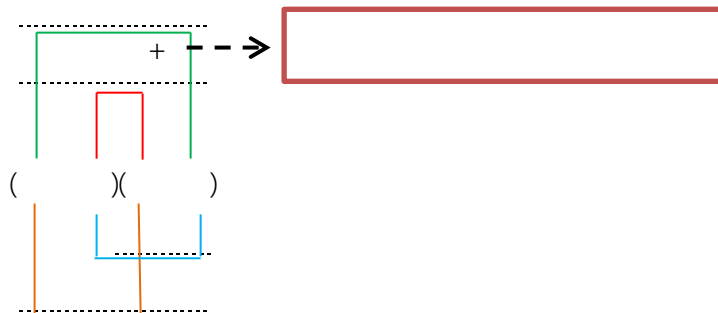
3.  $35 - 26x + 3x^2 = \dots\dots\dots$

ตรวจสอบ



4.  $12m^2 - m - 35 = \dots\dots\dots$

ตรวจสอบ



การประเมินตนเองด้านความซื่อสัตย์สุจริต ตั้งมั่นในความถูกต้องดีงาม ทำใ้ทำงานด้วยตนเอง

คำชี้แจง ให้นักเรียนขีดเครื่องหมาย ✓ ให้ตรงตามพฤติกรรมที่ตนปฏิบัติในการทำกิจกรรมตามใ้งานนี้  
นักเรียนมีคุณภาพในระดับใด

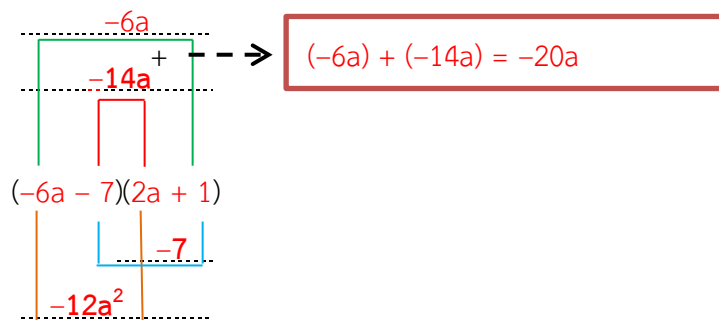
- |   |                                       |
|---|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> ระดับ 1 (ปรับปรุง) | ไม่ได้ศึกษาและทำใ้งานด้วยตนเอง 100 %  |
| <input type="checkbox"/> ระดับ 2 (พอใช้)    | ศึกษาและทำใ้งานด้วยตนเองน้อยกว่า 50 % |
| <input type="checkbox"/> ระดับ 3 (ดี)       | ศึกษาและทำใ้งานด้วยตนเองมากกว่า 50 %  |
| <input type="checkbox"/> ระดับ 4 (ดีมาก)    | ศึกษาและทำใ้งานด้วยตนเอง 100 %        |

**เฉลย**ใบงานที่ 6 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (4)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (4)  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** สามารถแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียวและใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้  
**คำชี้แจง** จงแยกตัวประกอบของพหุนามที่กำหนดให้พร้อมตรวจสอบความถูกต้อง

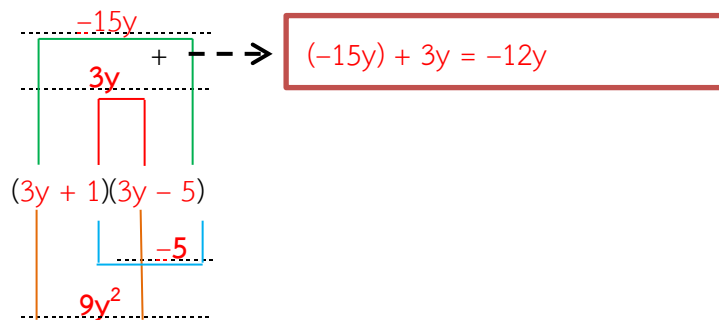
1.  $-12a^2 - 20a - 7 = \dots\dots\dots (-6a - 7)(2a + 1) \dots\dots\dots$

ตรวจสอบ



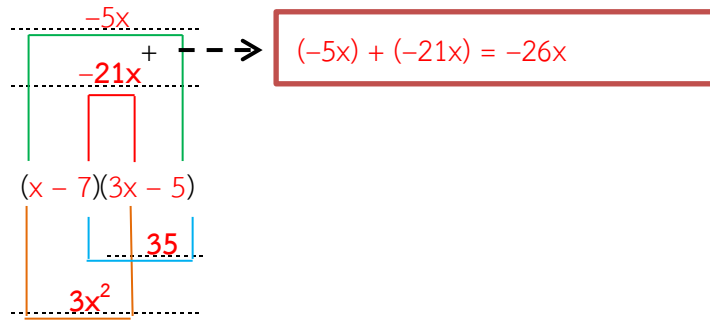
2.  $9y^2 - 12y - 5 = \dots\dots\dots (3y + 1)(3y - 5) \dots\dots\dots$

ตรวจสอบ



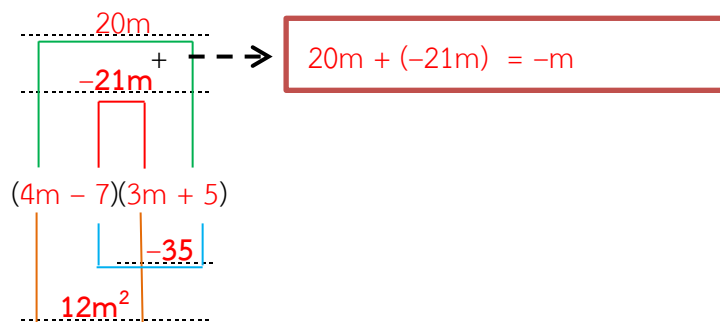
$$3. \quad 35 - 26x + 3x^2 = \dots\dots\dots (x - 7)(3x - 5) \dots\dots\dots$$

ตรวจสอบ



$$4. \quad 12m^2 - m - 35 = \dots\dots\dots (4m - 7)(3m + 5) \dots\dots\dots$$

ตรวจสอบ





แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (1)	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b></p> <p>การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้ด้านความรู้</b></p> <p>1. อธิบายการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์</p> <p>2. แสดงขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b></p> <p>การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b></p> <p>-</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้และการวัดประเมินผล</li> <li>ครูนำเข้าสู่บทเรียนด้วยการสนทนาซักถามทบทวนเกี่ยวกับการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่ได้เรียนรู้มาแล้ว ดังนี้             <ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่มีอยู่ในรูปแบบใดมาแล้ว (<math>ax^2 + bx + c</math>)</li> <li>- นักเรียนคิดว่านอกจากการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่ได้เรียนรู้มาแล้วยังมีการแยกตัวประกอบของพหุนามลักษณะอื่น ๆ อีกหรือไม่ (มี)</li> </ul> </li> <li>ครูนำเข้าสู่บทเรียนด้วยการสนทนาซักถามเกี่ยวกับการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส</li> </ol> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูให้นักเรียนจับคู่กันทำใบกิจกรรมที่ 1 “มาต่อรูปสี่เหลี่ยมกันเถอะ” ในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรมครูเดินดูนักเรียนเพื่อคอยให้คำแนะนำ เมื่อนักเรียนมีข้อสงสัย</li> <li>ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายผลที่ได้จากการทำกิจกรรมข้อ 2.2 – 2.5 ในใบกิจกรรมที่ 1 “มาต่อรูปสี่เหลี่ยมกันเถอะ” โดยครูคอยให้คำแนะนำที่ถูกต้องให้กับนักเรียน</li> <li>ครูยกตัวอย่างบนกระดาน แล้วให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์             <math display="block">(x + 3)^2 = (x + 3)(x + 3)</math> <math display="block">= x^2 + 3x + 3x + 9</math> </li> </ol>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b></p> <p>-</p> <p><b>สื่อ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ใบกิจกรรมที่ 1</li> </ol> <p>“มาต่อรูปสี่เหลี่ยมกันเถอะ”</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ใบงานที่ 7 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (1)</li> </ol> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ใบกิจกรรมที่ 1</li> </ol> <p>“มาต่อรูปสี่เหลี่ยมกันเถอะ”</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ใบงานที่ 7 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (1)</li> </ol>

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7	
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (1) เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</p> <p>-</p> <p>คุณลักษณะของผู้เรียน</p> <p>ซื่อสัตย์สุจริต</p>	$= x^2 + (2)3x + 3^2$ <p>หรือ <math>(x + a)^2 = (a + 2(a)x + a^2</math></p> <p>ครูใช้คำถามเพื่อนำไปสู่การสรุป <math>(x + a)^2 = (a + 2(a)x + a^2</math> และยกตัวอย่างที่เป็นการลบ เช่น <math>(x - 5)^2 = x^2 - (2)5(x) + 5^2</math></p> <p>4. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 7 โดยมีครูคอยให้คำแนะนำรายบุคคล รายกลุ่ม ตามสถานการณ์ในชั้นเรียน</p> <p>5. ครูสุ่มนักเรียนเพื่อเฉลยใบงานที่ 7 แล้วให้นักเรียนร่วมกันสรุป ความรู้ที่ได้ แล้วเขียนลงในสมุด</p> <p style="color: red;"><math>(x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2</math> และ <math>x^2 - 2ax + a^2 = (x - a)^2</math> เมื่อ a เป็นค่าคงตัว)</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. สรุปความรู้โดยครูถามนักเรียนว่า</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- สามารถแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียวที่อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ได้อย่างไร</li> </ul> <p style="color: red;"><math>(A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2</math></p> <p style="color: red;"><math>A^2 - 2AB + B^2 = (A - B)^2</math> เมื่อ a เป็นค่าคงตัว)</p> <p>2. ให้นักเรียนประเมินตนเองด้านความซื่อสัตย์ ตั้งมั่นด้วยการทำใบงานด้วยตนเอง</p>

## การวัดผลประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
1. อธิบายการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์	ตรวจใบกิจกรรมที่ 1	แบบบันทึกการตรวจใบกิจกรรมที่ 1	รายการกิจกรรม - เติมข้อความลงในใบกิจกรรมที่ 1 ไม่ครบถ้วน - เติมข้อความลงในใบกิจกรรมที่ 1 ครบถ้วน - เติมข้อความลงในใบกิจกรรมที่ 1 ครบถ้วนถูกต้องบางส่วน - เติมข้อความลงในใบกิจกรรมที่ 1 ครบถ้วนถูกต้องทุกข้อ ระดับ 1 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 1 รายการ ระดับ 2 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 2 รายการ ระดับ 3 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 3 รายการ ระดับ 4 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 4 รายการ
2. แสดงขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้	ตรวจใบงานที่ 7	แบบบันทึกการตรวจใบงานที่ 7	ระดับ 1 เติมข้อความลงในใบงานที่ 7 ครบถ้วนถูกต้อง 1-2 ข้อ
3. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์			ระดับ 2 เติมข้อความลงในใบงานที่ 7 ครบถ้วนถูกต้อง 3-4 ข้อ ระดับ 3 เติมข้อความลงในใบงานที่ 7 ครบถ้วนถูกต้อง 5-8 ข้อ ระดับ 4 เติมข้อความลงในใบงานที่ 7 ครบถ้วนถูกต้อง 9-10 ข้อ
4. ชื่อสัตย์สุจริต	ตรวจใบงานที่ 1	แบบบันทึกการตรวจใบงานที่ 1	ระดับ 1 ไม่ได้ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองเกือบทั้งหมด ระดับ 2 ทำใบงานด้วยตนเองเป็นบางส่วน ระดับ 3 ทำใบงานด้วยตนเองเป็นส่วนใหญ่ ระดับ 4 ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองทั้งหมด

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

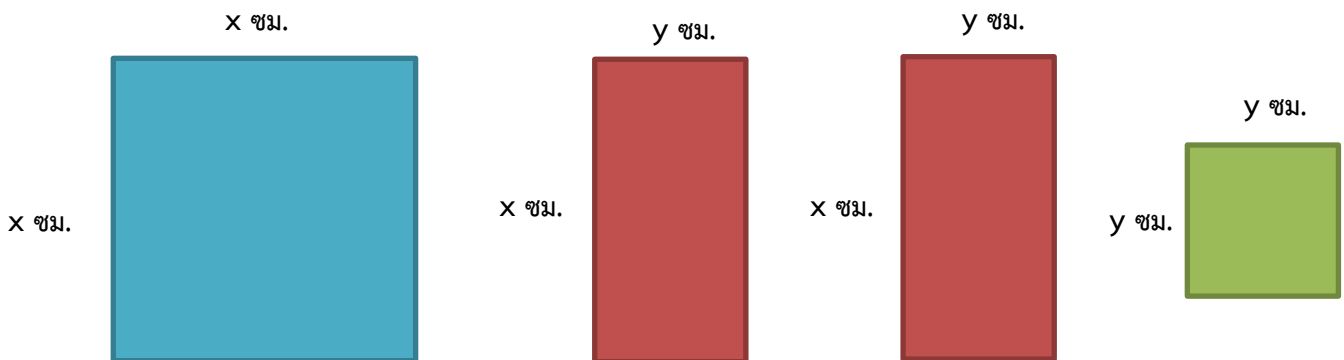


ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง มาตรฐานรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7  
 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (1)  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

1. ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

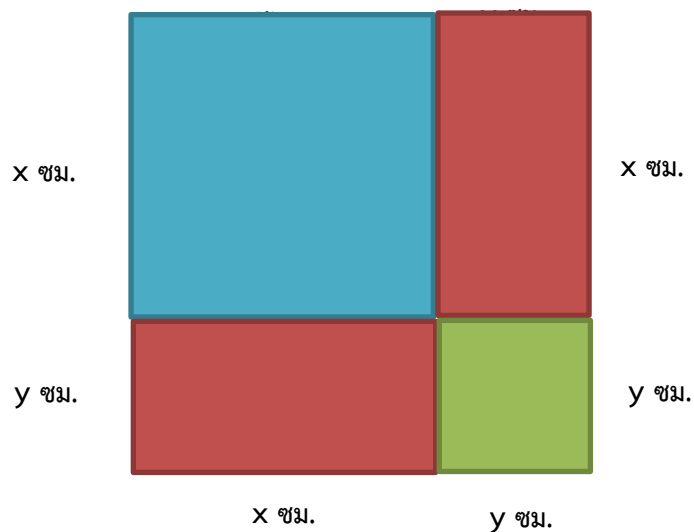
2. ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

อุปกรณ์ : กระดาษแข็งรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีขนาดแตกต่างกัน 3 ขนาด ดังนี้



คำชี้แจง :

1. ให้นักเรียนนำกระดาษแข็งรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้ง 4 แผ่นที่ครูแจกให้มาเรียงต่อกันให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ดังรูป



2. จงตอบคำถาม ต่อไปนี้

2.1 นักเรียนคิดว่าพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแต่ละแผ่นมีพื้นที่เท่ากับเท่าไร

.....

.....

.....

.....

2.2 นักเรียนคิดว่าถ้านำพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้ง 4 รูป มารวมกันจะมีพื้นที่เท่ากับเท่าไร

.....

.....

.....

.....

2.3 นักเรียนคิดว่าความยาวของแต่ละด้านและพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ได้จากการนำรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้ง 4 แผ่น มาเรียงต่อกัน มีขนาดเท่าไร

.....

.....

.....

.....

2.4 นักเรียนคิดว่าความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมในข้อที่ 2.2 และข้อที่ 2.3 มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

.....

.....

.....

.....

2.5 นักเรียนคิดว่าความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมในกรณี แผ่นที่ 1 มีความยาวและความกว้าง a หน่วย แผ่นที่ 2 แผ่นที่ 3 มีความยาว a หน่วยและความกว้าง b หน่วย และแผ่นที่ 4 มีความยาวและความกว้าง b หน่วย สามารถสรุปความสัมพันธ์ในรูปทั่วไปได้อย่างไร

.....

.....

.....

.....

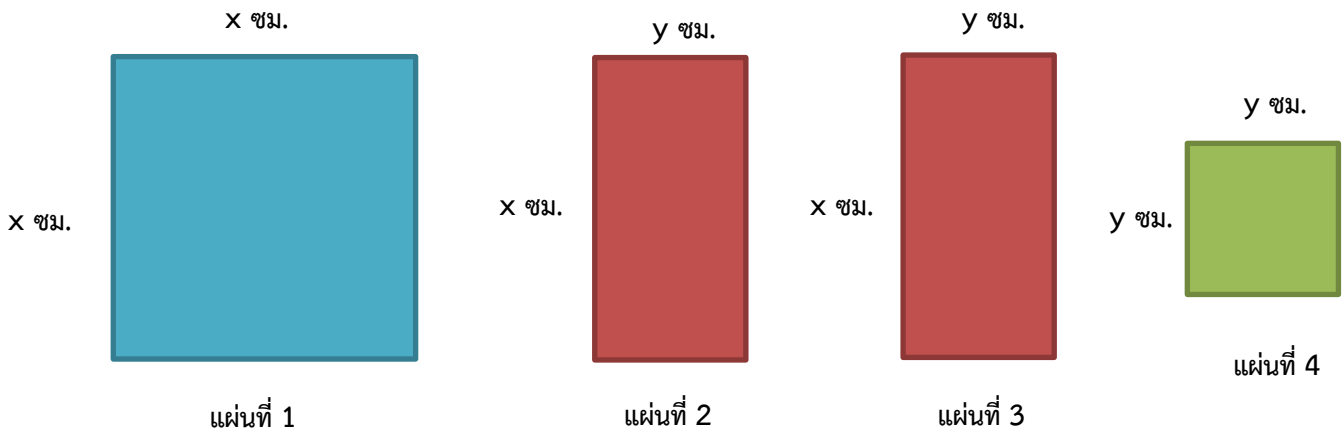
**เฉลย** ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง มาต่อรูปสี่เหลี่ยมกันเถอะ  
หน่วยที่ 5 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (1)  
รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

1. ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

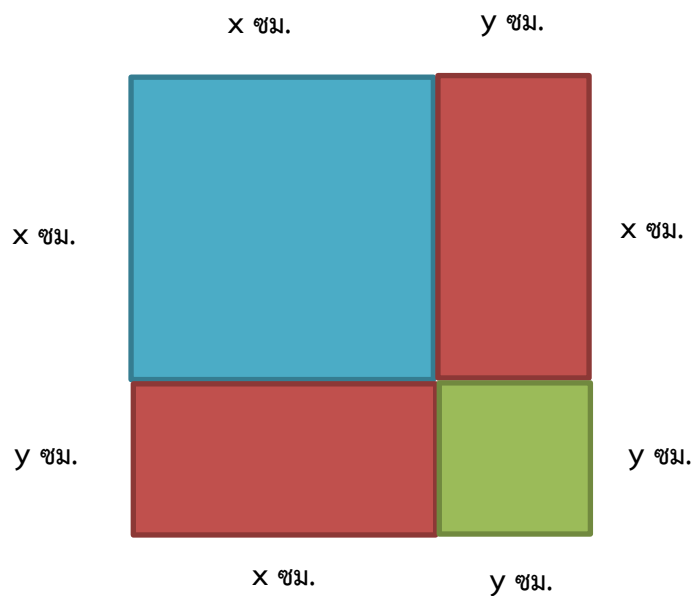
2. ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

อุปกรณ์ : กระดาษแข็งรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีขนาดแตกต่างกัน 3 ขนาด ดังนี้



คำชี้แจง :

1. ให้นักเรียนนำกระดาษแข็งรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้ง 4 แผ่นที่ครูแจกให้มาเรียงต่อกันให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ดังรูป



2. จงตอบคำถาม ต่อไปนี้

2.1 นักเรียนคิดว่าพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแต่ละแผ่นมีพื้นที่เท่ากับเท่าไร

.....  
 แผ่นที่ 1 = (ด้าน x ด้าน) =  $(x)(x) = x^2$  ตารางเซนติเมตร  
 .....

