รายวิชา คณิตศาสตร์

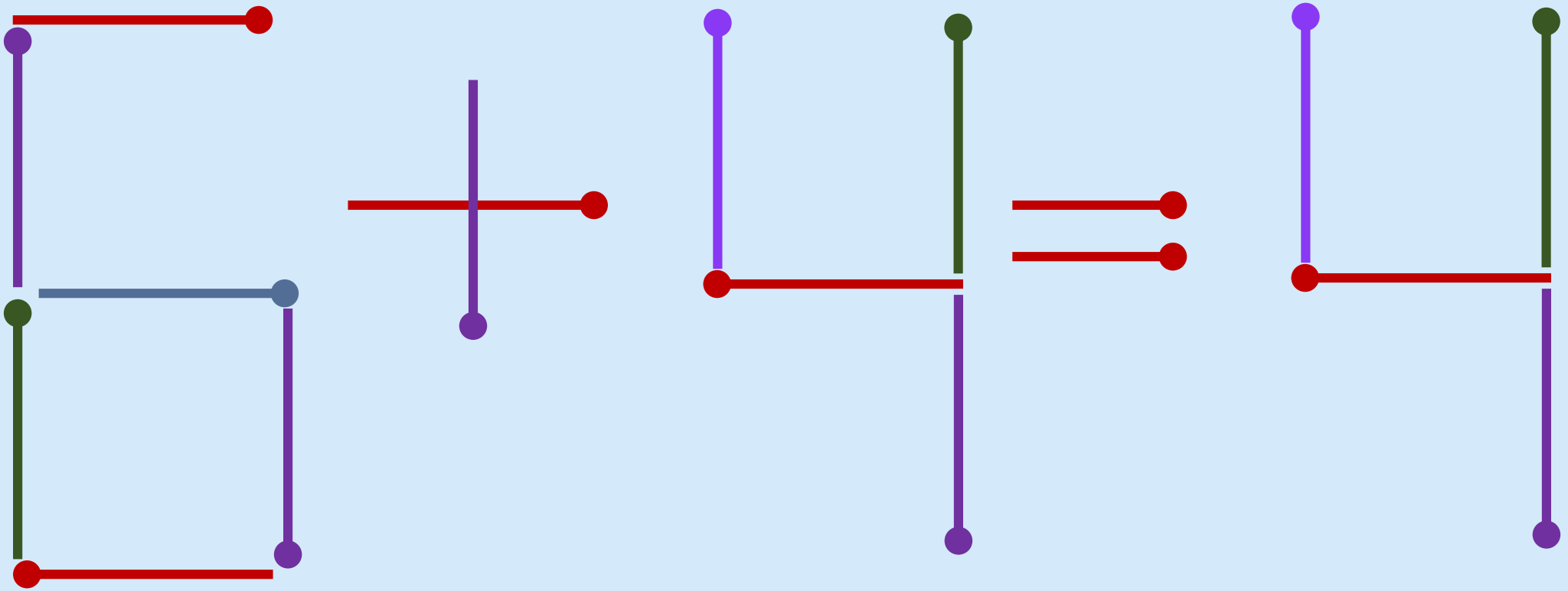
เรื่อง การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง (3)

รหัสวิชา ค22102
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
ผู้สอน ครูวิลาสินี สุขทอง

เรื่อง การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง (3)

ฝึกสมองก่อนเรียน

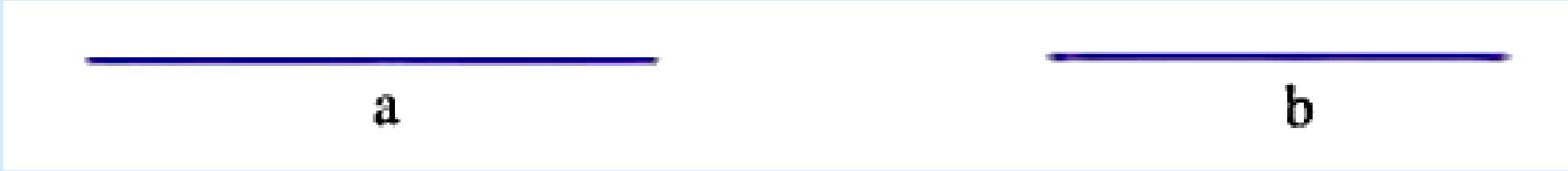
ให้ย้ายก้านไม้ขีดไฟได้เพียง 1 ชิ้น
แล้วทำให้สมการนี้เป็นจริง



