รายวิชา คณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค22102 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต

เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการ
ของรูปสามเหลี่ยม (4)

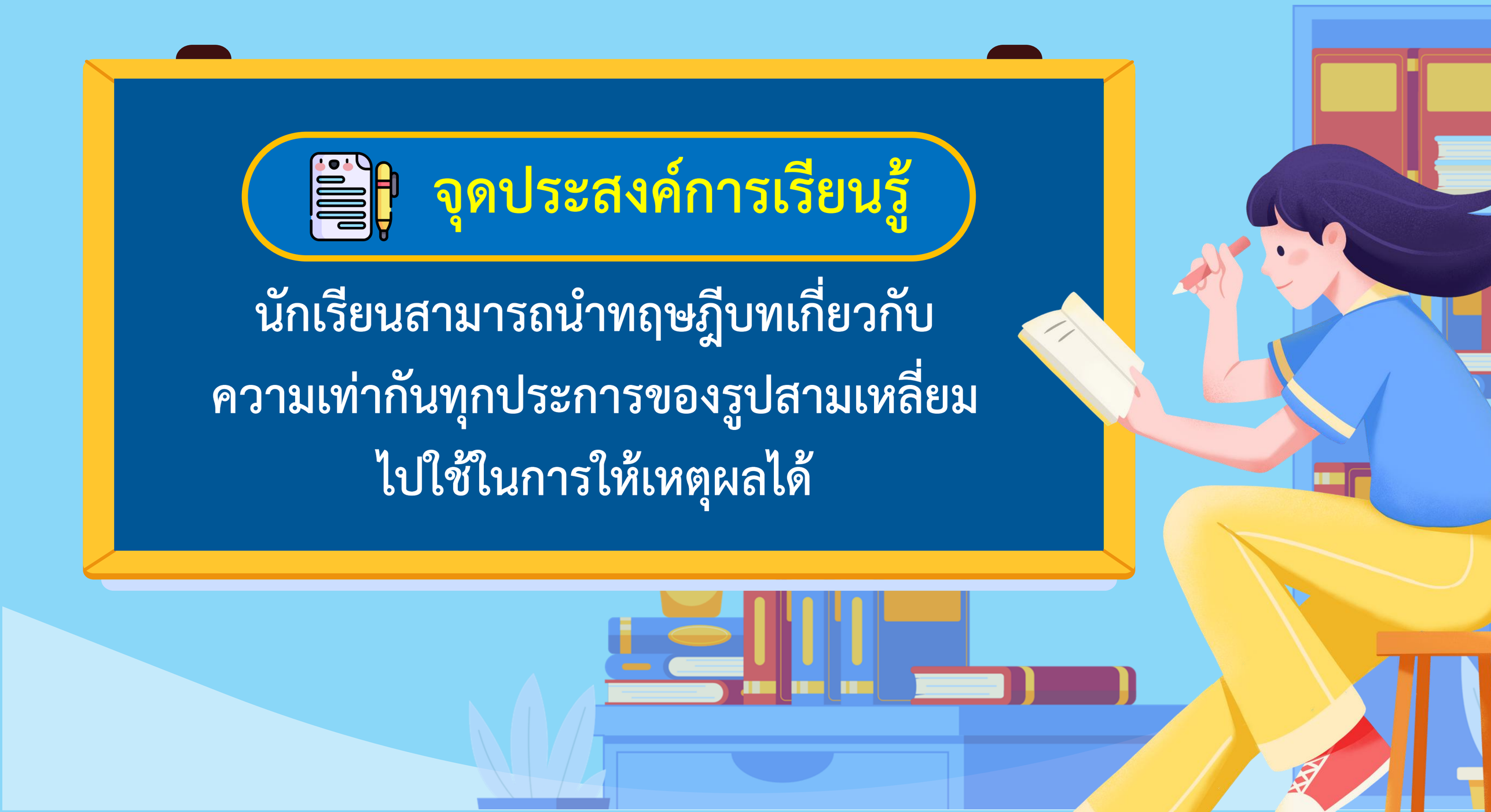
ครูผู้สอน ครูอชรายุ ไชยมงคล

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4
เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการ ของรูปสามเหลี่ยม (4)

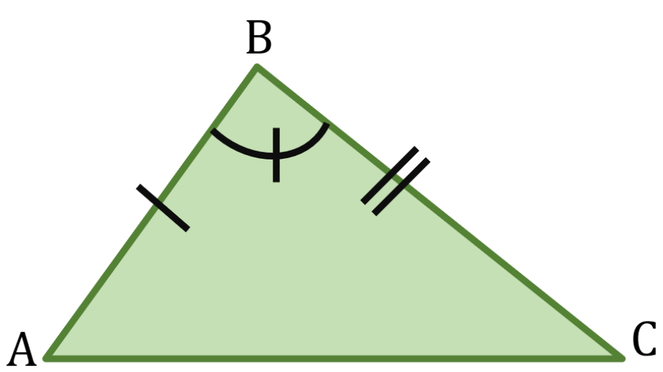
จุดประสงค์การเรียนรู้

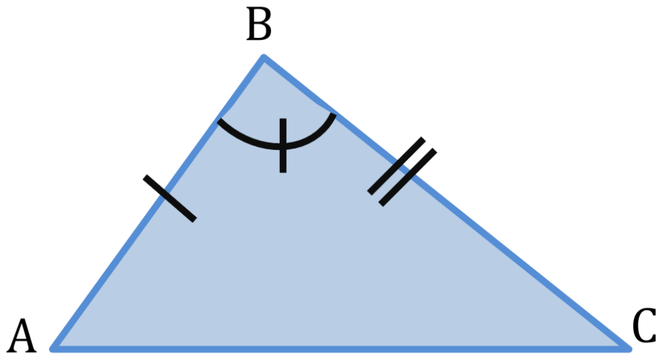
นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับ
ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม
ไปใช้ในการให้เหตุผลได้