.....  
 แผ่นที่ 2 = (กว้าง x ยาว) =  $(y)(x) = xy$  ตารางเซนติเมตร  
 .....

.....  
 แผ่นที่ 3 = (กว้าง x ยาว) =  $(y)(x) = xy$  ตารางเซนติเมตร  
 .....

.....  
 แผ่นที่ 4 = (ด้าน x ด้าน) =  $(y)(y) = y^2$  ตารางเซนติเมตร  
 .....

2.2 นักเรียนคิดว่าถ้านำพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้ง 4 รูป มารวมกันจะมีพื้นที่เท่ากับเท่าไร

.....  
 (แผ่นที่ 1 + แผ่นที่ 2 + แผ่นที่ 3 + แผ่นที่ 4) =  $x^2 + xy + xy + y^2$  ตารางเซนติเมตร  
 .....

.....  
 =  $x^2 + 2xy + y^2$   
 .....

2.3 นักเรียนคิดว่าความยาวของแต่ละด้านและพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ได้จากการนำรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้ง 4 แผ่น มาเรียงต่อกัน มีขนาดเท่าไร

.....  
 (ด้าน x ด้าน) =  $(x + y) \times (x + y)$   
 .....

.....  
 =  $(x + y)^2$  ตารางเซนติเมตร  
 .....

2.4 นักเรียนคิดว่าความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมในข้อที่ 2.2 และข้อที่ 2.3 มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

.....  
 =  $(x)(x) + (y)(x) + (y)(x) + (y)(y)$   
 .....

.....  
 =  $x^2 + 2xy + y^2$   
 .....

2.5 นักเรียนคิดว่าความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมในกรณี แผ่นที่ 1 มีความยาวและความกว้าง a หน่วย แผ่นที่ 2 แผ่นที่ 3 มีความยาว a หน่วยและความกว้าง b หน่วย และแผ่นที่ 4 มีความยาวและความกว้าง b หน่วย สามารถสรุปความสัมพันธ์ในรูปทั่วไปได้อย่างไร

.....  
 $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$   
 .....

**ใบงานที่ 7 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (1)**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2**  
**เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (1)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** นักเรียนแสดงขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

จงแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองโดยใช้หลัก  $ax^2 + bx + c$  ในรูปกำลังสองสมบูรณ์

โจทย์	แยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	แยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองในรูปกำลังสองสมบูรณ์
1. $x^2 + 2x + 1$	$(x + 1)(x + 1)$	$(x + 1)^2$
2. $x^2 + 4x + 4$	.....	.....
3. $x^2 - 6x + 9$	.....	.....
4. $x^2 - 10x + 25$	.....	.....
5. $4x^2 + 12x + 9$	.....	.....
6. $25x^2 - 70x + 49$	.....	.....
7. $x^2 + 2x + 1$	$x^2 + 2(1)x + 1$	$(x + 1)^2$
8. $x^2 + 8x + 16$	.....	.....
9. $x^2 - 22x + 121$	.....	.....
10. $9x^2 + 30x + 25$	.....	.....
11. $16x^2 - 16x + 4$	.....	.....
12. $25x^2 - 70x + 49$	.....	.....

**การประเมินตนเองด้านความซื่อสัตย์** ตั้งมั่นในความถูกต้องดีงาม ทำใบงานด้วยตนเอง

คำชี้แจง ให้นักเรียนขีดเครื่องหมาย ✓ ให้ตรงตามพฤติกรรมที่ตนปฏิบัติ

ในการทำกิจกรรมตามใบงานนี้ นักเรียนมีคุณภาพในระดับใด

- ระดับ 1 (ปรับปรุง) ไม่ได้ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเอง 100%
- ระดับ 2 (พอใช้) ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองน้อยกว่า 50%
- ระดับ 3 (ดี) ศึกษาทำใบงานด้วยตนเองมากกว่า 50%
- ระดับ 4 (ดีมาก) ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเอง 100%

**เฉลย**ใบงานที่ 7 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (1)  
 หน่วยที่ 5 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2  
 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (1)  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** นักเรียนแสดงขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

จงแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองโดยใช้หลัก  $ax^2 + bx + c$  ในรูปกำลังสองสมบูรณ์

โจทย์	แยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	แยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองในรูปกำลังสองสมบูรณ์
1. $x^2 + 2x + 1$	$(x + 1)(x + 1)$	$(x + 1)^2$
2. $x^2 + 4x + 4$	$(x + 2)(x + 2)$	$(x + 2)^2$
3. $x^2 - 6x + 9$	$(x - 3)(x - 3)$	$(x - 3)^2$
4. $x^2 - 10x + 25$	$(x - 5)(x - 5)$	$(x - 5)^2$
5. $4x^2 + 12x + 9$	$(2x + 3)(2x + 3)$	$(2x + 3)^2$
6. $25x^2 - 70x + 49$	$(5x - 7)(5x - 7)$	$(5x - 7)^2$
7. $x^2 + 2x + 1$	$x^2 + 2(1)x + 1^2$	$(x + 1)^2$
8. $x^2 + 8x + 16$	$x^2 + 2(4)x + 4^2$	$(x + 4)^2$
9. $x^2 - 22x + 121$	$x^2 - 2(11)x + 11^2$	$(x - 11)^2$
10. $9x^2 + 30x + 25$	$(3x)^2 + 2(5)3x + 5^2$	$(3x + 5)^2$
11. $16x^2 - 16x + 4$	$(4x)^2 - 2(2)4x + 2^2$	$(4x - 2)^2$
12. $25x^2 - 70x + 49$	$(5x)^2 - 2(7)5x + 7^2$	$(5x - 7)^2$







แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (2)	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<b>ขอบเขตเนื้อหา</b> การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์  <b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b> <b>ด้านความรู้</b> 1. อธิบายการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ 2. แสดงขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้  <b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b> -  <b>ด้านเจตคติ</b> -	<b>กิจกรรมการเรียนรู้</b> <b>ขั้นนำ</b> 1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ 2. ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาทบทวนเกี่ยวกับพหุนามที่อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ จากนั้นครูยกตัวอย่างความสัมพันธ์ของการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ ในกรณีที่ A แทนพจน์หน้า และ B แทนพจน์หลังของพหุนามดีกรีสอง ให้นักเรียนพิจารณา โดยใช้การถาม-ตอบประกอบการอธิบายตัวอย่าง ดังนี้  <b>ตัวอย่างที่ 1</b> จงแยกตัวประกอบของ $x^2 + 12x + 36$ <b>วิธีทำ</b> $x^2 + 12x + 36 = x^2 + 2(x)(6) + 6^2$ $= (x + 6)^2$  ถ้าให้ x เป็นพจน์หน้า และ 6 เป็นพจน์หลัง สามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ ดังนี้ $(พจน์หน้า)^2 + 2(พจน์หน้า)(พจน์หลัง) + (พจน์หลัง)^2 = (พจน์หน้า + พจน์หลัง)^2$ <b>ตัวอย่างที่ 2</b> จงแยกตัวประกอบของ $x^2 - 10x + 25$ <b>วิธีทำ</b> $x^2 - 10x + 25 = x^2 - 2(x)(5) + 5^2$ $= (x - 5)^2$  ถ้าให้ x เป็นพจน์หน้า และ 5 เป็นพจน์หลัง สามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ ดังนี้ $(พจน์หน้า)^2 - 2(พจน์หน้า)(พจน์หลัง) + (พจน์หลัง)^2 = (พจน์หน้า - พจน์หลัง)^2$	<b>แหล่งการเรียนรู้</b> -  <b>สื่อ</b> 1. ใบกิจกรรมที่ 2 “เรามี ฉันทมี” 2. ใบงานที่ 8 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (2)  <b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b> 1. ใบกิจกรรมที่ 2 “เรามี ฉันทมี” 2. ใบงานที่ 8 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (2)

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (2)	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b></p> <p>-</p> <p><b>คุณลักษณะของผู้เรียน</b></p> <p>ซื่อสัตย์สุจริต</p>	<p>3. ครูตั้งคำถามทบทวน ถ้าให้ A แทนพจน์หน้า และ B แทนพจน์หลัง สามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองในรูปกำลังสองสมบูรณ์ได้อย่างไร</p> $(A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2$ $A^2 - 2AB + B^2 = (A - B)^2$ <p><b>ขั้นสอน</b></p> <p>1. ครูให้นักเรียนจับคู่กันทำใบกิจกรรมที่ 2 “เรามี ฉันทมี” เพื่อฝึกการแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ โดยครูอธิบายวิธีการทำกิจกรรม และสุ่มแจกบัตรคำพหุนาม จำนวน 15 ใบ ให้แก่นักเรียนในห้อง พร้อมทั้งกระดาษคำตอบกิจกรรม “เรามี ฉันทมี” ให้นักเรียนคนละ 1 แผ่น การทำกิจกรรมเริ่มต้นโดย ครูติดบัตรคำพหุนามใบแรกบนกระดาน จากนั้นให้นักเรียนพิจารณาว่าแถบข้อความพหุนามที่ได้รับเป็นการแยกตัวประกอบของพหุนามที่ติดอยู่บนกระดานหรือไม่ ถ้าใช่ให้นำบัตรคำพหุนามมาติดต่อบัตรคำที่ติดอยู่บนกระดาน แล้วให้นักเรียนในห้องคนอื่น ๆ ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง ทำเช่นนี้จนครบจำนวนแถบข้อความพหุนามที่กำหนด หลังจากนั้นให้นักเรียนเขียนคำตอบของการแยกตัวประกอบของพหุนามที่ปรากฏบนกระดานลงในกระดาษคำตอบกิจกรรม “เรามี ฉันทมี” ในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรม ครูเดินดูนักเรียนเพื่อคอยให้คำแนะนำ เมื่อนักเรียนมีข้อสงสัย</p>	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p>2. ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายผลที่ได้จากการทำกิจกรรม ในใบกิจกรรมที่ 2 “เรามี ฉันทมี”</p> <p>3. ครูใช้วิธีการถามตอบเพื่อร่วมกันเฉลยใบกิจกรรม โดยมีครูคอยให้คำแนะนำสำหรับคำตอบที่นักเรียนสงสัยหรือยังไม่เข้าใจ</p> <p>4. นักเรียนศึกษาและทำกิจกรรมตามใบงานที่ 8 โดยครูคอยให้คำแนะนำรายบุคคล รายกลุ่มตามสถานการณ์ในชั้นเรียน</p> <p>5. ครูสุ่มนักเรียนถามตอบเพื่อเฉลยใบงานที่ 8 โดยครูคอยแนะนำเพิ่มเติม</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. ครูใช้คำถามเพื่อนำสู่การสรุป ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายผลที่ได้จากการทำกิจกรรม ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปซึ่งนักเรียนจะได้รับความสัมพันธ์จากสูตรที่ว่า</li> </ul> $A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)(A + B) = (A + B)^2$ $A^2 - 2AB + B^2 = (A - B)(A - B) = (A - B)^2$ $A^2 - 2AB + B^2 = (A - B)(A - B) = (A - B)^2$ <p>2. ให้นักเรียนประเมินตนเองด้านความซื่อสัตย์ ตั้งมั่นด้วยการทำใบงานด้วยตนเอง</p>	

**การวัดผลประเมินผล**

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
อธิบายการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์	ตรวจ ใบ กิจกรรม ที่ 2	แบบบันทึกการ ตรวจ ใบกิจกรรมที่ 2	ระดับ 1 ร่วมกิจกรรมในใบกิจกรรมที่ 2 ระดับ 2 ร่วมกิจกรรมในใบกิจกรรมที่ 2 พร้อมทั้งสามารถตอบคำถามได้ 1-5 ข้อ ระดับ 3 ร่วมกิจกรรมในใบกิจกรรมที่ 2 พร้อมทั้งสามารถตอบคำถามได้ 6-10 ข้อ ระดับ 4 ร่วมกิจกรรมในใบกิจกรรมที่ 2 พร้อมทั้งสามารถตอบคำถามได้มากกว่า 10 ข้อ
แสดงขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้	ตรวจ ใบ กิจกรรม ที่ 2 และ ตรวจ ใบงานที่ 8	แบบบันทึกการ ตรวจ ใบกิจกรรมที่ 2 และ แบบบันทึกการ ตรวจ ใบงานที่ 8	รายการกิจกรรม - เติมข้อความลงในใบกิจกรรมที่ 2 ครบถ้วน - เติมข้อความลงในใบงานที่ 8 ครบถ้วน - เติมข้อความลงในใบกิจกรรมที่ 2 ครบถ้วนถูกต้องและเติมคำตอบใบงานที่ 8 ถูกต้องบางส่วน - เติมข้อความลงในใบกิจกรรมที่ 2 และเติมคำตอบใบงานที่ 8 ถูกต้องครบถ้วนสมบูรณ์ ระดับ 1 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 1 รายการ ระดับ 2 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 2 รายการ ระดับ 3 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 3 รายการ ระดับ 4 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 4 รายการ
ชื่อเสียงสุจริต	ตรวจ ใบงานที่ 8	แบบบันทึกการตรวจ ใบงานที่ 8	ระดับ 1 ไม่ได้ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองเกือบทั้งหมด ระดับ 2 ทำใบงานด้วยตนเองเป็นบางส่วน ระดับ 3 ทำใบงานด้วยตนเองเป็นส่วนใหญ่ ระดับ 4 ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองทั้งหมด

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

**ปัญหาและอุปสรรค**

.....

.....

.....

.....

**ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข**

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย**

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง “เธอมี ฉันมี”**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8**  
**เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (2)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**อุปกรณ์**

1. บัตรคำพหุนาม จำนวน 16 ใบ
2. กระดาษคำตอบกิจกรรม “เธอมี ฉันมี”

**ขั้นตอนการทำกิจกรรม**

1. ครูสุ่มแจกแถบข้อความพหุนาม จำนวน 15 ใบ ให้นักเรียนในห้อง และกระดาษคำตอบกิจกรรม “เธอมี ฉันมี” ให้นักเรียนคนละ 1 แผ่น
2. ครูติดบัตรคำพหุนามใบแรกบนกระดาน
3. ครูให้นักเรียนพิจารณาว่าบัตรคำพหุนามที่ได้รับเป็นการแยกตัวประกอบของพหุนามที่ติดอยู่บนกระดานหรือไม่ ถ้าใช่ให้นำบัตรคำพหุนามมาติดต่อบัตรคำที่ติดอยู่บนกระดาน แล้วให้นักเรียนในห้องคนอื่น ๆ ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องให้ทำกิจกรรมในลักษณะเรื่อยไปจนครบจำนวนบัตรคำพหุนามที่กำหนด
4. เมื่อนักเรียนติดบัตรคำพหุนามครบทุกใบแล้ว ให้นักเรียนเขียนการแยกตัวประกอบของพหุนามที่ปรากฏบนกระดานลงในกระดาษคำตอบกิจกรรม “เธอมี ฉันมี”

## ตัวอย่างบัตรคำกิจกรรม “เรามี ฉันทมี”

<p><b>START</b> <b>เรามี</b></p>	<p><math>x^2 + 10x + 25</math></p>
--------------------------------------	------------------------------------

<p><b>ฉันทมี</b></p>	<p><math>(x + 5)^2</math></p>
<p><math>4x^2 + 52x + 169</math></p>	<p><b>เรามี</b></p>

<p><b>ฉันทมี</b></p>	<p><math>(2x + 13)^2</math></p>
<p><math>36x^2 - 36(x^2 - x) + 9(x - 1)</math></p>	<p><b>เรามี</b></p>

<p><b>ฉันทมี</b></p>	<p><math>(3x + 3)^2</math></p>
<p><b>The End</b></p>	<p><b>The End</b></p>

**กระดาษคำตอบใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง “เธอมี ฉันมี”**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8**  
**เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (2)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

เธอมี	ฉันมี
$x^2 + 10x + 25$	.....
$x^2 - 8x + 16$	.....
$x^2 - 18x + 81$	.....
$x^2 + 22x + 121$	.....
$4x^2 + 52x + 169$	.....
$25x^2 + 40x + 16$	.....
$49x^2 + 42x + 9$	.....
$36x^2 - 60x + 25$	.....
$100x^2 - 60x + 9$	.....
$16x^2 - 72x + 81$	.....
$100x^2 + 180x + 81$	.....
$16x^2 - 88x + 121$	.....
$(x + b)^2 + 14(x + b) + 49$	.....
$64(x + 2)^2 - 160(x + 2) + 100$	.....
$49 - 14(x - y) + (x - y)^2$	.....
$36x^2 - 36(x^2 - x) + 9(x - 1)^2$	.....



## เฉลยกระดาษคำตอบใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง “เธอมี ฉันมี”

หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (2)

รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

เธอมี	ฉันมี
$x^2 + 10x + 25$	..... $(x + 5)^2$ .....
$x^2 - 8x + 16$	..... $(x - 4)^2$ .....
$x^2 - 18x + 81$	..... $(x - 9)^2$ .....
$x^2 + 22x + 121$	..... $(x + 11)^2$ .....
$4x^2 + 52x + 169$	..... $(2x + 13)^2$ .....
$25x^2 + 40x + 16$	..... $(5x + 4)^2$ .....
$49x^2 + 42x + 9$	..... $(7x + 3)^2$ .....
$36x^2 - 60x + 25$	..... $(6x - 5)^2$ .....
$100x^2 - 60x + 9$	..... $(10x - 3)^2$ .....
$16x^2 - 72x + 81$	..... $(4x - 9)^2$ .....
$100x^2 + 180x + 81$	..... $(10x + 9)^2$ .....
$16x^2 - 88x + 121$	..... $(4x - 11)^2$ .....
$(x + b)^2 + 14(x + b) + 49$	..... $(x + b + 7)^2$ .....
$64(x + 2)^2 - 160(x + 2) + 100$	..... $(8x + 6)^2$ .....
$49 - 14(x - y) + (x - y)^2$	..... $(7 - x + y)^2$ .....
$36x^2 - 36(x^2 - x) + 9(x - 1)^2$	..... $(3x + 3)^2$ .....

**ใบงานที่ 8 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (2)**

**หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8**

**เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (2)**

**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** นักเรียนแสดงขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

**คำชี้แจง** จงเติมจำนวนเต็มบวกใน  ที่ทำให้พหุนามดีกรีสองที่กำหนดให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์

1. $x^2 + \square x + 289$	$= (x + \square)^2$
2. $9x^2 + \square x + 289$	$= (\square x + 17)^2$
3. $16x^2 + \square x + 144$	$= (\square x + 13)^2$
4. $4x^2 - 52x + \square$	$= (\square x + 13)^2$
5. $\square x^2 + 132x + 36$	$= (\square x + 6)^2$
6. $\square x^2 - 112x + 64$	$= (\square x + 8)^2$
7. $x^2 + 26x + \square$	$= (x + \square)^2$
8. $x^2 - 14x + \square$	$= (x + \square)^2$
9. $x^2 + \square x + 225$	$= (x + \square)^2$
10. $x^2 - \square x + 196$	$= (x - \square)^2$

**การประเมินตนเองด้านความซื่อสัตย์ ตั้งมั่นในความถูกต้องดีงาม ทำใบงานด้วยตนเอง**

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนขีดเครื่องหมาย ✓ ให้ตรงตามพฤติกรรมที่ตนปฏิบัติ

ในการทำกิจกรรมตามใบงานนี้ นักเรียนมีคุณภาพในระดับใด

- ระดับ 1 (ปรับปรุง) ไม่ได้ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองเกือบทั้งหมด
- ระดับ 2 (พอใช้) ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองเป็นบางส่วน
- ระดับ 3 (ดี) ศึกษาทำใบงานด้วยตนเองเป็นส่วนใหญ่
- ระดับ 4 (ดีมาก) ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองทั้งหมด

**เฉลย**ใบงานที่ 8 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (2)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8  
 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (2)  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

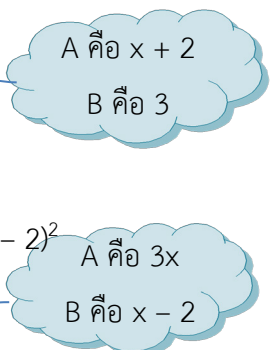
**จุดประสงค์** นักเรียนแสดงขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

**คำชี้แจง** จงเติมจำนวนเต็มบวกใน  ที่ทำให้พหุนามดีกรีสองที่กำหนดให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์

1. $x^2 + \boxed{34}x + 289 = (x + \boxed{17})^2$
2. $9x^2 + \boxed{102}x + 289 = (\boxed{3}x + 17)^2$
3. $16x^2 + \boxed{96}x + 144 = (\boxed{4}x + 13)^2$
4. $4x^2 - 52x + \boxed{169} = (\boxed{2}x + 13)^2$
5. $\boxed{121}x^2 + 132x + 36 = (\boxed{11}x + 6)^2$
6. $\boxed{49}x^2 - 112x + 64 = (\boxed{7}x + 8)^2$
7. $x^2 + 26x + \boxed{169} = (x + \boxed{13})^2$
8. $x^2 - 14x + \boxed{49} = (x + \boxed{7})^2$
9. $x^2 + \boxed{30}x + 225 = (x + \boxed{15})^2$
10. $x^2 - \boxed{28}x + 196 = (x - \boxed{14})^2$





แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง		เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์		ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (3) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4		
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b></p> <p>การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้ด้านความรู้</b></p> <p>1. อธิบายการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์</p> <p>2. แสดงขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b></p> <p>-</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b></p> <p>-</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ขั้นนำ</b></p> <p>1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</p> <p>2. ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาทบทวนเกี่ยวกับพหุนามที่อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ ว่าในกรณีที่ A และ B เป็นพหุนาม นักเรียนคิดว่าเราสามารถนำสูตรของการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่อยู่ในรูปของเลขยกกำลังได้หรือไม่อย่างไร <b>(ได้)</b></p> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <p>1. ครูยกตัวอย่างการแยกตัวประกอบของ พหุนามดีกรีสองที่อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ ในกรณีที่ A และ B เป็นพหุนาม ให้นักเรียนพิจารณา โดยใช้การถาม-ตอบประกอบการอธิบายตัวอย่าง ดังนี้</p> <p><b>ตัวอย่างที่ 1</b> จงแยกตัวประกอบของ <math>(x + 2)^2 + 6(x + 2) + 9</math></p> <p><b>วิธีทำ</b> <math>(x + 2)^2 + 6(x + 2) + 9 = (x + 2)^2 + 2(x + 2)(3) + 3^2</math>  <math>= [(x + 2) + 3]^2</math>  <math>= (x + 5)^2</math></p> <p>ดังนั้น <math>(x + 2)^2 + 6(x + 2) + 9 = (x + 5)^2</math></p> <p><b>ตัวอย่างที่ 2</b> จงแยกตัวประกอบของ <math>9x^2 - 6x(x - 2) + (x - 2)^2</math></p> <p><b>วิธีทำ</b> <math>9x^2 - 6x(x - 2) + (x - 2)^2 = (3x)^2 - 2(3x)(x - 2) + (x - 2)^2</math>  <math>= [3x - (x - 2)]^2</math>  <math>= (3x - x + 2)^2</math></p> <div style="text-align: right; margin-top: 10px;">  </div>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b></p> <p>-</p> <p><b>สื่อ</b></p> <p>ใบงานที่ 9 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (3)</p> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b></p> <p>ใบงานที่ 9 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (3)</p>

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (3)	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</p> <p>-</p> <p>คุณลักษณะของผู้เรียน</p> <p>ชื่อสัตย์สุจริต</p>	$= (2x + 2)^2$ <p>ดังนั้น <math>9x^2 - 6x(x - 2) + (x - 2)^2 = (2x + 2)^2</math></p> <p>2. ครูให้นักเรียนศึกษาทำใบงานที่ 9 ข้อ 1 ระบุว่าให้นักเรียนใช้ความสามารถด้วยตนเอง โดยค่อย ๆ ทำความเข้าใจไปที่ละขั้นตอน โดยครูให้คำแนะนำนักเรียนเป็นรายบุคคล รายกลุ่ม ตามสถานการณ์ในชั้นเรียน</p> <p>3. ครูใช้วิธีการถามตอบเพื่อร่วมกันเฉลย โดยใช้วิธีการสุ่มนักเรียน แล้วอธิบายเพิ่มเติมให้นักเรียนทราบในกรณีที่นักเรียนยังไม่เข้าใจหรือเข้าใจผิดพลาด</p> <p>4. ให้นักเรียนศึกษาและทำใบงานที่ 9 ข้อ 2 โดยกำหนดเวลาให้ 10-15 นาที แล้วสุ่มนักเรียนเพื่อออกมาเฉลยหน้ากระดาน มีครูคอยให้คำแนะนำเพิ่มเติม</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. ครูใช้คำถามเพื่อนำสู่การสรุป ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ครูให้นักเรียนอภิปรายผลที่ได้จากการทำกิจกรรม แล้วสรุปร่วมกัน</li> <li>- ได้ว่า การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง แล้วได้ตัวประกอบเป็นพหุนามดีกรีหนึ่งซ้ำกัน</li> </ul> <p>เราเรียกลักษณะเช่นนี้ว่า พหุนามดีกรีสองที่อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ในกรณีทั่วไป ถ้าให้ A แทนพจน์หน้า และ B แทนพจน์หลังจะแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ได้ตามสูตร ดังนี้</li> </ul> $A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)(A + B) = (A + B)^2$ $A^2 - 2AB + B^2 = (A - B)(A - B) = (A - B)^2$	

<p>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9</p>		
<p>หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p>	<p>เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (3) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4</p>	<p>เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</p>
	<p>หรือ</p> $(หน้า)^2 + 2(หน้า)(หลัง) + (หลัง)^2 = (หน้า + หลัง)^2$ $(หน้า)^2 - 2(หน้า)(หลัง) + (หลัง)^2 = (หน้า - หลัง)^2$ <p>2. ให้นักเรียนประเมินตนเองด้านความซื่อสัตย์ ตั้งมั่นด้วยการทำใบงานด้วยตนเอง</p>	



## การวัดผลประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
อธิบายการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์	ตรวจ ใบงานที่ 9	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 9	รายการกิจกรรม - เติมข้อความลงในใบงานที่ 9 ข้อ 1 ครบถ้วน - เติมข้อความลงในใบงานที่ 9 ข้อ 2 ครบถ้วน - เติมข้อความลงในใบงานที่ 9 ครบถ้วนถูกต้อง 1 ข้อ - เติมข้อความลงในใบงานที่ 9 ครบถ้วนถูกต้อง 2 ข้อ
แสดงขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้			ระดับ 1 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 1 รายการ ระดับ 2 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 2 รายการ ระดับ 3 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 3 รายการ ระดับ 4 ปฏิบัติกิจกรรมได้ 4 รายการ
ข้อสัต์ยสุจริต	ตรวจ ใบงานที่ 9	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 9	ระดับ 1 ไม่ได้ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองเกือบทั้งหมด ระดับ 2 ทำใบงานด้วยตนเองเป็นบางส่วน ระดับ 3 ทำใบงานด้วยตนเองเป็นส่วนใหญ่ ระดับ 4 ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองทั้งหมด

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ใบงานที่ 9 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (3)

หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (2)

รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** นักเรียนแสดงขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

1. จงพิจารณาว่า พหุนามในแต่ละข้อต่อไปนี้เป็นพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์หรือไม่

โจทย์	การแยกตัวประกอบ ของพหุนามดีกรีสอง	พหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์	
		เป็น	ไม่เป็น
1. $x^2 - 8x + 16$	$= (x - 4)(x - 4)$ $= (x - 4)^2$	✓	
2. $x^2 + 6x + 5$	..... .....		
3. $4x^2 + 4x + 1$	..... .....		
4. $6x^2 + 7x + 1$	..... .....		
5. $x^2 - 3x + 2$	..... .....		
6. $36x^2 + 60x + 25$	..... .....		
7. $25x^2 + 30x + 9$	..... .....		
8. $x^2 + 5x + 4$	..... .....		
9. $9x^2 - 12x + 4$	..... .....		
10. $2x^2 + 5x + 2$	..... .....		

โจทย์	การแยกตัวประกอบ ของพหุนามดีกรีสอง	พหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์	
		เป็น	ไม่เป็น
11. $30x^2 + 37x - 84$	..... .....		

2. จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

โจทย์	จากสูตร $A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2$ และ $A^2 - 2AB + B^2 = (A - B)^2$ ในกรณีที่ A และ B เป็นพหุนามในการแยกตัวประกอบ		
	A คือ	B คือ	ผลลัพธ์
1. $(x + 1)^2 + 14(x + 1) + 49$ วิธีทำ จาก $(x + 1)^2 + 14(x + 1) + 49$ ..... ..... $= (x + 1)^2 + 2(x + 1)(7) + 7^2$ ..... $= [(x + 1) + 7]^2$ ..... ดังนั้น $(x + 1)^2 + 14(x + 1) + 49 = (x + 8)^2$ ..... .....	$x + 1$	7	$[(x + 1) + 7]^2$ $= (x + 8)^2$
2. $(x - 2)^2 + 12(x - 2) + 36$ วิธีทำ จาก $(x - 2)^2 + 12(x - 2) + 36$ ..... ..... ..... ..... ดังนั้น ..... ..... .....			
3. $(2x + 1)^2 + 20(2x + 1) + 100$ วิธีทำ จาก $(2x + 1)^2 + 20(2x + 1) + 100$ ..... ..... ..... ..... ดังนั้น ..... ..... .....			



**เฉลย**ใบงานที่ 9 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (3)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9  
 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (2)  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** นักเรียนแสดงขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

1. จงพิจารณาว่า พหุนามในแต่ละข้อต่อไปนี้เป็นพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์หรือไม่

โจทย์	การแยกตัวประกอบ ของพหุนามดีกรีสอง	พหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์	
		เป็น	ไม่เป็น
1. $x^2 - 8x + 16$	$= (x - 4)(x - 4)$ $= (x - 4)^2$	✓	
2. $x^2 + 6x + 5$	$= (x + 5)(x + 1)$		✓
3. $4x^2 + 4x + 1$	$= (2x + 1)(2x + 1)$ $= (2x + 1)^2$	✓	
4. $6x^2 + 7x + 1$	$= (6x + 1)(x + 1)$		✓
5. $x^2 - 3x + 2$	$= (x - 2)(x - 1)$		✓
6. $36x^2 + 60x + 25$	$= (6x + 5)(6x + 5)$ $= (6x + 5)^2$	✓	
7. $25x^2 + 30x + 9$	$= (5x + 3)(5x + 3)$ $= (5x + 3)^2$	✓	
8. $x^2 + 5x + 4$	$= (x + 4)(x + 1)$		✓
9. $9x^2 - 12x + 4$	$= (3x - 2)(3x - 2)$ $= (3x - 2)^2$	✓	
10. $2x^2 + 5x + 2$	$= (x + 2)(2x + 1)$		✓

โจทย์	การแยกตัวประกอบ ของพหุนามดีกรีสอง	พหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์	
		เป็น	ไม่เป็น
11. $30x^2 + 37x - 84$	$= (6x - 7)(5x + 12)$ ..... .....		✓

2. จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

โจทย์	จากสูตร $A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2$ และ $A^2 - 2AB + B^2 = (A - B)^2$ ในกรณีที่ A และ B เป็นพหุนาม ในการแยกตัวประกอบ		
	A คือ	B คือ	ผลลัพธ์
1. $(x + 1)^2 + 14(x + 1) + 49$ <u>วิธีทำ</u> จาก $(x + 1)^2 + 14(x + 1) + 49$ ..... $= (x + 1)^2 + 2(x + 1)(7) + 7^2$ ..... $= [(x + 1) + 7]^2$ ..... <u>ดังนั้น</u> $(x + 1)^2 + 14(x + 1) + 49 = (x + 8)^2$ ..... .....	$x + 1$	7	$[(x + 1) + 7]^2$ $= (x + 8)^2$
2. $(x - 2)^2 + 12(x - 2) + 36$ <u>วิธีทำ</u> จาก $(x - 2)^2 + 12(x - 2) + 36$ ..... $= (x - 2)^2 + 2(x - 2)(6) + 6^2$ ..... $= [(x - 2) + 6]^2$ ..... <u>ดังนั้น</u> $(x - 2)^2 + 12(x - 2) + 36 = (x + 4)^2$ ..... .....	$x - 2$	6	$[(x - 2) + 6]^2$ $= (x + 4)^2$
3. $(2x + 1)^2 + 20(2x + 1) + 100$ <u>วิธีทำ</u> จาก $(2x + 1)^2 + 20(2x + 1) + 100$ ..... $= (2x + 1)^2 + 2(2x + 1)(10) + 10^2$ ..... $= [(2x + 1) + 10]^2$ ..... <u>ดังนั้น</u> $(2x + 1)^2 + 20(2x + 1) + 100 = (2x + 11)^2$ ..... .....	$2x + 1$	10	$[(2x + 1) + 10]^2$ $= (2x + 11)^2$

โจทย์	จากสูตร $A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2$ และ $A^2 - 2AB + B^2 = (A - B)^2$ ในกรณีที่ A และ B เป็นพหุนาม ในการแยกตัวประกอบ		
	A คือ	B คือ	ผลลัพธ์
4. $4x^2 - 4(x^2 - 3x) + (x - 3)^2$ วิธีทำ จาก $4x^2 - 4(x^2 - 3x) + (x - 3)^2$ $= (2x)^2 - 4x(x - 3) + (x - 3)^2$ $= (2x)^2 - 2(2x)(x - 3) + (x - 3)^2$ $= [2x - (x - 3)]^2$ $= (2x - x + 3)^2$ ดังนั้น $4x^2 - 4(x^2 - 3x) + (x - 3)^2 = (x + 3)^2$	2x	x - 3	$[2x - (x - 3)]^2$ $= (x + 3)^2$
5. $(x + 3)^2 - 16(x + 3) + 64$ วิธีทำ จาก $(x + 3)^2 - 16(x + 3) + 64$ $= (x + 3)^2 - 2(x + 3)(8) + 8^2$ $= [(x + 3) - 8]^2$ ดังนั้น $(x + 3)^2 - 16(x + 3) + 64 = (x - 5)^2$	x + 3	8	$[(x + 3) - 8]^2$ $= (x - 5)^2$

การประเมินตนเองด้านความซื่อสัตย์ ตั้งมั่นในความถูกต้องดีงาม ทำใ้งานด้วยตนเอง

คำชี้แจง ให้นักเรียนขีดเครื่องหมาย ✓ ให้ตรงตามพฤติกรรมที่ตนปฏิบัติ

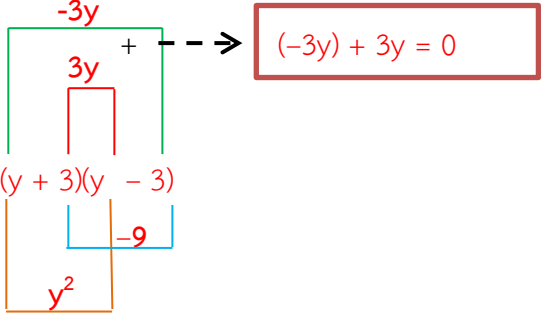
ในการทำกิจกรรมตามใ้งานนี้ นักเรียนมีคุณภาพในระดับใด

