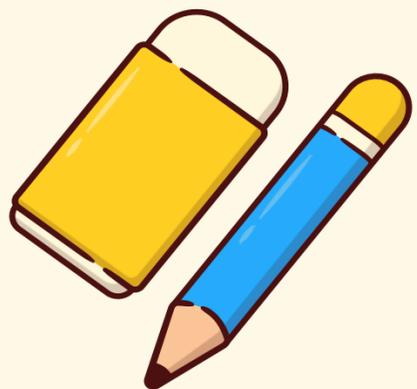


รายวิชา คณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค23102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หน่วยที่ 7 อัตราส่วนตรีโกณมิติ

เรื่อง โจทย์ปัญหาอัตราส่วน
ตรีโกณมิติ (2)



ครูผู้สอน ครูสรวิรัตน์ เดชะชาติ





โจทย์ปัญหา อัตราส่วน ตรีโกณมิติ (2)

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = G(x) + \frac{R(x)}{Q(x)}$$



จุดประสงค์การเรียนรู้

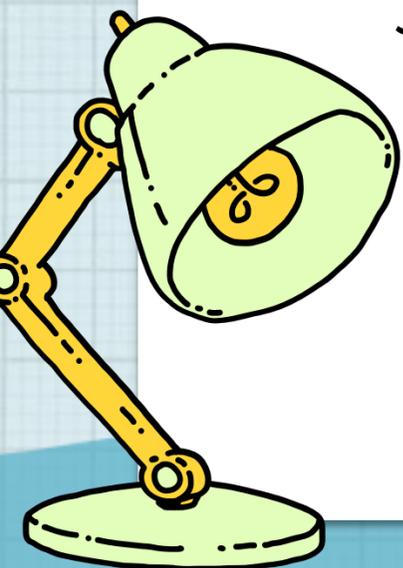
นักเรียนสามารถเขียนหรืออธิบายวิธีการ
แก้ปัญหาในชีวิตจริง โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับ
มุมก้ม มุมเงย และอัตราส่วนตรีโกณมิติ





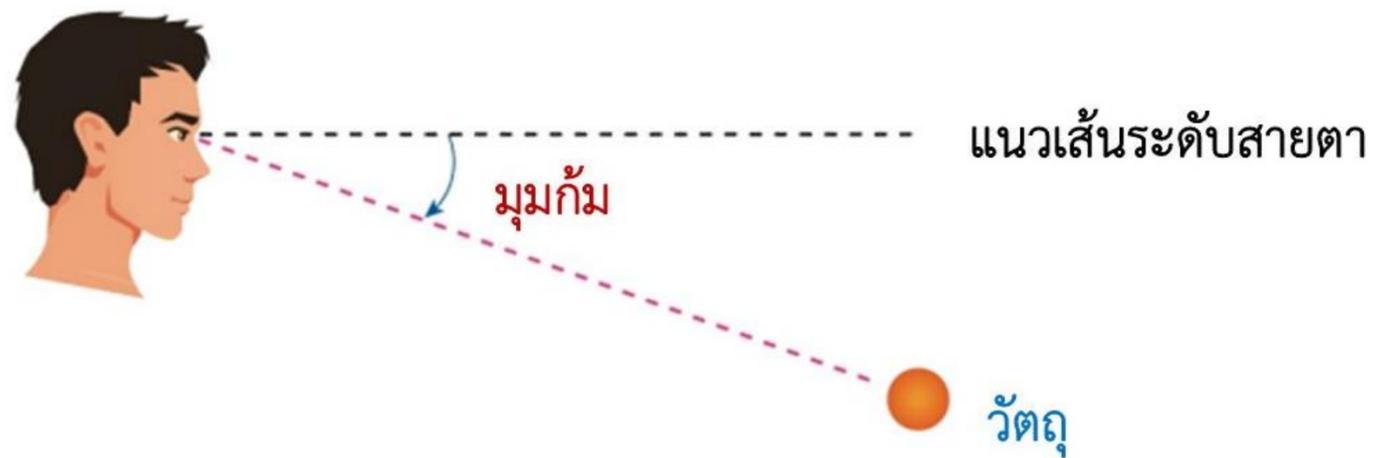
ขั้นตอนในการนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปแก้ปัญหในชีวิตจริง

1. อ่านและวิเคราะห์โจทย์ว่า โจทย์ให้ข้อมูลอะไรมา และต้องการหาอะไร
2. แปลงข้อมูลจากโจทย์ให้เป็นปัญหาเชิงเรขาคณิต โดยการวาดรูป และระบุความยาวของด้านและขนาดของมุมที่ทราบลงในรูป
3. วิเคราะห์ว่าจะหาสิ่งที่โจทย์ถามได้อย่างไร โดยพิจารณาจากขนาดของมุม ความยาวของด้านที่ทราบ และอัตราส่วนตรีโกณมิติที่ต้องใช้





แนวเส้นระดับสายตา



แนวเส้นระดับสายตา

มุมก้ม

วัตถุ

วัตถุ

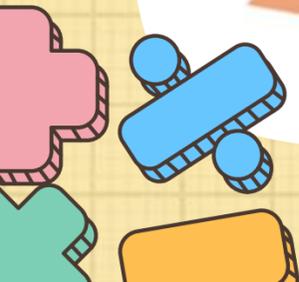


แนวเส้นระดับสายตา

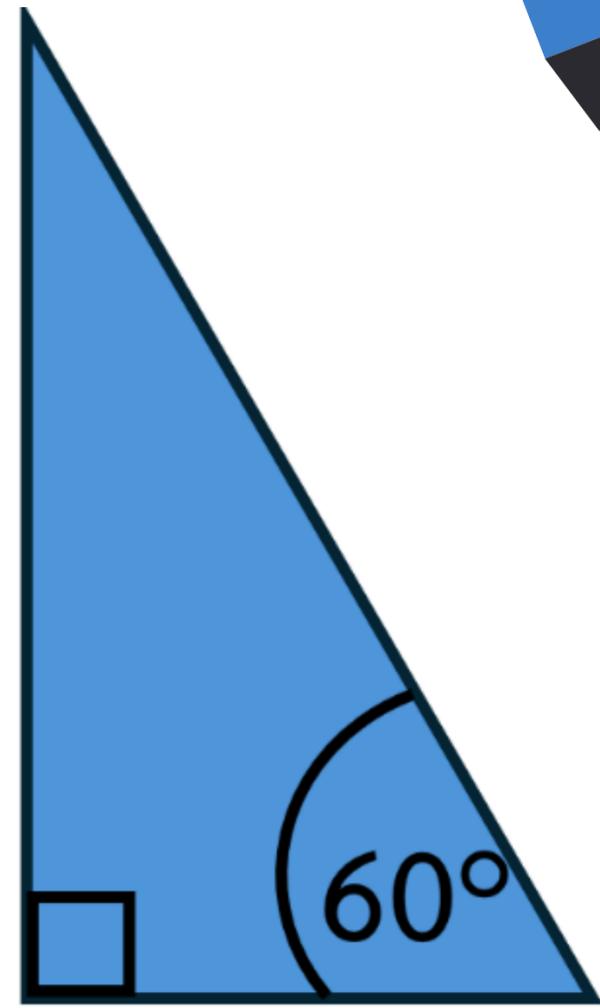
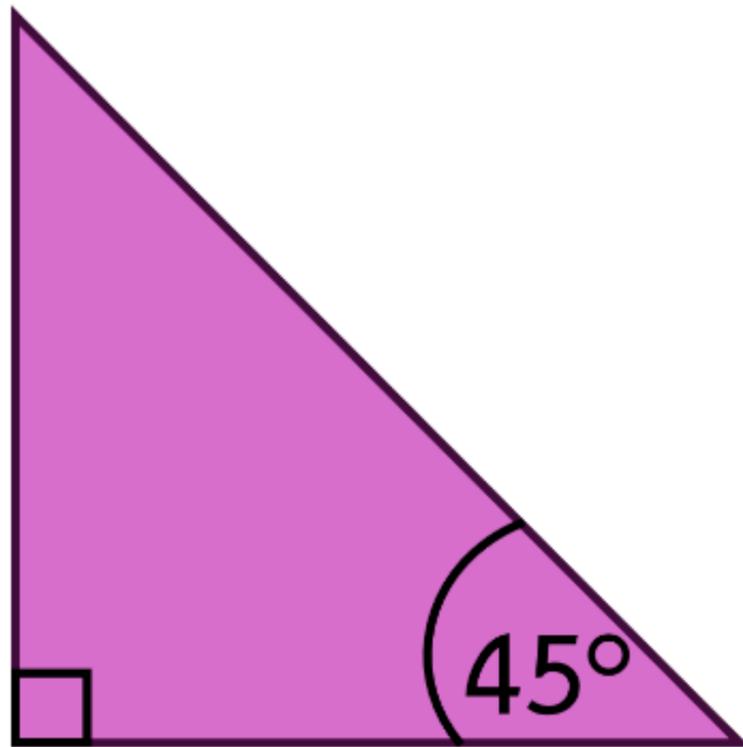
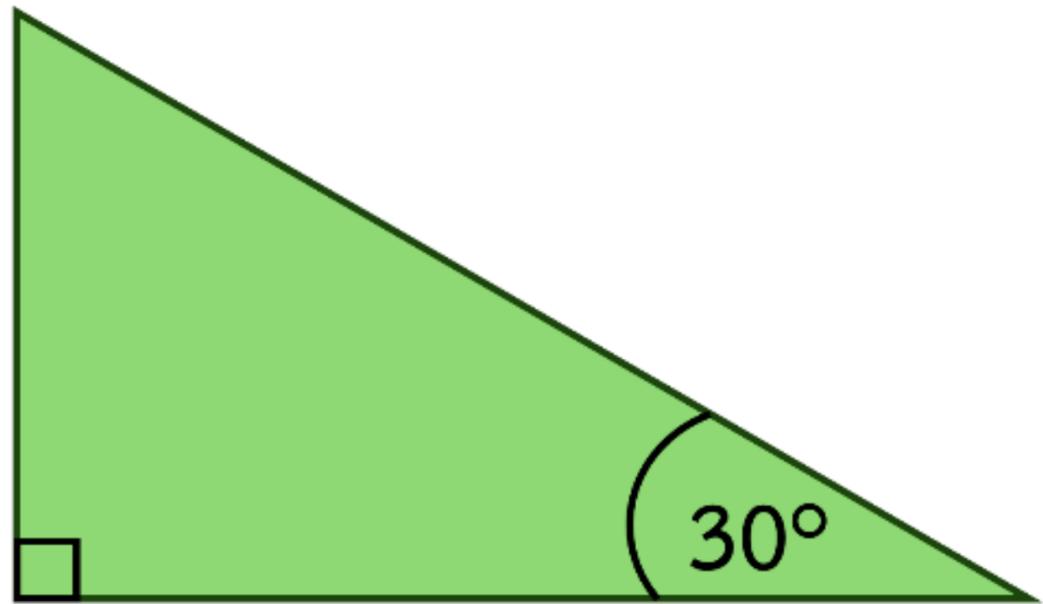
มุมเงย