ด้าน-มุม-ด้าน

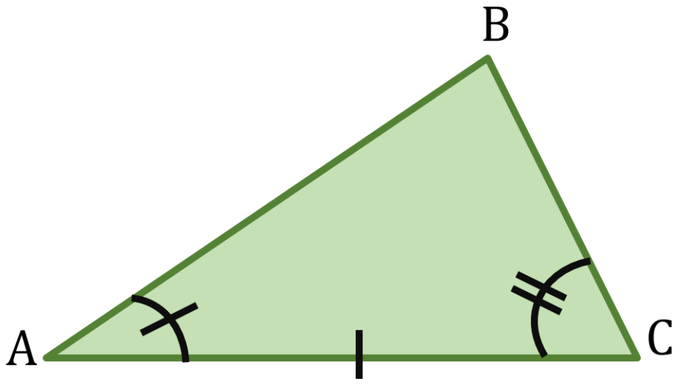
ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูป มีด้านยาวเท่ากันสองคู่ และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ

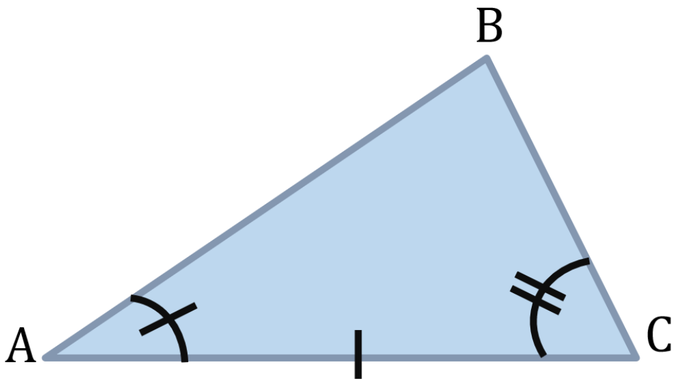




มุม-ด้าน-มุม

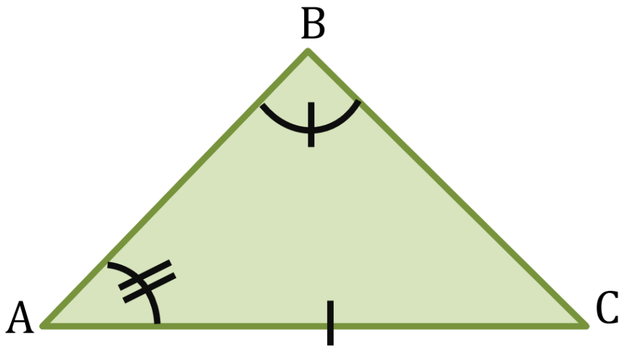
ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และมีด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ

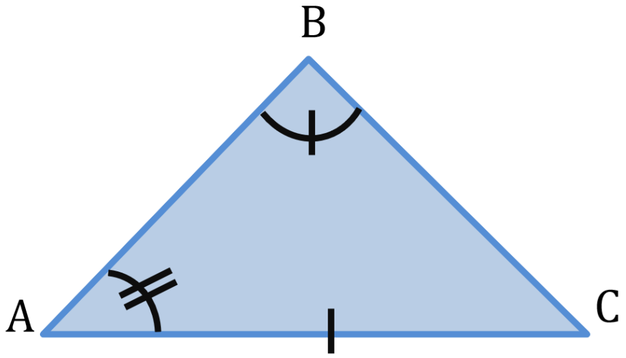




มุม-มุม-ด้าน

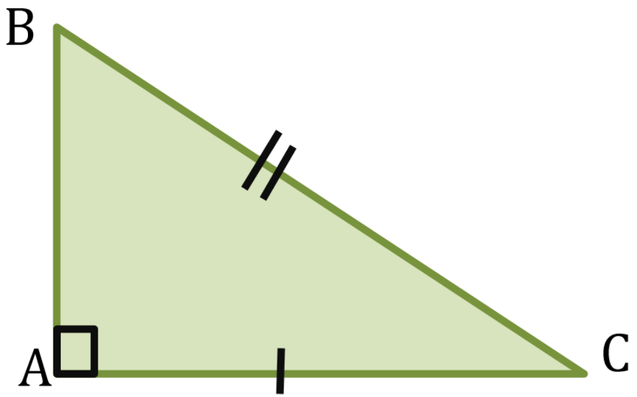
ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน ยาวเท่ากันหนึ่งคู่แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ

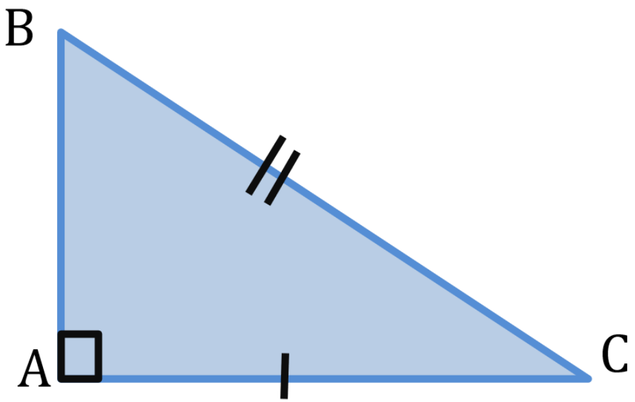




ฉาก-ด้าน-ด้าน

ถ้ารูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูปมีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากัน และมีด้านอื่นอีกหนึ่งคู่ยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ

