

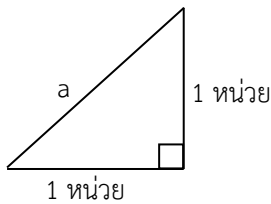
ชื่อ ชั้น เลขที่

ใบงานที่ 3 เรื่อง จำนวนอตรรกยะ
หน่วยที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 จำนวนอตรรกยะ
รายวิชาคณิตศาสตร์ 3 ค21101 ภาคเรียนที่ 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

จุดประสงค์ ระบุลักษณะและเขียนสัญลักษณ์ของจำนวนอตรรกยะได้



มารู้จักจำนวนอตรรกยะกัน



จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า

$$a^2 = 1^2 + 1^2$$

$$a^2 = 1 + 1$$

$$a^2 = 2$$

$$a \times a = 2$$

a ควรเป็นจำนวนใด

ถ้าเป็น 1 แต่ $1 \times 1 = 1$ ยังน้อยกว่า 2

ถ้าเป็น 2 แต่ $2 \times 2 = 4$ มีค่ามากกว่า 2

แสดงว่าจำนวนนั้นอยู่ระหว่าง 1 กับ 2

ถ้าเป็น 1.1 แต่ $1.1 \times 1.1 = 1.21$ ยังน้อยกว่า 2

ถ้าเป็น 1.2 แต่ $1.2 \times 1.2 = 1.44$ ยังน้อยกว่า 2

ถ้าเป็น 1.3 แต่ $1.3 \times 1.3 = 1.69$ ยังน้อยกว่า 2

ถ้าเป็น 1.4 แต่ $1.4 \times 1.4 = 1.96$ ยังน้อยกว่า 2

ถ้าเป็น 1.5 แต่ $1.5 \times 1.5 = 2.25$ มีค่ามากกว่า 2

แสดงว่าจำนวนนั้นอยู่ระหว่าง 1.4 กับ 1.5

ถ้าเป็น 1.41 แต่ $1.41 \times 1.41 = 1.9881$ ยังน้อยกว่า 2

ถ้าเป็น 1.42 แต่ $1.42 \times 1.42 = 2.0164$ มีค่ามากกว่า 2

แสดงว่าจำนวนนั้นอยู่ระหว่าง 1.41 กับ 1.42

ถ้าเป็น 1.413 แต่ $1.414 \times 1.414 = 1.999396$ ยังน้อยกว่า 2

ถ้าเป็น 1.414 แต่ $1.415 \times 1.415 = 2.002225$ มีค่ามากกว่า 2

แสดงว่าจำนวนนั้นอยู่ระหว่าง 1.414 กับ 1.415

หากดำเนินการต่อไปอีกจะพบว่า เป็น 1.41421356237309... ซึ่งยังมีค่าต่อไปเรื่อย ๆ และไม่เป็น
ทศนิยมซ้ำ จึงไม่สามารถเขียนอยู่ในรูปเศษส่วน

เราจึงใช้สัญลักษณ์ $\sqrt{2}$ (อ่านว่า “รากที่สองที่เป็นบวกของ 2”) แทนจำนวนดังกล่าว

$$\text{จึงได้ว่า } a^2 = 2$$

$$2 = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = (\sqrt{2})^2$$

$$a^2 = (\sqrt{2})^2$$

$$a = \sqrt{2}$$

แต่เราทราบมาแล้วว่า จำนวนลบเมื่อยกกำลังสองจะได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนบวก เช่น $(-3) \times (-3) = 9$
หรือ $(-4) \times (-4) = 16$

ดังนั้น $-\sqrt{2}$ (อ่านว่า “รากที่สองที่เป็นลบของ 2”) จึงยกกำลังสองแล้วมีค่าเท่ากับ 2 ด้วย

ดังนั้น ถ้า $x^2 = 2$ เมื่อ x เป็นจำนวนใด ๆ จะได้ $x = \sqrt{2}$ และ $x = -\sqrt{2}$

ถ้า $a^2 = 5$ เมื่อ a เป็นจำนวนใด ๆ จะได้ $a = \sqrt{5}$ และ $a = \dots\dots\dots$

ถ้า $b^2 = 12$ เมื่อ b เป็นจำนวนใด ๆ จะได้ $b = \dots\dots\dots$ และ $b = \dots\dots\dots$

ถ้า $c^2 = 34$ เมื่อ c เป็นจำนวนใด ๆ จะได้ $c = \dots\dots\dots$ และ $c = \dots\dots\dots$

