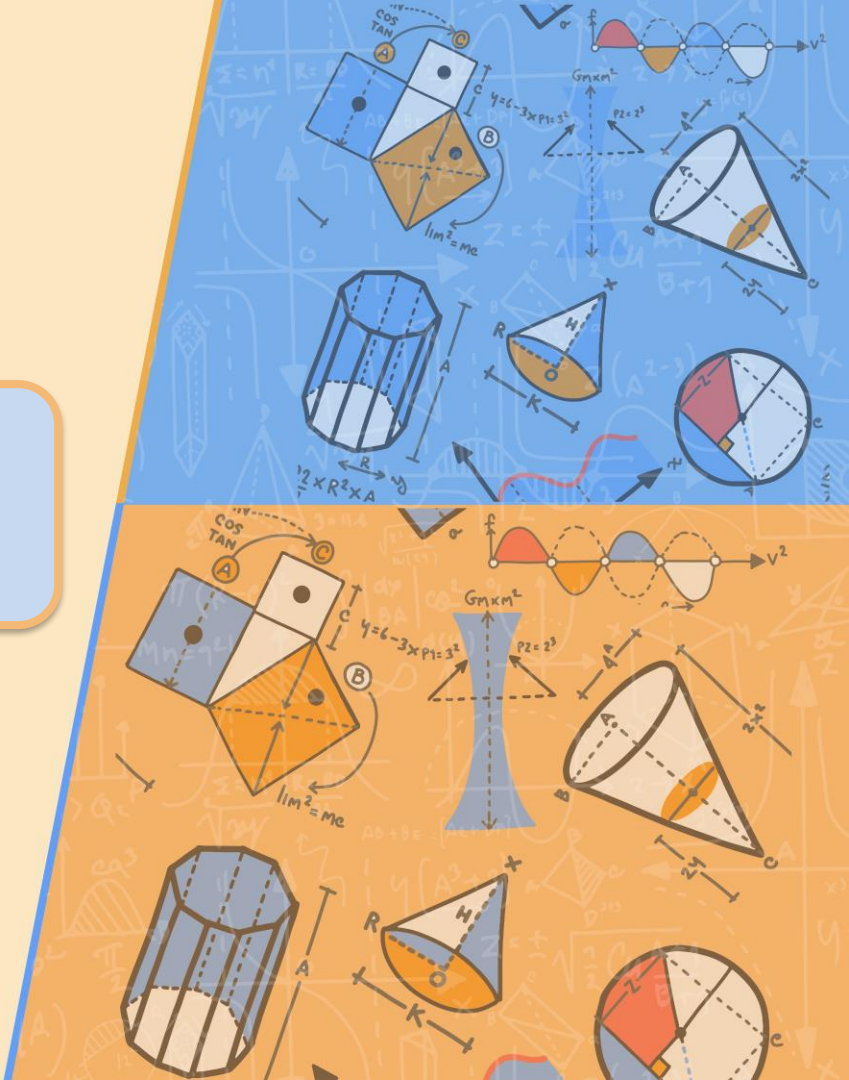


รายวิชา คณิตศาสตร์

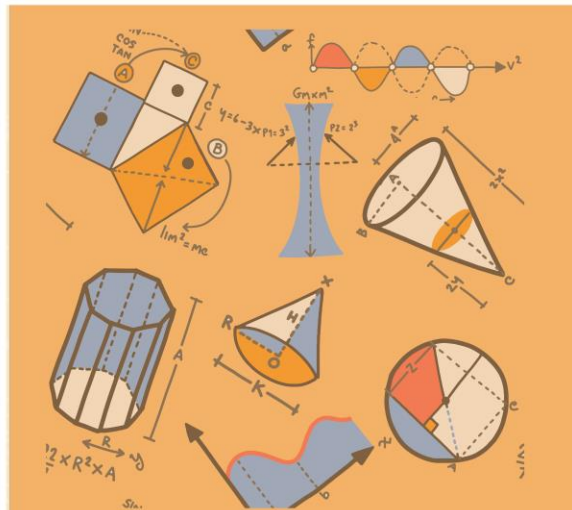
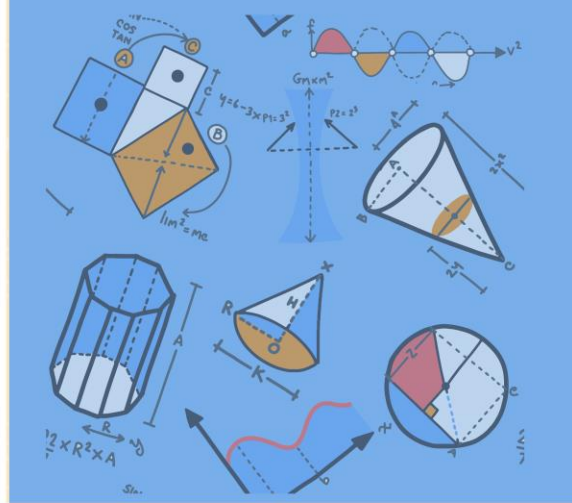
เรื่อง การหมุน