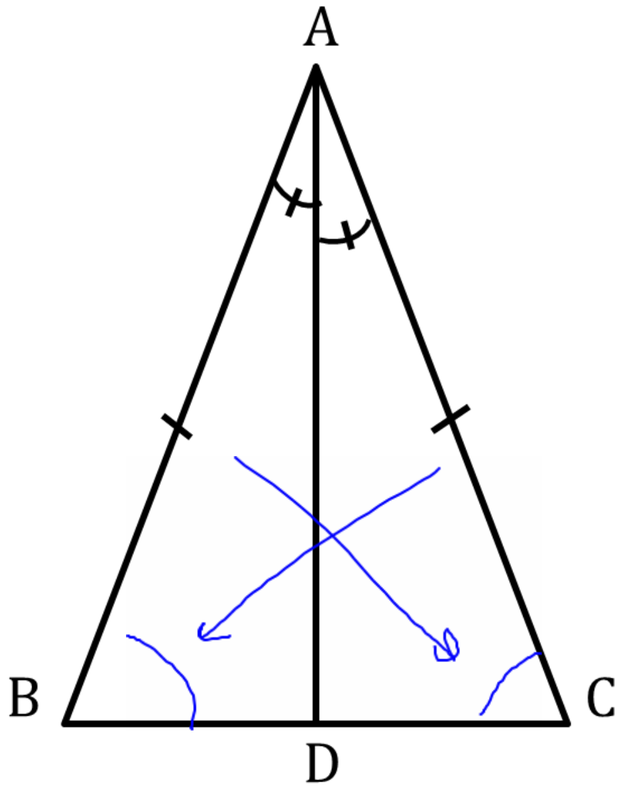




สมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

1. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
คือ รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาวเท่ากันสองด้าน

2. เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
จะแบ่งรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วออกเป็น
รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ

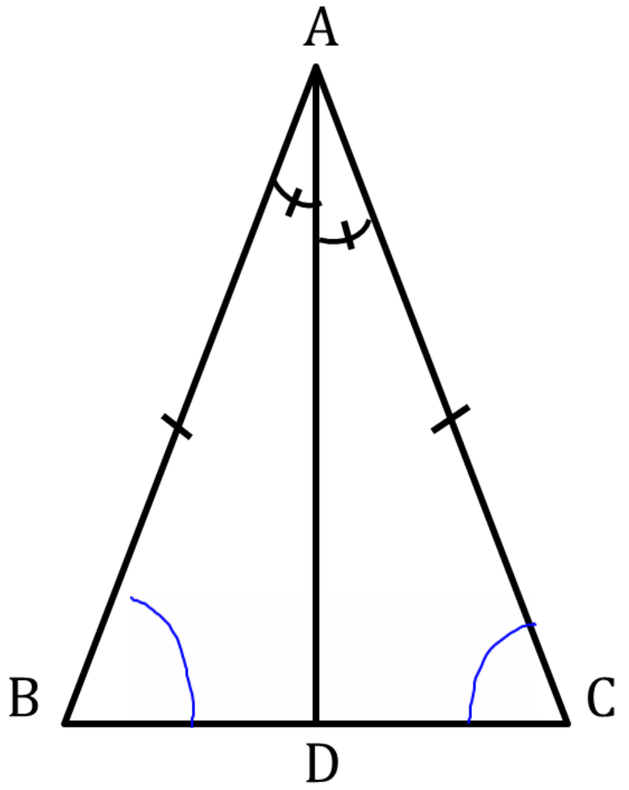


สมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

3. มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
มีขนาดเท่ากัน

4. เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
จะแบ่งครึ่งฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

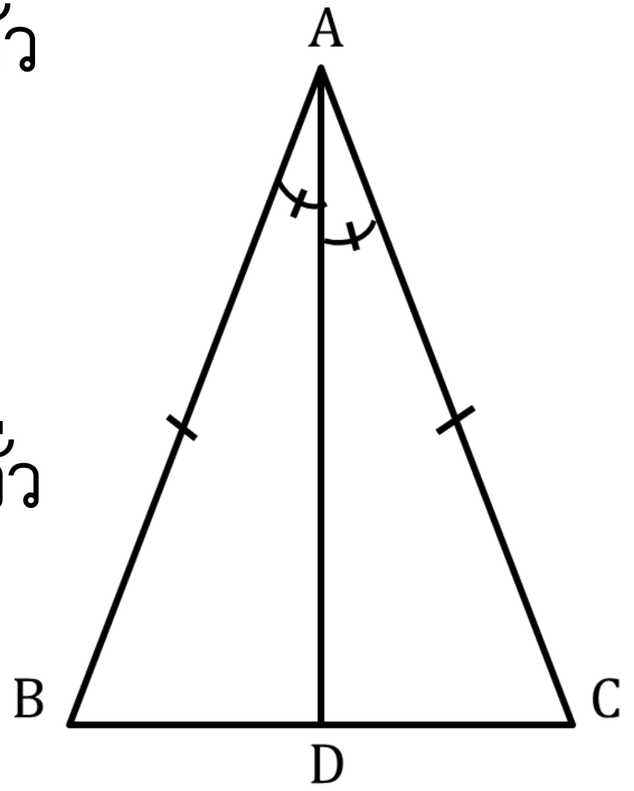
5. เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
จะตั้งฉากกับฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว



สมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

6. เส้นที่ลากจากมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
มาแบ่งครึ่งฐานจะแบ่งครึ่งมุมยอด
ของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

