

รายวิชา คณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค23102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หน่วยที่ 7 อัตราส่วนตรีโกณมิติ

เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ (1)



ครูผู้สอน ครูสรวิรัตน์ เดชะชาติ





อัตราส่วน ตรีโกณมิติ (1)

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = G(x) + \frac{R(x)}{Q(x)}$$



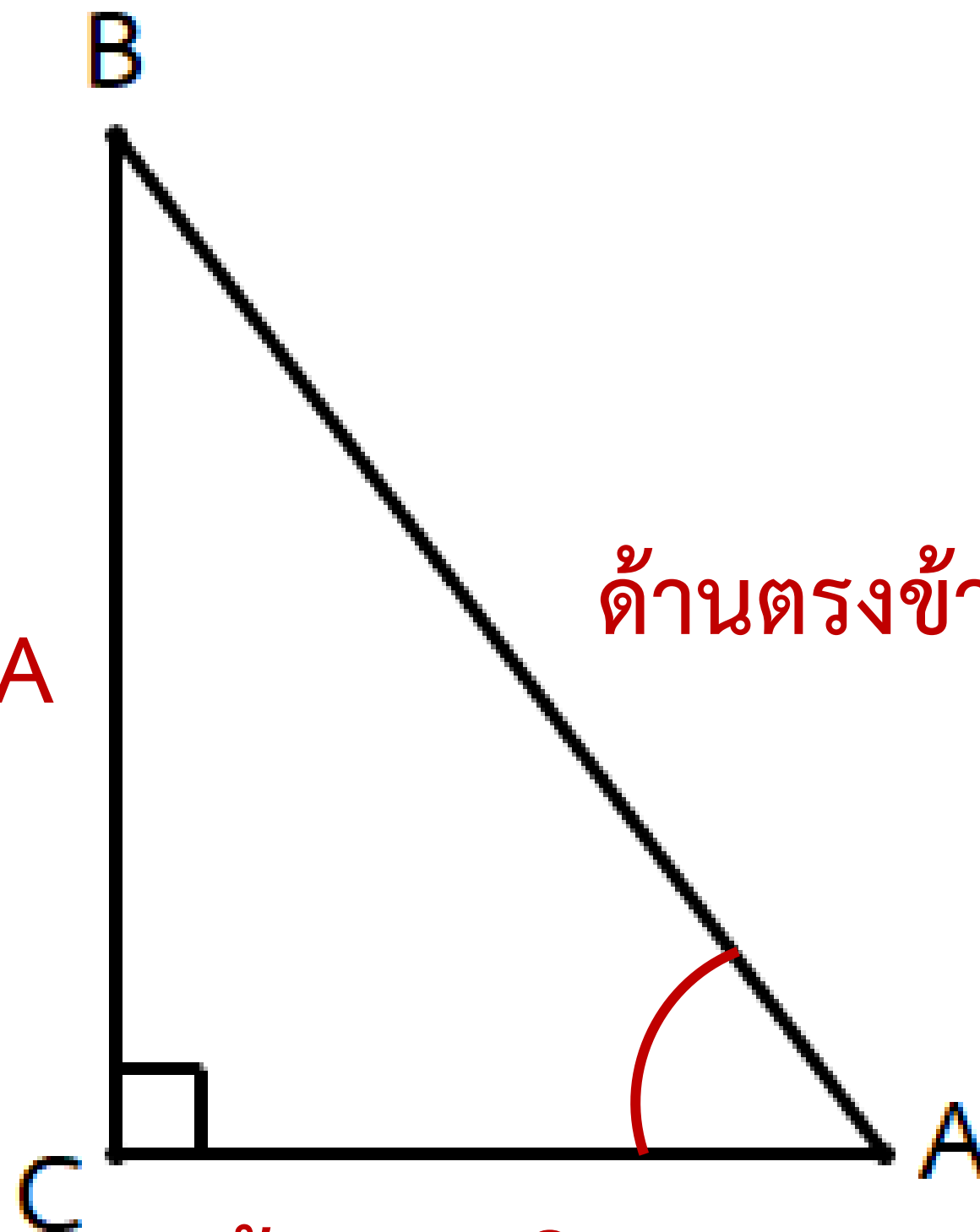
จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาค่าของอัตราส่วน
ตรีโกณมิติของมุมแหลมในรูปสามเหลี่ยม
มุมฉาก





ด้านตรงข้ามมุม A



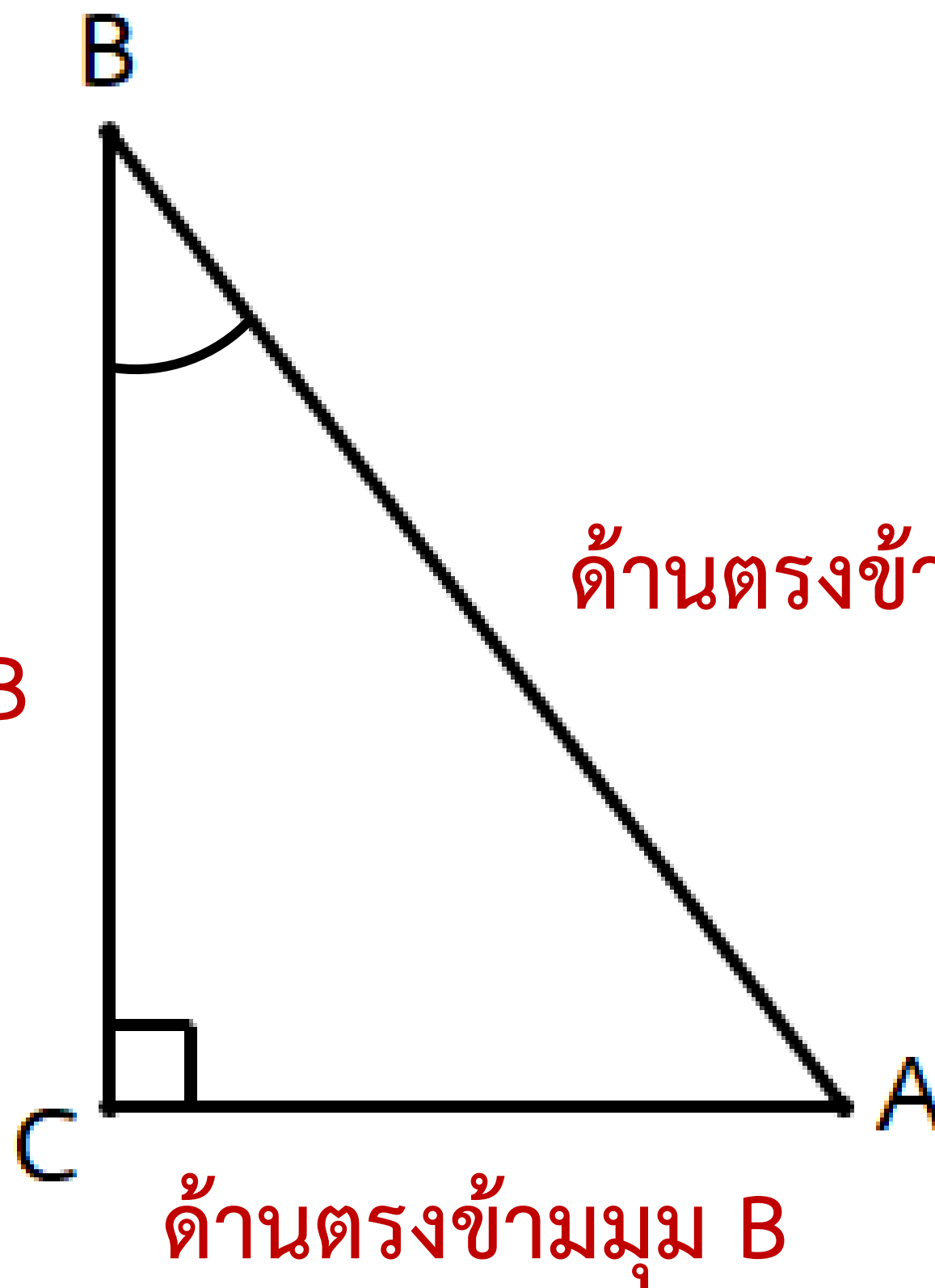
ด้านตรงข้ามมุมฉาก

ด้านประชิดมุม A

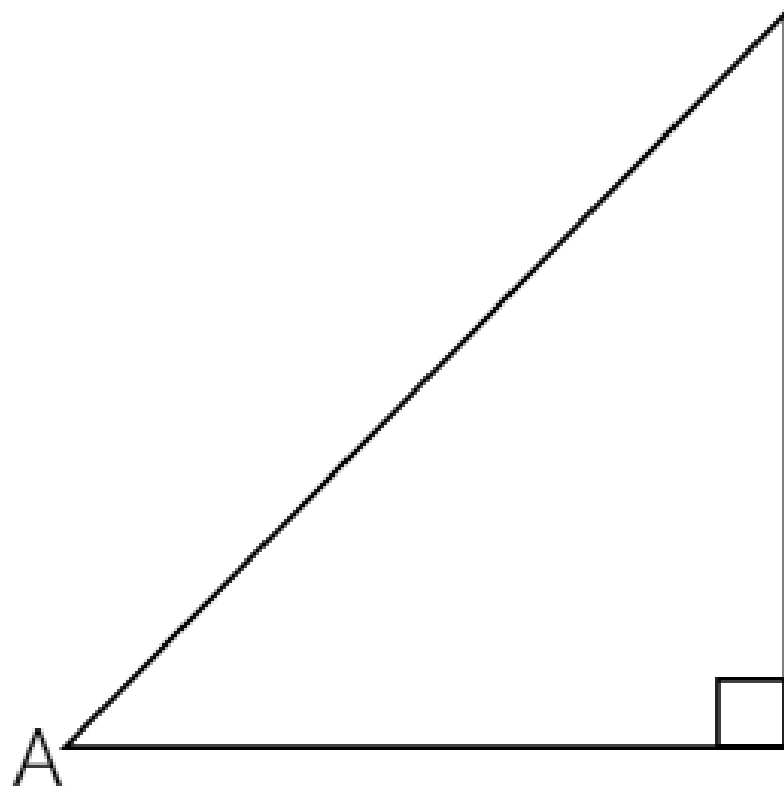




ด้านประชิดมุม B



บทนิยาม สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีมุม A เป็นมุมแหลมมุมหนึ่ง



