

ต่อไปนี้จะศึกษากราฟของฟังก์ชันกำลังสองซึ่งมีลักษณะเป็นพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการของพาราโบลาแบบต่าง ๆ เมื่อ a, b, c, h, k เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ ดังนี้

- ❖ พาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$
- ❖ พาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + k$
- ❖ พาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2$
- ❖ พาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2 + k$
- ❖ พาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$

พาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$

จากสมการของพาราโบลา $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อกำหนดให้ $a \neq 0, b = 0, c = 0$ จะได้สมการ $y = ax^2$ ให้นักเรียนศึกษาและสำรวจลักษณะของพาราโบลาจากกิจกรรมต่อไปนี้



กิจกรรม : สำรวจกราฟของ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$

ขั้นตอนการทำกิจกรรม

ตอนที่ 1 กราฟของ $y = ax^2$ เมื่อ $a = 1$

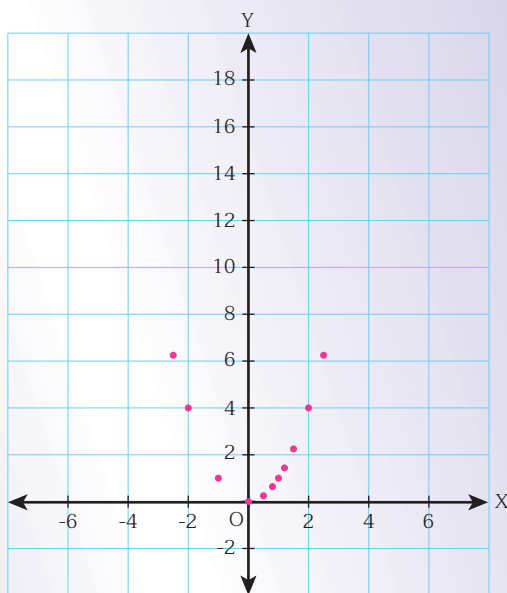
1. ให้นักเรียนศึกษาการเขียนกราฟของพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a = 1$ ดังต่อไปนี้

จาก $y = ax^2$ เมื่อ $a = 1$ จะได้ $y = x^2$

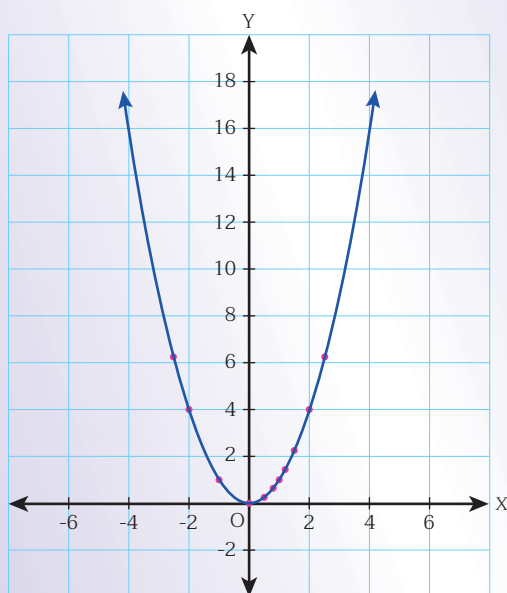
เมื่อกำหนดค่า x และหาค่า y จากสมการ $y = x^2$ จะได้ดังในตาราง

x	-2.5	-2	-1	0	0.5	0.8	1	1.2	1.5	2	2.5
$y = x^2$	6.25	4	1	0	0.25	0.64	1	1.44	2.25	4	6.25

เมื่อนำคู่อันดับจากตาราง คือ $(-2.5, 6.25)$, $(-2, 4)$, $(-1, 1)$, $(0, 0)$, $(0.5, 0.25)$, $(0.8, 0.64)$, $(1, 1)$, $(1.2, 1.44)$, $(1.5, 2.25)$, $(2, 4)$ และ $(2.5, 6.25)$ มาเขียนกราฟ จะได้กราฟของคู่อันดับเป็นดังนี้



