

# รายวิชา คณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค22102

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ผู้สอน ครูวิลาสินี สุขทอง

เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กัน  
แบบ ด้าน – มุม – ด้าน (2)



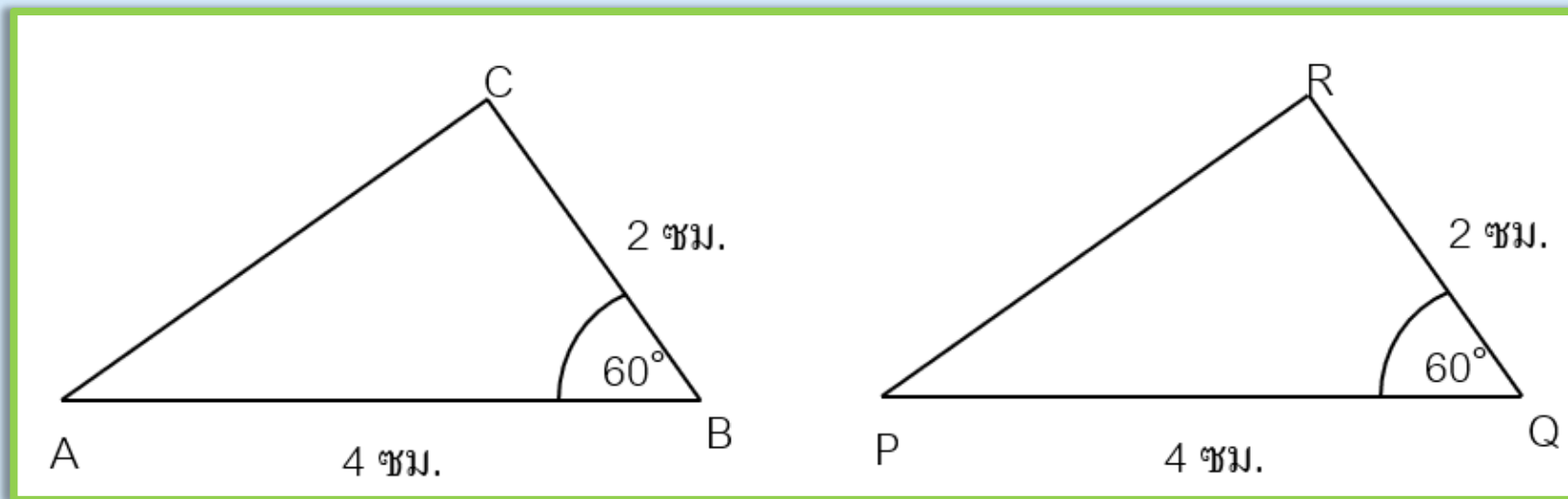
# รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน - มุม - ด้าน

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ  
ด้าน-มุม-ด้าน (ด.ม.ด) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่  
และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากัน  
แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ

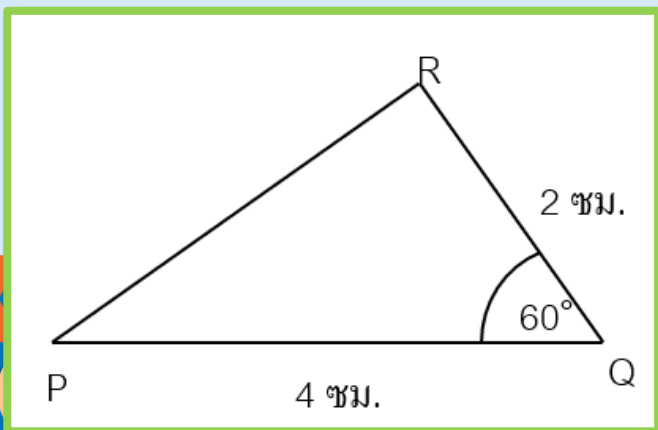
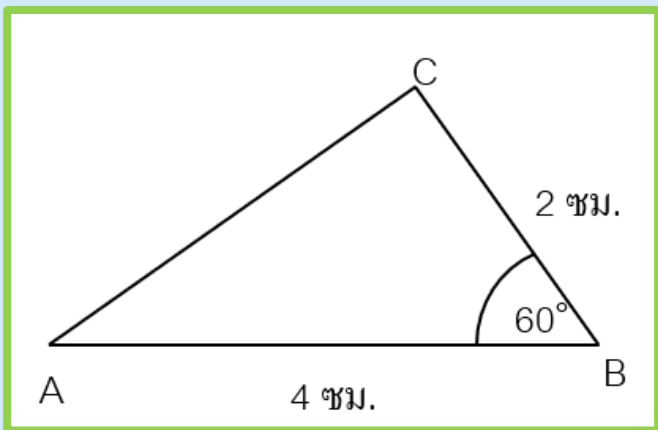


## ตัวอย่างที่ 1

จงแสดงว่ารูปสามเหลี่ยม ABC และรูปสามเหลี่ยม PQR เท่ากันทุกประการโดยใช้ความสัมพันธ์แบบ ด้าน - มุม - ด้าน



## ตัวอย่างที่ 1



วิธีทำ จากรูป กำหนดให้

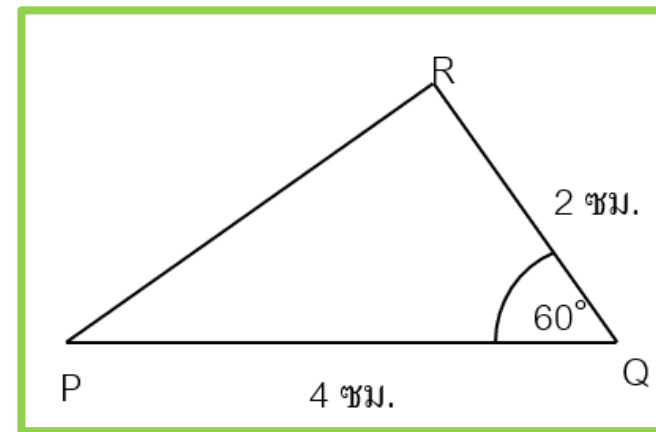
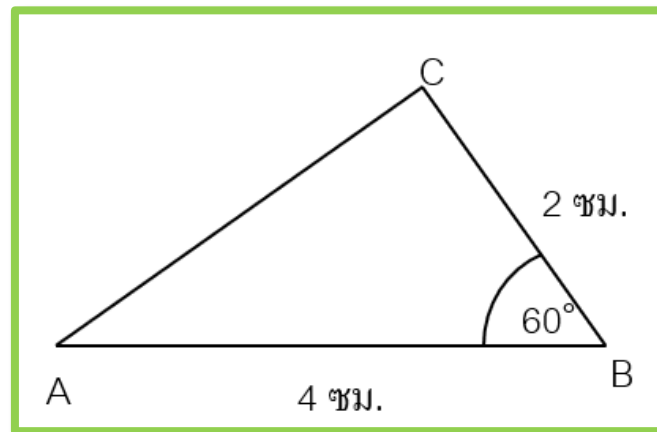
1.  $AB = PQ = 4$  ซม.

