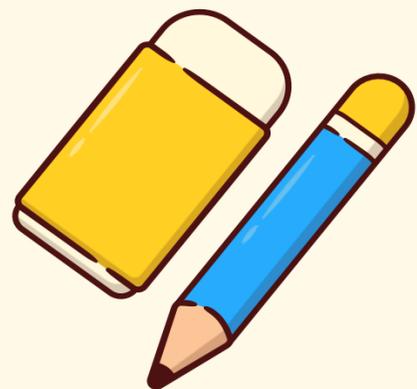


รายวิชา คณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค23102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หน่วยที่ 7 อัตราส่วนตรีโกณมิติ

เรื่อง โจทย์ปัญหาอัตราส่วน
ตรีโกณมิติ (1)



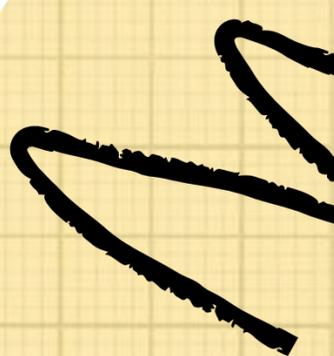
ครูผู้สอน ครูสรวิรัตน์ เดชะชาติ





โจทย์ปัญหา อัตราส่วน ตรีโกณมิติ (1)

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = G(x) + \frac{R(x)}{Q(x)}$$





จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถเขียนหรืออธิบายวิธีการ
แก้ปัญหาในชีวิตจริง โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับ
มุมก้ม มุมเงย และอัตราส่วนตรีโกณมิติ



อัตราส่วน ตรีโกณมิติ	ขนาดของมุม A		
	30°	45°	60°
sin A			
cos A			
tan A			



~~= + × ÷ -~~

$$t = b^2 - a^2$$



แนวเส้นระดับสายตา



แนวเส้นระดับสายตา



มุมก้ม



วัตถุ

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = G(x) + \frac{R(x)}{Q(x)}$$

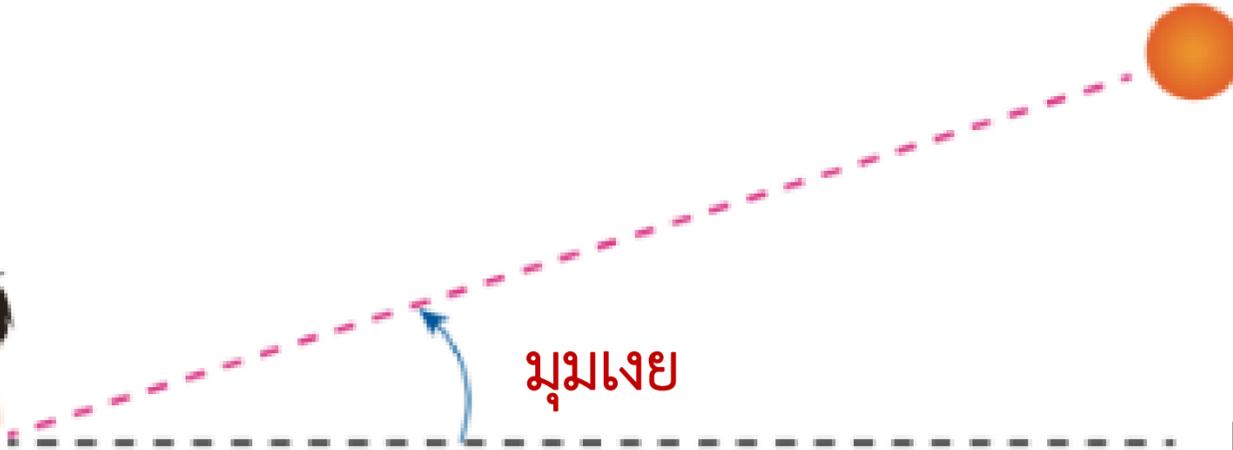


~~=~~ ~~+~~ ~~×~~ ~~÷~~ ~~-~~

$$t = b^2 - a^2$$



แนวเส้นระดับสายตา



วัตถุ

มุมเงย

แนวเส้นระดับสายตา

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = G(x) + \frac{R(x)}{Q(x)}$$





แนวเส้นระดับสายตา



แนวเส้นระดับสายตา

มุมก้ม

วัตถุ

วัตถุ



แนวเส้นระดับสายตา

มุมเงย

มุมก้ม เป็นมุมที่เกิดจากแนวเส้นระดับสายตา และแนวเส้นจากตาไปยังวัตถุ โดยที่วัตถุ อยู่ต่ำกว่าแนวเส้นระดับสายตา

มุมเงย เป็นมุมที่เกิดจากแนวเส้นระดับสายตา และแนวเส้นจากตาไปยังวัตถุ โดยที่วัตถุ อยู่สูงกว่าแนวเส้นระดับสายตา

ตัวอย่างที่ 1

เช้าวันหนึ่งเพลงยืนเข้าแถว
เคารพธงชาติ โดยยืนอยู่ห่างจากเสาธง 5 เมตร
ซึ่งเพลงเงยหน้ามองดูเสาธงเป็นมุมเงย 60 องศา
จงหาว่าเสาธงมีความสูงเท่าใด