ใบกิจกรรมที่ 4

ตัวอย่างที่ 1

จงสร้างรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานให้มุมมุมหนึ่งมีขนาดเท่ากับ 60° และด้านประกอบมุมนี้ยาวเท่ากับ a หน่วย และ b หน่วย



ตัวอย่างที่ 1

กำหนดให้ ส่วนของเส้นตรงสองเส้นยาว a หน่วย และ b หน่วย

ต้องการสร้าง รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มุมมุมหนึ่งมีขนาดเท่ากับ 60° และด้านประกอบมุม 60° ยาวเท่ากับ a หน่วย และ b หน่วย ตามลำดับ

ตัวอย่างที่ 1 : ขั้นตอนการสร้าง

1. สร้าง $X\hat{A}Y$ ให้มีขนาด 60°

2. ใช้จุด A เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีเท่ากับ a หน่วย เขียนส่วนโค้ง $\overrightarrow{AY}$ ที่จุด B

3. ใช้จุด A เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีเท่ากับ b หน่วย เขียนส่วนโค้ง $\overrightarrow{AX}$ ที่จุด D

4. ใช้จุด B เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีเท่ากับ b หน่วย เขียนส่วนโค้ง

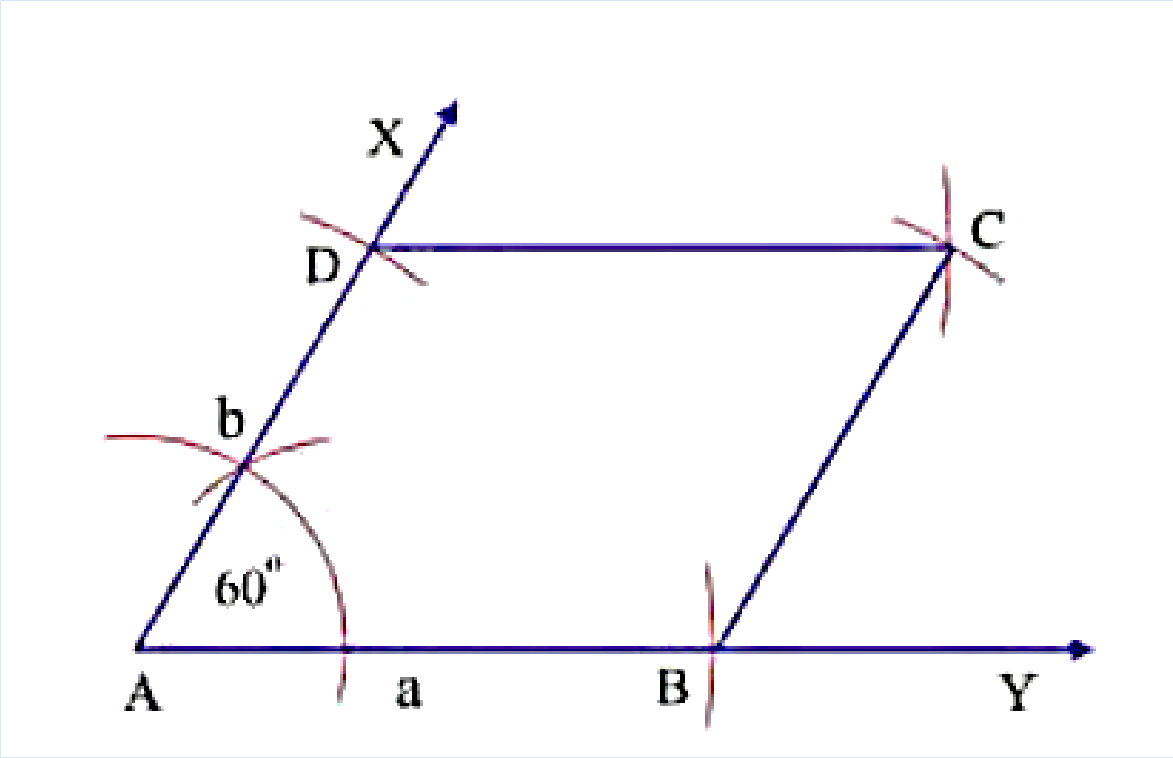
ตัวอย่างที่ 1 : ขั้นตอนการสร้าง

5. ใช้จุด D เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีเท่ากับ a หน่วย เขียนส่วนโค้งตัดกับส่วนโค้งในข้อ 4 ที่จุด C