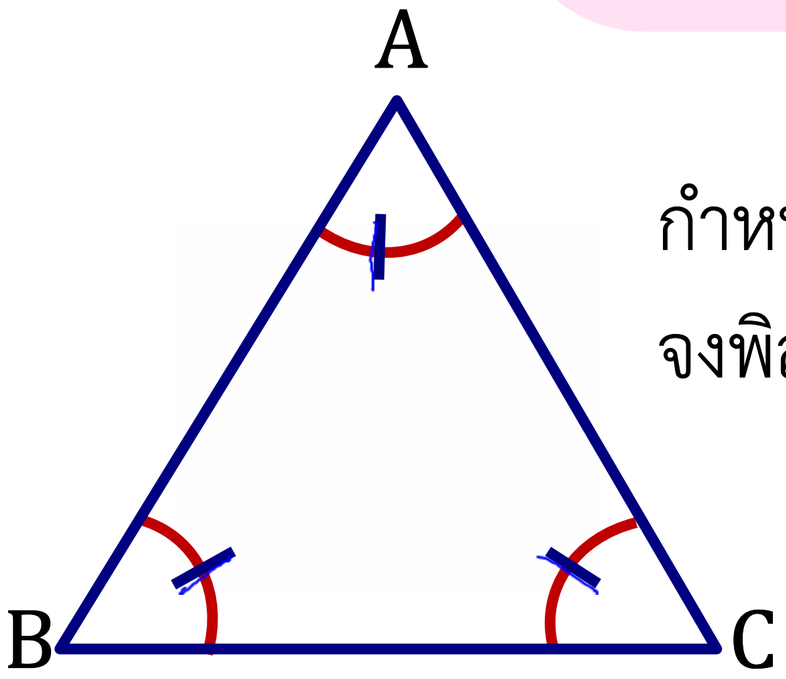
7. เส้นที่ลากจากมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
มาแบ่งครึ่งฐาน จะตั้งฉากกับฐาน
ของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว



การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม

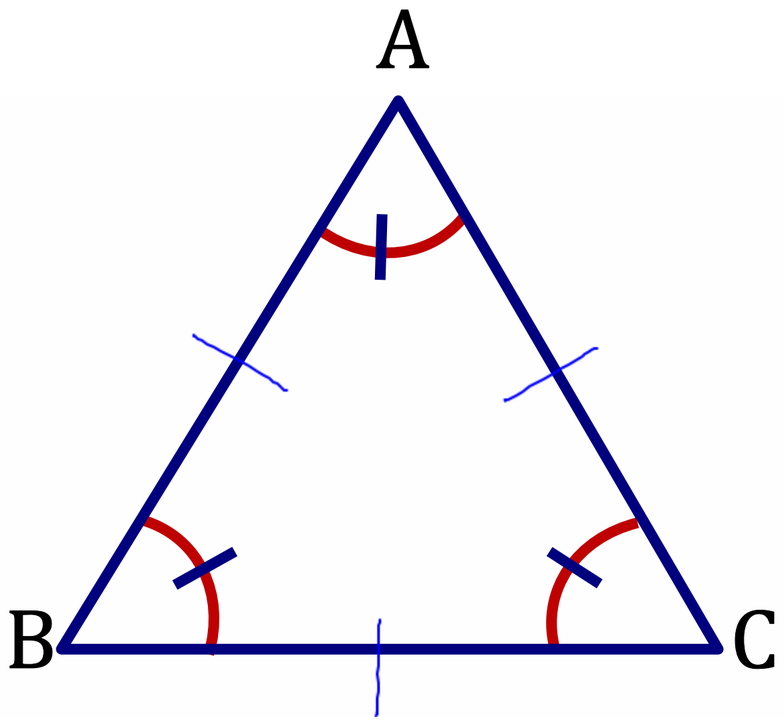
ตัวอย่างที่ 1

ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่ $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C}$ จงพิสูจน์ว่า ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า



กำหนดให้ ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่ $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C}$ จงพิสูจน์ว่า ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม



กำหนดให้ ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่ $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C}$

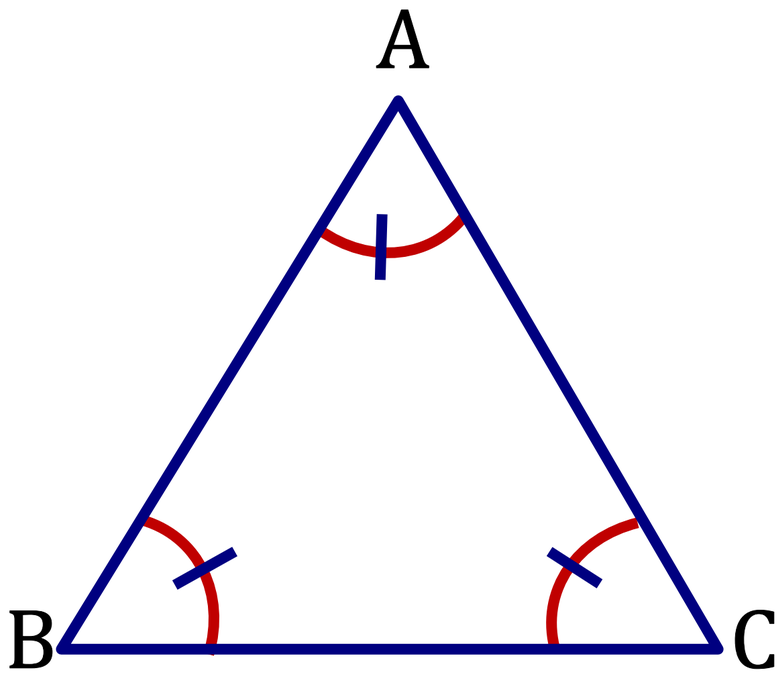
จงพิสูจน์ว่า ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

เนื่องจาก $\hat{A} = \hat{B}$ และ $\hat{B} = \hat{C}$ (กำหนดให้)

จะได้ $BC = AC$ และ $AC = AB$

(ถ้ารูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีมุมที่มี ขนาดเท่ากัน สองมุม แล้วด้านที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน จะยาวเท่ากัน)

การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม



กำหนดให้ ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่ $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C}$