รหัสวิชา ค22101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ผู้สอน ครุณรงค์ สุขใส



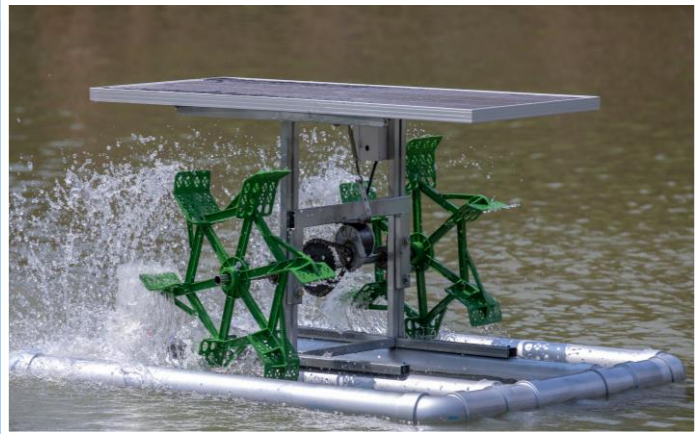
การหมุน











การหมุน

การหมุน คือ การแปลงรูปเรขาคณิต โดย**หมุนรูปต้นแบบ** ทำให้จุดบนรูปต้นแบบ**เคลื่อนที่ไปตามแนวเส้นรอบวง** ของวงกลม ซึ่งมีจุดตรึงจุดหนึ่ง เป็นจุดศูนย์กลางและ**จุดที่สมนัยกันทำมุม**ที่จุดศูนย์กลาง**เท่ากัน**