2.  $\hat{A}BC = \hat{P}QR = 60^\circ$

3.  $BC = QR = 2$  ซม.

ต้องการพิสูจน์ว่า  $\triangle ABC$  และ  $\triangle PQR$  เท่ากันทุกประการ

## ตัวอย่างที่ 1



## พิสูจน์

1.  $AB = PQ = 4$  ซม. (กำหนดให้)

2.  $\hat{A}BC = \hat{P}QR = 60^\circ$  (กำหนดให้)

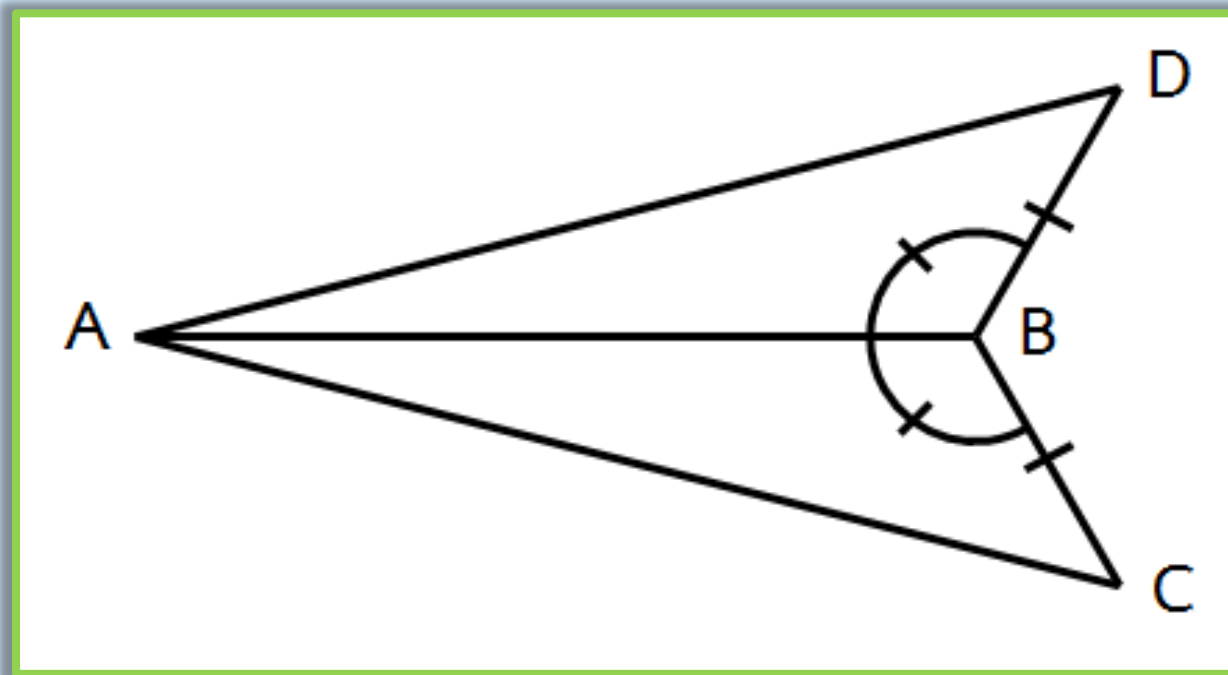
3.  $BC = QR = 2$  ซม. (กำหนดให้)

4.  $\triangle ABC \cong \triangle PQR$

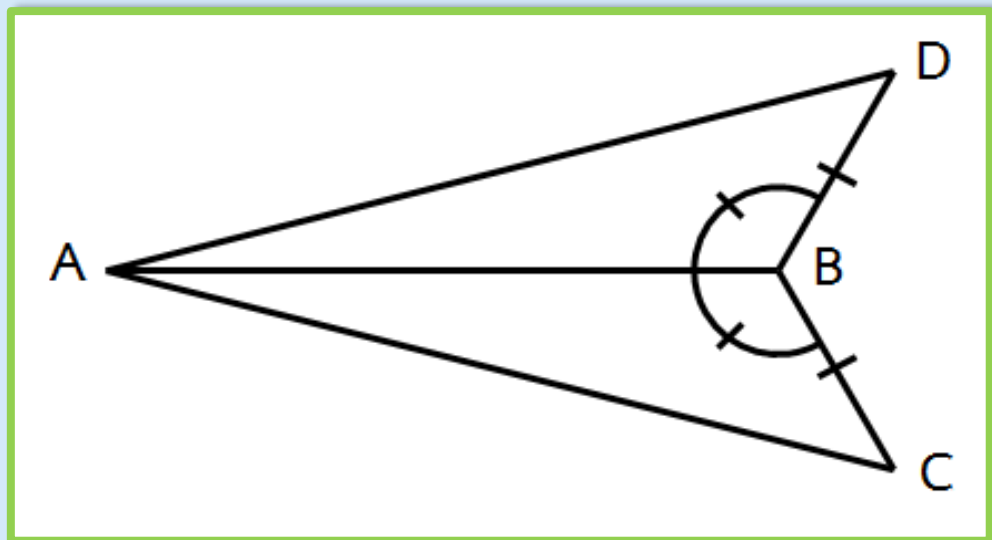
(มีความสัมพันธ์แบบ ด - ม - ด)

## ตัวอย่างที่ 2

กำหนดให้  $BC = BD$  และ  $\hat{A}BC = \hat{A}BD$   
จงแสดงว่าสามเหลี่ยม  $ABC$  เท่ากันทุกประการ  
กับรูปสามเหลี่ยม  $ABD$



