

รายวิชา คณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค22102 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต

เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต

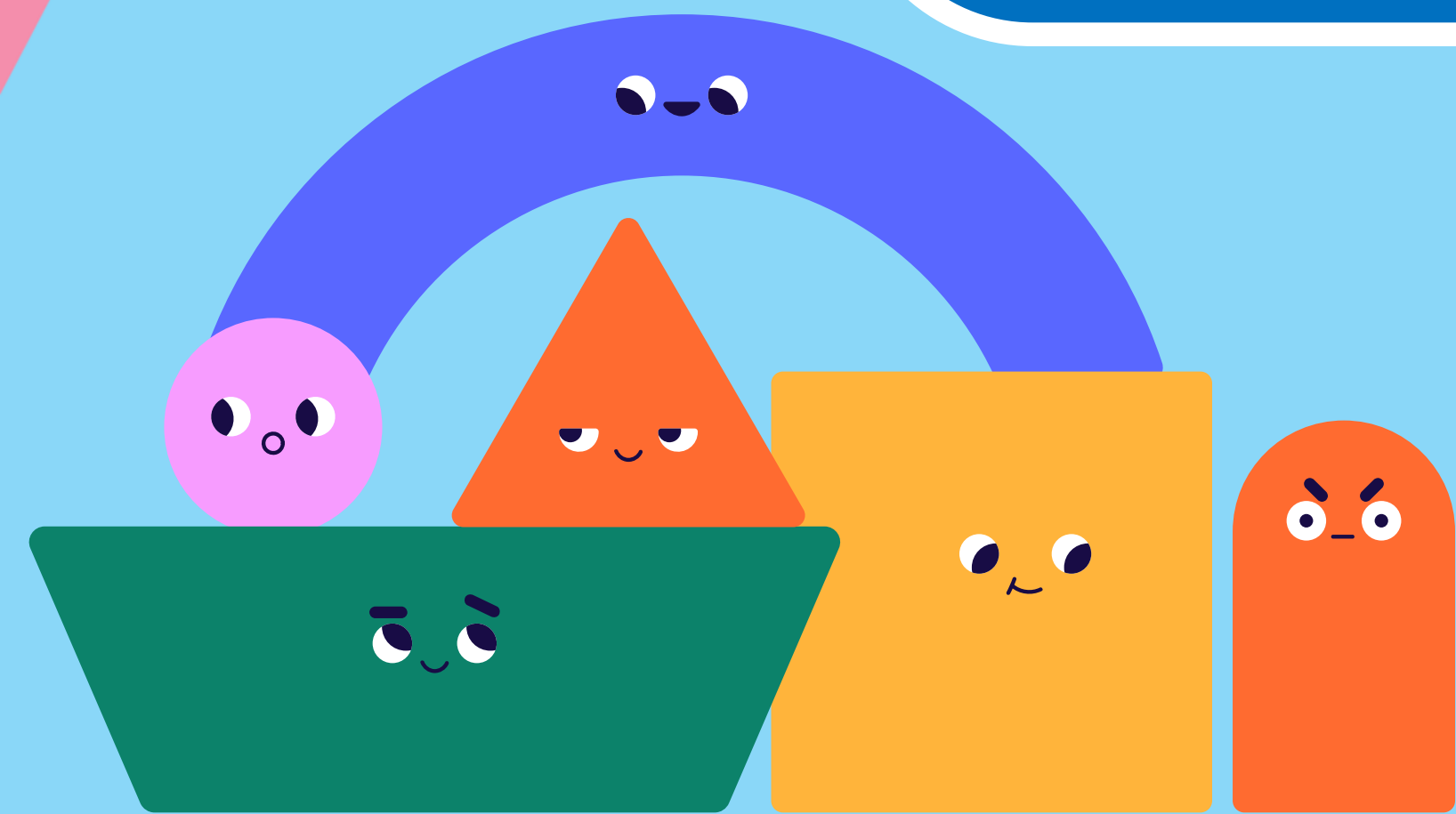
ครูผู้สอน ครูอชรายุ ไชยมงคล



หน่วยการเรียนรู้ที่ 4

เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต

การให้เหตุผลทางเรขาคณิต





จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถวิเคราะห์ อธิบายบทนิยาม
สมบัติของจำนวน และสมบัติทางเรขาคณิต
ในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต



