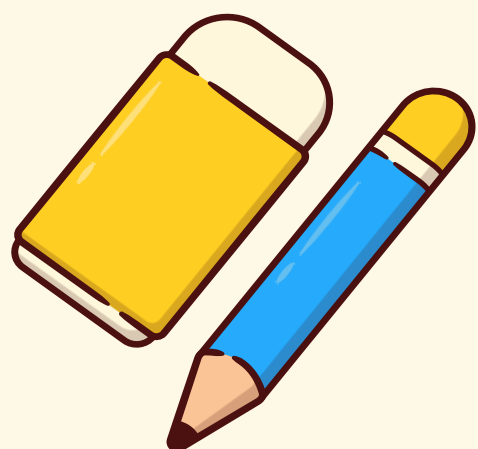
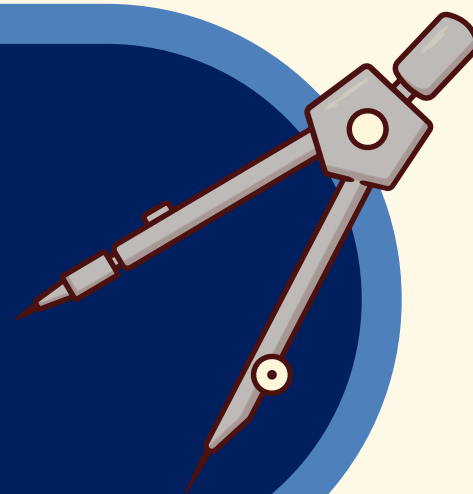


รายวิชา คณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค23102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หน่วยที่ 7 อัตราส่วนตรีโกณมิติ

เรื่อง ความหมายของ
อัตราส่วนตรีโกณมิติ



ครูผู้สอน ครูสรวิรัตน์ เดชะชาติ





ความหมายของ อัตราส่วน ตรีโกณมิติ

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = G(x) + \frac{R(x)}{Q(x)}$$



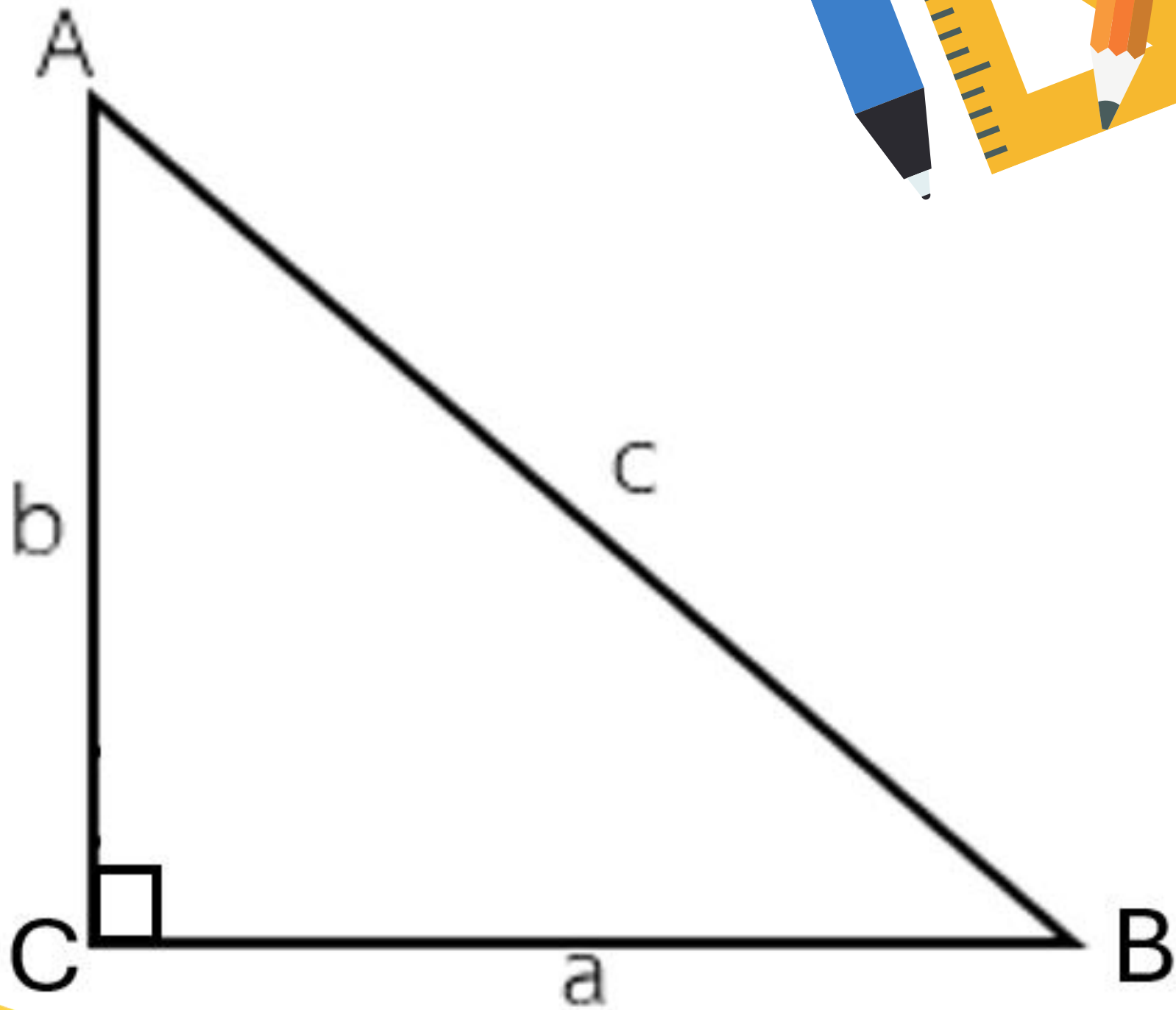
จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถบอกความหมายของ
ไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุมแหลม
จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$c^2 = a^2 + b^2$$





ត្រីកោណមីត៌

trigonometry

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = G(x) + \frac{R(x)}{Q(x)}$$