## ตัวอย่างที่ 2



วิธีทำ จากรูป กำหนดให้

1.  $BC = BD$

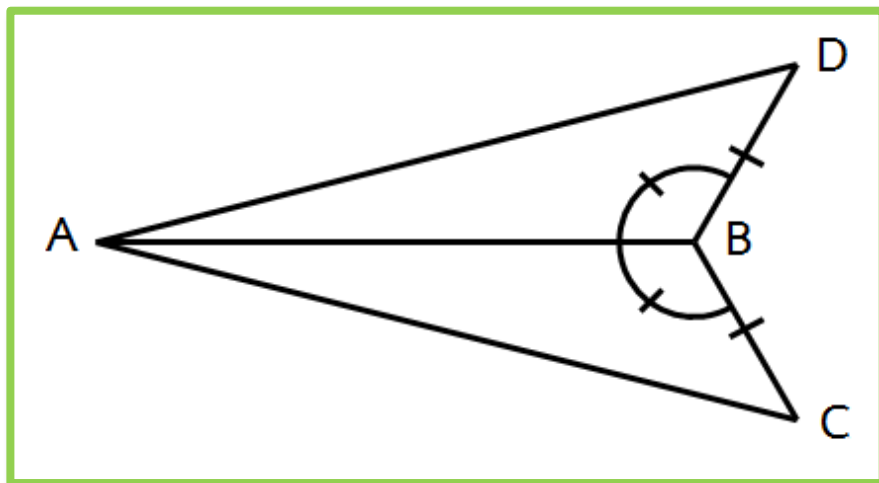
2.  $\hat{A}BC = \hat{A}BD$

ต้องการพิสูจน์ว่า  $\triangle ABC$

และ  $\triangle ABD$  เท่ากันทุกประการ



## ตัวอย่างที่ 2

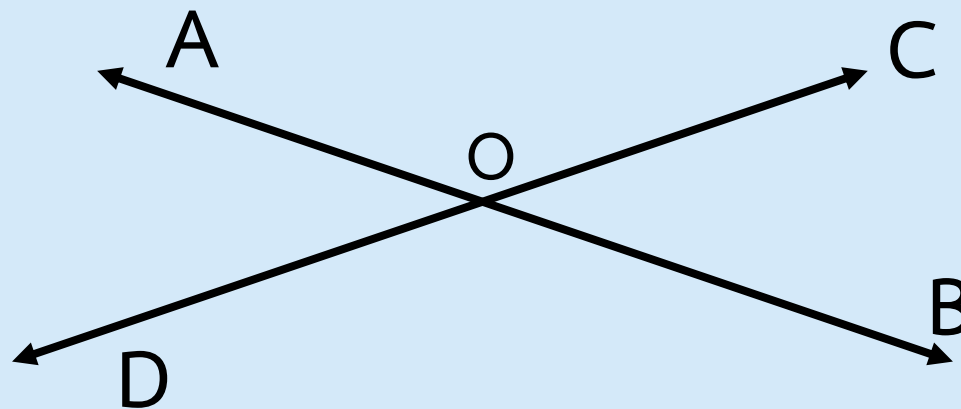


## พิสูจน์

1.  $BC = BD$  (กำหนดให้)
2.  $\hat{A}BC = \hat{A}BD$  (กำหนดให้)
3.  $AB = AB$  (เป็นด้านร่วม)
4.  $\triangle ABC \cong \triangle ABD$  (มีความสัมพันธ์แบบ ด - ม - ด)



## มุมตรงข้าม



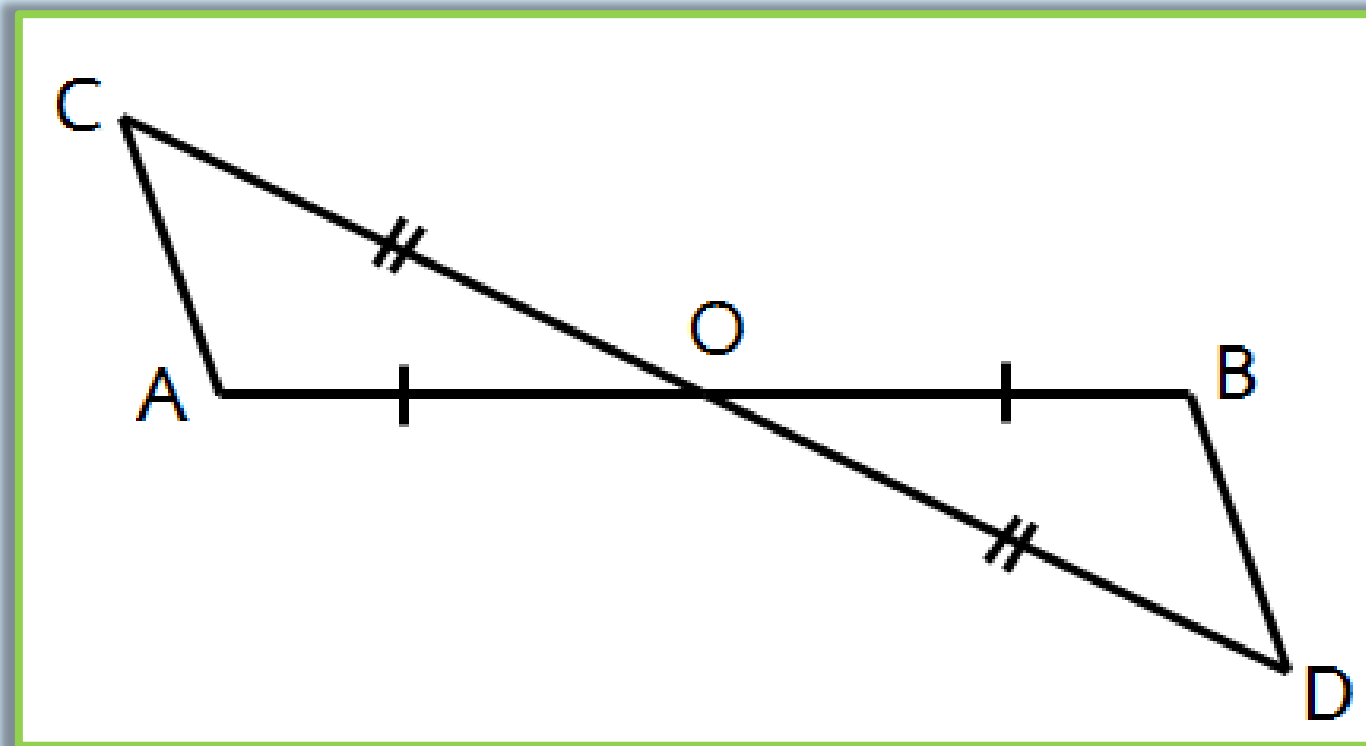
ถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดกัน แล้วมุมตรงข้าม  
ที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากัน



### ตัวอย่างที่ 3

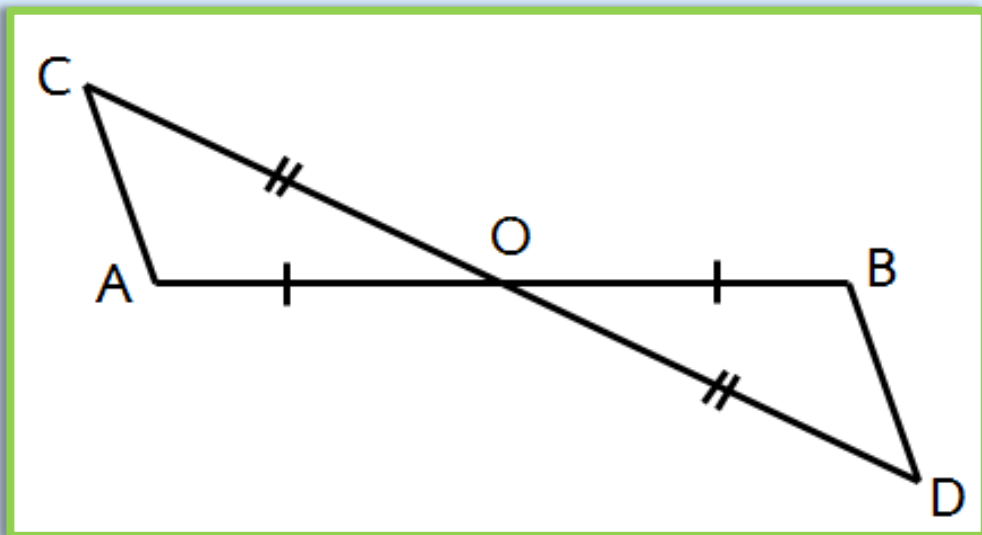
กำหนดให้  $AO = BO$  และ  $CO = DO$

จงแสดงว่า  $\triangle AOC \cong \triangle BOD$



(  $\overline{CD}$  ตัดกับ  $\overline{AB}$  ที่จุด  $O$  )