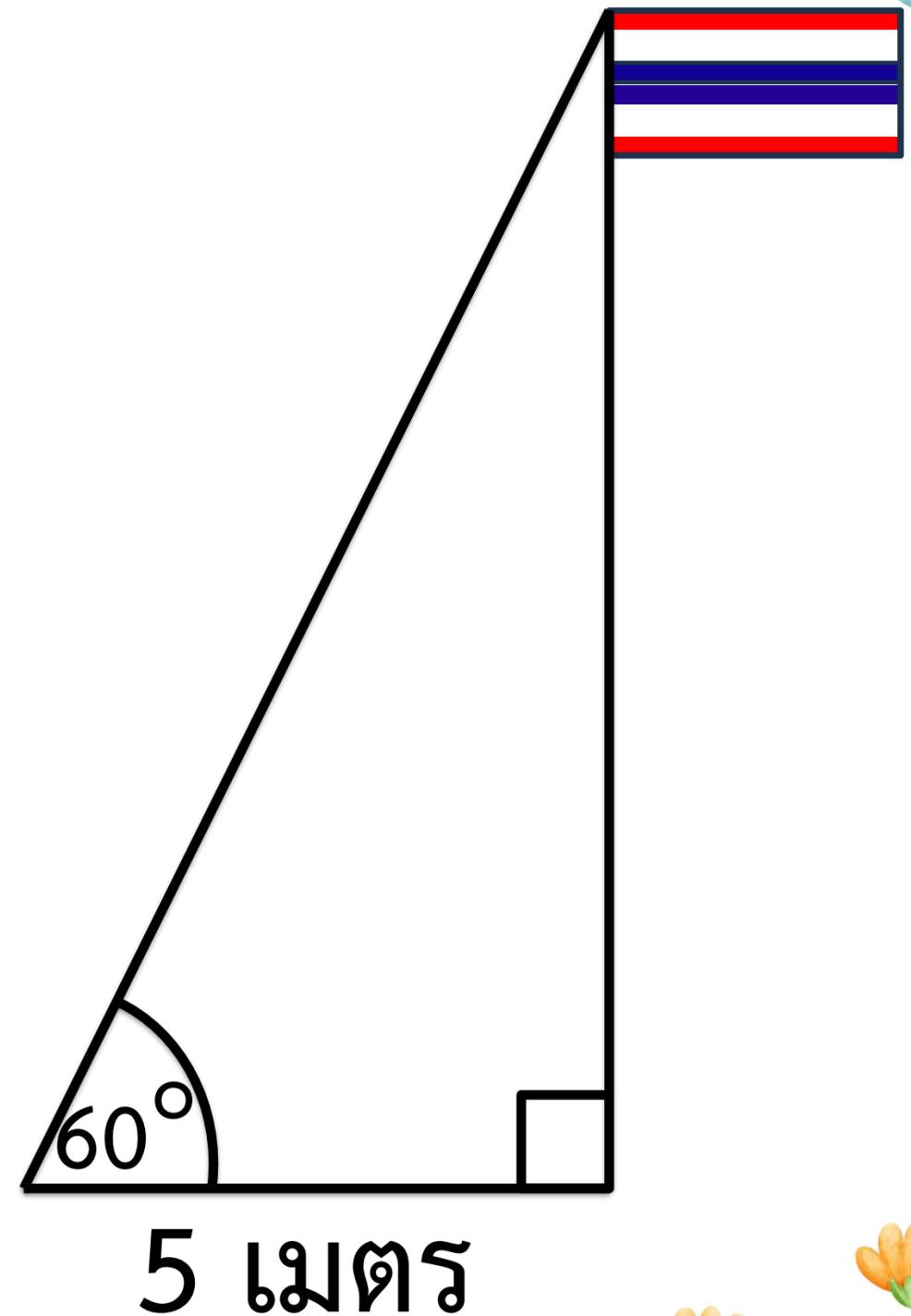


ตัวอย่างที่ 1

เช้าวันหนึ่งเพลงยืนเข้าแถวเคารพธงชาติ โดยยืนอยู่ห่างจากเสาธง 5 เมตร ซึ่งเพลงเงยหน้ามองดูเสาธงเป็นมุมเงย 60° องศา จงหาว่าเสาธงมีความสูงเท่าใด

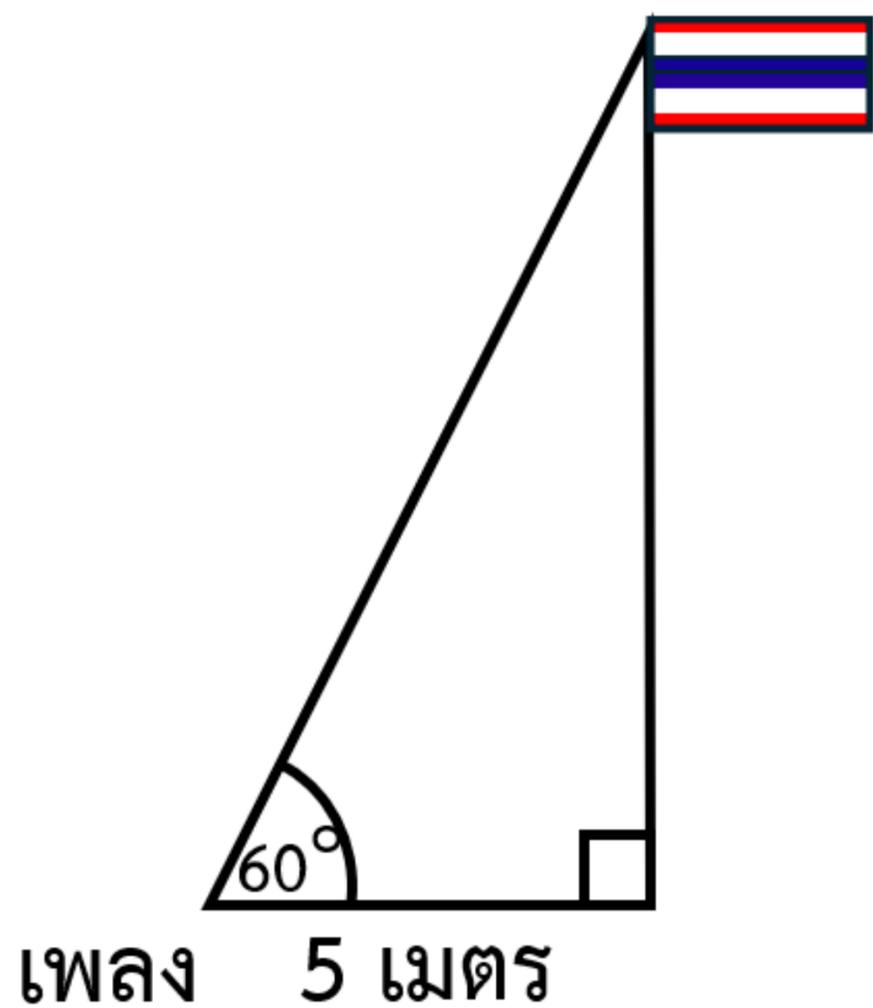
วิธีทำ ให้ h แทน ความสูงของเสาธง

เพลง



ตัวอย่างที่ 1

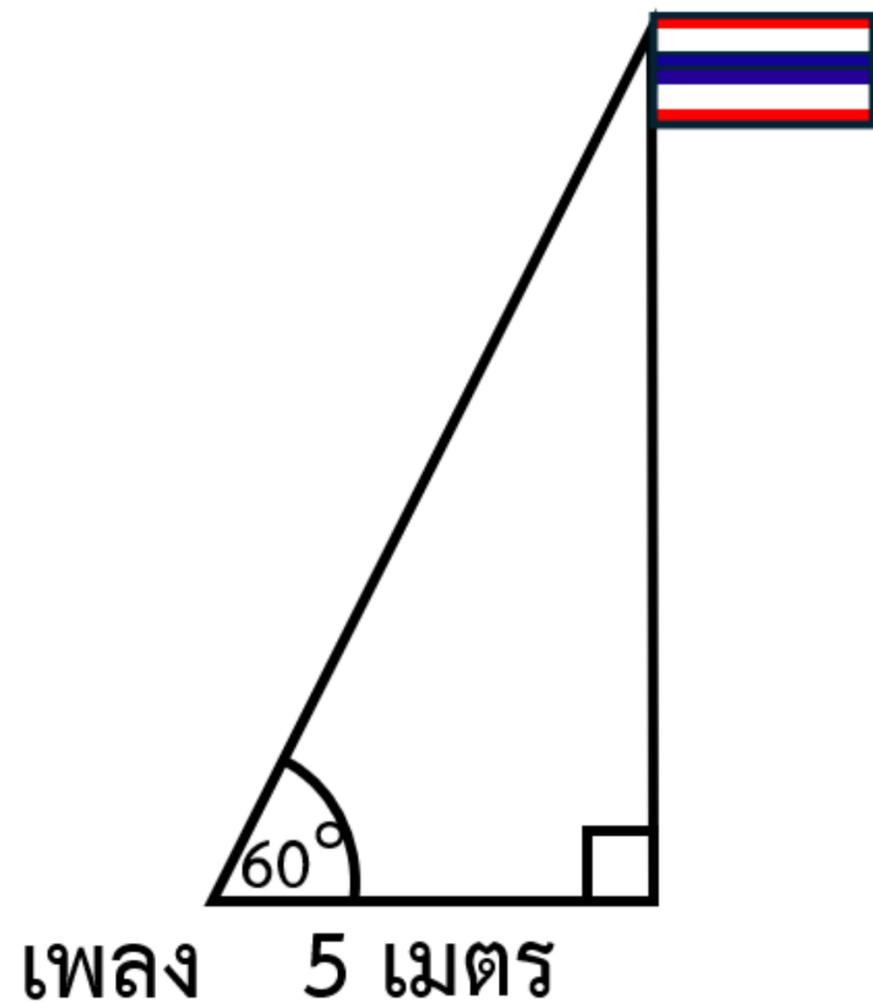
เช้าวันหนึ่งเพลงยืนเข้าแถวเคารพธงชาติ โดยยืนอยู่ห่างจากเสาธง 5 เมตร ซึ่งเพลงเงยหน้ามองดูเสาธงเป็นมุมเงย 60° องศา จงหาว่าเสาธงมีความสูงเท่าใด