- ระดับ 1 (ปรับปรุง) ไม่ได้ศึกษาและทำใ้งานด้วยตนเองเกือบทั้งหมด
- ระดับ 2 (พอใช้) ศึกษาและทำใ้งานด้วยตนเองเป็นบางส่วน
- ระดับ 3 (ดี) ศึกษาทำใ้งานด้วยตนเองเป็นส่วนใหญ่
- ระดับ 4 (ดีมาก) ศึกษาและทำใ้งานด้วยตนเองทั้งหมด





แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง (1)	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b></p> <p>การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b></p> <p><b>ด้านความรู้</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>อธิบายการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นผลต่างกำลังสอง</li> <li>แสดงขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นผลต่างกำลังสองใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้</li> </ol> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b></p> <p>-</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>ครูเขียนพหุนาม <math>x^2 - 4</math> บนกระดานแล้วถามนักเรียน ดังนี้                     <ul style="list-style-type: none"> <li>สามารถเขียน 4 เป็นกำลังสองของจำนวนใด (2) และ <math>x^2 - 4</math> จะเขียนได้อย่างไรถ้า <math>4 = 2^2</math> (เขียนได้เป็น <math>x^2 - 4 = x^2 - 2^2</math>)</li> </ul> </li> </ol> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูเขียนการแยกตัวประกอบของ <math>x^2 - 4</math> บนกระดานแล้วสุ่มให้นักเรียนมาแสดงการตรวจสอบคำตอบว่าถูกต้องหรือไม่</li> </ol> $x^2 - 4 = x^2 - 2^2$ $= (x + 2)(x - 2)$ <p>ตรวจสอบ</p> <div style="text-align: center;"> <p style="text-align: center;"> <math>(x + 2)(x - 2)</math>  <math>x^2 + (-2x) + 2x - 4</math>  <math>\rightarrow (-2x) + 2x = 0</math> </p> </div> <p><math>[x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)</math> เป็นคำตอบที่ถูกต้อง]</p>	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b></p> <p>-</p> <p><b>สื่อ</b></p> <p>ใบงานที่ 10 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง (1)</p> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b></p> <p>ใบงานที่ 10 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง (1)</p>

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง (1)	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p><b>ด้านเจตคติ</b></p> <p>-</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b></p> <p>ความสามารถในการสื่อสาร</p> <p><b>คุณลักษณะของผู้เรียน</b></p> <p>ซื่อสัตย์สุจริต</p>	<p>2. ครูให้นักเรียนตรวจสอบการแยกตัวประกอบของพหุนาม <math>y^2 - 9 = (y + 3)(y - 3)</math> บนกระดาน แล้วสุ่มให้นักเรียนมาแสดงการตรวจสอบคำตอบว่าถูกต้องหรือไม่</p> <p>ตรวจสอบ</p> <div style="text-align: center;">  <p style="color: red; text-align: center;"><math>[y^2 - 9 = (y + 3)(y - 3) \text{ เป็นคำตอบที่ถูกต้อง}]</math></p> </div> <p>3. ครูให้นักเรียนสังเกตการแยกตัวประกอบของพหุนามทั้งสองว่าจะได้ตัวประกอบของพหุนามเป็นพหุนามดีกรีหนึ่งที่มีพจน์เหมือนกัน แต่มีเครื่องหมายระหว่างพจน์ต่างกัน และอธิบายให้นักเรียนว่า จะเรียกพหุนามดีกรีสองที่มีลักษณะนี้ว่า พหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง</p> <p>4. จาก <math>x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)</math> ครูสุ่มถามนักเรียนว่าถ้ากำหนดให้ <math>x</math> เป็นพจน์หน้าและ 5 เป็นพจน์หลัง จะเขียนความสัมพันธ์ได้อย่างไร</p> <p style="text-align: center; color: red;"><math>[(\text{พจน์หน้า})^2 - (\text{พจน์หลัง})^2] = (\text{พจน์หน้า} + \text{พจน์หลัง})(\text{พจน์หน้า} - \text{พจน์หลัง})]</math></p> <p>5. ครูถามนักเรียนว่า ถ้าให้ A แทนพจน์หน้า และ B แทนพจน์หลัง สามารถแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสองได้อย่างไร <math>[A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)]</math></p> <p>6. ครูแจกใบงานที่ 10 ให้นักเรียนศึกษาและทำ โดยครูเป็นผู้แนะแนวทาง</p>	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง (1)	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p>7.ครูสุ่มถามคำตอบนักเรียนหลังทำใบงานที่ 10 เสร็จพร้อมแนวคิดในการตอบ โดยครูและนักเรียน ร่วมกันเป็นผู้เฉลยคำตอบที่ถูกต้องในแต่ละข้อ และให้นักเรียนทำแบบประเมินตนเอง เรื่อง ความซื่อสัตย์สุจริต</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. สรุปความรู้โดยครูถามนักเรียนว่า</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- สามารถแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสองได้อย่างไร</li> </ul> <p style="color: red;">[(พจน์หน้า)<sup>2</sup> - (พจน์หลัง)<sup>2</sup> = (พจน์หน้า + พจน์หลัง)(พจน์หน้า - พจน์หลัง)</p> <p style="color: red;">หรือ <math>A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)</math> เมื่อกำหนดให้ A แทนพจน์หน้า และ B แทนพจน์หลัง]</p>	

## การวัดผลประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
อธิบายการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นผลต่างกำลังสอง	ตรวจ ใบงานที่ 10	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 10	ระดับ 1 ไม่ตอบคำถามข้อ 1 ระดับ 2 ตอบคำถามข้อ 1 ไม่ถูกต้อง ระดับ 3 ตอบคำถามข้อ 1 ถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน ระดับ 4 ตอบคำถามข้อ 1 ถูกต้องครบถ้วน สมบูรณ์
แสดงขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นผลต่างกำลังสองใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้	ตรวจ ใบงานที่ 10	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 10	ระดับ 1 แยกตัวประกอบของพหุนามถูกต้องครบถ้วน 1-2 ข้อ ระดับ 2 แยกตัวประกอบของพหุนามถูกต้องครบถ้วน 3-4 ข้อ ระดับ 3 แยกตัวประกอบของพหุนามถูกต้องครบถ้วน 5-7 ข้อ ระดับ 4 แยกตัวประกอบของพหุนามถูกต้องครบถ้วน 8-10 ข้อ
ความสามารถในการสื่อสาร	ตรวจ ใบงานที่ 10	แบบบันทึก การตรวจ ใบงานที่ 10	ระดับ 1 เขียนสัญลักษณ์การแยกตัวประกอบของพหุนามถูกต้องสมบูรณ์ 1-2 ข้อ ระดับ 2 เขียนสัญลักษณ์การแยกตัวประกอบของพหุนามถูกต้องสมบูรณ์ 3-4 ข้อ ระดับ 3 เขียนสัญลักษณ์การแยกตัวประกอบของพหุนามถูกต้องสมบูรณ์ 5-7 ข้อ ระดับ 4 เขียนสัญลักษณ์การแยกตัวประกอบของพหุนามถูกต้องสมบูรณ์ 8-10 ข้อ
ชื่อสัตย์สุจริต	การ ประเมิน ตนเอง	แบบบันทึก การประเมิน ตนเอง	ระดับ 1 ไม่ได้ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองเกือบทั้งหมด ระดับ 2 ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองเป็นบางส่วน ระดับ 3 ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองเป็นส่วนใหญ่ ระดับ 4 ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองทั้งหมด

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ใบงานที่ 10 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง (1)**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (1)**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

- จุดประสงค์**
1. อธิบายการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นผลต่างกำลังสอง
  2. แสดงขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นผลต่างกำลังสองใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

1. จงเขียนสูตรการการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นผลต่างกำลังสอง เมื่อกำหนดให้ A แทนพจน์หน้า และ B แทนพจน์หลัง

**ตอบ** .....

2. จงการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นผลต่างกำลังสอง

ข้อ	พหุนาม	เขียนในรูป $A^2 - B^2$	เขียนในรูป $(A + B)(A - B)$
1	$x^2 - 1$		
2	$16 - x^2$		
3	$x^2 - 144$		
4	$x^2 - 361$		
5	$x^2 - 900$		
6	$9x^2 - 1$		
7	$4x^2 - 49$		
8	$25x^2 - 121$		
9	$81x^2 - 400$		
10	$64x^2 - 225$		

**การประเมินตนเองด้านความซื่อสัตย์สุจริต ตั้งมั่นในความถูกต้องดีงาม ทำใบงานด้วยตนเอง**

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนขีดเครื่องหมาย ✓ ให้ตรงตามพฤติกรรมที่ตนปฏิบัติในการทำกิจกรรมตามใบงานนี้  
 นักเรียนมีคุณภาพในระดับใด

- ระดับ 1 (ปรับปรุง) ไม่ได้ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองเกือบทั้งหมด
- ระดับ 2 (พอใช้) ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองน้อยกว่าเป็นบางส่วน
- ระดับ 3 (ดี) ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองมากกว่าเป็นส่วนใหญ่
- ระดับ 4 (ดีมาก) ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองทั้งหมด

**เฉลย**ใบงานที่ 10 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง (1)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว (1)  
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

- จุดประสงค์**
1. อธิบายการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นผลต่างกำลังสอง
  2. แสดงขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นผลต่างกำลังสองใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

1. จงเขียนสูตรการการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นผลต่างกำลังสอง เมื่อกำหนดให้ A แทนพจน์หน้า และ B แทนพจน์หลัง

ตอบ .....  $[(พจน์หน้า)^2 - (พจน์หลัง)^2 = (พจน์หน้า + พจน์หลัง)(พจน์หน้า - พจน์หลัง)]$  .....

..... หรือ  $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$  เมื่อกำหนดให้ A แทนพจน์หน้า และ B แทนพจน์หลัง .....

2. จงการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นผลต่างกำลังสอง

ข้อ	พหุนาม	เขียนในรูป $A^2 - B^2$	เขียนในรูป $(A + B)(A - B)$
1	$x^2 - 1$	$x^2 - 1^2$	$(x + 1)(x - 1)$
2	$16 - x^2$	$4^2 - x^2$	$(4 + x)(4 - x)$
3	$x^2 - 144$	$x^2 - 12^2$	$(x + 12)(x - 12)$
4	$x^2 - 361$	$x^2 - 19^2$	$(x + 19)(x - 19)$
5	$x^2 - 900$	$x^2 - 30^2$	$(x + 30)(x - 30)$
6	$9x^2 - 1$	$(3x)^2 - 1^2$	$(3x + 1)(3x - 1)$
7	$4x^2 - 49$	$(2x)^2 - 7^2$	$(2x + 7)(2x - 7)$
8	$25x^2 - 121$	$(5x)^2 - 11^2$	$(5x + 11)(5x - 11)$
9	$81x^2 - 400$	$(9x)^2 - 20^2$	$(9x + 20)(9x - 20)$
10	$64x^2 - 225$	$(8x)^2 - 15^2$	$(8x + 15)(8x - 15)$





แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง (2)	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b></p> <p>การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b></p> <p><b>ด้านความรู้</b></p> <p>แสดงขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นผลต่างกำลังสองใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b></p> <p>การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b></p> <p>-</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b></p> <p>ความสามารถในการสื่อสาร</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>ครูทบทวนการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง โดยถามนักเรียนดังนี้                     <ul style="list-style-type: none"> <li>- สามารถแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสองได้อย่างไร</li> </ul> <math display="block">[(พจน์หน้า)^2 - (พจน์หลัง)^2] = (พจน์หน้า + พจน์หลัง)(พจน์หน้า - พจน์หลัง)</math>                     หรือ <math>A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)</math> เมื่อกำหนดให้ A แทนพจน์หน้า และ B แทนพจน์หลัง                 </li> </ol> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูเขียนตัวอย่างพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสองบนกระดานและให้นักเรียนสังเกตแล้วถามนักเรียนว่าพจน์หน้าและพจน์หลังของพหุนามคืออะไร และสามารถแยกตัวประกอบได้เป็นอะไร</li> </ol> <p><b>ตัวอย่างที่ 1</b> <math>x^2 - (x - 4)^2</math> (พจน์หน้า คือ <math>x^2</math>, พจน์หลัง คือ <math>(x - 4)</math>)</p> <p><b>วิธีทำ</b> <math>x^2 - (x - 4)^2 = [x + (x - 4)][x - (x - 4)]</math></p> $= (x + x - 4)(x - x + 4)$ $= (2x - 4)(4)$ $= (2)(4)(x - 2)$ $= 8(x - 2)$	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b></p> <p>-</p> <p><b>สื่อ</b></p> <p>ใบงานที่ 11 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง (2)</p> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b></p> <p>ใบงานที่ 11 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง (2)</p>

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง (2) รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	เวลา 1 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p>คุณลักษณะของผู้เรียน ที่คาดหวังสุจริต</p>	<p>ดังนั้น <math>x^2 - (x - 4)^2 = 8(x - 2)</math></p> <p>ตัวอย่างที่ 2 <math>(x - 2)^2 - (x + 3)^2</math> [พจน์หน้า คือ <math>(x - 2)</math>, พจน์หลัง คือ <math>(x + 3)</math>]</p> <p>วิธีทำ <math>(x - 2)^2 - (x + 3)^2 = [(x - 2) + (x + 3)][(x - 2) - (x + 3)]</math></p> $= (x - 2 + x + 3)(x - 2 - x - 3)$ $= (2x + 1)(-5)$ <p>ดังนั้น <math>(x - 2)^2 - (x + 3)^2 = (-5)(2x + 1)</math></p> <p>ตัวอย่างที่ 3 <math>25(x + 2)^2 - 144x^2</math></p> <p>วิธีทำ <math>25(x + 2)^2 - 144x^2 = [5(x + 2)]^2 - (12x)^2</math></p> <p>[พจน์หน้า คือ <math>5(x + 2)</math>, พจน์หลัง คือ <math>(12x)</math>]</p> $= [5(x + 2) + 12x][5(x + 2) - 12x]$ $= (5x + 10 + 12x)(5x + 10 - 12x)$ $= (17x + 10)(-7x + 10)$ $= (17x + 10)(-1)(7x - 10)$ <p>ดังนั้น <math>25(x + 2)^2 - 144x^2 = -(17x + 10)(7x - 10)</math></p> <p>หรือ <math>25(x + 2)^2 - 144x^2 = (-17x - 10)(7x - 10)</math></p> <p>หรือ <math>25(x + 2)^2 - 144x^2 = (17x + 10)(-7x + 10)</math></p> <p>2. ครูแจกใบงานที่ 11 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง (2) ให้นักเรียนศึกษาและทำ โดยครูเป็นผู้แนะแนวทาง</p>	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง (2)	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p>3. ครูสุ่มถามคำตอบนักเรียนหลังทำใบงานที่ 11 เสร็จพร้อมแนวคิดในการตอบ โดยครูและนักเรียนร่วมกันเป็นผู้เฉลยคำตอบที่ถูกต้องในแต่ละข้อ และให้นักเรียนทำแบบประเมินตนเอง เรื่อง ความซื่อสัตย์สุจริต</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. สรุปความรู้โดยครูถามนักเรียนว่า</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- สามารถแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสองได้อย่างไร</li> </ul> <p style="color: red;">[(พจน์หน้า)<sup>2</sup> - (พจน์หลัง)<sup>2</sup> = (พจน์หน้า + พจน์หลัง)(พจน์หน้า - พจน์หลัง)</p> <p style="color: red;">หรือ <math>A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)</math> เมื่อกำหนดให้ A แทนพจน์หน้า และ B แทนพจน์หลัง]</p>	

## การวัดผลประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
แสดงขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นผลต่างกำลังสองใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้	ตรวจใบงานที่ 11	แบบบันทึกการตรวจใบงานที่ 11	ระดับ 1 แยกตัวประกอบของพหุนามถูกต้องครบถ้วน 1 ข้อ ระดับ 2 แยกตัวประกอบของพหุนามถูกต้องครบถ้วน 2-3 ข้อ ระดับ 3 แยกตัวประกอบของพหุนามถูกต้องครบถ้วน 4-5 ข้อ ระดับ 4 แยกตัวประกอบของพหุนามถูกต้องครบถ้วน 6-8 ข้อ
การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์			
ความสามารถในการสื่อสาร	ตรวจใบงานที่ 11	แบบบันทึกการตรวจใบงานที่ 11	ระดับ 1 เขียนสัญลักษณ์การแยกตัวประกอบของพหุนามถูกต้องสมบูรณ์ 1-2 ข้อ ระดับ 2 เขียนสัญลักษณ์การแยกตัวประกอบของพหุนามถูกต้องสมบูรณ์ 3-4 ข้อ ระดับ 3 เขียนสัญลักษณ์การแยกตัวประกอบของพหุนามถูกต้องสมบูรณ์ 5-7 ข้อ ระดับ 4 เขียนสัญลักษณ์การแยกตัวประกอบของพหุนามถูกต้องสมบูรณ์ 8-10 ข้อ
ชื่อเสียงสุจริต	การประเมินตนเอง	แบบบันทึกการประเมินตนเอง	ระดับ 1 ไม่ได้ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองเกือบทั้งหมด ระดับ 2 ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองเป็นบางส่วน ระดับ 3 ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองเป็นส่วนใหญ่ ระดับ 4 ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองทั้งหมด

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
(.....)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ใบงานที่ 11 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง (2)

หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11

เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง (2)

รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** แสดงขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นผลต่างกำลังสองใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

**คำชี้แจง** จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

ข้อ	พหุนาม	เขียนในรูป $A^2 - B^2$	เขียนในรูป $(A + B)(A - B)$	ผลลัพธ์
1	$25 - (y + 1)^2$			
2	$(2x - 3)^2 - 36$			
3	$4x^2 - (x - 2)^2$			
4	$(2y + 3)^2 - 25y^2$			
5	$(x + 6)^2 - (x + 4)^2$			
6	$(x - 8)^2 - (x - 5)^2$			
7	$9(x - 7)^2 - 100x^2$			
8	$25x^2 - 16(x - 5)^2$			

การประเมินตนเองด้านความซื่อสัตย์สุจริต ตั้งมั่นในความถูกต้องดีงาม ทำใบงานด้วยตนเอง