### ตัวอย่างที่ 3



วิธีทำ จากรูป กำหนดให้

1.  $AO = BO$

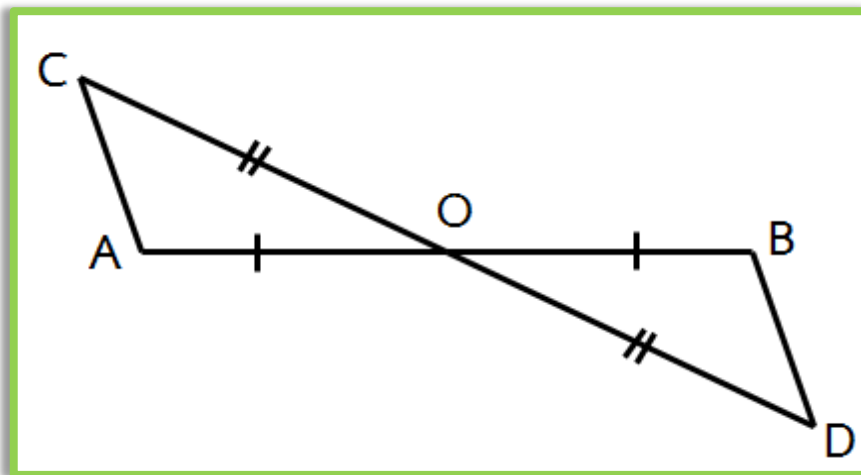
2.  $CO = DO$

ต้องการพิสูจน์ว่า

$$\triangle AOC \cong \triangle BOD$$



### ตัวอย่างที่ 3



### พิสูจน์

1.  $AO = BO$

(กำหนดให้)

2.  $\angle AOC = \angle BOD$

(เป็นมุมตรงข้าม)

3.  $CO = DO$

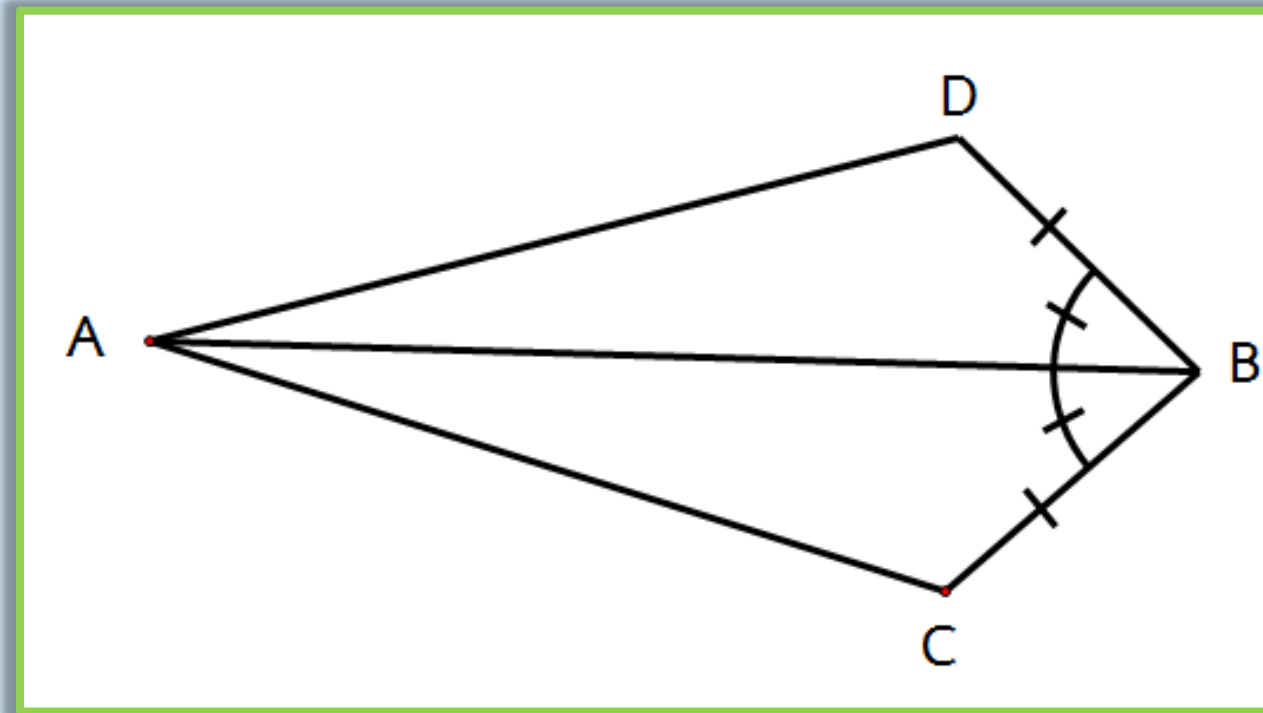
(กำหนดให้)

4.  $\triangle AOC \cong \triangle BOD$

(มีความสัมพันธ์แบบ ด - ม - ด)