ตรีโกณมิติ

trigonometry

trigonon

metron

สามเหลี่ยม

การวัด



จากภาพ ไม่ว่าจะเป็นการคำนวณ
แนววิถีเพื่อส่งจรวดออกไปนอกโลก

การคำนวณแรงที่กระทำต่อคาน
เพื่อรับน้ำหนักในการก่อสร้าง

การศึกษารูปแบบคลื่นเสียงเพื่อสร้าง
บทเพลง หรือแม้แต่การคำนวณเพื่อประเมิน

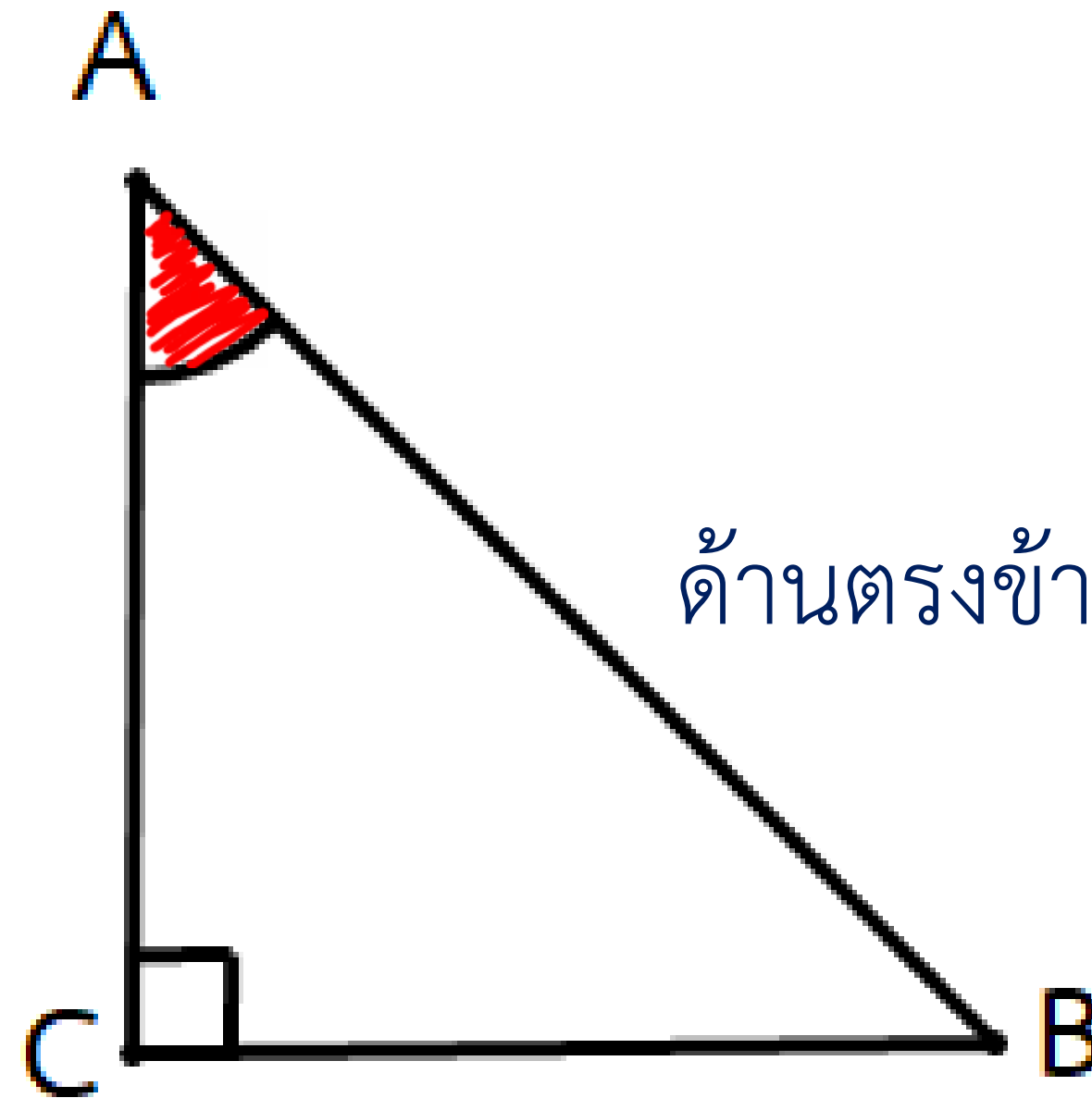
ความรุนแรงจากแผ่นดินไหว ล้วนแล้วแต่ต้องอาศัยความรู้ทาง
ตรีโกณมิติเป็นเครื่องมือ อย่างน้อยอย่างหนึ่งในการสร้างสรรค์
สิ่งต่าง ๆ ตามที่กล่าวมา



ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับ อัตราส่วนตรีโกณมิติ



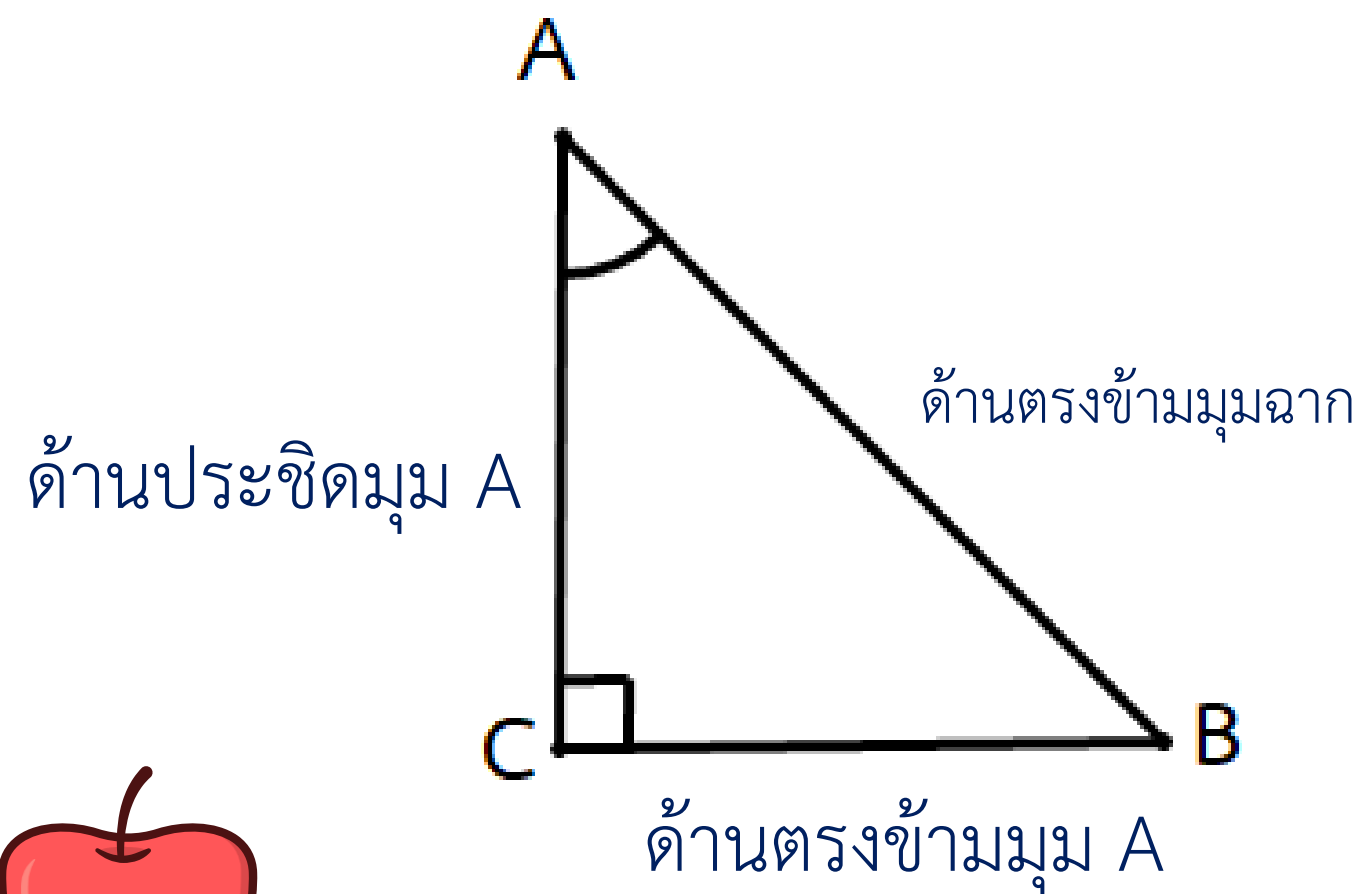
ด้านประชิดมุม A



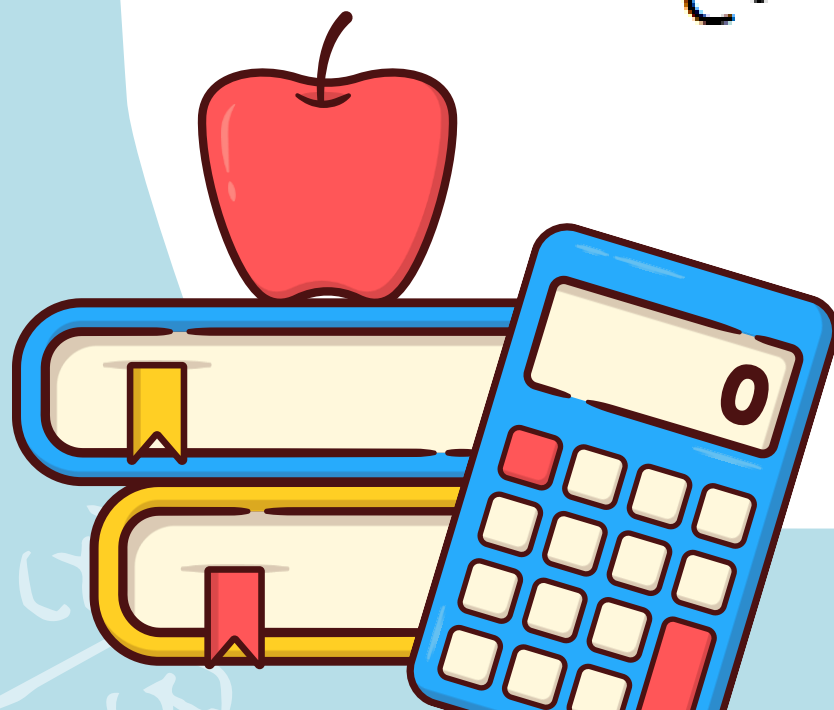
ด้านตรงข้ามมุมฉาก

ด้านตรงข้ามมุม A

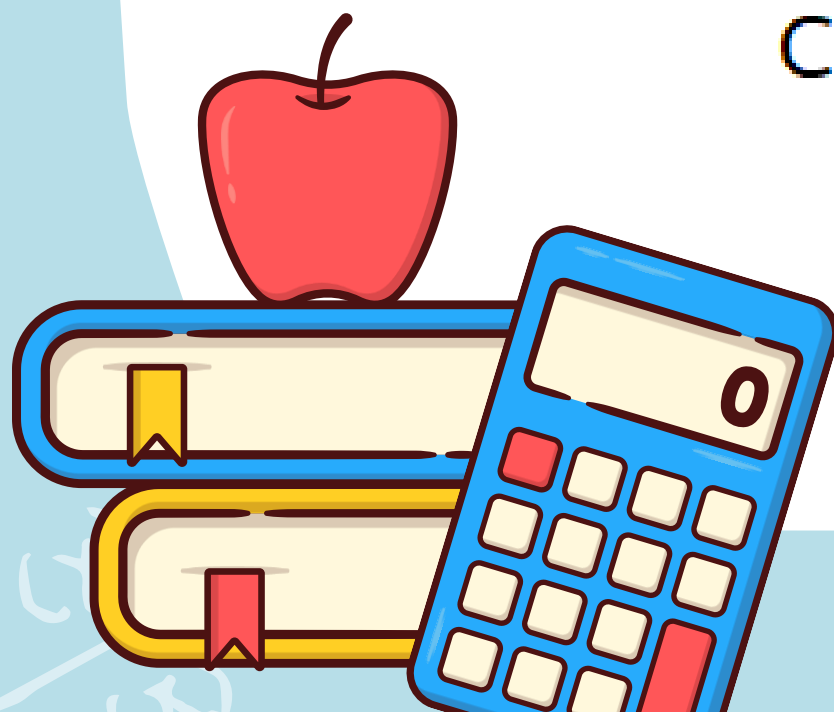
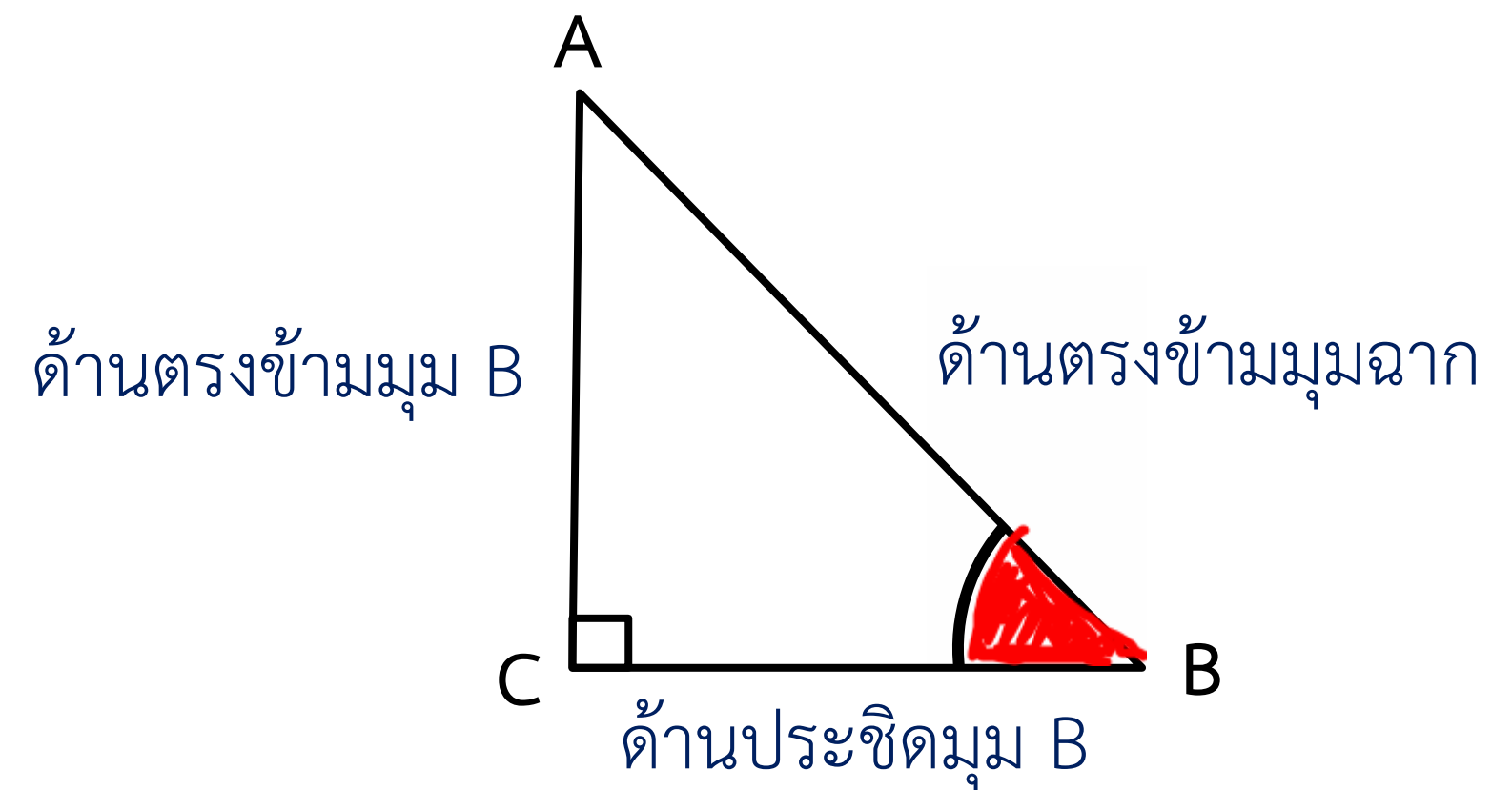
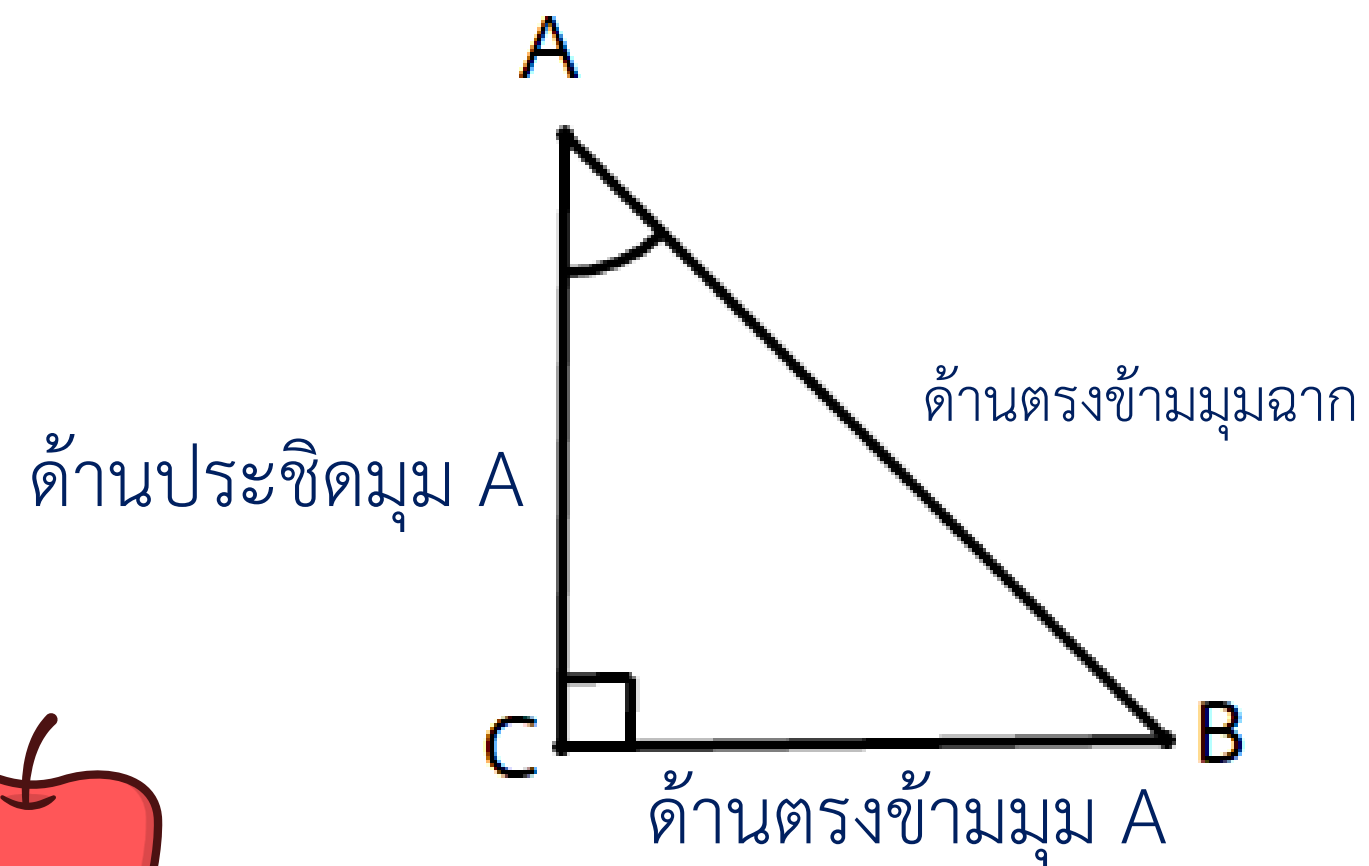
ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติ

