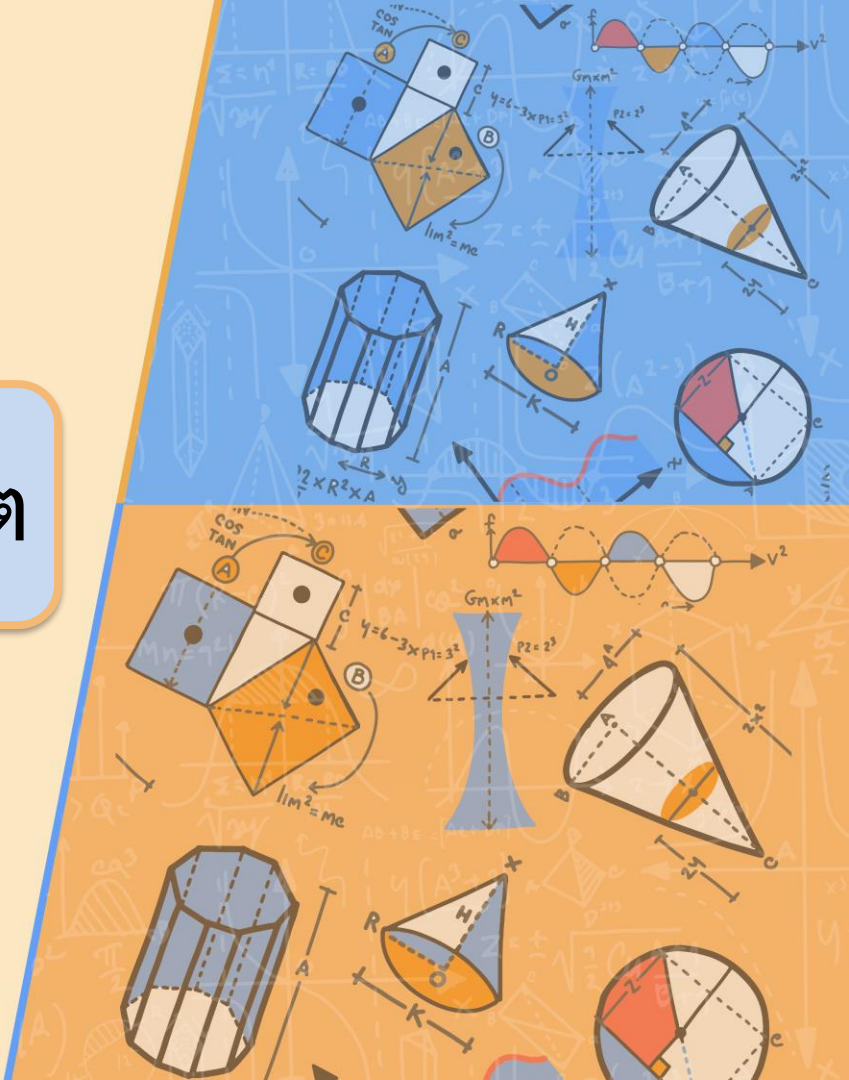


รายวิชา คณิตศาสตร์

เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต

รหัสวิชา ค22101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ผู้สอน ครุณรงค์นุช สุกใส



ข้อ 2

ท่อน้ำทรงกระบอกก้นหนึ่งมีปริมาตร 1,848 ลูกบาศก์
เซนติเมตร สูง 3 เซนติเมตร จงหารัศมีของฐาน และ
พื้นที่ผิวของท่อน้ำ (กำหนด $\pi \approx \frac{22}{7}$)

เปลี่ยนโจทย์ให้เป็น
รูปภาพก่อนนะจ๊ะ



วิธีทำ กำหนดให้ท่อน้ำทรงกระบอกมีรัศมียาว r เซนติเมตร

$$\text{ปริมาตรท่อน้ำทรงกระบอก} \approx \pi r^2 h$$

$$1,848 \approx \frac{22}{7} \times r^2 \times 3$$

$$1,848 \times \frac{7}{22} \times \frac{1}{3} \approx r^2$$

$$196 \approx r^2$$

$$14 \approx r$$



ดังนั้น ท่อน้ำทรงกระบอกมีรัศมียาว 14 เซนติเมตร

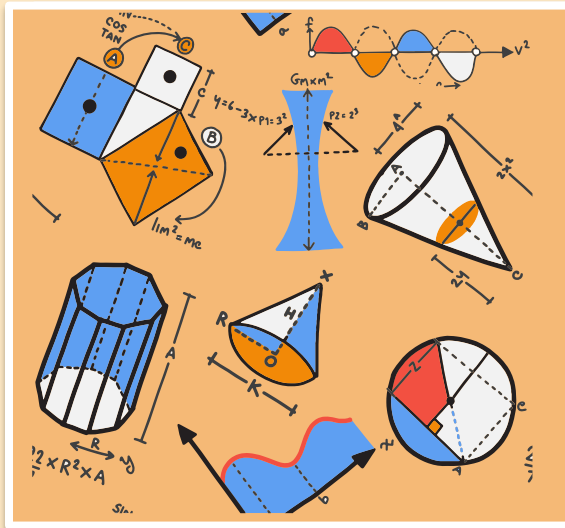
$$\text{พื้นที่ผิวของท่อน้ำ} = 2\pi rh$$

