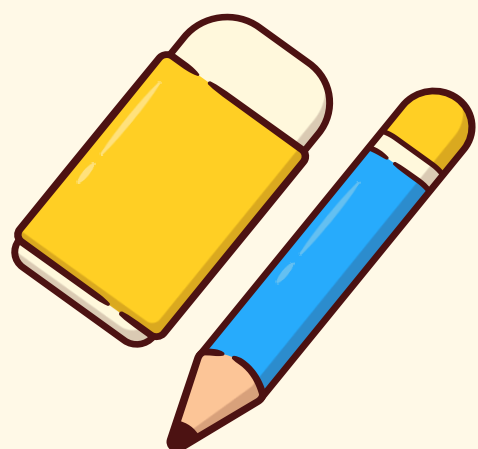


รายวิชา คณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค23102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หน่วยที่ 7 อัตราส่วนตรีโกณมิติ

เรื่อง โจทย์ปัญหาอัตราส่วน ตรีโกณมิติ (1)



ครูผู้สอน ครูสรวิรัตน์ เดชะชาติ





โจทย์ปัญหา อัตราส่วน ตรีโกณมิติ (1)

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = G(x) + \frac{R(x)}{Q(x)}$$



จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถเขียนหรืออธิบายวิธีการ
แก้ปัญหาในชีวิตจริง โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับ
มุมกัม มุมงาย และอัตราส่วนตรีโกณมิติ



อัตราส่วน ตรีโกณมิติ	ขนาดของมุม A		
	30°	45°	60°
$\sin A$			
$\cos A$			
$\tan A$			



$= + \times \div -$

$$t = b^2 - a^2$$

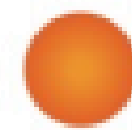


แนวเส้นระดับสายตา



แนวเส้นระดับสายตา

มุมก้ม



วัตถุ

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = G(x) + \frac{R(x)}{Q(x)}$$

$= + \times \div -$

$$t = b^2 - a^2$$



แนวเส้นระดับสายตา



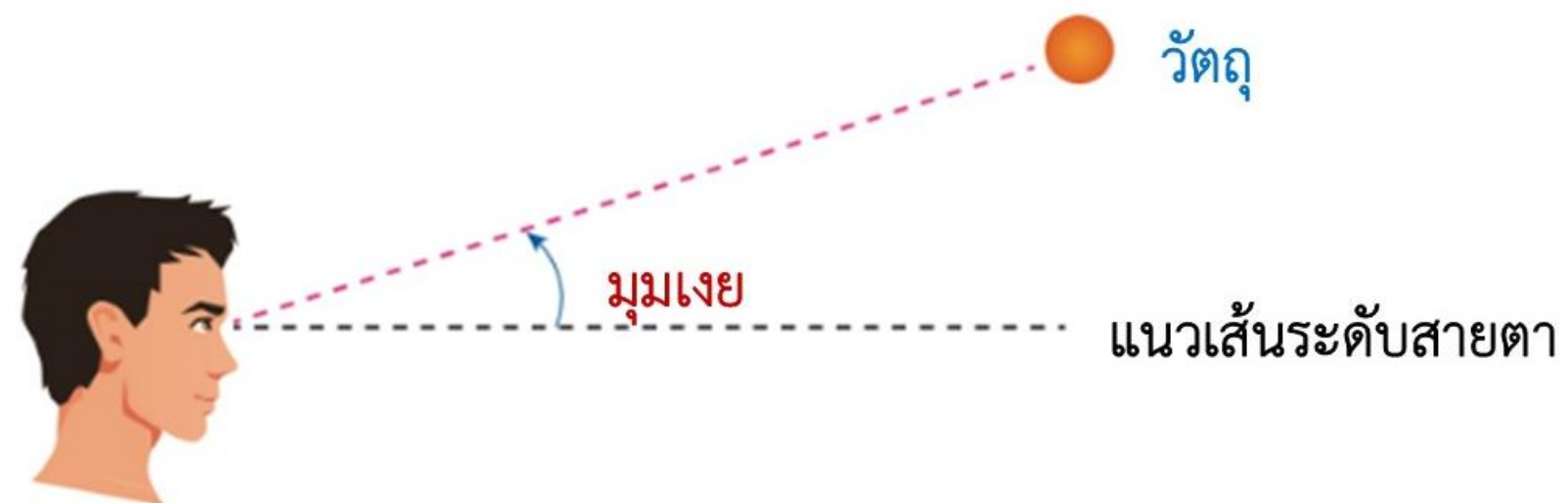
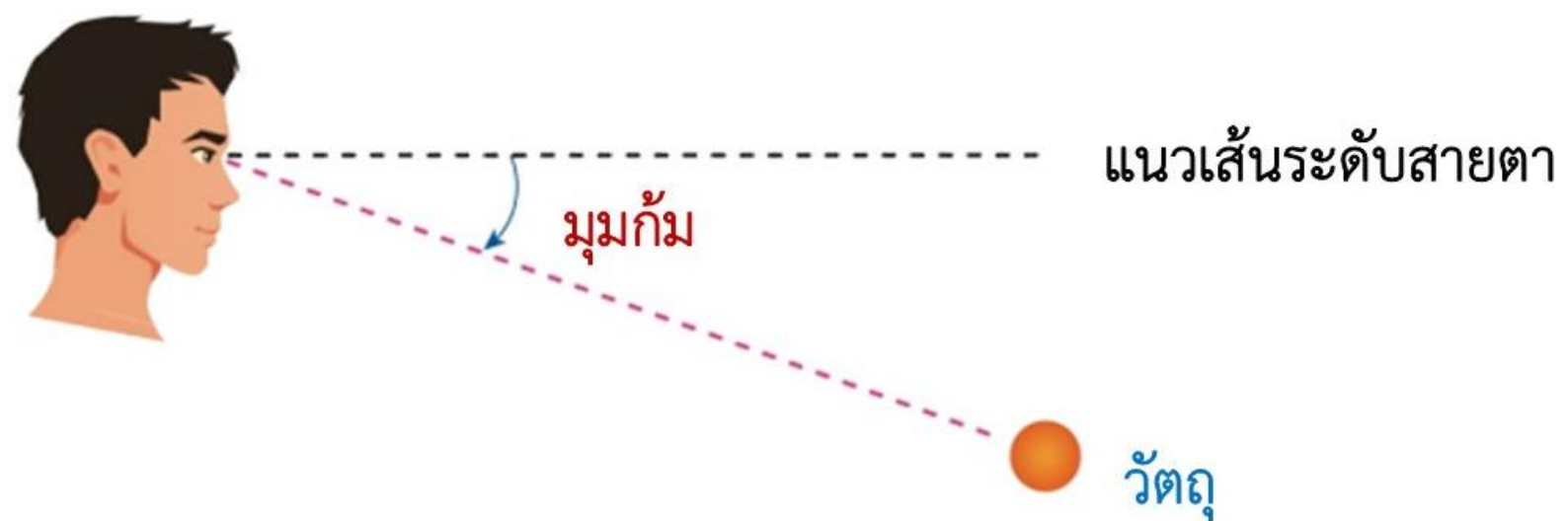
วัตถุ



มุมเงย

แนวเส้นระดับสายตา

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = G(x) + \frac{R(x)}{Q(x)}$$



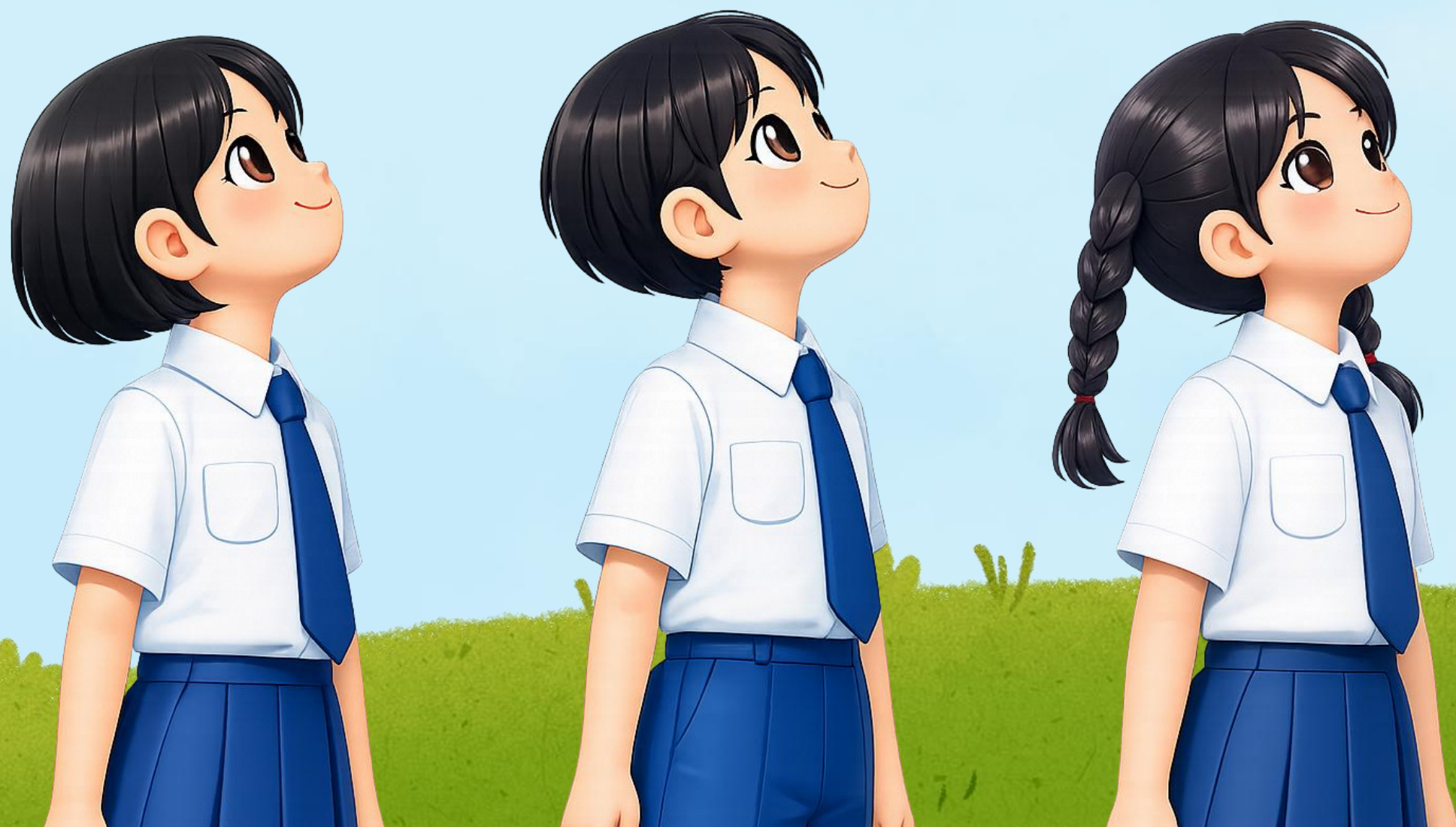
มุมก้ม เป็นมุมที่เกิดจากแนวเส้นระดับสายตา
และแนวเส้นจากตาไปยังวัตถุ โดยที่วัตถุ
อยู่ต่ำกว่าแนวเส้นระดับสายตา