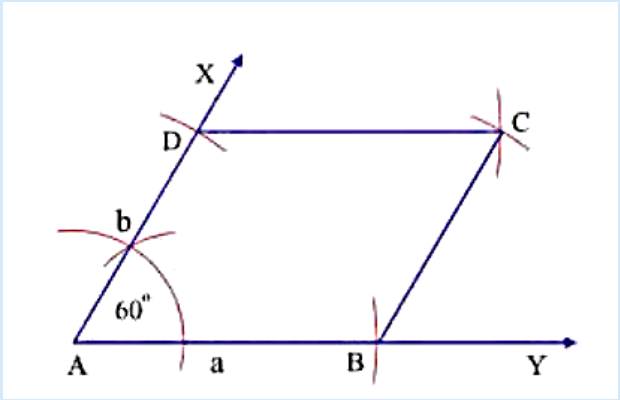
6. ลาก $\overline{BC}$ และ $\overline{DC}$

จะได้ $\square$ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มุมมุมหนึ่งมีขนาด 60° และมีด้านประกอบมุม 60° ยาว a หน่วย และ b หน่วย ตามลำดับ

ตัวอย่างที่ 1 : แนวการสร้าง



ตัวอย่างที่ 1 : พิสูจน์



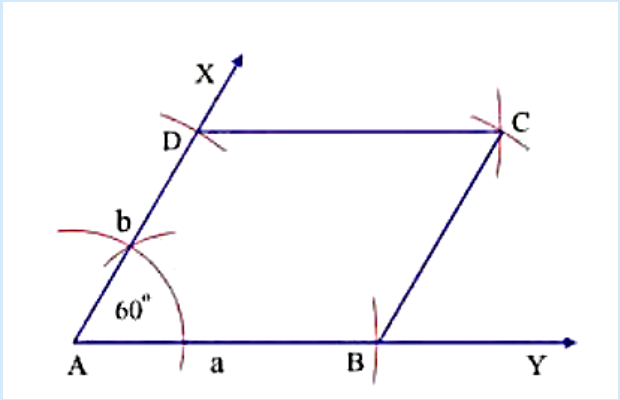
เนื่องจาก AB = DC = a หน่วย (จากการสร้าง)

เนื่องจาก AD = BC = b หน่วย (จากการสร้าง)

ดังนั้น □ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

(ถ้ารูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งมีด้านตรงข้ามยาวเท่ากันสองคู่
แล้วรูปสี่เหลี่ยมรูปนั้นเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน)

ตัวอย่างที่ 1 : พิสูจน์



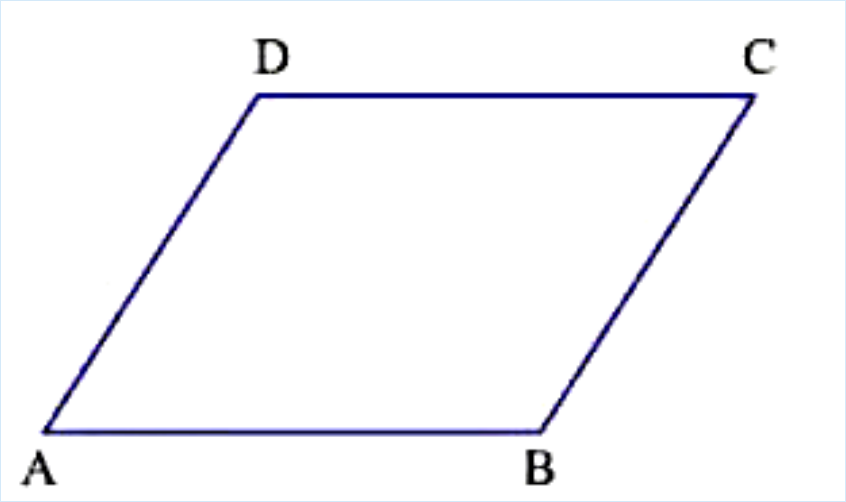
เนื่องจาก $D\hat{A}B = X\hat{A}Y = 60°$ (จากการสร้าง)

ดังนั้น $\square$ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มี $D\hat{A}B = 60°$