$$\approx 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 3$$

$$\approx 264$$

ดังนั้น ท่อน้ำนี้มีพื้นที่ผิว 264 ตารางเซนติเมตร

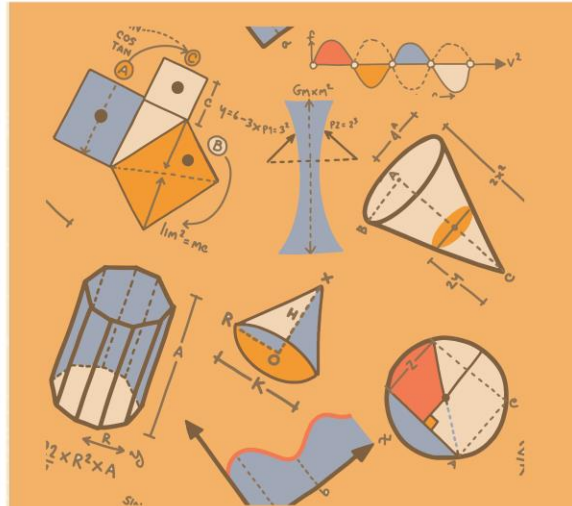
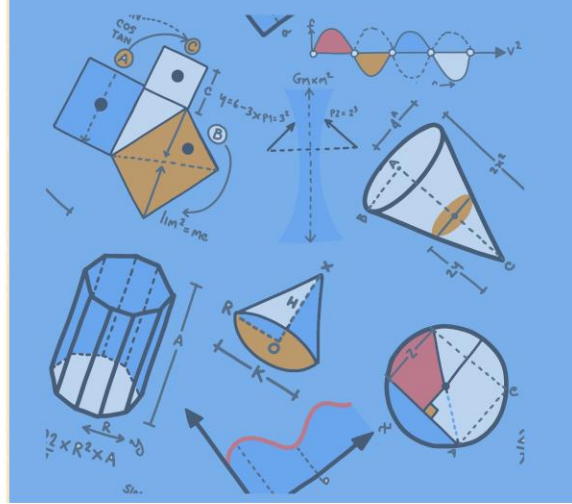




การแปลง ทางเรขาคณิต

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายเกี่ยวกับการแปลงได้
2. บอกภาพที่เกิดขึ้นจากการเลื่อนขนาน และอธิบายการวิธีการเลื่อนขนานรูปต้นแบบได้



การแปลง เป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกับการย้ายวัตถุจากตำแหน่งหนึ่งไปยังอีกตำแหน่งหนึ่ง โดยอาจมีการเปลี่ยนแปลงขนาดรูปร่าง หรือตำแหน่ง ให้ต่างไปจากเดิมหรือไม่ก็ได้ เช่น การวิ่งของรถบนถนน การส่องกระจก การหมุนของพัดลม



การแปลงทางเรขาคณิต

กล่าวถึงความเกี่ยวข้องกันระหว่าง

รูปเรขาคณิตก่อนการแปลง

และรูปเรขาคณิตหลังการแปลง



การแปลงทางเรขาคณิต

เรียกรูปเรขาคณิตก่อนการแปลง ว่า **รูปต้นแบบ**
และเรียกรูปเรขาคณิตหลังการแปลง ว่า **ภาพที่ได้จากการแปลง**



การแปลงทางเรขาคณิต

เมื่อกล่าวถึง **การแปลงทางเรขาคณิต** จะหมายถึงการจับคู่แบบหนึ่งต่อหนึ่งอย่างทั่วถึง **ระหว่างจุดที่สมนัยกัน** บนระนาบ ซึ่งเป็นจุดบนรูปต้นแบบกับ **จุดบนภาพที่ได้จากการแปลงนั้น**



กำหนดรูป ก เป็นรูปต้นแบบ และ
รูป ข เป็นภาพที่ได้จากการแปลงของรูป ก



จากรูป ถ้า P เป็นจุดจุดหนึ่งบนรูป ก จุด P'
(อ่านว่า พีไพร์ม) เป็นภาพที่ได้จากการแปลงจุด P
กล่าวได้ว่าจุด P และจุด P' เป็นจุดที่สมนัยกัน





แต่ละจุด P บนรูป ก จะมีจุด P' บนรูป ข
เพียงจุดเดียวที่สมนัยกันกับจุด P

และแต่ละจุด P' บนรูป ข จะมีจุด P บนรูป ก
เพียงจุดเดียวที่สมนัยกันกับจุด P'



ต่อไป ถ้าไม่กล่าวเป็นอย่างอื่นให้ถือว่าตัวอักษรที่มี
สัญลักษณ์ / (อ่านว่าไพร์ม)

