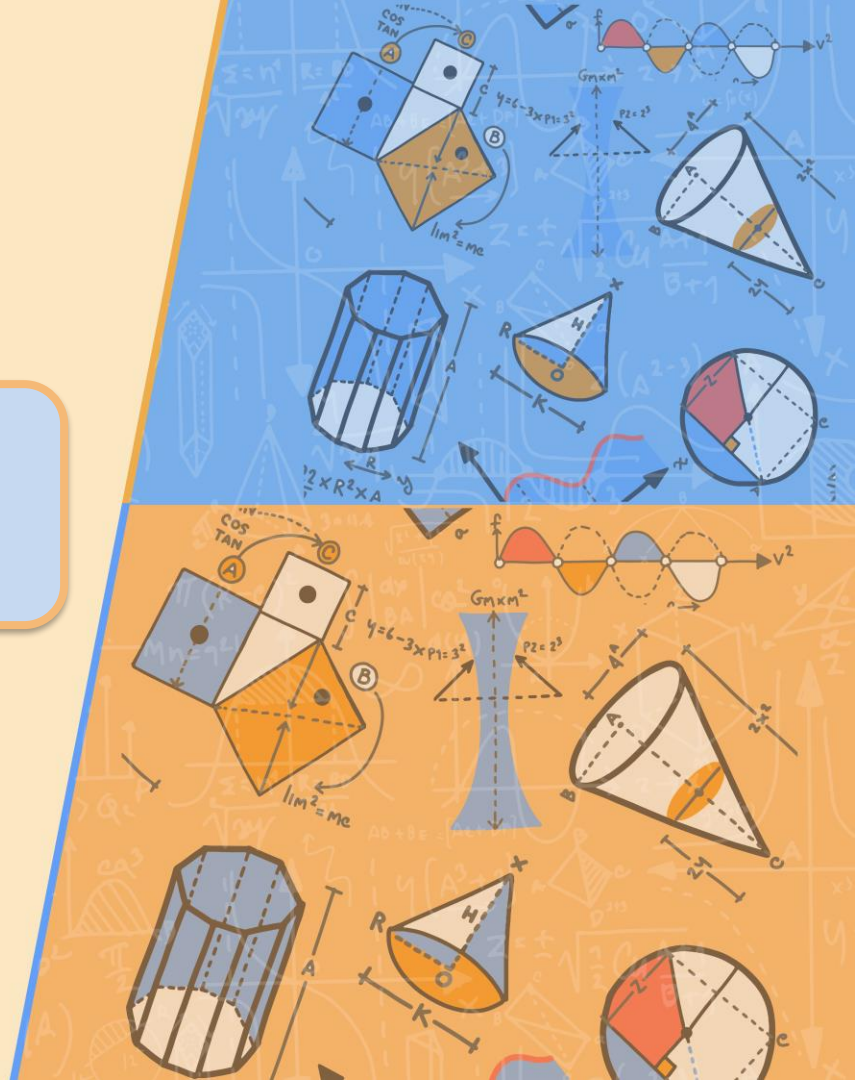


รายวิชา คณิตศาสตร์

เรื่อง การสะท้อน

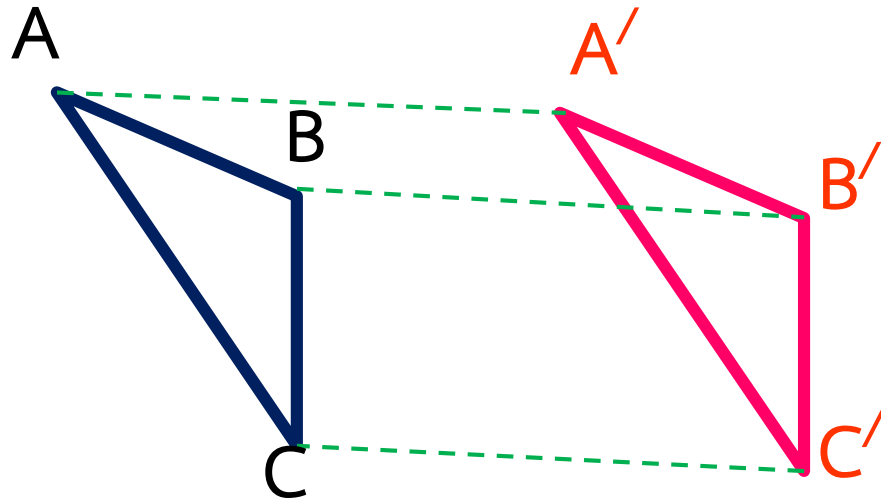
รหัสวิชา ค22101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

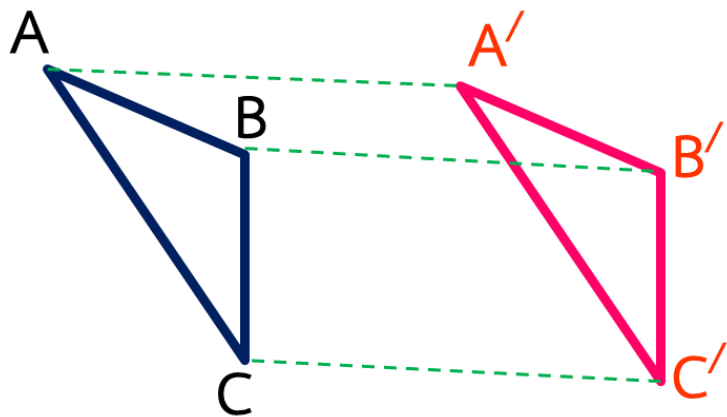
ผู้สอน ครุณรงค์ ชุขใส



ให้นักเรียนพิจารณารูปต่อไปนี้

กำหนดให้ $\triangle A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการแปลง $\triangle ABC$