## ตัวอย่างที่ 4

จากรูป จงพิสูจน์ว่า  $AD = AC$



## ตัวอย่างที่ 4

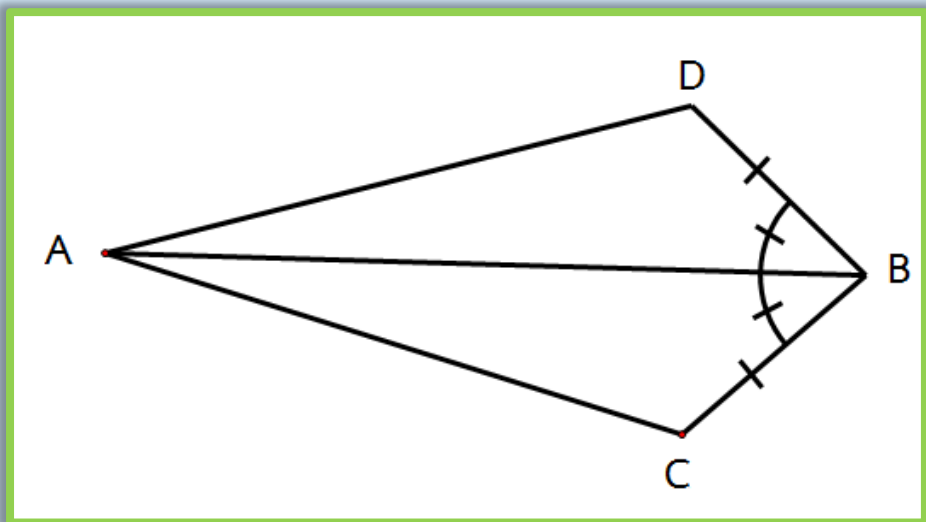
วิธีทำ จากรูป กำหนดให้

1.  $BD = BC$

2.  $\hat{A}BD = \hat{A}BC$

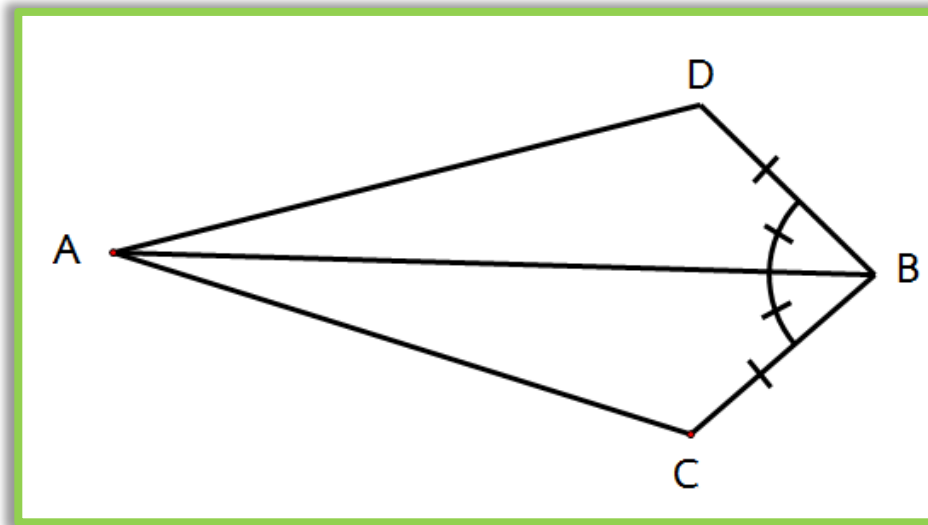
ต้องการพิสูจน์ว่า  $AD = AC$

ต้องพิสูจน์ก่อนว่า  
 $\triangle ABC \cong \triangle ABD$



## ตัวอย่างที่ 4

### พิสูจน์



1.  $BD = BC$

(กำหนดให้)

2.  $\hat{A}BD = \hat{A}BC$

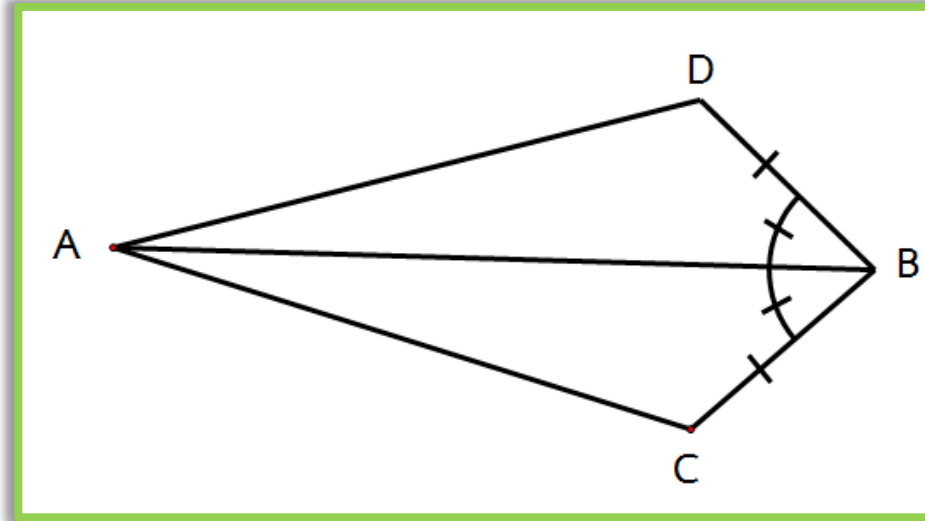
(กำหนดให้)

3.  $AB = AB$

(เป็นด้านร่วม)

## ตัวอย่างที่ 4

### พิสูจน์



4.  $\triangle ABC \cong \triangle ADC$  (มีความสัมพันธ์แบบ ด-ม-ด)

5.  $AD = AC$  (ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ จะมีขนาดเท่ากัน)



# นักเรียนทำใบงานที่ 5

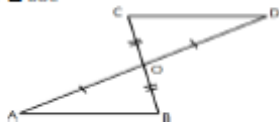


ชื่อ ..... ชั้น ..... เลขที่ .....

ใบงานที่ 5 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน - มุม - ด้าน (3)  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 และการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง ความเท่ากันของรูปเรขาคณิต  
 ระบายสี คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

จุดประสงค์การเรียนรู้ นำเสนอวิธีของความเท่ากันของรูปเรขาคณิตสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ  
 ด้าน - มุม - ด้าน ไปใช้อ้างอิงในการพิสูจน์

1. จากรูป จงพิสูจน์ว่า  $\triangle AOB \cong \triangle DOC$



- วิธีทำ** จากรูป กำหนดให้
1.  $AO = DO$
  2.  $\angle AOB = \dots\dots\dots$
  3.  $BO = \dots\dots\dots$

ต้องการพิสูจน์ว่า  $\triangle AOB \cong \dots\dots\dots$   
 พิสูจน์ 1.  $AO = DO$  (.....กำหนดให้.....)  
 2.  $\angle AOB = \dots\dots\dots$  (.....)  
 3.  $BO = \dots\dots\dots$  (.....)  
 4.  $\triangle AOB \cong \dots\dots\dots$  (มีความสัมพันธ์แบบ.....)

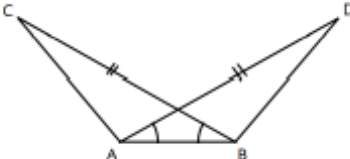
2. ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยม มี  $AB = CD$  และ  $\angle ABD = \angle CDB$  จงพิสูจน์ว่า  $\triangle ABD \cong \triangle CDB$



- วิธีทำ** จากรูป กำหนดให้
1.  $AB = \dots\dots\dots$
  2.  $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

ต้องการพิสูจน์ว่า .....  
 พิสูจน์ 1.  $AB = \dots\dots\dots$  (.....กำหนดให้.....)  
 2.  $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  (.....)  
 3.  $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  (.....)  
 4.  $\dots\dots\dots$  (มีความสัมพันธ์แบบ.....)