วิธีทำ พิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ตัวอย่างที่ 1

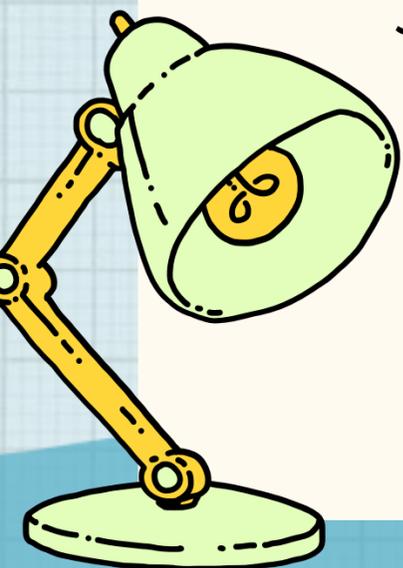
เช้าวันหนึ่งเพลงยืนเข้าแถวเคารพธงชาติ โดยยืนอยู่ห่างจากเสาธง 5 เมตร ซึ่งเพลงเงยหน้ามองดูเสาธงเป็นมุมเงย 60° องศา จงหาว่าเสาธงมีความสูงเท่าใด



ดังนั้น เสาธงต้นนี้สูง $5\sqrt{3}$ เมตร

ขั้นตอนในการนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปแก้ปัญหในชีวิตจริง

1. อ่านและวิเคราะห์โจทย์ว่า โจทย์ให้ข้อมูลอะไรมา และต้องการหาอะไร
2. แปลงข้อมูลจากโจทย์ให้เป็นปัญหาเชิงเรขาคณิต โดยการวาดรูป และระบุความยาวของด้านและขนาดของมุมที่ทราบลงในรูป
3. วิเคราะห์ว่าจะหาสิ่งที่โจทย์ถามได้อย่างไร โดยพิจารณาจากขนาดของมุม ความยาวของด้านที่ทราบ และอัตราส่วนตรีโกณมิติที่ต้องใช้

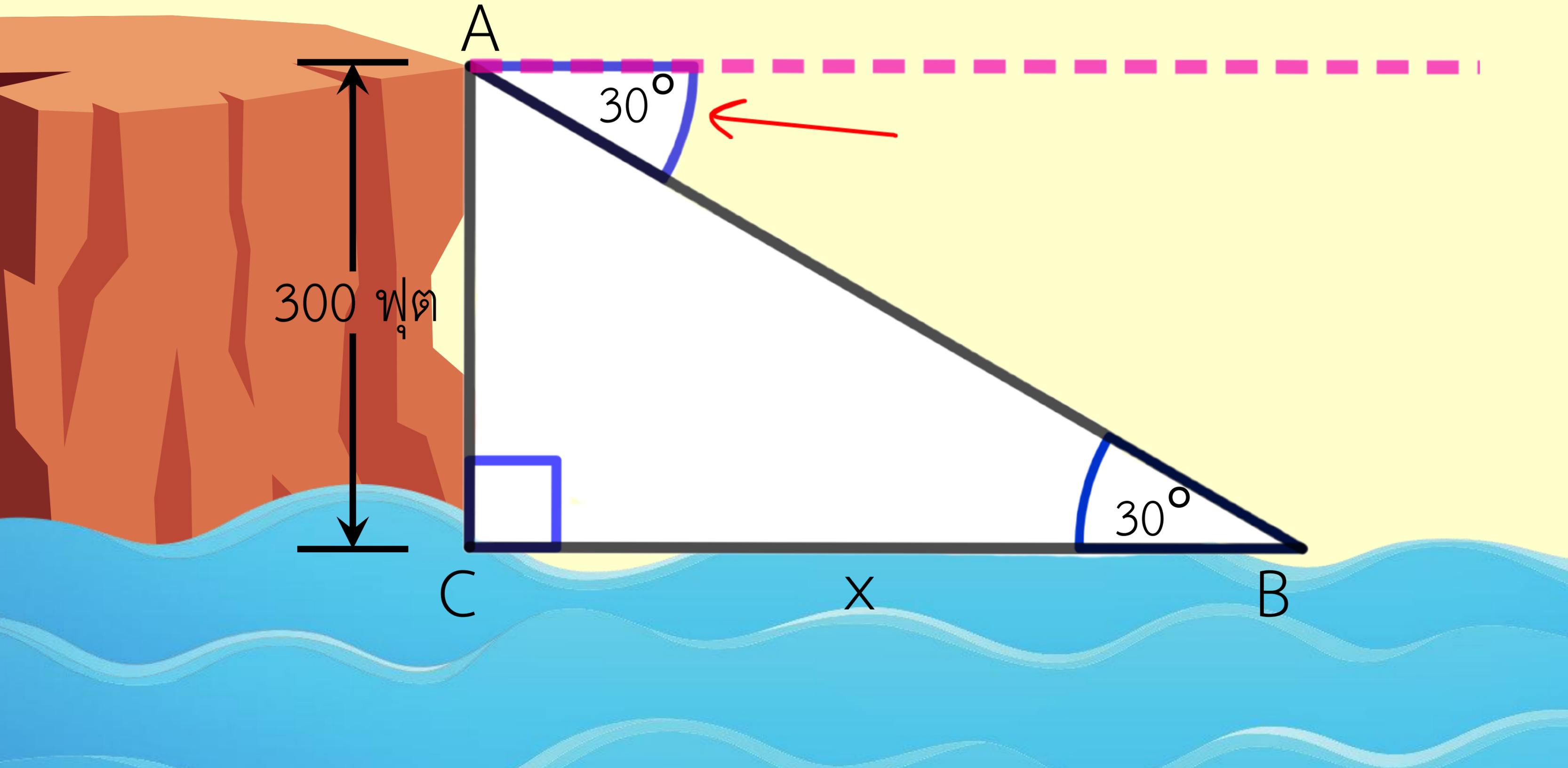


ตัวอย่างที่ 2

พีทยืนอยู่บนยอดผาซึ่งสูง 300 ฟุต จากผิวน้ำทะเล จากตำแหน่งที่เขายืนจะมองเห็นเรือลอยอยู่บนผิวน้ำทะเลเป็นมุมก้ม 30° ถ้าขอบของเชิงผาอยู่ในแนวตั้งเดียวกันกับตำแหน่งที่พีทยืนพอดี อยากทราบว่า เรือลำนี้อยู่ห่างจากขอบของเชิงผากี่ฟุต