นักเรียนจะเห็นว่า กราฟที่ได้เป็นเพียงจุดบางจุด ทั้งนี้เพราะค่า x ที่กำหนดในตารางเป็นเพียงบางค่าที่เลือกมา ดังนั้น เมื่อแทน x ในสมการ $y = x^2$ ด้วยจำนวนจริงใด ๆ เพื่อหาค่า y จุดทั้งหมดที่เกิดจากคู่อันดับ (x, y) ที่สอดคล้องกับสมการ จะเรียงกันเป็นเส้นโค้งเรียบซึ่งเป็นกราฟของพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = x^2$ ดังรูป



2. ให้นักเรียนพิจารณาสมการของพาราโบลาและกราฟที่ได้ในข้อ 1 แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) กราฟของสมการ $y = x^2$ มีลักษณะเป็นพาราโบลาหงายหรือพาราโบลาคว่ำ
.....
- 2) ถ้าให้ $x = 3$ แล้วค่า y เป็นเท่าใด
.....
- 3) ถ้าให้ $x = -3$ แล้วค่า y เป็นเท่าใด
.....
- 4) ถ้าให้ $y = 4$ แล้วค่า x เป็นเท่าใด
.....
- 5) กราฟของสมการ $y = x^2$ เป็นรูปสมมาตรหรือไม่ ถ้าเป็น มีเส้นตรงใดเป็นแกนสมมาตร
.....
- 6) ถ้า $x > 0$ และมีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ แล้วค่า y จะเปลี่ยนแปลงอย่างไร
.....
- 7) ถ้า $x = 0$ แล้วค่า y เป็นเท่าใด
.....
- 8) ถ้า $x < 0$ และมีค่าลดลงเรื่อย ๆ แล้วค่า y จะเปลี่ยนแปลงอย่างไร
.....
- 9) ค่าต่ำสุดของ y เป็นเท่าใด และได้มาจากค่า x ใด
.....
- 10) ค่าสูงสุดของ y มีหรือไม่ เพราะเหตุใด
.....

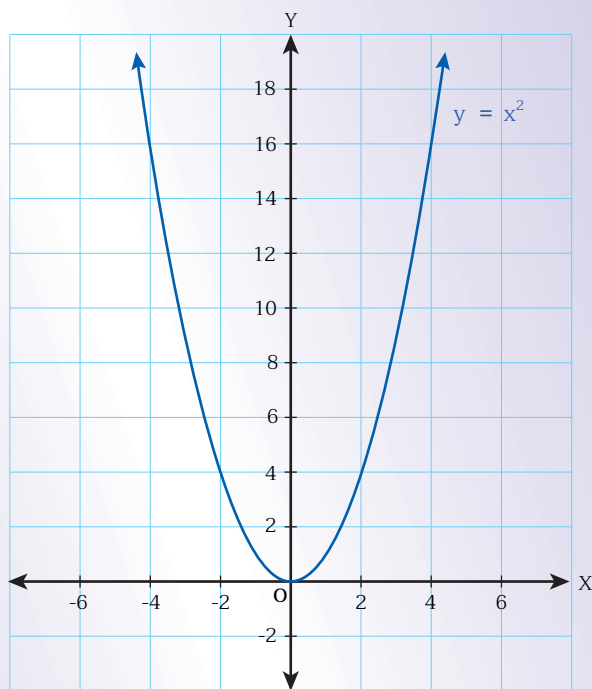
ตอนที่ 2 กราฟของ $y = ax^2$ เมื่อ $a > 0$

ให้นักเรียนพิจารณากราฟของสมการ $y = 2x^2$ และ $y = \frac{1}{2}x^2$ โดยผ่านการทำกิจกรรมตามลำดับ ดังนี้

1. กำหนดค่า x ดังในตาราง ให้นักเรียนเติมค่า y ที่สอดคล้องกับสมการที่กำหนดให้ลงในตารางให้ถูกต้อง

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = 2x^2$							
$y = \frac{1}{2}x^2$							

2. นำคู่อันดับ (x, y) จากตารางในข้อ 1 มาเขียนกราฟของแต่ละสมการ โดยใช้แกนคู่เดียวกับกับกราฟของสมการ $y = x^2$ ที่กำหนดให้



3. ให้นักเรียนพิจารณาสมการของพาราโบลาและกราฟที่ได้ในข้อ 2 แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