จงพิสูจน์ว่า ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

ดังนั้น $BC = AC = AB$ (สมบัติของการเท่ากัน)

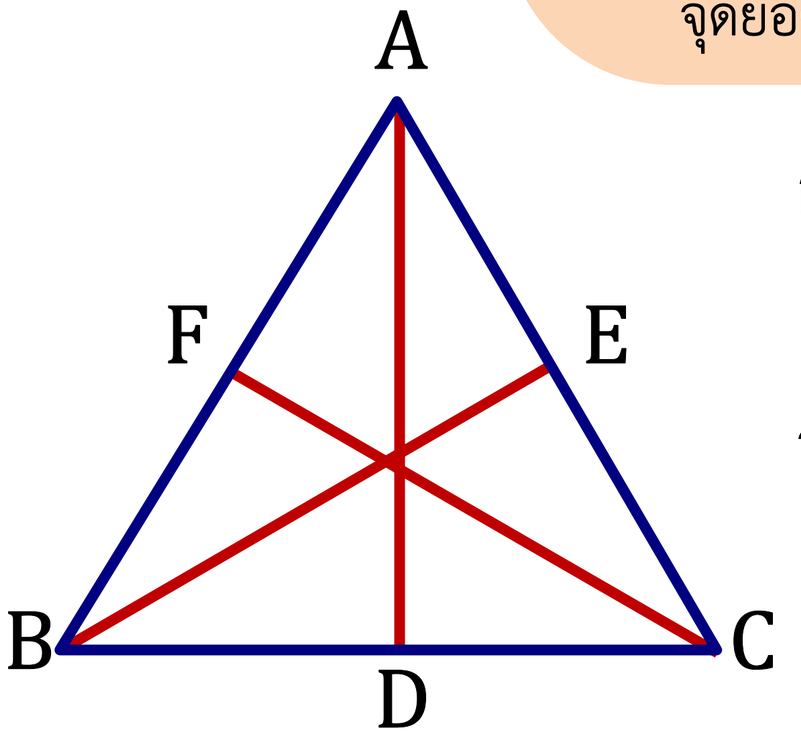
นั่นคือ ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม

ตัวอย่างที่ 2

จงพิสูจน์ว่า เส้นมัธยฐานทั้งสามเส้นของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ายาวเท่ากัน

“เส้นมัธยฐานของรูปสามเหลี่ยม คือ ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดยอดมุมของรูปสามเหลี่ยมกับจุดกึ่งกลางของด้านที่อยู่ตรงข้าม”

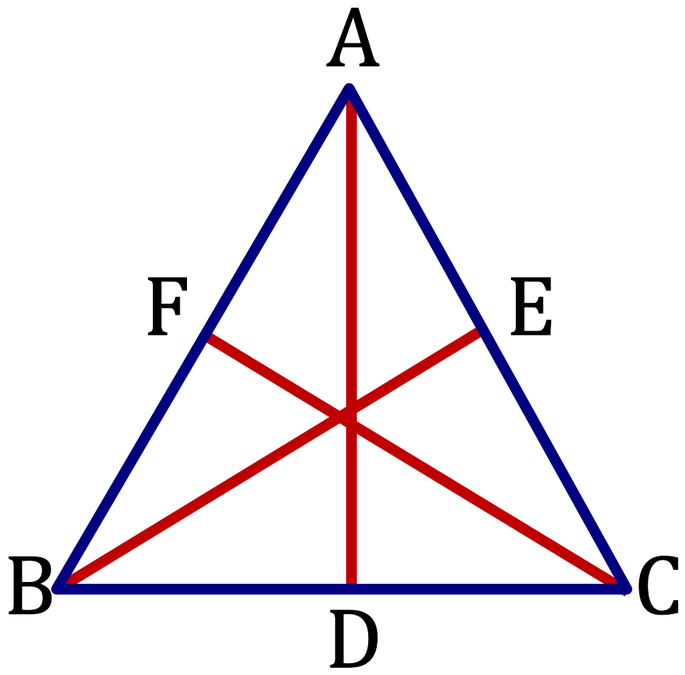


กำหนดให้ ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

มี AD, BE และ CF เป็นเส้นมัธยฐาน

จงพิสูจน์ว่า $AD = BE = CF$

การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม



กำหนดให้ ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

มี AD, BE และ CF เป็นเส้นมัธยฐาน

จงพิสูจน์ว่า $AD = BE = CF$

$AB = CB$ (ด้านของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า)

$A\hat{B}D = C\hat{B}F$ (มุมร่วม)

$BD = BF$ (ด้านที่ถูกแบ่งด้วยเส้นมัธยฐาน)

ดังนั้น $\Delta ABC \cong \Delta CBF$ (ด้าน-มุม-ด้าน)

ดังนั้น $AD = CF$ (ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการจะยาวเท่ากัน)