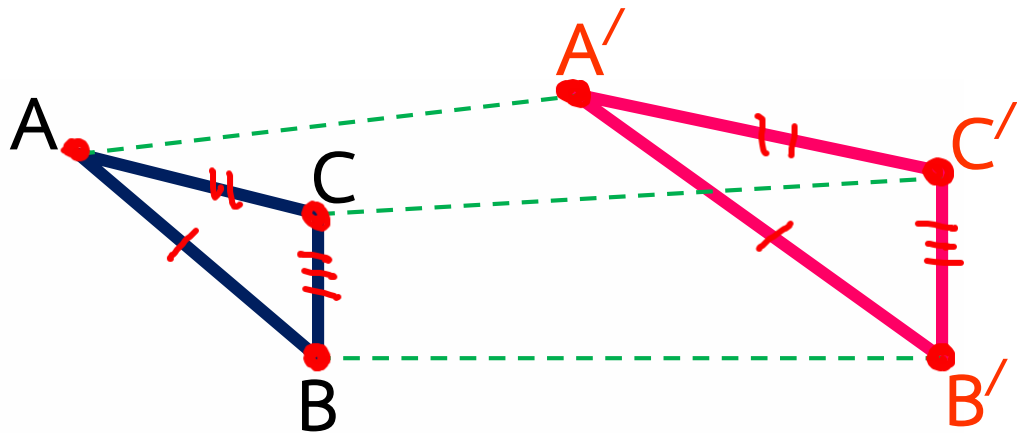
ปรากฏอยู่แทนจุดที่ได้จากการแปลง

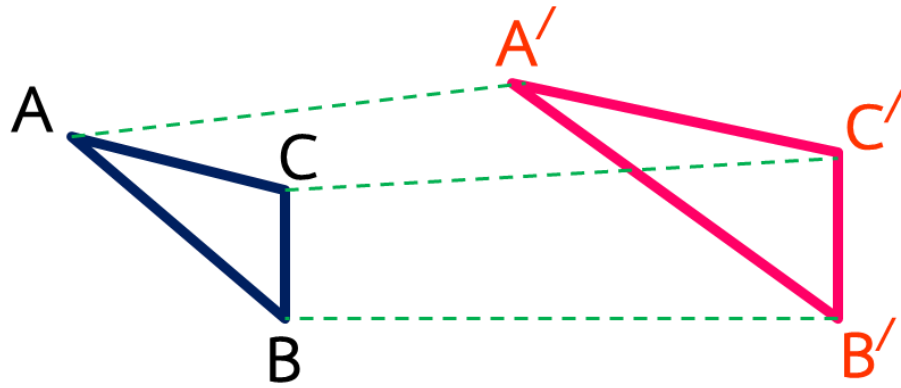
เช่น จุด A' เป็นจุดที่ได้จากการแปลงจุด A



ให้นักเรียนพิจารณารูปต่อไปนี้

กำหนดให้ $\triangle A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการแปลง $\triangle ABC$





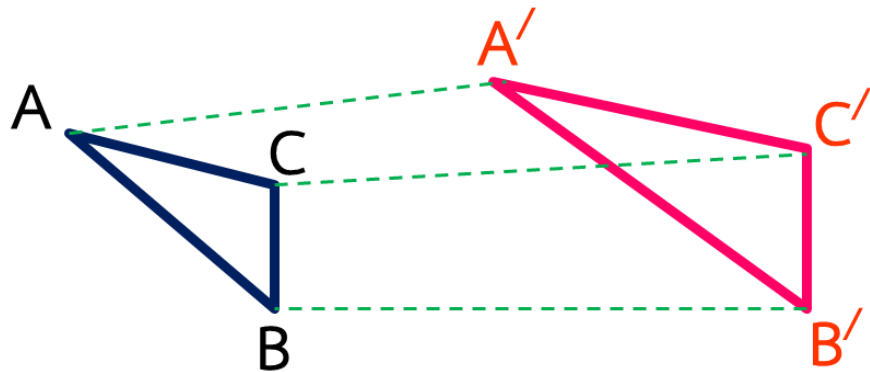
โดยมี

จุด A และจุด A' เป็นจุดที่สมนัยกัน

จุด B และจุด B' เป็นจุดที่สมนัยกัน

จุด C และจุด C' เป็นจุดที่สมนัยกัน





กล่าวว่า

\overline{AB} กับ $\overline{A'B'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน

\overline{BC} กับ $\overline{B'C'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน

\overline{CA} กับ $\overline{C'A'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน





ขอขอบคุณภาพจาก <https://allabout-japan.com/th/article/5400/>



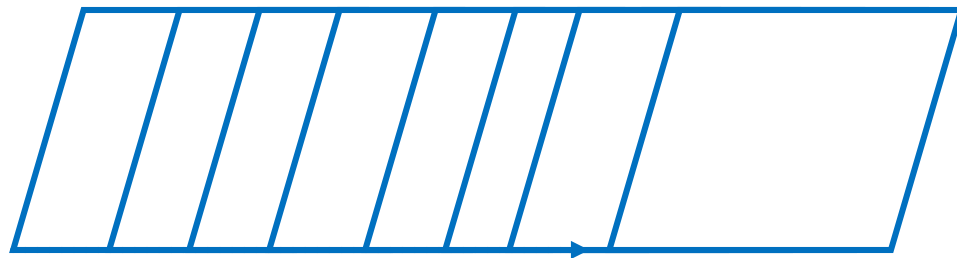
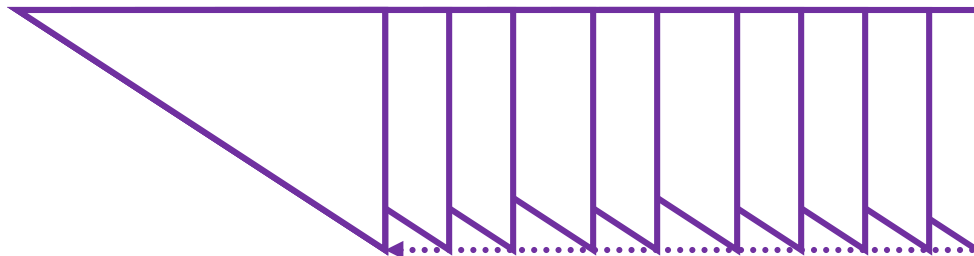
ขอขอบคุณภาพจาก <http://starfm.becteroradio.com/sketch-photo/3312/> ส่งกระจกเช็กความเป๊ะ