$$\sin A = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ฉาก}}$$

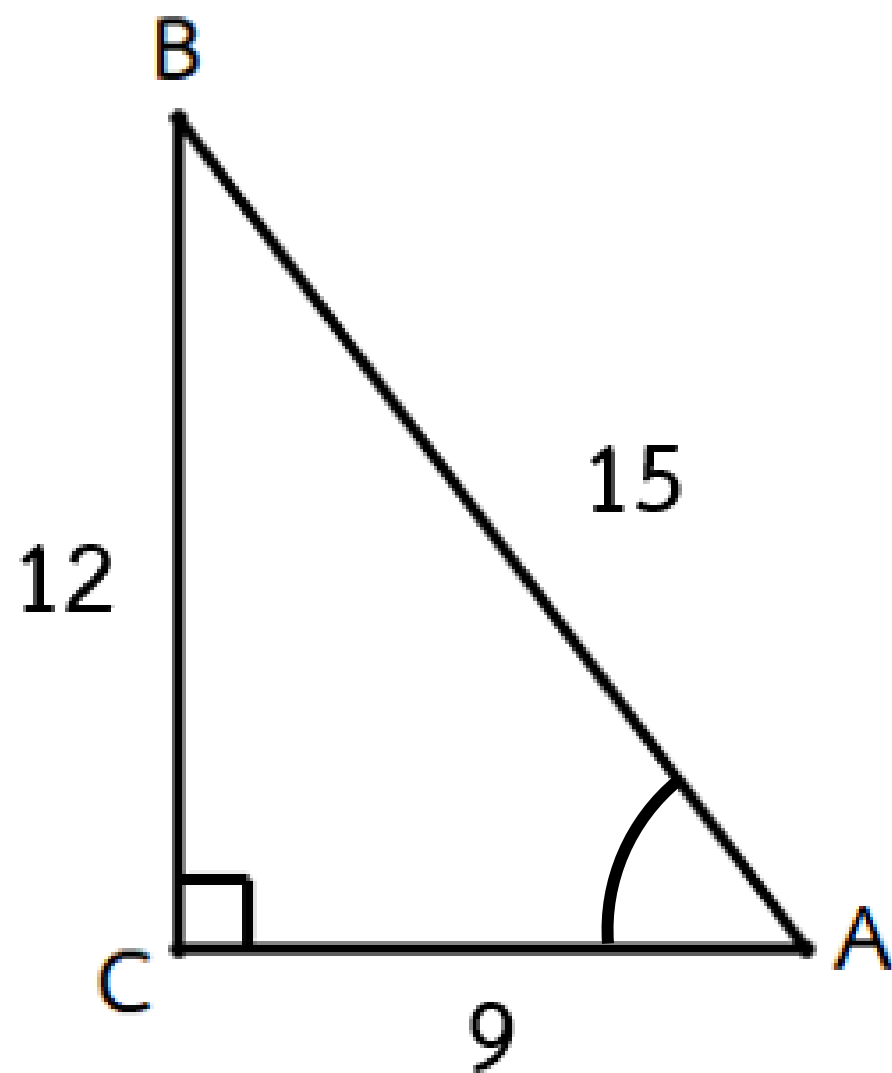
$$\cos A = \frac{\text{ชิด}}{\text{ฉาก}}$$

$$\tan A = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ชิด}}$$





ตัวอย่างที่ 1 จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่กำหนดให้
จงหาค่า $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$, $\sin B$, $\cos B$ และ $\tan B$



วิธีทำ $\sin A =$

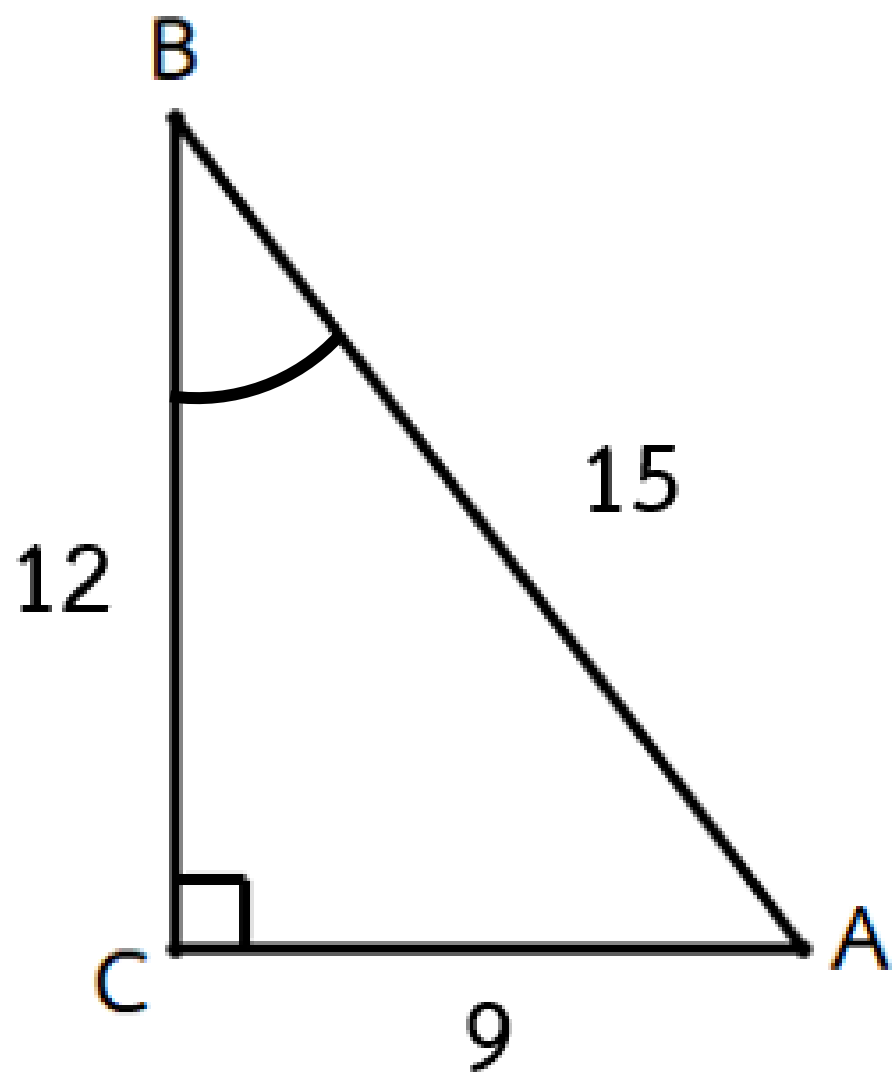
$\cos A =$

$\tan A =$





ตัวอย่างที่ 1 จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่กำหนดให้
จงหาค่า $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$, $\sin B$, $\cos B$ และ $\tan B$