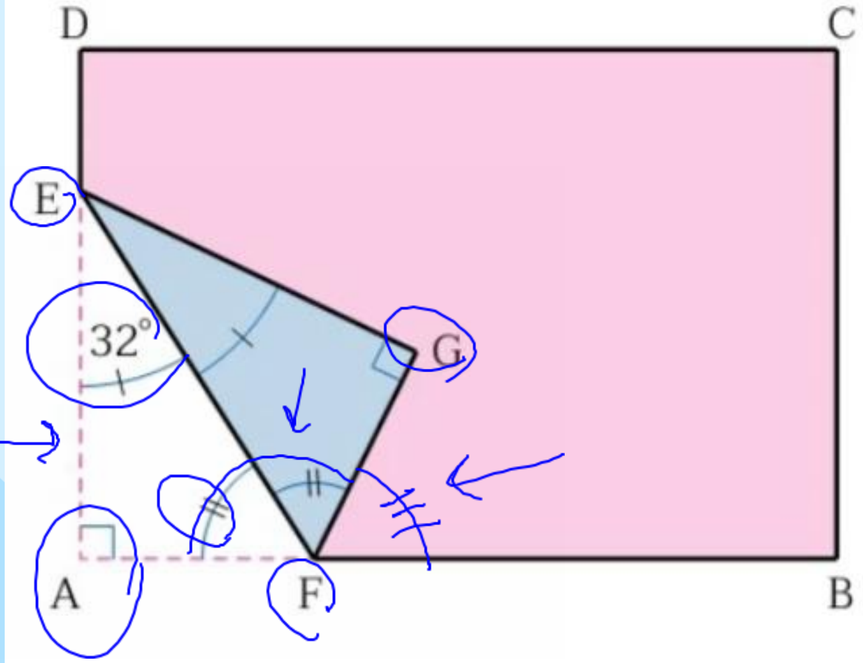
และ $AD = BE$ (ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการจะยาวเท่ากัน)

นั่นคือ $AD = BE = CF$ (สมบัติของการเท่ากัน)

การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม

ตัวอย่างที่ 3

แพรวาพับมุมกระดาษแผ่นหนึ่ง ได้ดังรูป จงหาขนาดของ $G\hat{F}B$



แนวคิด จาก ΔAEF จะได้

$$A\hat{F}E + 90 + 32 = 180$$

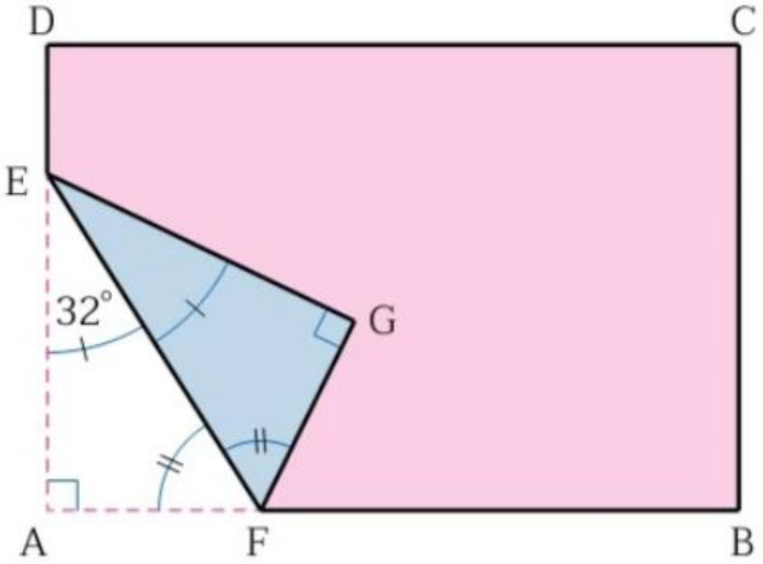
(ขนาดของมุมภายในทั้งสามมุมของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเท่ากับ 180 องศา)

ดังนั้น $A\hat{F}E = 58$ (สมบัติของการเท่ากัน)

การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม

ตัวอย่างที่ 3

แพรวาพับมุมกระดาษแผ่นหนึ่ง ได้ดังรูป จงหาขนาดของ $G\hat{F}B$



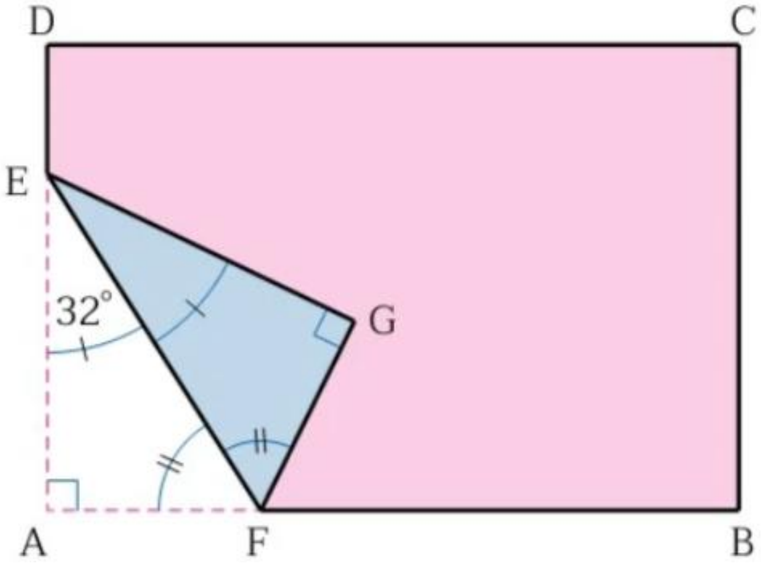
เมื่อพับกระดาษไปแล้ว รูปเดิมและรูปใหม่ที่ได้จากการพับเท่ากันทุกประการ ดังนั้น ΔAEF และ ΔGEF

จะได้ $G\hat{F}E = 58$ (มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ จะมีขนาดเท่ากัน)

การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม

ตัวอย่างที่ 3

แพรวาพับมุมกระดาษแผ่นหนึ่ง ได้ดังรูป จงหาขนาดของ $G\hat{F}B$



เนื่องจาก $A\hat{F}E + G\hat{F}E + G\hat{F}B = 180$

(ขนาดของมุมตรง)

จะได้ $58 + 58 + G\hat{F}B = 180$

(สมบัติของการเท่ากัน)

$G\hat{F}B = 64$

(สมบัติของการเท่ากัน)

แบบฝึกหัดที่ 9

เรื่อง ทฤษฎีสำคัญเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว (3)

(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)

แบบฝึกหัดที่ 9 : ทฤษฎีสำคัญเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว (3)

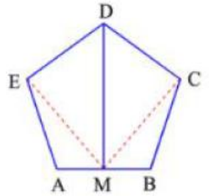
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (4)

รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

โจทย์ รูป ABCDE เป็นรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า มีจุด M เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AB}$ ลาก $\overline{DM}$ จงพิสูจน์ว่า $\hat{EDM} = \hat{CDM}$



กำหนดให้ .....