มุมเงย เป็นมุมที่เกิดจากแนวเส้นระดับสายตา
และแนวเส้นจากตาไปยังวัตถุ โดยที่วัตถุ
อยู่สูงกว่าแนวเส้นระดับสายตา



ตัวอย่างที่ 1

เช้าวันหนึ่งเพลงยืนเข้าแถว
เคารพธงชาติ โดยยืนอยู่ห่างจากเสาธง 5 เมตร
ซึ่งเพลงงดยหน้ามองดูเสาธงเป็นมุมงย 60 องศา
จงหาว่าเสาธงมีความสูงเท่าใด

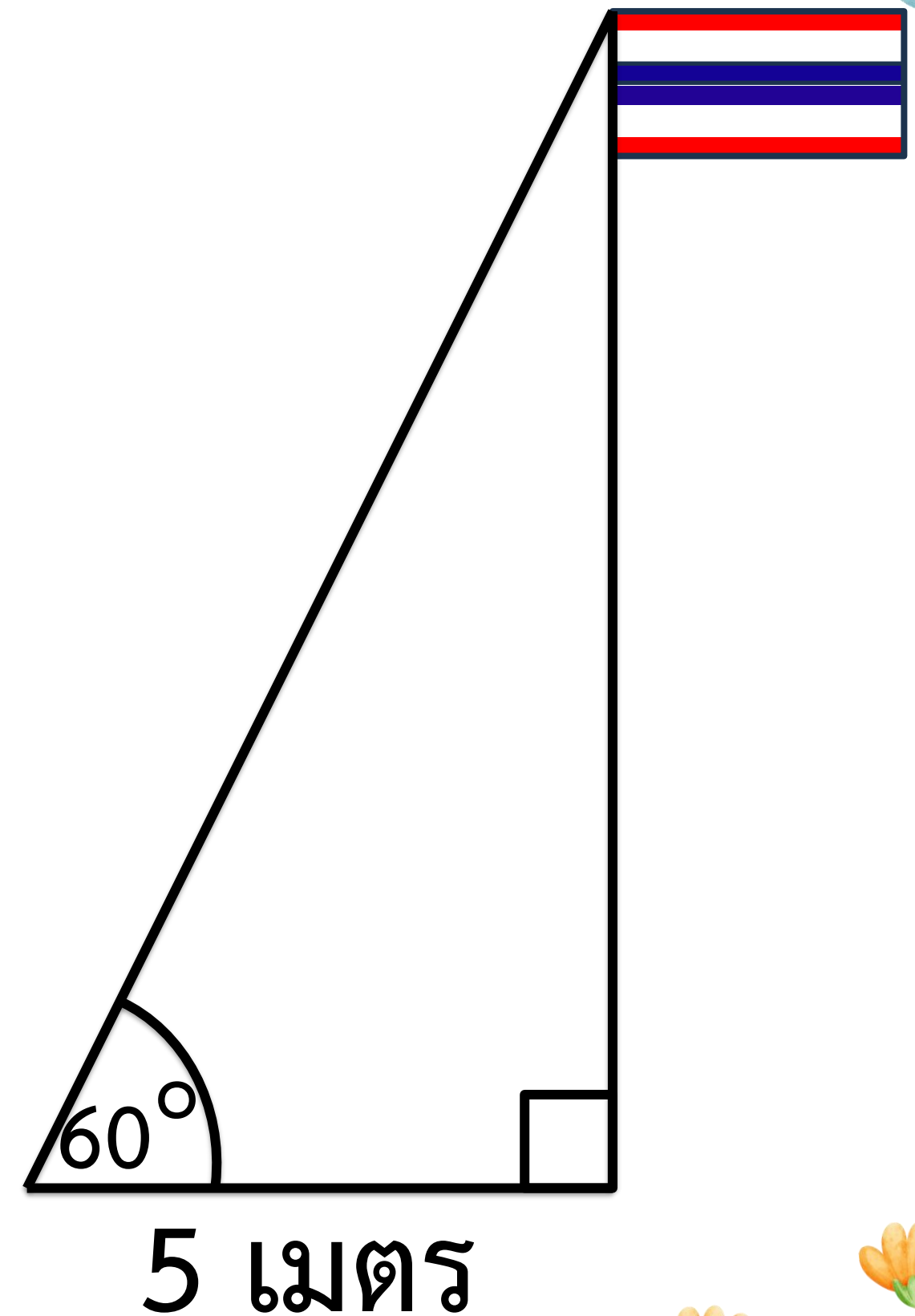


ตัวอย่างที่ 1

เช้าวันหนึ่งเพลงยืนเข้าแถวเคารพธงชาติ โดยยืนอยู่ห่างจากเสาธง 5 เมตร ซึ่งเพลงเงยหน้ามองดูเสาธงเป็นมุมเงย 60° องศา จงหาว่าเสาธงมีความสูงเท่าใด