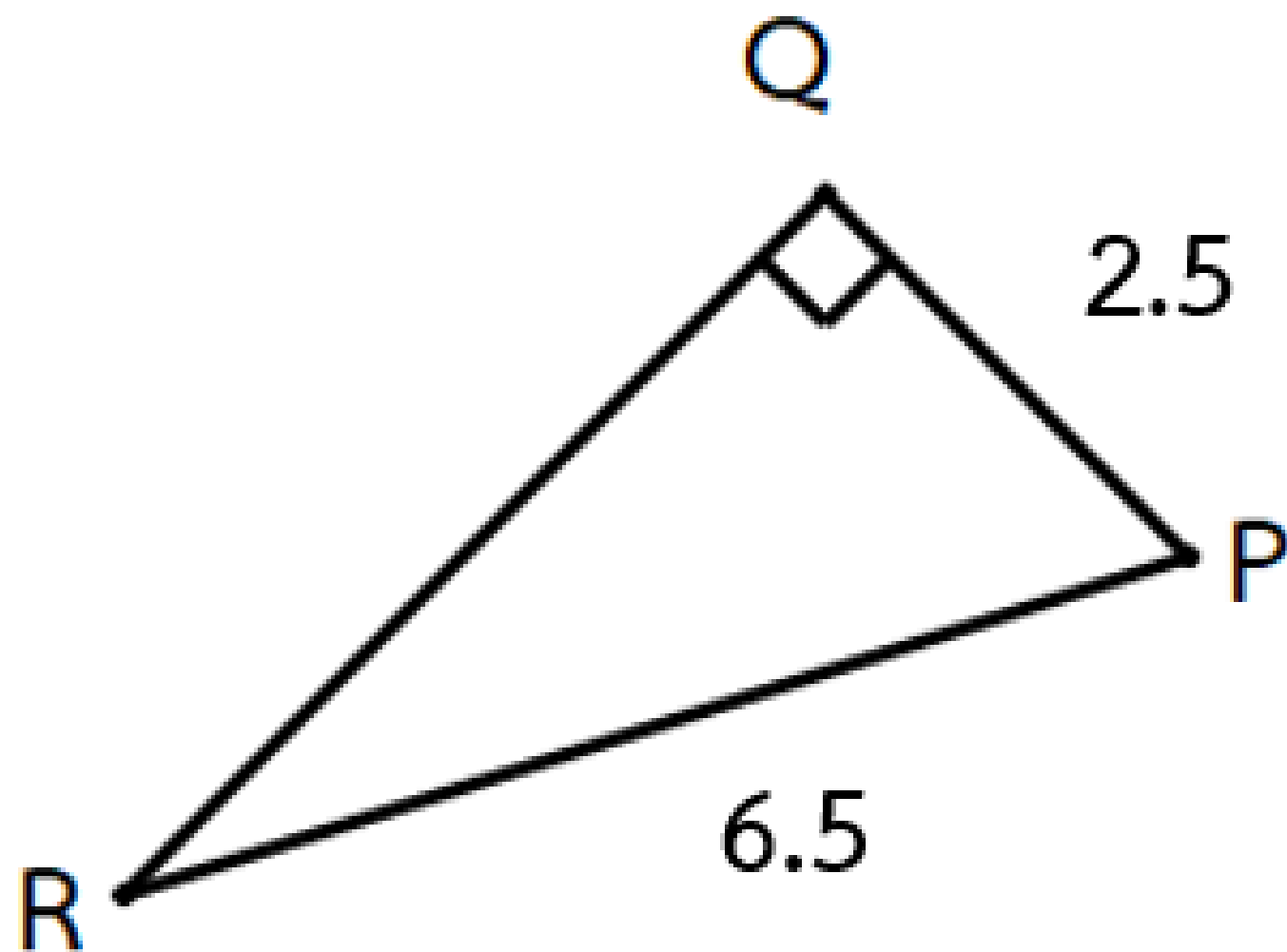
$$\sin B =$$

$$\cos B =$$

$$\tan B =$$



ตัวอย่างที่ 2 จากรูปสามเหลี่ยม PQR ที่กำหนดให้ จงหาค่า $\sin P$



วิธีทำ จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

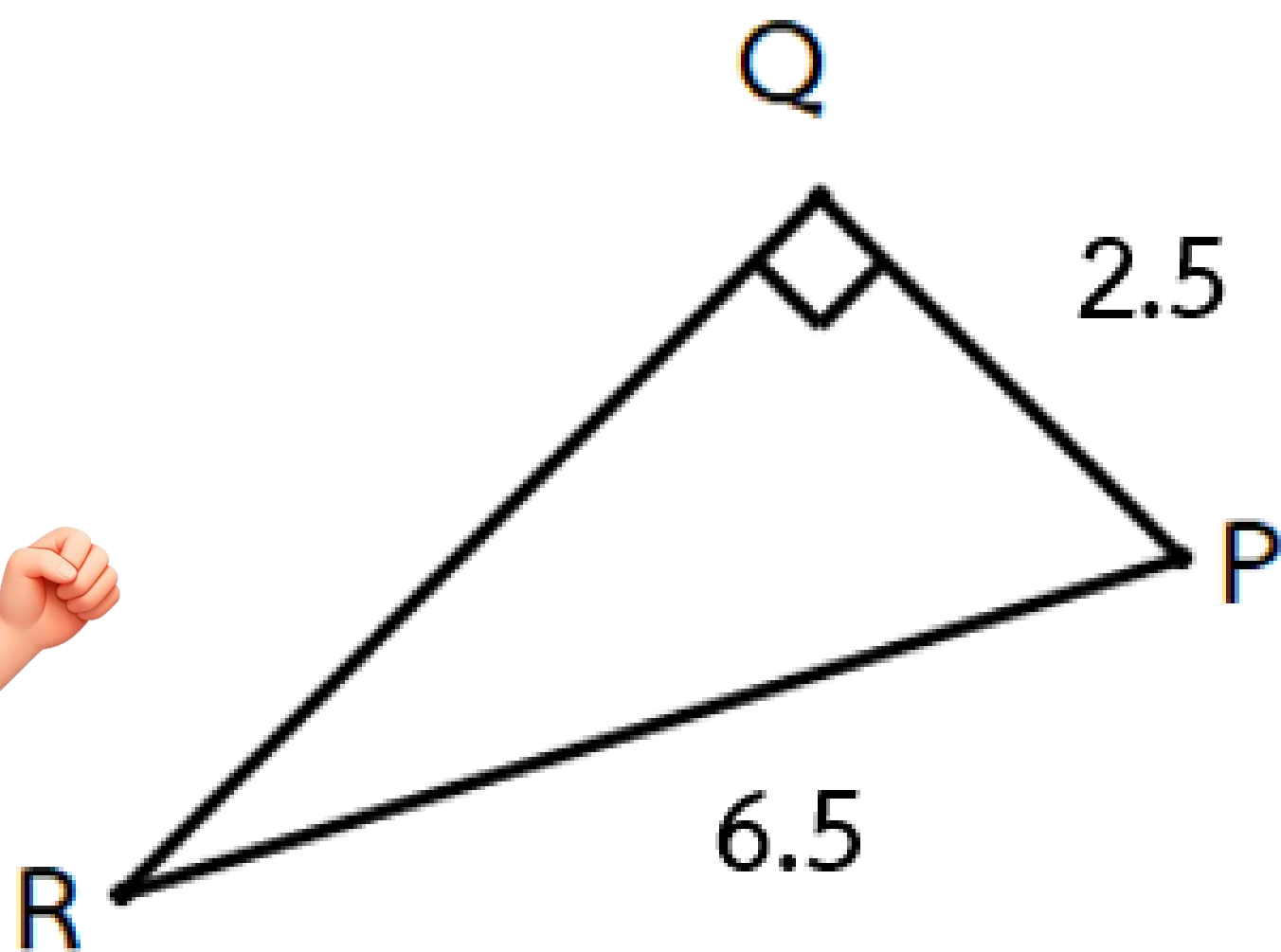
จะได้ _____

ดังนั้น $QR = 6$





ตัวอย่างที่ 2 จากรูปสามเหลี่ยม PQR ที่กำหนดให้ จงหาค่า $\sin P$



วิธีทำ เนื่องจาก $\sin P =$

$=$

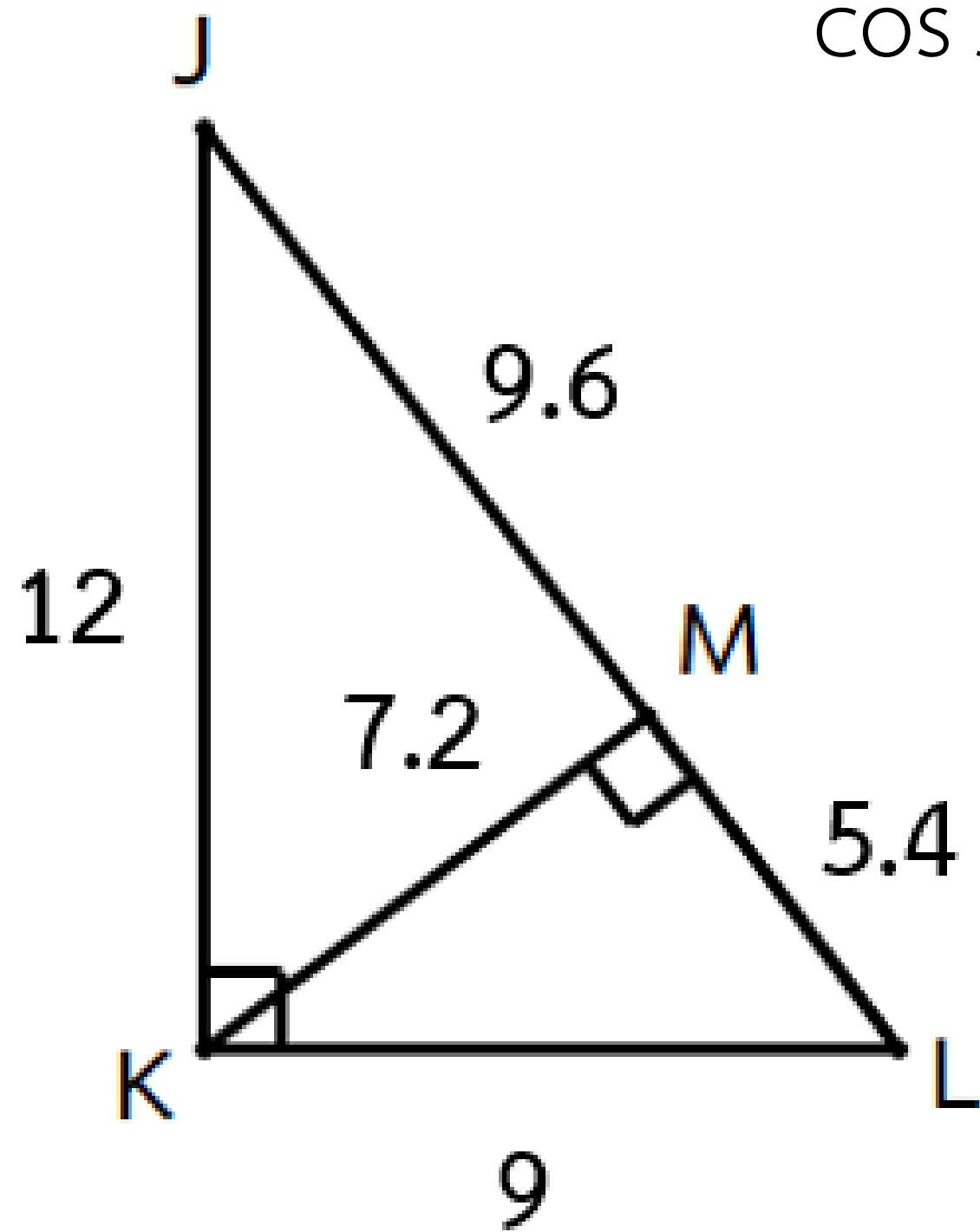
ดังนั้น $\sin P = \frac{12}{13}$





ตัวอย่างที่ 3

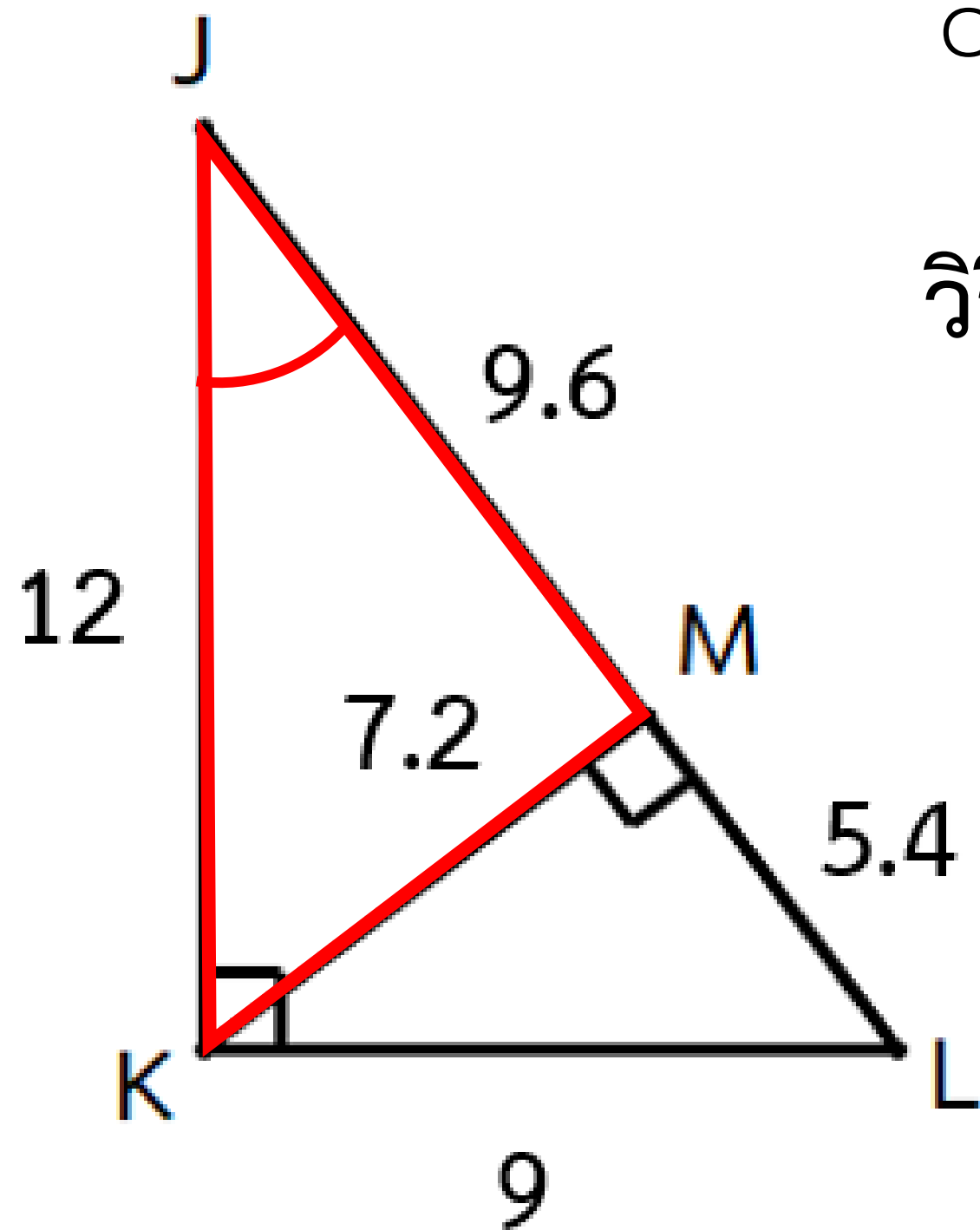
จงหาค่าของ $\sin \hat{MJK}$, $\cos \hat{MLK}$, $\tan \hat{MKL}$, $\sin \hat{LJK}$, $\cos \hat{JKM}$ และ $\tan \hat{JLK}$





ตัวอย่างที่ 3

จงหาค่าของ $\sin \hat{MJK}$, $\cos \hat{MLK}$, $\tan \hat{MKL}$, $\sin \hat{LJK}$, $\cos \hat{JKM}$ และ $\tan \hat{JLK}$



วิธีทำ เนื่องจาก $\sin \hat{MJK} = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ฉาก}}$