 **มองอีกมุม**

ค่ารากที่สองของ 6 ได้แก่ $\sqrt{6}$ และ $-\sqrt{6}$ จะได้ว่า $(\sqrt{6})^2 = 6$ และ $(-\sqrt{6})^2 = 6$

ค่ารากที่สองของ 8 ได้แก่ $\sqrt{8}$ และ $-\sqrt{8}$ จะได้ว่า $(\sqrt{8})^2 = 8$ และ $\dots\dots\dots = 8$

ค่ารากที่สองของ 10 ได้แก่ $\sqrt{10}$ และ $\dots\dots\dots$ จะได้ว่า $\dots\dots\dots = 10$ และ $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

ค่ารากที่สองของ 15 ได้แก่ $\dots\dots\dots$ และ $\dots\dots\dots$ จะได้ว่า $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ และ $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

 **ช่วยหาคำตอบกัน**

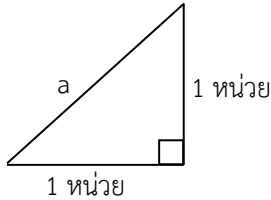
- $-\sqrt{8}$ เป็นรากที่สองของ $\dots\dots\dots$
- $\sqrt{21}$ เป็นรากที่สองของ $\dots\dots\dots$
- $\sqrt{125}$ เป็นรากที่สองของ $\dots\dots\dots$
- $-\sqrt{25}$ เป็นรากที่สองของ $\dots\dots\dots$
- $(\sqrt{6})^2$ มีค่าเท่ากับ $\dots\dots\dots$
- $(-\sqrt{15})^2$ มีค่าเท่ากับ $\dots\dots\dots$
- $(\sqrt{64})^2$ มีค่าเท่ากับ $\dots\dots\dots$
- $(-\sqrt{50})^2$ มีค่าเท่ากับ $\dots\dots\dots$
- ค่ารากที่สองของ 20 ได้แก่ $\dots\dots\dots$ และ $\dots\dots\dots$
- ค่ารากที่สองของ 17 ได้แก่ $\dots\dots\dots$ และ $\dots\dots\dots$

จำนวนที่ไม่สามารถเขียนในรูปเศษส่วน $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็ม และ $b \neq 0$
หรือเขียนเป็นทศนิยมไม่ซ้ำ เรียกว่า “จำนวนอตรรกยะ”

ข้อค้นพบ $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

เฉลยใบงานที่ 3 เรื่อง จำนวนอตรรกยะ
 หน่วยที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง จำนวนอตรรกยะ
 รายวิชา คณิตศาสตร์ 3 รหัสวิชา ค22101 ภาคเรียนที่ 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

จุดประสงค์ ระบุลักษณะและเขียนสัญลักษณ์ของจำนวนอตรรกยะได้
 มารู้จักจำนวนอตรรกยะกัน



จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า

$$a^2 = 1^2 + 1^2$$

$$a^2 = 1 + 1$$

$$a^2 = 2$$

$$a \times a = 2$$

a ควรเป็นจำนวนใด

ถ้าเป็น 1 แต่ $1 \times 1 = 1$ ยังน้อยกว่า 2

ถ้าเป็น 2 แต่ $2 \times 2 = 4$ มีค่ามากกว่า 2

แสดงว่าจำนวนนั้นอยู่ระหว่าง 1 กับ 2

ถ้าเป็น 1.1 แต่ $1.1 \times 1.1 = 1.21$ ยังน้อยกว่า 2

ถ้าเป็น 1.2 แต่ $1.2 \times 1.2 = 1.44$ ยังน้อยกว่า 2

ถ้าเป็น 1.3 แต่ $1.3 \times 1.3 = 1.69$ ยังน้อยกว่า 2

ถ้าเป็น 1.4 แต่ $1.4 \times 1.4 = 1.96$ ยังน้อยกว่า 2

ถ้าเป็น 1.5 แต่ $1.5 \times 1.5 = 2.25$ มีค่ามากกว่า 2

แสดงว่าจำนวนนั้นอยู่ระหว่าง 1.4 กับ 1.5

ถ้าเป็น 1.41 แต่ $1.41 \times 1.41 = 1.9881$ ยังน้อยกว่า 2

ถ้าเป็น 1.42 แต่ $1.42 \times 1.42 = 2.0164$ มีค่ามากกว่า 2

แสดงว่าจำนวนนั้นอยู่ระหว่าง 1.41 กับ 1.42

ถ้าเป็น 1.413 แต่ $1.414 \times 1.414 = 1.999396$ ยังน้อยกว่า 2

ถ้าเป็น 1.414 แต่ $1.415 \times 1.415 = 2.002225$ มีค่ามากกว่า 2

แสดงว่าจำนวนนั้นอยู่ระหว่าง 1.414 กับ 1.415

หากดำเนินการต่อไปอีกจะพบว่า เป็น 1.41421356237309... ซึ่งยังมีค่าต่อไปเรื่อยๆและไม่เป็นทศนิยมซ้ำ จึงไม่สามารถเขียนอยู่ในรูปเศษส่วน