การหมุน

จุดตรึง (จุดคงที่) เรียกว่า **จุดหมุน**

มุมที่จุดเคลื่อนที่ไป เรียกว่า **มุมหมุน**

ภาพที่เกิดจากการหมุนย่อมเท่ากันทุกประการ
กับรูปต้นแบบ

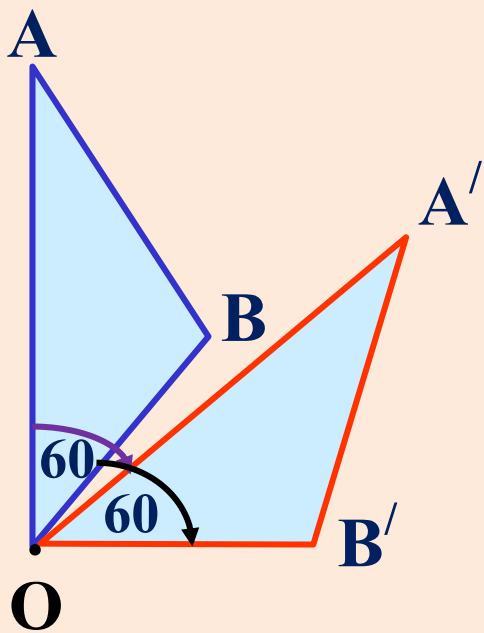


การหมุน

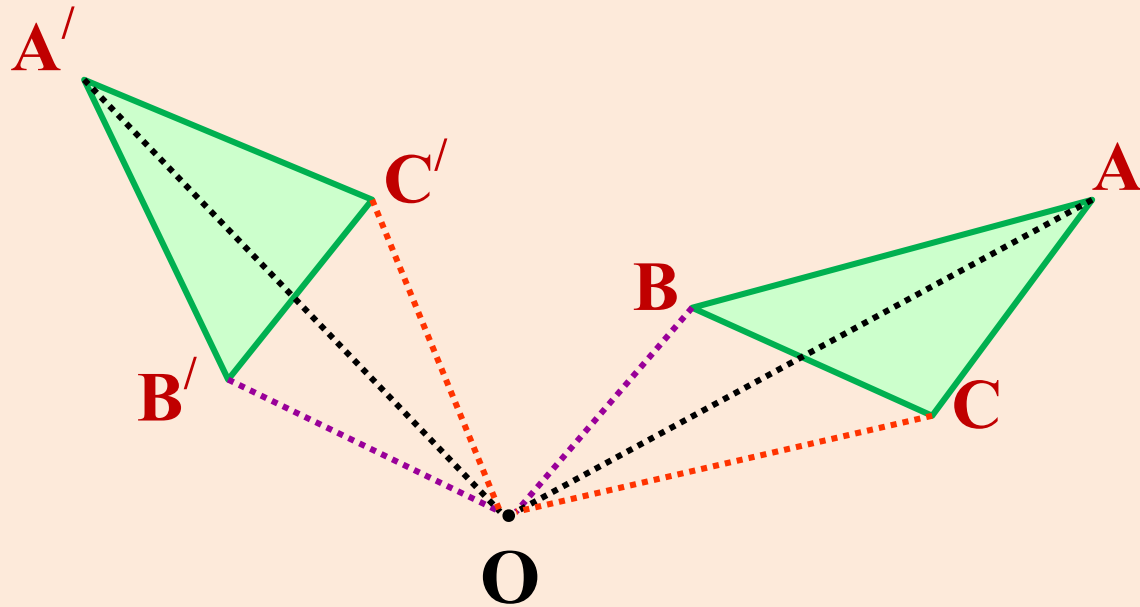
1. จุดที่สมนัยแต่ละคู่ของรูปต้นแบบ กับภาพอยู่**ห่างจากจุดหมุนเท่ากัน** (เพราะเป็นรัศมีของวงกลมเดียวกัน)
2. การหมุนอาจเป็นการหมุน**ตามเข็มนาฬิกา**หรือ**ทวนเข็มนาฬิกา**ก็ได้
3. จุดหมุนอาจ**ไม่อยู่บนรูปต้นแบบ**หรือ**อยู่บนรูปต้นแบบ**ก็ได้



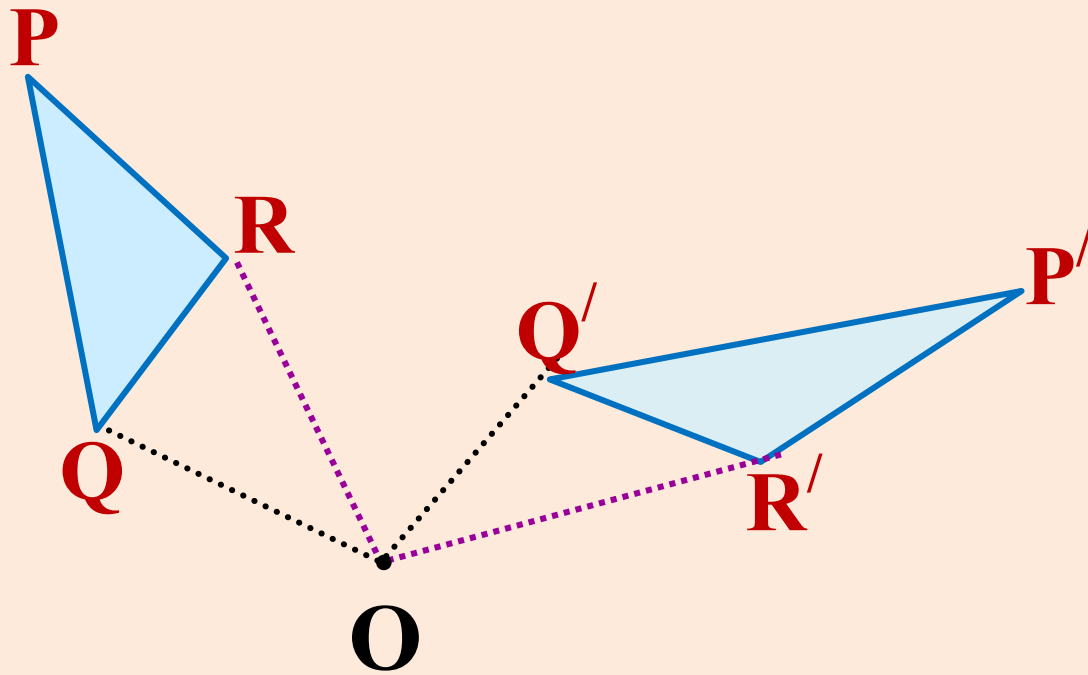
ตัวอย่าง การหมุนที่มีจุด O เป็นจุดหมุน
กรณีที่ 1 จุดหมุน O อยู่บนรูปต้นแบบ