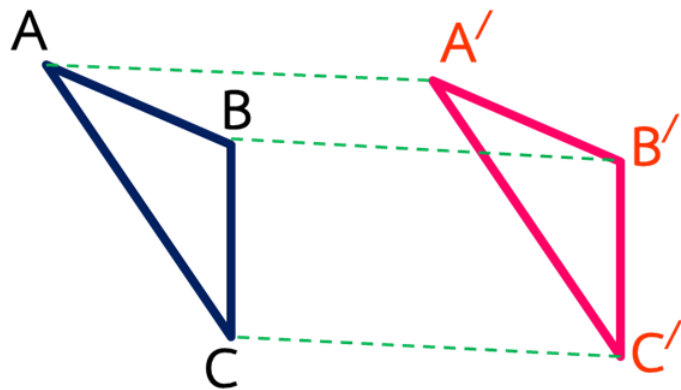
โดยมี

จุด A และจุด A' เป็นจุดที่สมนัยกัน

จุด B และจุด B' เป็นจุดที่สมนัยกัน

จุด C และจุด C' เป็นจุดที่สมนัยกัน





กล่าวว่า

\overline{AB} กับ $\overline{A'B'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน

\overline{AC} กับ $\overline{A'C'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน

\overline{BC} กับ $\overline{B'C'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน

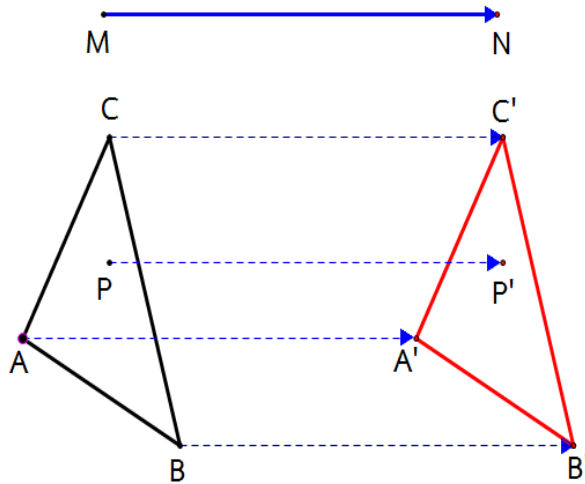


ใบงานที่ 1.2

เรื่อง การเลื่อนขนาน

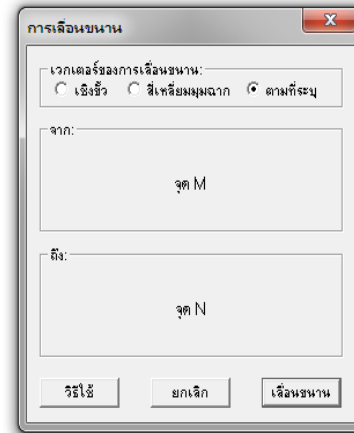


1. ภาพต่อไปนี้เกิดจากการเลื่อนขนานรูปต้นแบบ ตาม \overrightarrow{MN} ซึ่งเป็นเวกเตอร์ของการเลื่อนขนาน



รูปต้นแบบ

ภาพที่เกิดจากการเลื่อนขนาน



เวกเตอร์ MN (เขียนแทนด้วย \overrightarrow{MN}) ซึ่งจะมีทิศทางจากจุดเริ่มต้น M ไปยังจุดสิ้นสุด N และมีขนาดเท่ากับความยาวของ \overline{MN}

จุด A จะเลื่อนเป็นระยะทางเท่ากับ \overline{MN} ทิศทางจากจุด M ไปจุด N มีจุด A' เป็นจุดที่สมนัยกัน



จุด B จะเลื่อนเป็นระยะทางเท่ากับ \overline{MN} ทิศทางจากจุด M
ไปจุด _____ มีจุด _____ เป็นจุดที่สมนัยกัน

จุด C จะเลื่อนเป็นระยะทางเท่ากับ \overline{MN} ทิศทางจากจุด _____
ไปจุด _____ มีจุด _____ เป็นจุดที่สมนัยกัน

จุด P จะเลื่อนเป็นระยะทางเท่ากับ _____ ทิศทางจากจุด _____
ไปจุด _____ มีจุด _____ เป็นจุดที่สมนัยกัน



1.4 $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$, $\overline{CC'}$, $\overline{PP'}$ จะ _____ กับ \overline{MN}

$$\text{และ } AA' = BB' = CC' = PP' = MN$$

1.5 หากเลือกรูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน

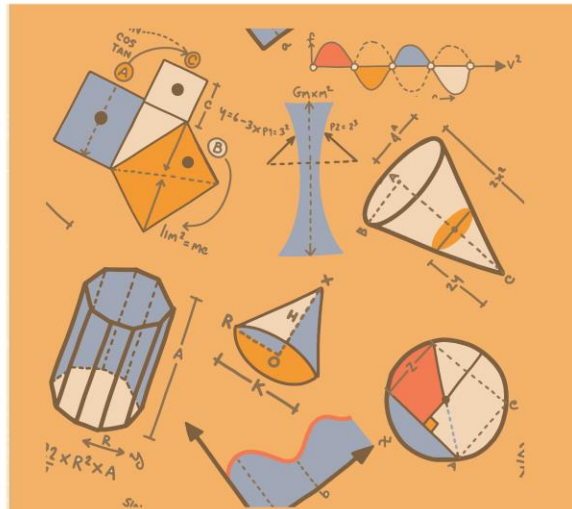
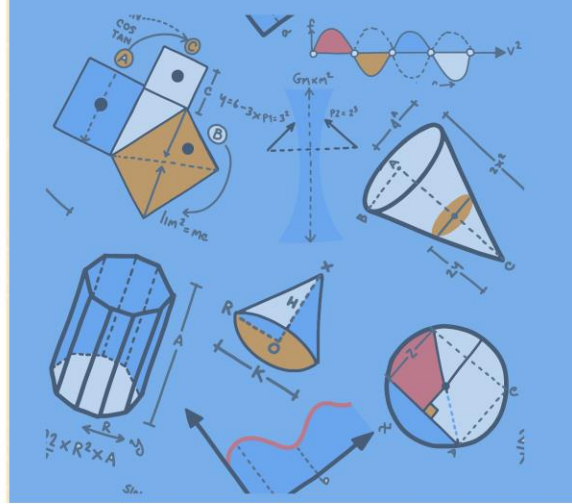
มาทับกัน จะ ทับกันได้สนิทโดยไม่พลิกรูป