AB = a หน่วย และ AD = b หน่วย

ตัวอย่างที่ 2

จงสร้างรูปสามเหลี่ยมให้มีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่กำหนดให้ รูปสามเหลี่ยมที่สร้างมีได้กี่รูป



ตัวอย่างที่ 2

กำหนดให้ $\square ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

ต้องการสร้าง รูปสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของ $\square ABCD$

ตัวอย่างที่ 2 : ขั้นตอนการสร้าง

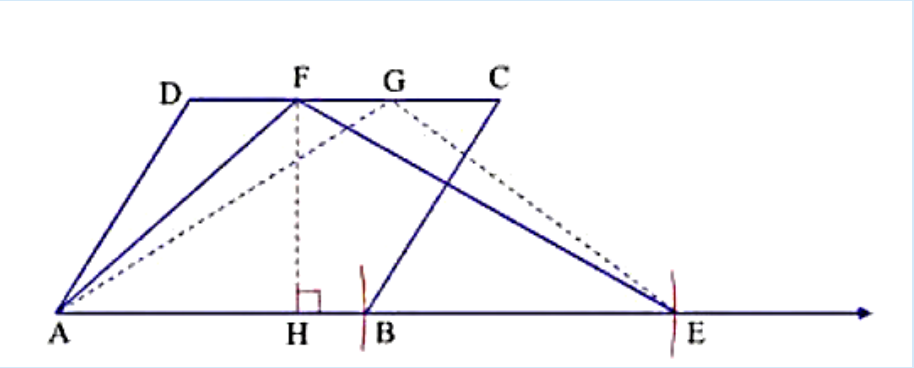
1. ต่อ $\overline{AB}$ ไปทางจุด B ให้มีความยาวพอสมควร

2. ใช้จุด B เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีเท่ากับ AB เขียนส่วนโค้งตัดส่วนต่อของ $\overline{AB}$ ที่จุด E

3. กำหนดจุด F เป็นจุดจุดหนึ่งบน $\overline{CD}$ ลาก $\overline{AF}$ และ $\overline{EF}$ แ

จะได้ Δ AEF มีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของ $\square$ ABCD

ตัวอย่างที่ 2 : พิสูจน์



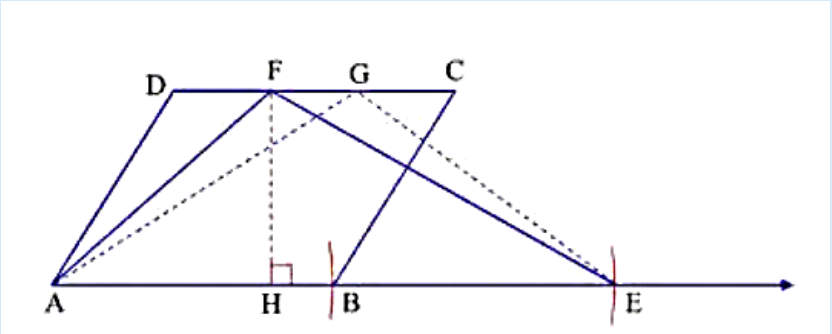
ลาก $\overline{FH}$ ตั้งฉากกับ $\overline{AB}$ ที่จุด H

เนื่องจาก AB = BE (จากการสร้าง)

จะได้ AE = 2AB (AE = AB + BE)

เนื่องจาก $\overline{AB}$ // $\overline{CD}$ (รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามขนานกันสองคู่)