วิธีทำ ให้ x แทน ระยะห่างของเรือ และขอบของเชิงผา





A

300 ฟุต

30°

C

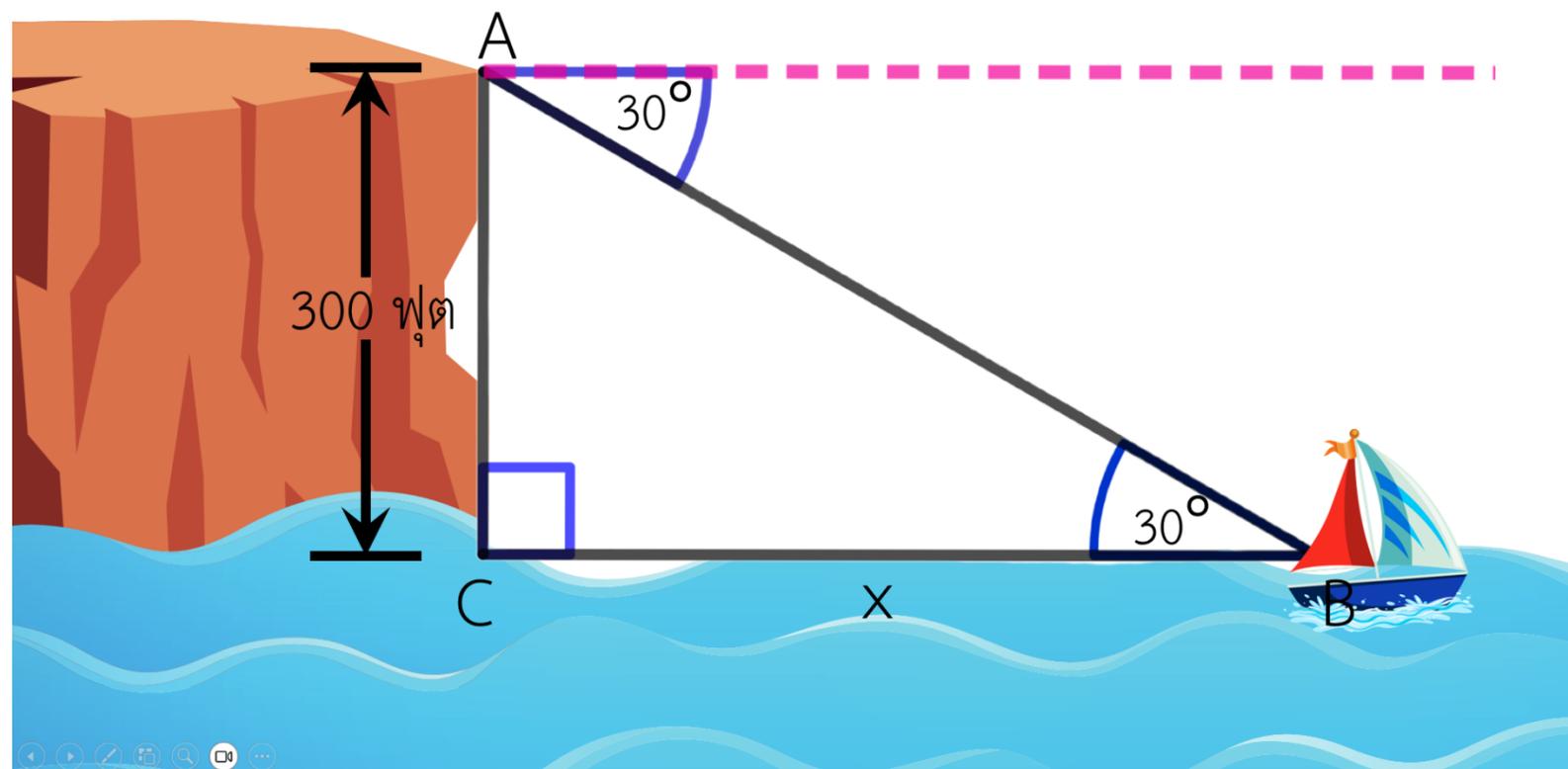
X

30°

B

ตัวอย่างที่ 2

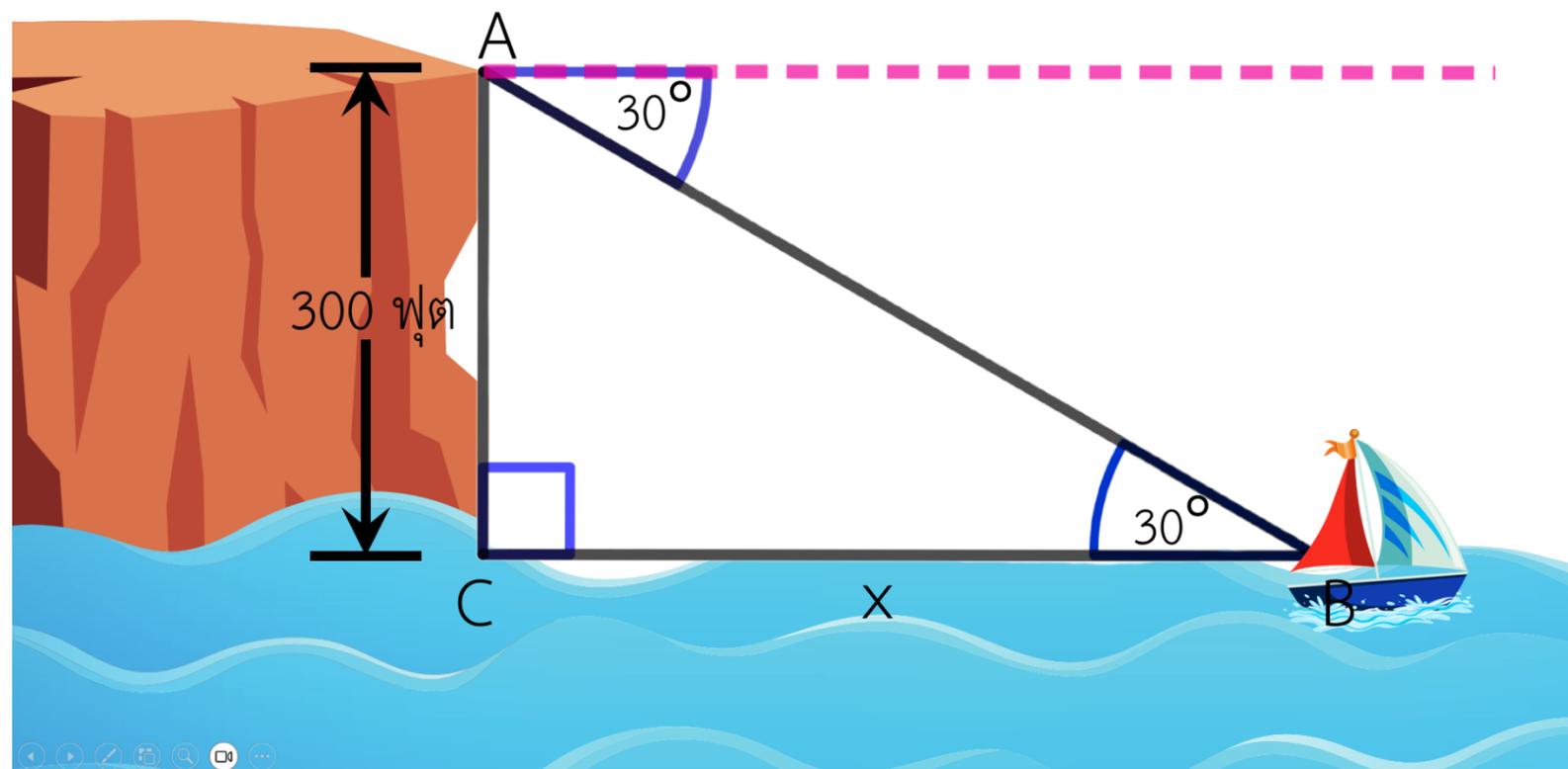
พีทยืนอยู่บนยอดผาซึ่งสูง 300 ฟุต จากผิวน้ำทะเล จากตำแหน่งที่เขายืนจะมองเห็นเรือลอยอยู่บนผิวน้ำทะเลเป็นมุมก้ม 30° ถ้าขอบของเชิงผาอยู่ในแนวตั้งเดียวกันกับตำแหน่งที่พีทยืนพอดี อยากทราบว่า เรือลำนี้อยู่ห่างจากขอบของเชิงผากี่ฟุต



วิธีทำ พิจารณา $\triangle ABC$

ตัวอย่างที่ 2

พีทยืนอยู่บนยอดผาซึ่งสูง 300 ฟุต จากผิวน้ำทะเล จากตำแหน่งที่เขายืนจะมองเห็นเรือลอยอยู่บนผิวน้ำทะเลเป็นมุมก้ม 30° ถ้าขอบของเชิงผาอยู่ในแนวตั้งเดียวกันกับตำแหน่งที่พีทยืนพอดี อยากทราบว่า เรือลำนี้อยู่ห่างจากขอบของเชิงผากี่ฟุต