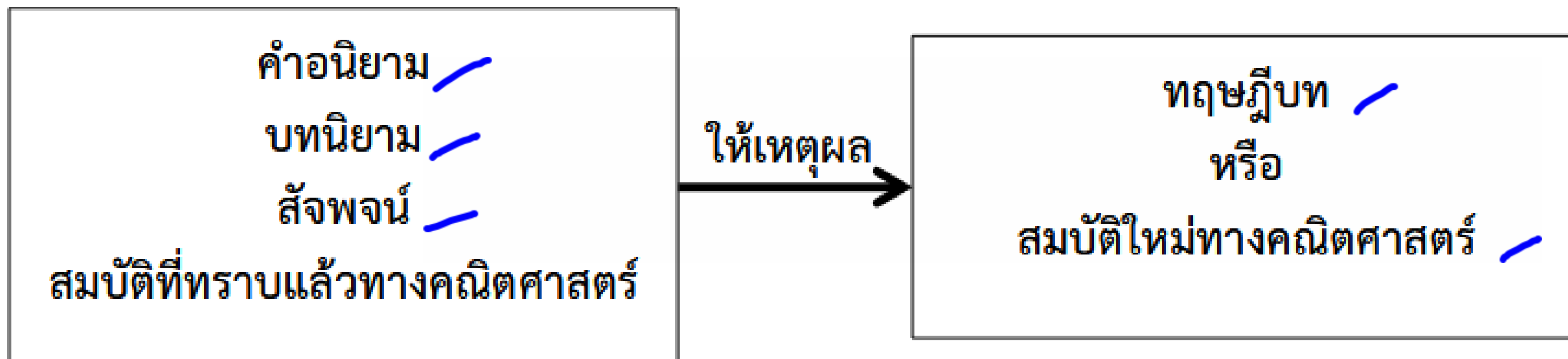


ทบทวนข้อความเงื่อนไข

- ประโยคเงื่อนไขประกอบด้วยข้อความสองข้อความที่มีคำเชื่อมว่า “ถ้า... แล้ว..” โดยประโยคหลังคำว่า ถ้า เป็นเหตุ และประโยคหลังคำว่า แล้ว เป็นผล
- บทกลับของประโยคเงื่อนไขคือการเขียนประโยคเงื่อนไขโดยนำผลของประโยคมีเงื่อนไขมาเขียนเป็นเหตุและนำเหตุของประโยคมีเงื่อนไขมาเขียนเป็นผล
- ในทางคณิตศาสตร์เมื่อประโยคมีเงื่อนไขเป็นจริงและมีบทกลับเป็นจริง อาจเขียนเป็นประโยคเดียวกันโดยใช้คำว่า “ก็ต่อเมื่อ” เชื่อมข้อความทั้งสองในประโยคมีเงื่อนไขนั้นได้และประโยคที่ได้ก็จะเป็นจริงด้วย



แนวคิดพื้นฐานเกี่ยวกับระบบการพิสูจน์



ข้อกำหนด บทนิยาม สัจพจน์ ใดๆอย่างหนึ่งหรือหลายอย่างประกอบกันในการให้เหตุผล เพื่อพิสูจน์ข้อความต่าง ๆ ว่าเป็นจริงหรือไม่เป็นจริง ข้อความที่พิสูจน์ได้ว่าเป็นจริงอาจนำมา สรุปเป็นทฤษฎีบทหรือสมบัติทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำไปใช้อ้างอิงในการให้เหตุผลและสร้างทฤษฎีบทใหม่ต่อไปได้



แนวคิดพื้นฐานเกี่ยวกับระบบการพิสูจน์

การพิสูจน์ข้อความในส่วนปัญหาที่กำหนดให้ดำเนินการเป็นขั้นตอนดังต่อไปนี้

- 1) อ่านและทำความเข้าใจข้อความหรือโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้
โดยการพิจารณาว่าโจทย์กำหนดอะไรบ้างและต้องการพิสูจน์อะไร