ทับกันได้สนิทแต่ต้องพลิกรูป

ทับกันไม่สนิท



การสะท้อน



การแปลงทางเรขาคณิต

เรียกรูปเรขาคณิตก่อนการแปลง ว่า

รูปต้นแบบ

และเรียกรูปเรขาคณิตหลังการแปลง ว่า

ภาพที่ได้จากการแปลง



พระที่นั่งไอศวรรย์ทิพยอาสน์

ขอขอบคุณภาพจาก <https://www.trover.com/d/1iwjB-aisawan-thipha-asana->

พระที่นั่งไอศวรรย์ทิพยอาสน์-ban-len-thailand



ทัชมาฮาล

ขอขอบคุณภาพจาก <https://tourkrub.co/tours/12390-india-4d2n-fd.html>



ทัชมาฮาล

ขอขอบคุณภาพจาก <http://ทีวีอุก.net/15-อย่างที่เราไม่รู้เกี่ยวกับ-ทัชมาฮาล/>



นครวัดนครธม

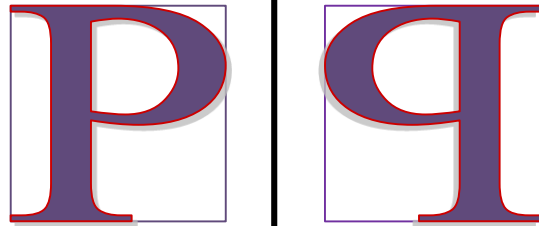
ขอขอบคุณภาพจาก <https://www.saulbellow.org/อันดับที่-10-ปราสาทนครวัด/>







ตัวอย่าง การแปลงที่เป็นการสะท้อน



การสะท้อน

การสะท้อนของรูปทรงเรขาคณิตในระนาบ

ต้องมีเส้นของการสะท้อน และ

รูปที่เกิดจากการสะท้อนเปรียบเสมือน

การพลิกรูป ต้นแบบข้ามเส้นของการสะท้อนไป



การสะท้อนเป็นการแปลงที่มีการ**จับคู่แต่ละจุด**

บนรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดบนรูปที่เกิดจากการสะท้อน

โดย**จุดแต่ละคู่ที่สมนัยกัน**จะมีระยะห่างจากเส้นของ

การสะท้อนเป็น**ระยะทางเท่ากัน**

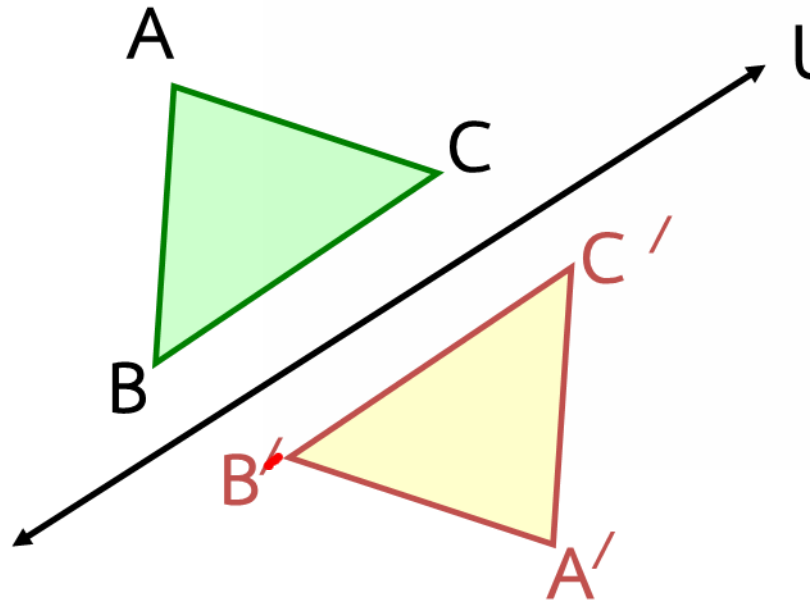


ตัวอย่าง

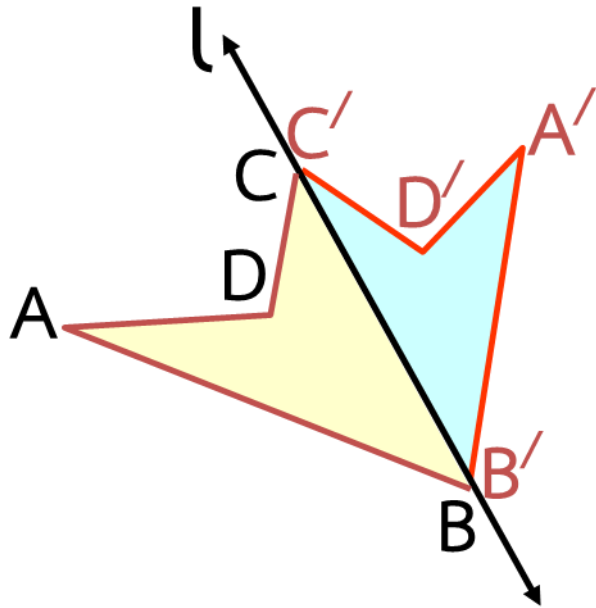
การสะท้อนที่มีเส้นตรง l เป็นเส้นสะท้อน



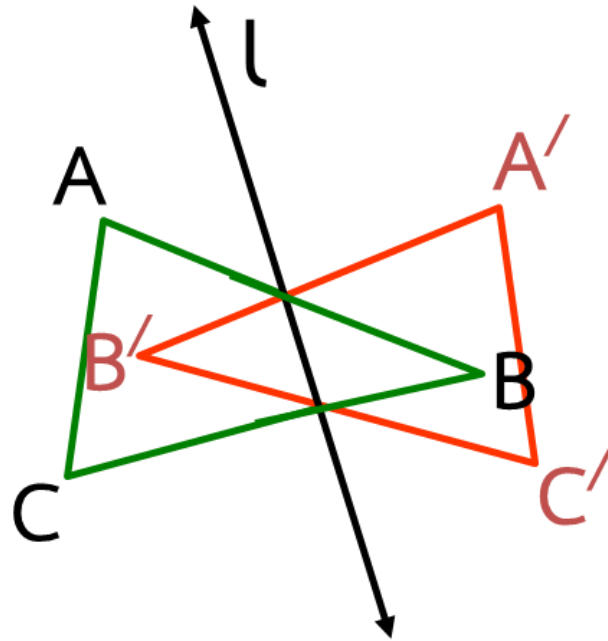
กรณีที่ 1 ทุกจุดบนรูปต้นแบบไม่อยู่บนเส้นตรง l