.....

.....

ต้องการพิสูจน์ว่า

พิสูจน์ ลาก $\overline{EM}$ และ $\overline{CM}$

เนื่องจาก $\Delta EAM \cong \Delta CBM$ .....

.....

.....

ดังนั้น $EM = CM$ .....

.....

จะได้ $\Delta DEM \cong \Delta DCM$ .....

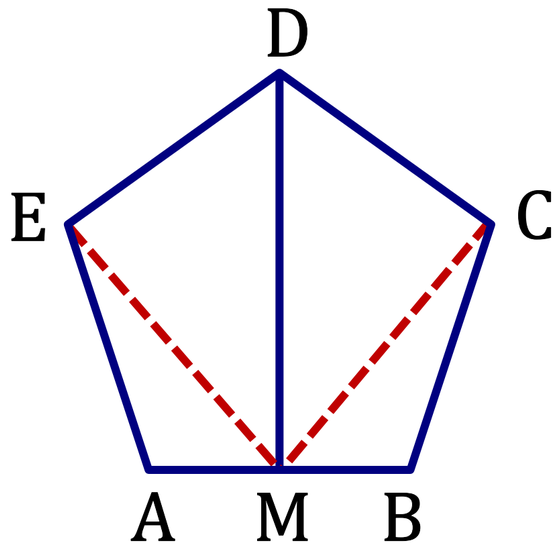
ดังนั้น $\hat{EDM} = \hat{CDM}$ .....

.....

.....

แบบฝึกหัดที่ 9

โจทย์ รูป $ABCDE$ เป็นรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า มีจุด M เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AB}$ ลาก $\overline{DM}$ จงพิสูจน์ว่า $E\hat{D}M = C\hat{D}M$



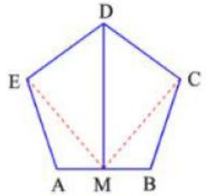
เฉลยแบบฝึกหัดที่ 9

เรื่อง ทฤษฎีสำคัญเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว (3)

(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)

แบบฝึกหัดที่ 9 : ทฤษฎีสำคัญเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว (3)
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9
เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (4)
รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

โจทย์ รูป ABCDE เป็นรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า มีจุด M เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AB}$ ลาก $\overline{DM}$ จงพิสูจน์ว่า $\hat{EDM} = \hat{CDM}$



กำหนดให้ .....

.....

.....

ต้องการพิสูจน์ว่า

พิสูจน์ ลาก $\overline{EM}$ และ $\overline{CM}$

เนื่องจาก $\Delta EAM \cong \Delta CBM$ .....

.....

.....

ดังนั้น $EM = CM$ .....

.....

จะได้ $\Delta DEM \cong \Delta DCM$ .....

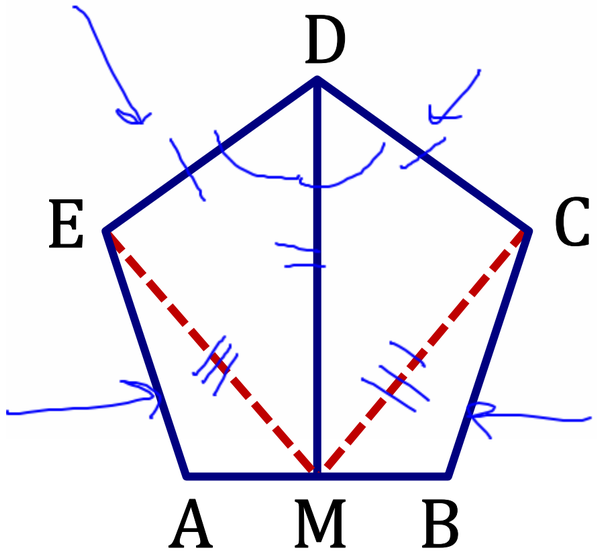
ดังนั้น $\hat{EDM} = \hat{CDM}$ .....

.....

.....

แบบฝึกหัดที่ 9

โจทย์ รูป ABCDE เป็นรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า มีจุด M เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AB}$ ลาก $\overline{DM}$ จงพิสูจน์ว่า $E\hat{D}M = C\hat{D}M$

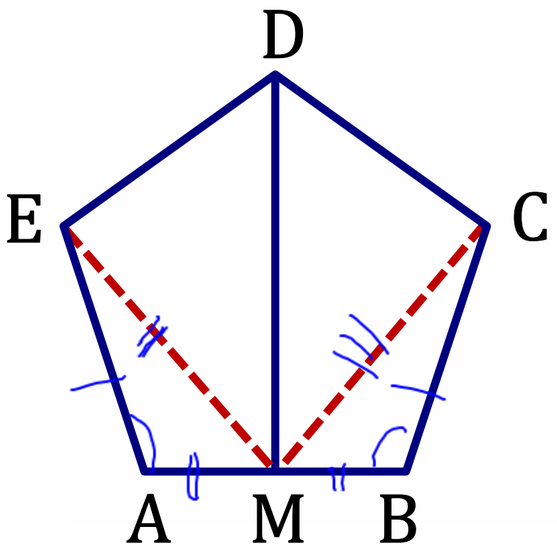


กำหนดให้ รูป ABCDE เป็นรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า
มีจุด M เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AB}$ ลาก $\overline{DM}$