แนวคิดพื้นฐานเกี่ยวกับระบบการพิสูจน์

การพิสูจน์ข้อความในส่วนปัญหาที่กำหนดให้ดำเนินการเป็นขั้นตอนดังต่อไปนี้

2) วิเคราะห์ย้อนกลับจากผลหรือสิ่งที่โจทย์ต้องการให้พิสูจน์ไปหาเหตุหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ โดยพิจารณาว่าในแต่ละขั้นที่เป็นผลย่อย ๆ ก่อนผลสุดท้ายนั้นต้องเกิดจากเหตุอันใดบ้าง และจากเหตุนั้น ต้องอาศัยบทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีหรือสมบัติทางคณิตศาสตร์ใดบ้าง มาประกอบเพื่ออ้างอิงไปสู่ผลย่อย ๆ เหล่านั้น ทำเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนกว่าผลย่อย ๆ นั้น มาจากเหตุที่เป็นสิ่งที่โจทย์กำหนดให้



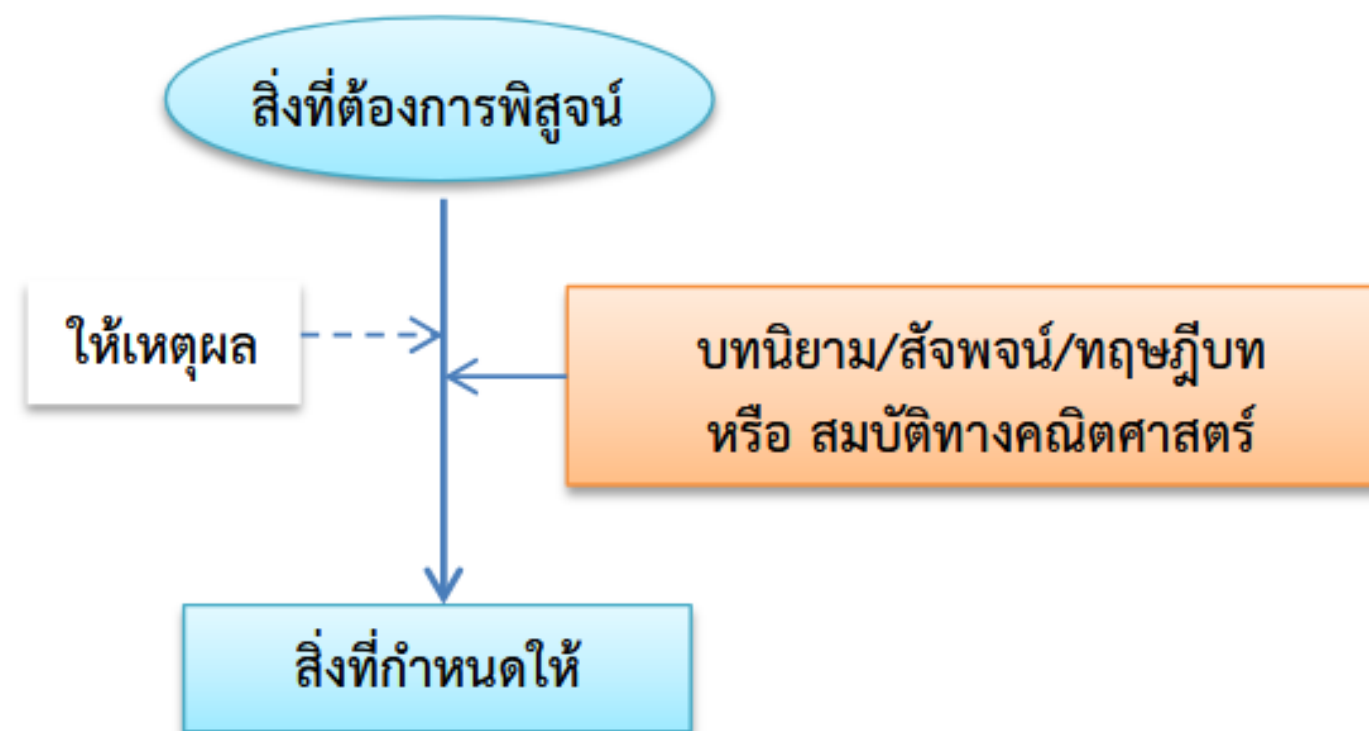
แนวคิดพื้นฐานเกี่ยวกับระบบการพิสูจน์

การพิสูจน์ข้อความในส่วนปัญหาที่กำหนดให้ดำเนินการเป็นขั้นตอนดังต่อไปนี้

3) การเขียนแสดงการพิสูจน์

จากเหตุหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ผนวกกับเหตุผล
ตามที่วิเคราะห์ได้มาเขียนตามลำดับเหตุและผล
จนได้ผลสุดท้ายเป็นสิ่งที่โจทย์ต้องการให้พิสูจน์
การวิเคราะห์ย้อนกลับและลำดับขั้นการเขียน