มุมก้ม เป็นมุมที่เกิดจากแนวเส้นระดับสายตา และแนวเส้นจากตาไปยังวัตถุ โดยที่วัตถุ อยู่ต่ำกว่าแนวเส้นระดับสายตา

มุมเงย เป็นมุมที่เกิดจากแนวเส้นระดับสายตา และแนวเส้นจากตาไปยังวัตถุ โดยที่วัตถุ อยู่สูงกว่าแนวเส้นระดับสายตา



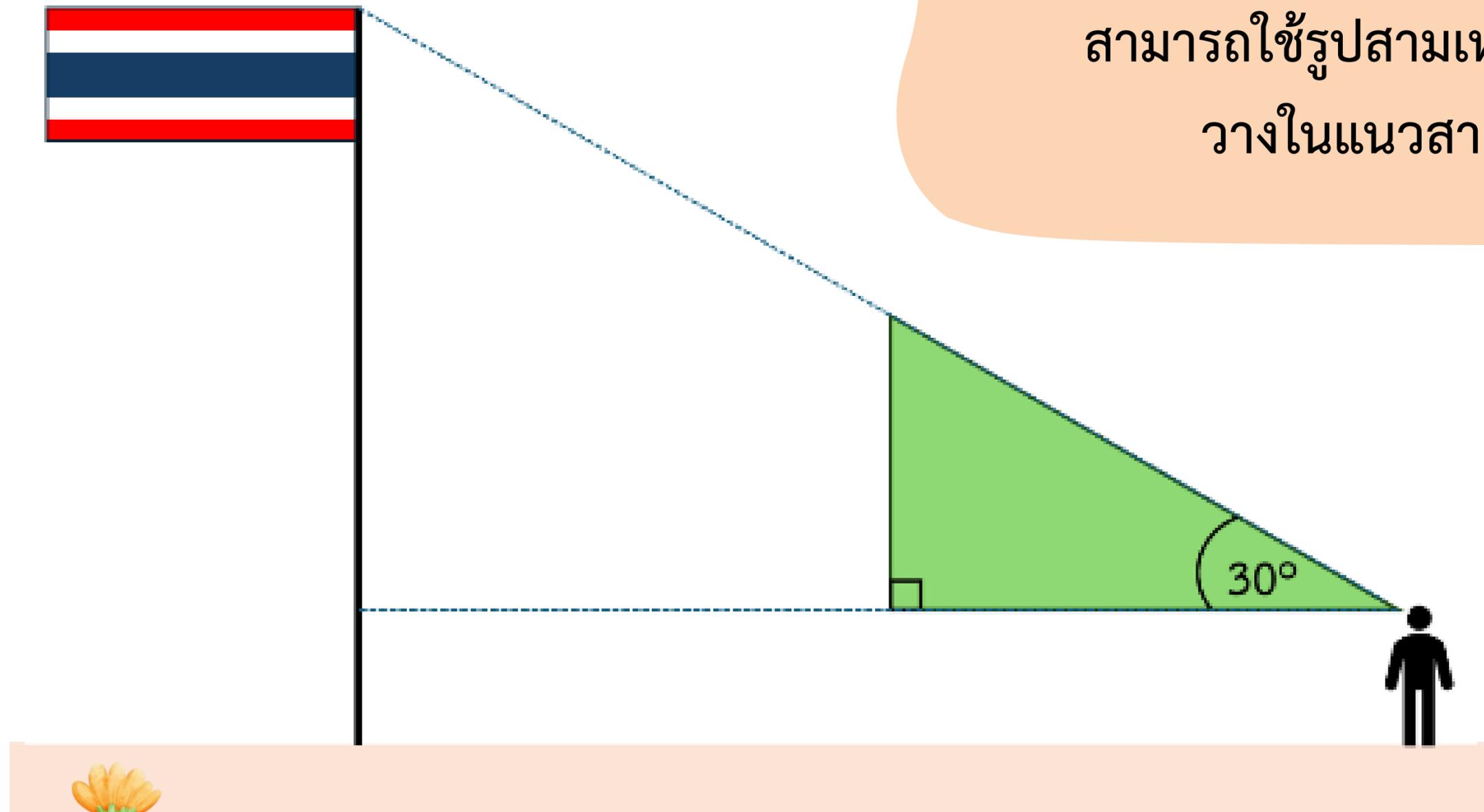
ภาพรูปลสามเหลี่ยมมุมฉาก



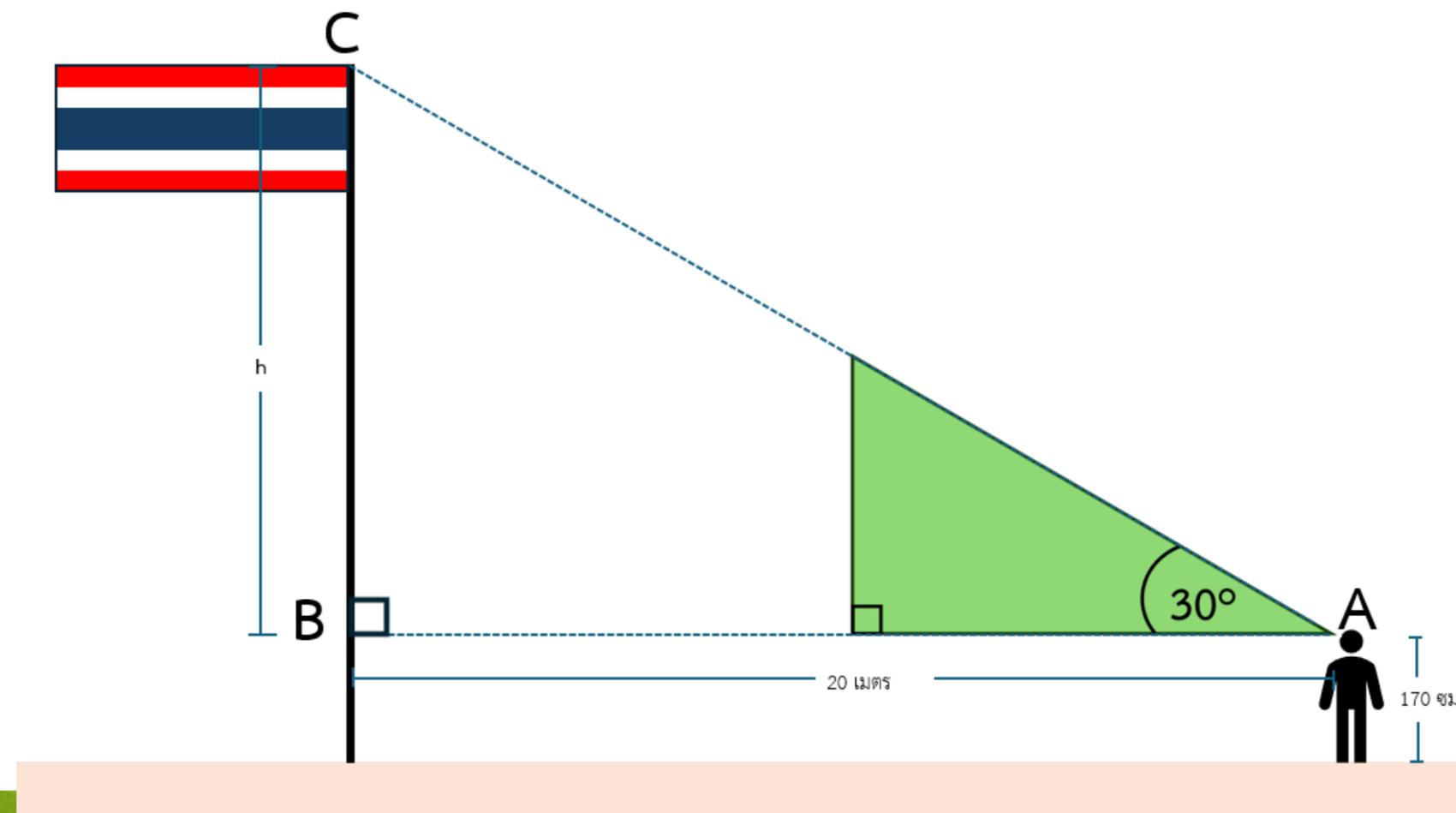
$$t = b^2 - a^2$$

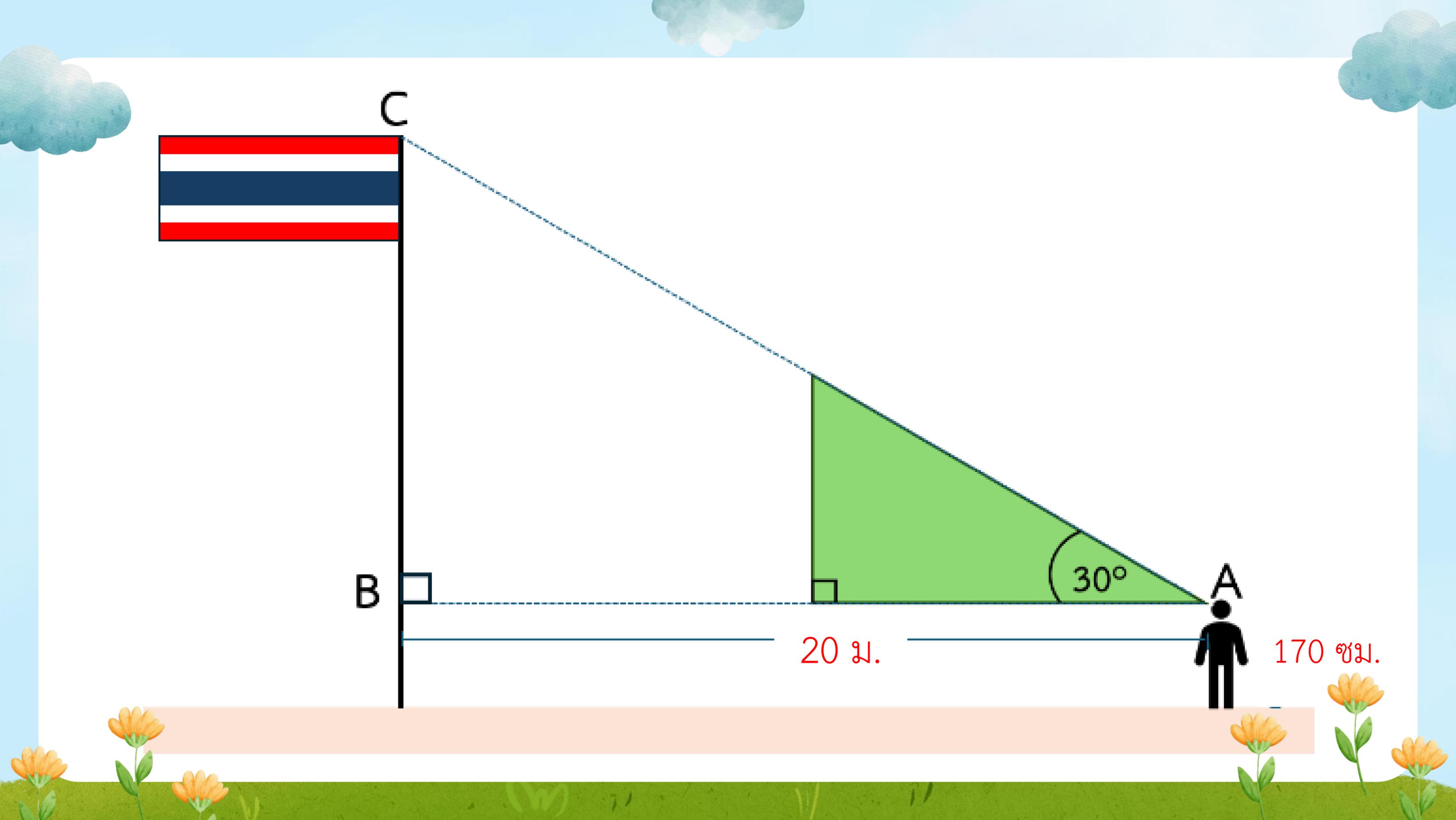


หากต้องการวัดส่วนสูงหรือระยะทางของสิ่งต่าง ๆ
สามารถใช้รูปสามเหลี่ยมมุมฉากเหล่านี้
วางในแนวสายตาให้ตรงกัน