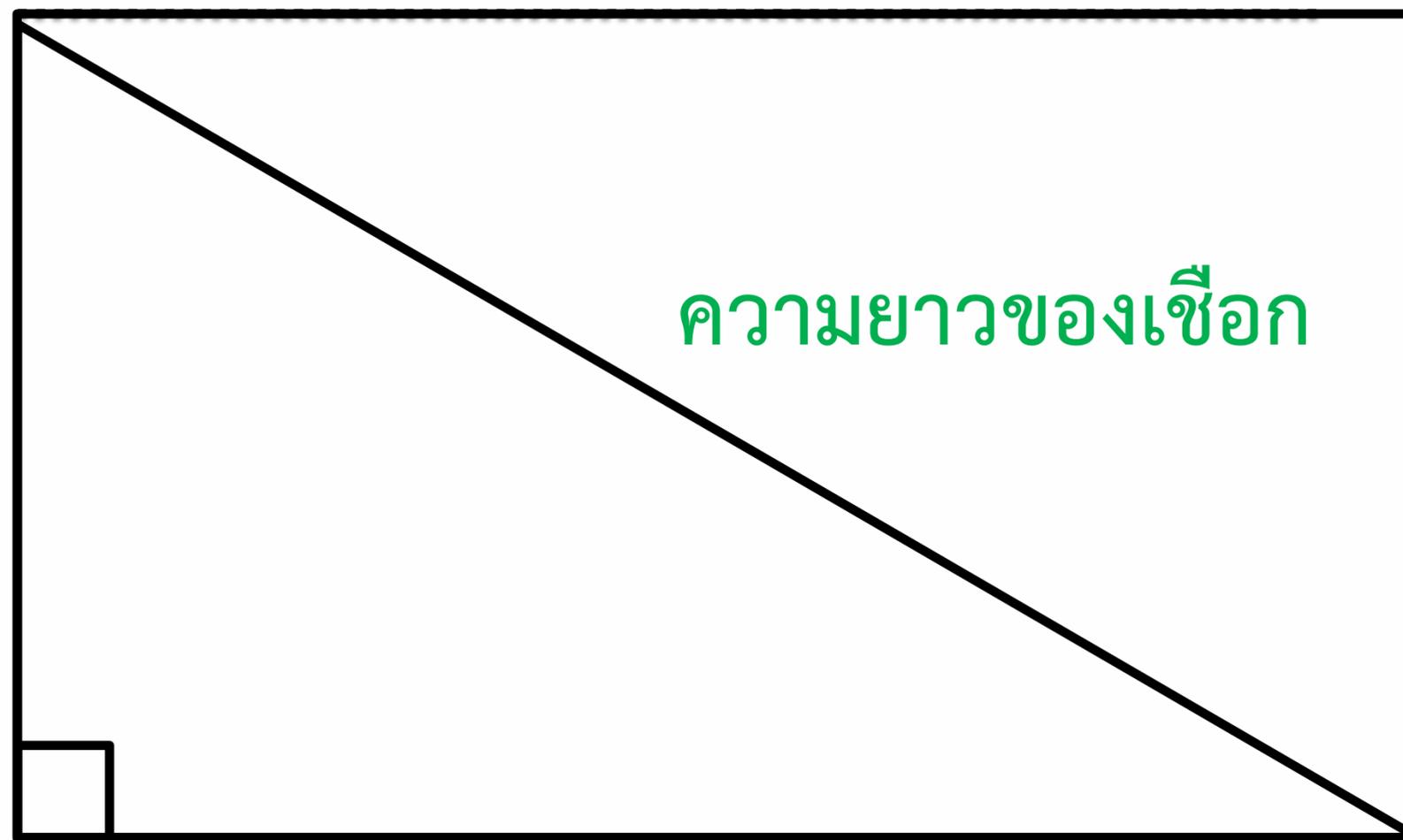
ดังนั้น เรือลำนี้อยู่ห่างจาก
ขอบของเชิงผา
 $300\sqrt{3}$ ฟุต

ตัวอย่างที่ 3

ซาบูและซูชิช่วยกันจัดงานเลี้ยง โดยซาบูต้องการชิงเชือกจากบนอาคารซึ่งสูง 20 เมตร ลงไปที่ซูชิยืนอยู่ ถ้าซาบูยืนอยู่บนอาคารมองไปที่ซูชิเป็นมุมก้ม 30° อยากทราบว่าต้องใช้เชือกยาวกี่เมตร

ซาบู

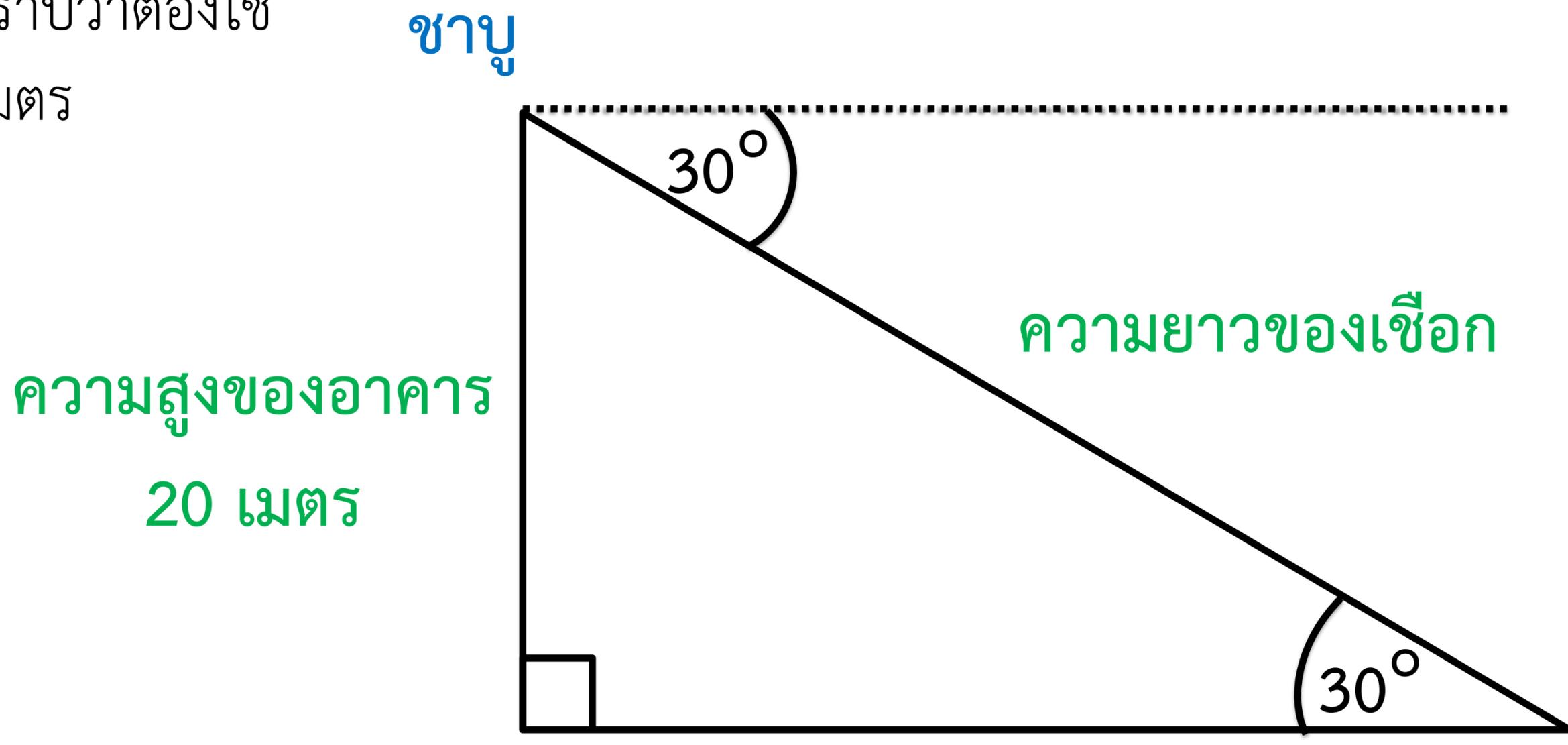
ความสูงของอาคาร
20 เมตร



ซูชิ

ตัวอย่างที่ 3

ซาบู่และซูชิช่วยกันจัดงานเลี้ยง โดยซาบู่ต้องการชิงเชือกจากบนอาคารซึ่งสูง 20 เมตร ลงไปที่ซูชิยืนอยู่ ถ้าซาบู่ยืนอยู่บนอาคารมองไปที่ซูชิเป็นมุมก้ม 30° อยากทราบว่าต้องใช้เชือกยาวกี่เมตร