กรณีที่ 2 จุดหมุน O ไม่อยู่บนรูปต้นแบบ



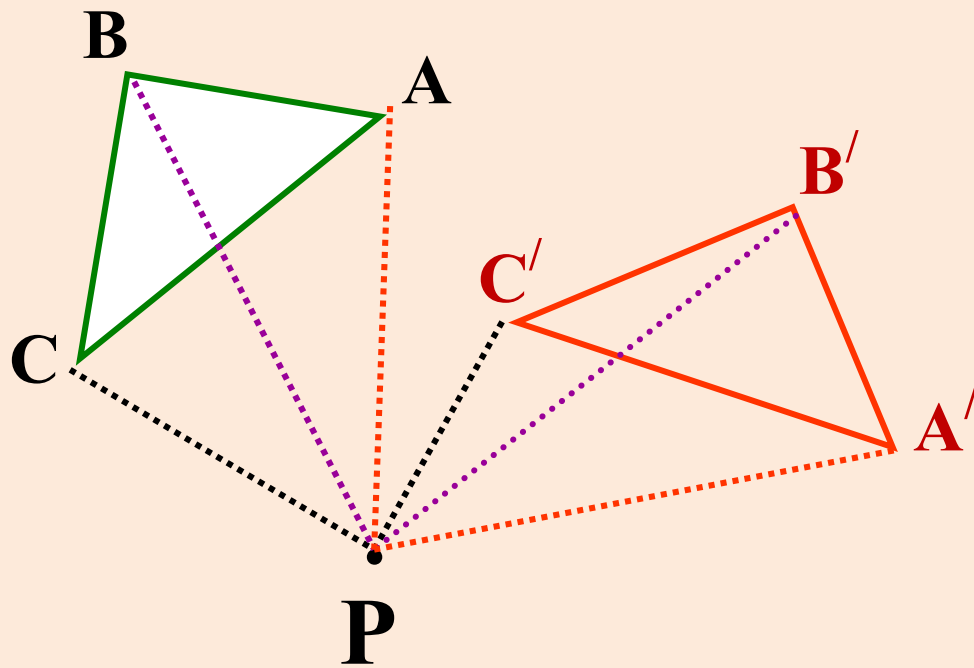
กรณีที่ 2 จุดหมุน O ไม่อยู่บนรูปต้นแบบ

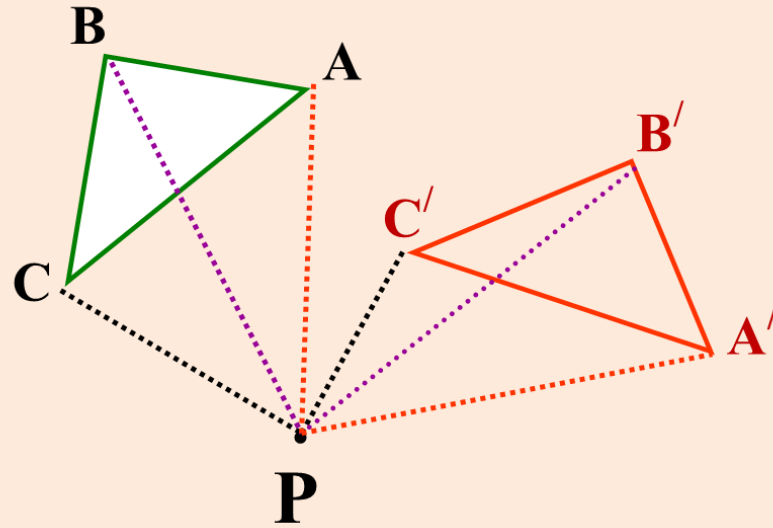


สำรวจการหมุน

กำหนด $\triangle ABC$ เป็นรูปต้นแบบมี $\triangle A'B'C'$ เป็นภาพ
ที่ได้จากการหมุน $\triangle ABC$ รอบจุดหมุน P ตามเข็มนาฬิกาด้วยมุมที่มีขนาด 60 องศา