3. จากรูป กำหนดให้  $AD = BC$  และ  $\angle BAD = \angle ABC$  จงพิสูจน์ว่า  $\angle ABD = \angle BAC$

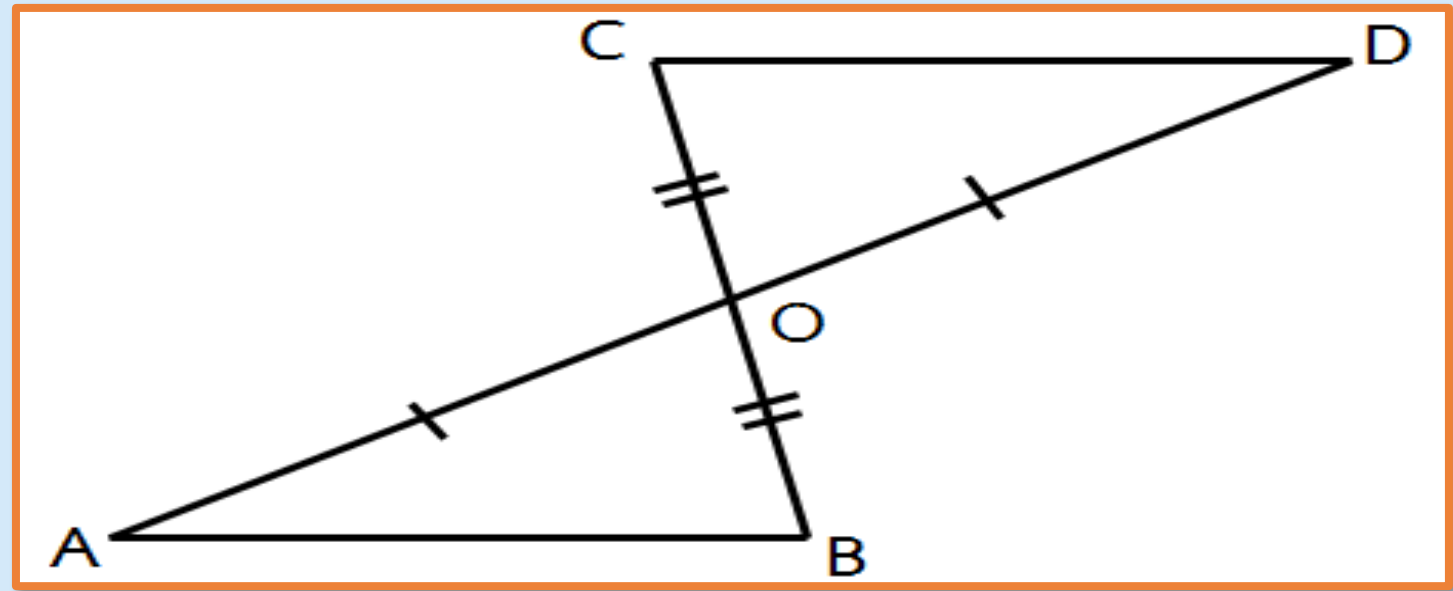


- วิธีทำ** จากรูป กำหนดให้
1.  $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
  2.  $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
- ต้องการพิสูจน์ว่า .....
- พิสูจน์ 1.  $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  (.....)  
 2.  $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  (.....)  
 3.  $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  (.....)  
 4.  $\dots\dots\dots$  (มีความสัมพันธ์แบบ.....)  
 5.  $\dots\dots\dots$  (.....)

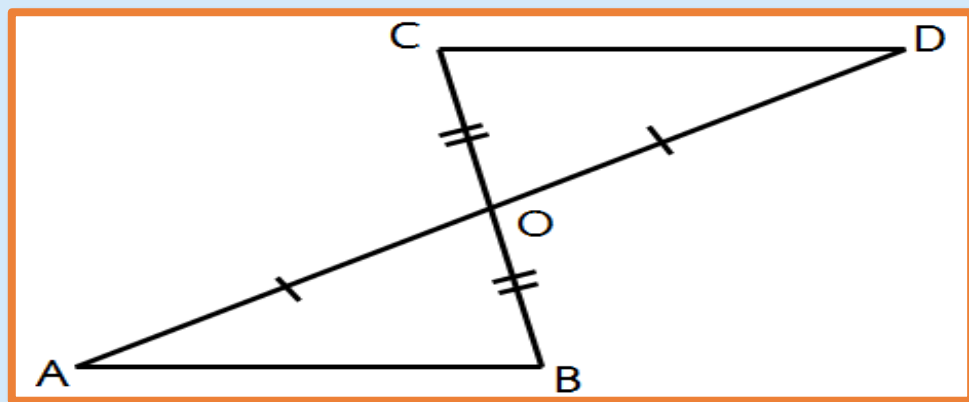


1.

จากรูป จงพิสูจน์ว่า  $\triangle AOB \cong \triangle DOC$



1.



วิธีทำ จากรูป กำหนดให้

1.  $AO = DO$

2.  $\angle AOB = \angle DOC$

3.  $BO = CO$

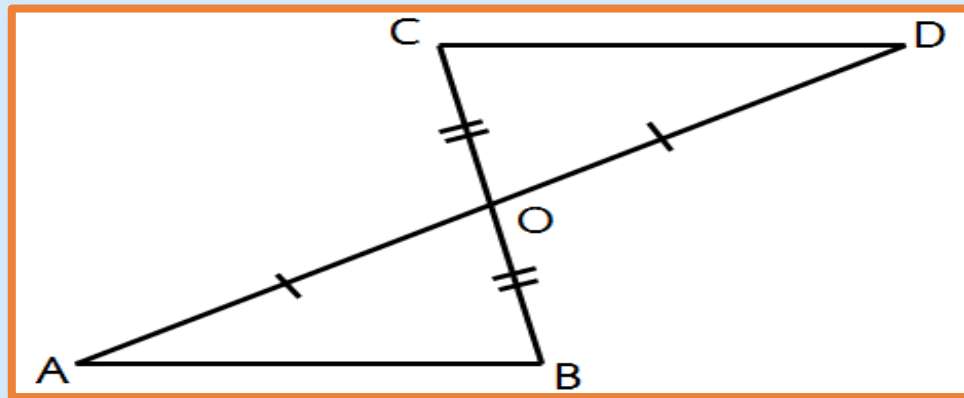
ต้องการพิสูจน์ว่า

$\triangle AOB \cong \triangle DOC$



1.

## พิสูจน์



1.  $AO = DO$

(กำหนดให้)

2.  $\angle AOB = \angle DOC$

(เป็นมุมตรงข้าม)

3.  $BO = CO$

(กำหนดให้)