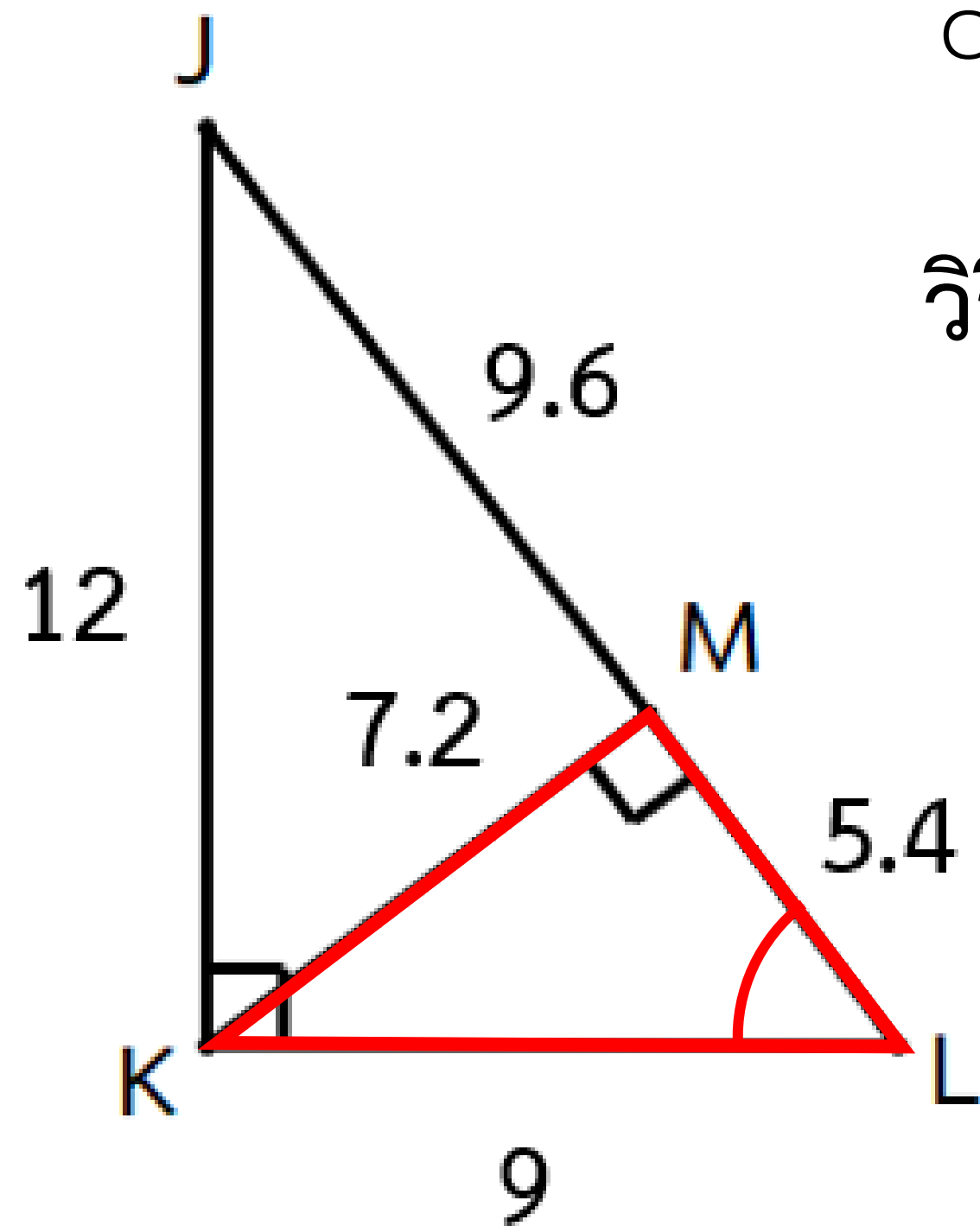
$$= \frac{7.2}{12}$$
$$= \frac{3}{5}$$





ตัวอย่างที่ 3

จงหาค่าของ $\sin \hat{MJK}$, $\cos \hat{MLK}$, $\tan \hat{MKL}$, $\sin \hat{LJK}$, $\cos \hat{JKM}$ และ $\tan \hat{JLK}$



วิธีทำ เนื่องจาก $\cos \hat{MLK} = \frac{\text{ชิด}}{\text{ฉาก}}$

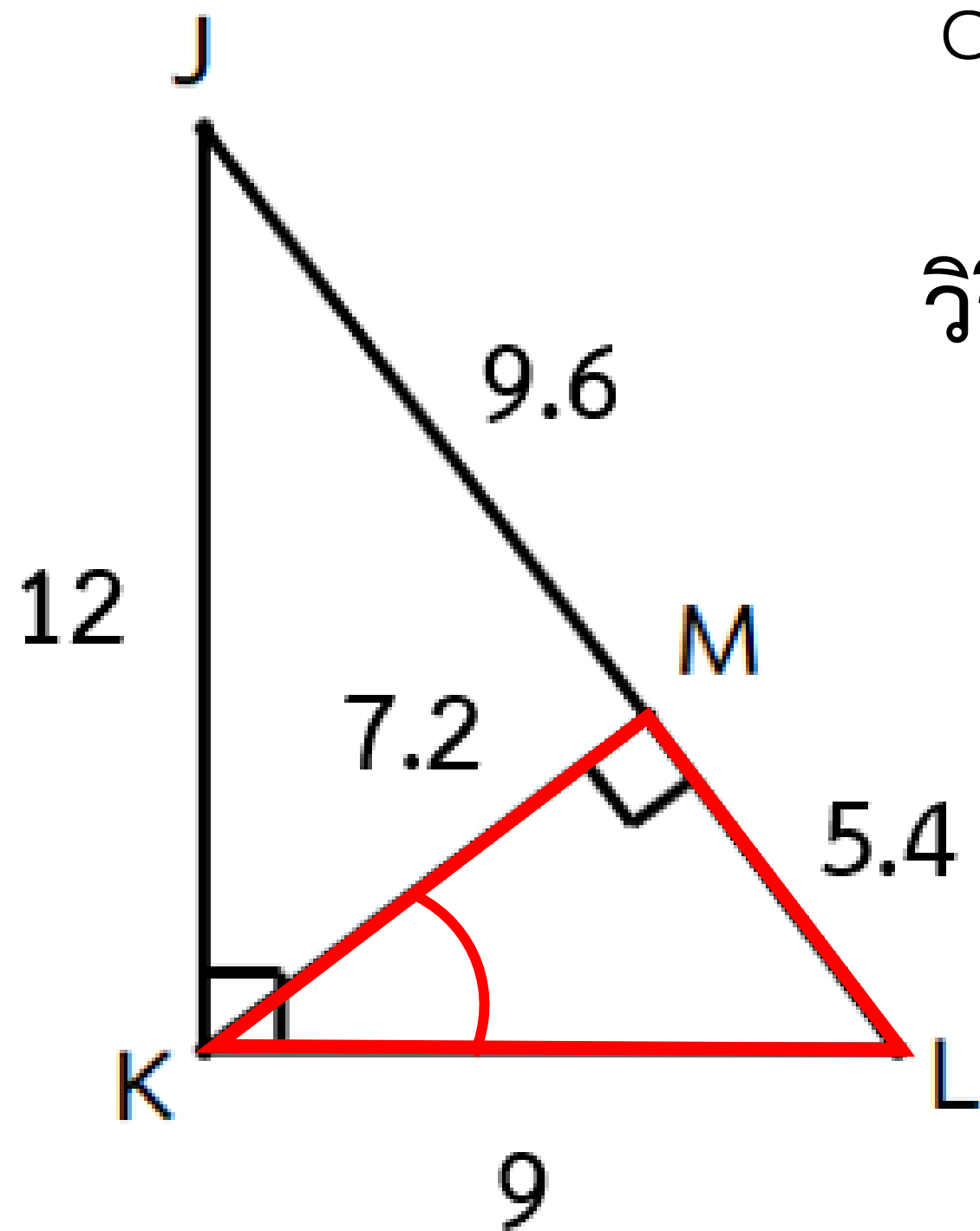
$$= \frac{5.4}{9}$$
$$= \frac{3}{5}$$





ตัวอย่างที่ 3

จงหาค่าของ $\sin \hat{MJK}$, $\cos \hat{MLK}$, $\tan \hat{MKL}$, $\sin \hat{LJK}$, $\cos \hat{JKM}$ และ $\tan \hat{JLK}$



วิธีทำ เนื่องจาก $\tan \hat{MKL} = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ชิด}}$

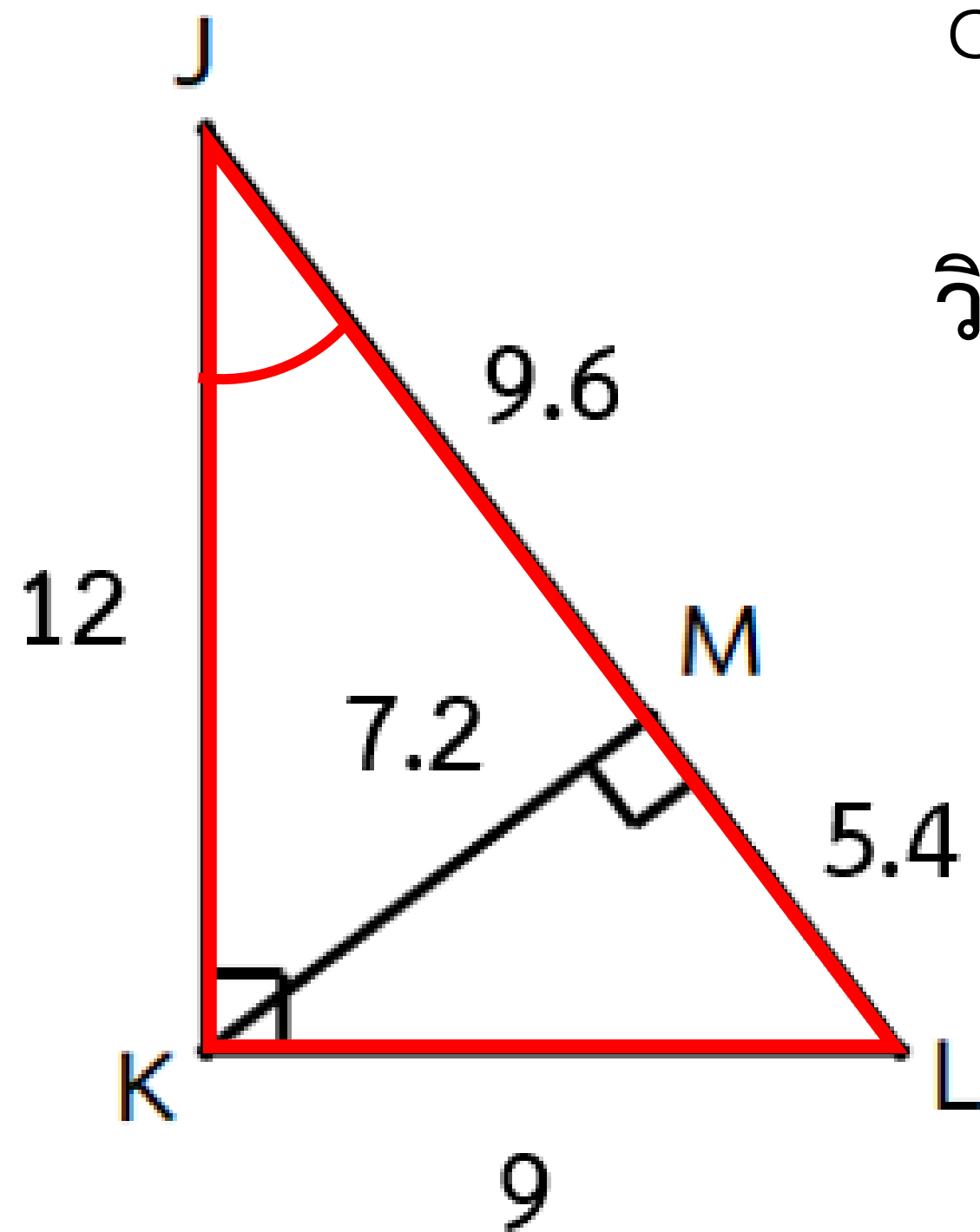
$$= \frac{5.4}{7.2}$$
$$= \frac{3}{4}$$





ตัวอย่างที่ 3

จงหาค่าของ $\sin \hat{MJK}$, $\cos \hat{MLK}$, $\tan \hat{MKL}$, $\sin \hat{LJK}$, $\cos \hat{JKM}$ และ $\tan \hat{JLK}$



วิธีทำ เนื่องจาก $\sin \hat{LJK} = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ฉาก}}$