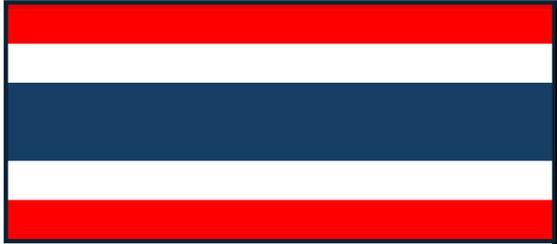


เด็กชายนิวยืนอยู่ห่างจากเสาธงเป็นระยะ 20 เมตร และได้นำกระดาษรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุมแหลมมุมหนึ่งเป็น 30° องศา โดยมองตามแนวสันด้านตรงข้ามมุมฉากไปยังยอดเสาธง และกระดาษรูปสามเหลี่ยมมุมฉากนั้นยังอยู่ในแนวระดับสายตา ดังรูป จงหาความสูงของเสาธง เมื่อความสูงจากเท้าไปยังระดับสายตาของเด็กชายนิว เท่ากับ 170 เซนติเมตร (กำหนด $\sqrt{3} \approx 1.732$)





C



B



20 m.

30°

A



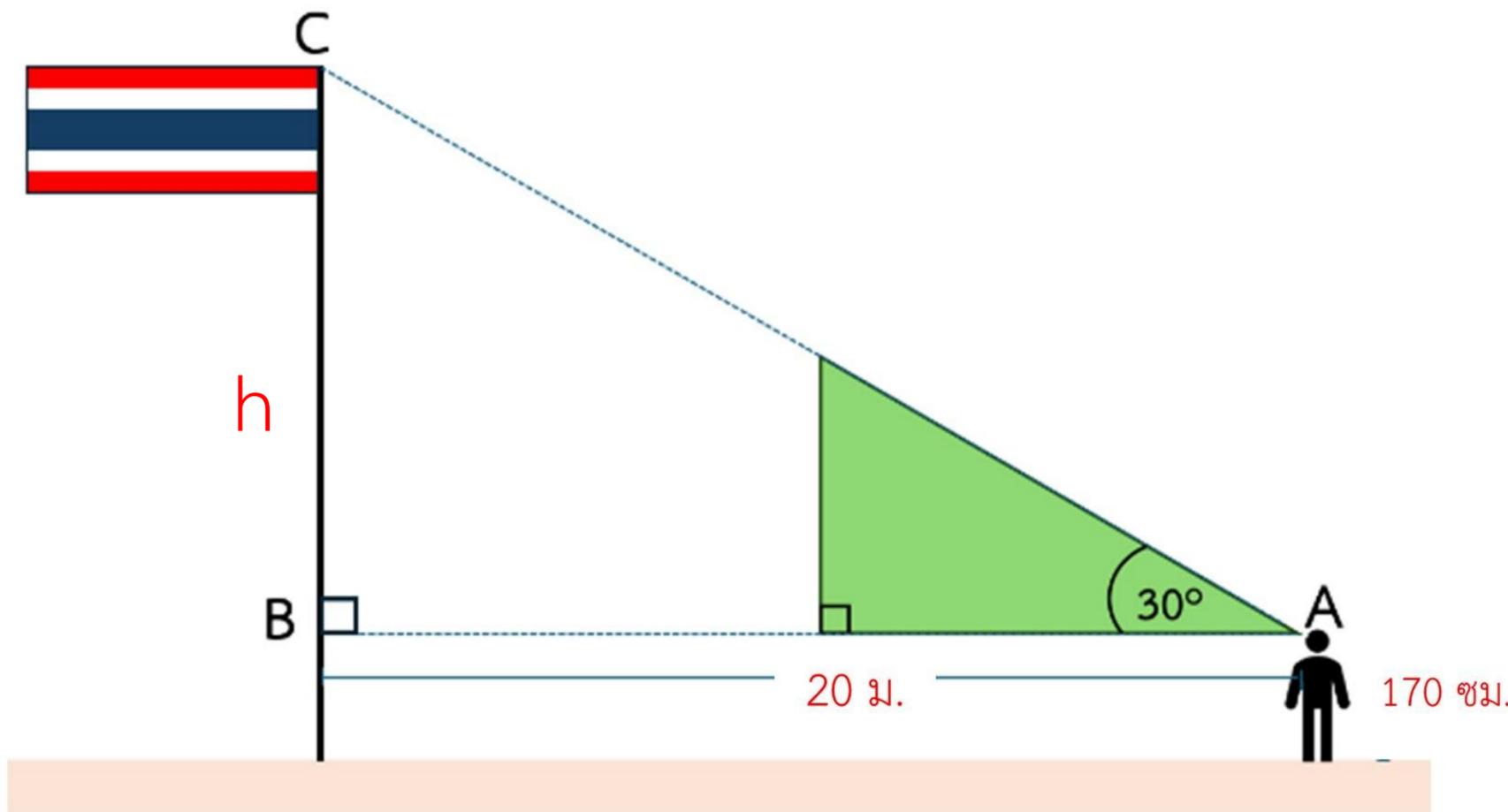
170 m.



ตัวอย่างที่ 1

จงหาความสูงของเสาธง เมื่อความสูงจากเท้าไปยังระดับสายตา ของเด็กชายนิ่ว เท่ากับ 170 เซนติเมตร (กำหนด $\sqrt{3} \approx 1.732$) วิธีทำ พิจารณา $\triangle ABC$

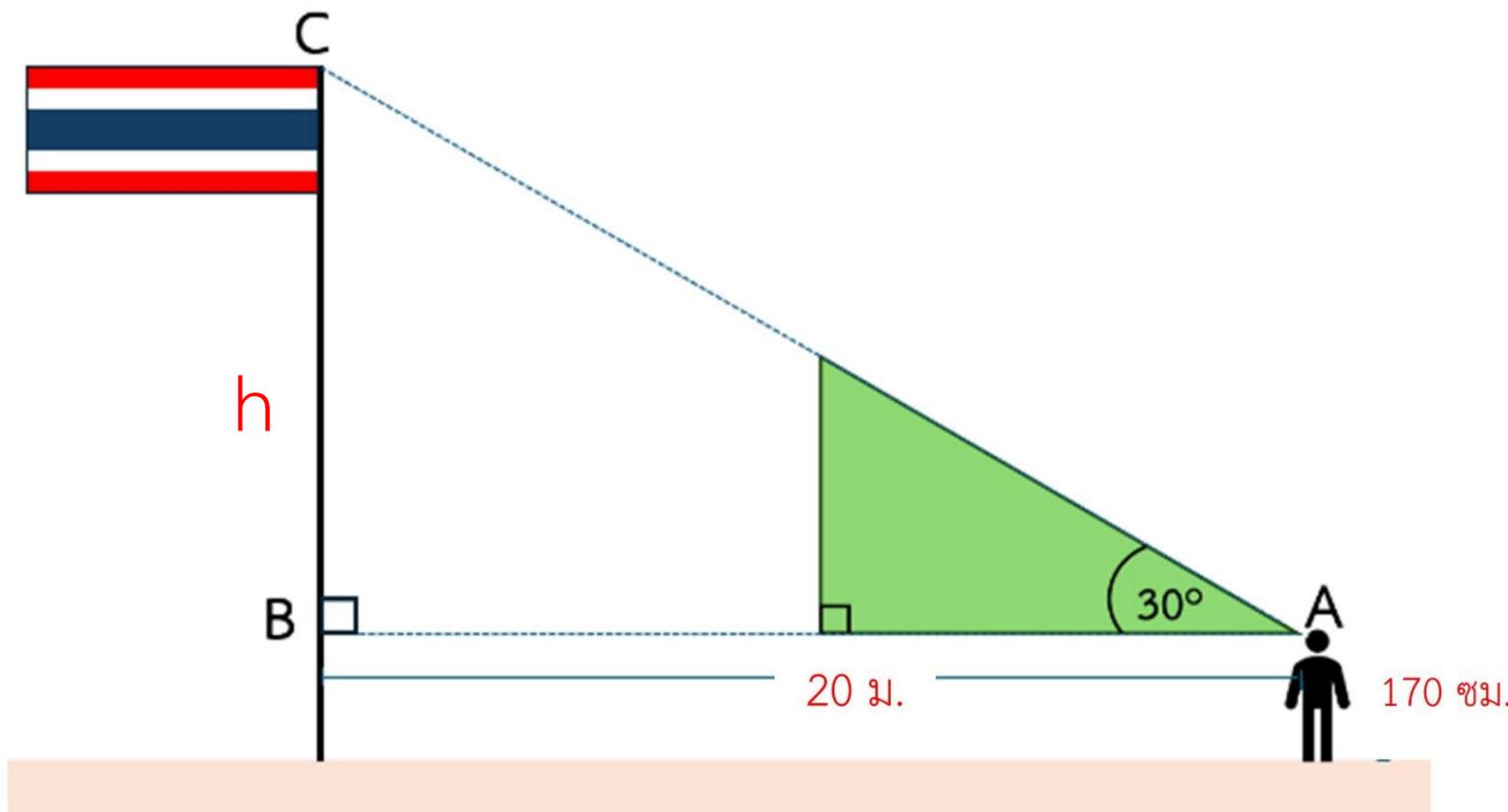
ให้ h แทน ความสูงระดับสายตาของ
เด็กชายนิ่วจนถึงยอดเสาธง