ตัวอย่างที่ 2 : พิสูจน์



จะได้ $\overline{FH}$ เป็นส่วนสูงของ Δ AEF และ $\square$ ABCD

เนื่องจากพื้นที่ของ $\square$ ABCD $= AB \times FH$

และพื้นที่ของ Δ AEF $= \frac{1}{2} \times (2AB) \times (FH)$

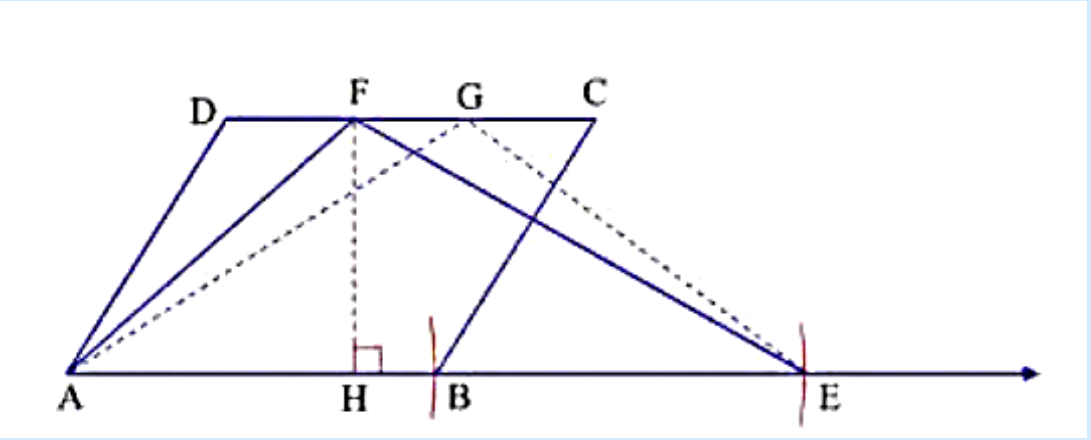
$= AB \times FH$

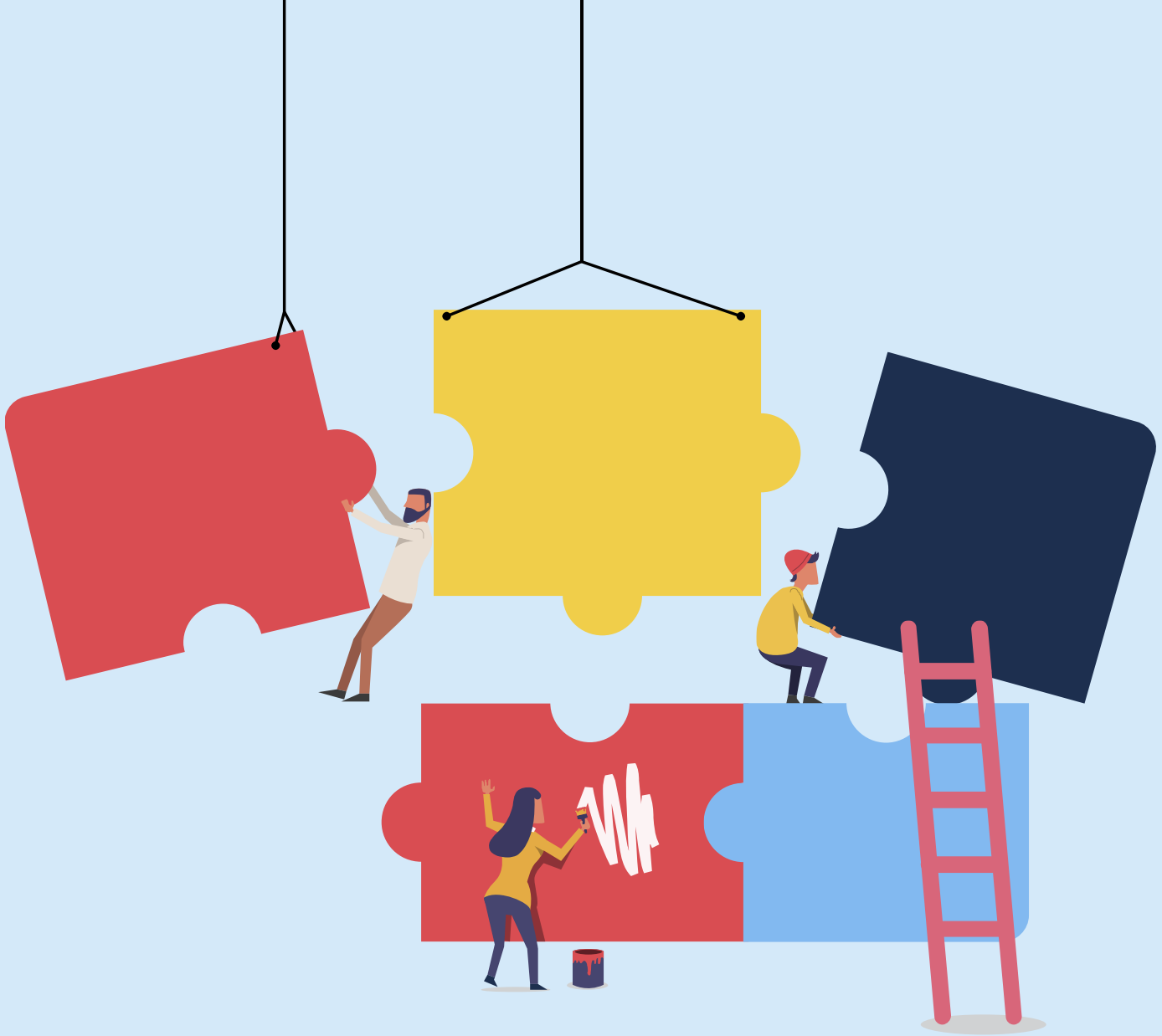
นั่นคือ พื้นที่ของ Δ AEF เท่ากับพื้นที่ของ $\square$ ABCD