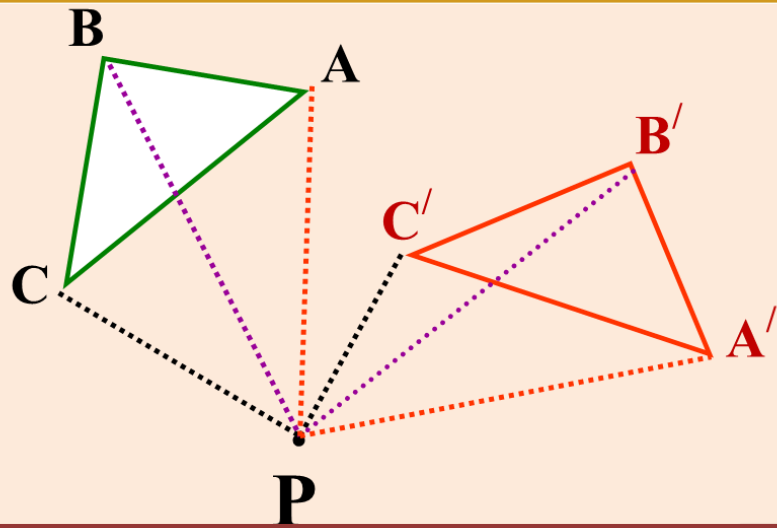




1. ด้าน $AB \parallel$ ด้าน $A'B'$ ด้าน $BC \parallel B'C'$
และด้าน $AC \parallel$ ด้าน $A'C'$ ใช่หรือไม่

ไม่ใช่

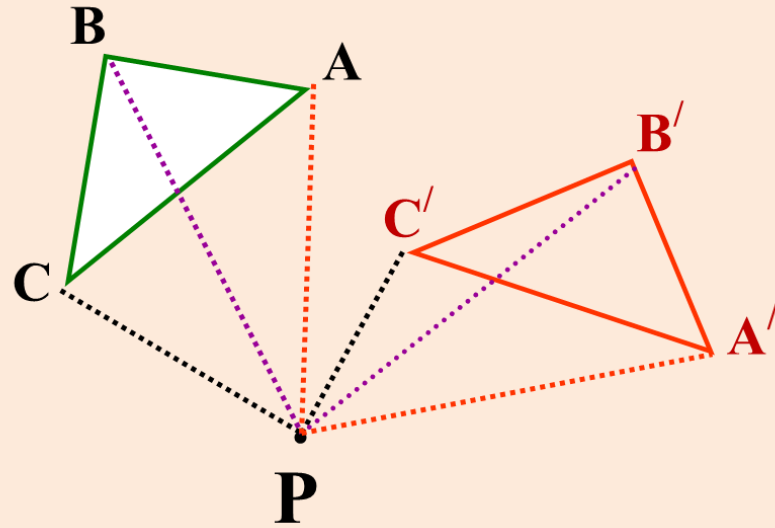




2. นักเรียนคิดว่าด้านแต่ละด้านของรูป
ต้นแบบกับภาพที่ได้จากการหมุนของ
ด้านนั้นจำเป็นต้องขนานกันหรือไม่

ไม่
จำเป็น

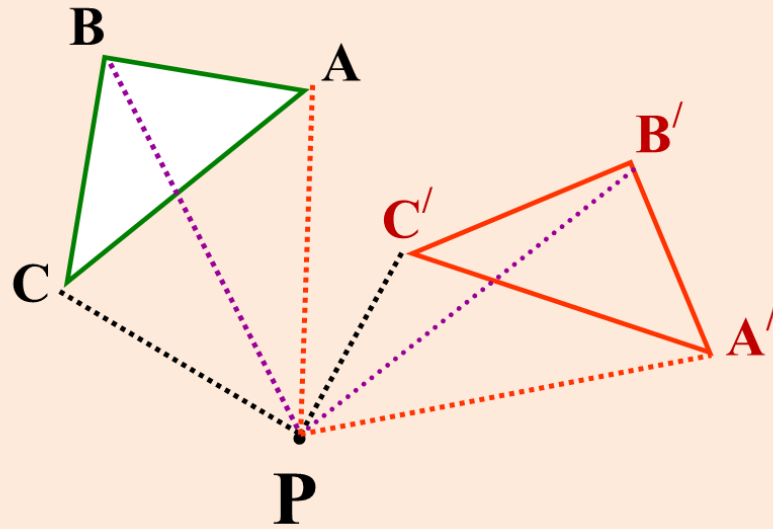




3. $AB = A'B'$, $BC = B'C'$ และ
 $AC = A'C'$ ใช่หรือไม่

ใช่





4. ถ้าเลื่อน $\triangle ABC$ ไปทับ $\triangle A'B'C'$ โดยไม่ต้อง
พลิกรูปแล้ว $\triangle ABC$ ทับ $\triangle A'B'C'$ ได้สนิทหรือไม่