ตัวอย่างที่ 1

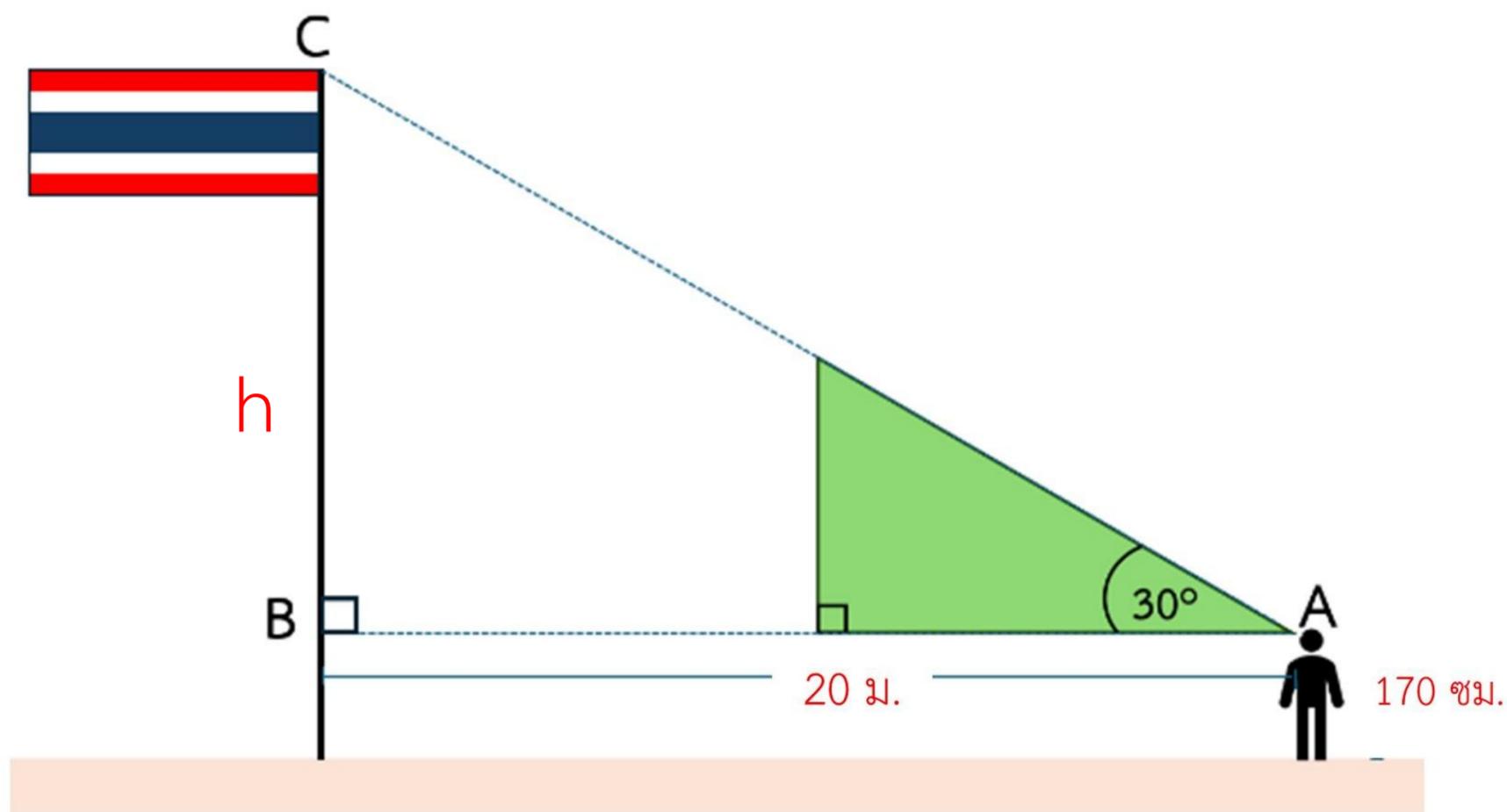
จงหาความสูงของเสาธง เมื่อความสูงจากเท้าไปยังระดับสายตา ของเด็กชายนิ่ว เท่ากับ 170 เซนติเมตร (กำหนด $\sqrt{3} \approx 1.732$) วิธีทำ พิจารณา $\triangle ABC$

ให้ h แทน ความสูงระดับสายตาของ เด็กชายนิ่วจนถึงยอดเสาธง



ตัวอย่างที่ 1

จงหาความสูงของเสาธง เมื่อความสูงจากเท้าไปยังระดับสายตา ของเด็กชายนิว เท่ากับ 170 เซนติเมตร (กำหนด $\sqrt{3} \approx 1.732$)



ดังนั้น $h \approx 11.55$ เมตร

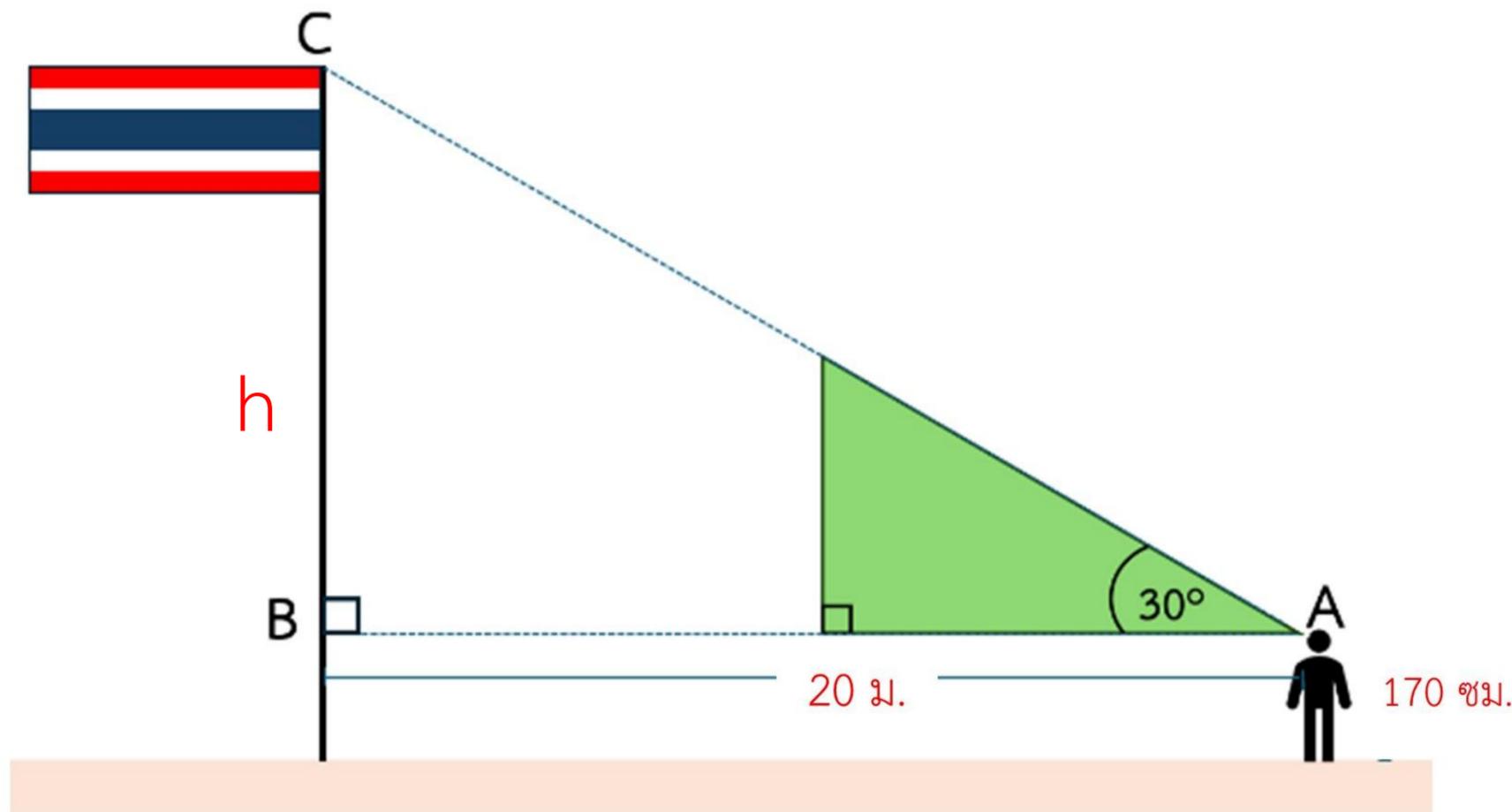
เนื่องจาก h คือความสูงระดับสายตา ของเด็กชายนิวจนถึงยอดเสาธง