กรณีที่ 2 มีบางจุดบนรูปต้นแบบอยู่บนเส้นตรง l

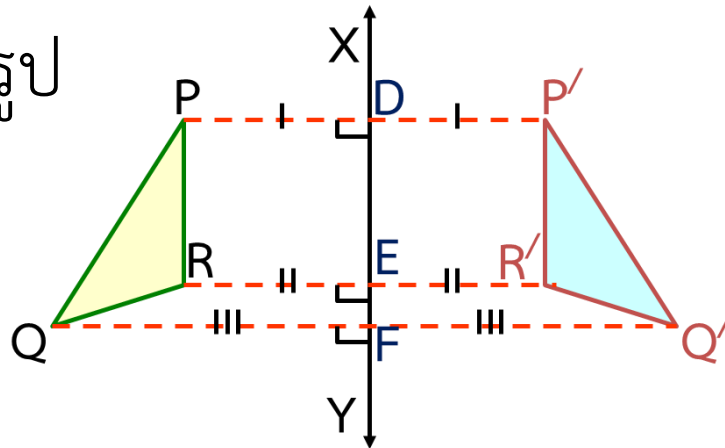


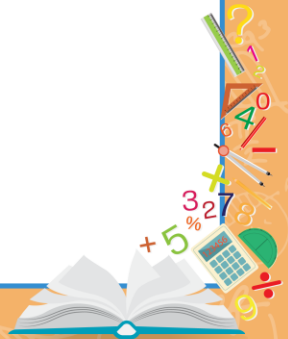
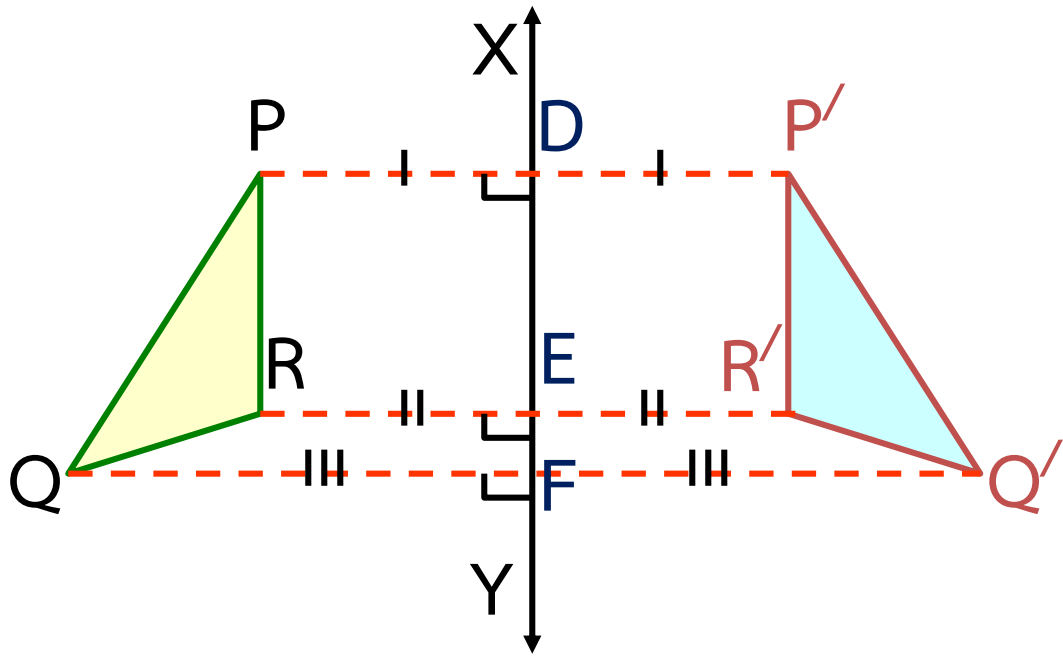
กรณีที่ 2 มีบางจุดบนรูปต้นแบบอยู่บนเส้นตรง l



สำรวจการสะท้อน

กำหนด $\triangle PQR$ เป็นรูปต้นแบบ เมื่อสะท้อน $\triangle PQR$ ด้วยเส้นสะท้อน XY และได้ภาพ $\triangle P'Q'R'$ เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน ดังรูป



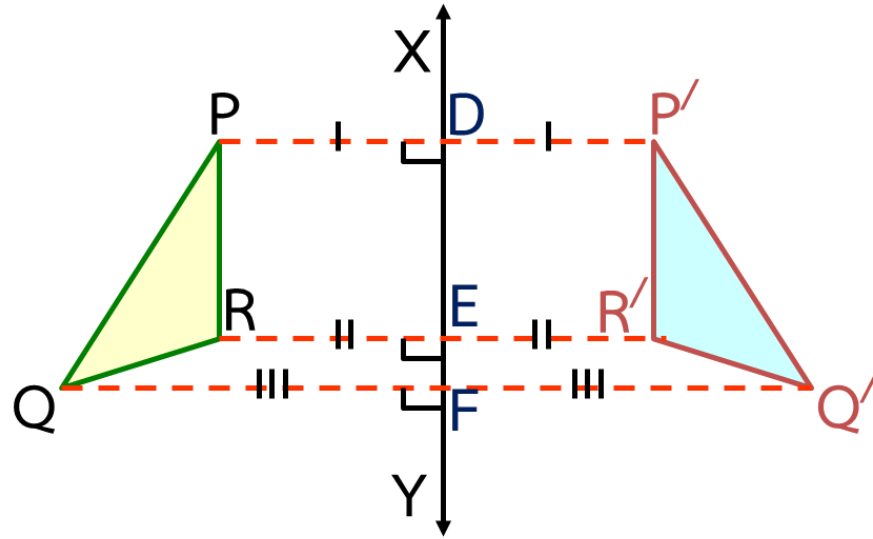


ลาก $\overline{PP'}$, $\overline{RR'}$ และ $\overline{QQ'}$ ตัด \overleftrightarrow{XY}