ได้
สนิท



สมบัติการหมุน

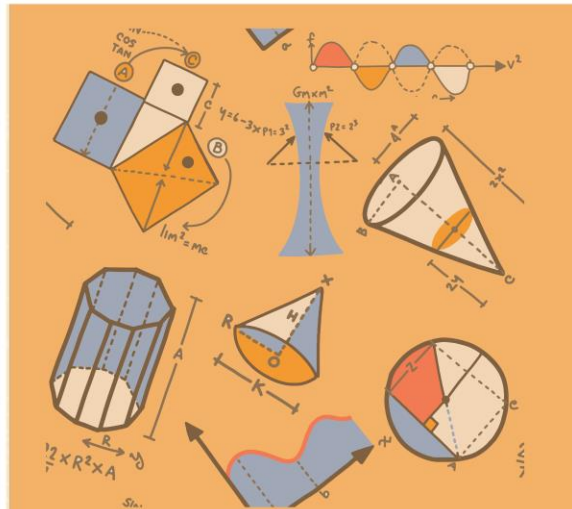
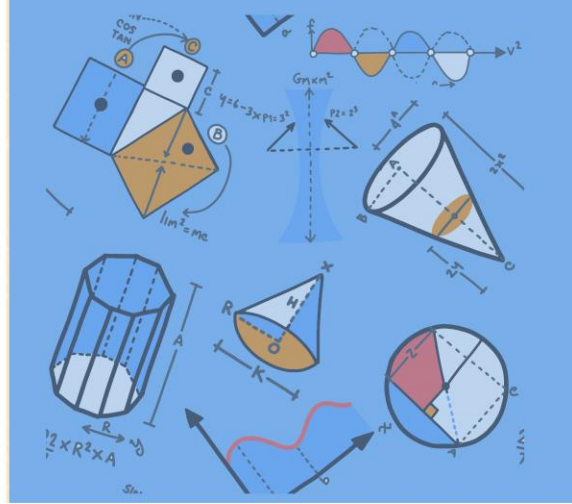
รูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการหมุนสามารถ
ทับกันได้สนิท โดยไม่ต้องพลิกรูป

หรือกล่าวได้ว่า รูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการหมุน
เท่ากันทุกประการ



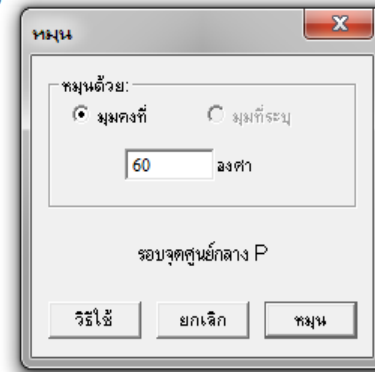
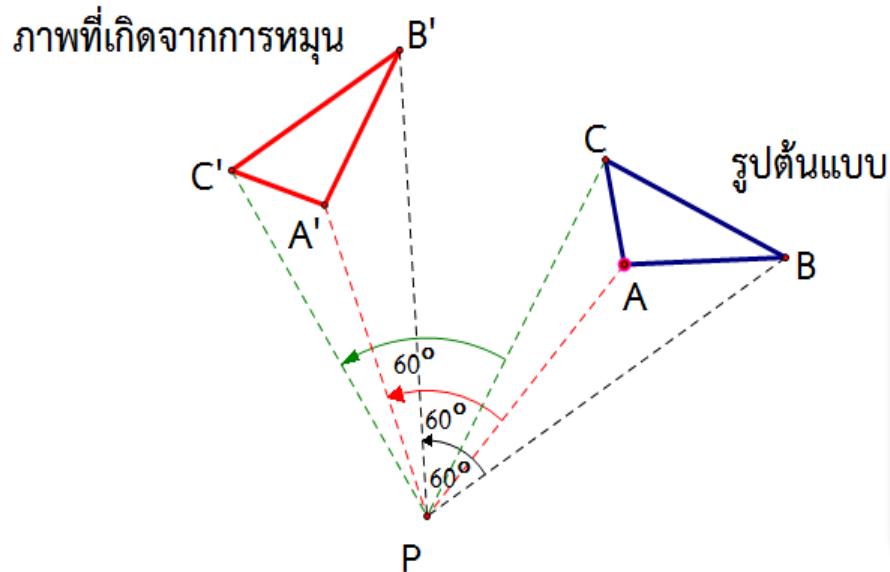
ใบงานที่ 3

เรื่อง การหมุน



1. ภาพต่อไปนี้จะเกิดจากการหมุนรอบจุด P

ทวนเข็มนาฬิกาด้วยขนาดของมุมเท่ากับ 60 องศา



1.1 จุดหมุน คือ.....