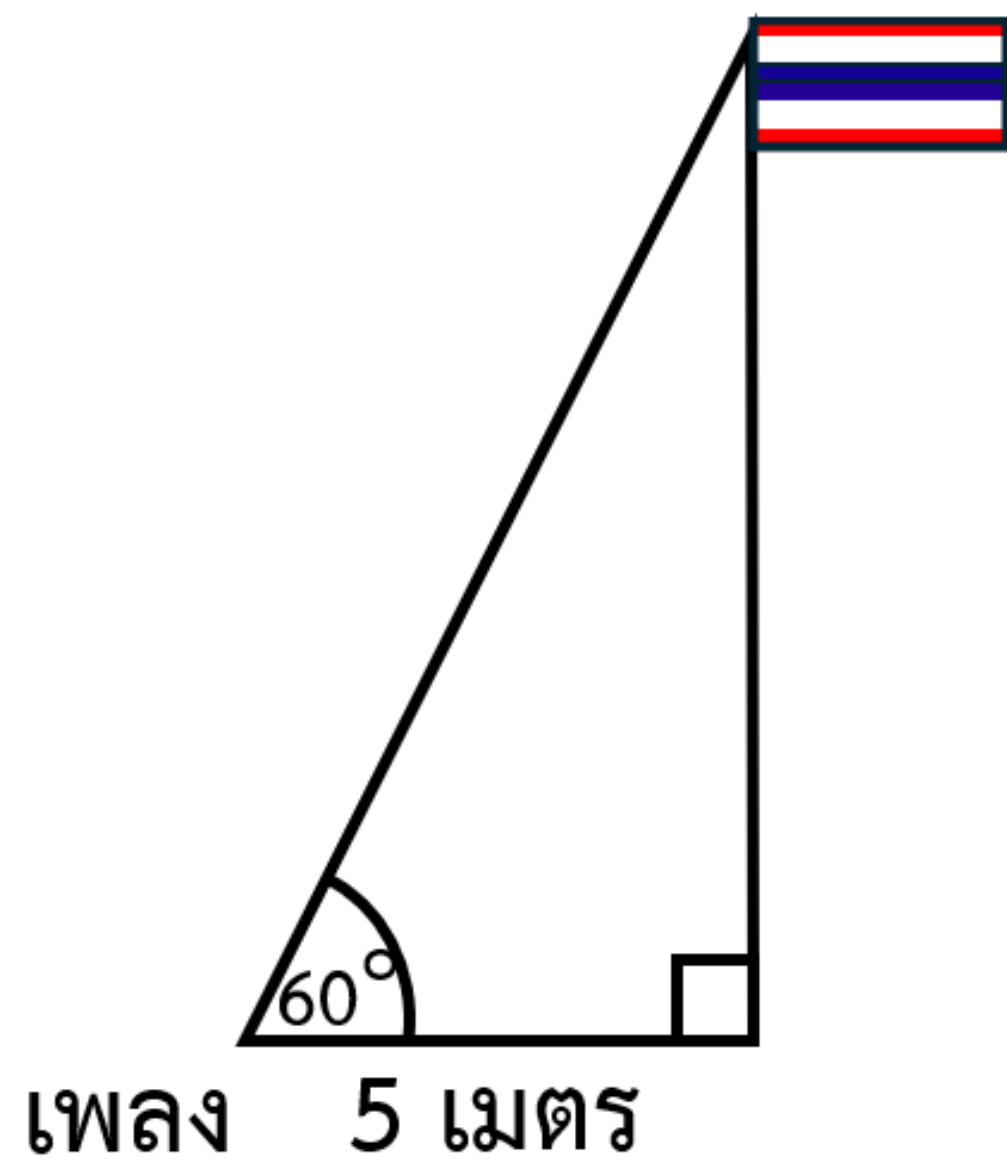
วิธีทำ ให้ h แทน ความสูงของเสาธง

เพลง



ตัวอย่างที่ 1

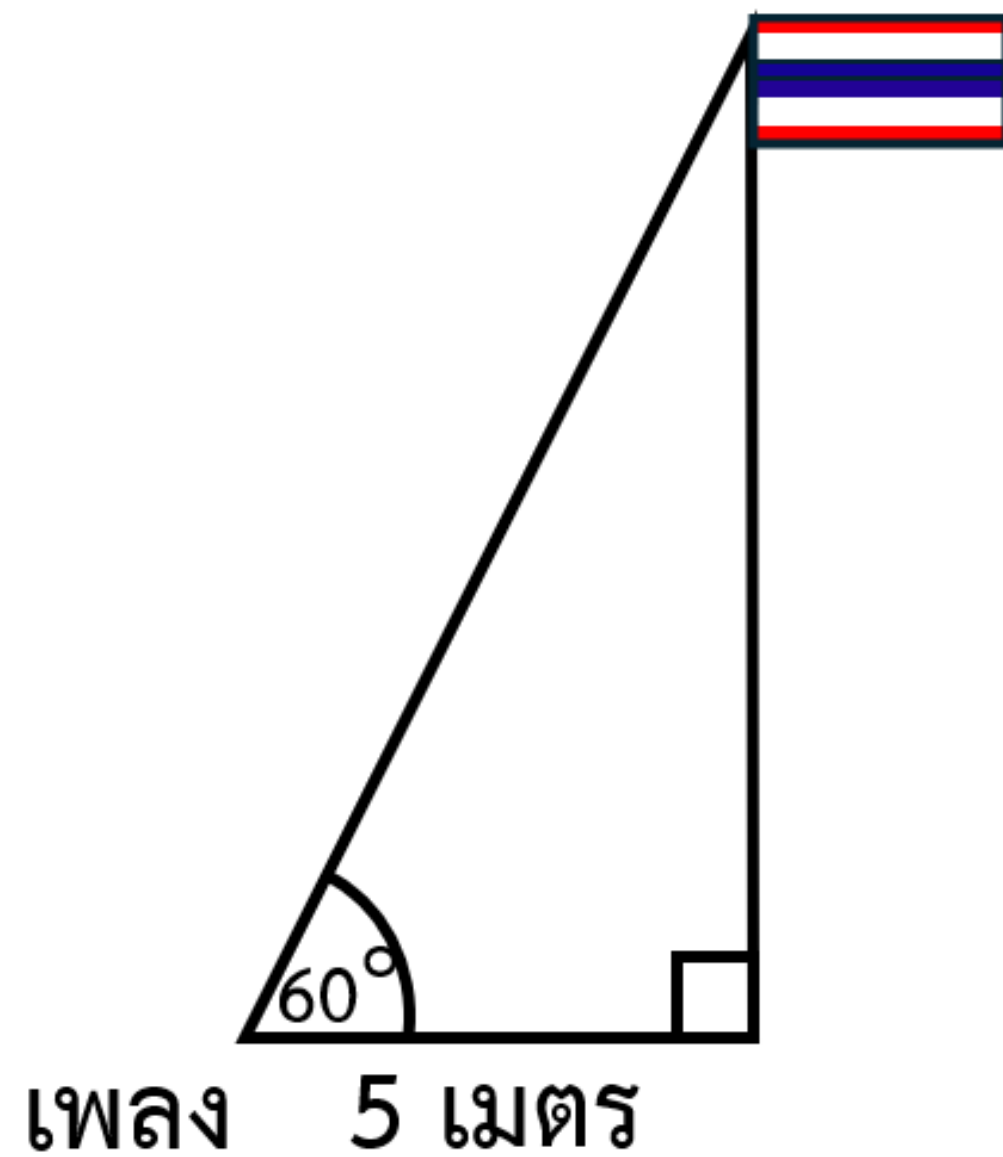
เช้าวันหนึ่งเพลงยืนเข้าแถวเคารพธงชาติ โดยยืนอยู่ห่างจากเสาธง 5 เมตร ซึ่งเพลงเงยหน้ามองดูเสาธงเป็นมุมเงย 60° องศา จงหาว่าเสาธงมีความสูงเท่าใด



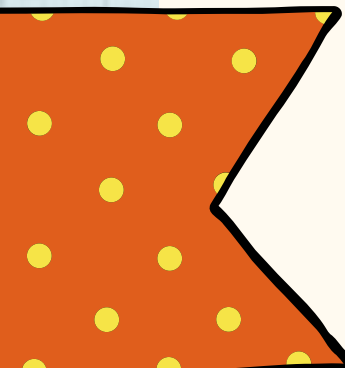
วิธีทำ พิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ตัวอย่างที่ 1

เช้าวันหนึ่งเพลงยืนเข้าแถวเคารพธงชาติ โดยยืนอยู่ห่างจากเสาธง 5 เมตร ซึ่งเพลงเงยหน้ามองดูเสาธงเป็นมุมเงย 60° องศา จงหาว่าเสาธงมีความสูงเท่าใด

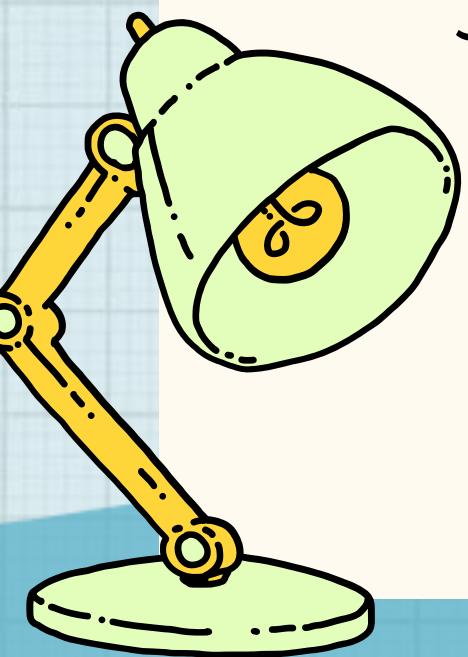


ดังนั้น เสาธงต้นนี้สูง $5\sqrt{3}$ เมตร



ขั้นตอนในการนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปแก้ปัญหในชีวิตจริง

1. อ่านและวิเคราะห์โจทย์ว่า โจทย์ให้ข้อมูลอะไรมา และต้องการหาอะไร
2. แปลงข้อมูลจากโจทย์ให้เป็นปัญหาเชิงเรขาคณิต โดยการวาดรูป และระบุความยาวของด้านและขนาดของมุมที่ทราบลงในรูป
3. วิเคราะห์ว่าจะหาสิ่งที่โจทย์ถามได้อย่างไร โดยพิจารณาจากขนาดของมุม ความยาวของด้านที่ทราบ และอัตราส่วนตรีโกณมิติที่ต้องใช้

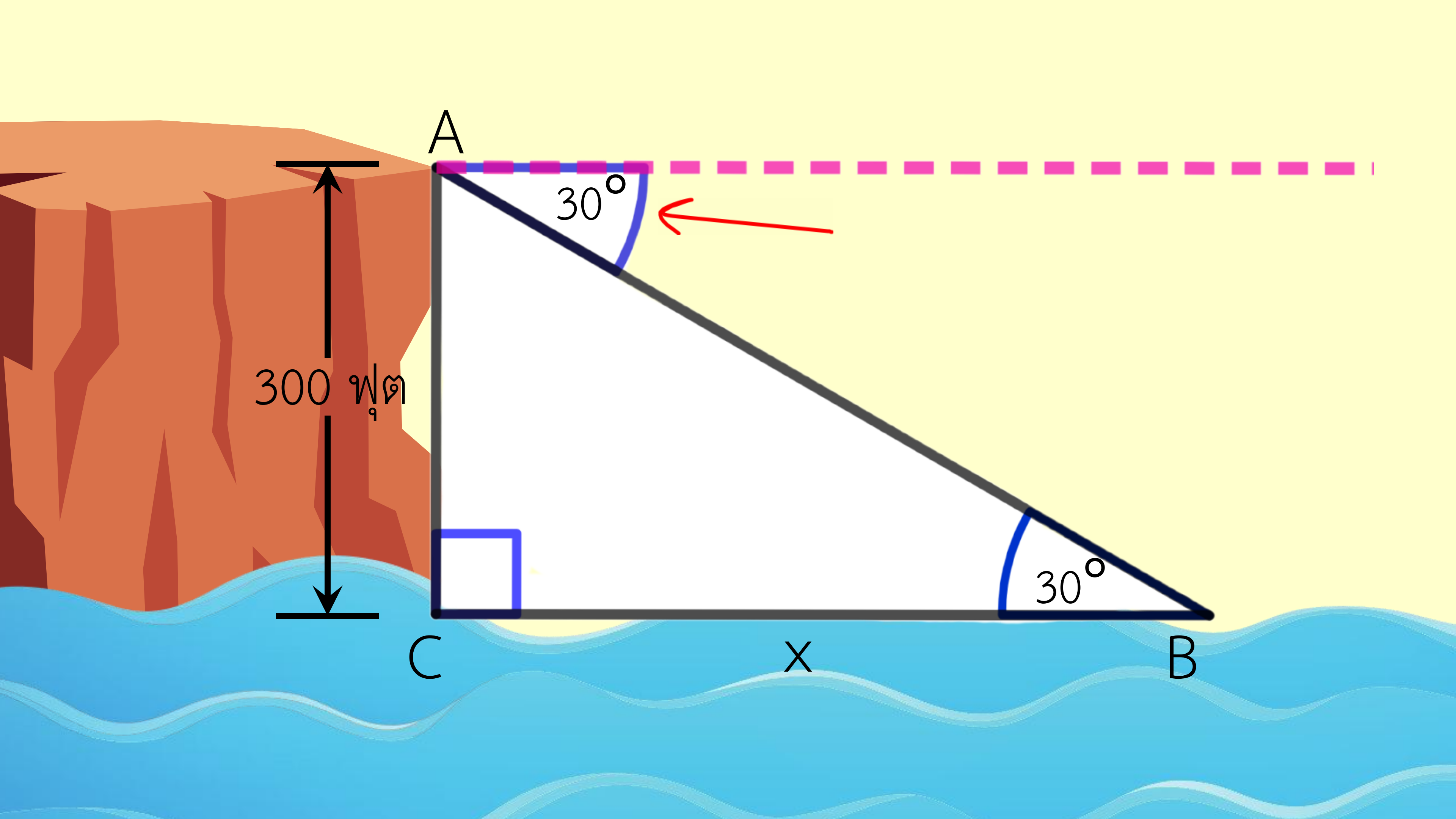


ตัวอย่างที่ 2

พีทยืนอยู่บนยอดผาซึ่งสูง 300 ฟุต จากผิวน้ำทะเล จากตำแหน่งที่เขายืนจะมองเห็นเรือลอยอยู่บนผิวน้ำทะเลเป็นมุมก้ม 30° ถ้าขอบของเชิงผาอยู่ในแนวตั้งเดียวกันกับตำแหน่งที่พีทยืนพอดี อยากทราบว่า เรือลำนี้อยู่ห่างจากขอบของเชิงผากี่ฟุต