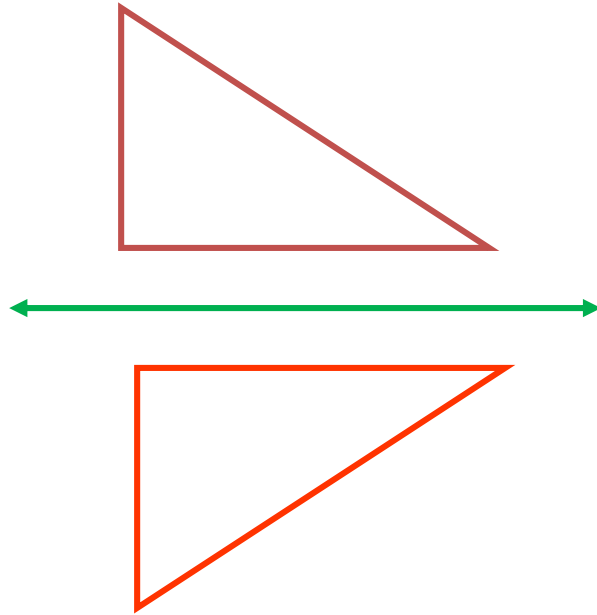
ขอขอบคุณภาพจาก <https://www.thaihealth.or.th/Content/36382->



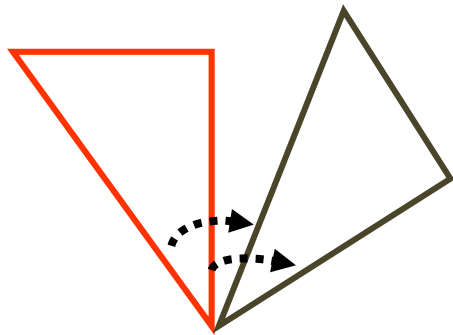
ตัวอย่าง การแปลงที่เป็นการเลื่อนขนาน



ตัวอย่าง การแปลงที่เป็น การสะท้อน



ตัวอย่าง การแปลงที่เป็น**การหมุน**



การเลื่อนขนาน

การเลื่อนขนานบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิต
ที่มีการ**เลื่อนจุด**ทุกจุดไปบนระนาบ**แนวเส้นตรง**ใน
ทิศทางเดียวกันและเป็น**ระยะทางที่เท่ากัน**ตามที่กำหนด



สมบัติการเลื่อนขนาน

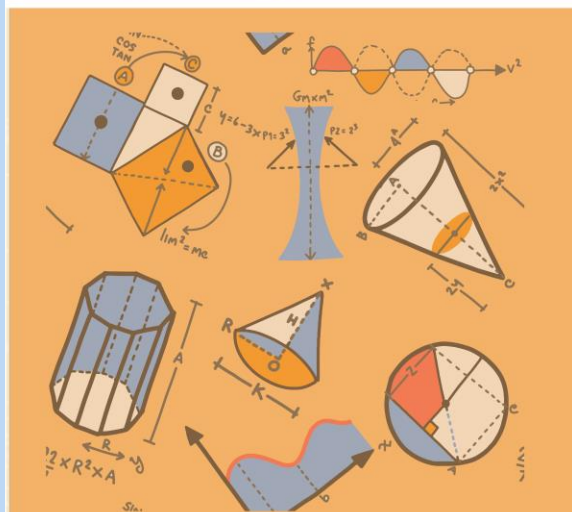
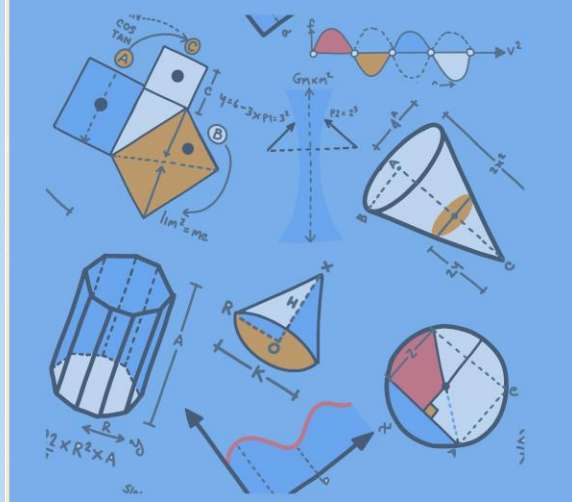


1. สามารถเลือกรูปต้นแบบทับภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูป หรือกล่าวว่ารูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานจะเท่ากันทุกประการ
2. ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานของส่วนของเส้นตรงนั้นจะขนานกัน