ที่จุด D , E และ F จากความหมายของการสะท้อน

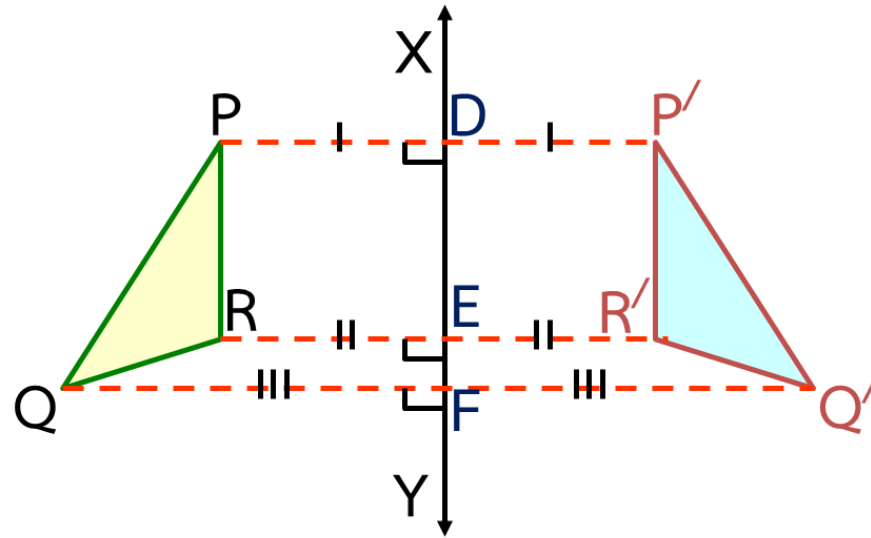
จะได้ว่า \overleftrightarrow{XY} ตั้งฉากและแบ่งครึ่ง $\overline{PP'}$, $\overline{RR'}$ และ $\overline{QQ'}$





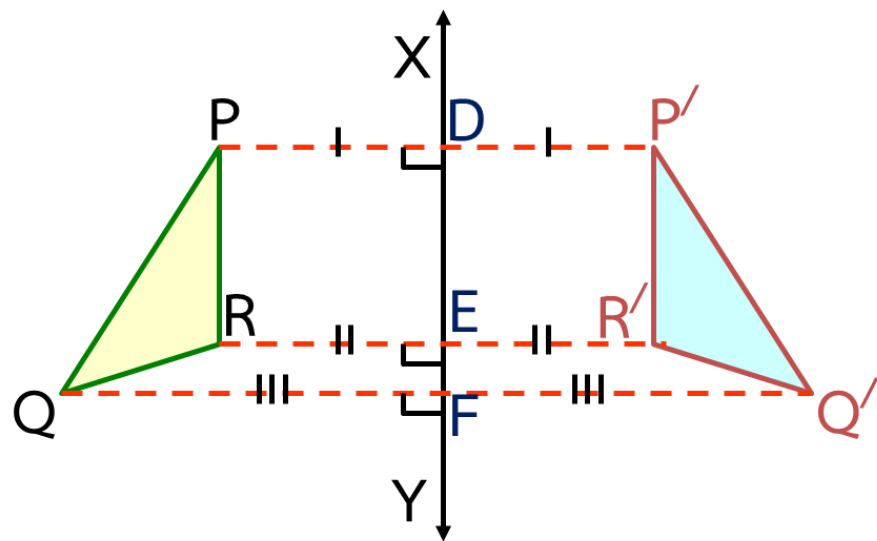
1. $\overline{PP'}$, $\overline{RR'}$ และ $\overline{QQ'}$ ขนานกันและยาวเท่ากันหรือไม่





ตอบ $\overline{PP'}$, $\overline{RR'}$ และ $\overline{QQ'}$
 ขนานกัน แต่ยาวไม่เท่ากัน

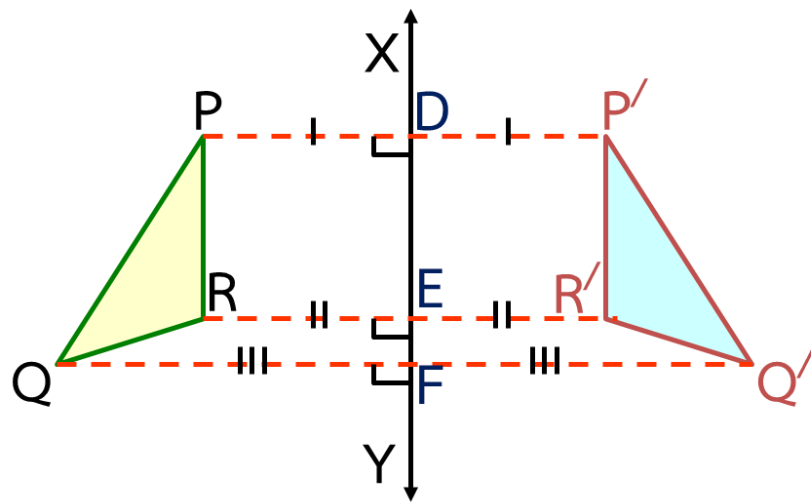




2. $\overline{PQ} \parallel \overline{P'Q'}$, $\overline{PR} \parallel \overline{P'R'}$