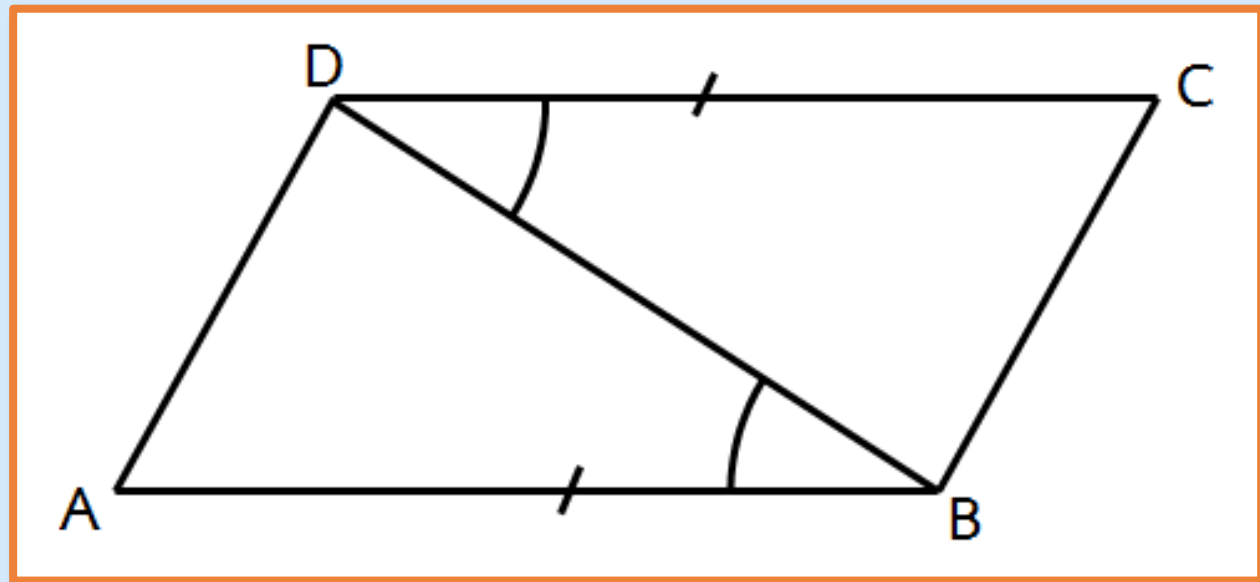
4.  $\triangle AOB \cong \triangle DOC$

(มีความสัมพันธ์แบบ ด - ม - ด)

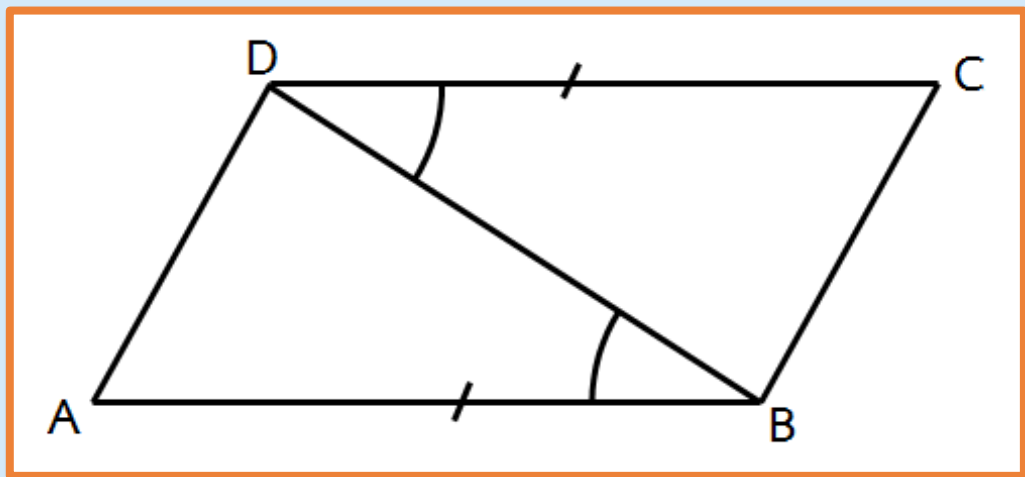


2.

ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยม มี  $AB = CD$  และ  $\hat{A}BD = \hat{C}DB$   
จงพิสูจน์ว่า  $\triangle ABD \cong \triangle CDB$



2.



วิธีทำ จากรูป กำหนดให้

1.  $AD = BC$

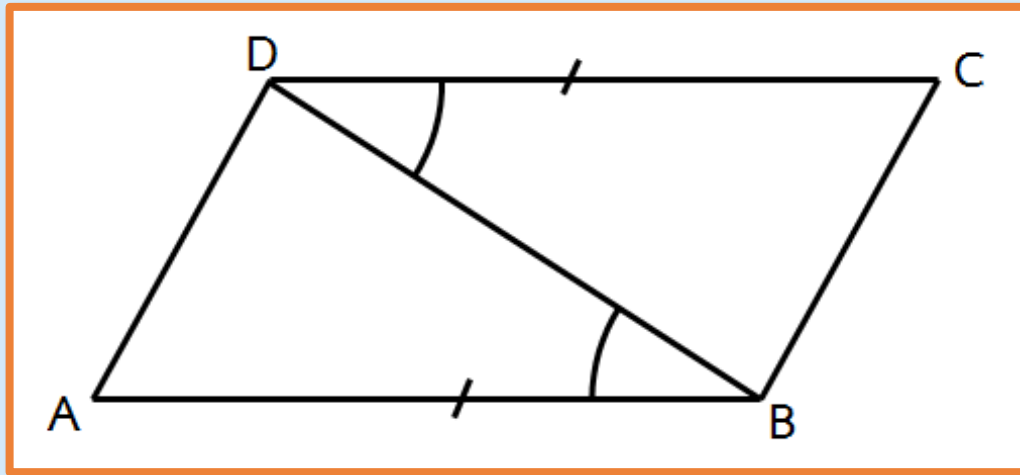
2.  $\angle DAC = \angle BCA$

ต้องการพิสูจน์ว่า



2.

พิสูจน์



1.  $AB =$  (กำหนดให้)
2. ( )
3. ( )
4. (มีความสัมพันธ์แบบ )