การวิเคราะห์ย้อนกลับและการเขียนแสดงการพิสูจน์





แนวคิดพื้นฐานเกี่ยวกับระบบการพิสูจน์

การพิสูจน์

ข้อความทางคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่อยู่ในรูปประโยคมีเงื่อนไข การพิสูจน์ข้อความทางคณิตศาสตร์ที่เป็นประโยคเงื่อนไข แบ่งเป็น 2 กรณี คือ

1) การพิสูจน์ว่าข้อความเป็นจริง

การพิสูจน์ว่าข้อความ เป็นจริง นั้น
จะต้องให้เหตุผลเพื่อแสดงว่า
เมื่อเหตุเป็นจริงแล้ว
เหตุนั้นทำให้เกิดผลที่เป็นจริงเสมอ

2) การพิสูจน์ว่าข้อความไม่เป็นจริง

การพิสูจน์ว่าข้อความ ไม่เป็นจริง นั้น
วิธีหนึ่งคือ การให้เหตุผลเพื่อแสดงว่า
เมื่อเหตุเป็นจริงแล้ว
เหตุนั้นทำให้ผลสรุปที่ได้ไม่เป็นจริง



การให้เหตุผลทางเรขาคณิต

การให้เหตุผลทางเรขาคณิตมีความเกี่ยวข้องกับ
กับ คำนิยาม บทนิยาม สัจพจน์
และทฤษฎีบท





อนิยาม คือ คำหรือข้อความที่มีการตกลงกัน
ว่าไม่ต้องให้ความหมายหรือคำจำกัดความ

เช่น จุด เส้นตรง ระนาบ





บทนิยาม คือ คำหรือข้อความที่มีการให้ความหมาย
หรือคำจำกัดความไว้อย่างชัดเจน
เพื่อทุกคนจะได้เข้าใจถูกต้องตรงกัน





ตัวอย่างบทนิยาม



รังสี



รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส



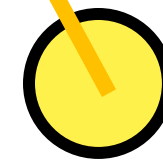
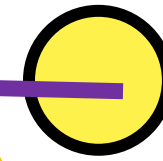
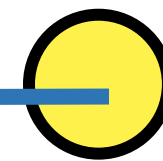
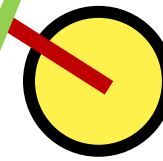
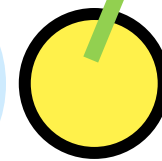
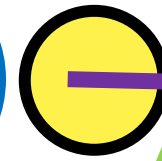
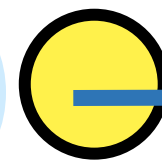
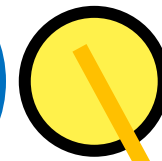
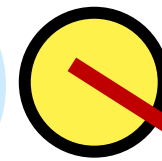
มุมตรง



รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว



รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน



1. รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามขนานกันสองคู่

2. ส่วนหนึ่งของเส้นตรง ซึ่งมีจุดปลายเพียงจุดเดียว

3. มุมที่แขนทั้งสองของมุมอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน
ซึ่งมีขนาด 2 มุมฉาก หรือ 180 องศา

4. รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาวเท่ากันสองด้าน

5. รูปสี่เหลี่ยมที่มีมุมทุกมุมเป็นมุมฉากและมี
ด้านทุกด้านยาวเท่ากัน

สัจพจน์ คือ ข้อความที่ตกลงกันหรือยอมรับว่าเป็นจริง
โดยไม่ต้องพิสูจน์ และนำไปใช้อ้างเพื่อการพิสูจน์ข้อความอื่น
ว่าเป็นจริงได้

- ปลายทั้งสองของเส้นตรงอาจถูกต่อออกไปได้ไม่จำกัดความยาว
- เส้นตรงสองเส้นตัดกันเพียงจุดเดียวเท่านั้น
- ส่วนของเส้นตรงเส้นหนึ่งมีจุดกึ่งกลางได้เพียงจุดเดียวเท่านั้น



ทฤษฎีบท แทนข้อความที่ยอมรับว่าเป็นจริง
โดยข้อความเหล่านั้นได้มีการพิสูจน์ โดยอาศัย อนิยาม
บทนิยาม สัจพจน์ และวิธีการอย่างมีเหตุผล และข้อพิสูจน์
นั้นเป็นการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผล

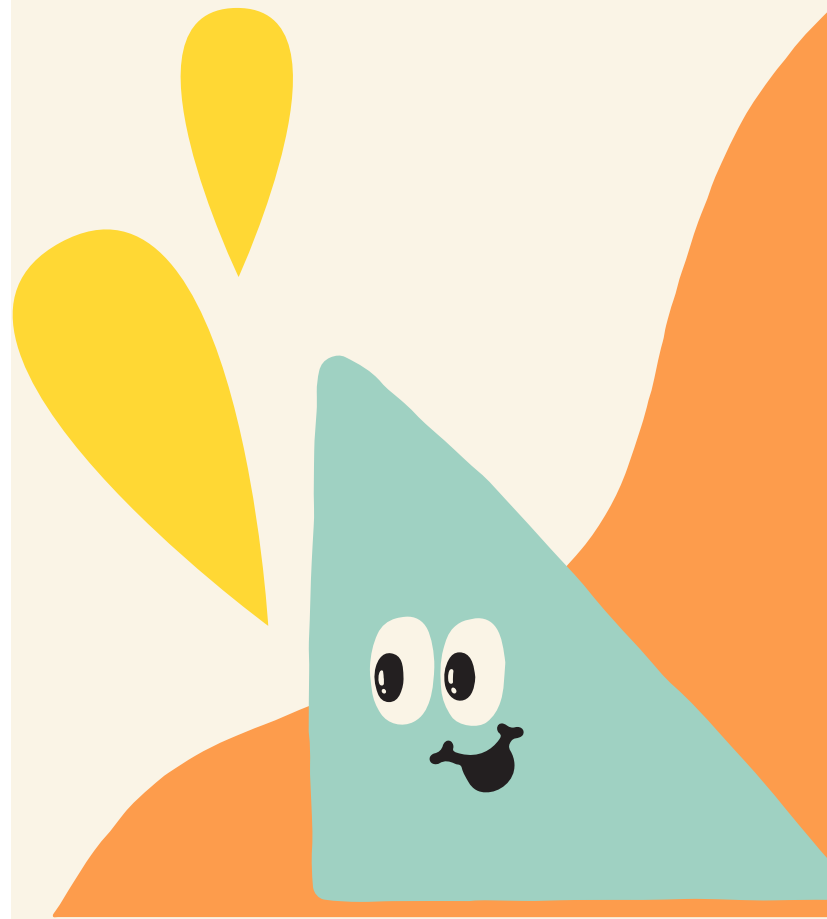
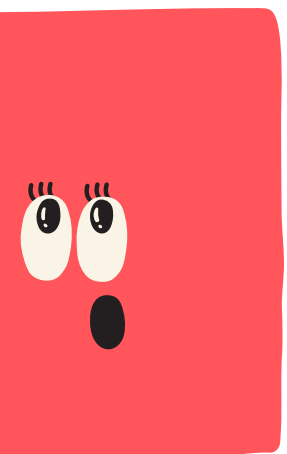
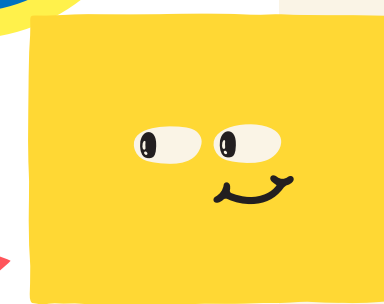
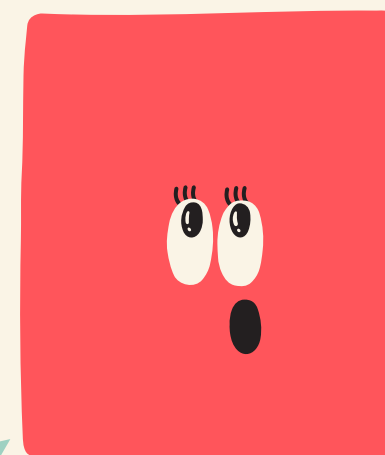