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนขีดเครื่องหมาย ✓ ให้ตรงตามพฤติกรรมที่ตนปฏิบัติในการทำกิจกรรมตามใบงานนี้  
นักเรียนมีคุณภาพในระดับใด

- ระดับ 1 (ปรับปรุง) ไม่ได้ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองเกือบทั้งหมด
- ระดับ 2 (พอใช้) ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองน้อยกว่าเป็นบางส่วน
- ระดับ 3 (ดี) ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองมากกว่าเป็นส่วนใหญ่
- ระดับ 4 (ดีมาก) ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองทั้งหมด

**เฉลย**ใบงานที่ 11 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง (2)

หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11

เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง (2)

รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

**จุดประสงค์** แสดงขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นผลต่างกำลังสองใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

**คำชี้แจง** จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

ข้อ	พหุนาม	เขียนในรูป $A^2 - B^2$	เขียนในรูป $(A + B)(A - B)$	ผลลัพธ์
1	$25 - (y + 1)^2$	$5^2 - (y + 1)^2$	$[5 + (y + 1)][5 - (y + 1)]$	$(6 + y)(4 - y)$
2	$(2x - 3)^2 - 36$	$(2x - 3)^2 - 6^2$	$[(2x - 3) + 6][(2x - 3) - 6]$	$(2x + 3)(2x - 9)$
3	$4x^2 - (x - 2)^2$	$(2x)^2 - (x - 2)^2$	$[2x + (x - 2)][2x - (x - 2)]$	$(3x - 2)(x + 2)$
4	$(2y + 3)^2 - 25y^2$	$(2y + 3)^2 - (5y)^2$	$[(2y + 3) + (5y)][(2y + 3) - (5y)]$	$3(7y + 3)(-y + 1)$
5	$(x + 6)^2 - (x + 4)^2$	$(x + 6)^2 - (x + 4)^2$	$[(x + 6) + (x + 4)][(x + 6) - (x + 4)]$	$4(x + 5)$
6	$(x - 8)^2 - (x - 5)^2$	$(x - 8)^2 - (x - 5)^2$	$[(x - 8) + (x - 5)][(x - 8) - (x - 5)]$	$-3(2x - 13)$
7	$9(x - 7)^2 - 100x^2$	$(3x - 21)^2 - (10x)^2$	$[(3x - 21) + 10x][(3x - 21) - 10x]$	$-7(13x - 21)(x + 3)$
8	$25x^2 - 16(x - 5)^2$	$(5x)^2 - (4x - 20)^2$	$[5x + (4x - 20)][5x - (4x - 20)]$	$(9x - 20)(x + 20)$





แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	เวลา 1 ชั่วโมง
รายวิชา คณิตศาสตร์ 4		ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
<p><b>ขอบเขตเนื้อหา</b></p> <p>การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง</p> <p><b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b></p> <p><b>ด้านความรู้</b></p> <p>สามารถใช้แยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้</p> <p><b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b></p> <p>การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์</p> <p><b>ด้านเจตคติ</b></p> <p>-</p> <p><b>สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b></p> <p>ความสามารถในการสื่อสาร</p> <p><b>คุณลักษณะของผู้เรียน</b></p> <p>ชื่อสัตย์สุจริต</p>	<p><b>กิจกรรมการเรียนรู้</b></p> <p><b>ขั้นนำ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ</li> <li>ครูทบทวนการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง โดยเขียนพหุนามบนกระดานแล้วสุ่มนักเรียนมาเขียนการแยกตัวประกอบของพหุนามพร้อมอธิบายว่าใช้การแยกตัวประกอบแบบใด โดยครูและนักเรียนเป็นผู้ตรวจสอบและแก้ไขให้ถูกต้อง ดังนี้</li> </ol> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>12xz - 16z = \dots\dots\dots [4z(3x - 4)</math> ใช้สมบัติการแจกแจง]</li> <li><math>x^2 - 14x + 24 = \dots\dots\dots [(x - 2)(x - 12)</math> ใช้การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว]</li> <li><math>x^2 + 6x + 9 = \dots\dots\dots [(x + 3)^2</math> ใช้กำลังสองสมบูรณ์]</li> <li><math>x^2 - 25 = \dots\dots\dots [(x + 5)(x - 5)</math> แยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง]</li> </ol> <p><b>ขั้นสอน</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ครูเขียนตัวอย่างพหุนามดีกรีสองบนกระดานแล้วให้นักเรียนสังเกตสามารถแยกตัวประกอบได้เป็นอะไร พร้อมแสดงวิธีคิดให้นักเรียน</li> </ol> <p><b>ตัวอย่างที่ 1</b> จงแยกตัวประกอบของ <math>(x^2 + 10x + 25) - 64x^2</math></p> <p><b>วิธีทำ</b> <math>(x^2 + 10x + 25) - 64x^2 = (x + 5)^2 - (8x)^2</math></p> $= [(x + 5) + (8x)][(x + 5) - (8x)]$	<p><b>แหล่งการเรียนรู้</b></p> <p>-</p> <p><b>สื่อ</b></p> <p>ใบงานที่ 12 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง</p> <p><b>ภาระงาน/ชิ้นงาน</b></p> <p>ใบงานที่ 12 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง</p>

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12		เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	
	$= (x + 5 + 8x)(x + 5 - 8x)$ $= (9x + 5)(-7x + 5)$ $= -(9x + 5)(7x - 5)$ <p>ดังนั้น <math>(x^2 + 10x + 25) - 64x^2 = -(9x + 5)(7x - 5)</math></p> <p><b>ตัวอย่างที่ 2</b> จากรูป กำหนดให้ <math>\triangle ABC</math> เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มี <math>AB = 14</math> หน่วย, <math>BC = 15</math> หน่วย และ <math>AC = 13</math> หน่วย จงหาความสูง <math>h</math></p> <div style="text-align: center;"> </div> <p><b>วิธีทำ</b> เนื่องจาก <math>\triangle ACD</math> และ <math>\triangle BCD</math> เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก</p> <p>ให้ <math>AD = x</math> หน่วย จะได้ <math>BD = 14 - x</math> หน่วย</p> <p>จาก <math>\triangle ACD</math> จะได้ <math>13^2 = h^2 + x^2</math> (ทฤษฎีบทพีทาโกรัส)</p> <p style="margin-left: 100px;"><math>h^2 = 13^2 - x^2</math> (สมบัติของการเท่ากัน)</p> <p>จาก <math>\triangle BCD</math> จะได้ <math>15^2 = h^2 + (14 - x)^2</math> (ทฤษฎีบทพีทาโกรัส)</p> <p style="margin-left: 100px;"><math>h^2 = 15^2 - (14 - x)^2</math> (สมบัติของการเท่ากัน)</p>	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12		เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	
<p>จะได้</p> $13^2 - x^2 = 29 + 28x - x^2 \quad (\text{สมบัติของการเท่ากัน})$ $169 = 29 + 28x$ $28x = 140$ $x = 5$ <p>เนื่องจาก</p> <p>จะได้</p> $h^2 = 13^2 - x^2$ $h^2 = 13^2 - 5^2 \quad (\text{สมบัติของการเท่ากัน})$ $= 169 - 25$ $= 144$ $= 12 \times 12$ <p>ดังนั้น</p> $h = 12$ <p><b>ตอบ</b> ความสูง h เท่ากับ 12 หน่วย</p> <p>2. ครูแจกใบงานที่ 12 ให้นักเรียนศึกษาและใช้ความรู้เกี่ยวกับการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เรียนผ่านมาทั้งหมดในการทำใบงาน โดยครูเป็นผู้แนะแนวทาง</p>	$= [15 + (14 - x)][15 - (14 - x)]$ $= (29 - x)(1 + x)$ $= 29 + 28x - x^2$ $= 29 + 28x - x^2 \quad (\text{สมบัติของการเท่ากัน})$ $= 29 + 28x$ $= 140$ $= 5$ $h^2 = 13^2 - x^2$ $h^2 = 13^2 - 5^2 \quad (\text{สมบัติของการเท่ากัน})$ $= 169 - 25$ $= 144$ $= 12 \times 12$ $h = 12$	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12		เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง รายวิชา คณิตศาสตร์ 4	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
	<p>3. ครูสุ่มถามคำตอบนักเรียนหลังทำใบงานที่ 12 เสร็จพร้อมแนวคิดในการตอบ โดยครูและนักเรียนร่วมกันเป็นผู้เฉลยคำตอบที่ถูกต้องในแต่ละข้อ และให้นักเรียนทำแบบประเมินตนเอง เรื่อง ความซื่อสัตย์สุจริต</p> <p><b>ขั้นสรุป</b></p> <p>1. สรุปความรู้โดยครูถามนักเรียนว่า</p> <p>- การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เรียนผ่านมามีอะไรบ้าง</p> <p>(1. การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง 2. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง 3. การแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ 4. การแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นผลต่างกำลังสอง)</p>	

การวัดผลประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
สามารถใช้แยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้	ตรวจใบงานที่ 12	แบบบันทึกการตรวจใบงานที่ 12	ระดับ 1 ทำใบงาน 1 ข้อแต่ไม่ถูกต้อง ระดับ 2 ทำใบงานถูกต้องครบถ้วน 1 ข้อ ระดับ 3 ทำใบงานถูกต้องครบถ้วน 2 ข้อ ระดับ 4 ทำใบงานถูกต้องครบถ้วน 3 ข้อ
การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์			
ความสามารถในการสื่อสาร	ตรวจใบงานที่ 12	แบบบันทึกการตรวจใบงานที่ 12	ระดับ 1 เขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้องทั้งหมด ระดับ 2 เขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ถูกต้องสมบูรณ์ 1 ข้อ ระดับ 3 เขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ถูกต้องสมบูรณ์ 2 ข้อ ระดับ 4 เขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ถูกต้องสมบูรณ์ 3 ข้อ
ชื่อเสียงสุจริต	การประเมินตนเอง	แบบบันทึกการประเมินตนเอง	ระดับ 1 ไม่ได้ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองเกือบทั้งหมด ระดับ 2 ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองเป็นบางส่วน ระดับ 3 ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองเป็นส่วนใหญ่ ระดับ 4 ศึกษาและทำใบงานด้วยตนเองทั้งหมด

**บันทึกผลหลังการสอน**

ผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ผู้ตรวจ  
 (.....)  
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ใบงานที่ 12 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** สามารถใช้แยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

1. จงแยกตัวประกอบของพหุนาม  $(x^2 - 16x + 64) - x^2$

$$\begin{aligned} (x^2 - 16x + 64) - x^2 &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

ดังนั้น  $\dots\dots\dots$

2. จงแยกตัวประกอบของพหุนาม  $900y^2 - 16(y^2 + 40y + 400)$

$$\begin{aligned} 900y^2 - 16(y^2 + 40y + 400) &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

ดังนั้น  $\dots\dots\dots$





**การประเมินตนเองด้านความซื่อสัตย์สุจริต ตั้งมั่นในความถูกต้องดีงาม ทำใ้งานด้วยตนเอง**

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนขีดเครื่องหมาย ✓ ให้ตรงตามพฤติกรรมที่ตนปฏิบัติในการทำกิจกรรมตามใ้งานนี้

นักเรียนมีคุณภาพในระดับใด

- ระดับ 1 (ปรับปรุง) ไม่ได้ศึกษาและทำใ้งานด้วยตนเองเกือบทั้งหมด
- ระดับ 2 (พอใช้) ศึกษาและทำใ้งานด้วยตนเองน้อยกว่าเป็นบางส่วน
- ระดับ 3 (ดี) ศึกษาและทำใ้งานด้วยตนเองมากกว่าเป็นส่วนใหญ่
- ระดับ 4 (ดีมาก) ศึกษาและทำใ้งานด้วยตนเองทั้งหมด

**เฉลยใบงานที่ 12 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง**  
**หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง**  
**รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

**จุดประสงค์** สามารถใช้แยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

1. จงแยกตัวประกอบของพหุนาม  $(x^2 - 16x + 64) - x^2$

$$\begin{aligned} (x^2 - 16x + 64) - x^2 &= \dots (x + 8)^2 - x^2 \dots \\ &= \dots [(x + 8) + x][(x + 8) - x] \dots \\ &= \dots (x + 8 + x)(x + 8 - x) \dots \\ &= \dots (2x + 8)(8) \dots \\ &= \dots 8(2x + 8) \dots \\ &= \dots 16(x + 4) \dots \end{aligned}$$

ดังนั้น  $(x^2 - 16x + 64) - x^2 = 16(x + 4)$

2. จงแยกตัวประกอบของพหุนาม  $900y^2 - 16(y^2 + 40y + 400)$

$$\begin{aligned} 900y^2 - 16(y^2 + 40y + 400) &= \dots (30y)^2 - 16(y + 20)^2 \dots \\ &= \dots (30y)^2 - [4(y + 20)]^2 \dots \\ &= \dots (30y)^2 - (4y + 80)^2 \dots \\ &= \dots [30y + (4y + 80)][30y - (4y + 80)] \dots \\ &= \dots (34y + 80)(26y - 80) \dots \\ &= \dots \end{aligned}$$

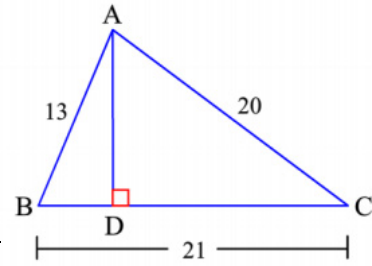
ดังนั้น  $900y^2 - 16(y^2 + 40y + 400) = (34y + 80)(26y - 80)$

3. จากรูป กำหนด  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มี

$\overline{AD}$  ตั้งฉากกับ  $\overline{BC}$  ที่จุด D,  $AB = 13$  หน่วย,  $AC = 20$  หน่วย

และ  $BC = 21$  หน่วย จงหาพื้นที่ของ  $\triangle ABC$

วิธีทำ พื้นที่ของ  $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times BC \times AD$



เนื่องจาก  $\triangle ABD$  และ  $\triangle ACD$  เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

ให้  $BD = x$  หน่วย จะได้  $CD = 21 - x$  หน่วย

จาก  $\triangle ABD$  จะได้  $13^2 = AD^2 + x^2$  (ทฤษฎีบทพีทาโกรัส)

$AD^2 = 13^2 - x^2$  (สมบัติของการเท่ากัน)

จาก  $\triangle ACD$  จะได้  $20^2 = AD^2 + (21 - x)^2$  (ทฤษฎีบทพีทาโกรัส)

$AD^2 = 20^2 - (21 - x)^2$  (สมบัติของการเท่ากัน)

$= [20 + (21 - x)][20 - (21 - x)]$

$= (41 - x)(-1 + x)$

$= -(41 - x)(1 - x)$

$= -x^2 + 42x - 41$

จะได้  $13^2 - x^2 = -x^2 + 42x - 41$  (สมบัติของการเท่ากัน)

$169 = 42x - 41$

$42x = 210$

$x = 5$

เนื่องจาก  $AD^2 = 13^2 - x^2$

จะได้  $AD^2 = 13^2 - 5^2$  (สมบัติของการเท่ากัน)

$= 169 - 25$

$= 144$

$= 12 \times 12$

$AD = 12$

ดังนั้น พื้นที่ของ  $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times BC \times AD$

$= \frac{1}{2} \times 21 \times 12$

$= 126$

ตอบ พื้นที่ของ  $\triangle ABC = 126$  ตารางหน่วย



### บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). **ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551** พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์สหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.
- \_\_\_\_\_ . (2553). **หนังสือเรียนรายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.
- \_\_\_\_\_ . (2553). **หนังสือเรียนรายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.
- \_\_\_\_\_ . (2554). **หนังสือเรียนรายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.
- \_\_\_\_\_ . (2554). **หนังสือเรียนรายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.
- \_\_\_\_\_ . (2554). **หนังสือเรียนรายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.
- \_\_\_\_\_ . (2562). **หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 2 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551**. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

## ภาคผนวก

ภาคผนวก ก.  
เกณฑ์แบบประเมินรวม



## เกณฑ์การประเมินผลด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
1. มีวินัย	3 (ดี)	สมุด ขึ้นงาน สะอาดเรียบร้อยและปฏิบัติตนอยู่ในข้อตกลงที่กำหนดให้ร่วมกันทุกครั้ง
	2 (พอใช้)	สมุด ขึ้นงาน ส่วนใหญ่สะอาดเรียบร้อยและปฏิบัติตนอยู่ในข้อตกลงที่กำหนดให้ร่วมกันเป็นส่วนใหญ่
	1 (ควรปรับปรุง)	สมุด ขึ้นงาน ไม่ค่อยเรียบร้อยและปฏิบัติตนอยู่ในข้อตกลงที่กำหนดให้ร่วมกันบางครั้งต้องอาศัยการแนะนำ
2. ใฝ่เรียนรู้	3 (ดี)	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
	2 (พอใช้)	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วนและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจแต่อาจไม่สมเหตุสมผลในบางกรณี สรุปลงไม่ค่อยถูกต้อง
	1 (ควรปรับปรุง)	มีการเสนอแนวคิดที่ไม่สมเหตุสมผลในการตัดสินใจและไม่อ้างอิง สรุปลงไม่ถูกต้อง
4. มุ่งมั่นในการทำงาน	3 (ดี)	ส่งงานก่อนหรือตรงตามกำหนดเวลานัดหมาย รับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมายและปฏิบัติเองจนเป็นนิสัย และชักชวนให้ผู้อื่นปฏิบัติ
	2 (พอใช้)	ส่งงานช้ากว่ากำหนด แต่ได้มีการติดต่อชี้แจงโดยมีเหตุผลรับฟังได้ รับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมายและปฏิบัติเองจนเป็นนิสัย
	1 (ควรปรับปรุง)	ส่งงานช้ากว่ากำหนด ปฏิบัติงานโดยต้องอาศัยการชี้แนะคำแนะนำ และการตักเตือน
5. อยู่อย่างพอเพียง	3 (ดี)	ใช้จ่ายอย่างประหยัด มีการวางแผนการใช้จ่ายเงิน มีการออมเงินเป็นประจำ สม่ำเสมอ
	2 (พอใช้)	ใช้จ่ายอย่างประหยัด มีการวางแผนการใช้จ่ายเงิน มีการออมเงินไม่สม่ำเสมอ
	1 (ควรปรับปรุง)	ใช้จ่ายอย่างประหยัด ไม่มีการวางแผนการใช้จ่ายเงิน ไม่มีการออมเงิน