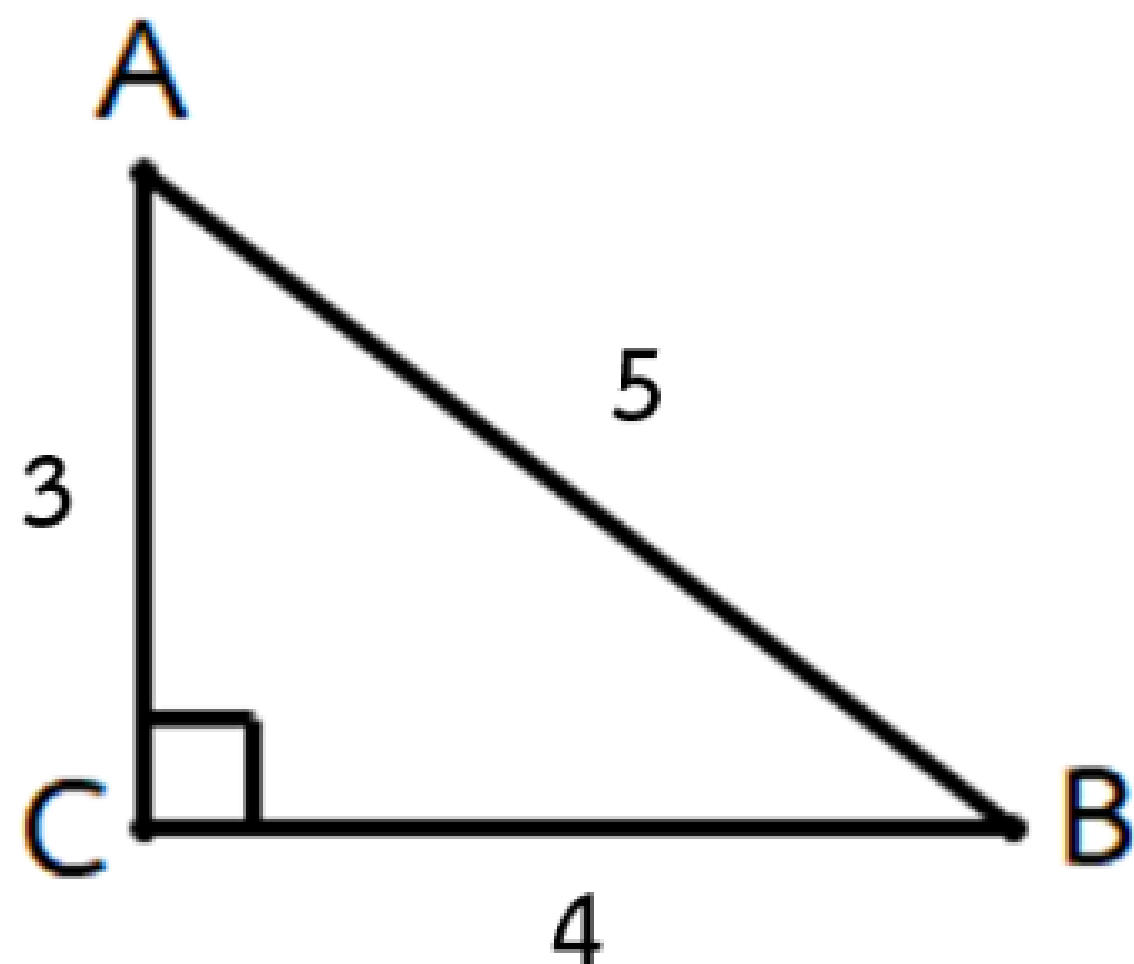


- $\overline{AB}$ เรียกว่า ด้านตรงข้ามมุมฉาก (hypotenuse)
- $\overline{BC}$ เรียกว่า ด้านตรงข้ามมุม A (the opposite side of angle A)
- $\overline{AC}$ เรียกว่า ด้านประชิดมุม A (the adjacent side of angle A)



ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติ





ด้านตรงข้ามมุมฉาก มีความยาวเท่าใด

5 หน่วย

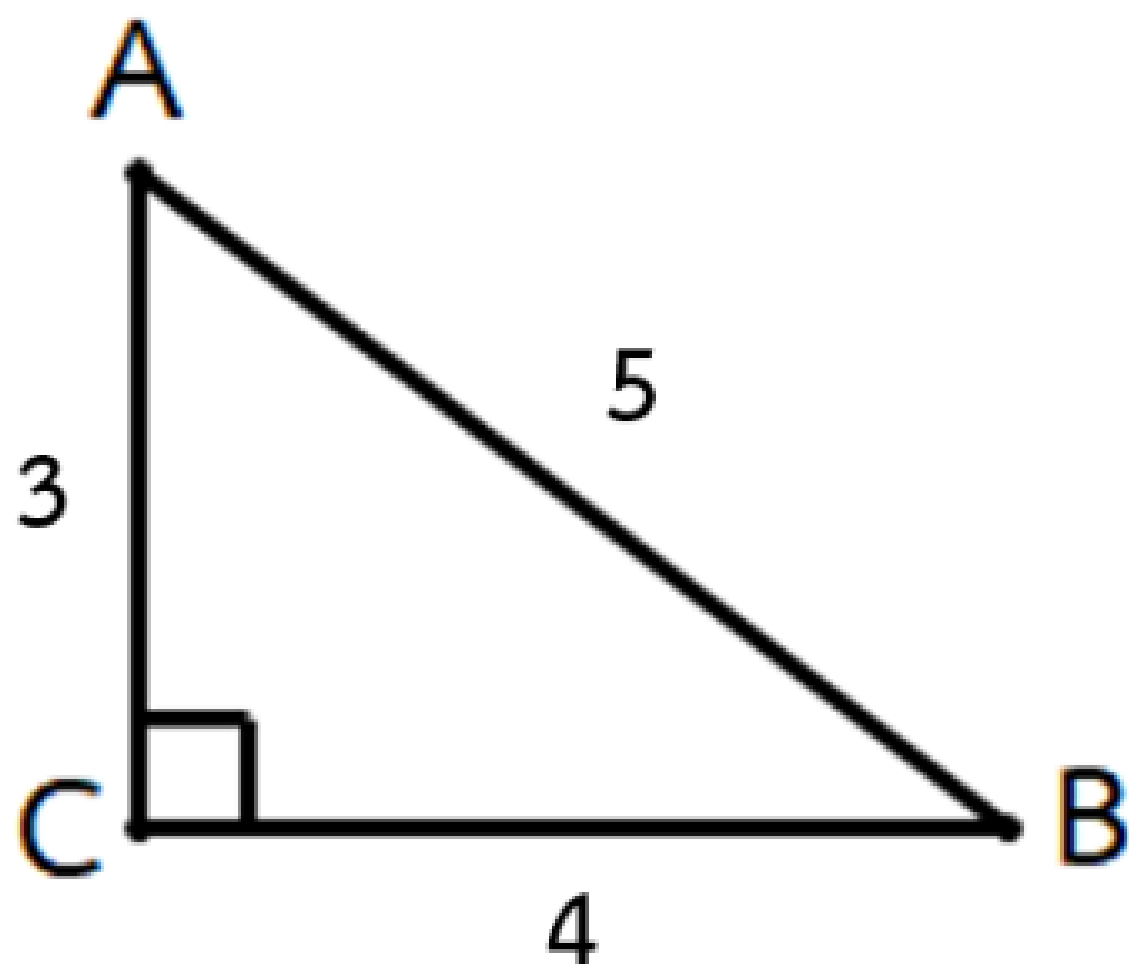
ด้านตรงข้ามมุม A มีความยาวเท่าใด

4 หน่วย

ด้านประชิดมุม A มีความยาวเท่าใด

3 หน่วย





ด้านตรงข้ามมุมฉาก มีความยาวเท่าใด

5 หน่วย

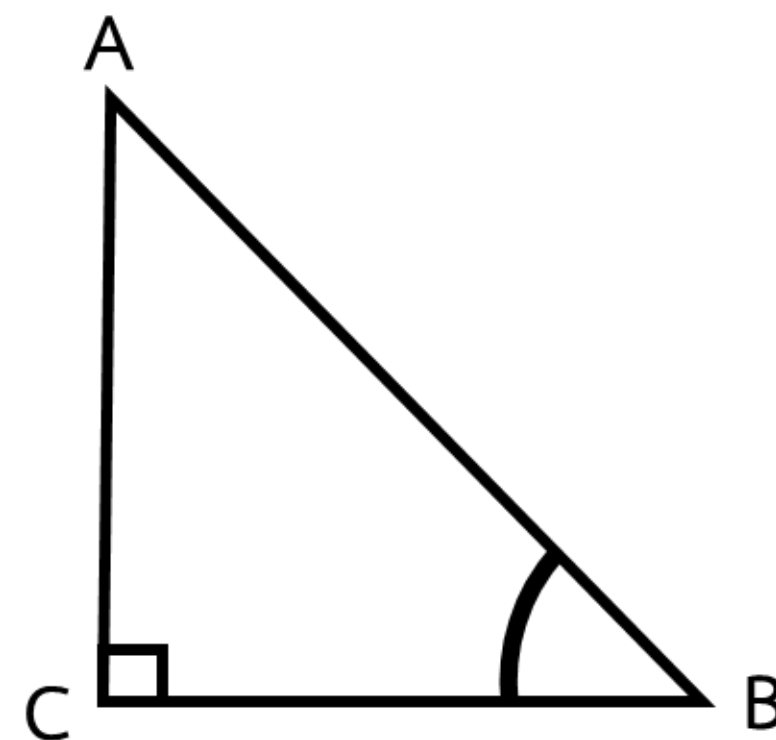
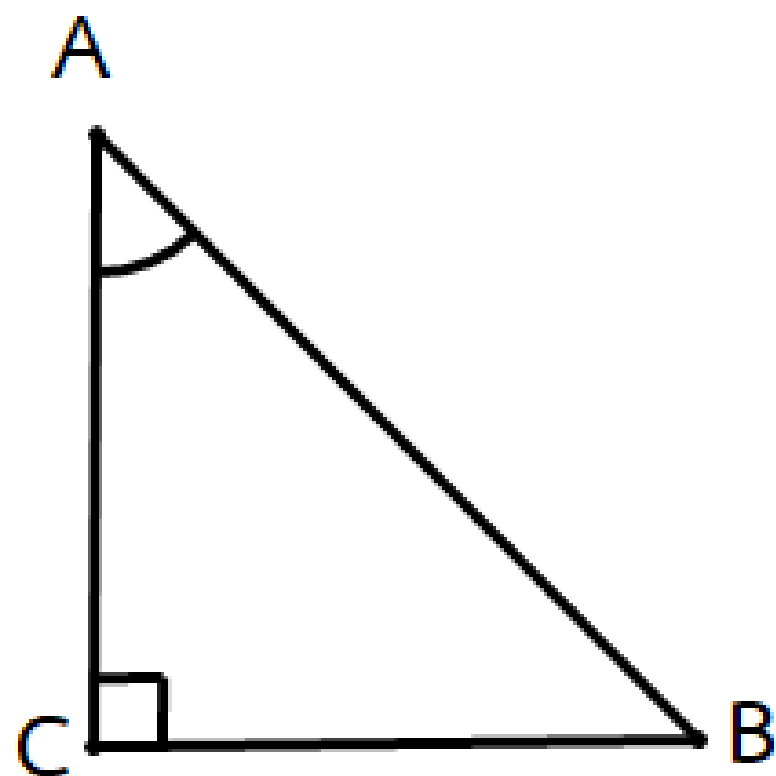
ด้านตรงข้ามมุม B มีความยาวเท่าใด