1.2 รูปต้นแบบ คือ $\triangle ABC$ ภาพที่เกิดจากการหมุน
คือ \triangle

1.3 หากนำรูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการหมุน
มาทับกันจะ ทับกันได้สนิทโดยไม่พลิกรูป
 ทับกันได้สนิทแต่ต้องพลิกรูป
 ทับกันไม่สนิท



1.4

$PB = PB'$ และขนาดของ $\widehat{BPB'}$ เท่ากับ 60 องศา

$PA = PA'$ และขนาดของ เท่ากับ องศา

..... และขนาดของ เท่ากับ องศา



1.5 มี \overline{AB} กับ $\overline{A'B'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน ยาวเท่ากัน
แต่ไม่ขนานกัน

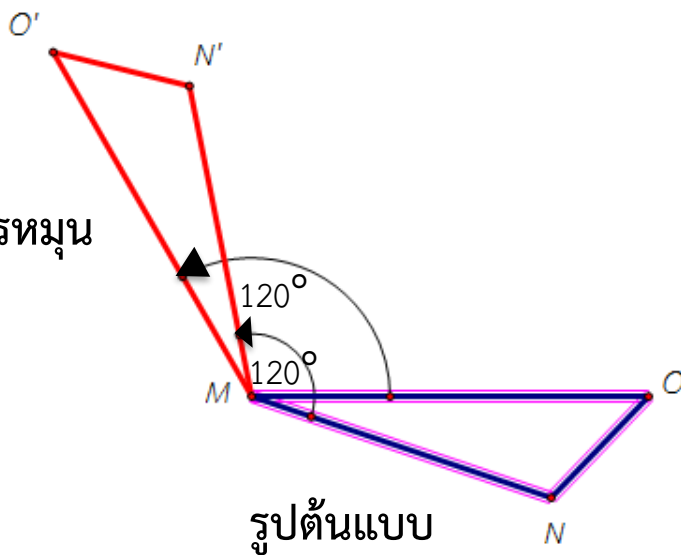
มี \overline{AC} กับ เป็นด้านที่สมนัยกัน

.....
และ มี กับ เป็น

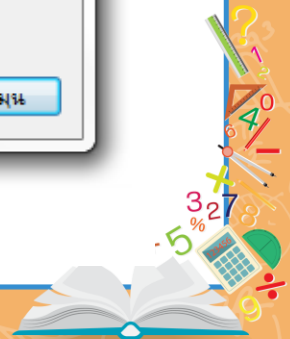
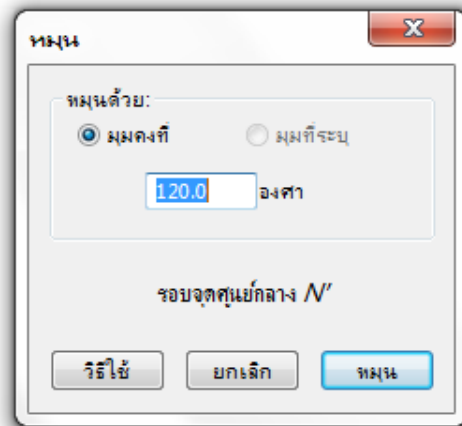


2. ภาพต่อไปนี้จะเกิดจากการหมุนรอบจุด M **ทวนเข็มนาฬิกา** ด้วยขนาดของมุมเท่ากับ 120 องศา

ภาพที่เกิดจากการหมุน



รูปต้นแบบ



2.1 จุดหมุน คือ.....