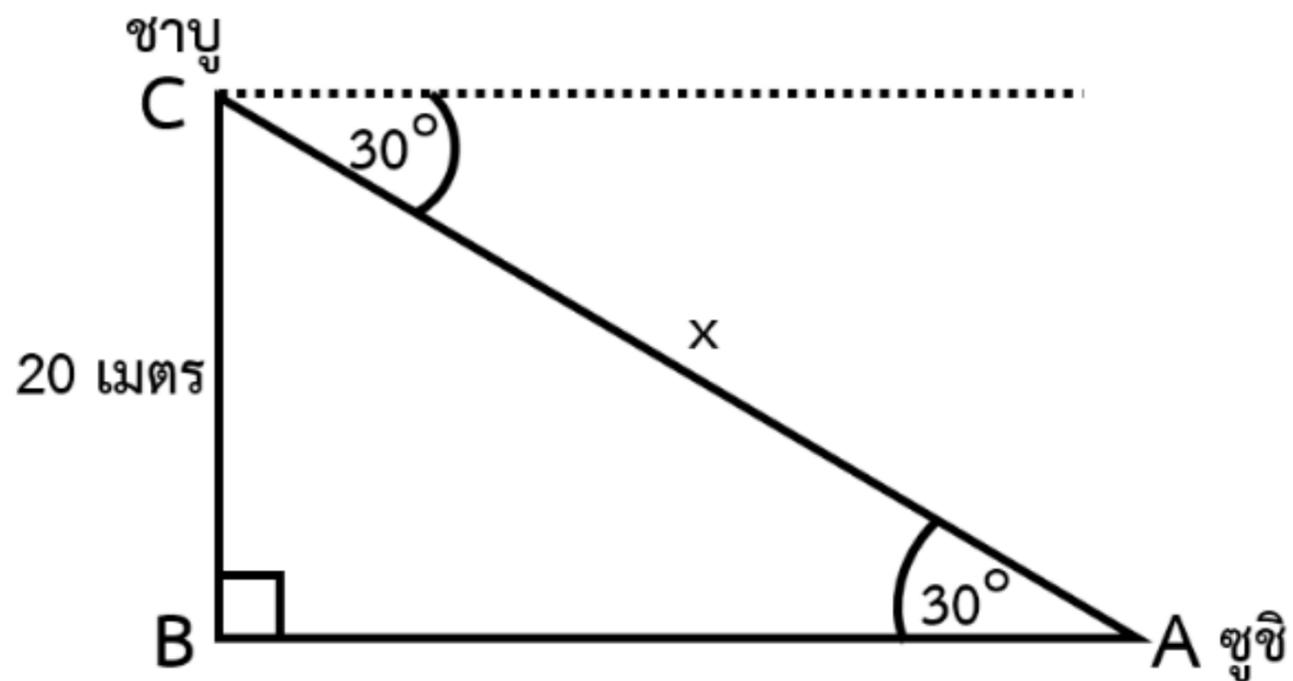


ตัวอย่างที่ 3

ชาบูและซูชิช่วยกันจัดงานเลี้ยง โดยชาบูต้องการชิงเชือกจากบนอาคารซึ่งสูง 20 เมตร ลงไปที่ที่ซูชิยืนอยู่ ถ้าชาบูยืนอยู่บนอาคารมองไปที่ซูชิเป็นมุมก้ม 30° อยากทราบว่าต้องใช้เชือกยาวกี่เมตร

วิธีทำ พิจารณา $\triangle ABC$

ให้ x แทน ความยาวของเชือก

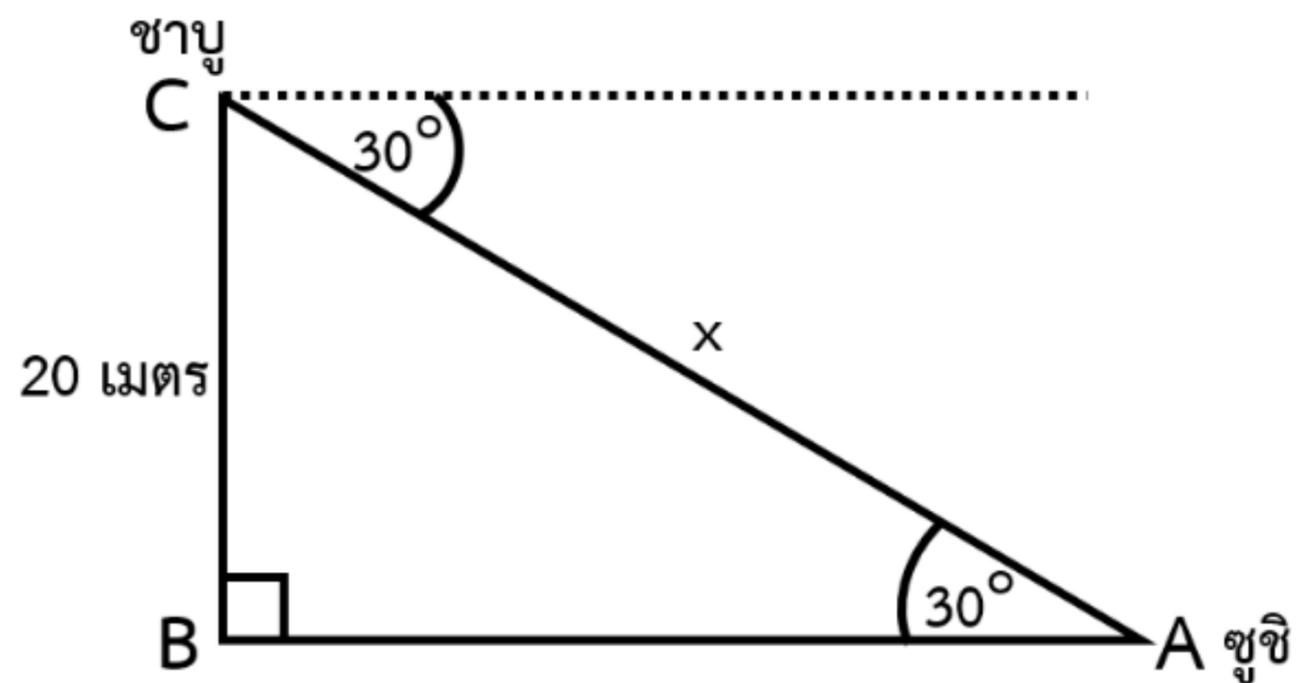


ตัวอย่างที่ 3

ชาบูและซูชิช่วยกันจัดงานเลี้ยง โดยชาบูต้องการชิงเชือกจากบนอาคารซึ่งสูง 20 เมตร ลงไปที่ที่ซูชิยืนอยู่ ถ้าชาบูยืนอยู่บนอาคารมองไปที่ซูชิเป็นมุมก้ม 30° อยากทราบว่าต้องใช้เชือกยาวกี่เมตร

ดังนั้น ความยาวเชือก

คือ 40 เมตร



ข้อที่ 1

จริงใจยืนอยู่ที่จุดซึ่งห่างจากตึกหลังหนึ่ง 80 เมตร ที่จุดนั้นเมื่อเงยหน้า เป็นมุม 60 องศา มองเห็นยอดตึกพอดี จงหาว่าตึกสูงกี่เมตร

ข้อที่ 2

ช่างไฟคนหนึ่งปีนขึ้นไปอยู่บนยอดเสาไฟฟ้าสูง 100 ฟุต มองเห็น ช่างไฟอีกคนหนึ่งยืนอยู่ข้างล่างทำมุมก้ม 45 องศา จงหาว่าช่างไฟ คนที่สองอยู่ห่างจากโคนเสาไฟฟ้างี่ฟุต