ต้องพิสูจน์ว่า $E\hat{D}M = C\hat{D}M$

แบบฝึกหัดที่ 9

โจทย์ รูป ABCDE เป็นรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า มีจุด M เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AB}$ ลาก $\overline{DM}$ จงพิสูจน์ว่า $E\hat{D}M = C\hat{D}M$



พิจารณา $\triangle EAM$ และ $\triangle CBM$

$EA = CB$ ด้านของรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่า

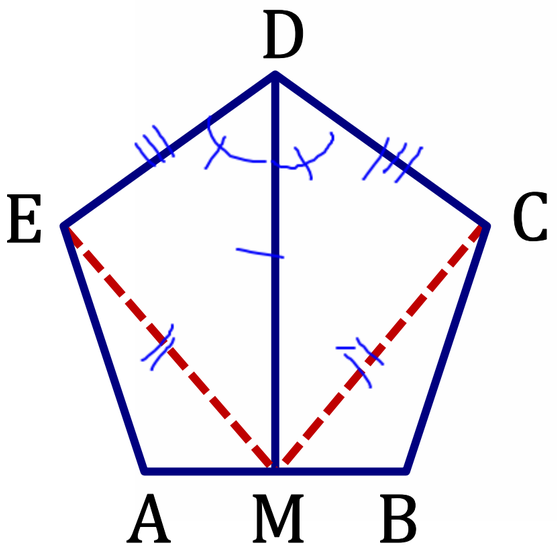
$AM = BM$ มี M เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AB}$

$E\hat{A}M = C\hat{B}M$ มุมของรูปห้าเหลี่ยมมุมเท่า

ดังนั้น $\triangle EAM \cong \triangle CBM$ (ด้าน-มุม-ด้าน)

แบบฝึกหัดที่ 9

โจทย์ รูป ABCDE เป็นรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า มีจุด M เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AB}$ ลาก $\overline{DM}$ จงพิสูจน์ว่า $E\hat{D}M = C\hat{D}M$



$EM = CM$ (ด้านที่คู่ที่สมนัยกัน)

$DM = DM$ (เป็นด้านร่วม)

$ED = CD$ (ด้านของรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่า)

ดังนั้น $\triangle DEM \cong \triangle DCM$ (ด้าน-ด้าน-ด้าน)

$E\hat{D}M = C\hat{D}M$ (มุมคู่ที่สมนัยกัน)

สรุปบทเรียน

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (ด.ม.ด.) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่ และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากันแล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (ม.ด.ม.) กล่าวคือมีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และมีด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ

สรุปบทเรียน

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (ด.ด.ด) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสามคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ มุม–มุม–ด้าน (ม.ม.ด.) กล่าวคือ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน ยาวเท่ากันหนึ่งคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ

สรุปบทเรียน

ถ้ารูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูปมีสัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน–ด้าน (ฉ.ด.ด.) กล่าวคือ มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากันและมีด้านอื่นอีกหนึ่งคู่ยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ

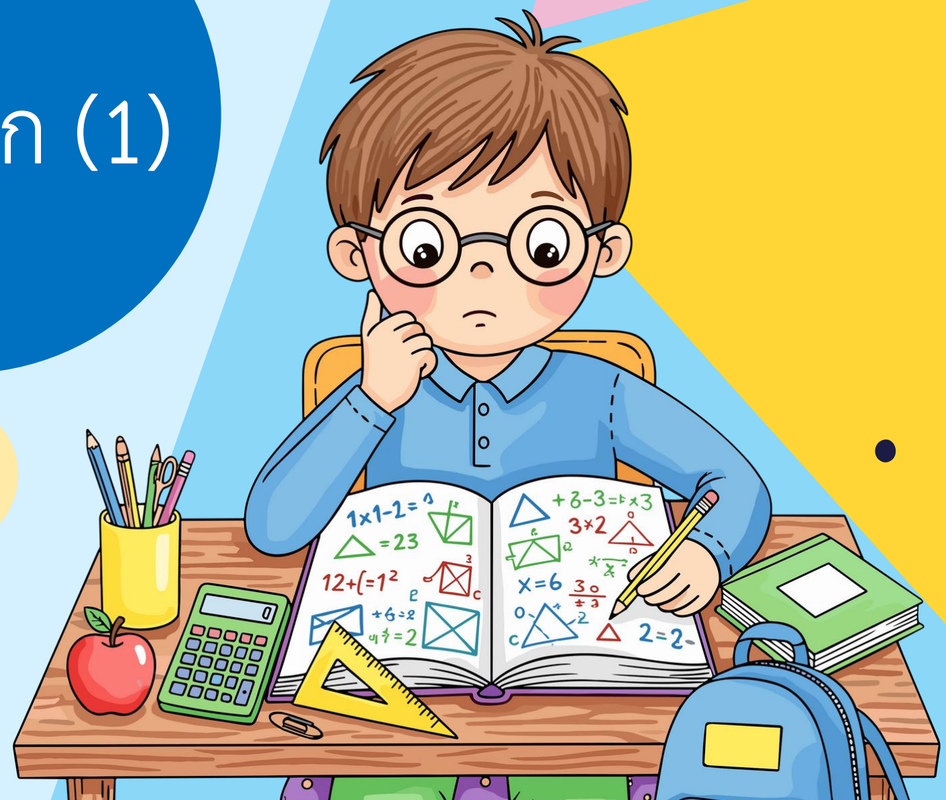
สมบัติต่าง ๆ ของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

ทฤษฎีบทต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องของรูปสามเหลี่ยม

บทเรียนครั้งต่อไป

นำการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ไปใช้ในชีวิตประจำวัน (1)

สิ่งที่ต้องเตรียม

ใบกิจกรรมที่ 3 :
สันตรง วงเวียน เขียนแบบโอลิมปิก (1)

(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)