เราจึงใช้สัญลักษณ์ $\sqrt{2}$ (อ่านว่า “รากที่สองที่เป็นบวกของ 2”) แทนจำนวนดังกล่าว

$$\text{จึงได้ว่า } x^2 = 2$$

$$2 = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = (\sqrt{2})^2$$

$$x^2 = (\sqrt{2})^2$$

$$x = \sqrt{2}$$

แต่เราทราบมาแล้วว่า จำนวนลบเมื่อยกกำลังสองจะได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนบวก เช่น $(-3) \times (-3) = 9$
หรือ $(-4) \times (-4) = 16$

ดังนั้น $-\sqrt{2}$ (อ่านว่า “รากที่สองที่เป็นลบของ 2”) ซึ่งยกกำลังสองแล้วมีค่าเท่ากับ 2 ด้วย

ดังนั้น ถ้า $x^2 = 2$ เมื่อ x เป็นจำนวนใดๆ จะได้ $x = \sqrt{2}$ และ $x = -\sqrt{2}$

ถ้า $a^2 = 5$ เมื่อ a เป็นจำนวนใดๆ จะได้ $a = \sqrt{5}$ และ $a = -\sqrt{5}$

ถ้า $b^2 = 12$ เมื่อ b เป็นจำนวนใดๆ จะได้ $b = \sqrt{12}$ และ $b = -\sqrt{12}$

ถ้า $c^2 = 34$ เมื่อ c เป็นจำนวนใดๆ จะได้ $c = \sqrt{34}$ และ $c = -\sqrt{34}$

มองอีกมุม

ค่ารากที่สองของ 6 ได้แก่ $\sqrt{6}$ และ $-\sqrt{6}$ จะได้ว่า $(\sqrt{6})^2 = 6$ และ $(-\sqrt{6})^2 = 6$

ค่ารากที่สองของ 8 ได้แก่ $\sqrt{8}$ และ $-\sqrt{8}$ จะได้ว่า $(\sqrt{8})^2 = 8$ และ $(-\sqrt{8})^2 = 8$

ค่ารากที่สองของ 10 ได้แก่ $\sqrt{10}$ และ $-\sqrt{10}$ จะได้ว่า $(\sqrt{10})^2 = 10$ และ $(-\sqrt{10})^2 = 10$

ค่ารากที่สองของ 15 ได้แก่ $\sqrt{15}$ และ $-\sqrt{15}$ จะได้ว่า $(\sqrt{15})^2 = 15$ และ $(-\sqrt{15})^2 = 15$

ช่วยหาคำตอบกันหน่อย

- $-\sqrt{8}$ เป็นรากที่สองของ 8
- $\sqrt{21}$ เป็นรากที่สองของ 21
- $\sqrt{125}$ เป็นรากที่สองของ 125
- $-\sqrt{25}$ เป็นรากที่สองของ 25
- $(\sqrt{6})^2$ มีค่าเท่ากับ 6
- $(-\sqrt{15})^2$ มีค่าเท่ากับ 15
- $(\sqrt{64})^2$ มีค่าเท่ากับ 64
- $(-\sqrt{50})^2$ มีค่าเท่ากับ 50
- ค่ารากที่สองของ 20 ได้แก่ $\sqrt{20}$ และ $-\sqrt{20}$
- ค่ารากที่สองของ 17 ได้แก่ $\sqrt{17}$ และ $-\sqrt{17}$

จำนวนที่ไม่สามารถเขียนในรูปเศษส่วน $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็ม และ $b \neq 0$

หรือเขียนเป็นทศนิยมไม่ซ้ำ เรียกว่า “จำนวนอตรรกยะ”

ข้อค้นพบ

1. ถ้า a เป็นจำนวนจริงใดๆ ที่มากกว่าหรือเท่ากับศูนย์

ค่ารากที่สองของ a คือ \sqrt{a} และ $-\sqrt{a}$

2. $(\sqrt{a})^2 = a$ และ $(-\sqrt{a})^2 = a$

(ข้อค้นพบอื่นๆ ตามสถานการณ์ที่เกิดขึ้นจริงในการจัดกิจกรรม)