และ $\overline{QR} \parallel \overline{Q'R'}$ ใช่หรือไม่



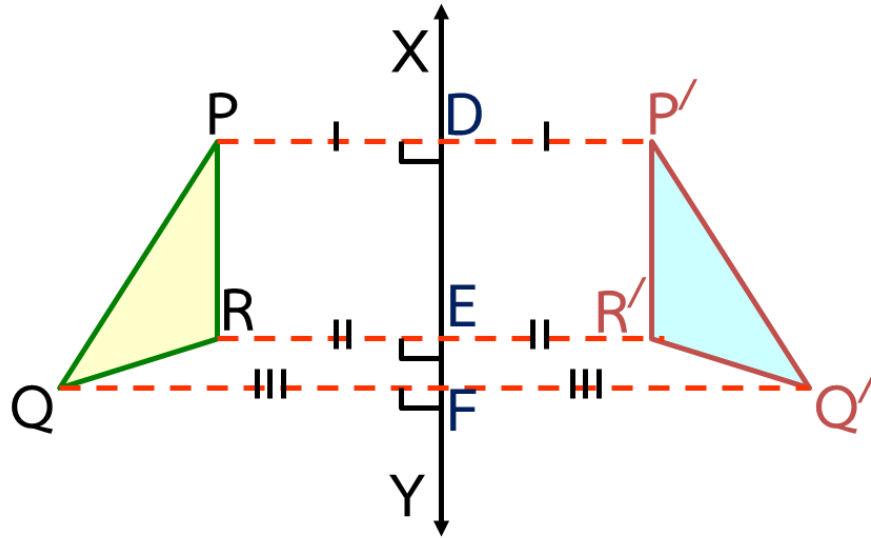


ตอบ \overline{PQ} และ $\overline{P'Q'}$ ไม่ขนานกัน

\overline{PR} และ $\overline{P'R'}$ ขนานกัน

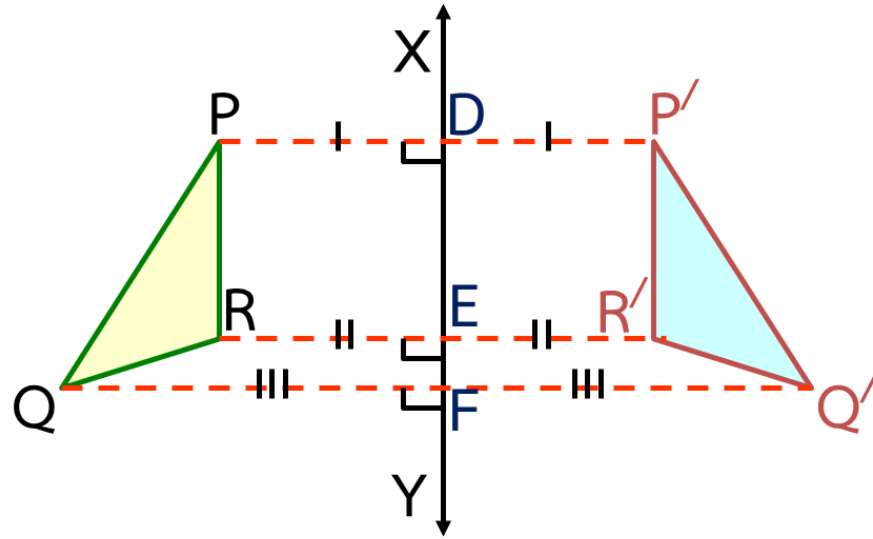
\overline{QR} และ $\overline{Q'R'}$ ไม่ขนานกัน





3. นักเรียนคิดว่าด้านแต่ละด้านของรูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการสะท้อนของด้านนั้นจำเป็นต้องขนานกันหรือไม่
ไม่จำเป็นต้องขนานกัน

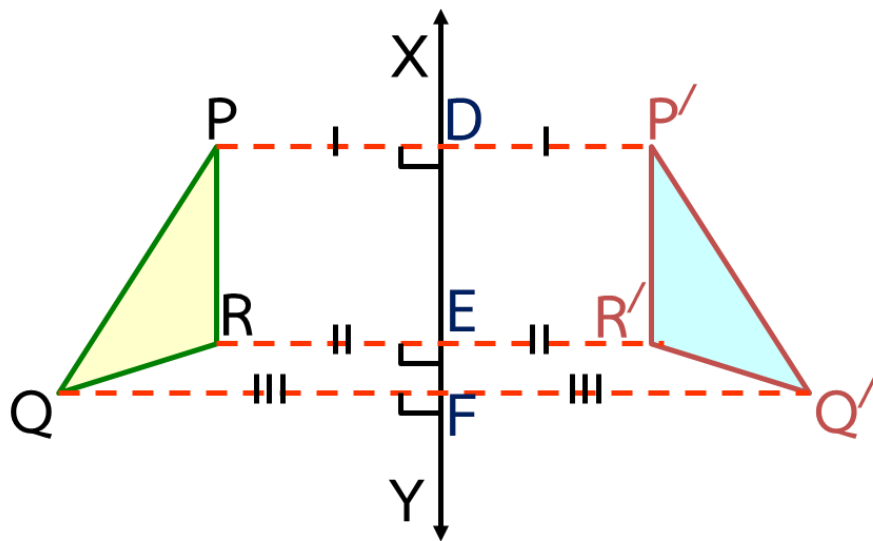




4. $PQ = P'Q'$, $PR = P'R'$ และ $QR = Q'R'$

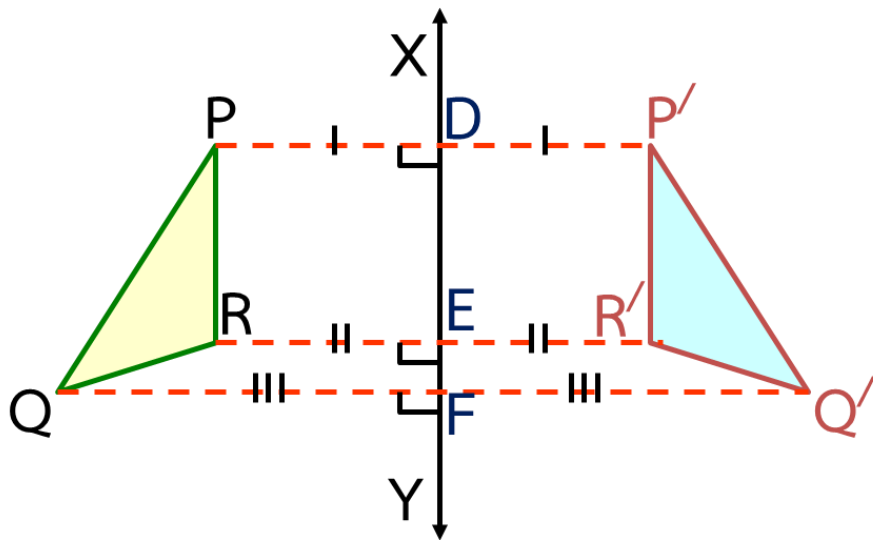
ใช่หรือไม่ ใช่





5. ถ้าเลื่อน ΔPQR ไปทับ $\Delta P'Q'R'$ รูปทั้งสองทับ
~~กันได้สนิทหรือไม่~~ **ทับไม่สนิท**