3 หน่วย

ด้านประชิดมุม B มีความยาวเท่าใด

4 หน่วย





ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก เมื่อพิจารณาอัตราส่วนของความยาวของด้าน
สองด้านที่เกี่ยวข้องกับมุมมุมหนึ่งที่ไม่ใช่มุมฉาก เช่น มุม A จะพบว่า มีอัตราส่วนที่เป็นไปได้
ทั้งหมด 6 แบบ ดังนี้



$$\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

$$\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}$$

$$\frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$
 ✓

$$\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}$$
 ✓

$$\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}$$
 *

$$\frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}$$
 *

ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A

ฉาก

ฉาก

ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A

ความยาวของด้านประชิดมุม A

ฉาก

ฉาก

ความยาวของด้านประชิดมุม A

ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A

ความยาวของด้านประชิดมุม A

ความยาวของด้านประชิดมุม A

ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A

$$\frac{\text{ข้าม}}{\text{ฉาก}}$$

$$\frac{\text{ฉาก}}{\text{ข้าม}}$$

$$\frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ฉาก}}$$

$$\frac{\text{ฉาก}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}$$

$$\frac{\text{ข้าม}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}$$

$$\frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ข้าม}}$$

ข้าม
—
ฉาก

ฉาก
—
ข้าม

ชิด
—
ฉาก

ฉาก
—
ชิด

ข้าม
—
ชิด

ชิด
—
ข้าม

ข้าม
—
ฉาก

ชิด
—
ฉาก

ข้าม
—
ชิด

อัตราส่วน ตรีโกณมิติ

ฉาก
—
ข้าม

ฉาก
—
ชิด

ชิด
—
ข้าม

อัตราส่วน ตรีโกณมิติ

ข้าม
—
ฉาก

ชิด
—
ฉาก

ข้าม
—
ชิด



ใบกิจกรรม 1 : สืบเสาะสมบัติพิเศษ

หน่วยการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค23102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในบริเวณที่กำหนดให้ถูกต้อง

1. ให้นักเรียนแต่ละคนในกลุ่มสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก และมีขนาดของมุม A เท่ากัน ตามที่สมาชิกในกลุ่มได้กำหนดร่วมกัน แต่ความยาวแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมต่างกัน

ใบกิจกรรม 1

สืบเสาะ

สมบัติพิเศษ



1. ให้นักเรียนแต่ละคนในกลุ่มสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก และมีขนาดของมุม A เท่ากัน ตามที่สมาชิกในกลุ่มได้กำหนดร่วมกัน แต่ความยาวแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมต่างกัน



2. ให้นักเรียนแต่ละคน
วัดความยาวด้านแต่ละด้าน
ของรูปสามเหลี่ยม ABC
ของตนเอง และเขียน
ความยาวกำกับด้านไว้
แล้วเติมค่าของอัตราส่วน
ตรีโกณมิติลงในตาราง
ต่อไปนี้



อัตราส่วนตรีโกณมิติ	ค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติที่ได้จากนักเรียนคนที่					
	1	2	3	4	5	6
$\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$						
$\frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$						
$\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}$						

3. จากตารางในข้อ 2) ให้นักเรียนในกลุ่มสังเกตและอภิปรายเกี่ยวกับค่าของ
อัตราส่วนตรีโกณมิติที่ได้ พร้อมทั้งสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับ
อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม A

ข้อความคาดการณ์

.....
.....



4. ให้นักเรียนเปลี่ยนขนาดของมุม A และทำกิจกรรมตามข้อ 1 ถึงข้อ 4 จากนั้น ตรวจสอบข้อความคาดการณ์ ที่ได้จะยังเหมือนเดิมหรือไม่ อย่างไร

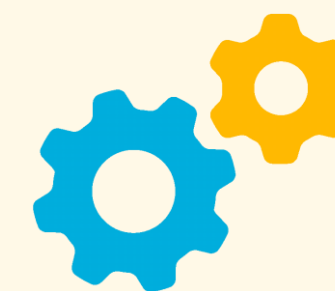
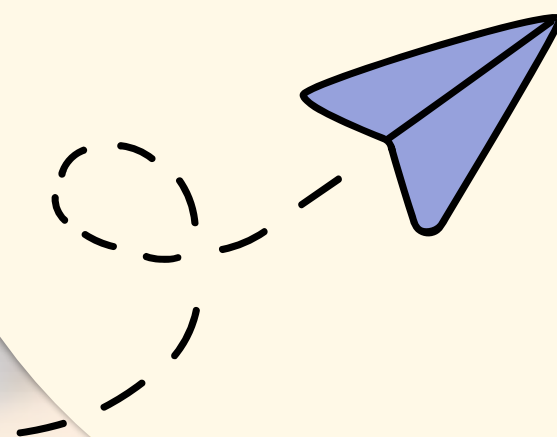




เฉลย

ใบกิจกรรม 1

สืบเสาะสมบัติพิเศษ



อัตราส่วนตรีโกณมิติ	ค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติที่ได้จากนักเรียนคนที่					
	1	2	3	4	5	6
ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก						
ความยาวของด้านประชิดมุม A ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก						
ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A ความยาวของด้านประชิดมุม A						

3. จากตารางในข้อ 2) ให้นักเรียนในกลุ่มสังเกตและอภิปรายเกี่ยวกับค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติที่ได้ พร้อมทั้งสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม A

ข้อความคาดการณ์

.....สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ อัตราส่วนตรีโกณมิติเดียวกัน

.....ของมุมที่มีขนาดเท่ากัน จะมีค่าเท่ากัน



4. ให้นักเรียนเปลี่ยนขนาดของมุม A และทำกิจกรรมตามข้อ 1 ถึงข้อ 4 จากนั้น ตรวจสอบข้อความคาดการณ์ ที่ได้จะยังเหมือนเดิมหรือไม่ อย่างไร

เหมือนเดิม



สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ อัตราส่วนตรีโกณมิติเดียวกัน
ของมุมที่มีขนาดเท่ากัน จะมีค่าเท่ากัน