วิธีทำ ให้ x แทน ระยะห่างของเรือ และขอบของเชิงผา





A

30°

300 ฟุต

C

X

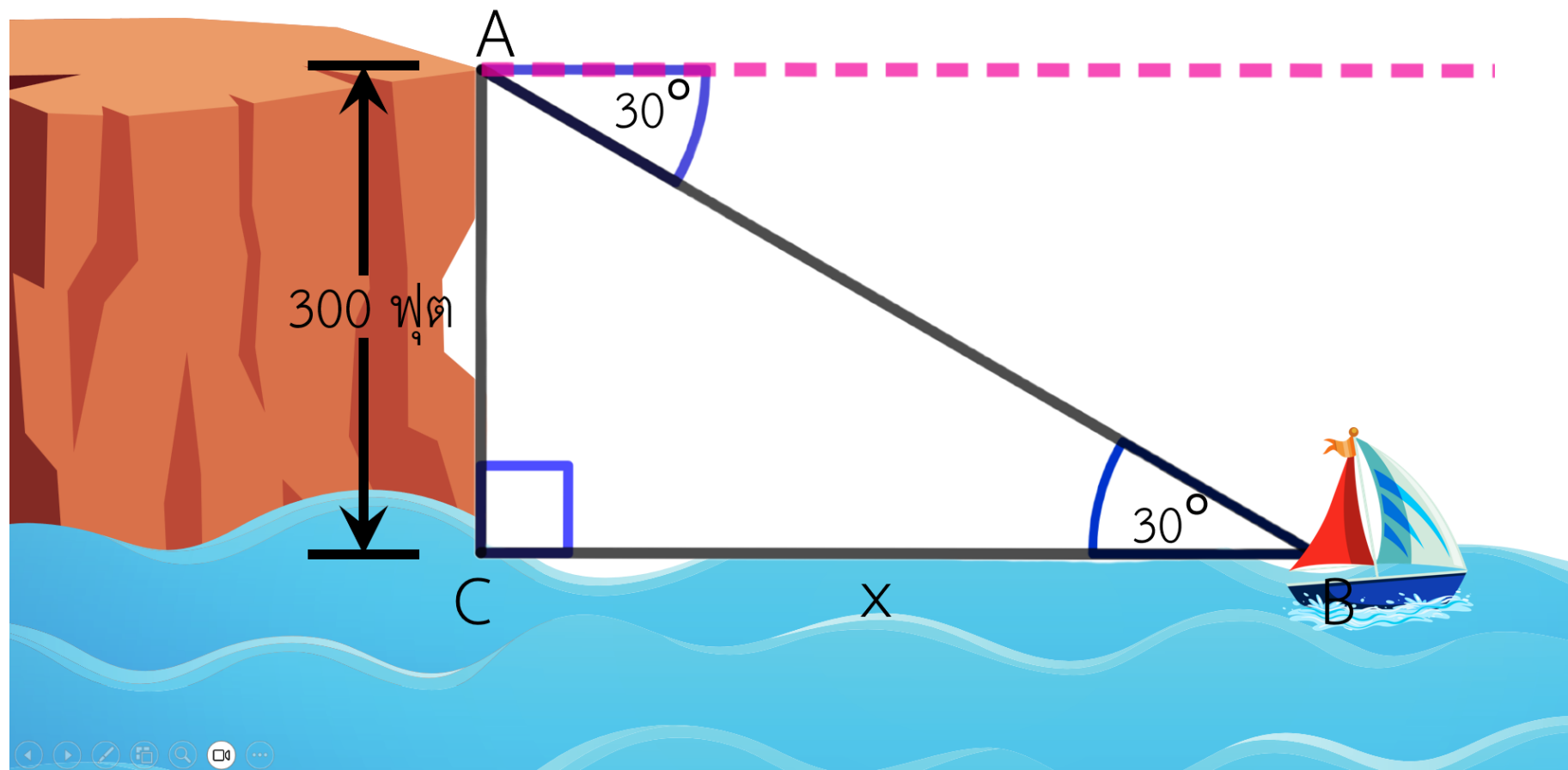
30°

B

ตัวอย่างที่ 2

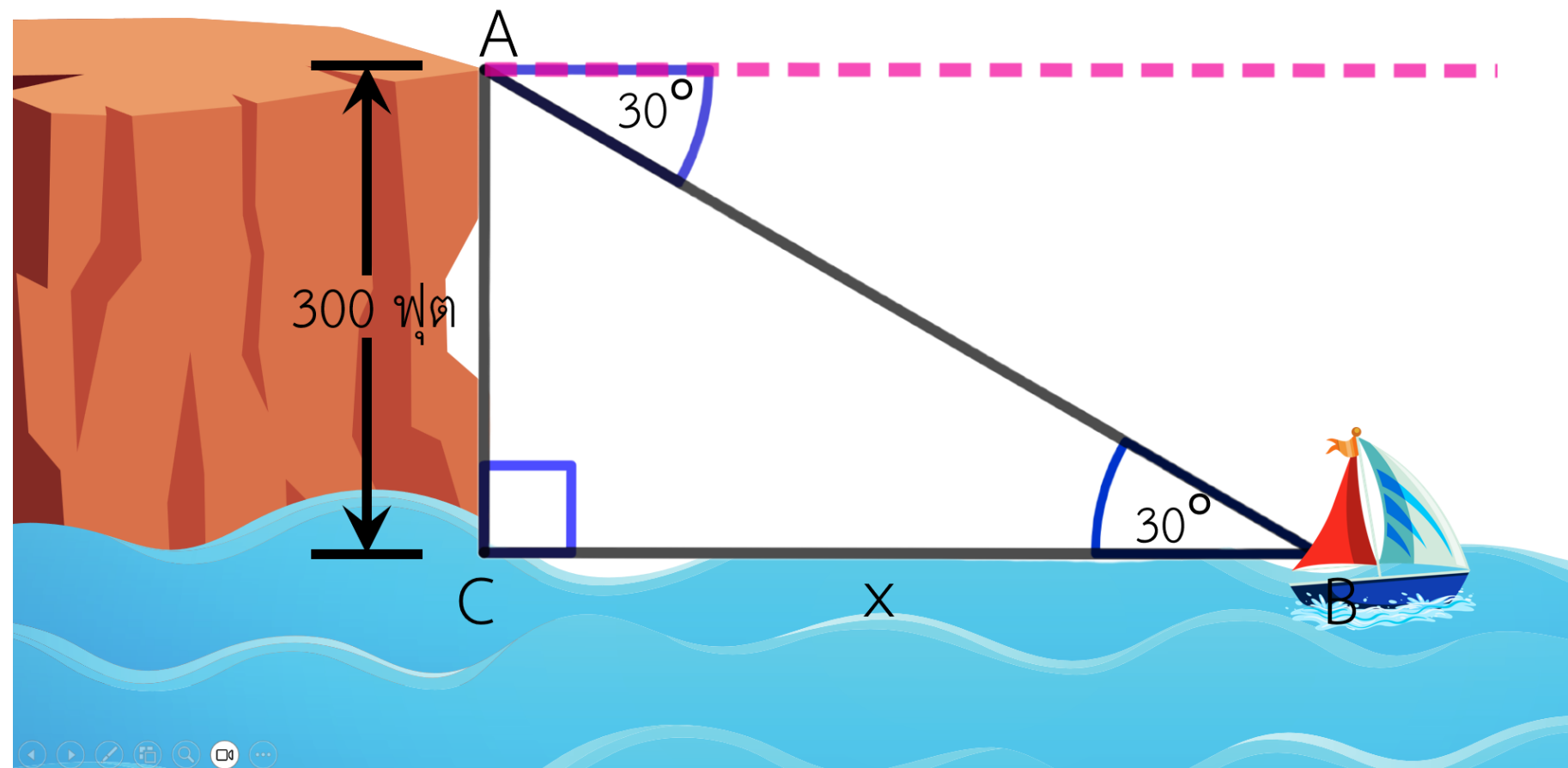
พีทยืนอยู่บนยอดผาซึ่งสูง 300 ฟุต จากผิวน้ำทะเล จากตำแหน่งที่เขายืนจะมองเห็นเรือลอยอยู่บนผิวน้ำทะเลเป็นมุมก้ม 30° ถ้าขอบของเชิงผาอยู่ในแนวตั้งเดียวกันกับตำแหน่งที่พีทยืนพอดี อยากทราบว่า เรือลำนี้อยู่ห่างจากขอบของเชิงผากี่ฟุต

วิธีทำ พิจารณา $\triangle ABC$



ตัวอย่างที่ 2

พีทยืนอยู่บนยอดผาซึ่งสูง 300 ฟุต จากผิวน้ำทะเล จากตำแหน่งที่เขายืนจะมองเห็นเรือลอยอยู่บนผิวน้ำทะเลเป็นมุมก้ม 30° ถ้าขอบของเชิงผาอยู่ในแนวตั้งเดียวกันกับตำแหน่งที่พีทยืนพอดี อยากทราบว่า เรือลำนี้อยู่ห่างจากขอบของเชิงผากี่ฟุต



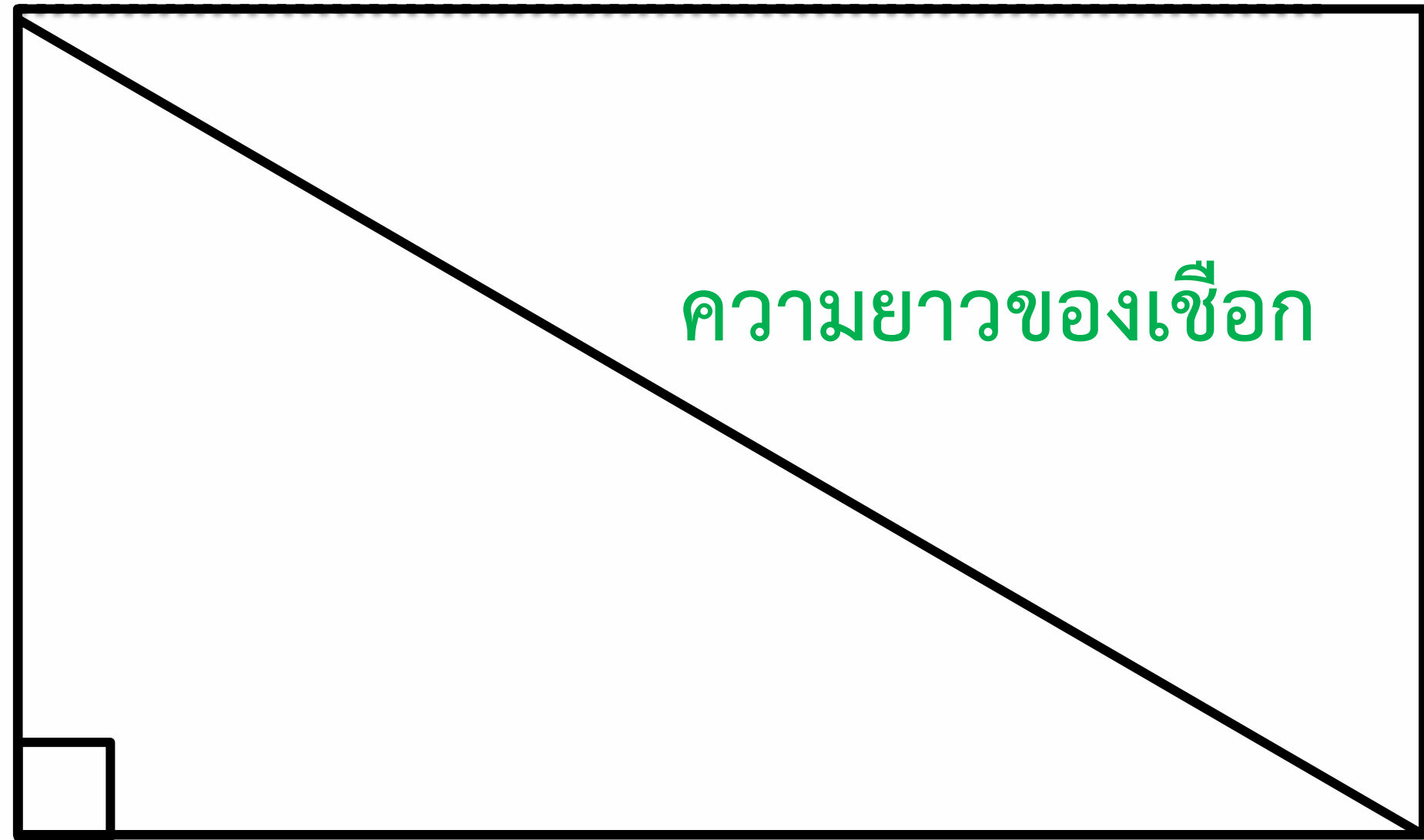
ดังนั้น เรือลำนี้อยู่ห่างจาก
ขอบของเชิงผา
 $300\sqrt{3}$ ฟุต