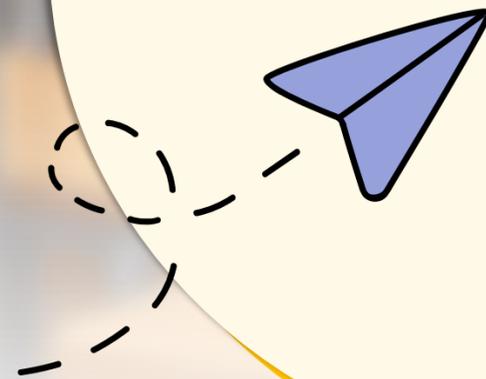




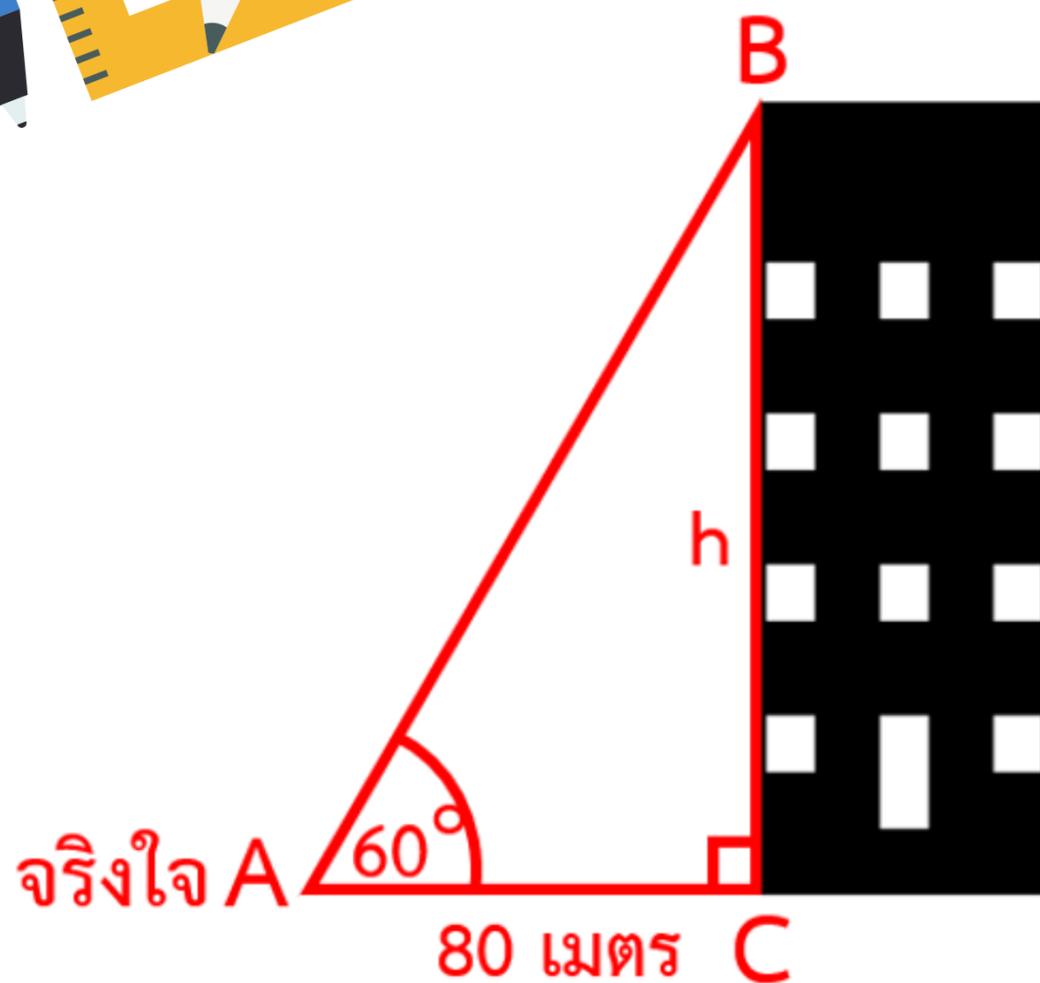
เจलय

แบบฝึกหัด 7

**โจทย์ปัญหาอัตราส่วน
ตรีโกณมิติ (1)**



ข้อที่ 1



จากรูป ให้

A แทน ตำแหน่งที่จริงใจยืน

B แทน ตำแหน่งของยอดตึก

C แทน ตำแหน่งของขอบตึก

และ h แทน ความสูงของตึก

พิจารณา $\triangle ABC$ จะได้

$$\tan 60^\circ =$$

$$\frac{BC}{AC}$$

$$\sqrt{3} =$$

$$\frac{h}{80}$$

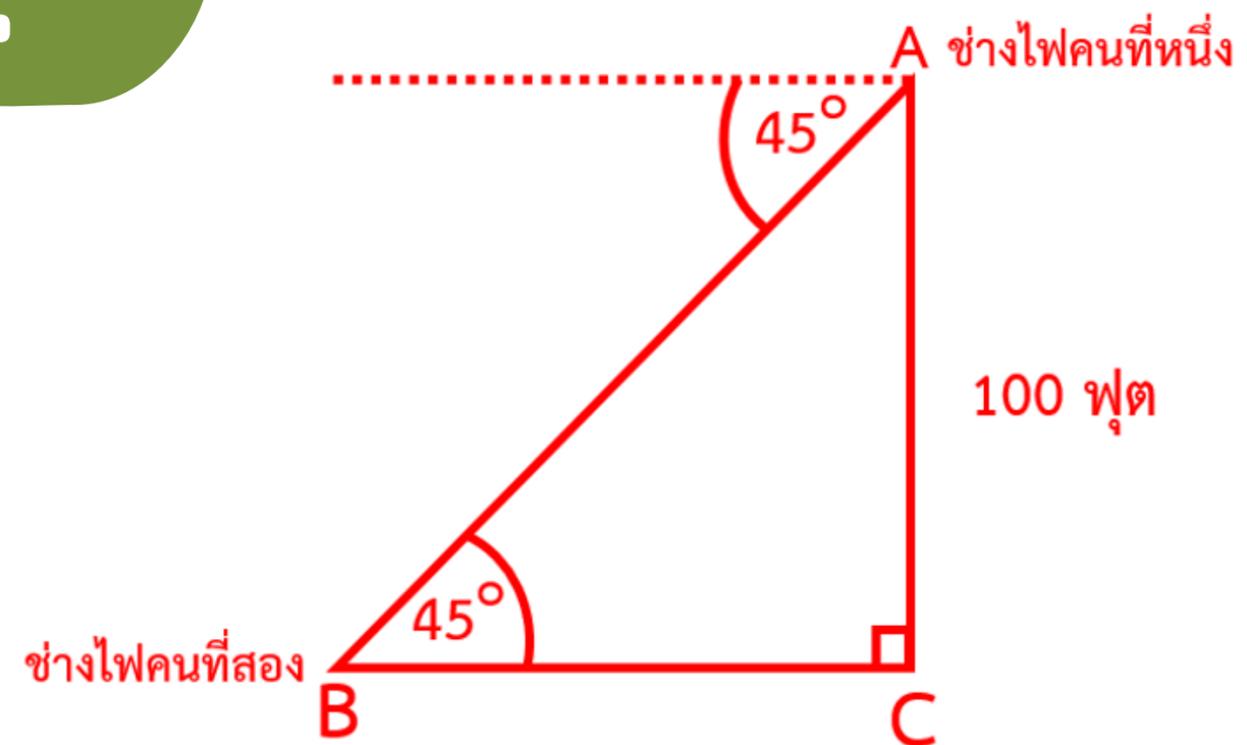
$$h =$$

$$80\sqrt{3}$$

ดังนั้น ตึกสูง $80\sqrt{3}$ เมตร



ข้อที่ 2



จากรูป ให้

A แทน ตำแหน่งที่ช่างไฟคนที่หนึ่งยืน

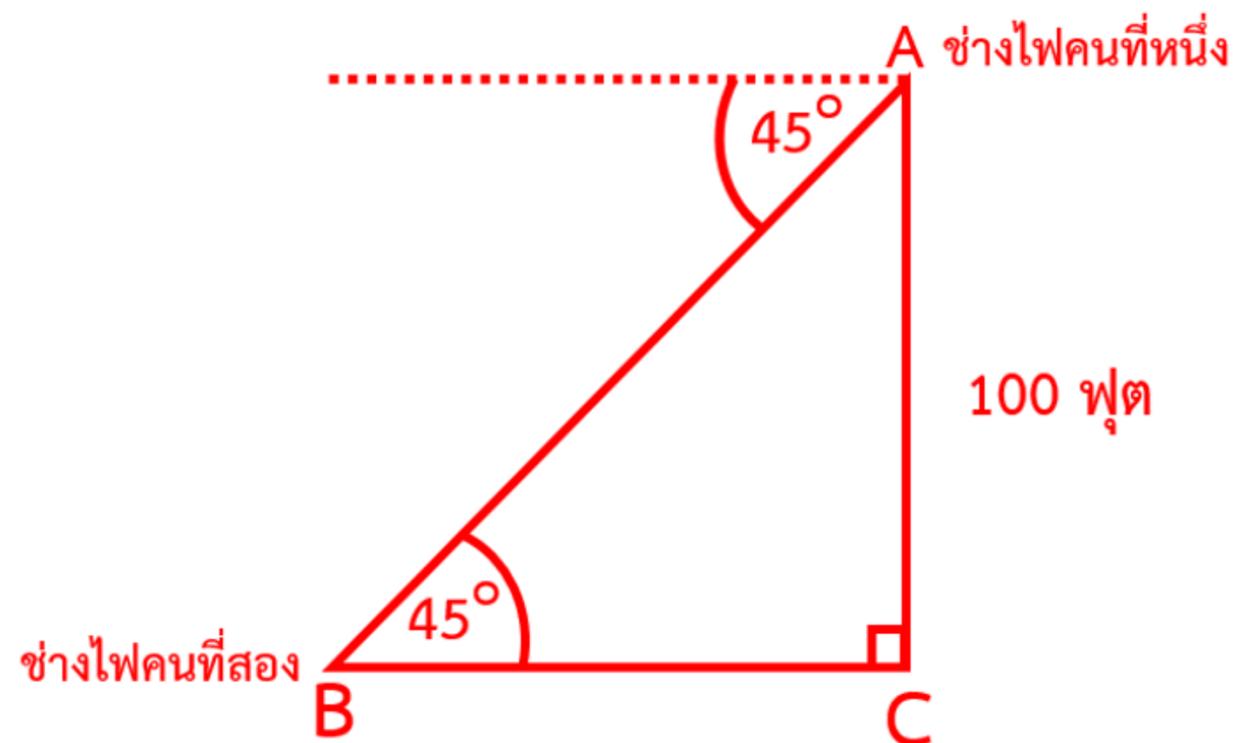
B แทน ตำแหน่งที่ช่างไฟคนที่สองยืน

C แทน ตำแหน่งของโคนเสาไฟฟ้า

และ x แทน ระยะห่างระหว่างช่างไฟคนที่สองกับโคนเสาไฟฟ้า

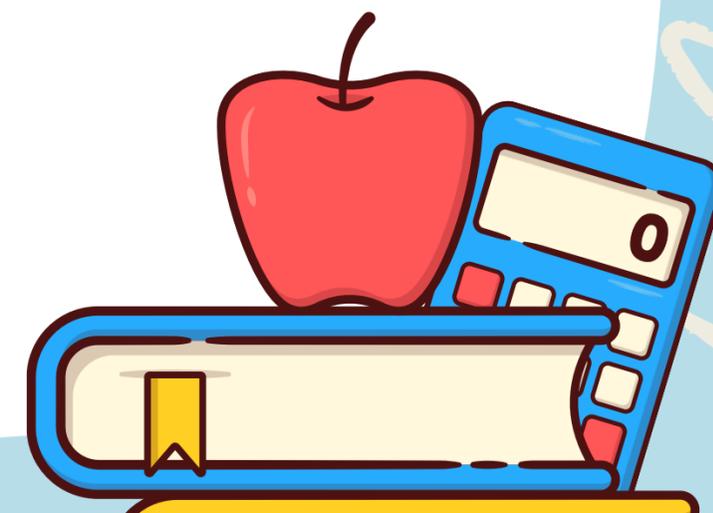


ข้อที่ 2



$$\begin{aligned} \text{จากรูป จะได้ } \tan 45^\circ &= \frac{AC}{BC} \\ 1 &= \frac{100}{x} \\ x &= 100 \end{aligned}$$

ดังนั้น ช่างไฟคนที่สองอยู่ห่างจากโคนเสาไฟฟ้า 100 ฟุต





แนวเส้นระดับสายตา



แนวเส้นระดับสายตา

มุมก้ม

วัตถุ

วัตถุ



แนวเส้นระดับสายตา