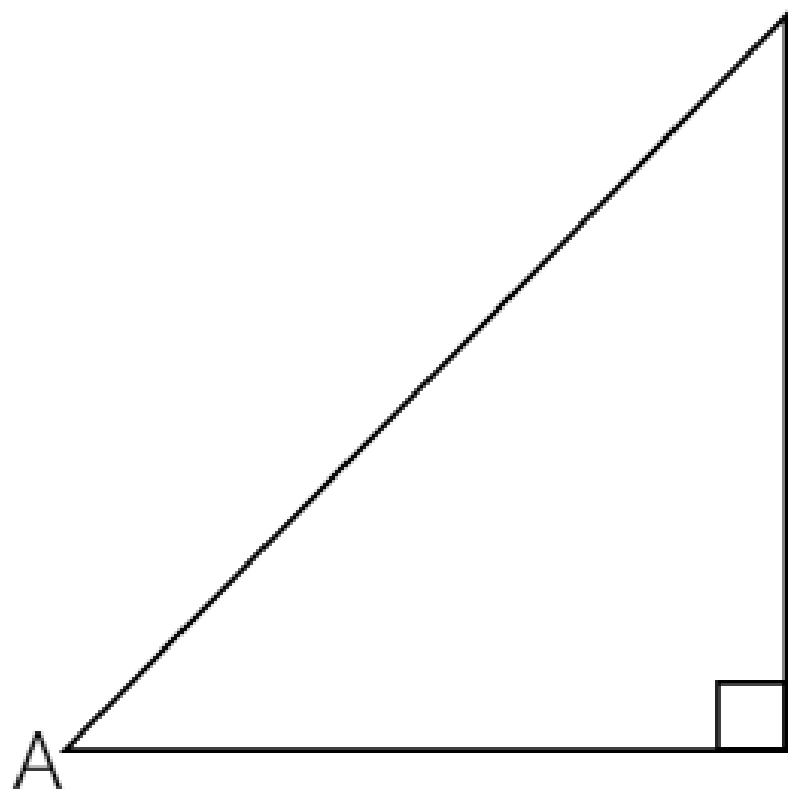
ไซน์
(sine)

โคไซน์
(cosine)

แทนเจนต์
(tangent)



บทนิยาม สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีมุม A เป็นมุมแหลมมุมหนึ่ง



ไซน์ของมุม A

คือ $\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$

โคไซน์ของมุม A

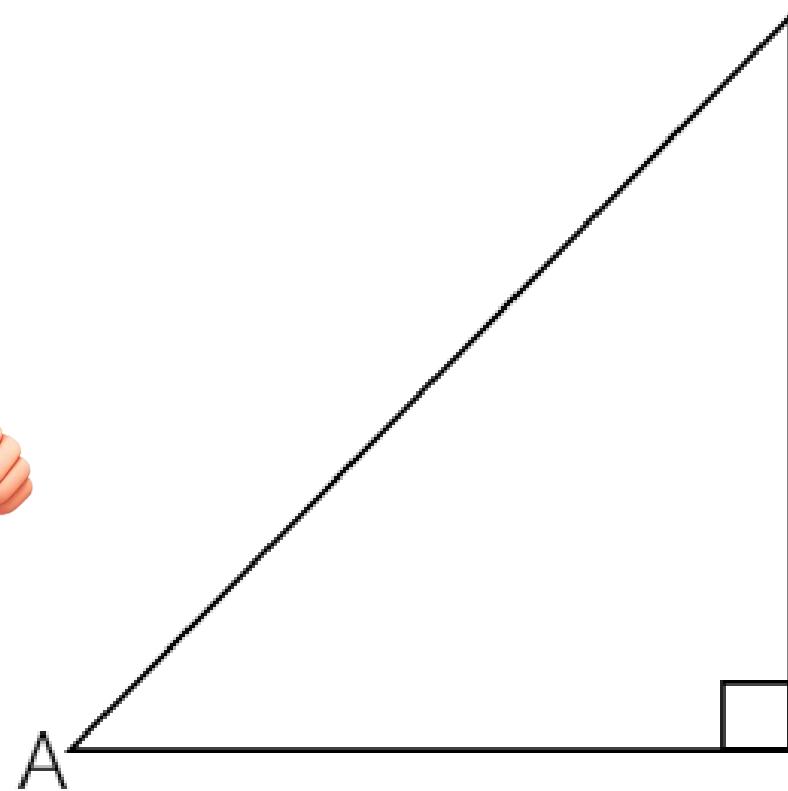
คือ $\frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$

แทนเจนต์ของมุม A

คือ $\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}$



บทนิยาม สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีมุม A เป็นมุมแหลมมุมหนึ่ง

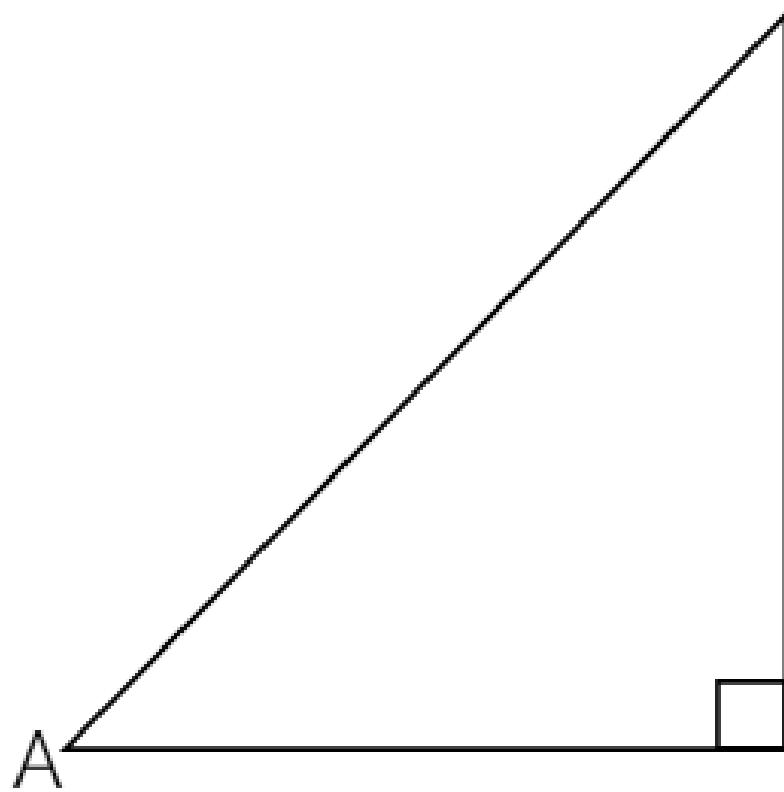


$\sin A$ คือ $\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$

$\cos A$ คือ $\frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$

$\tan A$ คือ $\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}$

บทนิยาม สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีมุม A เป็นมุมแหลมมุมหนึ่ง