### เกณฑ์การประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

#### การแก้ปัญหา

คะแนน/ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
3 (ดี)	ใช้วิธีการดำเนินการแก้ปัญหาได้สำเร็จอย่างมีประสิทธิภาพ และอธิบายขั้นตอนของวิธีการดังกล่าวได้อย่างชัดเจน
2 (พอใช้)	มีวิธีการดำเนินการแก้ปัญหาได้สำเร็จ แต่ไม่สามารถอธิบายขั้นตอนของวิธีการดังกล่าวได้
1 (ปรับปรุง)	มีหลักฐานหรือร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาบางส่วน แต่ก็แก้ปัญหาไม่สำเร็จ

#### การสื่อสาร และการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

คะแนน/ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
3 (ดี)	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอแสดงข้อมูล ประกอบตามลำดับขั้นตอนชัดเจนมีรายละเอียดสมบูรณ์
2 (พอใช้)	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอแสดงข้อมูล ประกอบตามลำดับขั้นตอนชัดเจนบางส่วน แต่ขาดรายละเอียดสมบูรณ์
1 (ปรับปรุง)	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ง่าย ๆ นำเสนอแสดง ข้อมูล ข้อมูลไม่ชัดเจน

#### การเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

คะแนน/ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
3 (ดี)	นำความรู้ หลักการ และวิธีการของคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยง กับสาระคณิตศาสตร์/สาระอื่นในชีวิตประจำวันเพื่อช่วยแก้ปัญหา หรือประยุกต์ใช้ได้อย่างสอดคล้องและเหมาะสม
2 (พอใช้)	นำความรู้ หลักการ และวิธีการของคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยง กับสาระคณิตศาสตร์/สาระอื่นในชีวิตประจำวันเพื่อช่วยแก้ปัญหา หรือประยุกต์ใช้ได้บางส่วน
1 (ปรับปรุง)	นำความรู้ หลักการ และวิธีการของคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยง ไม่เหมาะสม

## การให้เหตุผล

คะแนน/ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
3 (ดี)	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
2 (พอใช้)	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วนและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจแต่ไม่สมเหตุสมผลบางกรณี
1 (ปรับปรุง)	มีการเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจที่ไม่สมเหตุสมผลและไม่ระบุการอ้างอิง

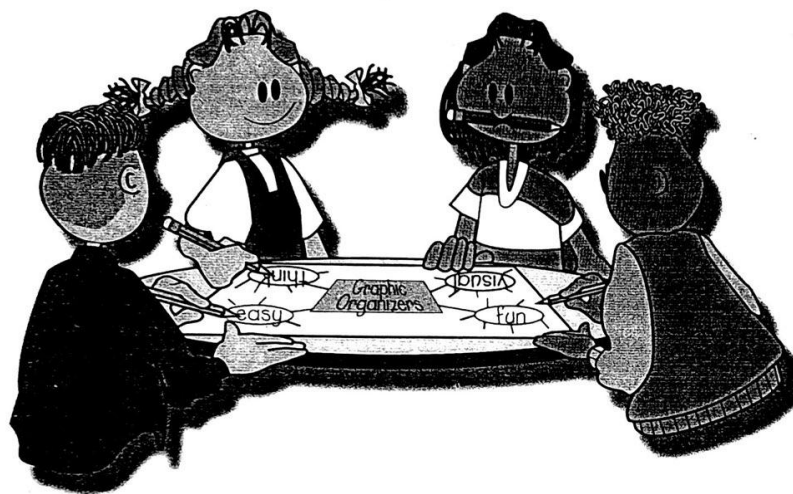
ภาคผนวก ข.

แผนผังความคิด (Graphic Organizers)



# Graphic Organizers

**Graphic Organizers** are visual frames used to represent and organize learning information. Graphic organizers engage students' visual intelligence, stretch students' thinking skills, and promote active learning. We may use graphic organizers to plan lessons, units, and present information to our students. This **SmartCard** explores the rationale for using graphic organizers, provides ideas for use in your classroom, and illustrates over 30 graphic organizers to transform your class into a visual think tank!



## Ideas and Activities for My Class

• **Presentations** - On the board or overhead, display a filled-in graphic organizer relating to the topic as you teach. Alternatively, fill in a graphic organizer as you teach. Encourage students to use Mind Maps and other organizers for visual note-taking and as visual aids in their own presentations.

• **Cooperative Learning** - Graphic organizers are excellent for cooperative learning. Have students work in pairs or in teams to fill in or create their organizers. Have students take turns so no single student does all the work and/or have each student use a different colored marker to tell at a glance that everyone is contributing. One favorite method is to have teams brainstorm ideas, organize them in their own frame, then share and compare their organizers with other teams.

• **Reflection and Assessment** - After an activity, lesson or unit, have students create graphic organizers to summarize and reflect on what they learned. Mind Maps work especially well for big concepts. Collect students' organizers to authentically assess their learning.

• **Find My Rule** - This is a fun, cooperative logic activity that works with numerous organizers across the curriculum. Draw an organizer on the board. A math example: Draw two category boxes. Add a symmetrical shape to one Box 1 and an asymmetrical shape to Box 2. Have students discuss why the shapes belong in different categories. Continue to add items, until a team thinks they know the rule. Teams show they know the rule by correctly adding the next items to the organizers. Continue adding items until all teams have "found your rule."

• **Prewriting** - Have students fill in a graphic organizer before they write an essay, story, or steps, or as they prepare a presentation. The graphic organizer depends on the content. For example, for a compare & contrast essay, use a Venn Diagram; for writing instructions, use a Step Chart.

• **Bulletin Boards & Displays** - On the bulletin board, post the many types of organizers; highlight a specific organizer; or display students' completed organizers on any topic.

## Why Use Them?

### Higher-Level Thinking

Graphic organizers expand many facets of students' higher-level thinking skills including analyzing, synthesizing, evaluating, relating, and developing concepts, categorizing, sequencing, and comparing & contrasting.

### Comprehension

Using graphic organizers helps students better understand the learning material. Students make content connections, and can see how the information is related.

### Memory

Graphic organizers facilitate long-term retention of information. Information in organizers is presented in short, easy-to-remember visual cues rather than long cumbersome text. Students remember more of what they see than what they hear and write.

### Brain-Based Learning

Our brains process and store information in a uniform fashion. We strive to make sense of information, and search for patterns and organization. Graphic organizers promote brain-compatible learning.

### Multiple Intelligences

Graphic organizers strongly engage four intelligences simultaneously:

- **Verbal/Linguistic** - Students select words and phrases for their organizers
- **Logical/Mathematical** - Organizers deal with hierarchy, sequence, part/whole relationships, concept development, cycles — all logical processes.
- **Visual/Spatial** - The learning material is organized in a visual format.
- **Naturalist** - Different graphic organizers engage different facets of the naturalist intelligence, such as: categorizing, classifying, sequencing, attention to attributes, comparing & contrasting.

### Language Learning & ESL

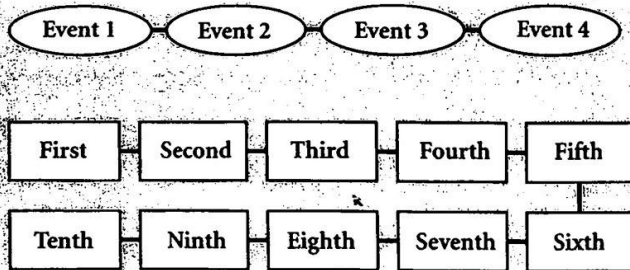
Information is presented visually rather than verbally which helps limited English proficient students grasp basic concepts.

© 1998 Kagan Cooperative Learning

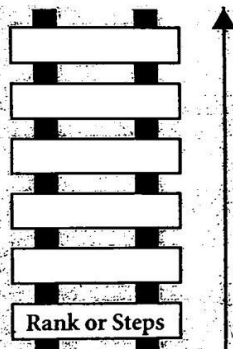
# Graphic Organizers! Transform

## Sequence Organizers

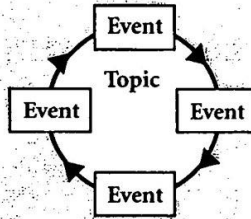
### Chains



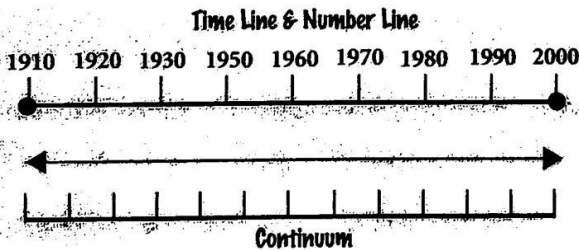
### Ladder



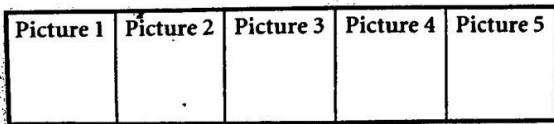
### Cycle Graph



### Line Graphs



### Cartoon & Picture Strip



### Ideas for Sequence Organizers



#### Mathematics

- Area, Volume
- Decimals
- Degree of Angle
- Fractions
- Length
- Money
- Number Lines
- Number of Sides
- Numerical Order
- Order of Operation
- Ordinal Sequence
- Percents
- Roman Numerals
- Steps of Problem-Solving
- Time
- Weight

#### Language Arts

- Alphabetical Order
- Parts of a Book
- Parts of a Letter
- Parts of an Essay
- Parts of a Paragraph
- Story Plot, Sequence of Events
- Writing Directions
- Writing Instructions
- Writing Process



#### Social Studies

- Historical Events
- Inventions
- Presidents
- Sequence of Events
- Time Lines
- Time Periods

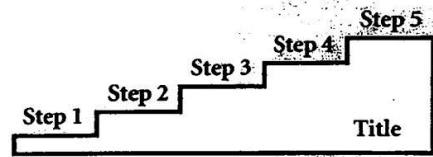


#### Science

- Chain of Events
- Consequences of Action
- Food Chain
- Planets from Sun
- Procedures for Experiment
- Scientific Method
- Seasonal Cycle
- Water Cycle

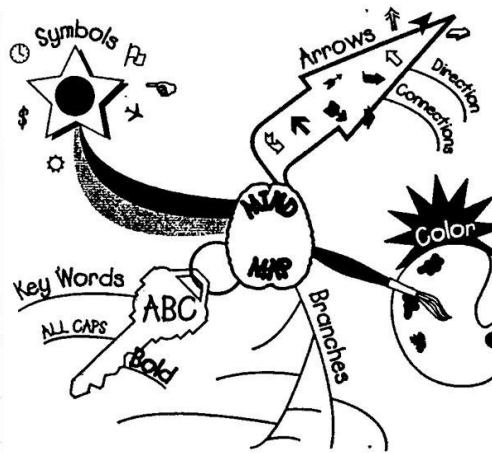


### Step Chart



## Concept Development

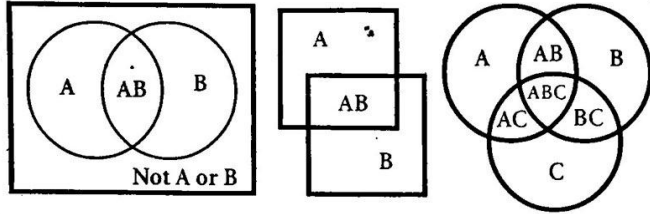
### Mind Map



# your class into a visual think tank!

## Compare/Contrast Organizers

### Venn Diagrams



### Ideas for Compare/Contrast Organizers

- Math**
  - Addition/Subtraction
  - Acute/Obtuse
  - Concave/Convex
  - Fractions/Decimals
  - Metric/ Inch-Pound
  - Multiplication/Division
  - Symmetrical/Asymmetrical
- Language Arts**
  - Authors
  - Book/Movie
  - Business/Friendly Letter
  - Characters in Same Book
  - Characters in Different Books
  - Fairy Tales
  - Stories
- Social Studies**
  - Articles of Confederation/Constitution
  - Careers
  - Cultures
  - Historical Events
  - Judicial/Executive/Legislative Branches
  - Presidents
  - State/Federal
  - Wars
- Science**
  - Animals
  - Fruits/Vegetables
  - Solids/Liquid/Gas
  - Vitamins

### Comparison Charts

Same	Different

T-Chart

Item 1	Item 2
with regard to Characteristic 1	
with regard to Characteristic 2	
with regard to Characteristic 3	

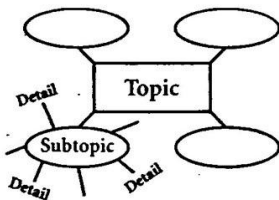
Compare or Contrast Chart

Item 1	Item 2	Item 1	Item 2
Compare		Contrast	
with regard to Characteristic 1		with regard to Characteristic 1	
with regard to Characteristic 2		with regard to Characteristic 2	
with regard to Characteristic 3		with regard to Characteristic 3	

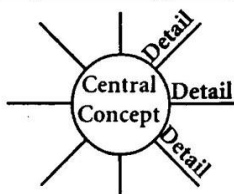
Compare & Contrast Chart

## Organizers

### Word Web



### Concept Map



## Concept Charts

Who
What
Where
When
Why

5W Chart

Looks
Tastes
Feels
Smells
Sounds

Senses Chart

Know	Wonder	Learned

Know-Wonder-Learned Chart

## Ideas for Concept Development Organizers

- Math**
  - Fractions, Decimals, Percents
  - Numbers
  - Operations (+, -, x, ÷)
  - Patterns
  - Place Value
  - Probability
  - Time, Money
- Language Arts**
  - Book, Poem, Story
  - Fairy Tale
  - Grammar
  - The Library
- Science**
  - Animal
  - Acid Rain
  - Adaptation
  - Dinosaurs
  - Electricity
  - Health
  - Human Body
  - Magnets
  - Rainforest
  - Seas
  - Solar System
  - Weather
- Social Studies**
  - Career
  - Culture
  - Current Event
  - Explorer
  - Historical Event
  - Mission
  - Native Americans
  - Neighborhood
  - President
  - State
  - War

1 (800) WEE CO-OP

© 2001 K&L



# More Great Graphic Organizers!

## Evaluation Organizers

### Evaluation Charts

<b>P</b>	<b>M</b>	<b>I</b>
Plus	Minus	Interesting

PMI Chart

<b>+</b>	<b>-</b>
Positive or Like or Agree	Negative or Dislike or Disagree

Plus/Minus T-Chart

### Scales

#### Agreement Scales

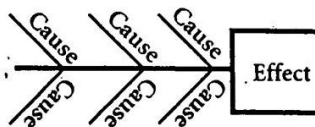


#### Evaluation Scale

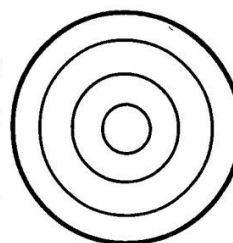


## Relational Organizers

### Fish Bone

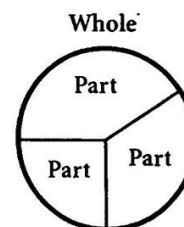


### Target



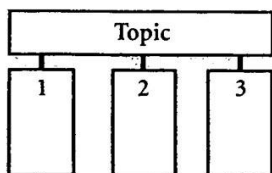
Embedded Concepts or Objects

### Pie Chart

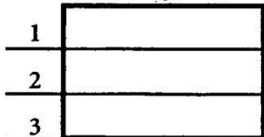


## Categorize/Classify Organizers

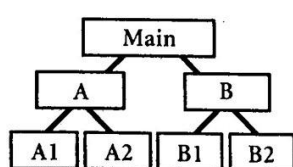
### Categories



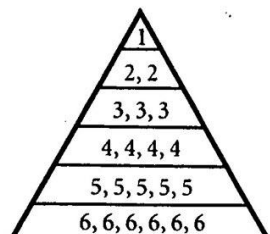
### Topic



### Tree



### Pyramid



Hierarchical

### Ideas for Categorize/Classify Organizers

#### Language Arts

- Common Nouns, Proper Nouns
- End Marks
- Nouns, Verbs, Adjectives, Adverbs
- Phonetic Sounds

#### Math

- Acute/Obtuse
- Coins
- Factor Tree
- Odd/Even Numbers
- Round Up/Round Down
- Shapes

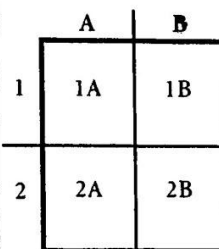
#### Science

- Birds, Mammals, Reptiles, Amphibians, Fish
- Carnivores, Herbivores, Omnivores
- Food Pyramid
- Pasta, Beans, Buttons, Nuts, Bolts, Screws
- Plants, Trees, Flowers
- Taxonomy
- Things That Walk, Fly, Swim
- Travel by Air, Land, Sea

#### Social Studies

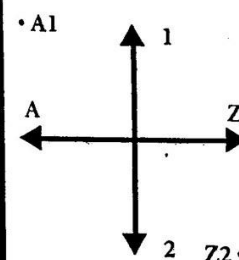
- Caste System
- Family Tree
- Military Rank
- North of, South of, East of, West of
- Social Stratification
- WWI/ WWII, Vietnam War/Korean War