ความสูงจากเท้าไปยังระดับสายตาของ เด็กชายนิวคือ 1.7 เมตร

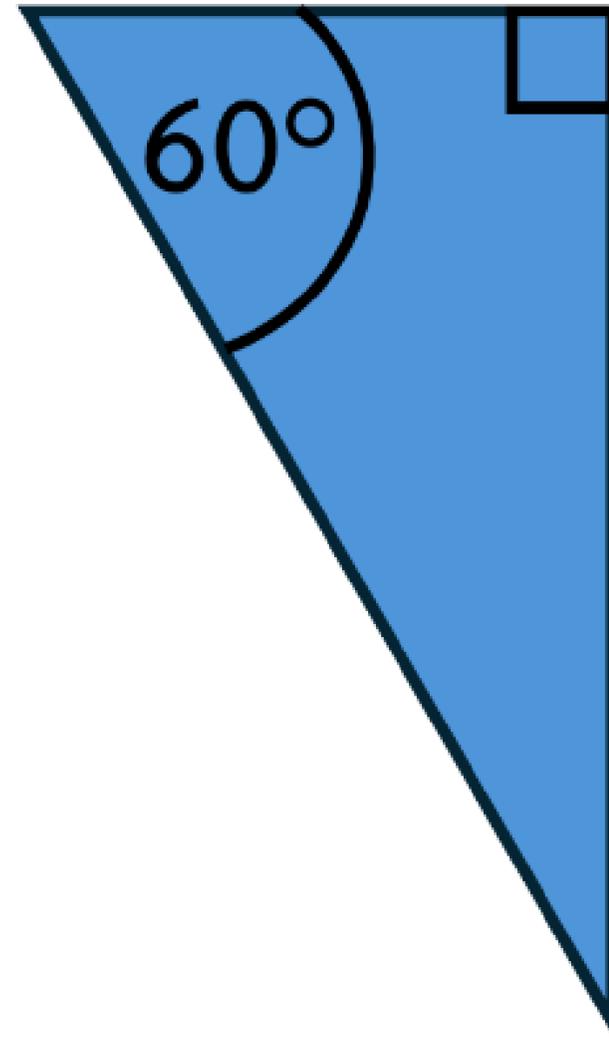
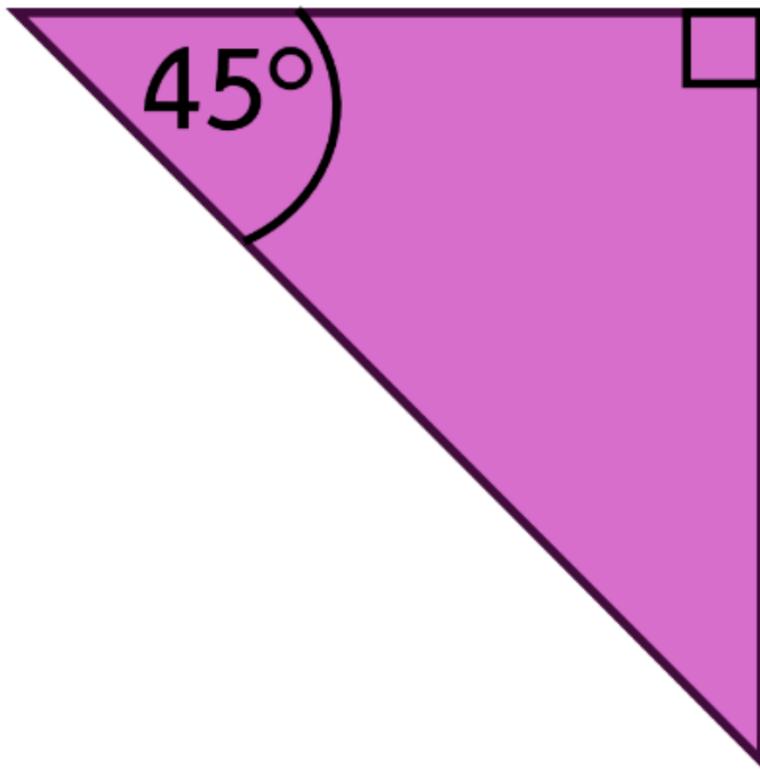
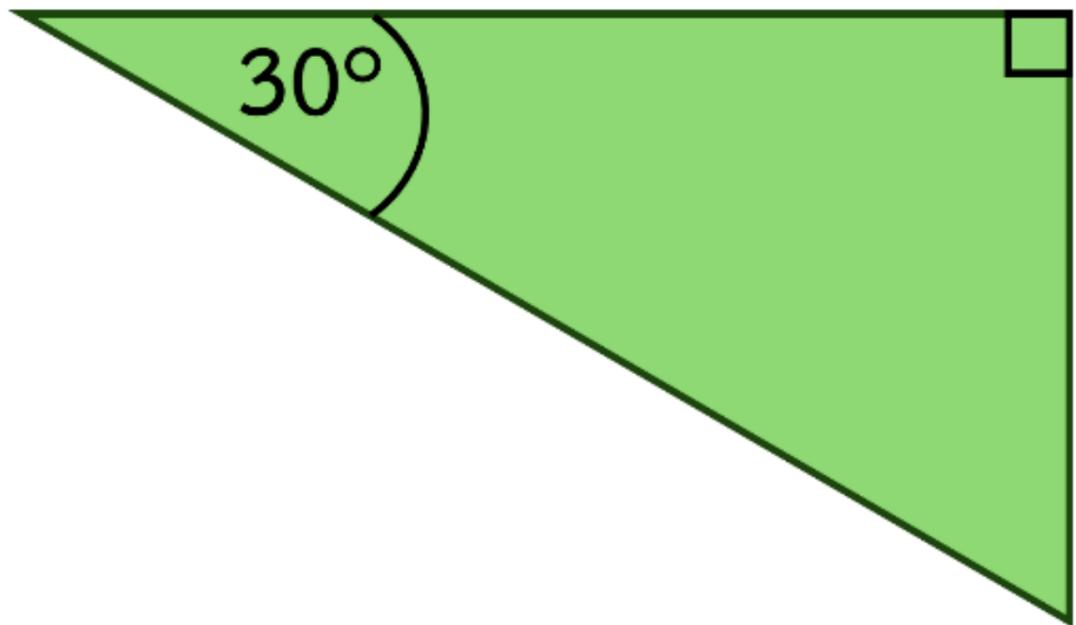
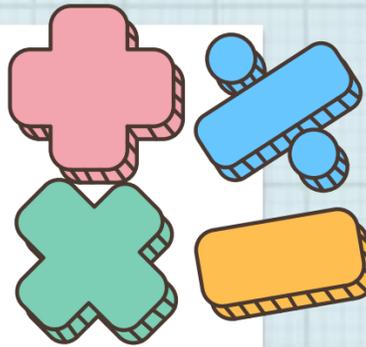
ตัวอย่างที่ 1

จงหาความสูงของเสาธง เมื่อความสูงจากเท้าไปยังระดับสายตา ของเด็กชายนิว เท่ากับ 170 เซนติเมตร (กำหนด $\sqrt{3} \approx 1.732$)