แนวคิดพื้นฐานเกี่ยวกับระบบการพิสูจน์



ทฤษฎีบทในบทเรียนนี้

- ❖ ด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งจะยาวเท่ากัน
ก็ต่อเมื่อ มุมที่อยู่ตรงข้ามกับด้านทั้งสองนั้น มีขนาดเท่ากัน
- ❖ ถ้ารูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน (ฉ.ด.ด.) กล่าวคือ มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากัน และมีด้านอื่นอีกหนึ่งคู่ยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ

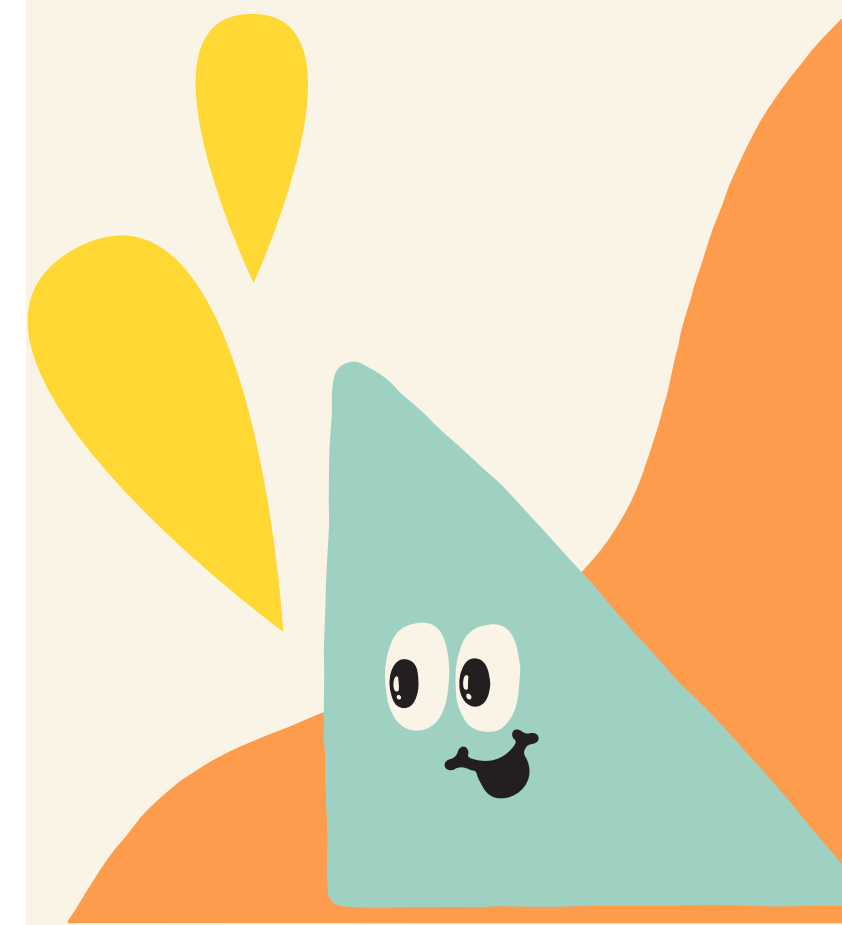
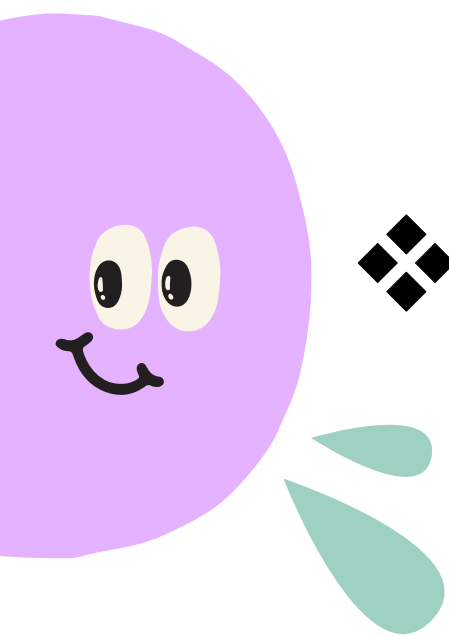
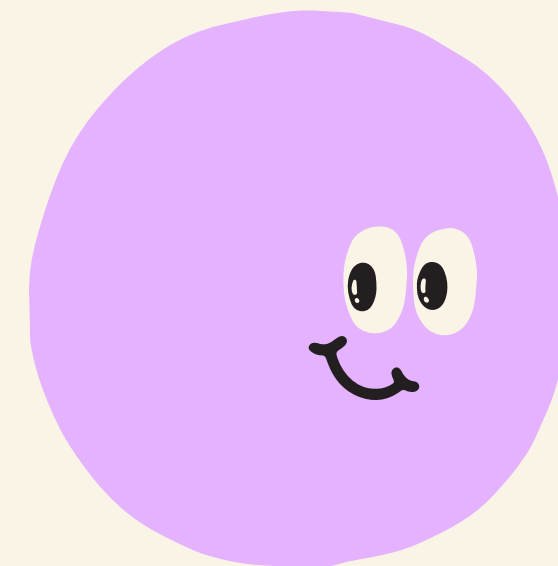
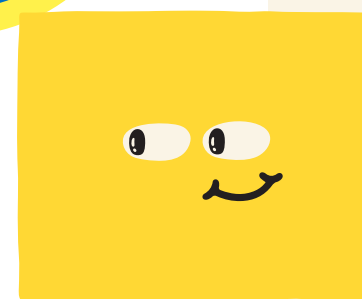
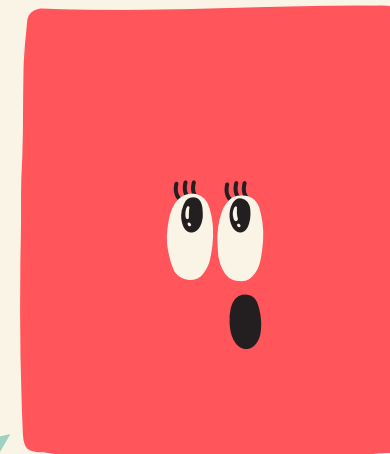