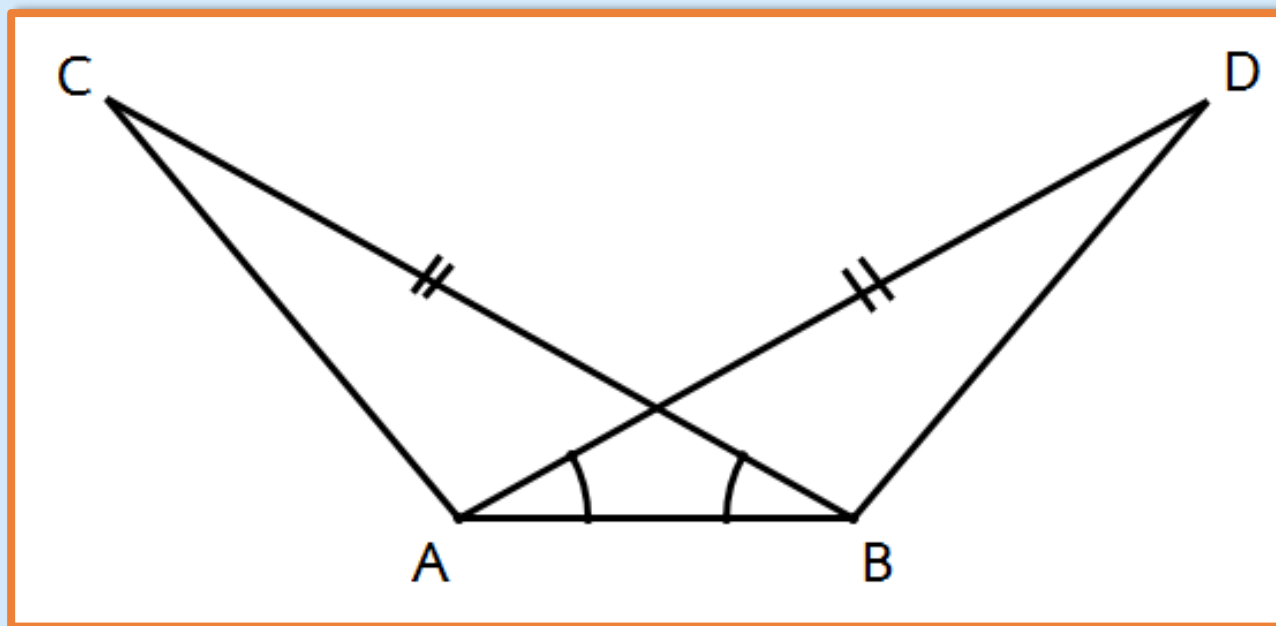




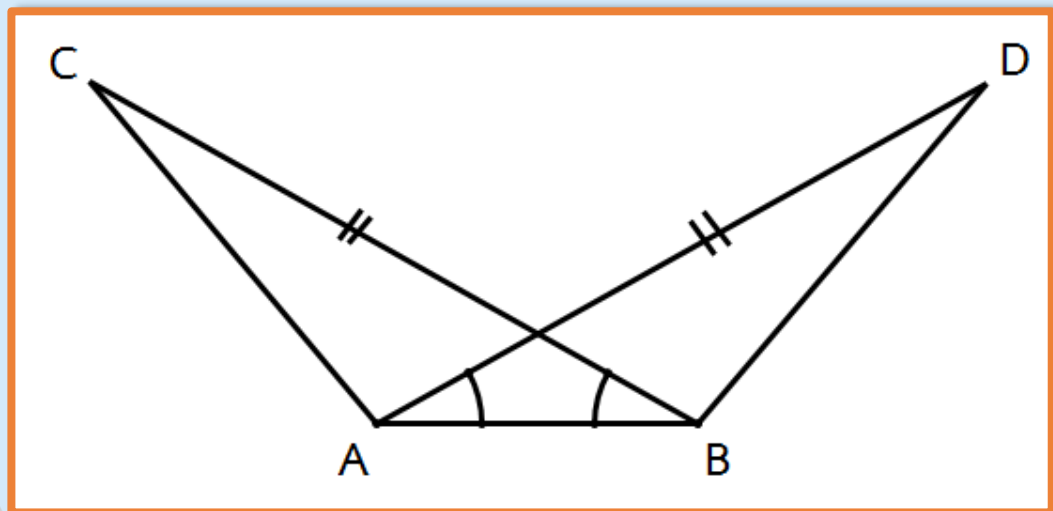
3.

จากรูปกำหนดให้  $AD = BC$  และ  $\hat{B}AD = \hat{A}BC$

จงพิสูจน์ว่า  $\hat{A}BD = \hat{B}AC$



3.



วิธีทำ จากรูป กำหนดให้

1.

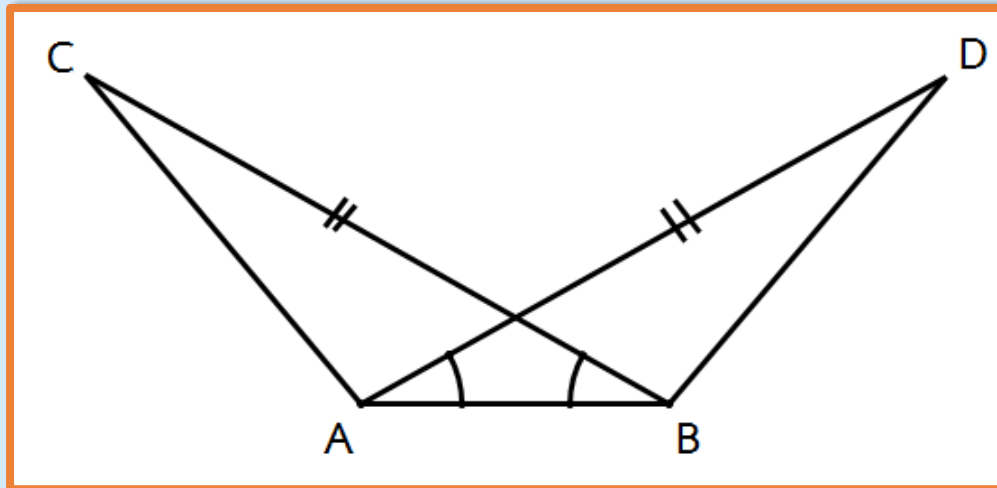
2.

ต้องการพิสูจน์ว่า



3.

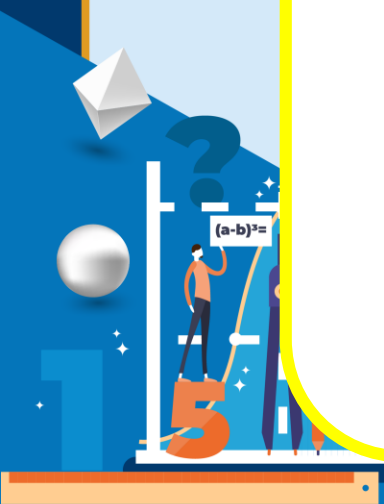
พิสูจน์



1.

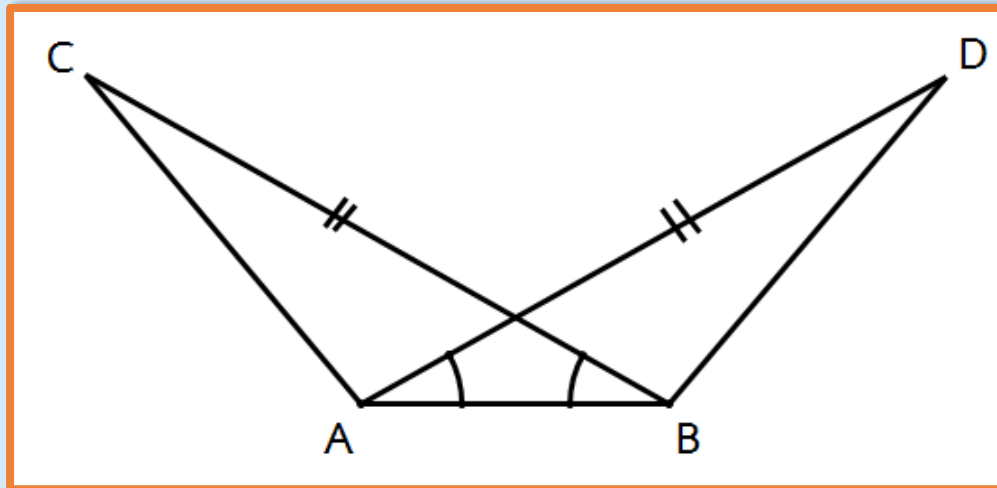
2.

3.



3.

พิสูจน์



4.

5.



สรุป

รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน - มุม - ด้าน

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ  
ด้าน-มุม-ด้าน (ด.ม.ด) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่  
และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากัน  
แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ





# บทเรียนครั้งต่อไป

เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กัน

แบบ มุม – ด้าน – มุม (1)



สิ่งที่ต้องเตรียม

ใบงานที่ 6.1 และ 6.2

สามารถดาวน์โหลดได้ที่ [www.dltv.ac.th](http://www.dltv.ac.th)