6. ถ้าพิก ΔPQR แล้วจะทับ $\Delta P'Q'R'$ รูปทั้งสอง
 ทับกันได้สนิท หรือไม่ **ทับกันได้สนิท**



สมบัติของการสะท้อน

1. สามารถ**เปลี่ยนรูป**ต้นแบบทับภาพที่ได้จากการสะท้อนได้สนิท โดย**ต้องพลิกรูป**หรือกล่าวว่ารูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อนเท่ากันทุกประการ



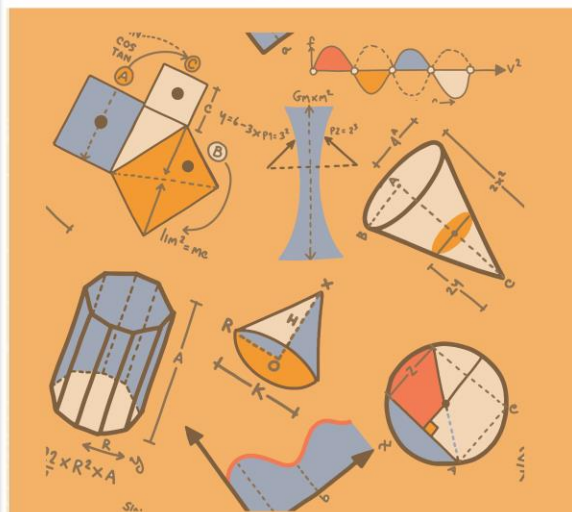
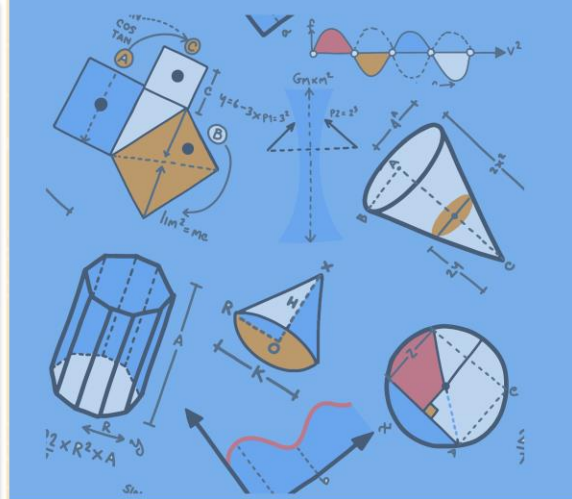
สมบัติของการสะท้อน

2. ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดที่สมนัยกันบนภาพที่ได้จากการสะท้อนจะขนานกันและไม่จำเป็นต้องยาวเท่ากัน

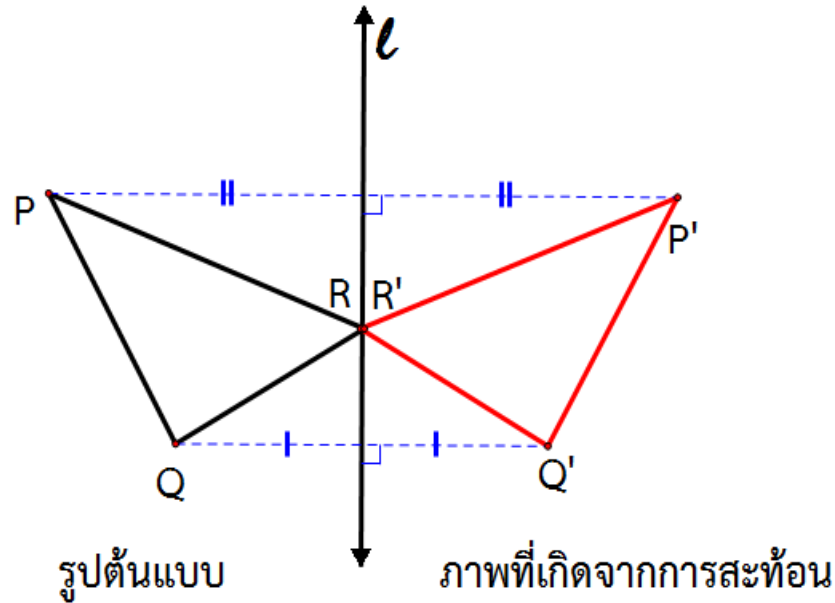


ใบงานที่ 2

เรื่อง การสะท้อน



1. ภาพต่อไปนี้เกิดจากการสะท้อนรูปต้นแบบ โดยมีเส้นตรง L เป็นเส้นสะท้อน



1.1 เส้นตรง L เป็นเส้นสะท้อน

1.2 รูปต้นแบบคือ $\triangle PQR$ ภาพที่เกิดจากการสะท้อน
คือ $\triangle P'Q'R'$ ✓

1.3 หากนำรูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการสะท้อนมาทับกัน

- จะ
- ทับกันได้สนิทโดยไม่พลิกรูป
 - ทับกันได้สนิทแต่ต้องพลิกรูป
 - ทับกันไม่สนิท



1.4 จุด P ไม่อยู่บนเส้นตรง L แล้วเส้นตรง L จะแบ่งครึ่ง
และตั้งฉาก $\overline{PP'}$

จุด Q ไม่อยู่บนเส้นตรง L แล้วเส้นตรง L จะแบ่งครึ่ง
และตั้งฉาก $\overline{QQ'}$

จุด R อยู่บนเส้นตรง L แล้วจุด R และจุด R' เป็นจุด
เดียวกัน



1.5 มี \overline{PQ} กับ $\overline{P'Q'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน
ยาวเท่ากัน แต่ไม่ขนานกัน