ใบงานที่ 1.1

เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต



1. พิจารณาป้ายต่อไปนี้แล้วตอบคำถาม

AMBULANCE

1.1 นักเรียนเคยเห็นป้ายข้อความนี้เขียนไว้ที่ _____

1.2 ป้ายนี้เป็นคำภาษาอังกฤษคำว่า _____
แปลว่า _____



1.3 สาเหตุที่ต้องทำให้ป้ายมีลักษณะเป็นเช่นนี้เพราะ

2. จงเขียนข้อความใดก็ได้ให้มีลักษณะเช่นเดียวกับ
ข้อความในข้อ 1



กำหนด

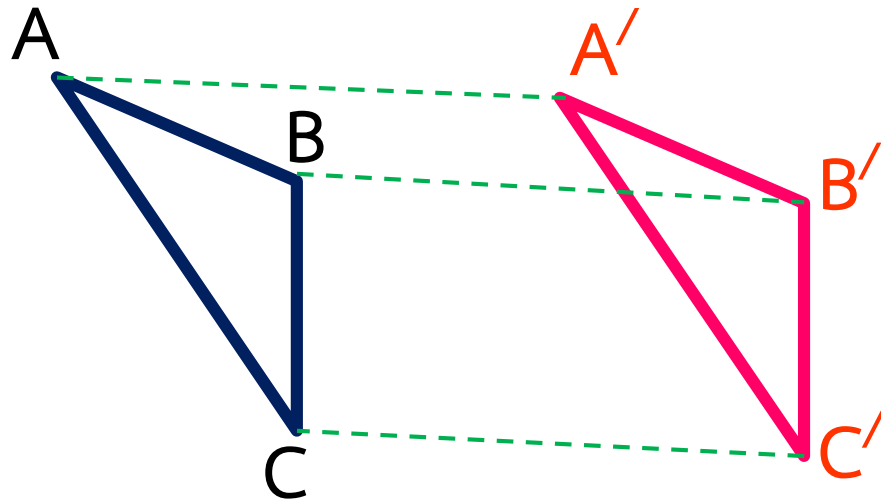
รูป ก เป็นรูปต้นแบบ และรูป ข เป็นภาพที่ได้จากการแปลงของรูป ก

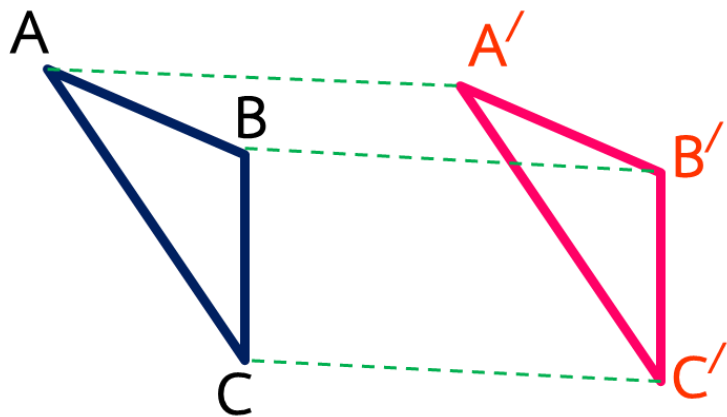


จากรูป ถ้า A เป็นจุดจุดหนึ่งบนรูป ก จุด A' (อ่านว่า เอไพร์ม) เป็นภาพที่ได้จากการแปลงจุด A กล่าวว่างจุด A และจุด A' เป็นจุดที่สมนัยกัน



ให้นักเรียนพิจารณารูปต่อไปนี้
กำหนดให้ $\Delta A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการแปลง ΔABC





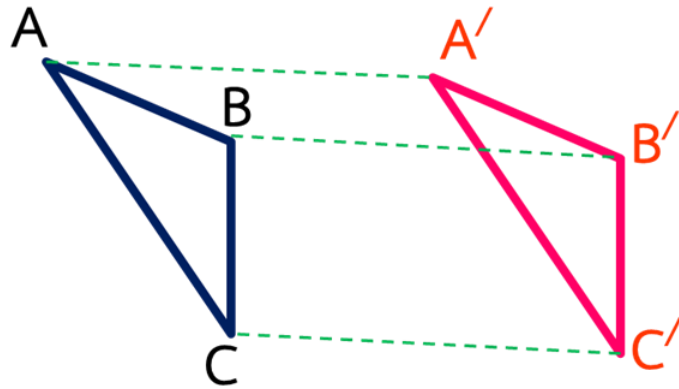
โดยมี

จุด A และจุด A' เป็นจุดที่สมนัยกัน

จุด B และจุด B' เป็นจุดที่สมนัยกัน

จุด C และจุด C' เป็นจุดที่สมนัยกัน





กล่าวว่า

\overline{AB} กับ $\overline{A'B'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน

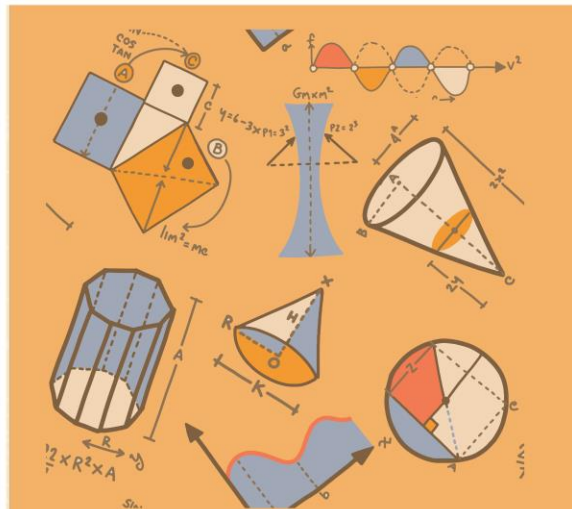
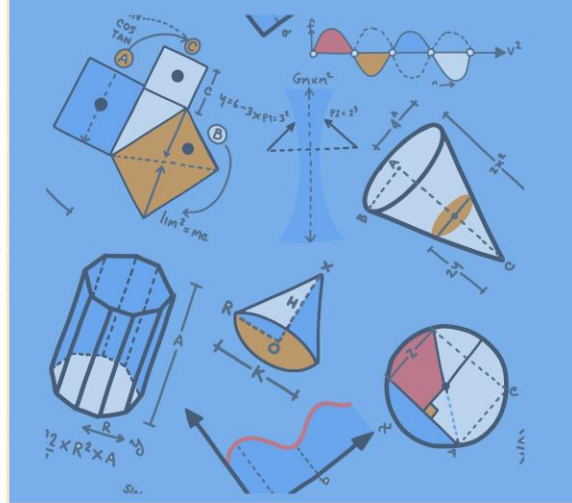
\overline{AC} กับ $\overline{A'C'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน

\overline{BC} กับ $\overline{B'C'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน

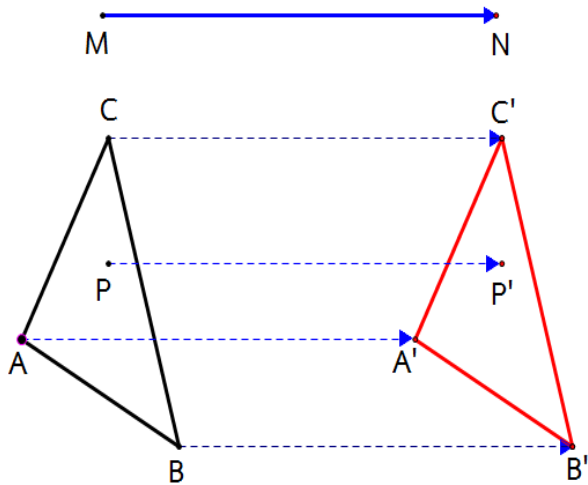


ใบงานที่ 1.2

เรื่อง การเลื่อนขนาน

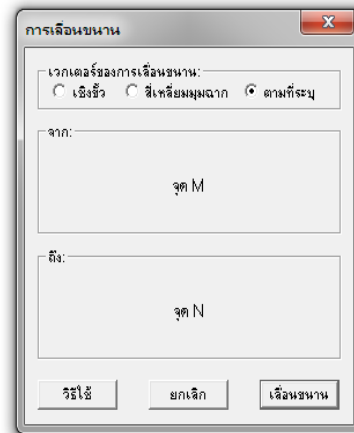


1. ภาพต่อไปนี้เกิดจากการเลื่อนขนานรูปต้นแบบ ตาม \overrightarrow{MN} ซึ่งเป็นเวกเตอร์ของการเลื่อนขนาน



รูปต้นแบบ

ภาพที่เกิดจากการเลื่อนขนาน



เวกเตอร์ MN (เขียนแทนด้วย \overline{MN}) ซึ่งจะมีทิศทางจากจุดเริ่มต้น M ไปยังจุดสิ้นสุด N และมีขนาดเท่ากับความยาวของ \overline{MN}

จุด A จะเลื่อนเป็นระยะทางเท่ากับ \overline{MN} ทิศทางจากจุด M ไปจุด N มีจุด A' เป็นจุดที่สมนัยกัน



จุด B จะเลื่อนเป็นระยะทางเท่ากับ \overline{MN} ทิศทางจากจุด M
ไปจุด _____ มีจุด _____ เป็นจุดที่สมนัยกัน

จุด C จะเลื่อนเป็นระยะทางเท่ากับ \overline{MN} ทิศทางจากจุด _____
ไปจุด _____ มีจุด _____ เป็นจุดที่สมนัยกัน

จุด P จะเลื่อนเป็นระยะทางเท่ากับ _____ ทิศทางจากจุด _____
ไปจุด _____ มีจุด _____ เป็นจุดที่สมนัยกัน



1.3 มี \overline{AB} กับ $\overline{A'B'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน ขนานกันและยาวเท่ากัน

มี \overline{BC} กับ $\overline{B'C'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน _____

มี \overline{AC} กับ $\overline{A'C'}$ เป็น _____



1.4 $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$, $\overline{CC'}$, $\overline{PP'}$ จะ _____ กับ \overline{MN}

$$\text{และ } AA' = BB' = CC' = PP' = MN$$

1.5 หากเลือกรูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน

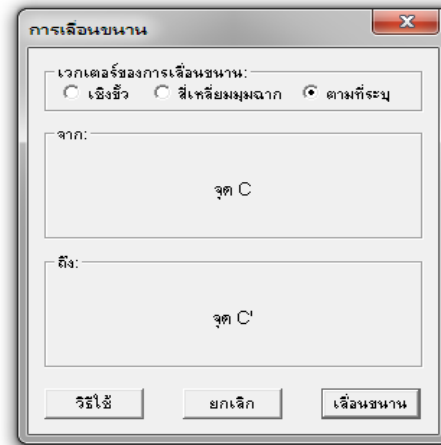
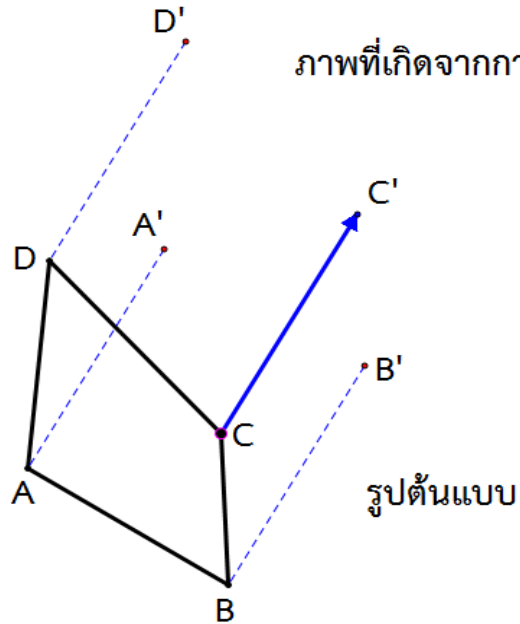
มาทับกัน จะ ทับกันได้สนิทโดยไม่พลิกรูป