แนวคิดพื้นฐานเกี่ยวกับระบบการพิสูจน์



ทฤษฎีบทในบทเรียนนี้

- ❖ ด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานยาวเท่ากัน
- ❖ ถ้ารูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งมีด้านตรงข้ามยาวเท่ากันสองคู่ แล้วรูปสี่เหลี่ยมรูปนั้นเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน
- ❖ มุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานมีขนาดเท่ากัน

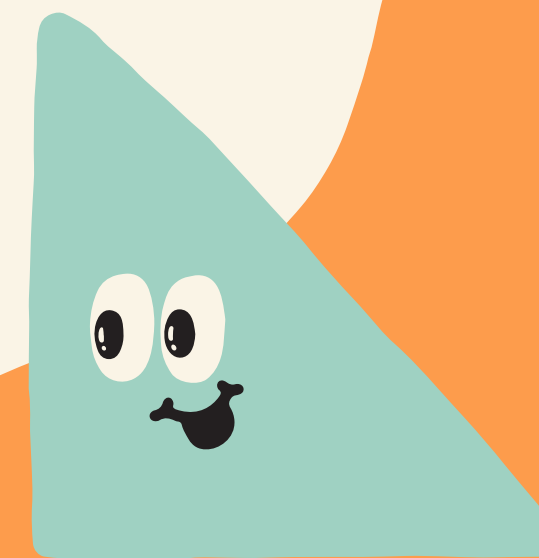
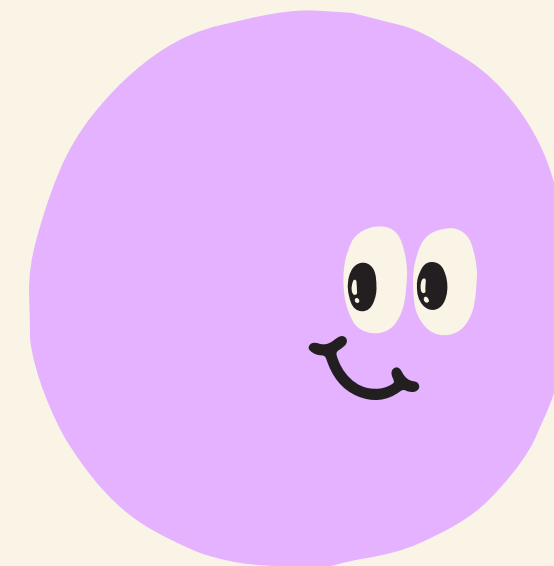
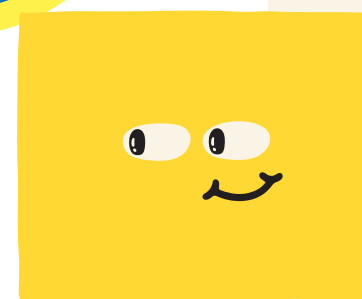
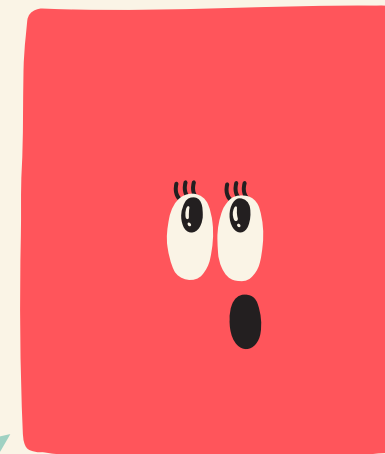