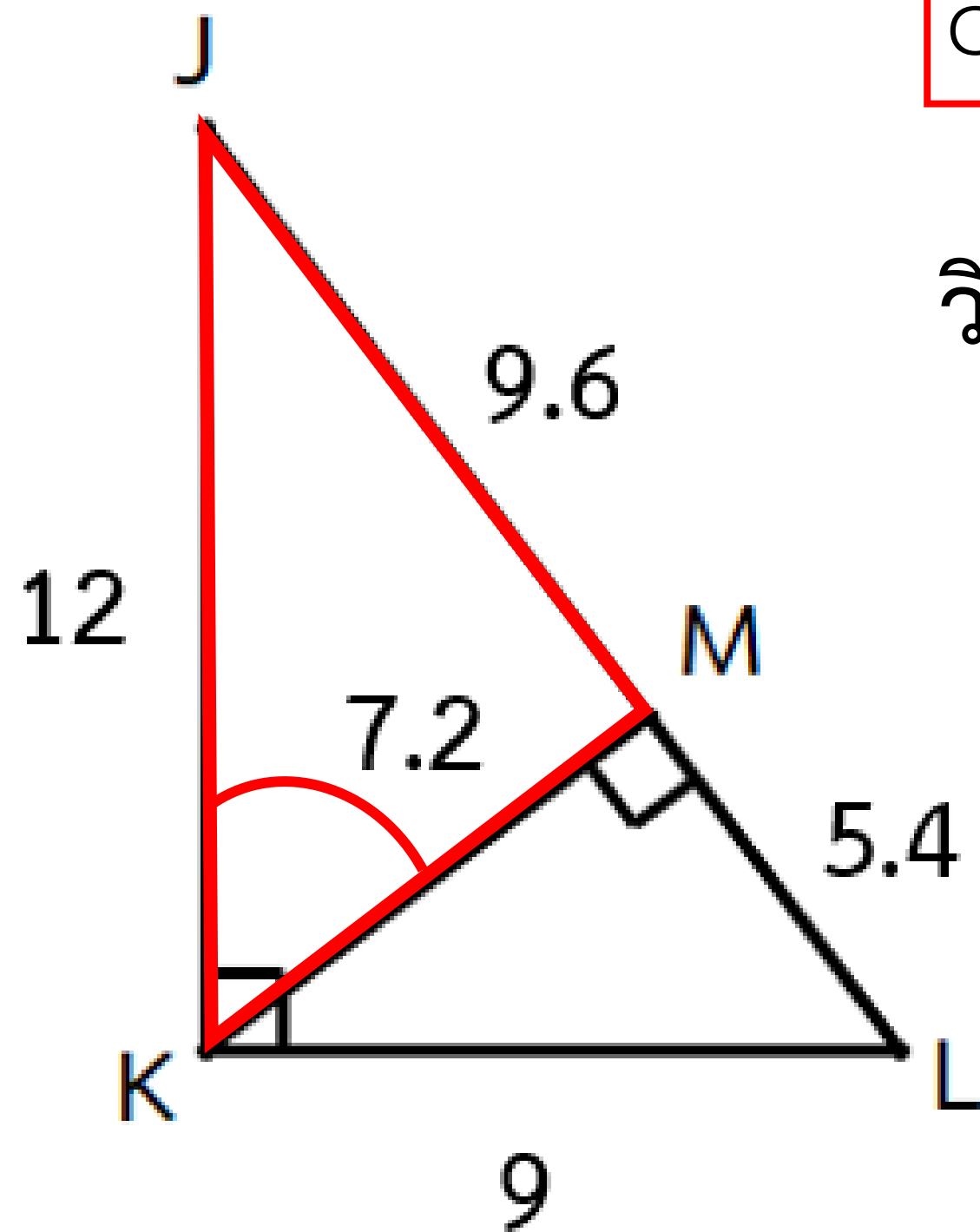
$$= \frac{9}{15}$$
$$= \frac{3}{5}$$





ตัวอย่างที่ 3

จงหาค่าของ $\sin \hat{MJK}$, $\cos \hat{MLK}$, $\tan \hat{MKL}$, $\sin \hat{LJK}$, $\cos \hat{JKM}$ และ $\tan \hat{JLK}$



วิธีทำ เนื่องจาก $\cos \hat{JKM} = \frac{\text{ชิด}}{\text{ฉาก}}$

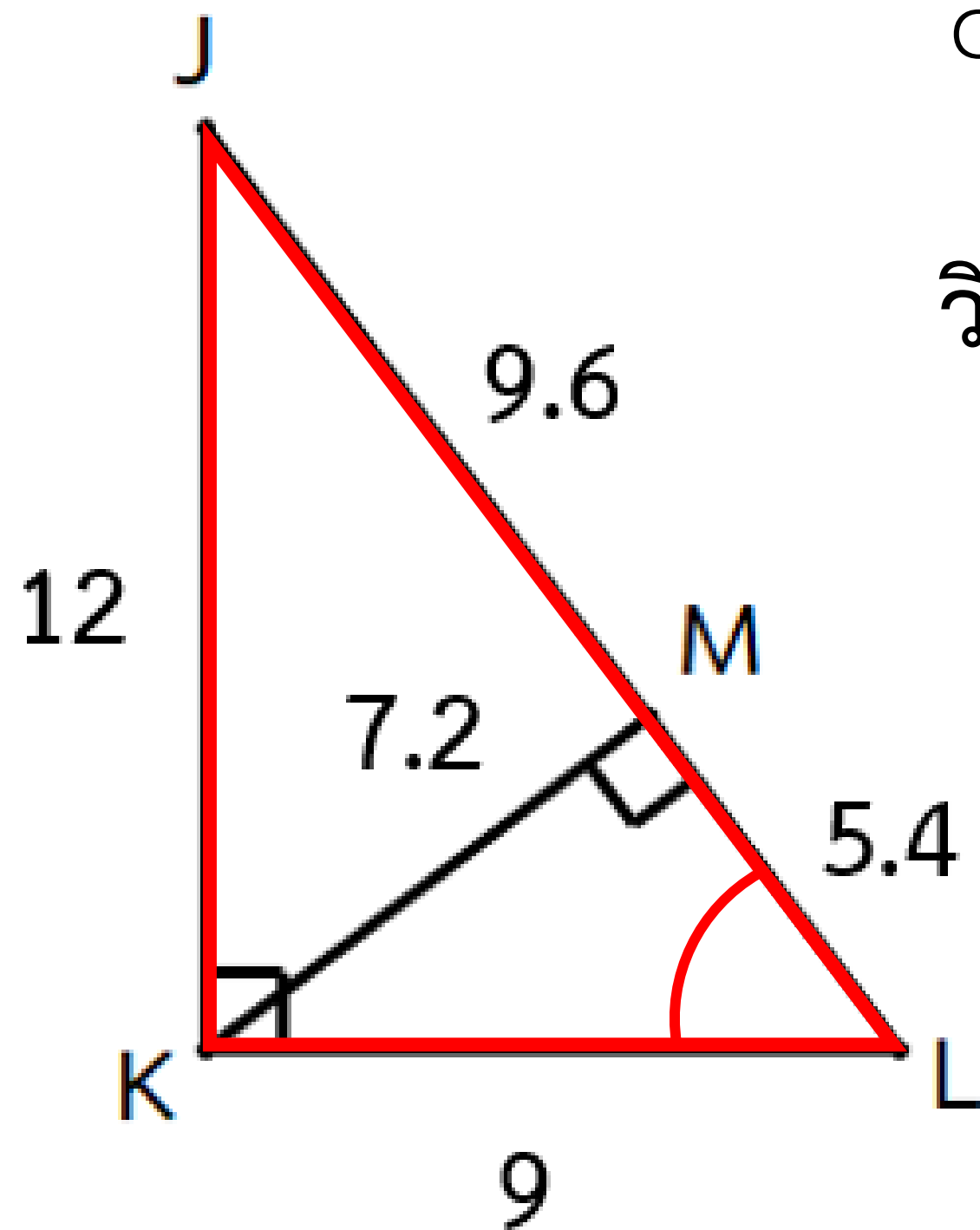
$$= \frac{7.2}{12}$$
$$= \frac{3}{5}$$





ตัวอย่างที่ 3

จงหาค่าของ $\sin \hat{MJK}$, $\cos \hat{MLK}$, $\tan \hat{MKL}$, $\sin \hat{LJK}$, $\cos \hat{JKM}$ และ $\tan \hat{JLK}$



วิธีทำ เนื่องจาก $\tan \hat{JLK} = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ชิด}}$

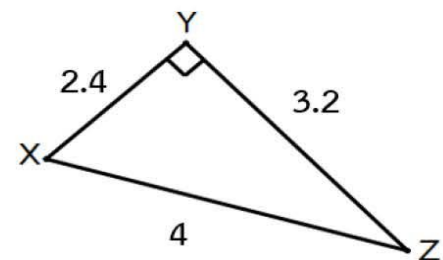
$$= \frac{12}{9}$$
$$= \frac{4}{3}$$



แบบฝึกหัด 1 : อัตราส่วนตรีโกณมิติ (1)
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ
 รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค23102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

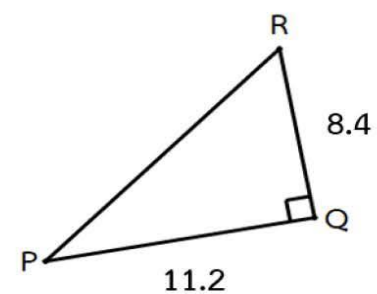
คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีคิดและหาคำตอบให้ถูกต้อง

1. จากรูป จงหาค่าของ $\sin X$, $\cos X$, $\tan X$, $\sin Z$, $\cos Z$ และ $\tan Z$



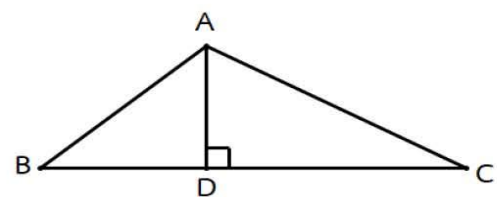
$$\begin{aligned}\sin X &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \cos X &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \tan X &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \sin Z &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \cos Z &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \tan Z &= \underline{\hspace{2cm}}\end{aligned}$$

2. จากรูป จงหาค่าของ $\sin P$ – $\tan R$



$$\begin{aligned}\sin P &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \tan R &= \underline{\hspace{2cm}}\end{aligned}$$

3. จากรูปและค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่กำหนดให้ จงหาว่า X ในแต่ละข้อ คือมุมใด