ตัวอย่างที่ 3

ชาบูและซูชิช่วยกันจัดงานเลี้ยง โดยชาบูต้องการชิงเชือกจากบนอาคารซึ่งสูง 20 เมตร ลงไปที่ที่ซูชิยืนอยู่ ถ้าชาบูยืนอยู่บนอาคารมองไปที่ซูชิเป็นมุมก้ม 30° อยากทราบว่าต้องใช้เชือกยาวกี่เมตร

ชาบู

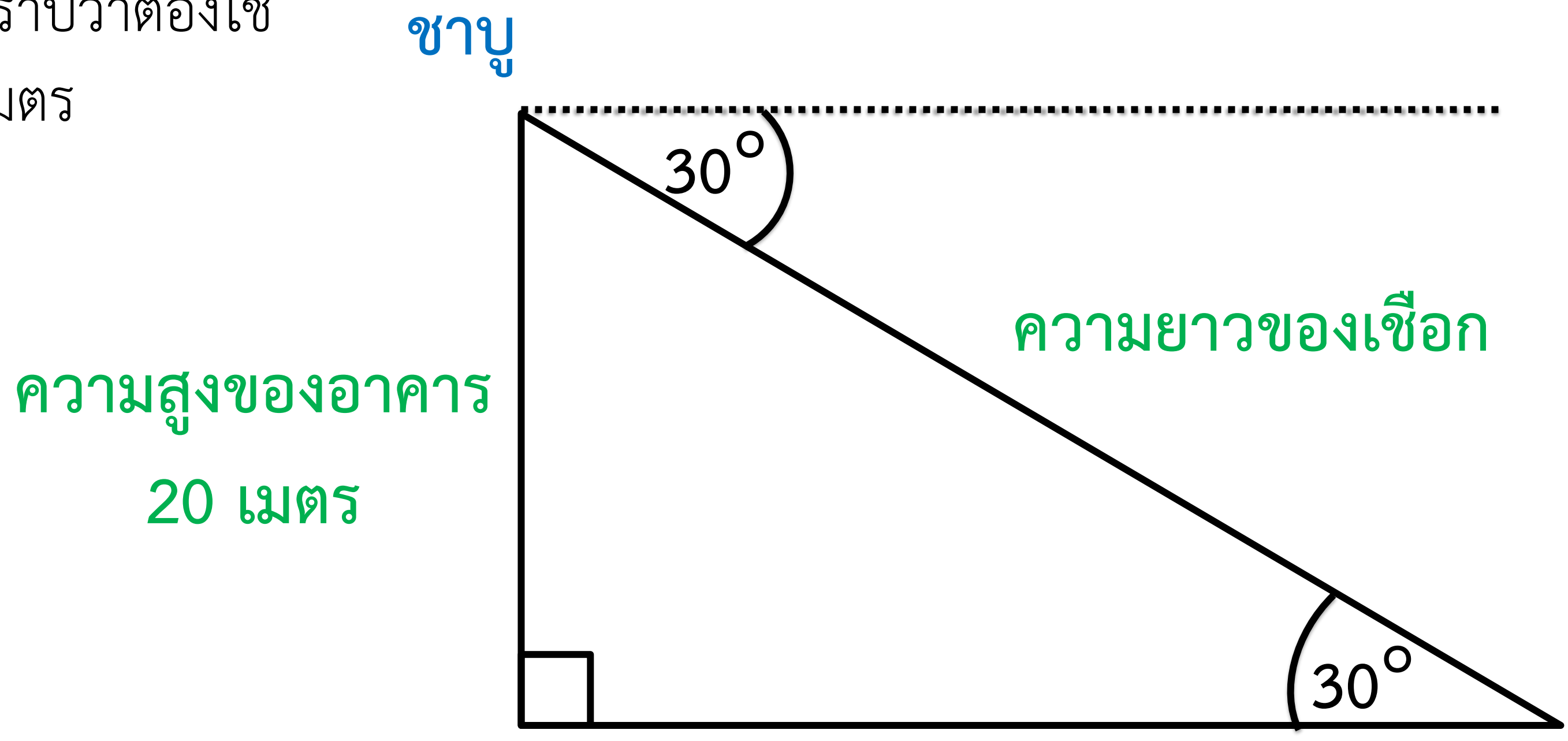
ความสูงของอาคาร
20 เมตร



ซูชิ

ตัวอย่างที่ 3

ชาบูและซูชิช่วยกันจัดงานเลี้ยง โดยชาบูต้องการชิงเชือกจากบนอาคารซึ่งสูง 20 เมตร ลงไปที่ที่ซูชิยืนอยู่ ถ้าชาบูยืนอยู่บนอาคารมองไปที่ซูชิเป็นมุมก้ม 30° อยากทราบว่าต้องใช้เชือกยาวกี่เมตร



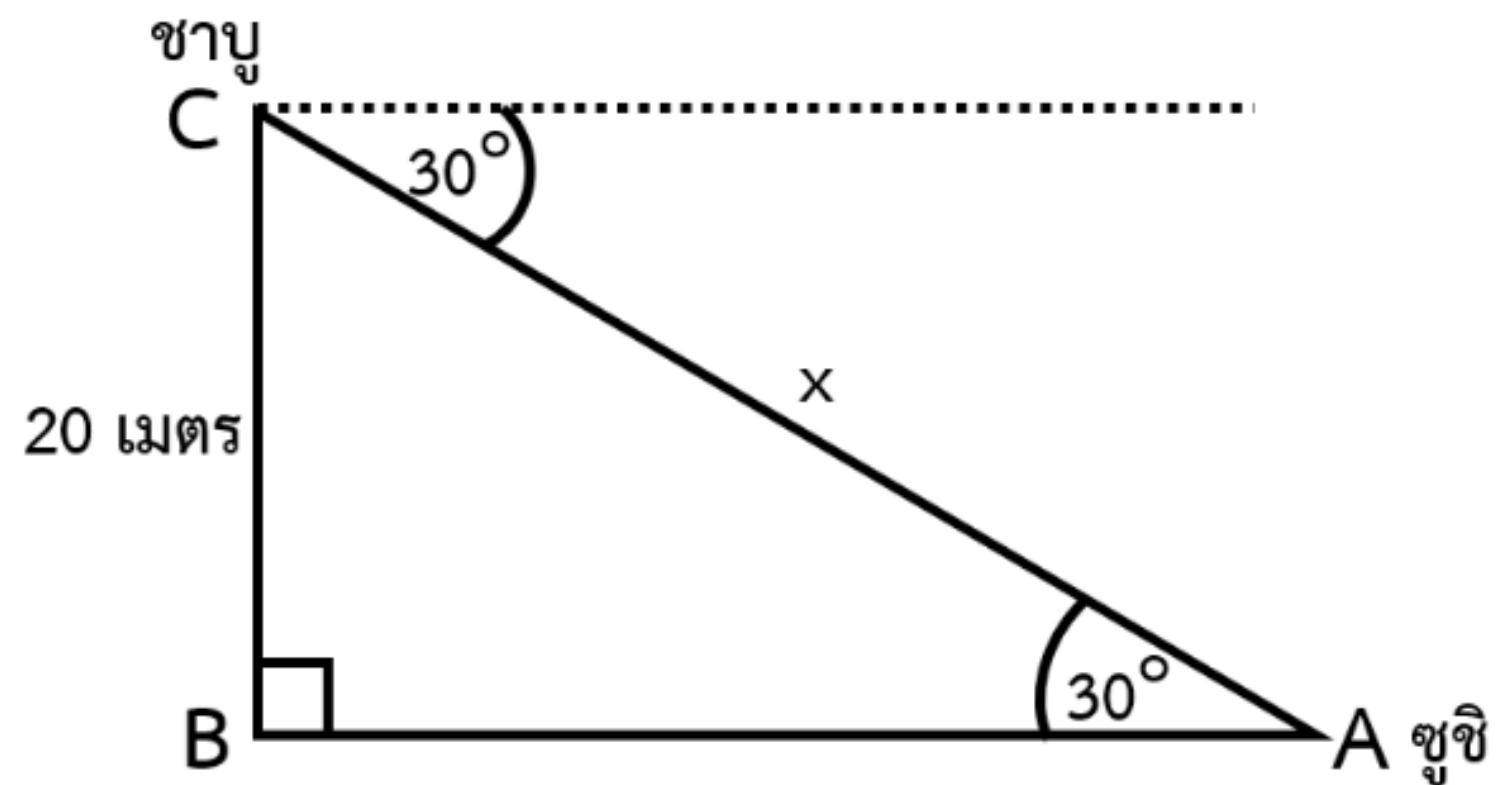
ซูชิ

ตัวอย่างที่ 3

ชาบูและซูชิช่วยกันจัดงานเลี้ยง โดยชาบูต้องการชิงเชือกจากบนอาคารซึ่งสูง 20 เมตร ลงไปที่ที่ซูชิยืนอยู่ ถ้าชาบูยืนอยู่บนอาคารมองไปที่ซูชิเป็นมุมก้ม 30° อยากทราบว่าต้องใช้เชือกยาวกี่เมตร