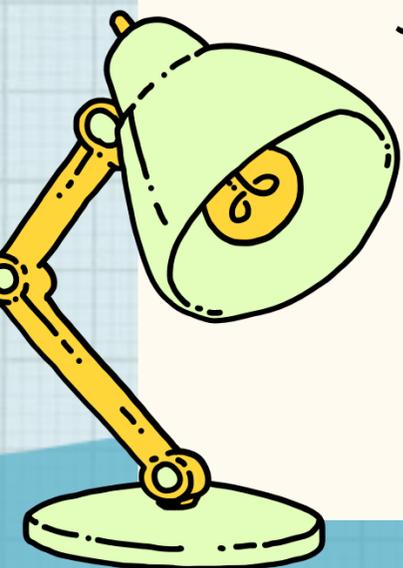
มุมเงย

มุมก้ม เป็นมุมที่เกิดจากแนวเส้นระดับสายตา และแนวเส้นจากตาไปยังวัตถุ โดยที่วัตถุ อยู่ต่ำกว่าแนวเส้นระดับสายตา

มุมเงย เป็นมุมที่เกิดจากแนวเส้นระดับสายตา และแนวเส้นจากตาไปยังวัตถุ โดยที่วัตถุ อยู่สูงกว่าแนวเส้นระดับสายตา

ขั้นตอนในการนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปแก้ปัญหในชีวิตจริง

1. อ่านและวิเคราะห์โจทย์ว่า โจทย์ให้ข้อมูลอะไรมา และต้องการหาอะไร
2. แปลงข้อมูลจากโจทย์ให้เป็นปัญหาเชิงเรขาคณิต โดยการวาดรูป และระบุความยาวของด้านและขนาดของมุมที่ทราบลงในรูป
3. วิเคราะห์ว่าจะหาสิ่งที่โจทย์ถามได้อย่างไร โดยพิจารณาจากขนาดของมุม ความยาวของด้านที่ทราบ และอัตราส่วนตรีโกณมิติที่ต้องใช้





บทเรียนครั้งต่อไป

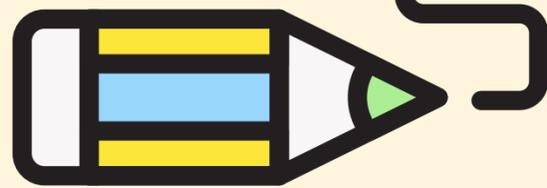
โจทย์ปัญหาอัตราส่วน
ตรีโกณมิติ (2)

ดาวน์โหลดข้อมูลได้ที่ www.dltv.ac.th





สิ่งที่ต้องเตรียม



- แบบฝึกหัด 8 : โจทย์ปัญหาอัตราส่วนตรีโกณมิติ (2)
- บัตรภาพรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุมแหลมมุมหนึ่ง
ขนาด 30° , 45° และ 60°

ดาวน์โหลดข้อมูลได้ที่ www.dltv.ac.th