ทับกันได้สนิทแต่ต้องพลิกรูป

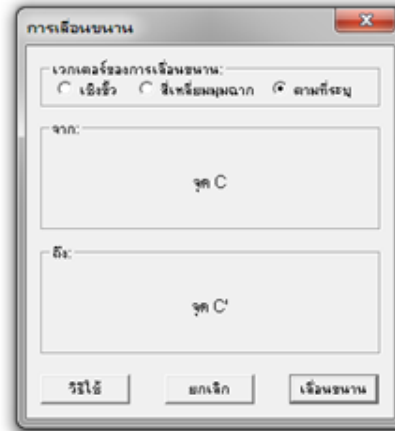
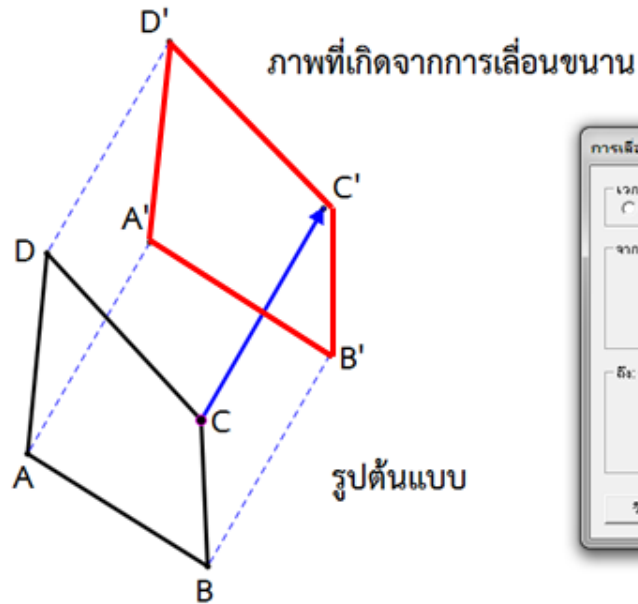
ทับกันไม่สนิท



2. ภาพต่อไปนี้เกิดจากการเลื่อนขนานรูปต้นแบบ ตาม $\overrightarrow{CC'}$ ซึ่งเป็นเวกเตอร์ของการเลื่อนขนาน



2.1 จงวาดภาพที่เกิดจากการเลื่อนขนานให้สมบูรณ์



2.2 จุด A จะเลื่อนเป็นระยะทางเท่ากับ $\overline{CC'}$ ทิศทางจากจุด C

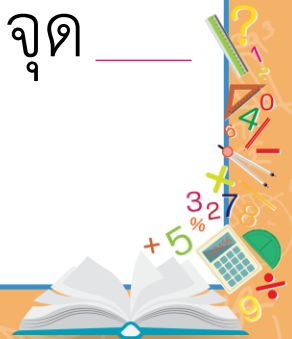
ไปจุด C' มีจุด A' เป็นจุดที่สมนัยกัน

จุด B จะเลื่อนเป็นระยะทางเท่ากับ _____ ทิศทางจากจุด _____

ไปจุด _____ มีจุด _____ เป็นจุดที่สมนัยกัน

จุด D จะเลื่อนเป็นระยะทางเท่ากับ _____ ทิศทางจากจุด _____

ไปจุด _____ มีจุด _____ เป็นจุดที่สมนัยกัน

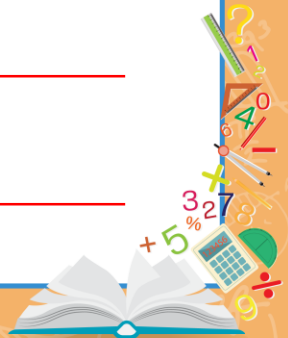


2.3 มี \overline{AB} กับ $\overline{A'B'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน ขนานกัน

และยาวเท่ากัน

มี \overline{AD} กับ $\overline{A'D'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน _____

มี \overline{BC} กับ $\overline{B'C'}$ เป็น _____



และ \overline{BC} กับ $\overline{B'C'}$ เป็น _____

และ \overline{CD} กับ $\overline{C'D'}$ เป็น _____



2.4 $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$, _____ จะ _____ กับ _____

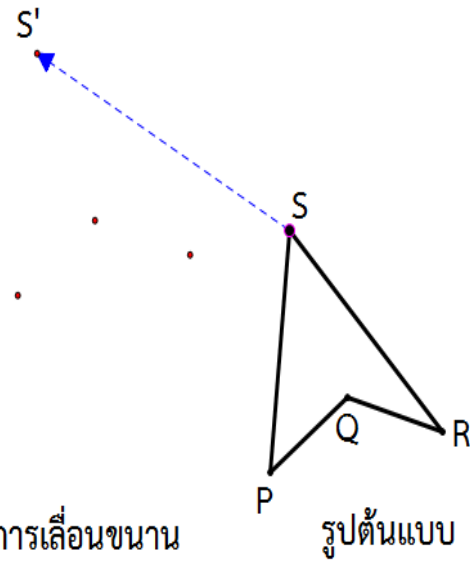
และ $AA' =$ _____ $=$ _____ $=$ _____

2.5 หากเลื่อนรูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน

- มาทับกัน จะ ทับกันได้สนิทโดยไม่พลิกรูป
- ทับกันได้สนิทแต่ต้องพลิกรูป
- ทับกันไม่สนิท