### Matrix



2 x 2 Matrix

### Plot





# แผนผังความคิด (Graphic Organizers)

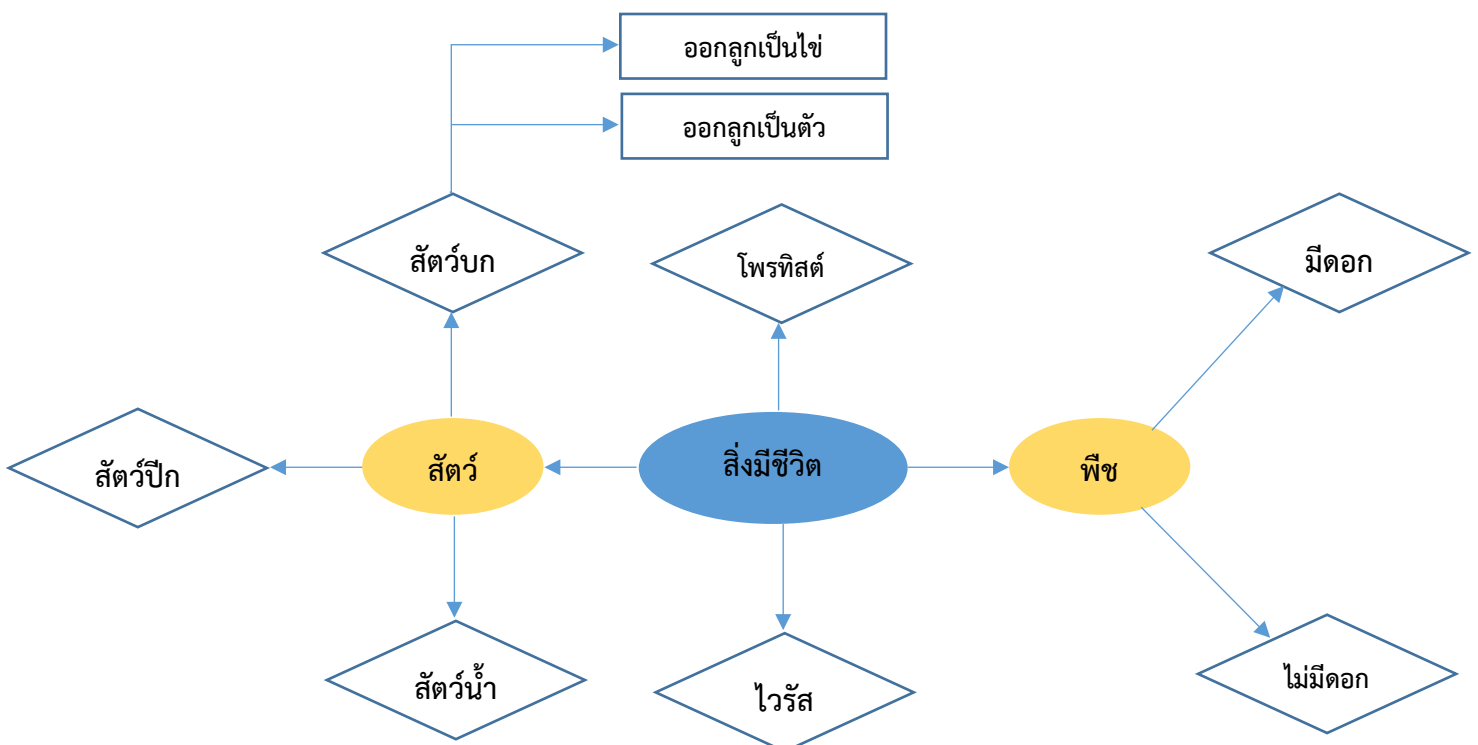


## แผนผังความคิด (Graphic Organizers)

แผนผังความคิด เป็นการฝึกให้ผู้เรียนรวบรวมข้อมูลหรือความรู้ จากการศึกษาค้นคว้า การอ่าน การฟังคำบรรยาย แล้วนำข้อมูลมาจัดกลุ่ม เขียนเป็นภาพแสดงให้เห็นถึงโครงสร้าง ความคิด กระบวนการคิด และความสัมพันธ์ของกระบวนการคิด โดยใช้รูปภาพ หรือแผนภาพ

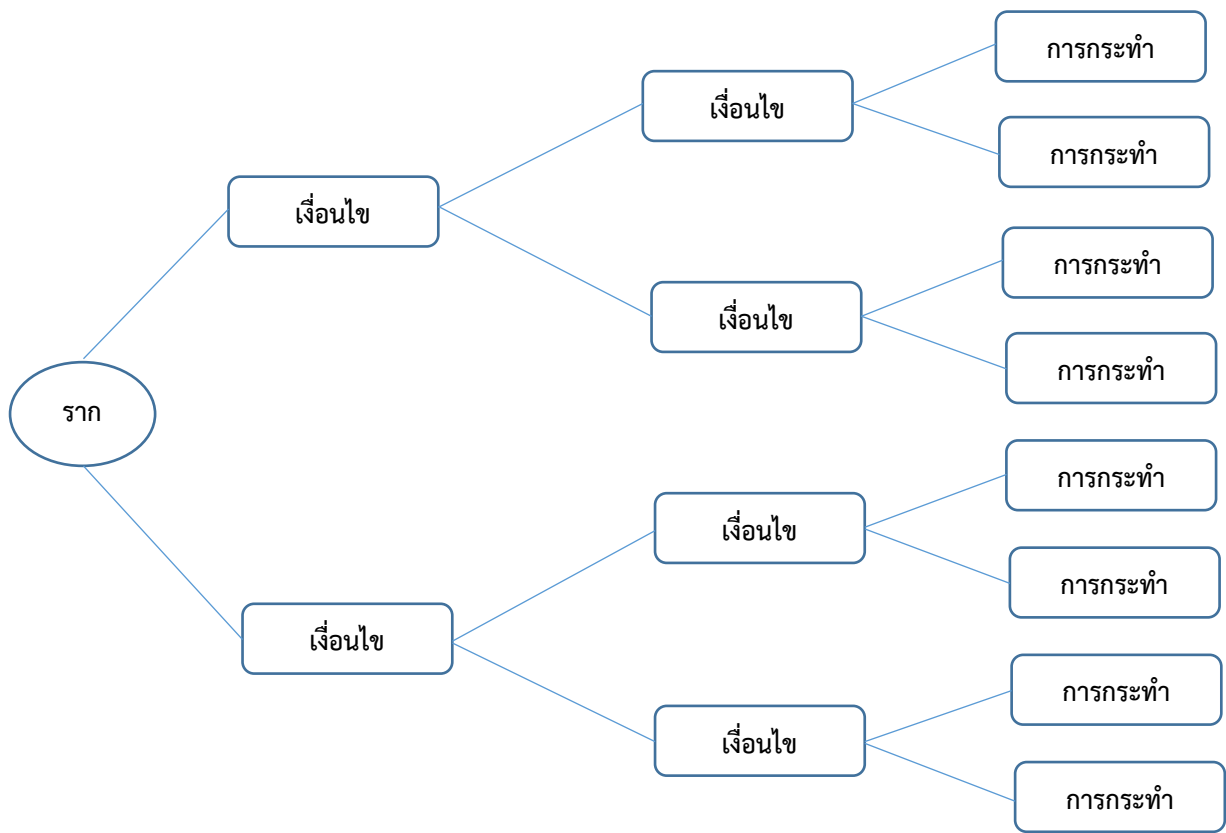
### ผังความคิด (Mind Mapping)

เป็นการแสดงโครงสร้างของความสัมพันธ์ของกระบวนการคิด ตั้งแต่ต้นจนจบ ช่วยให้เห็นภาพรวมของความคิดและเค้าโครงของความคิดในเรื่องที่กำลังคิด ทำให้มองเห็นความสัมพันธ์ของความคิด ทำได้โดยเขียนความคิดหลักไว้ตรงกลางและโยงเส้นให้สัมพันธ์กับความคิดรองความคิดย่อย และความคิดที่แยกย่อยที่มีความสัมพันธ์เชื่อมโยงกันก็ขยายได้ต่อไปอีก ไม่มีทิศทางที่กำหนดแน่นอนอนตายตัว ดังตัวอย่างต่อไปนี้



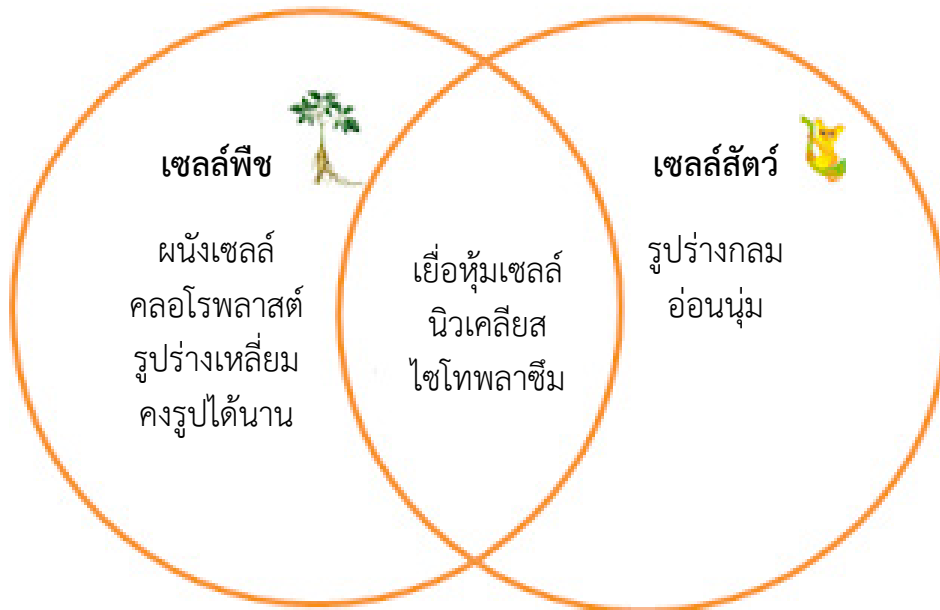
**ผังแสดงความสัมพันธ์แบบโครงสร้างต้นไม้ (Tree Structure)**

ผังแสดงความสัมพันธ์แบบโครงสร้างต้นไม้ จะใช้ในการแสดงความสัมพันธ์ของเรื่องที่มีความสำคัญลดหลั่นกันเป็นลำดับจากใหญ่ไปหาจุดเล็ก ๆ รูปร่างของการเขียนจะมีโครงสร้างลักษณะคล้ายต้นไม้ที่มีกิ่งก้านหรืออาจจะมีลักษณะคล้ายแผนภูมิการบริหารองค์กรวิธีการเขียนให้เริ่มต้นหัวข้อเรื่องไว้ข้างบนหรือตรงกลางแล้วลากเส้นให้เชื่อมโยงกับความคิดรวบยอดอื่น ๆ ที่มีความสำคัญรองลงไปตามลำดับ



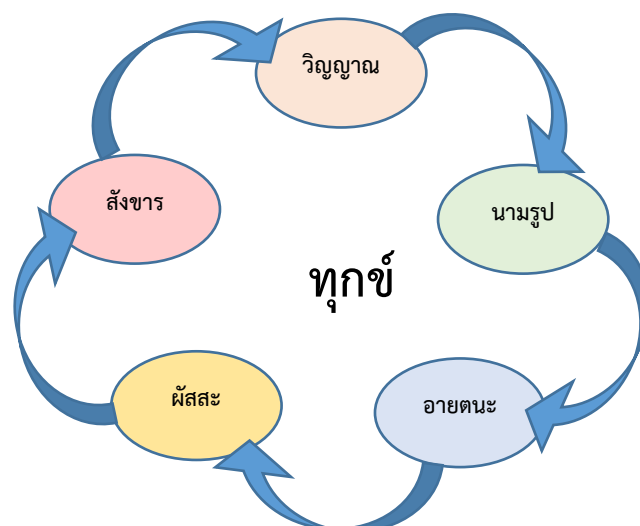
### ผังรูปแบบเวนน์ (Venn Diagram)

เป็นการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของสิ่งของหรือแนวคิดตั้งแต่ 2 สิ่งขึ้นไปว่าส่วนใดลักษณะใดที่มีความเหมือนหรือความต่างกัน เป็นการคิดแบบหาตัวร่วมในสิ่งที่เหมือนกัน ช่วยให้ผู้เรียนรู้จักจำแนกความเหมือนและความต่างของสิ่งของ สถานที่ และบุคคล หรืออื่น ๆ ได้ดี โดยการเขียนเป็นแผนภาพแสดงความสัมพันธ์ ดังตัวอย่างนี้



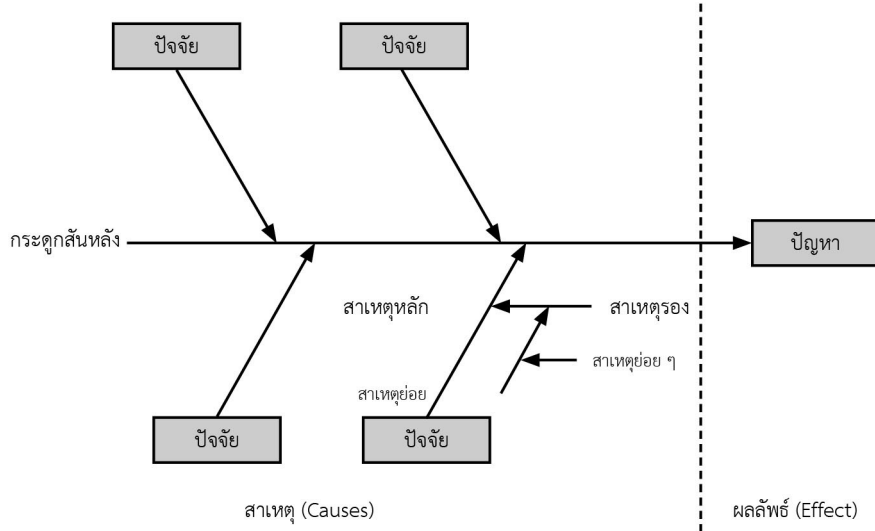
### ผังความคิดแบบวงจร (The Circle)

เป็นการคิดแบบเป็นวงจรหรือวงกลม โดยในวงกลมจะไม่มีจุดเริ่มต้นหรือจุดจบเพื่อเสนอขั้นตอนต่าง ๆ ที่สัมพันธ์เรียงลำดับเป็นวงกลม ตัวอย่างเช่น



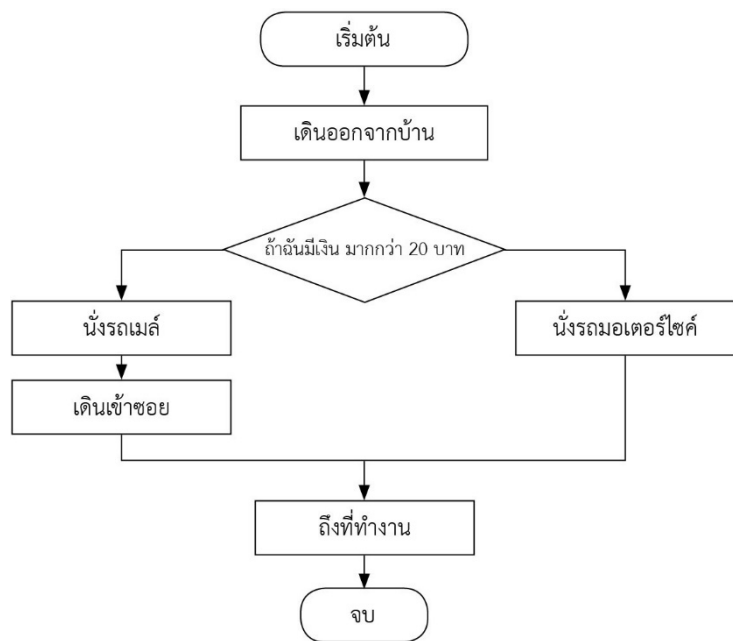
### ผังก้างปลา (The Fish Bone)

เป็นการคิดหาสาเหตุของปัญหา เช่น แดงหนิเรียน เพราะสาเหตุใด เป็นต้นการเขียนแผนผังทำได้ โดยกำหนดเรื่องแล้ว หาสาเหตุและผลต่าง ๆ ในแต่ละด้าน ตัวอย่างเช่น



### ผังแบบลำดับขั้นตอน (Sequence Chart)

แผนผังแบบลำดับขั้นตอนเป็นแผนผังที่แสดงให้เห็นถึงสภาพการณ์หรือเนื้อหาสาระที่เป็นกระบวนการเรียงตามลำดับขั้นตอน เป็นแผนผังที่แสดงให้เห็นถึงสภาพเหตุการณ์หรือเนื้อหาสาระที่เป็นกระบวนการเรียงตามลำดับต่อเนื่อง ตัวอย่างเช่น



ภาคผนวก ค.

บันทึกการเรียนรู้ (Learning Log)

## แบบบันทึกการเรียนรู้/อนุทินการเรียนรู้ (Learning Log)

### ชุดที่ 1

สิ่งที่ฉันชอบ คือ

---

---

สิ่งที่ฉันไม่ชอบ คือ

---

---

สิ่งที่ฉันยังไม่เข้าใจ คือ

---

---

### ชุดที่ 2

สิ่งใหม่ที่ไม่คาดคิดจากบทเรียนวันนี้ คือ

---

---

สิ่งที่ฉันชอบมากที่สุดจากบทเรียนวันนี้ คือ

---

---

สิ่งที่ฉันอยากรู้เพิ่มเติมไปจากบทเรียนวันนี้ คือ

---

---

### ชุดที่ 3

สิ่งหนึ่งที่ฉันได้เรียนรู้จากบทเรียนวันนี้ คือ

---

---

ฉันน่าจะเรียนรู้ได้ดีกว่านี้หาก

---

---

สิ่งที่ทำให้ฉันได้ใช้ความคิดจริง ๆ คือ

---

---

**ชุดที่ 4**

สิ่งที่ฉันสนใจมากเป็นพิเศษจากบทเรียนวันนี้ คือ

---



---

สิ่งที่ฉันยังไม่ค่อยเข้าใจจากบทเรียนวันนี้ คือ

---



---

สิ่งที่ฉันได้ประโยชน์มากที่สุดจากบทเรียนวันนี้ คือ

---



---

**ชุดที่ 5**

หนึ่ง สิ่งที่ฉันได้เคยเรียนมาแล้ว คือ

---



---

สอง คำถามที่ฉันยังต้องการคำตอบเพิ่มเติม คือ

---



---

สาม สิ่งที่ฉันได้เรียนรู้จากบทเรียนวันนี้ คือ

---



---

**ชุดที่ 6**

จากบทเรียนวันนี้...

สิ่งที่ดำเนินไปได้ดี คือ

---



---

สิ่งที่เราควรปรับให้ดีขึ้นได้ คือ

---



---

ปัญหาที่เกิดขึ้น คือ

---



---

**ชุดที่ 7** (กิจกรรมกลุ่ม /โครงการ - เด็กเล็ก)

1. วันนี้ฉันทำ/เขียน

.....  
.....

2. ฉันพูดคุยเกี่ยวกับ

.....  
.....

3. ฉันเขียน

.....  
.....

4. ปัญหาอย่างหนึ่งของฉันในวันนี้ คือ

.....  
.....

5. ขึ้นต่อไปฉันจะ

.....  
.....

**ชุดที่ 8** (กิจกรรมกลุ่ม/โครงการ - เด็กโต)

1. สิ่งที่ฉันและกลุ่มทำได้ในวันนี้คือ

.....  
.....

2. ถ้าได้รับมอบหมายให้ทำงานแบบเดิมอีกครั้ง ฉันจะทำอะไรที่ต่างไปจากเดิมบ้าง

.....  
.....