ดังนั้น เสาธงต้นนี้สูงประมาณ 13.25 เมตร

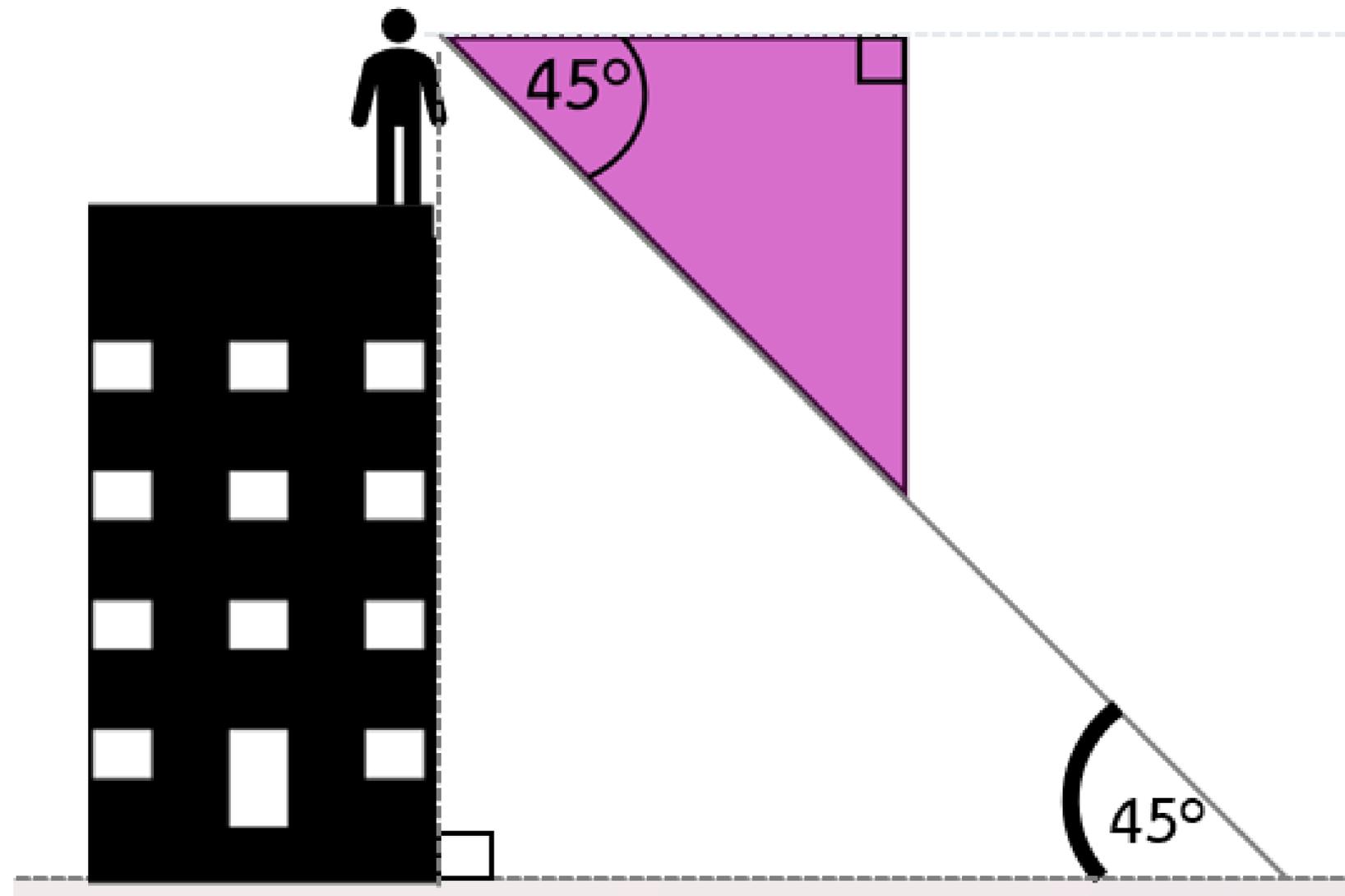


ภาพรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



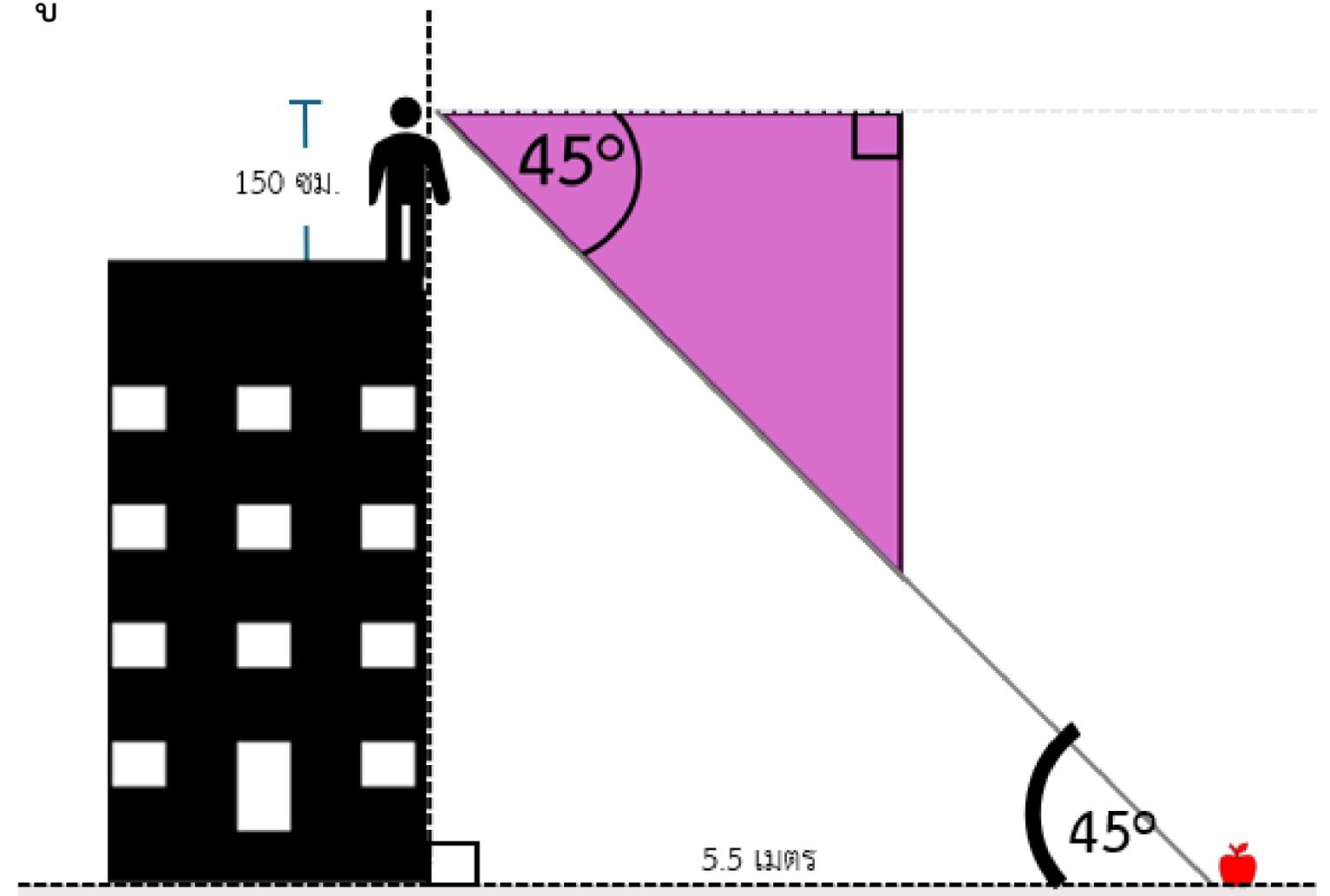
$$t = b^2 - a^2$$

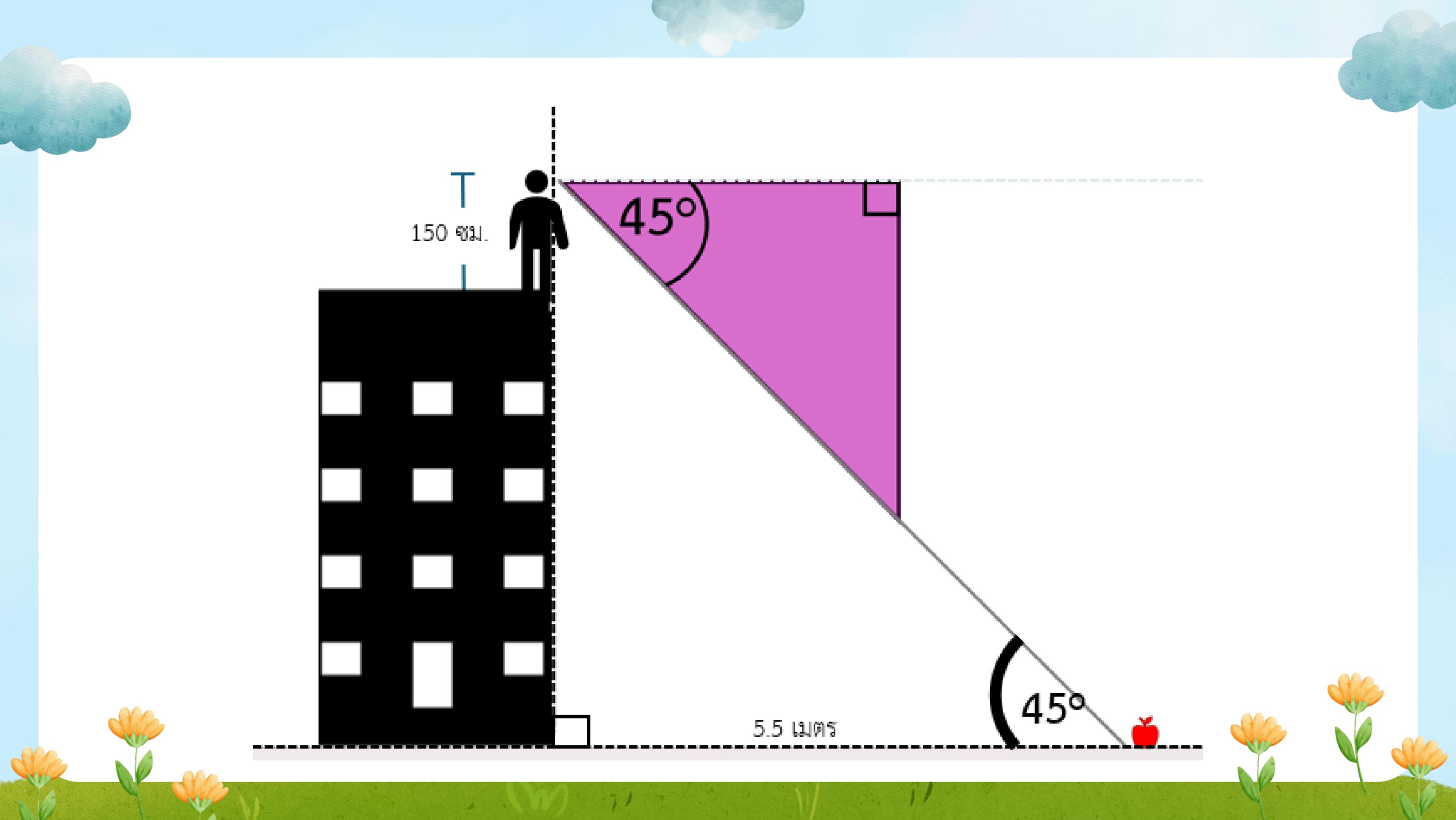
หากต้องการวัดส่วนสูงหรือระยะทางของสิ่งต่าง ๆ
สามารถใช้รูปสามเหลี่ยมมุมฉากเหล่านี้วางในแนวสายตาให้ตรงกัน



ตัวอย่างที่ 2

แอปเปิลลูกหนึ่งตกอยู่ห่างจากตึก 5.5 เมตร เนมยืนอยู่บนตึกและได้นำกระดาษรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุมแหลมมุมหนึ่งเป็น 45° มองตามแนวเส้นด้านตรงข้ามมุมฉากไปยังแอปเปิลลูกนั้น และกระดาษรูปสามเหลี่ยมมุมฉากนั้นยังอยู่ในแนวระดับสายตา ดังรูป
จงหาความสูงของตึก เมื่อความสูงจากเท้าไปยังระดับสายตาของเด็กชายเנםเท่ากับ 150 เซนติเมตร