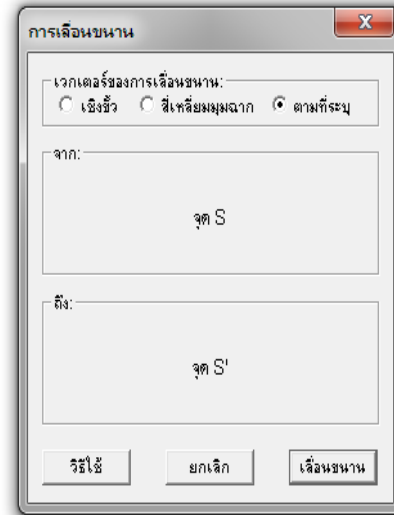


3. ภาพต่อไปนี้เกิดจากการเลื่อนขนานรูปต้นแบบ ตาม $\overrightarrow{CC'}$ ซึ่งเป็นเวกเตอร์ของการเลื่อนขนาน

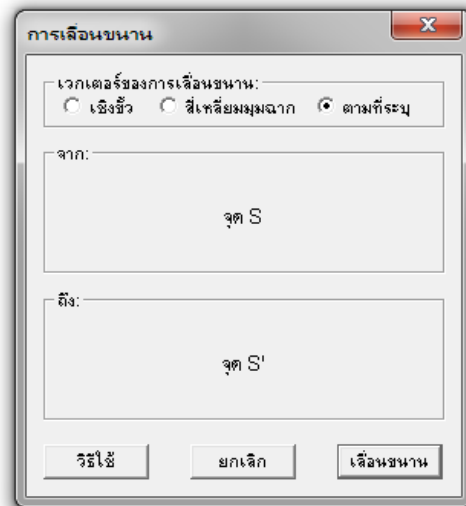
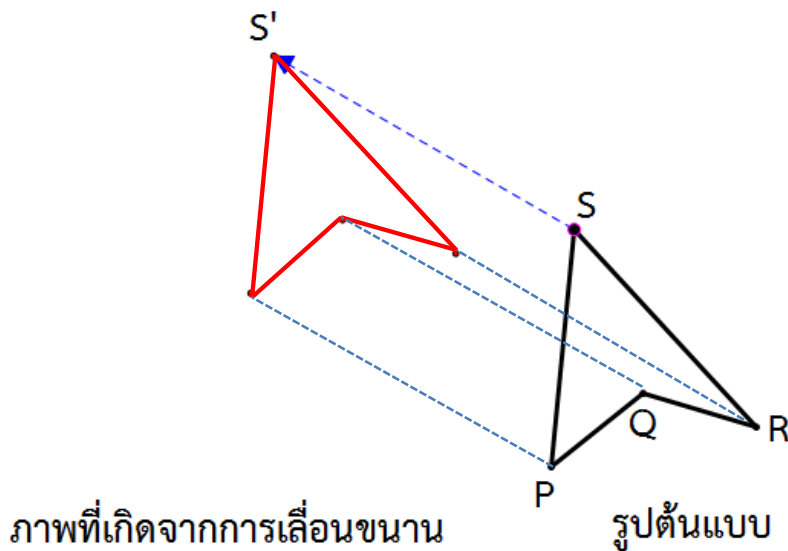


ภาพที่เกิดจากการเลื่อนขนาน

รูปต้นแบบ



3.1 จงวาดภาพที่เกิดจากการเลื่อนขนานให้สมบูรณ์



3.2 จุด P จะเลื่อนเป็นระยะทางเท่ากับ _____ ทิศทางจากจุด _____
ไปจุด _____ มีจุด _____ เป็นจุดที่สมนัยกัน

จุด Q จะเลื่อนเป็นระยะทางเท่ากับ _____ ทิศทางจากจุด _____
ไปจุด _____ มีจุด _____ เป็นจุดที่สมนัยกัน

จุด R จะเลื่อนเป็นระยะทางเท่ากับ _____ ทิศทางจากจุด _____
ไปจุด _____ มีจุด _____ เป็นจุดที่สมนัยกัน

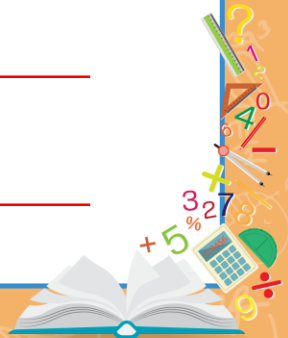


3.3 มี \overline{PQ} กับ $\overline{P'Q'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน ขนานกัน

และยาวเท่ากัน

มี \overline{QR} กับ $\overline{Q'R'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน _____

มี \overline{RS} กับ $\overline{R'S'}$ เป็น _____



คือ \overline{RS} กับ $\overline{R'S'}$ เป็น _____

คือ \overline{SP} กับ $\overline{S'P'}$ เป็น _____



3.4 _____ , _____ , _____ จะ _____ กับ $\overline{SS'}$

และ $PP' = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

3.5 หากเลือกรูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน

มาทับกัน จะ ทับกันได้สนิทโดยไม่พลิกรูป

ทับกันได้สนิทแต่ต้องพลิกรูป

ทับกันไม่สนิท