มี \overline{PR} กับ เป็นด้านที่สมนัยกัน

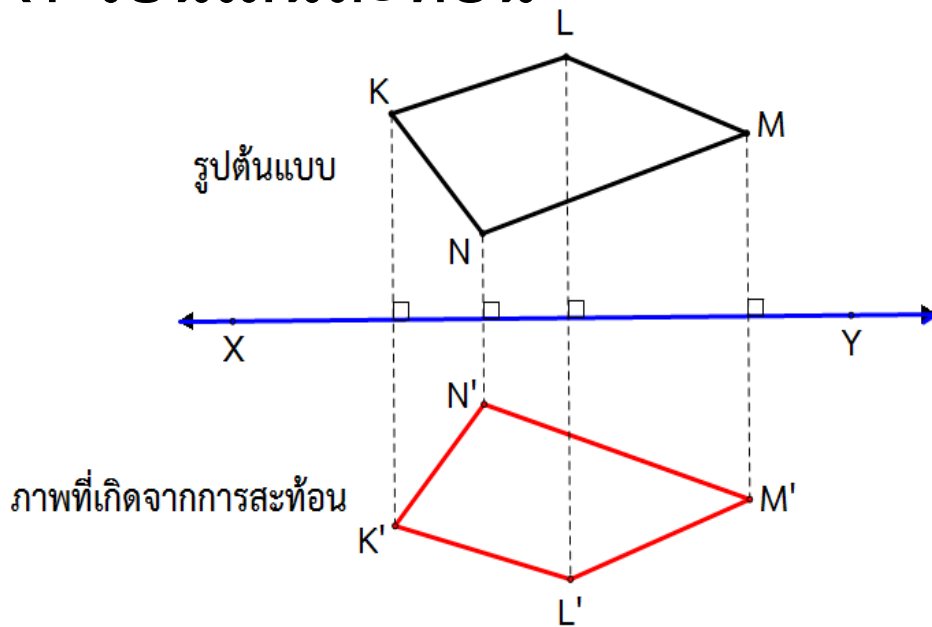
.....
และ มี กับ เป็น



1.6 $\overline{PP'}$ ขนานกับ $\overline{QQ'}$ แต่ยาวไม่เท่ากัน



2. ภาพต่อไปนี้เป็นเกิดจากการสะท้อนรูปต้นแบบ โดยมีเส้นตรง XY เป็นเส้นสะท้อน



2.1 เส้นตรง เป็นเส้นสะท้อน

2.2 รูปต้นแบบคือ ภาพที่เกิดจากการสะท้อนคือ

2.3 หากนำรูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการสะท้อนมาทับกัน

- จะ
- ทับกันได้สนิทโดยไม่พลิกรูป
 - ทับกันได้สนิทแต่ต้องพลิกรูป
 - ทับกันไม่สนิท



2.4

จุด K ไม่อยู่บนเส้นตรง XY แล้วเส้นตรง XY
จะแบ่งครึ่งและตั้งฉาก

จุด ไม่อยู่บนเส้นตรง แล้วเส้นตรง
จะแบ่งครึ่งและตั้งฉาก



2.5

มี \overline{KL} กับ เป็นด้านที่สมนัยกัน ยาวเท่ากัน
แต่ไม่ขนานกัน

มี กับ เป็นด้านที่สมนัยกัน

.....



๘๘ กับ เป็นด้านที่สมนัยกัน

๘๘ กับ เป็นด้านที่สมนัยกัน



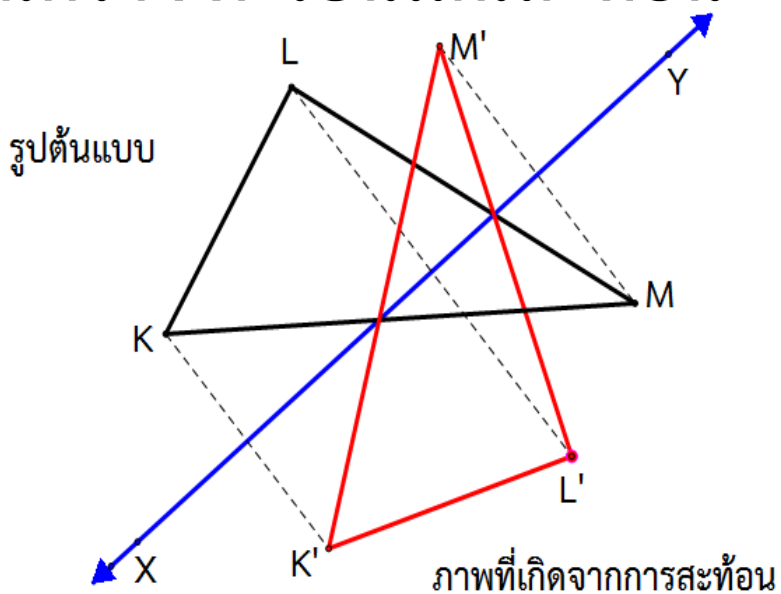
2.6

$\overline{KK'}$, $\overline{NN'}$, $\overline{LL'}$, $\overline{MM'}$ จะ.....

แต่ยาวไม่เท่ากัน



3. ภาพต่อไปนี้เกิดจากการสะท้อนรูปต้นแบบ โดยมีเส้นตรง XY เป็นเส้นสะท้อน



3.1 เส้นตรง เป็นเส้นสะท้อน

3.2 รูปต้นแบบคือ $\triangle KLM$ ภาพที่เกิดจากการสะท้อน
คือ \triangle

3.3 หากนำรูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการสะท้อนมาทับกัน

- จะ
- ทับกันได้สนิทโดยไม่พลิกรูป
 - ทับกันได้สนิทแต่ต้องพลิกรูป
 - ทับกันไม่สนิท



3.4 จุด K ไม่อยู่บนเส้นตรง L แล้วเส้นตรง L จะแบ่งครึ่ง
และตั้งฉาก $\overline{PP'}$

จุด.....ไม่อยู่บนเส้นตรง.....แล้วเส้นตรง..... จะแบ่ง
ครึ่งและตั้งฉาก

จุด.....ไม่อยู่บนเส้นตรง.....แล้วเส้นตรง..... จะแบ่ง
ครึ่งและตั้งฉาก



3.5 มี \overline{KL} กับ $\overline{K'L'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน

ยาวเท่ากัน แต่ไม่ขนานกัน

มี กับ เป็น

.....

และ มี กับ เป็น

.....



3.6 $\overline{KK'}$, $\overline{LL'}$, $\overline{MM'}$ จะ แต่

.....