1) $\sin X = \frac{AD}{AC}$ จะได้ว่า X คือ มุม $\underline{\hspace{2cm}}$

2) $\cos X = \frac{BD}{AB}$ จะได้ว่า X คือ มุม $\underline{\hspace{2cm}}$

3) $\tan X = \frac{CD}{AD}$ จะได้ว่า X คือ มุม $\underline{\hspace{2cm}}$

4) $\tan X = \frac{BD}{AD}$ จะได้ว่า X คือ มุม $\underline{\hspace{2cm}}$

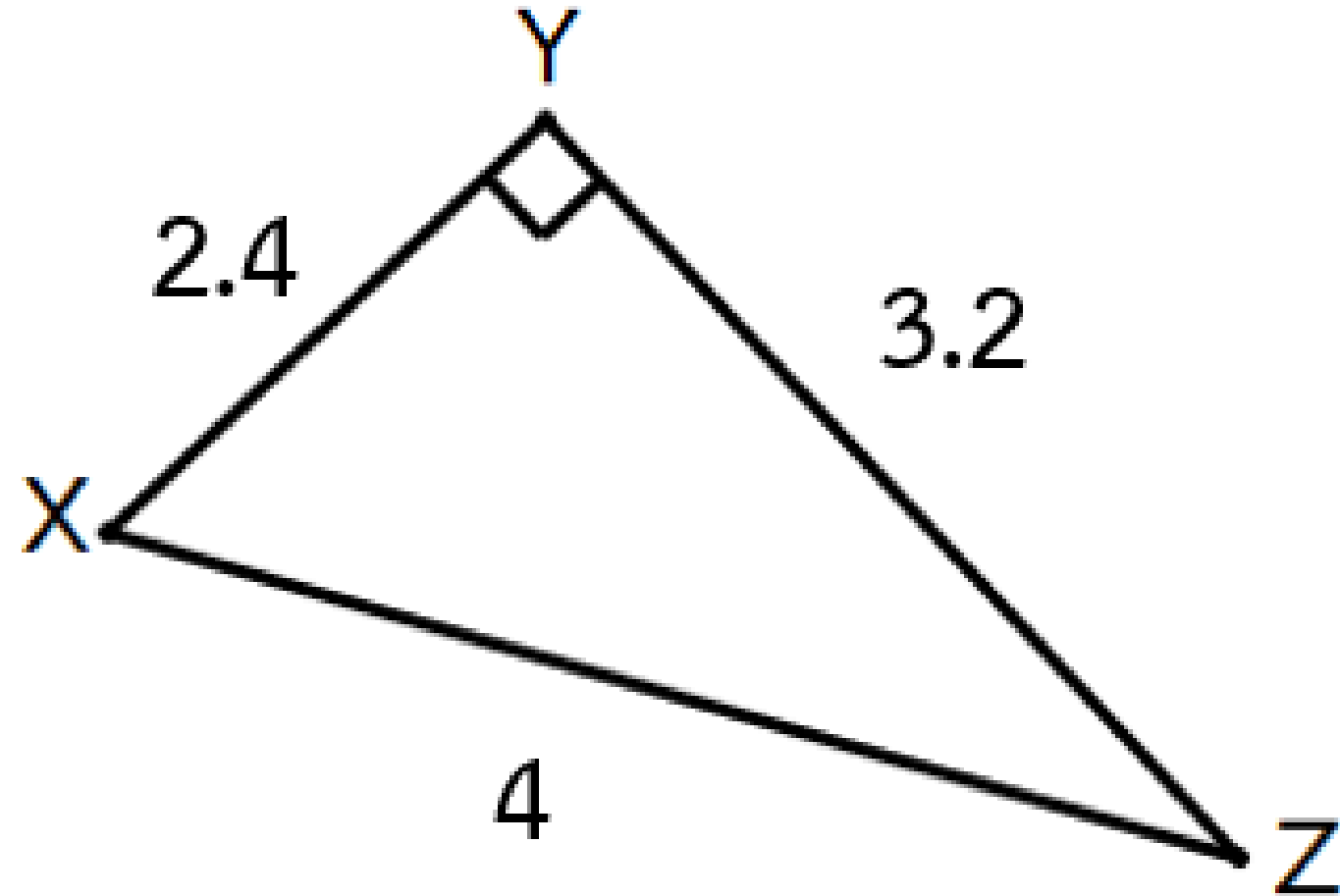
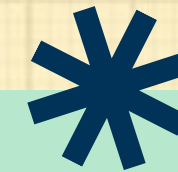
แบบฝึกหัด 1

อัตราส่วนตรีโกณมิติ (1)



ข้อที่ 1

จากรูป จงหาค่าของ $\sin X$, $\cos X$, $\tan X$,
 $\sin Z$, $\cos Z$ และ $\tan Z$



$$\sin X = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\cos X = \underline{\hspace{2cm}}$$

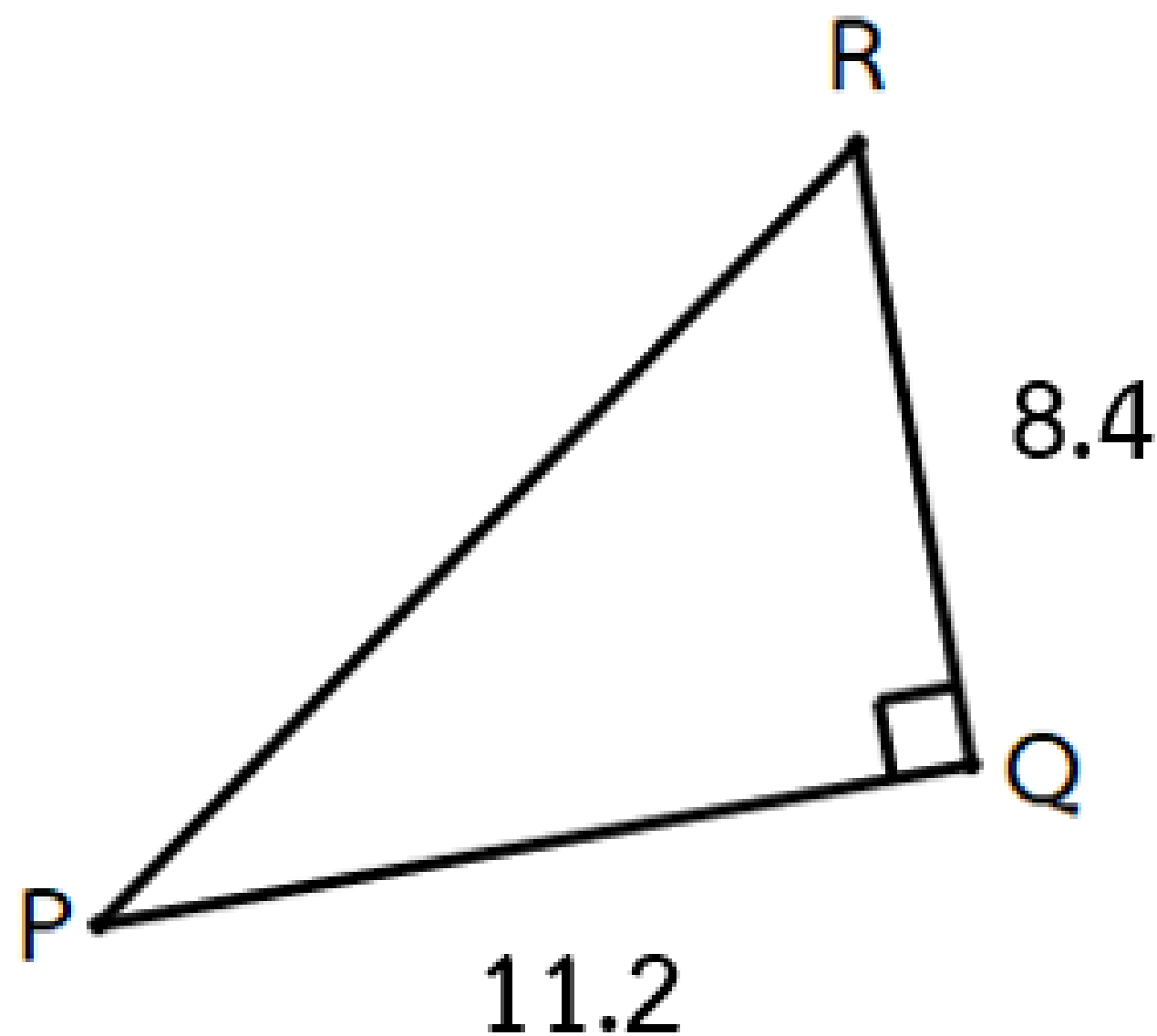
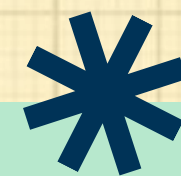
$$\tan X = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sin Z = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\cos Z = \underline{\hspace{2cm}}$$

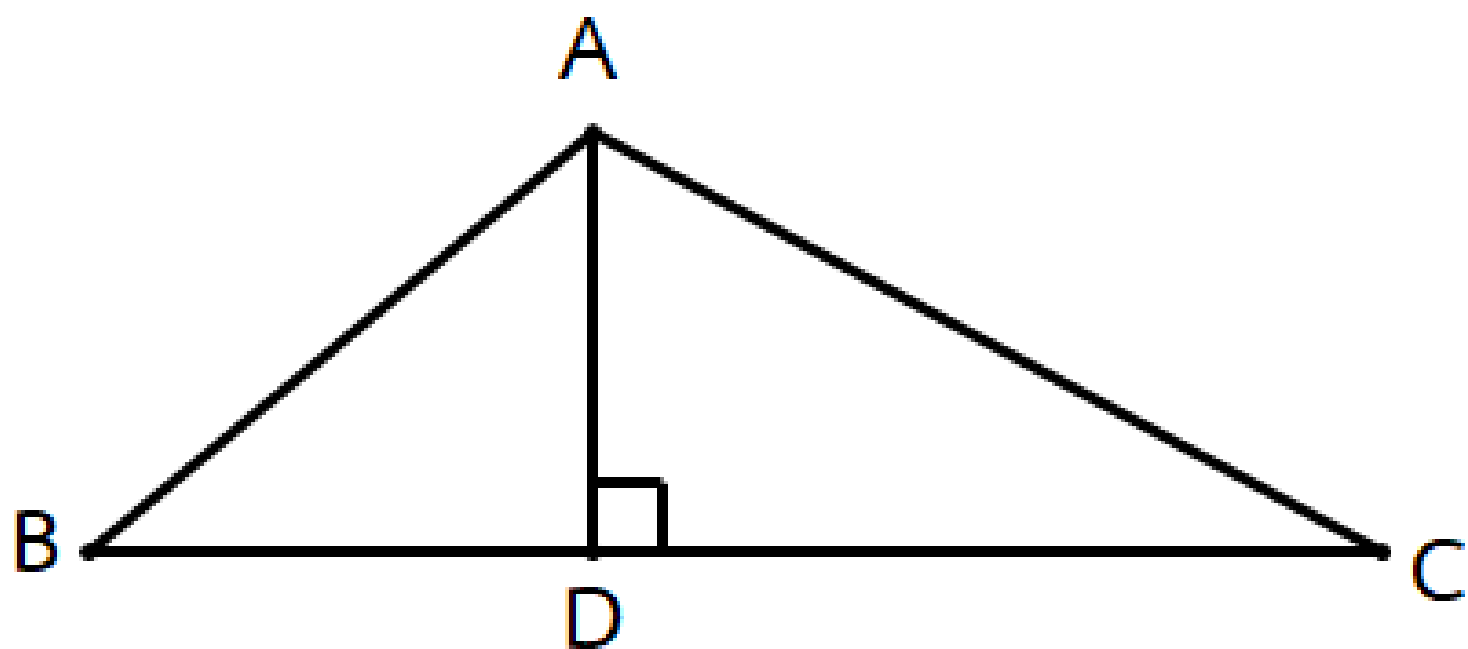
$$\tan Z = \underline{\hspace{2cm}}$$

ข้อที่ 2 จงหาค่าของ $\sin P - \tan R$



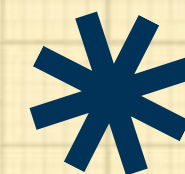
ข้อที่ 3

จากรูปและค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่กำหนดให้
จงหาว่า X ในแต่ละข้อ คือมุมใด