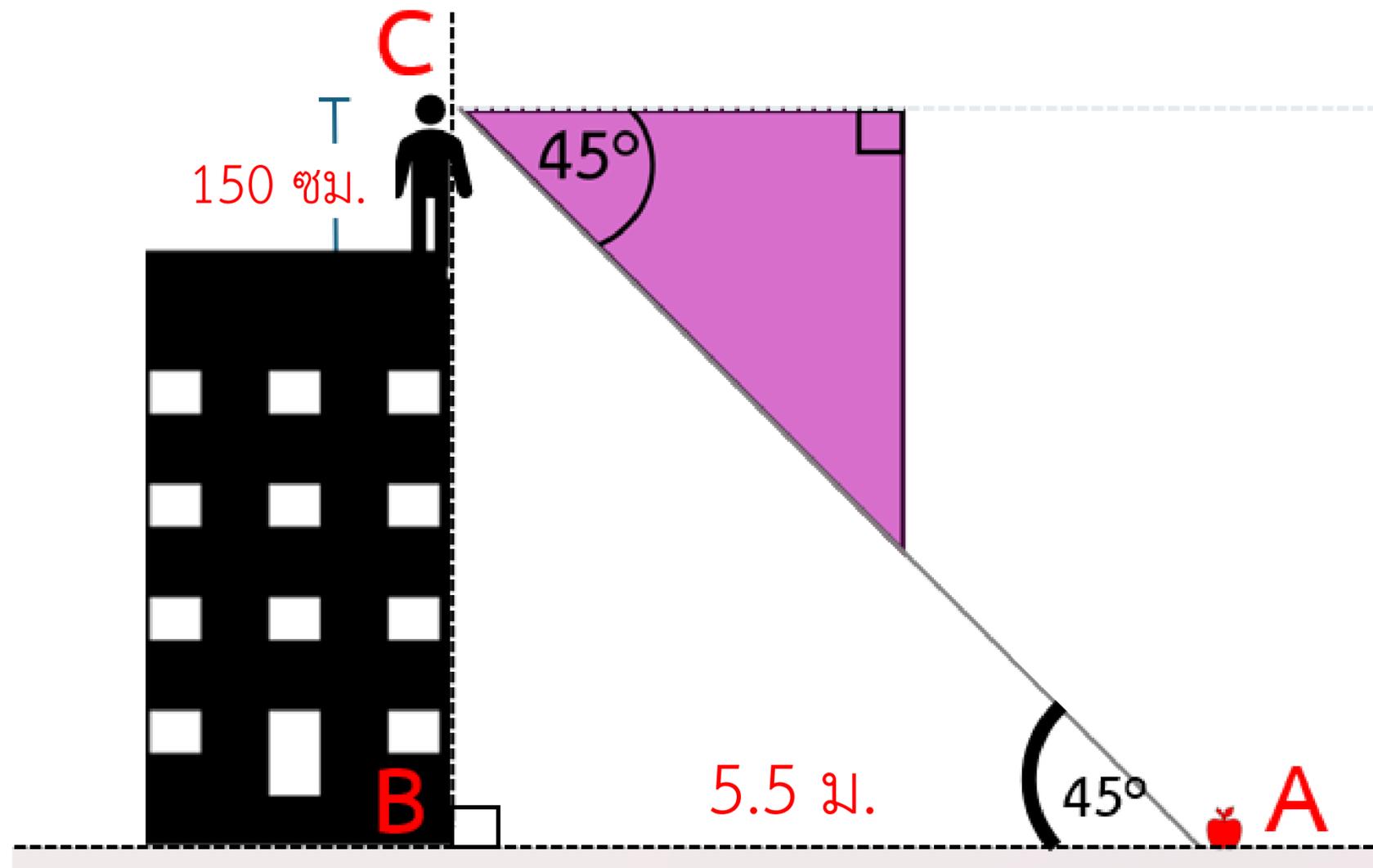
150 မီတာ

45°

5.5 မီတာ

45°

ตัวอย่างที่ 2

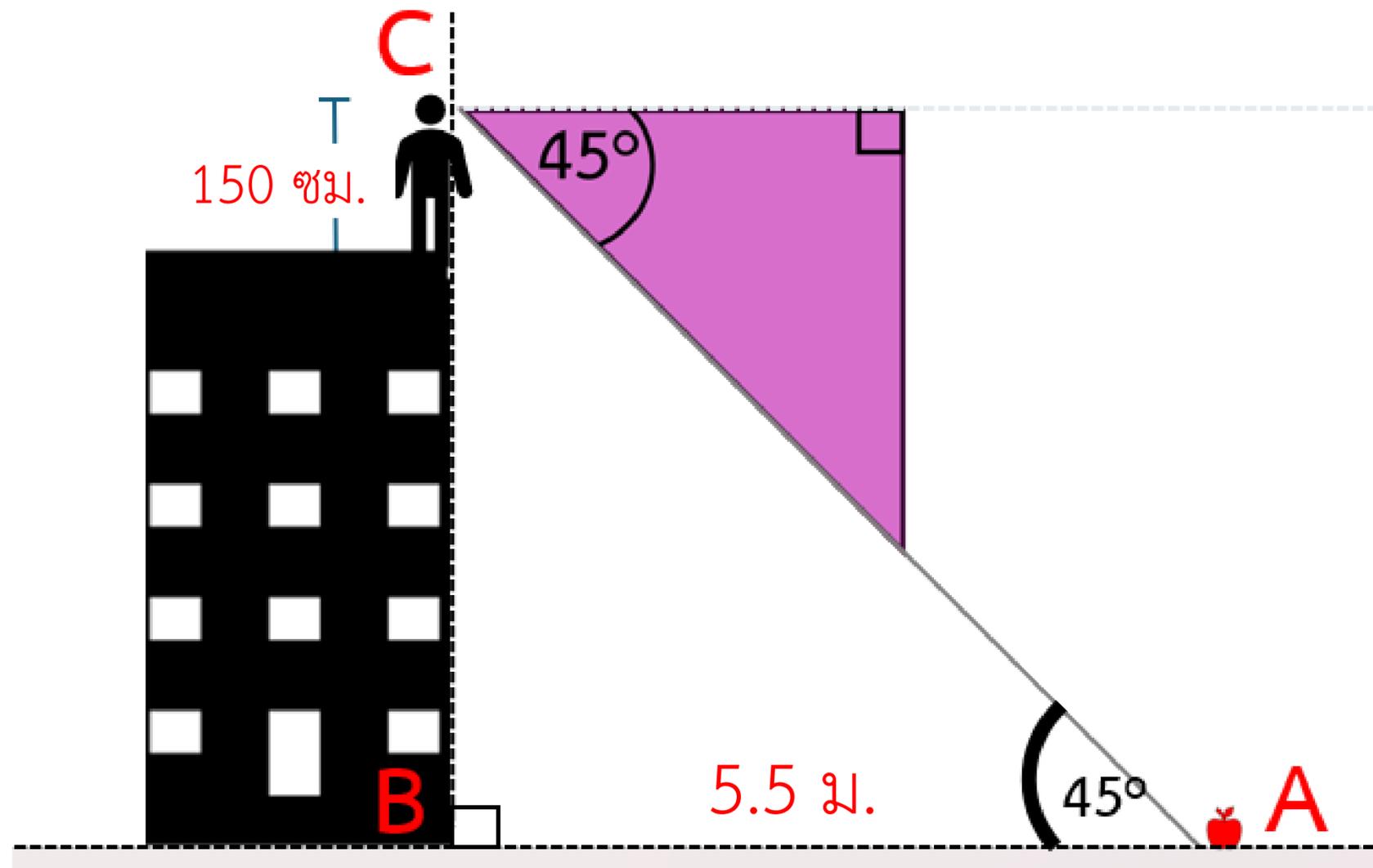


จงหาความสูงของตึก เมื่อความสูงจากเท้าไป
ยังระดับสายตา ของเด็กชายเนมเท่ากับ 150
เซนติเมตร

วิธีทำ พิจารณา $\triangle ABC$

h แทน ความสูงจากตึกถึงระดับสายตา
ของเด็กชายเนม

ตัวอย่างที่ 2



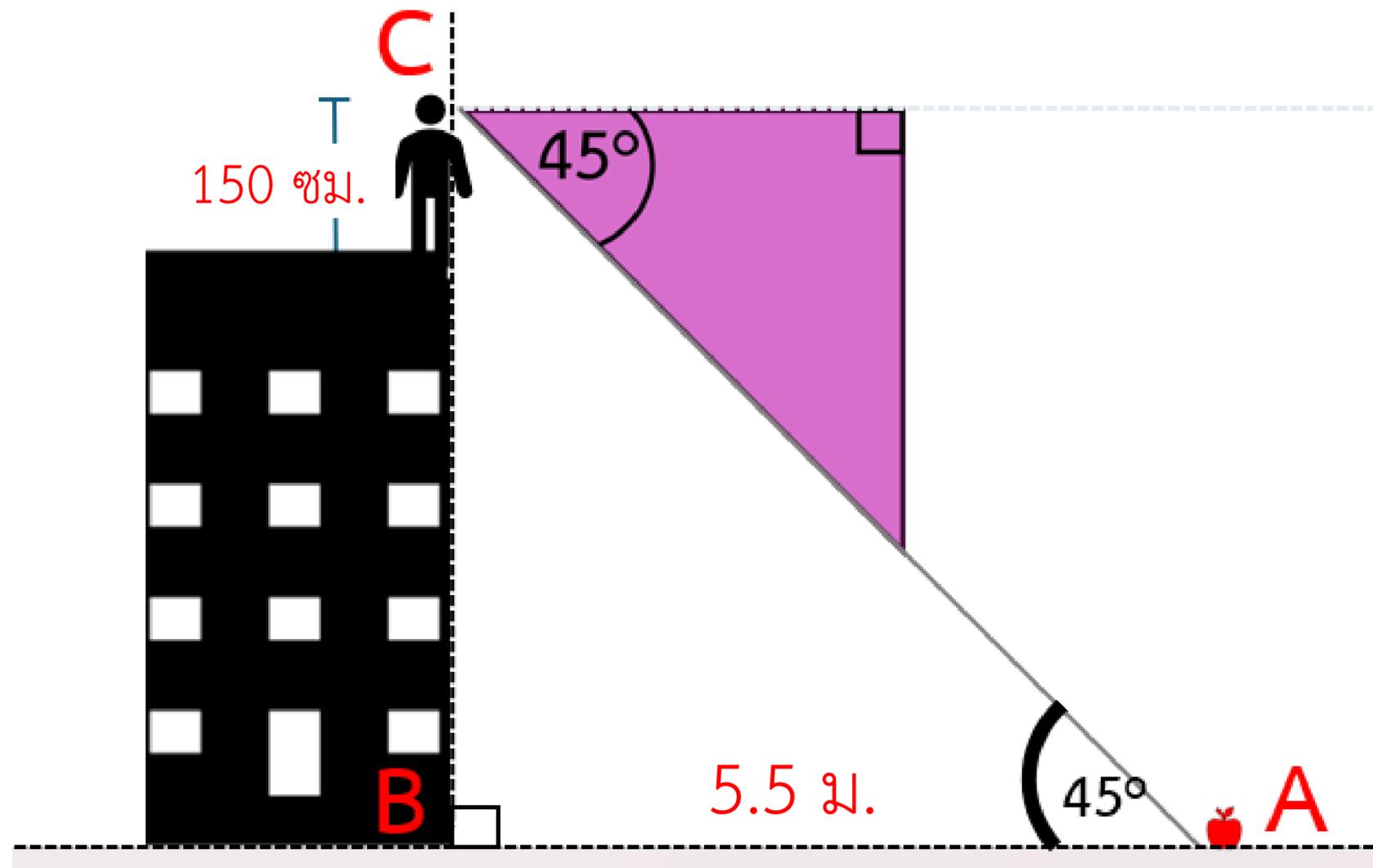
จงหาความสูงของตึก เมื่อความสูงจากเท้าไป
ยังระดับสายตา ของเด็กชายเนมเท่ากับ 150
เซนติเมตร

ดังนั้น $h = 5.5$ เมตร

เนื่องจาก h คือความสูงจากตึกถึงระดับ
สายตาของเด็กชายเนม

และความสูงจากเท้าไปยังระดับสายตา
ของเด็กชายเนมคือ 1.5 เมตร

ตัวอย่างที่ 2



จงหาความสูงของตึก เมื่อความสูงจากเท้าไป
ยังระดับสายตา ของเด็กชายบนตึกเท่ากับ 150
เซนติเมตร

ดังนั้น ตึกนี้สูง 4 เมตร

ข้อที่ 1



ณ โรงเรียนวังไกลกังวล ในพระบรมราชูปถัมภ์ อาคารเรียนอยู่ห่างจากสวนหย่อม 200 เมตร หากนักเรียนคนหนึ่งขึ้นไปยืนอยู่บนดาดฟ้าของอาคาร และนำกระดาษรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุมแหลมมุมหนึ่งเป็น 30° องศา โดยมองตามแนวเส้นด้านตรงข้ามมุมฉากไปยังโคนต้นไม้ในสวนหย่อม โดยกระดาษรูปสามเหลี่ยมมุมฉากนั้นยังอยู่ในแนวระดับสายตา จงหาความสูงของอาคารเรียน เมื่อความสูงจากเท้าไปยังระดับสายตาของนักเรียนคนนั้นเท่ากับ 160 เซนติเมตร (กำหนด $\sqrt{3} \approx 1.732$)



ข้อที่ 2



ณ พิพิธภัณฑสถานแห่งหนึ่งได้ให้ข้อมูลของหุ่นจำลองไดโนเสาร์ที่ป้ายข้อมูลว่า หุ่นจำลองนี้สูงประมาณ 6 เมตร เด็กคนหนึ่งอยากทราบว่าหุ่นจำลองไดโนเสาร์สูง 6 เมตร จริงหรือไม่ จึงได้นำกระดาษรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุมแหลมมุมหนึ่งเป็น 60 องศา มามองตามแนวสันด้านตรงข้ามมุมฉากแล้วเดินถอยหลังจนสามารถมองเห็นตำแหน่งสูงสุดของหุ่นจำลองไดโนเสาร์ โดยให้กระดาษรูปสามเหลี่ยมมุมฉากนี้ยังอยู่ในแนวระดับสายตา ปรากฏว่าเด็กคนนี้อยู่ห่างจากป้ายข้อมูล 3 เมตร ซึ่งป้ายตั้งอยู่ที่จุดสูงสุดของหุ่นจำลองไดโนเสาร์พอดี จงหาว่าหุ่นจำลองไดโนเสาร์สูงประมาณ 6 เมตร จริงหรือไม่ เมื่อความสูงจากเท้าไปยังระดับสายตาของเด็กคนนั้นเท่ากับ 100 เซนติเมตร (กำหนด $\sqrt{3} \approx 1.732$)



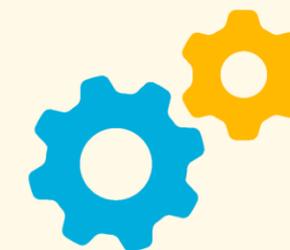
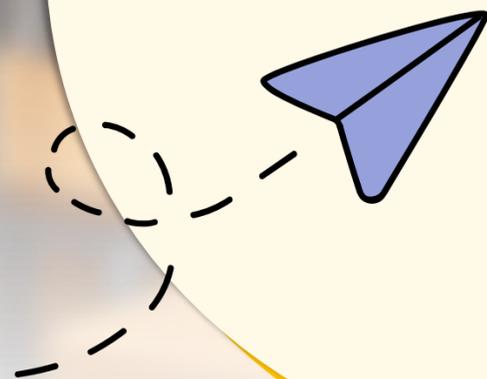