ตัวอย่างที่ 2 : พิสูจน์

เนื่องจากจุด F เป็นจุดจุดหนึ่งบน $\overline{CD}$

ดังนั้น จึงสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของ □ ABCD ได้หลายรูป เช่น Δ AGE เป็นรูปสามเหลี่ยมอีกรูปหนึ่งที่มีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของ □ ABCD

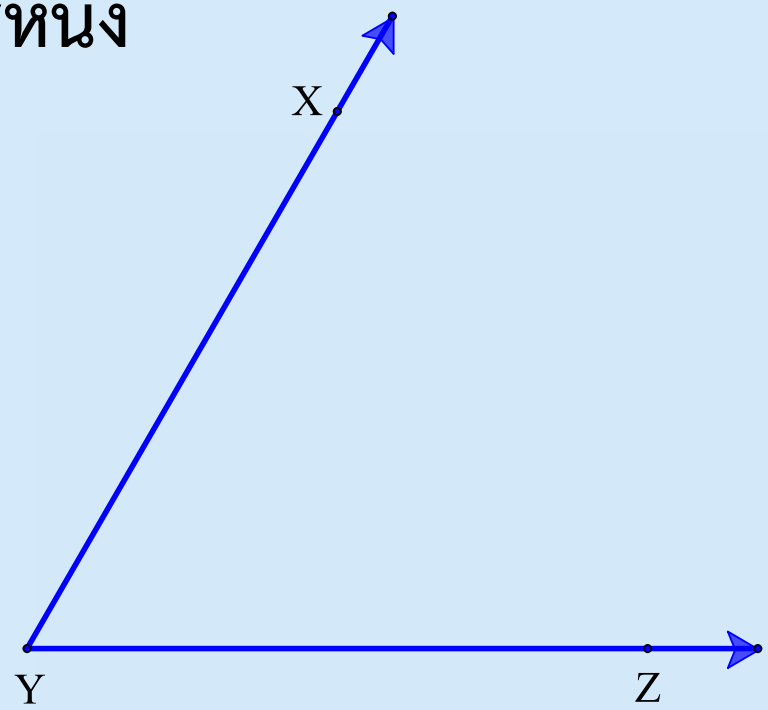




ใบงานที่ 5

ข้อที่ 1

ในการสร้างพื้นฐานนักเรียนเคยสร้างเส้นแบ่งครึ่งมุมที่กำหนดให้มาแล้ว ต่อไปนี้เป็นการสร้างเส้นแบ่งครึ่งมุมอีกวิธีหนึ่ง



ข้อที่ 1 : ขั้นตอนการสร้าง

ขั้นตอนการสร้าง เส้นแบ่งครึ่งมุม $X\hat{Y}Z$

1. ใช้จุด Y เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีพอสมควร เขียนส่วนโค้งตัด $\overrightarrow{YX}$ และ $\overrightarrow{YZ}$ ที่จุด P และจุด Q ตามลำดับ