2.2 รูปต้นแบบ คือ Δ ภาพที่เกิดจากการหมุน
คือ

2.3 หากนำรูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการหมุน

มาทับกันจะ ทับกันได้สนิทโดยไม่พลิกรูป

ทับกันได้สนิทแต่ต้องพลิกรูป

ทับกันไม่สนิท



2.4 $MN = \dots\dots\dots$ และขนาดของ $\dots\dots\dots$ เท่ากับ 120 องศา

$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ และขนาดของ $\dots\dots\dots$ เท่ากับ $\dots\dots\dots$ องศา

2.5 มี \overline{MN} กับ $\dots\dots\dots$ เป็นด้านที่สมนัยกัน

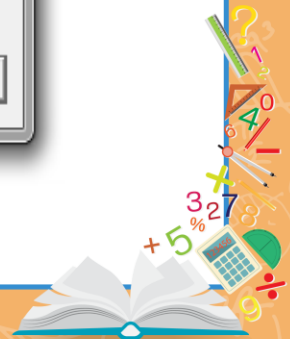
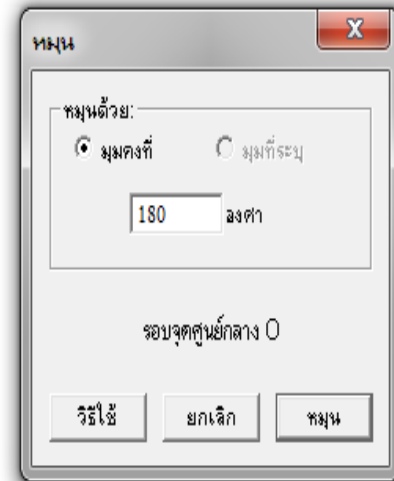
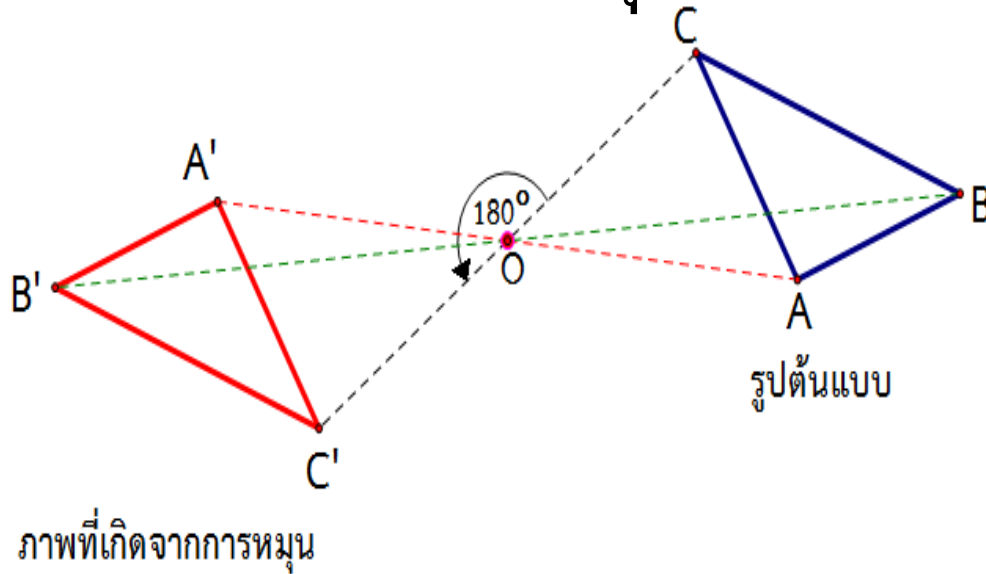
$\dots\dots\dots$

มี $\dots\dots\dots$ กับ $\dots\dots\dots$ เป็น

$\dots\dots\dots$



3. ภาพต่อไปนี้จะเกิดจากการหมุนรอบจุด O ทวนเข็มนาฬิกาด้วยขนาดของมุมเท่ากับ 180 องศา



3.1) จุดหมุน คือ O

3.2) รูปต้นแบบ คือ $\triangle ABC$ ภาพที่เกิดจากการหมุน
คือ $\triangle A'B'C'$

3.3) หากนำรูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการหมุน
มาทับกันจะ ทับกันได้สนิทโดยไม่พลิกรูป
 ทับกันได้สนิทแต่ต้องพลิกรูป
 ทับกันไม่สนิท



3.4) $OA = OA'$ และขนาดของ $\widehat{AOA'}$ เท่ากับ 180 องศา

$OB = OB'$ และขนาดของ $\widehat{BOB'}$ เท่ากับ 180 องศา

$OC = OC'$ และขนาดของ $\widehat{COC'}$ เท่ากับ 180 องศา



3.5) มี \overline{AB} กับ $\overline{A'B'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน ยาวเท่ากัน
แต่ไม่ขนานกัน

มี \overline{AC} กับ $\overline{A'C'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน ยาวเท่ากัน
แต่ไม่ขนานกัน

และมี \overline{BC} กับ $\overline{B'C'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน ยาว
เท่ากัน แต่ไม่ขนานกัน