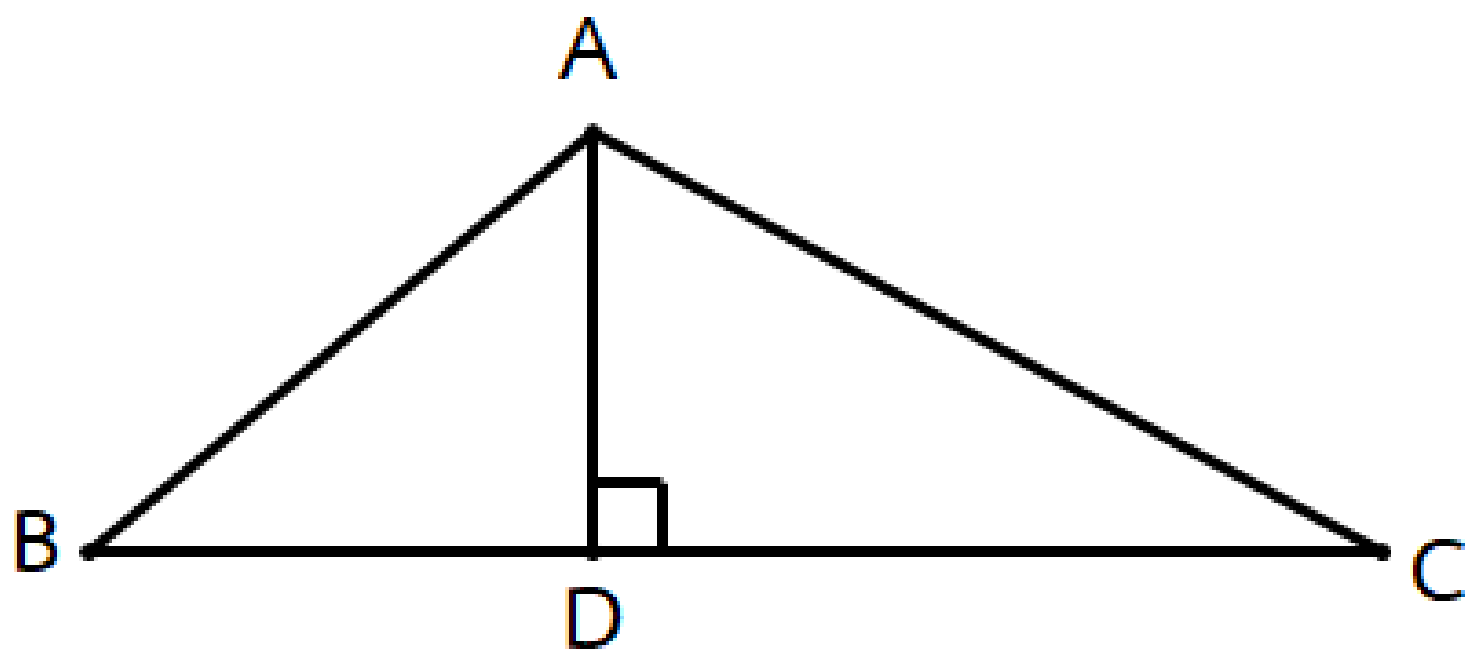
$$1) \sin X = \frac{AD}{AC} \text{ จะได้ว่า } X \text{ คือ มุม } \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2) \cos X = \frac{BD}{AB} \text{ จะได้ว่า } X \text{ คือ มุม } \underline{\hspace{2cm}}$$



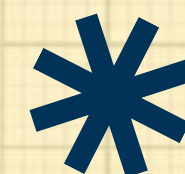
ข้อที่ 3

จากรูปและค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่กำหนดให้
จงหาว่า X ในแต่ละข้อ คือมุมใด



$$3) \tan X = \frac{CD}{AD} \text{ จะได้ว่า } X \text{ คือ มุม } \underline{\hspace{2cm}}$$

$$4) \tan X = \frac{BD}{AD} \text{ จะได้ว่า } X \text{ คือ มุม } \underline{\hspace{2cm}}$$

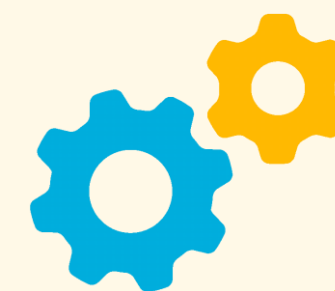
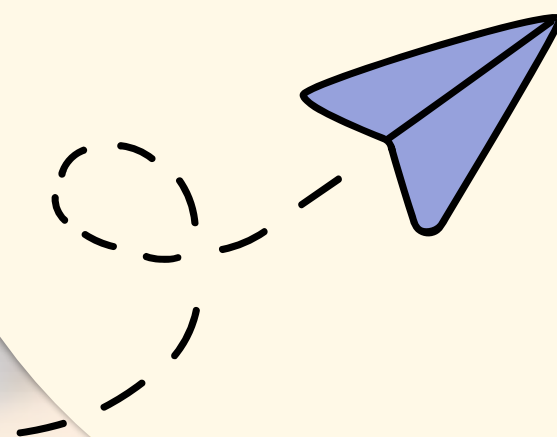




เจलय

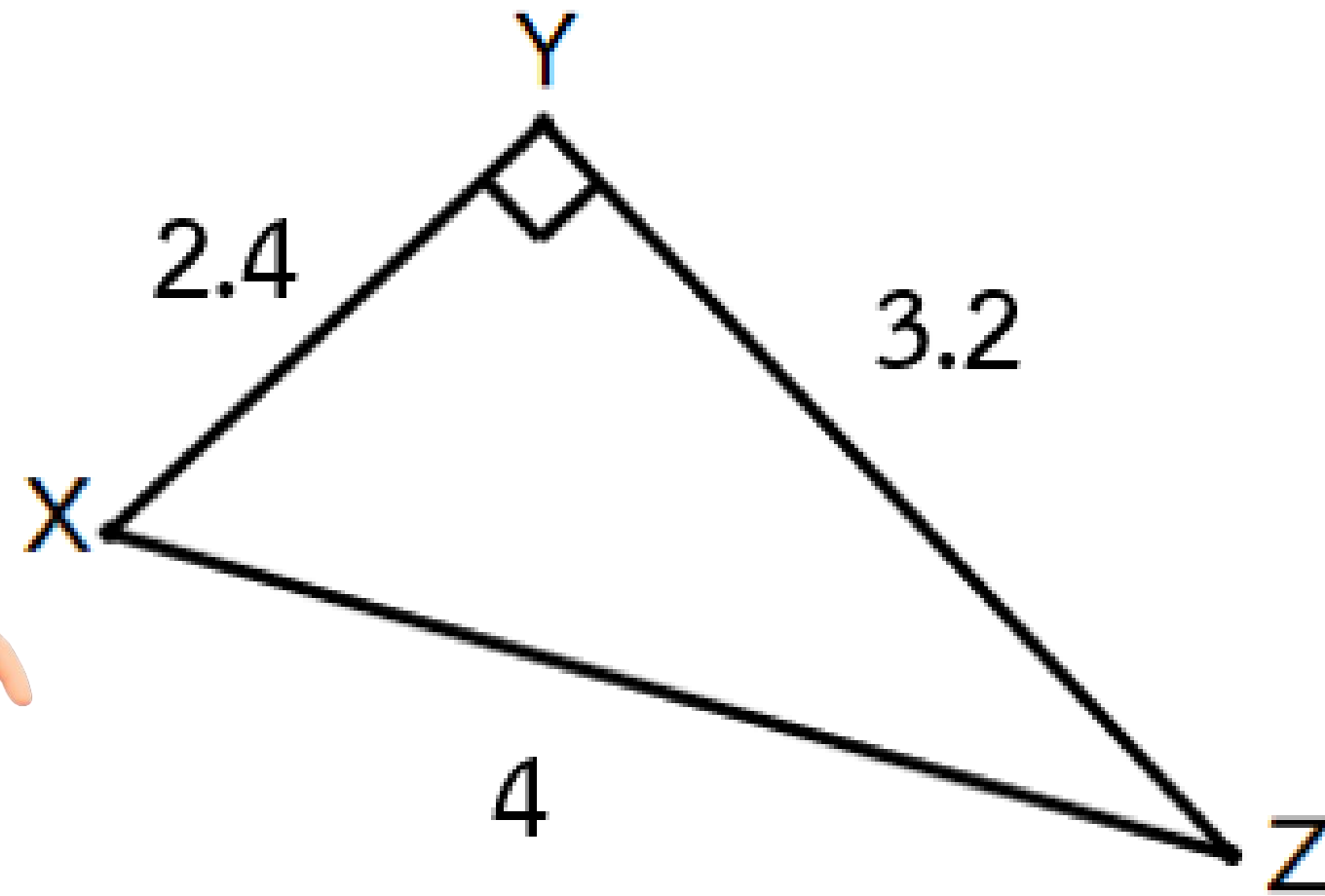
แบบฝึกหัด 1

อัตราส่วนตรีโกณมิติ (2)



ข้อที่ 1

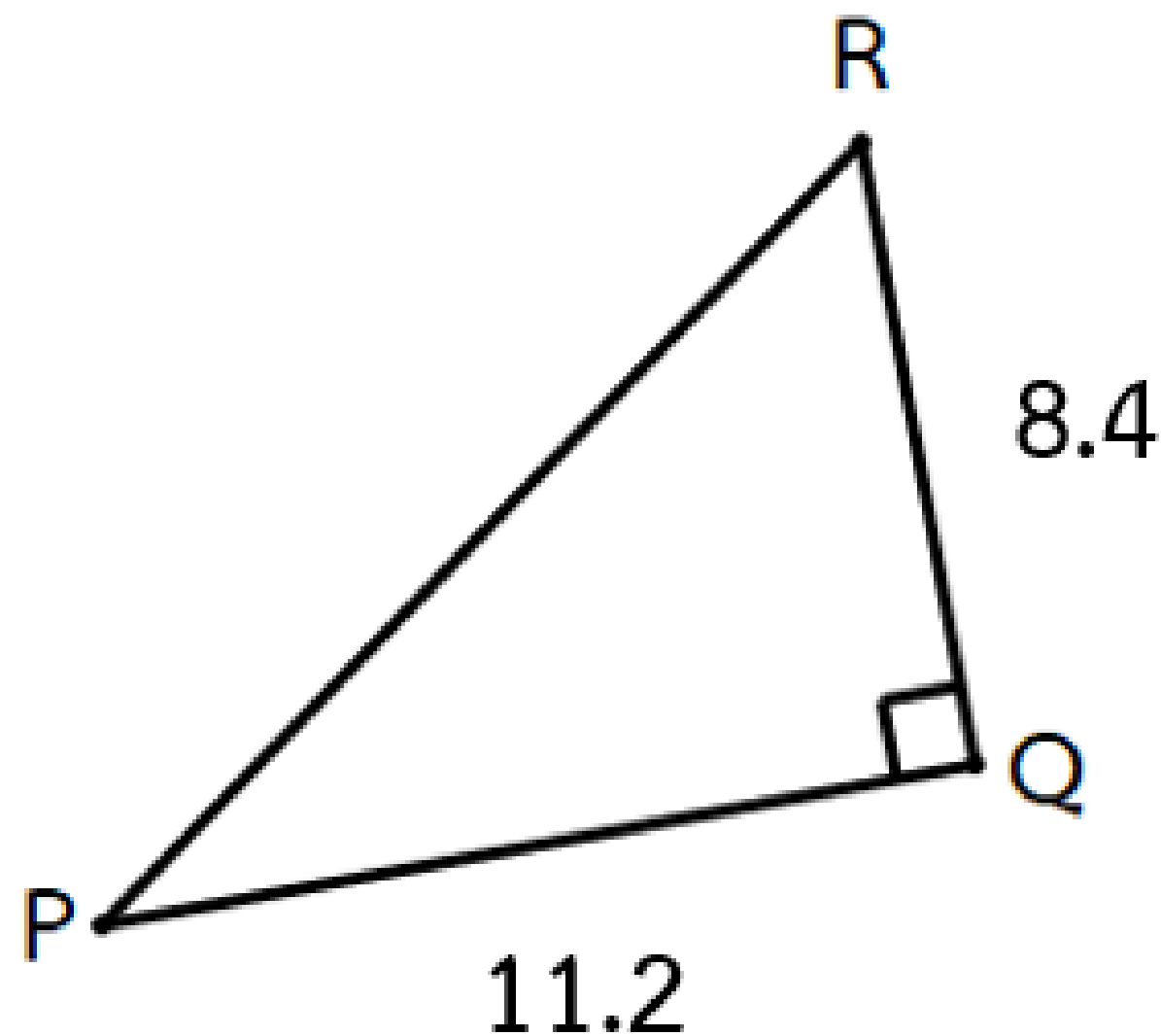
จากรูป จงหาค่าของ $\sin X$, $\cos X$, $\tan X$,
 $\sin Z$, $\cos Z$ และ $\tan Z$



$$\begin{aligned}\sin X &= \frac{3.2}{4} = \frac{4}{5} \\ \cos X &= \frac{2.4}{4} = \frac{3}{5} \\ \tan X &= \frac{3.2}{2.4} = \frac{4}{3} \\ \sin Z &= \frac{2.4}{4} = \frac{3}{5} \\ \cos Z &= \frac{3.2}{4} = \frac{4}{5} \\ \tan Z &= \frac{2.4}{3.2} = \frac{3}{4}\end{aligned}$$