วิธีทำ พิจารณา $\triangle ABC$

วิธีทำ ให้ x แทน ความยาวของเชือก

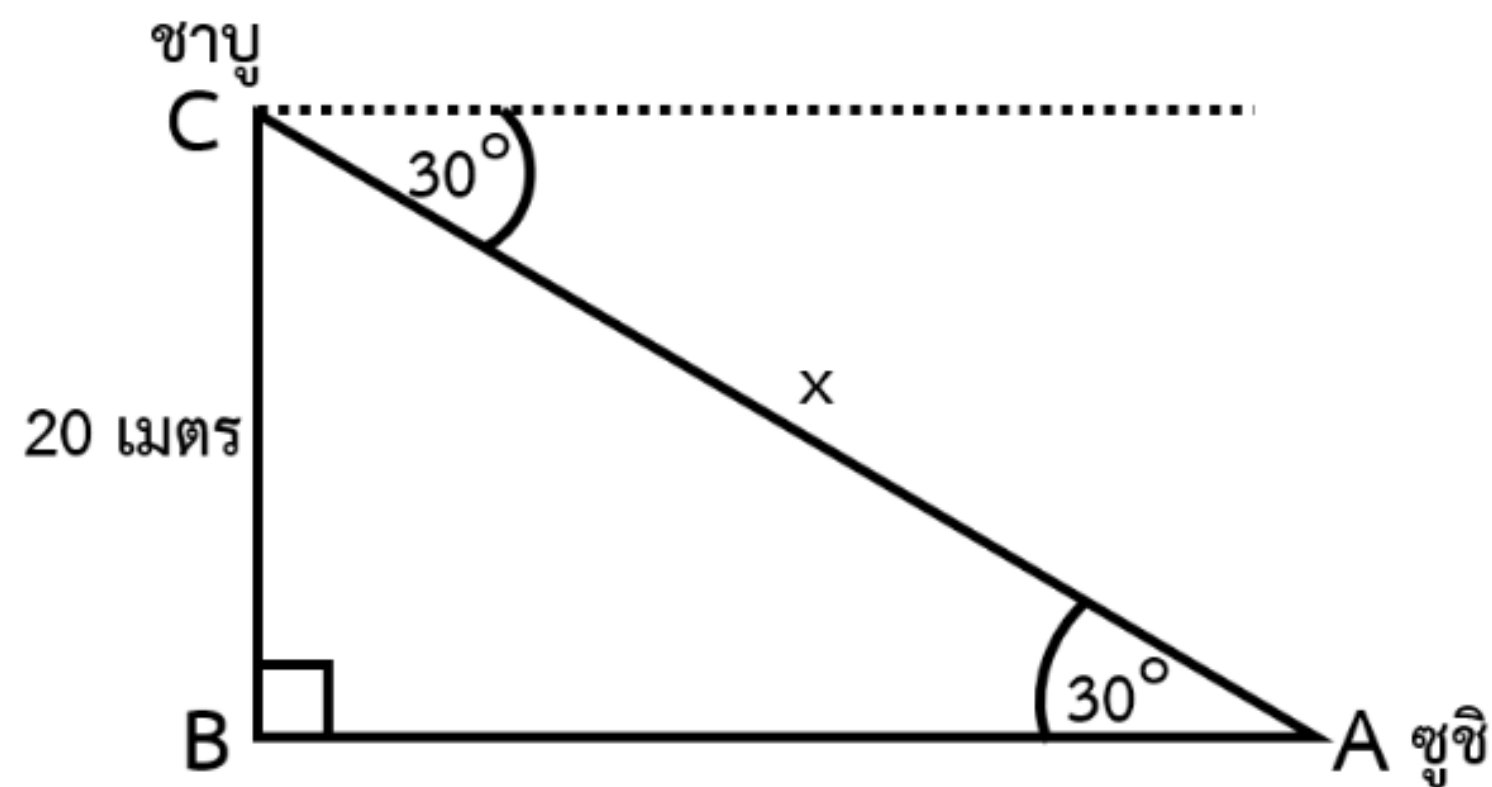


ตัวอย่างที่ 3

ชาบูและซูชิช่วยกันจัดงานเลี้ยง โดยชาบูต้องการชิงเชือกจากบนอาคารซึ่งสูง 20 เมตร ลงไปที่ที่ซูชิยืนอยู่ ถ้าชาบูยืนอยู่บนอาคารมองไปที่ซูชิเป็นมุมก้ม 30° อยากทราบว่าต้องใช้เชือกยาวกี่เมตร

ดังนั้น ความยาวเชือก

คือ 40 เมตร



รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค23102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

1. จরিเงียนอยู่ที่จุดซึ่งห่างจากตึกหลังหนึ่ง 80 เมตร ที่จุดนั้นเมื่อเงยหน้าเป็นมุม 60 องศา มองเห็นยอดตึกพอดี จงหาว่าตึกสูงกี่เมตร

2. ช่างไฟคนหนึ่งปีนขึ้นไปอยู่บนยอดเสาไฟฟ้าสูง 100 ฟุต มองเห็นช่างไฟอีกคนหนึ่งยืนอยู่ข้างล่าง ทำมุมกับ 45 องศา จงหาว่าช่างไฟคนที่สองอยู่ห่างจากโคนเสาไฟฟ้ากี่ฟุต

แบบฝึกหัด 7

โจทย์ปัญหาอัตราส่วน

ตรีโกณมิติ (1)



ข้อที่ 1

จริงใจยืนอยู่ที่จุดซึ่งห่างจากตึกหลังหนึ่ง 80 เมตร ที่จุดนั้นเมื่อเงยหน้า
เป็นมุม 60 องศา มองเห็นยอดตึกพอดี จงหาว่าตึกสูงกี่เมตร

ข้อที่ 2

ช่างไฟคนหนึ่งปีนขึ้นไปอยู่บนยอดเสาไฟฟ้าสูง 100 ฟุต มองเห็น
ช่างไฟฟ้าอีกคนหนึ่งยืนอยู่ข้างล่างทำมุมก้ม 45 องศา จงหาว่าช่างไฟ
คนที่สองอยู่ห่างจากโคนเสาไฟฟ้ากี่ฟุต

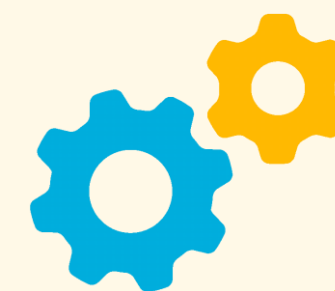
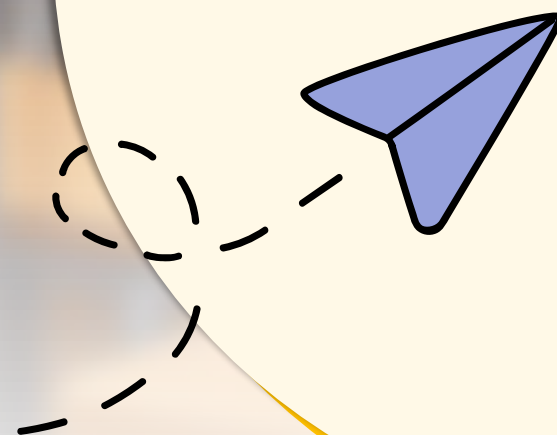