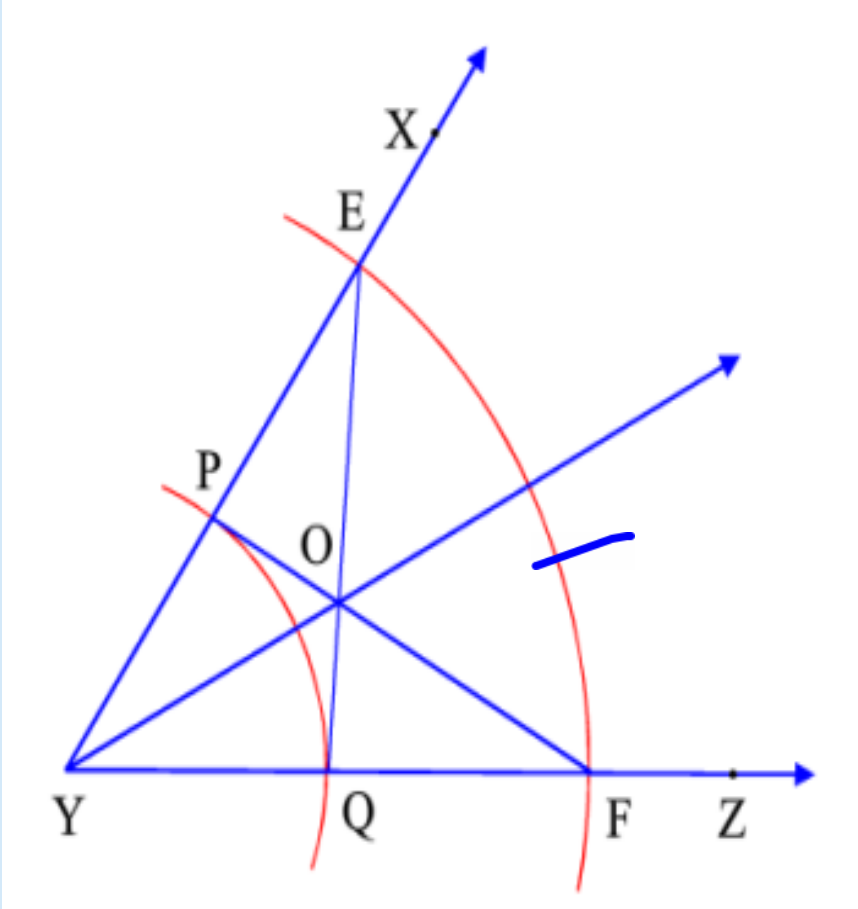
2. ใช้จุด Y เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีพอสมควรที่แตกต่างจากรัศมีที่ใช้ในข้อ 1 เขียนส่วนโค้งตัด $\overrightarrow{YX}$ และ $\overrightarrow{YZ}$ ที่จุด E และจุด F ตามลำดับ

ข้อที่ 1 : ขั้นตอนการสร้าง

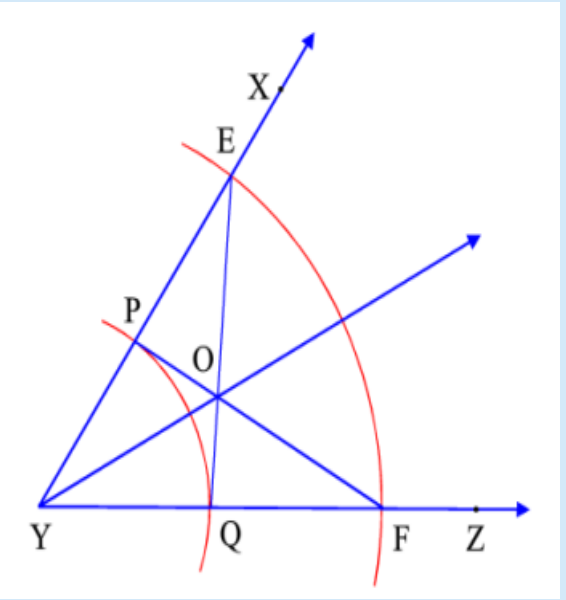
3. ลาก $\overline{EQ}$ และ $\overline{FP}$ ให้ตัดกันที่จุด O