ข้อที่ 2

จงหาค่าของ $\sin P - \tan R$ *



วิธีทำ จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$\text{จะได้ } PR^2 = 8.4^2 + 11.2^2$$

$$= 196$$

$$\text{ดังนั้น } PR = 14$$

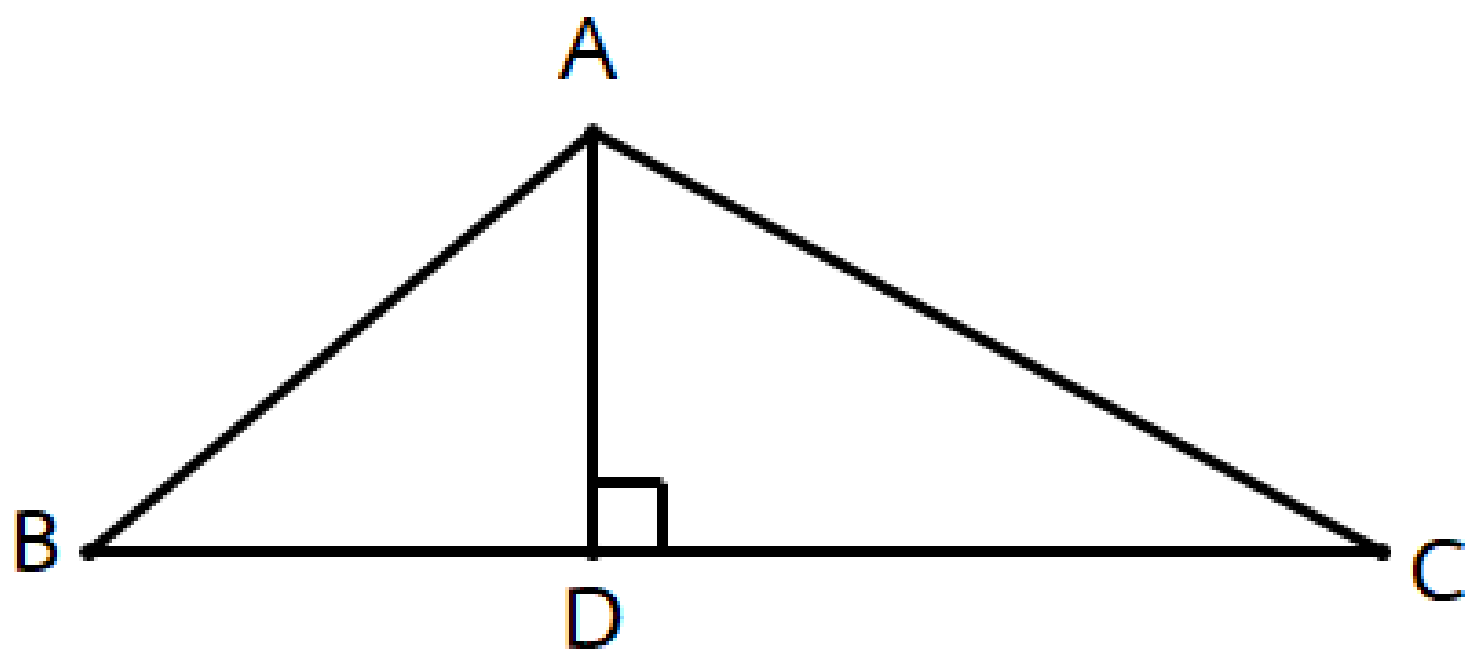
$$\text{เนื่องจาก } \sin P = \frac{8.4}{14} = \frac{3}{5}$$

$$\text{และ } \tan R = \frac{11.2}{8.4} = \frac{4}{3}$$

$$\text{ดังนั้น } \sin P - \tan R = \frac{3}{5} - \frac{4}{3} = -\frac{11}{15}$$

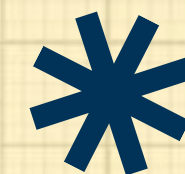
ข้อที่ 3

จากรูปและค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่กำหนดให้
จงหาว่า X ในแต่ละข้อ คือมุมใด



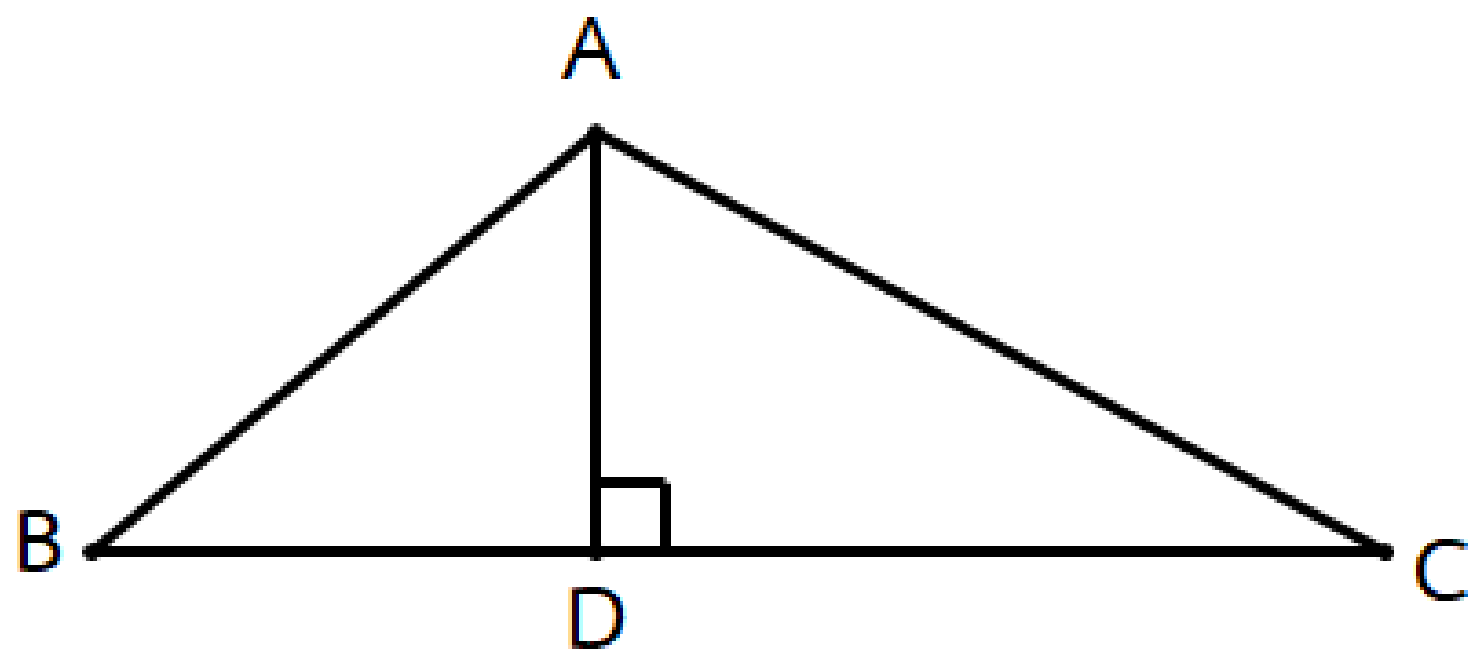
$$1) \sin X = \frac{AD}{AC} \text{ จะได้ว่า } X \text{ คือ มุม } \underline{ACD}$$

$$2) \cos X = \frac{BD}{AB} \text{ จะได้ว่า } X \text{ คือ มุม } \underline{ABD}$$



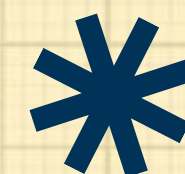
ข้อที่ 3

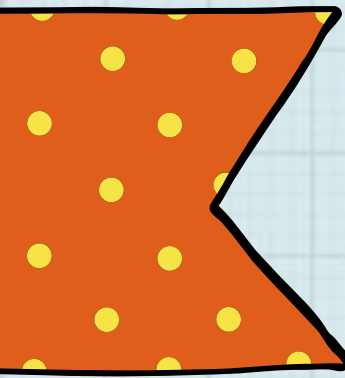
จากรูปและค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่กำหนดให้
จงหาว่า X ในแต่ละข้อ คือมุมใด



$$3) \tan X = \frac{CD}{AD} \text{ จะได้ว่า } X \text{ คือ มุม } \underline{CAD}$$

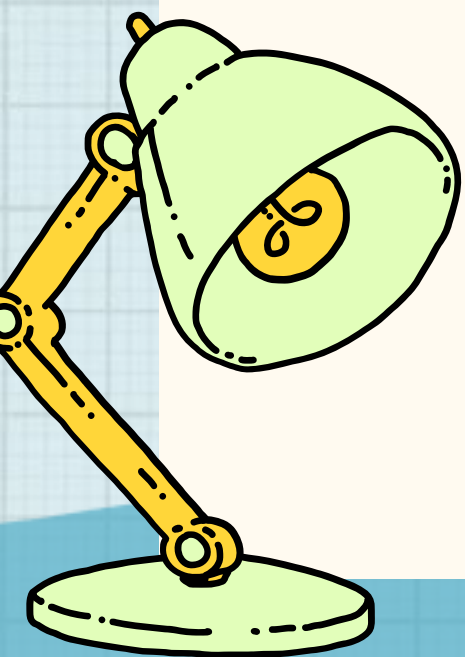
$$4) \tan X = \frac{BD}{AD} \text{ จะได้ว่า } X \text{ คือ มุม } \underline{BAD}$$





สรุปบทเรียน

การหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
ซึ่งได้แก่ $\sin A$, $\cos A$ และ $\tan A$ จะต้องทราบความยาวของแต่ละด้าน
ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก หากทราบความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยม
มุมฉากเพียง 2 ด้าน จะต้องอาศัยความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส
ในการหาความยาว





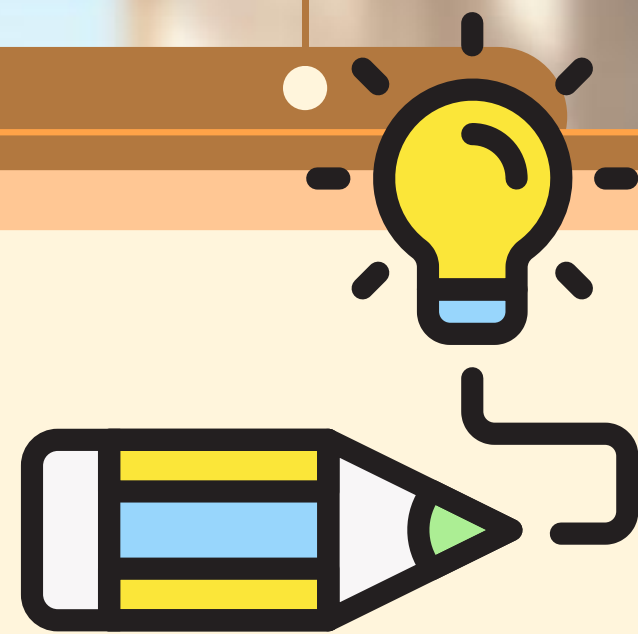
บทเรียนครั้งต่อไป

อัตราส่วนตรีโกณมิติ (2)

ดาวน์โหลดข้อมูลได้ที่ www.dltv.ac.th



สิ่งที่ต้องเตรียม



แบบฝึกหัด 2 :

อัตราส่วนตรีโกณมิติ (2)

ดาวน์โหลดข้อมูลได้ที่ www.dltv.ac.th