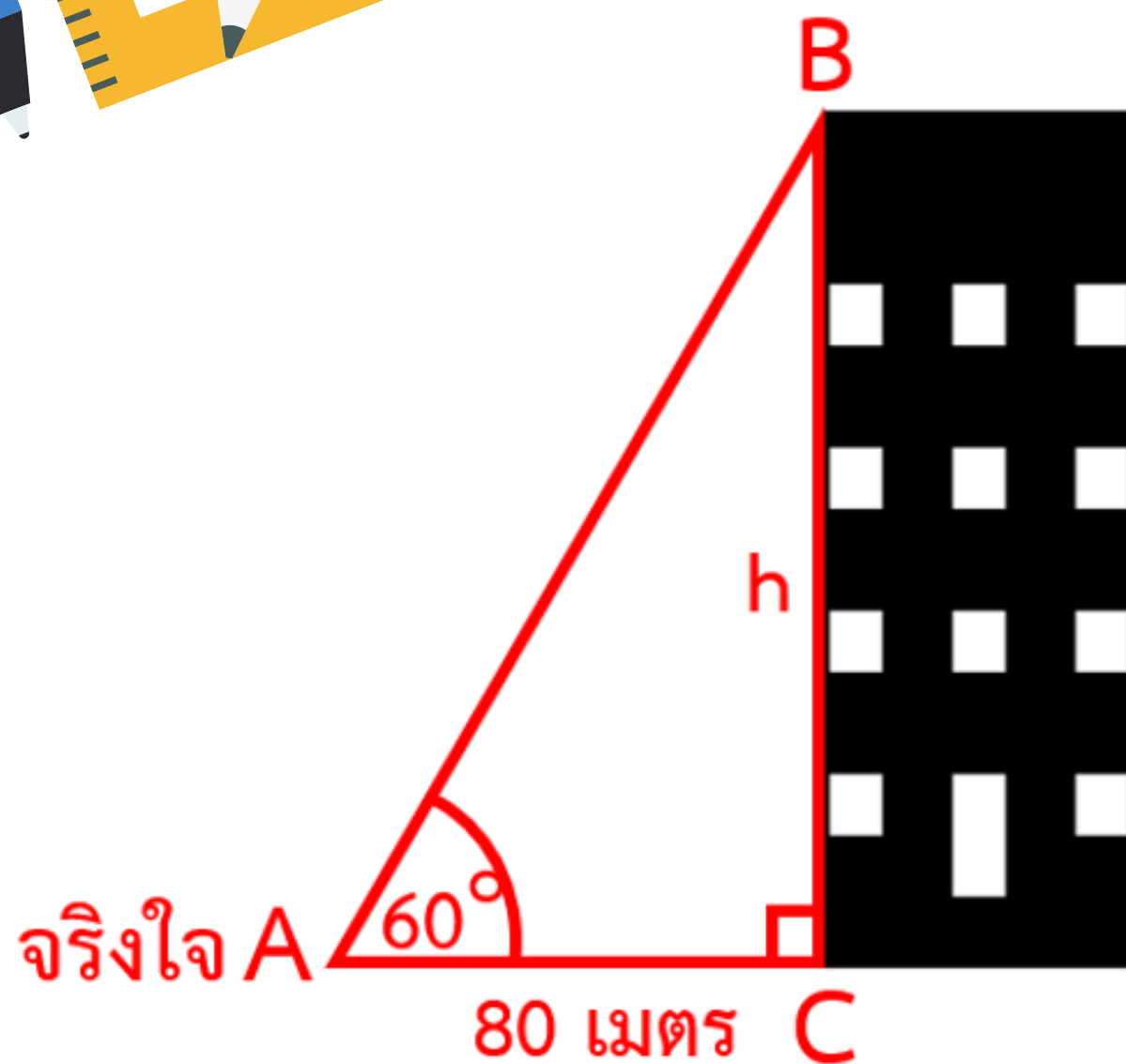
เจलय

แบบฝึกหัด 7

**โจทย์ปัญหาอัตราส่วน
ตรีโกณมิติ (1)**



ข้อที่ 1



จากรูป ให้

A แทน ตำแหน่งที่จริงใจยืน

B แทน ตำแหน่งของยอดตึก

C แทน ตำแหน่งของขอบตึก

และ h แทน ความสูงของตึก

พิจารณา $\triangle ABC$ จะได้

$$\tan 60^\circ$$

=

$$\frac{BC}{AC}$$

$$\sqrt{3}$$

=

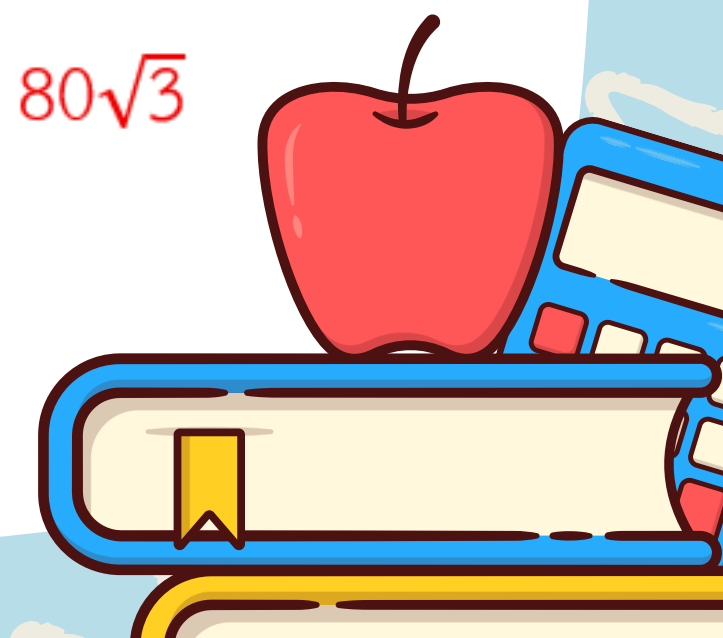
$$\frac{h}{80}$$

$$h$$

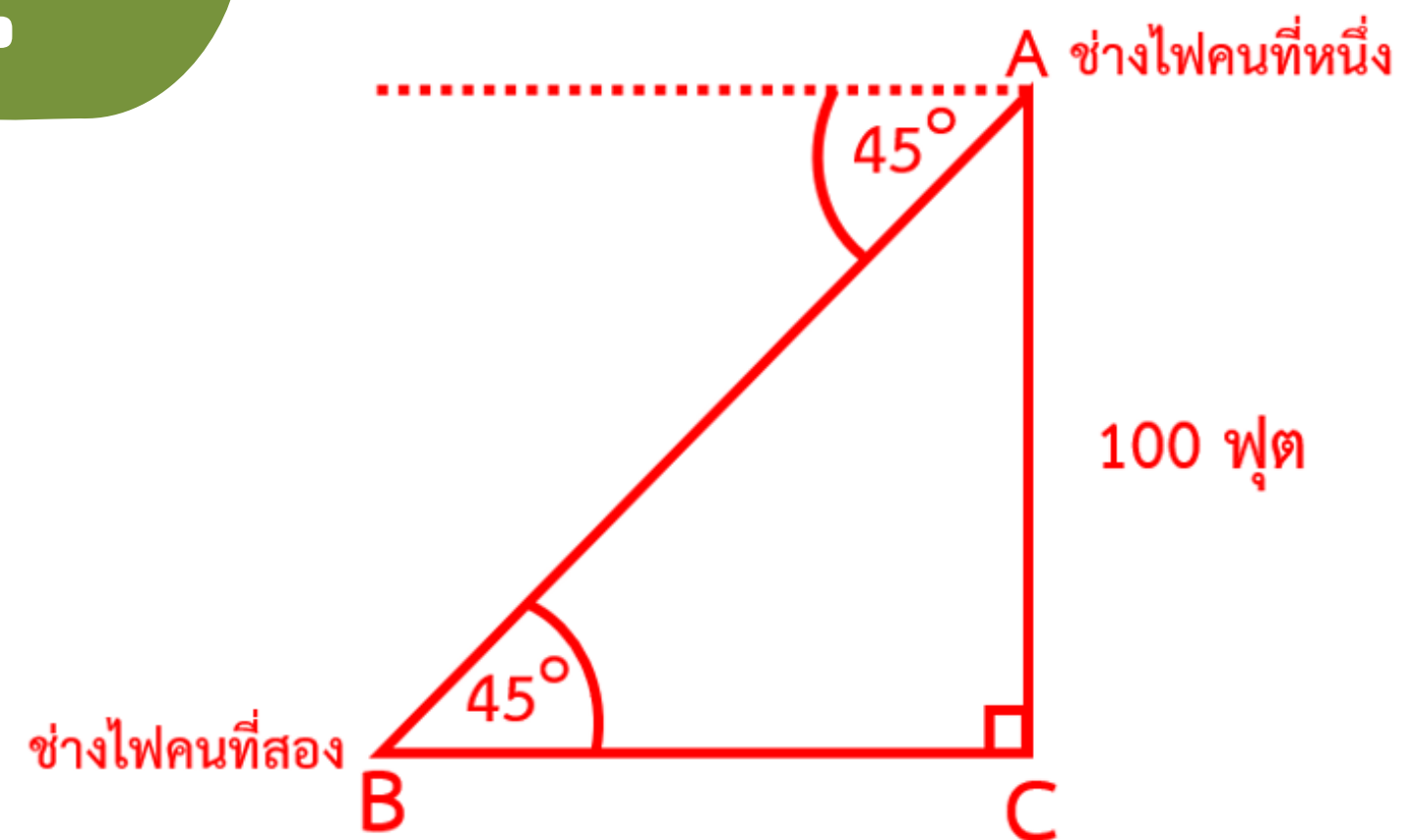
=

$$80\sqrt{3}$$

ดังนั้น ตึกสูง $80\sqrt{3}$ เมตร



ข้อที่ 2



จากรูป ให้

A แทน ตำแหน่งที่ช่างไฟคนที่หนึ่งยืน

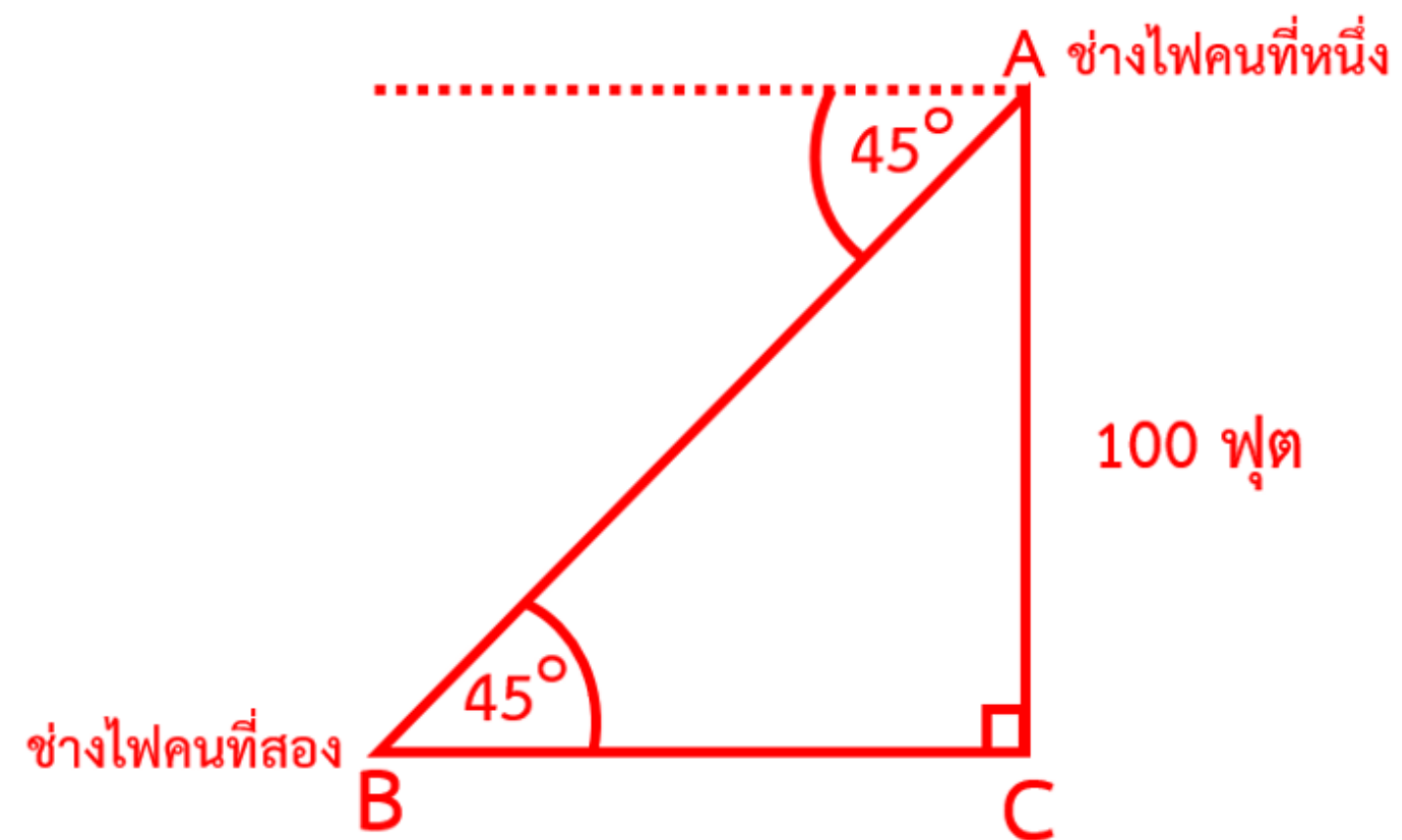
B แทน ตำแหน่งที่ช่างไฟคนที่สองยืน

C แทน ตำแหน่งของโคนเสาไฟฟ้า

และ x แทน ระยะห่างระหว่างช่างไฟคนที่สองกับโคนเสาไฟฟ้า



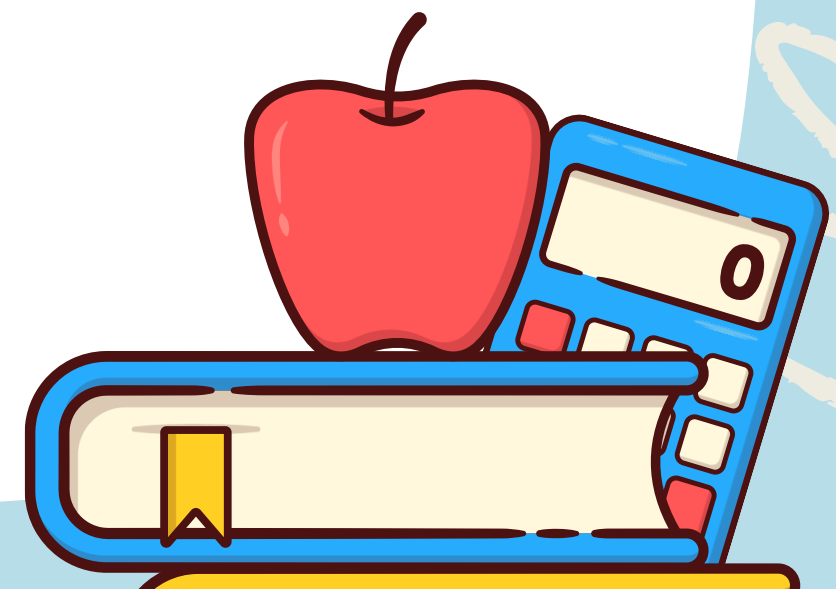
ข้อที่ 2

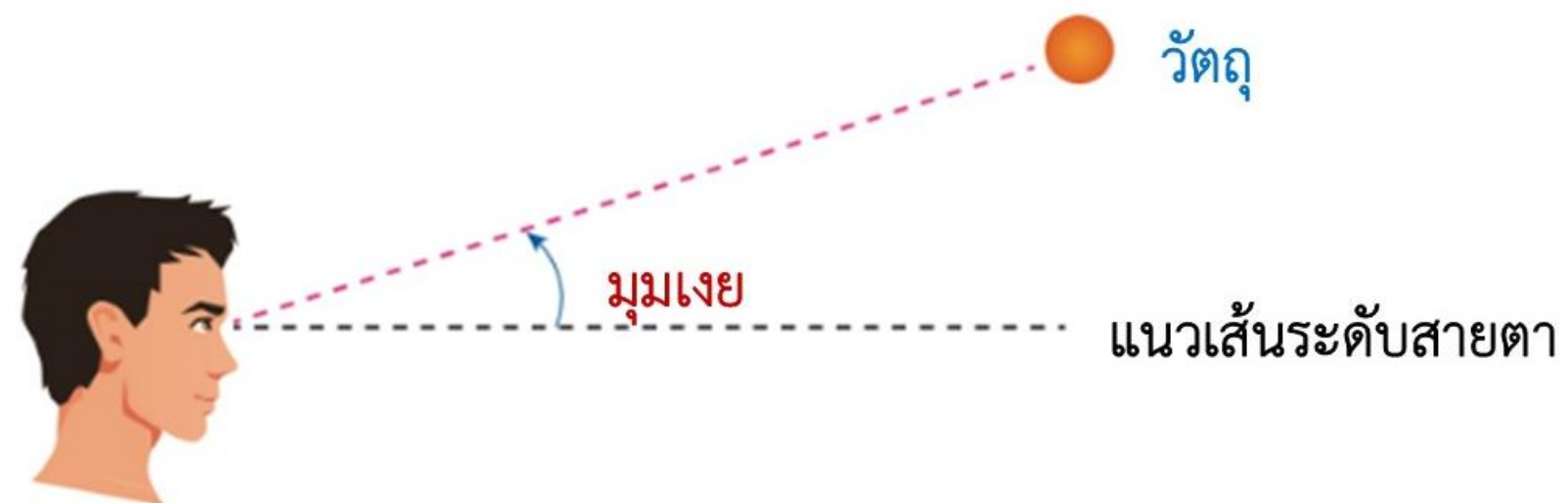
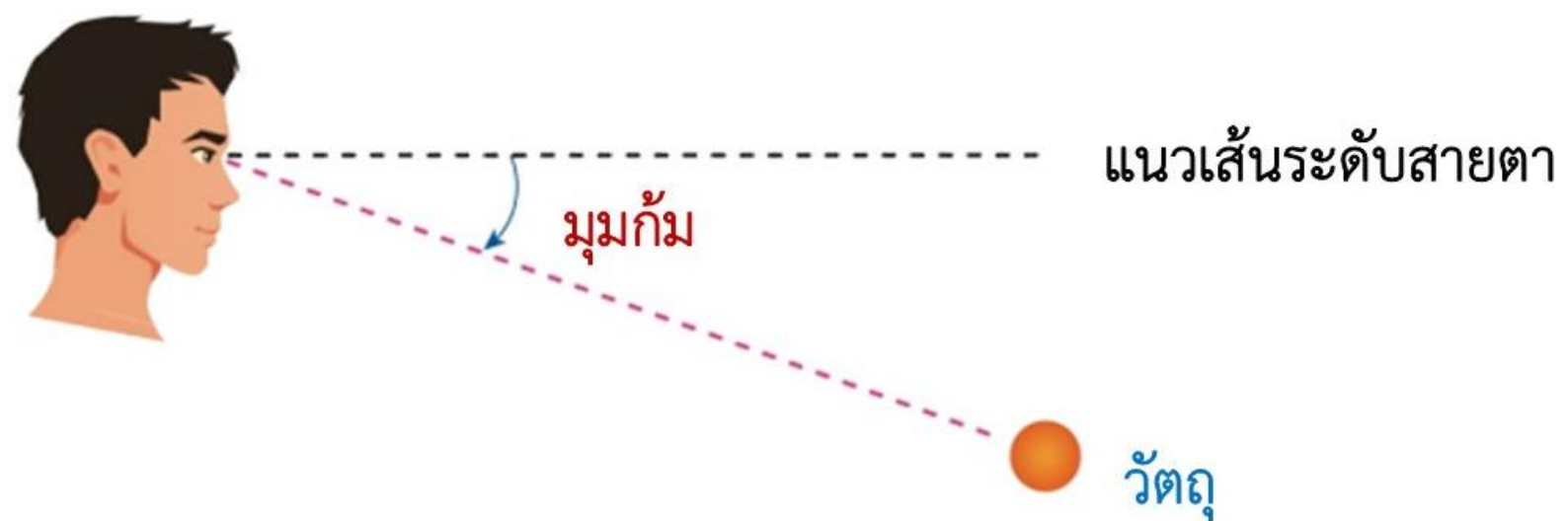


จากรูป จะได้ $\tan 45^\circ = \frac{AC}{BC}$

$$1 = \frac{100}{x}$$
$$x = 100$$

ดังนั้น ช่างไฟคนที่สองอยู่ห่างจากโคนเสาไฟฟ้า 100 ฟุต

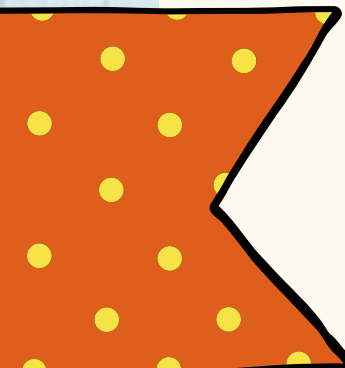