1) กราฟทั้งสามมีเส้นตรงใดเป็นแกนสมมาตร

2) จุดต่ำสุดของแต่ละกราฟคือจุดใด และค่าต่ำสุดของ y ในแต่ละสมการเป็นเท่าใด

3) กราฟทั้งสามจะบานน้อยหรือบานมากขึ้นอยู่กับค่าใด อย่างไร

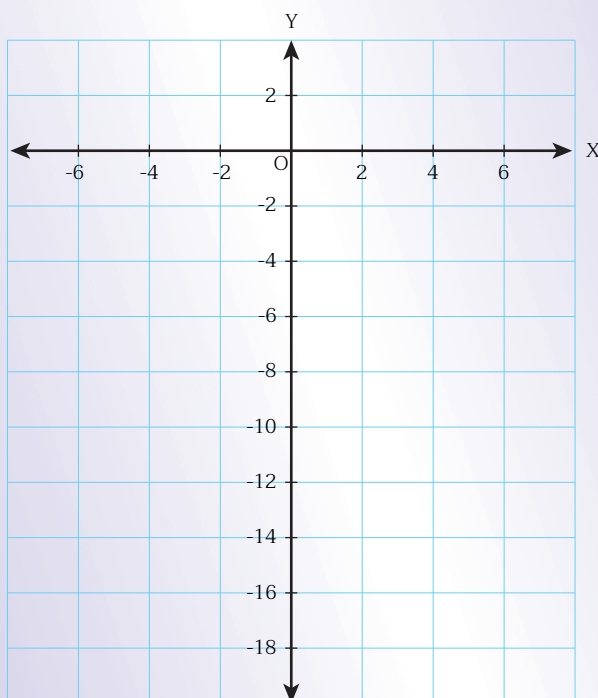
ตอนที่ 3 กราฟของ $y = ax^2$ เมื่อ $a < 0$

ให้นักเรียนพิจารณากราฟของสมการ $y = -x^2$, $y = -2x^2$ และ $y = -\frac{1}{2}x^2$ โดยผ่านการทำกิจกรรมตามลำดับ ดังนี้

- กำหนดค่า x ดังในตาราง ให้นักเรียนเติมค่า y ที่สอดคล้องกับสมการที่กำหนดให้ลงในตารางให้ถูกต้อง

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = -x^2$							
$y = -2x^2$							
$y = -\frac{1}{2}x^2$							

- นำคู่อันดับ (x, y) จากตารางในข้อ 1 มาเขียนกราฟของแต่ละสมการ โดยใช้แกนคู่เดียวกันที่กำหนดให้



3. ให้นักเรียนพิจารณาสมการของพาราโบลาและกราฟที่ได้ในข้อ 2 แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) กราฟทั้งสามมีลักษณะเป็นพาราโบลาหงายหรือพาราโบลาคว่ำ
.....
- 2) กราฟทั้งสามเป็นรูปสมมาตรหรือไม่ ถ้าเป็น มีเส้นตรงใดเป็นแกนสมมาตร
.....
- 3) ถ้า $x > 0$ และมีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ แล้วค่า y จะเปลี่ยนแปลงอย่างไร
.....
- 4) ถ้า $x = 0$ แล้วค่า y เป็นเท่าใด
.....
- 5) ถ้า $x < 0$ และมีค่าลดลงเรื่อย ๆ แล้วค่า y จะเปลี่ยนแปลงอย่างไร
.....
- 6) จุดสูงสุดของแต่ละกราฟคือจุดใด และค่าสูงสุดของ y ในแต่ละสมการเป็นเท่าใด
.....
.....
- 7) ค่าสูงสุดของ y ได้มาจาก x ค่าใด
.....
- 8) ค่าต่ำสุดของ y มีหรือไม่ เพราะเหตุใด
.....
- 9) กราฟทั้งสามจะบานน้อยหรือบานมากขึ้นอยู่กับค่าใด อย่างไร
.....
.....



มุมเทคโนโลยี

นักเรียนสามารถดาวน์โหลดไฟล์ GSP
เพื่อสำรวจกราฟของ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$
เพิ่มเติม ได้ที่ <http://ipst.me/10704>