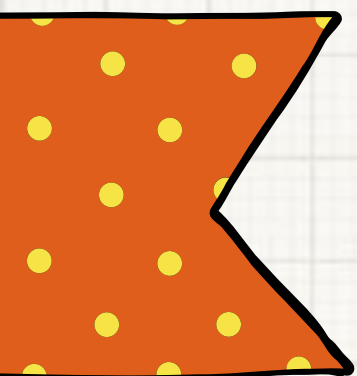


$$\sin A = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ฉาก}}$$

$$\cos A = \frac{\text{ชิด}}{\text{ฉาก}}$$

$$\tan A = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ชิด}}$$



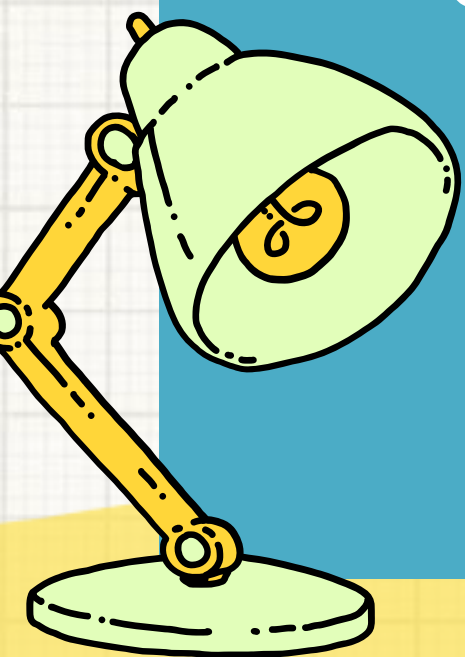


สรุปบทเรียน

สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ

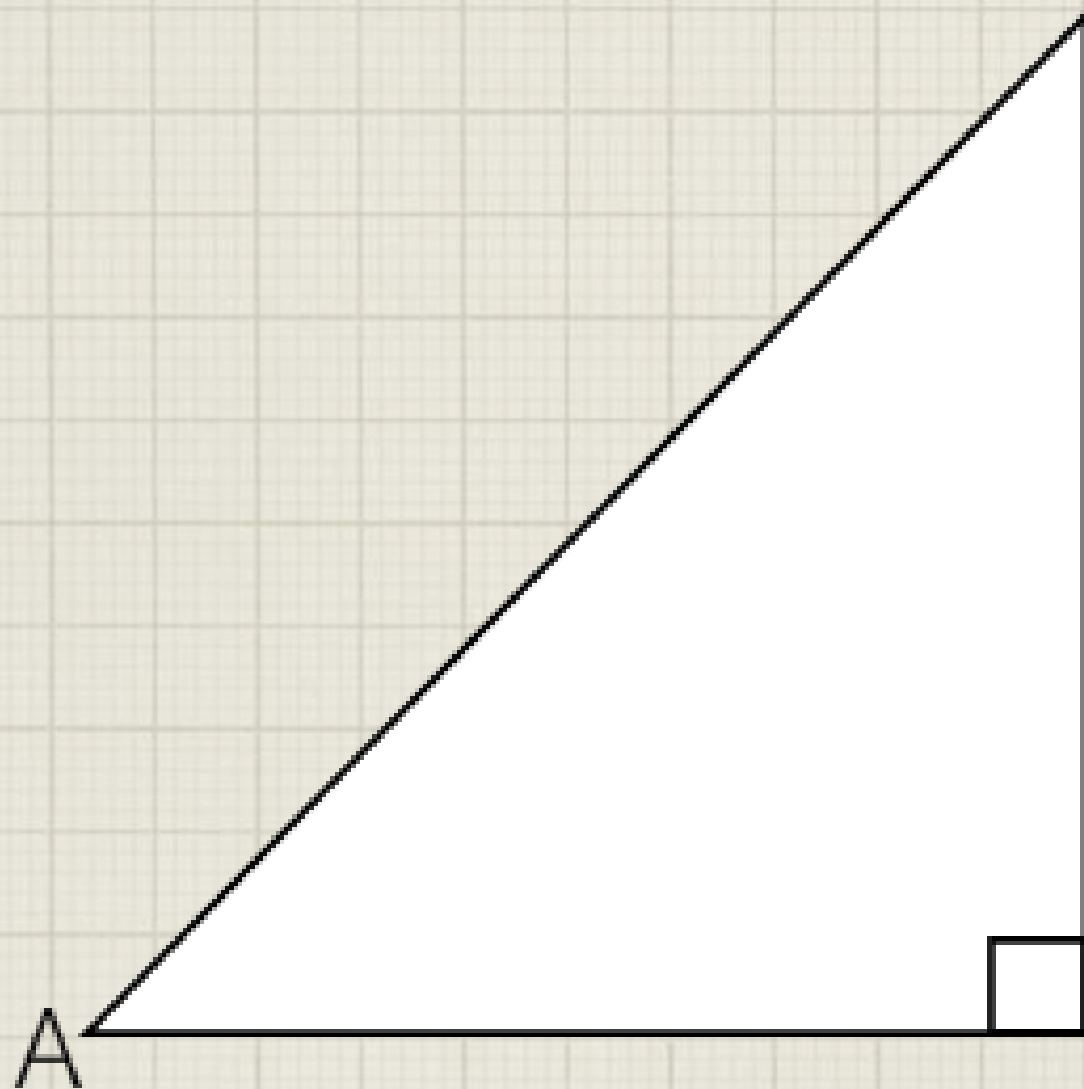
อัตราส่วนตรีโกณมิติเดียวกันของมุมที่มีขนาดเท่ากัน

จะมีค่าเท่ากัน



บทนิยาม

สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีมุม A เป็นมุมแหลมมุมหนึ่ง



ไซน์ของมุม A

คือ $\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$

โคไซน์ของมุม A

คือ $\frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$

แทนเจนต์ของมุม A

คือ $\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}$



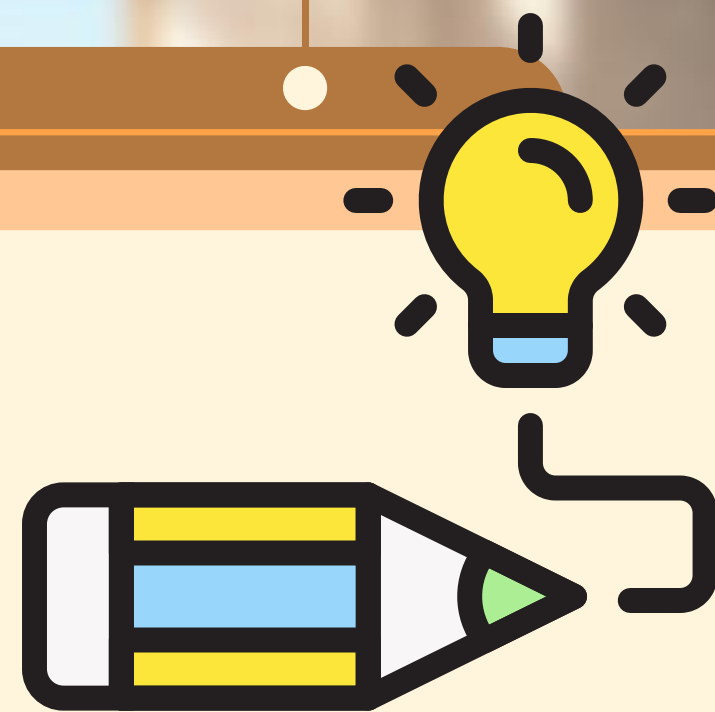
บทเรียนครั้งต่อไป

อัตราส่วนตรีโกณมิติ (1)

ดาวน์โหลดข้อมูลได้ที่ www.dltv.ac.th



สิ่งที่ต้องเตรียม



แบบฝึกหัด 1 :

อัตราส่วนตรีโกณมิติ (1)

ดาวน์โหลดข้อมูลได้ที่ www.dltv.ac.th