มุมก้ม เป็นมุมที่เกิดจากแนวเส้นระดับสายตา
และแนวเส้นจากตาไปยังวัตถุ โดยที่วัตถุ
อยู่ต่ำกว่าแนวเส้นระดับสายตา

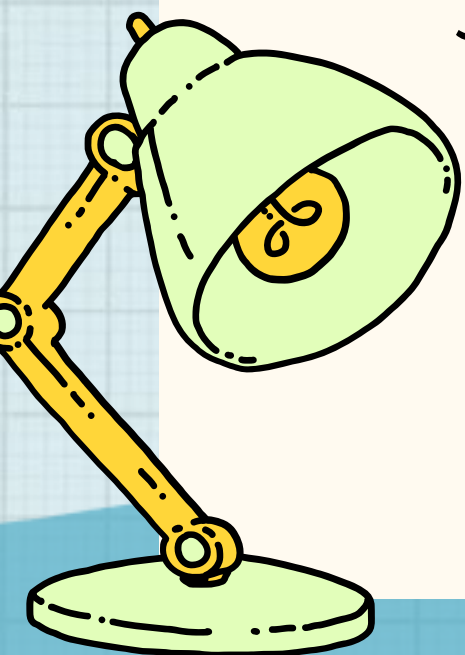
มุมเงย เป็นมุมที่เกิดจากแนวเส้นระดับสายตา
และแนวเส้นจากตาไปยังวัตถุ โดยที่วัตถุ
อยู่สูงกว่าแนวเส้นระดับสายตา





ขั้นตอนในการนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปแก้ปัญหในชีวิตจริง

1. อ่านและวิเคราะห์โจทย์ว่า โจทย์ให้ข้อมูลอะไรมา และต้องการหาอะไร
2. แปลงข้อมูลจากโจทย์ให้เป็นปัญหาเชิงเรขาคณิต โดยการวาดรูป และระบุความยาวของด้านและขนาดของมุมที่ทราบลงในรูป
3. วิเคราะห์ว่าจะหาสิ่งที่โจทย์ถามได้อย่างไร โดยพิจารณาจากขนาดของมุม ความยาวของด้านที่ทราบ และอัตราส่วนตรีโกณมิติที่ต้องใช้





บทเรียนครึ่งต่อไป

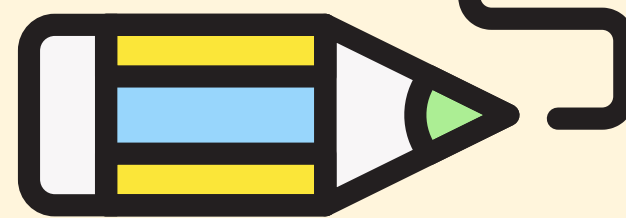
โจทย์ปัญหาอัตราส่วน
ตรีโกณมิติ (2)

ดาวน์โหลดข้อมูลได้ที่ www.dltv.ac.th





สิ่งที่ต้องเตรียม



- แบบฝึกหัด 8 : โจทย์ปัญหาอัตราส่วนตรีโกณมิติ (2)
- บัตรภาพรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุมแหลมมุมหนึ่ง
ขนาด 30° , 45° และ 60°

ดาวน์โหลดข้อมูลได้ที่ www.dltv.ac.th