เจलय

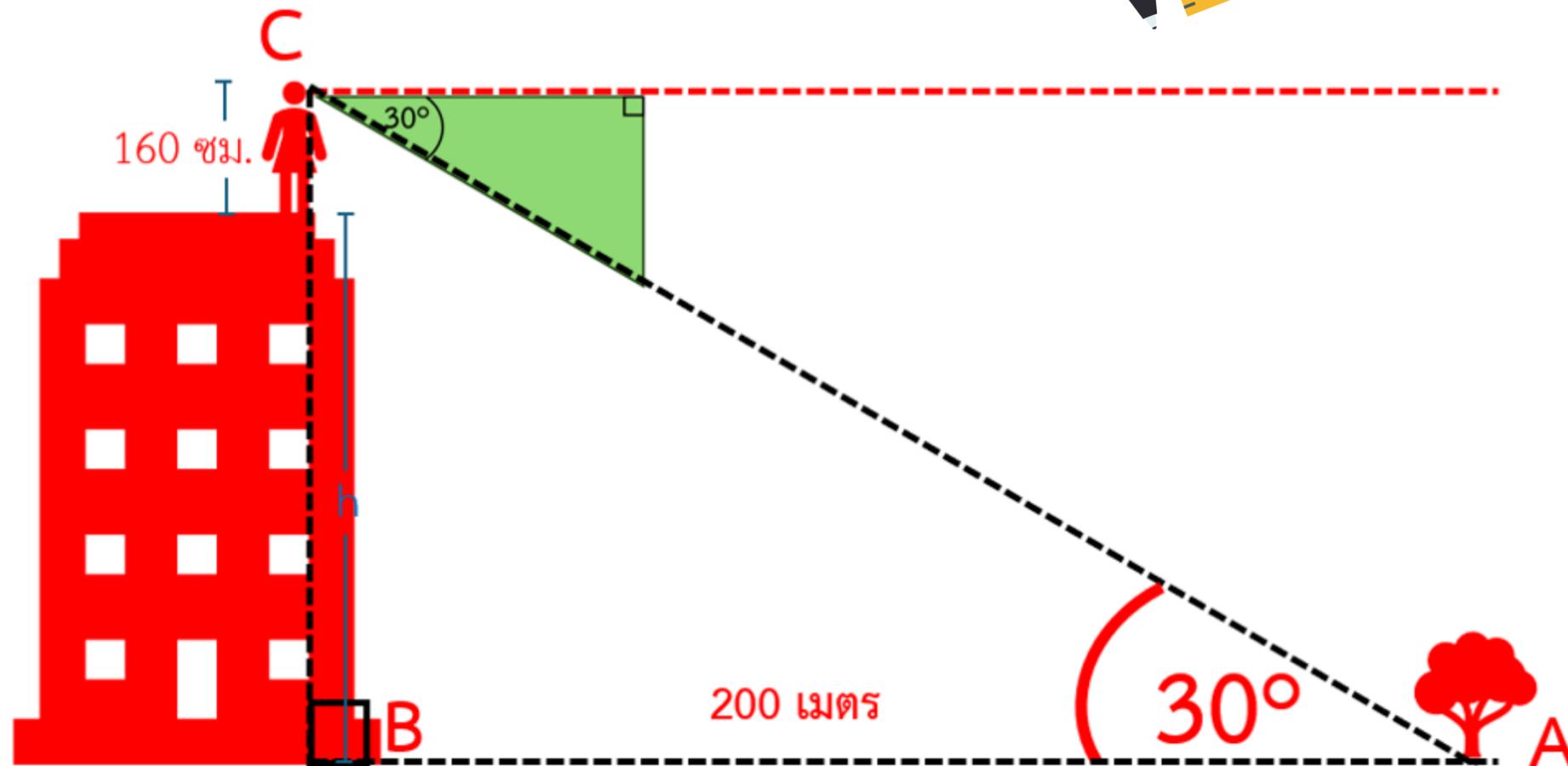
แบบฝึกหัด 8

โจทย์ปัญหาอัตราส่วน

ตรีโกณมิติ (2)



ข้อที่ 1



จากรูป ให้

A แทนตำแหน่งโคนต้นไม้

B แทนตำแหน่งฐานของอาคารเรียน

C แทนตำแหน่งระดับสายตาของนักเรียนคนหนึ่ง

และ h แทนความสูงของอาคารเรียน





ข้อที่ 1

พิจารณา $\triangle ABC$ จะได้ $\tan 30^\circ$

$$\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$h$$

$$h$$

$$h$$

$$= \frac{BC}{AC}$$

$$= \frac{h + 1.6}{200}$$

$$= \frac{200}{\sqrt{3}} - 1.6$$

$$= \frac{200\sqrt{3}}{3} - 1.6$$

$$\approx \frac{200(1.732)}{3} - 1.6$$

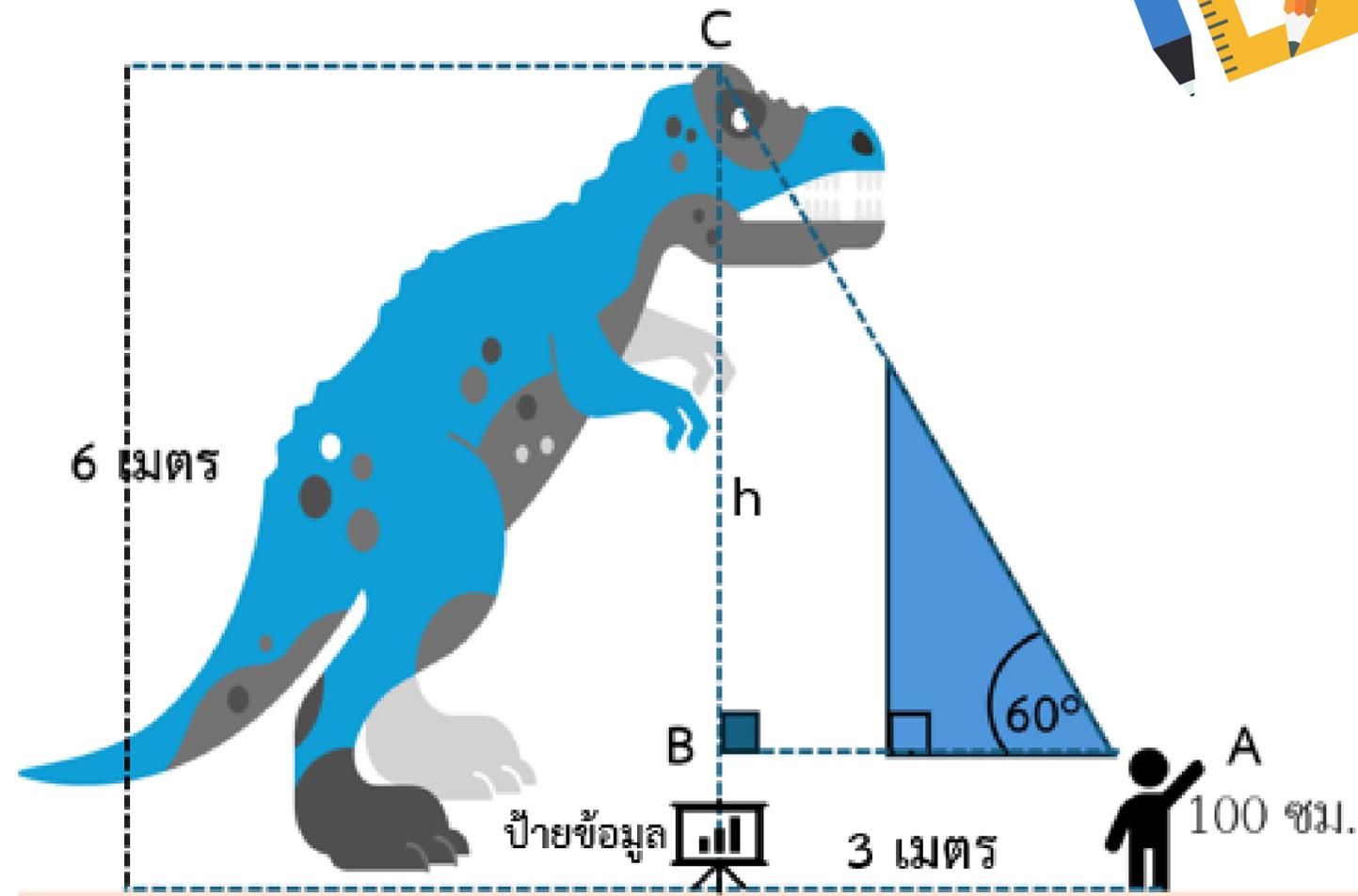
$$\approx 113.87 \text{ เมตร}$$

ดังนั้น ตึกสูงประมาณ 113.87 เมตร



วิธีทำ

ข้อที่ 2



จากรูป ให้ A แทน ตำแหน่งที่ระดับสายตาที่เด็กยืน

B แทน ตำแหน่งที่ความสูงของหุ่นจำลองไดโนเสาร์ในแนวระดับสายตาของเด็ก

C แทน ตำแหน่งสูงสุดของหุ่นจำลองไดโนเสาร์

และ h แทน ความสูงตั้งแต่แนวระดับสายตาของเด็กจนถึงจุดสูงสุดของหุ่นจำลองไดโนเสาร์



ข้อที่ 2

จากรูป จะได้ $\tan 60^\circ = \frac{BC}{AB}$

$$\sqrt{3} = \frac{h}{3}$$

$$h = 3\sqrt{3}$$

$$h \approx 3(1.732)$$

$$h \approx 5.19$$

จะได้ ความสูงตั้งแต่แนวระดับสายตาของเด็กจนถึงจุดสูงสุดของหุ่นจำลองไดโนเสาร์
ประมาณ 5.19 เมตร

นั่นคือ หุ่นจำลองไดโนเสาร์สูงประมาณ $5.19 + 1 \approx 6.19$ เมตร

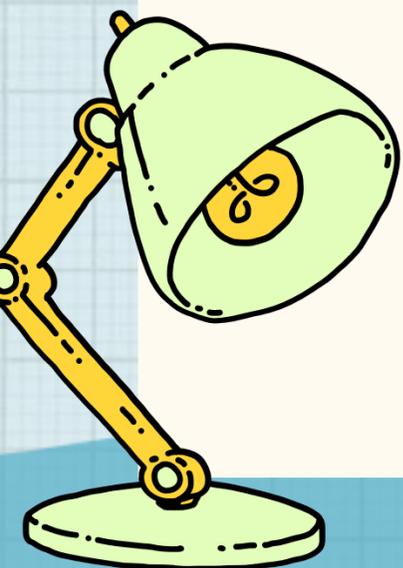
ดังนั้น หุ่นจำลองไดโนเสาร์สูงประมาณ 6.19 เมตร ซึ่งใกล้เคียงกับข้อมูลที่ป้ายแจ้งไว้





สรุปบทเรียน

การหาความสูงของสิ่งก่อสร้างหรือความสูงของสิ่งต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นตามธรรมชาติ เช่น เสาธง ความสูงของอาคาร ต้นไม้ ภูเขา เป็นต้น สามารถหาได้โดยใช้ รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุมแหลมมุมหนึ่งเป็น 30° , 45° หรือ 60° วางให้เป็นแนวเดียวกับสิ่งก่อสร้างหรือสิ่งต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นตามธรรมชาติ ที่ต้องการวัดความสูงหรือระยะทาง





บทเรียนครั้งต่อไป

อัตราส่วนตรีโกณมิติ

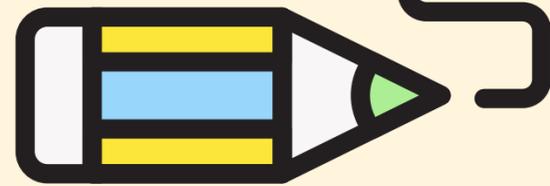
ในชีวิตจริง

ดาวน์โหลดข้อมูลได้ที่ www.dltv.ac.th





สิ่งที่ต้องเตรียม



- ใบกิจกรรม 4 : มาหาความสูงของเสาธงกันเถอะ
- รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุมแหลมมุมหนึ่ง
เป็น 30 องศา, 45 องศา และ 60 องศา

ดาวน์โหลดข้อมูลได้ที่ www.dltv.ac.th