3. ส่วนที่ฉันยังต้องการความช่วยเหลือในการปรับปรุงงานให้ดีขึ้น

.....  
.....

4. ข้อบันทึกเพิ่มเติม

.....  
.....





## สามเหลี่ยมการเรียนรู้ของฉัน

ชื่อ-สกุล .....

วัน เดือน ปี : .....

1. สิ่งที่ผมรู้มาแล้ว

2. คำถามที่ผมอยากได้คำตอบ

3. สิ่งที่ผมเรียน  
และเข้าใจดี  
ในบทเรียนวันนี้

## บันทึกการย้อนคิดและไตร่ตรองสิ่งที่เรียนรู้

ชื่อ-สกุล .....	วัน เดือน ปี : .....
-----------------	----------------------

คำชี้แจง : นักเรียนเลือกตอบคำถามข้างล่าง 2 ข้อ เขียนลงในแผ่นกระดาษแล้วนำไปติดตามช่องของคำถาม

<b>สิ่งดี ๆ ที่เกิดขึ้นในการเรียนวันนี้</b>	<b>สิ่งใดที่ฉันน่าจะทำได้ดีกว่านี้</b>
<b>คำถาม ฉันอยากทราบคำตอบ</b>	<b>สิ่งที่เป็นปัญหาของฉัน คือ</b>

**คณะจัดทำคู่มือครูและแผนการจัดการเรียนรู้ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น**  
**เพื่อการเรียนการสอนทางไกลผ่านดาวเทียม (DLTV)**  
**มูลนิธิการศึกษาทางไกลผ่านดาวเทียม ในพระบรมราชูปถัมภ์**

**ที่ปรึกษา**

- |    |                                  |  |
|----|----------------------------------|--|
| 1. | รองศาสตราจารย์ นราพร จันทร์โอชา  | รองประธานกรรมการบริหาร<br>มูลนิธิการศึกษาทางไกลผ่านดาวเทียม ในพระบรมราชูปถัมภ์       |
| 2. | พลอากาศโท ภัคดี แสง-ชูโต         | เลขาธิการ<br>มูลนิธิการศึกษาทางไกลผ่านดาวเทียม ในพระบรมราชูปถัมภ์                    |
| 3. | นายอนุสรณ์ พูเจริญ               | ผู้ช่วยเลขาธิการ<br>มูลนิธิการศึกษาทางไกลผ่านดาวเทียม ในพระบรมราชูปถัมภ์             |
| 4. | รองศาสตราจารย์ เฉลียวศรี พิบูลชล | กรรมการบริหารมูลนิธิการศึกษาทางไกลผ่านดาวเทียม<br>ในพระบรมราชูปถัมภ์                 |
| 5. | นายเชิดศักดิ์ ศรีศักดิ์วิชัย     | หัวหน้าสำนักงาน<br>มูลนิธิการศึกษาทางไกลผ่านดาวเทียม ในพระบรมราชูปถัมภ์              |
| 6. | นายบุญรักษ์ ยอดเพชร              | เลขาธิการคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน   |
| 7. | นางสาวนิจสุดา อภินันทาภรณ์       | ผู้อำนวยการสำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา<br>สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา          |
| 8. | นางสาวรัตนา แสงบัวเพื่อน         | ผู้อำนวยการกลุ่มพัฒนาหลักสูตรและมาตรฐานการเรียนรู้<br>สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา |
| 9. | นางผานิต ทวีศักดิ์               | ผู้อำนวยการกลุ่มพัฒนากระบวนการเรียนรู้<br>สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา             |

**คณะจัดทำคู่มือครูและแผนการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2**

- |    |                         |  |
|----|-------------------------|--|
| 1. | นางยุพดี มงคลจินดาวงศ์  | ข้าราชการบำนาญ   |
| 2. | นางสาวพนิดา พิสิฐอมรชัย | ข้าราชการบำนาญ   |
| 3. | นายวชิรตล คำศิริรักษ์   | ศึกษานิเทศก์<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 21                        |
| 4. | นางสาวพัชชา บุญहार      | ครู โรงเรียนบ้านบึง (ศรีราชา)<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาชลบุรี เขต 3  |
| 5. | นางสาวปรมาภรณ์ อ่อนนุ่ม | ครู โรงเรียนสวนป่าอุปถัมภ์<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาฉะเชิงเทรา เขต 2 |
| 6. | นางฐิติมา ไชยวรรณ       | ครู โรงเรียนบ้านควนยวน<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาพัทลุง เขต 2         |
| 7. | นางรสริน อะปะหัง        | ครู โรงเรียนชุมชนบ้านช่าง<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาบึงกาฬ            |

- |     |                          |   |
|-----|--------------------------|---|
| 8.  | นางสาวปาณิสรา จันทร์สุข  | ครู โรงเรียนหนองแขงวิทยา<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาอุดรธานี เขต 3                          |
| 9.  | นางนิศารัตน์ นวลประจักษ์ | ครู โรงเรียนศรีขวัญเมือง<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาอุดรธานี เขต 3                          |
| 10. | นางอังคณา แก้วไชย        | ครู โรงเรียนบ้านหนองหาน (วันครู 2502)<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาอุดรธานี เขต 3             |
| 11. | นายสุวัชชัย หมุนสมัย     | ครู โรงเรียนมัธยมวัดดุสิตาราม<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 1                             |
| 12. | นางศรีญ์รัชต์ แก้ววิมล   | ครู โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาพัฒนาการ รัชดา<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2                 |
| 13. | นางศศิธร ช่างสุวรรณ      | ครู โรงเรียนจันทร์หุ่นบำเพ็ญ<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2                              |
| 14. | นายชาคริต แจ่มศรี        | ครู โรงเรียนบดินทรเดชา (สิงห์ สิงหเสนี)<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2                   |
| 15. | นางสาวธัญทิพา พอนอ่วม    | ครู โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาพัฒนาการ นนทบุรี<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 3               |
| 16. | นายภูมิพัฒน์ รัตอัน      | ครู โรงเรียนหอวัง ปทุมธานี<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 4                                |
| 17. | นางสาววิรมณ บั๊นงาม      | ครู โรงเรียนสตรีอ่างทอง<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 5                                   |
| 18. | นางสาวกนกประภา ขาวเผือก  | ครู โรงเรียนสนามชัยเขต<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 6                                    |
| 19. | นายพรเทพ พรมตา           | ครู โรงเรียนเบญจมราชารังสฤษฏ์<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 6                             |
| 20. | นายปิยวิทย์ เหลืองระลึก  | ครู โรงเรียนเฉลิมพระเกียรติสมเด็จพระศรีนครินทร์ กาญจนบุรี<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 8 |
| 21. | นางสาวศรัญญา จินดา       | ครู โรงเรียนท่าม่วงราษฎร์บำรุง<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 8                            |
| 22. | นางสาวอภिरดา ทั่นเส็ง    | ครู โรงเรียนวิสุทธิรังษี<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 8                                  |
| 23. | นายสิทธิชัย น้อยราษฎร์   | ครู โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 9                                |
| 24. | นางสาวขวัญหทัย พิกุลทอง  | ครู โรงเรียนสวนแตงวิทยา<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 9                                   |
| 25. | นายศักรินทร์ ชูรีรัง     | ครู โรงเรียนเชียงคาน<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 19                                     |
| 26. | นางสาววาสนา ผลาผล        | ครู โรงเรียนหนองหินวิทยาคม<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 19                               |

27. นางสาวยุพิน ปะวะเสนัง ครู โรงเรียนบ้านดุงวิทยา  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 20
28. นางพรพรรณ ศรีชุย ครู โรงเรียนสตรีราชินูทิศ  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 20
29. นายธีระเชษฐ์ จันทะมนตรี ครูโรงเรียนหนองหานวิทยา  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 20
30. นางสาวรัตน์ศุภณัฎดา ขาวกฤษร ครู โรงเรียนกุมภวาปี  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 20
31. นางเจริญขวัญ นำพา ครู โรงเรียนหนองหานวิทยา  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 20
32. นายประดิษฐ์ ศรีชุย ครู โรงเรียนพิบูลย์รักษ์พิทยา  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 20
33. นายคำสา สุโพธิ์ ครู โรงเรียนอุดรพัฒนาการ  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 20
34. นายโชคชัย ศรีวิโรจน์วงศ์ ครู โรงเรียนโคกคอนวิทยาคม  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 21
35. นายวุฒิไกร คำแฝง ครู โรงเรียนบึงกาฬ  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 21
36. นางสาววิชุดา หนูจันทร์ ครู โรงเรียนสังคมิวิทยา  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 21
37. นางสาวสุภาพร โคตรวิทย์ ครู โรงเรียนกุดบงพิทยาคาร  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 21
38. นางวรรณภา ต่อติด ครู โรงเรียนปากสวายพิทยาคม  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 21
39. นางสาววิมลรัตน์ สี่พิมสอ ครู โรงเรียนฝางพิทยาคม  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 21
40. นางจิตรมาศ คำดีบุญ ครู โรงเรียนชุมพลโพธิ์พิสัย  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 21
41. นางสาวทัศนารถ ศรีจันดี ครู โรงเรียนพรเจริญวิทยา  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 21
42. นายจรูญชัย อนุศาสน์ ครู โรงเรียนมัธยมวานรนิวาส  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 23
43. นางปัทมา ชันท์ชลลา ครู โรงเรียนยางตลาดวิทยาคาร  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 24
44. นางสาวเกษณีย์ ยอดไพอินทร์ ครู โรงเรียนพุทไธสง  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 32
45. นายชาญชัย หาญสีนาค ครู โรงเรียนหนองก๊กพิทยาคม  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 32

- |     |                                    |   |
|-----|------------------------------------|---|
| 46. | นายณฤพนธ์ สายเสมา                  | ครู โรงเรียนสุรวิทยาคาร<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 33  |
| 47. | นางสาวจันทิมา กุลศรี               | ครู โรงเรียนอุทัยวิทยาคม<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 42 |
| 48. | นายไชยโพธิ์ ร่มโพธิ์               | ครู โรงเรียนอุทัยวิทยาคม<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 42 |
| 49. | นางสาวชญาภา ราชวานิชย์             | ครู โรงเรียนวังไกลกังวล ในพระบรมราชูปถัมภ์                              |
| 50. | นางสาวปัทมา สารระเกตุ              | ครู โรงเรียนวังไกลกังวล ในพระบรมราชูปถัมภ์                              |
| 51. | ว่าที่ร้อยตรีหญิง กมลชนก มีหลาย    | ครู โรงเรียนวังไกลกังวล ในพระบรมราชูปถัมภ์                              |
| 52. | ว่าที่ร้อยตรีหญิง ชุติมา วรรณรักษ์ | ครู โรงเรียนวังไกลกังวล ในพระบรมราชูปถัมภ์                              |
| 53. | นางสาวนงค์นุช สุกใส                | ครู โรงเรียนวังไกลกังวล ในพระบรมราชูปถัมภ์                              |

**คณะปรับปรุงคู่มือครูและแผนการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2**

- |    |                        |  |
|----|------------------------|--|
| 1. | นางสาวศรัญญา จินดา     | ครู โรงเรียนท่าม่วงราษฎร์บำรุง<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา 8   |
| 2. | นางสาววิชุดา หนูจันทร์ | ครู โรงเรียนสังคมิวิทยา<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา 21         |
| 3. | นายสิทธิชัย น้อยราษฎร์ | ครู โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 9   |
| 4. | นางปัทมิตตา ชันท์ชลา   | ครู โรงเรียนยางตลาดวิทยาคาร<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 24 |
| 5. | นางพรพรรณ ศรีชุย       | ครู โรงเรียนสตรีราชินูทิศ<br>สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 20   |

คณะกรรมการและจัดทำรูปเล่มคู่มือครูและแผนการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2

1.	นายอนุสรณ์ พูเจริญ	ผู้ช่วยเลขาธิการ มูลนิธิการศึกษาทางไกลผ่านดาวเทียม ในพระบรมราชูปถัมภ์	ประธานกรรมการ
2.	นางราตรี ศรีไพรวรรณ	ผู้อำนวยการโรงเรียนวังไกลกังวล ในพระบรมราชูปถัมภ์	กรรมการ
3.	นายธีระพล แข่งขวา	รองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ มัธยมศึกษา โรงเรียนวังไกลกังวล ในพระบรมราชูปถัมภ์	กรรมการ
4.	นางวิภา ตันฑุลพงษ์	รองหัวหน้าสำนักงาน มูลนิธิการศึกษาทางไกลผ่านดาวเทียม ในพระบรมราชูปถัมภ์	กรรมการ
5.	นางสาวพนิดา พิสิฐอมรชัย	ข้าราชการบำนาญ	คณะทำงาน
6.	นางยุพดี มงคลจินดาวงศ์	ข้าราชการบำนาญ	คณะทำงาน
7.	นายสิทธิชัย น้อยราษฎร์	ครู โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย จ.นครปฐม สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 9	คณะทำงาน
8.	นางสาวศรินทิพย์ บุญเต็ม	ครู โรงเรียนพระยาประเสริฐสุนทราศรัย (กระจ่าง สิงหเสนี)	คณะทำงาน
9.	นางสาวปวีณา ไคว่จำรัส	ครู โรงเรียนพระยาประเสริฐสุนทราศรัย (กระจ่าง สิงหเสนี)	คณะทำงาน
10.	นางสาวชุตินา จงใจงาม	ครู โรงเรียนพระยาประเสริฐสุนทราศรัย (กระจ่าง สิงหเสนี)	คณะทำงาน
11.	นางสาวณัฐกานต์ ชันทะสิทธิ์	ครู โรงเรียนพระยาประเสริฐสุนทราศรัย (กระจ่าง สิงหเสนี)	คณะทำงาน
12.	นางสาวสาวิตรี ศรีโนนยาง	ครู โรงเรียนวัดอภัยการาม สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา ประถมศึกษาปทุมธานี เขต 2	คณะทำงาน
13.	นางสาวสุนิสา ถาปิ่นแก้ว	ครู โรงเรียนวัดคุณหญิงส้มจีน มิตรภาพที่ 64 สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาปทุมธานี เขต 2	คณะทำงาน
14.	นางศิริรัตน์ มูลไชยศรี	นักทรัพยากรบุคคล มูลนิธิการศึกษาทางไกลผ่านดาวเทียม ในพระบรมราชูปถัมภ์	คณะทำงาน
15.	นางสาวทิพจุฑา ชุนเกษ	นักทรัพยากรบุคคล มูลนิธิการศึกษาทางไกลผ่านดาวเทียม ในพระบรมราชูปถัมภ์	คณะทำงาน
16.	นางสาววรรณวิษา ภูพานทอง	นักวิชาการศึกษา มูลนิธิการศึกษาทางไกลผ่านดาวเทียม ในพระบรมราชูปถัมภ์	คณะทำงาน
17.	นางสาวกมลชนก ดวงคำ	นักวิชาการศึกษา มูลนิธิการศึกษาทางไกลผ่านดาวเทียม ในพระบรมราชูปถัมภ์	คณะทำงาน
18.	นางสาวณัฐพร เผือดจันทิก	นักวิชาการศึกษา มูลนิธิการศึกษาทางไกลผ่านดาวเทียม ในพระบรมราชูปถัมภ์	เลขานุการ

**รายชื่อคณะกรรมการ**  
**สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา**  
**สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน**

---

1.	นางผาณิต ทวีศักดิ์	นักวิชาการศึกษา สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา
2.	นายเฉลิมชัย พันธุ์เลิศ	นักวิชาการศึกษา สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา
3.	นางสาวอรอร ฤทธิกลาง	นักวิชาการศึกษา สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา
4.	นายสุรศักดิ์ ศรีสวัสดิ์	นักวิชาการศึกษา สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา
5.	นางเกศกัญญา อนุกุล	นักวิชาการศึกษา สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา
6.	นายเฉลิมชัย พันธุ์เลิศ	นักวิชาการศึกษา สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา
7.	นายนพพร แสงอาทิตย์	นักวิชาการศึกษา สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา
8.	นายเอกสิทธิ์ ปิยะแสงทอง	นักวิชาการศึกษา สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา
9.	นางสาวภัทรา ต่านวิวัฒน์	นักวิชาการศึกษา สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา
10.	นางสาวอริฐาน คงช่วยสถิตย์	นักวิชาการศึกษา สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา
11.	นายอภิศักดิ์ สิทธิเวช	นักวิชาการศึกษา สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา
12.	นางสาวบุญกัญฐพันธ์ วัลย์มาลี	เจ้าพนักงานธุรการ สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา
13.	นางสาวปรมาพร เรืองเจริญ	พนักงานธุรการ สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา
14.	นางสาวอริยาวรรณ สอดแสงจันทร์	พนักงานธุรการ สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา
15.	นางสาวศินี เขียวเขิน	นักวิชาการศึกษา สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา





# การติดต่อ รับข้อมูลข่าวสาร

1. มุลินิการศึกษาทงไกลผ่านดาวเทียม ในพระบรมราชูปถัมภ์  
เลขที่ 214 ถนนนครสวรรค์ แขวงวัดโสมนัส เขตป้อมปราบศัตรูพ่าย กรุงเทพมหานคร 10100  
โทร. 0 2282 6734 โทรสาร 0 2282 6735
2. สถานีวิทยุโทรทัศน์การศึกษาทงไกลผ่านดาวเทียม  
ซอยหัวหิน 35 ถนนเพชรเกษม ตำบลหัวหิน อำเภอหัวหิน จังหวัดประจวบคีรีขันธ์ 77110  
โทร. 032 515 457-8 โทรสาร 032 515 951  
web@dltv.ac.th (ติดต่อเรื่องเว็บไซต์)  
dltv@dltv.ac.th (ติดต่อเรื่องทั่วไป)
3. โรงเรียนวังไกลกังวล ในพระบรมราชูปถัมภ์  
อำเภอหัวหิน จังหวัดประจวบคีรีขันธ์ 77110  
โทร. 032 522 347, 032 520 478 โทรสาร 032 520 478



Facebook : โรงเรียนวังไกลกังวล ในพระบรมราชูปถัมภ์



Website : <http://www.kkws.ac.th>

4. ช่องทางการติดตามข่าวสาร



Facebook : มุลินิการศึกษาทงไกลผ่านดาวเทียม ในพระบรมราชูปถัมภ์ DLTV



Website : <http://www.dltv.ac.th>