4. ลาก $\overrightarrow{YO}$

จะได้ $\overrightarrow{YO}$ แบ่งครึ่งมุม $X\hat{Y}Z$



ข้อที่ 1 : พิสูจน์

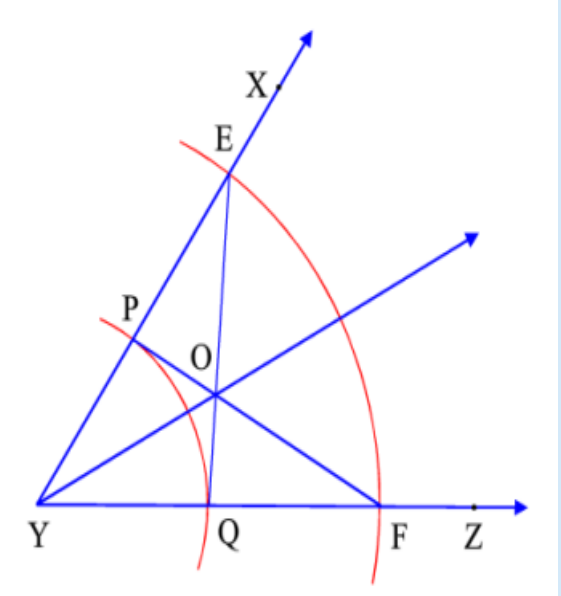


จงพิสูจน์ว่า $\overrightarrow{YO}$ แบ่งครึ่งมุม $X\hat{Y}Z$

$\Delta PYF \cong \Delta QYE$ (ด.ม.ด. เพราะ PY = QY, $P\hat{Y}F = Q\hat{Y}E$, YF = YE)

$Y\hat{F}P = Y\hat{E}Q$ (มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการจะมีขนาดเท่ากัน)

ข้อที่ 1 : พิสูจน์

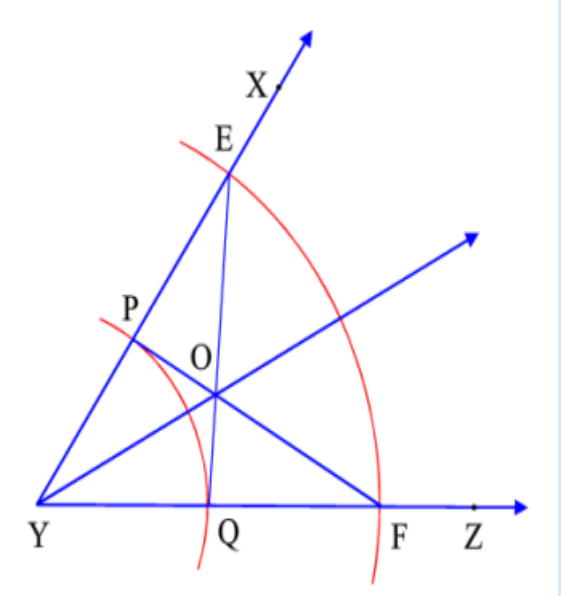


$Q\hat{O}F = P\hat{O}E$ (ถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดกัน แล้วมุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน)

$QF = PE$ (สมบัติของการเท่ากัน)

จะได้ $\Delta QOF \cong \Delta POE$ (ม.ม.ด.)

ข้อที่ 1 : พิสูจน์

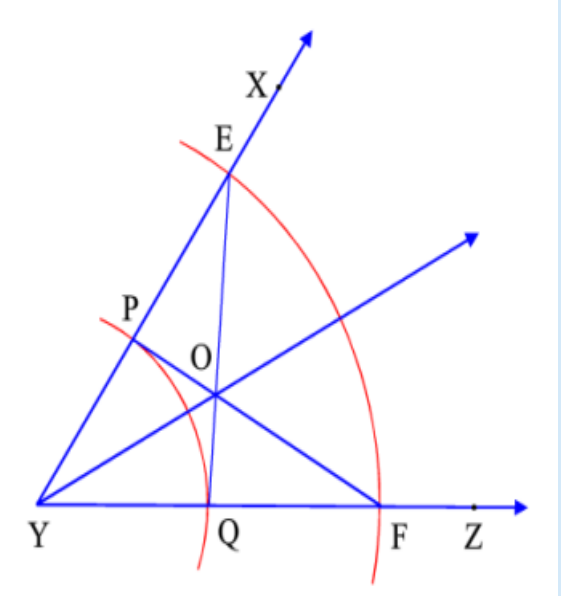


$OQ = OP$ (ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการจะยาวเท่ากัน)

เนื่องจาก $YO = YO$ ($\overline{YO}$ เป็นด้านร่วม)

จะได้ $\Delta YQO \cong \Delta YPO$ (ด.ด.ด)

ข้อที่ 1 : พิสูจน์



$P\hat{Y}O = Q\hat{Y}O$ (มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการจะมีขนาดเท่ากัน)

นั่นคือ $\overrightarrow{YO}$ แบ่งครึ่งมุม $X\hat{Y}Z$

บทเรียนครั้งต่อไป

บทที่ 4 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการ
ของรูปสามเหลี่ยม (1)

สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th