แนวคิดพื้นฐานเกี่ยวกับระบบการพิสูจน์



ทฤษฎีบทในบทเรียนนี้

- ❖ ถ้ารูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งมีมุมตรงข้ามที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ แล้วรูปสี่เหลี่ยมรูปนั้นเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน
- ❖ เส้นทแยงมุมทั้งสองของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานแบ่งครึ่งซึ่งกันและกันที่จุดตัดของเส้นทแยงมุม

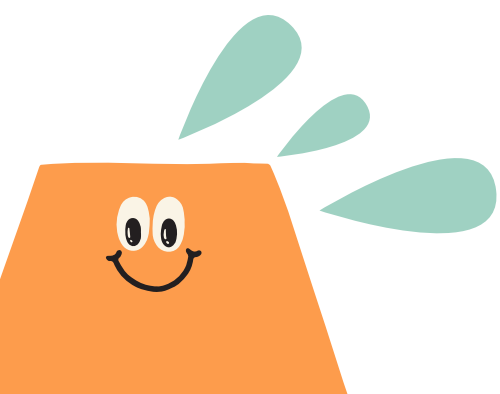
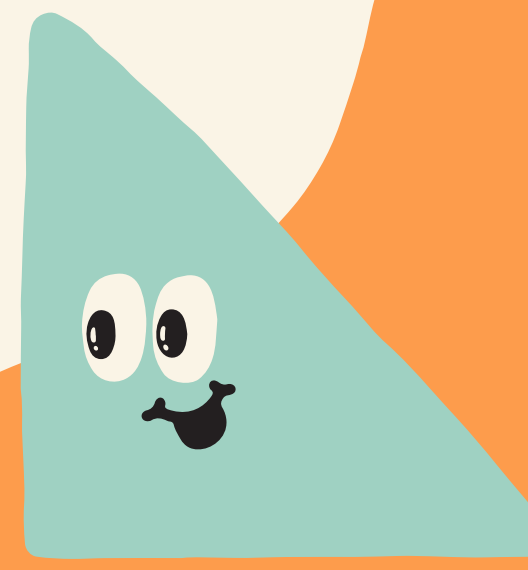
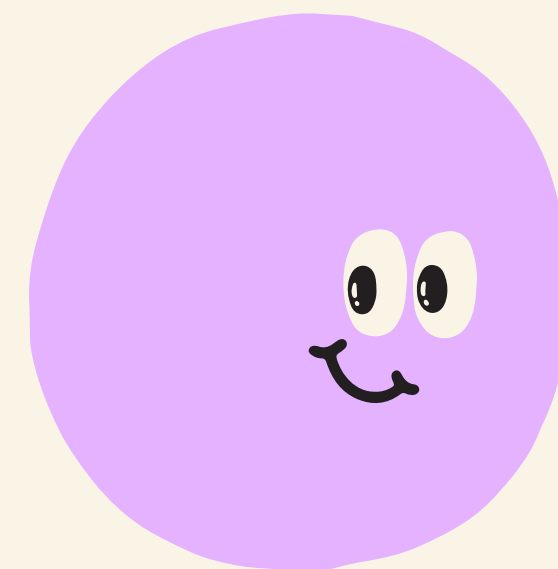
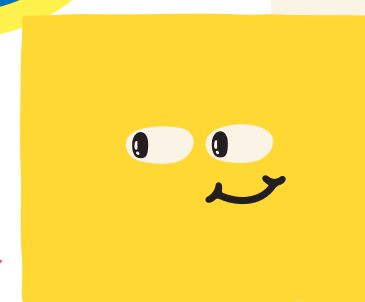
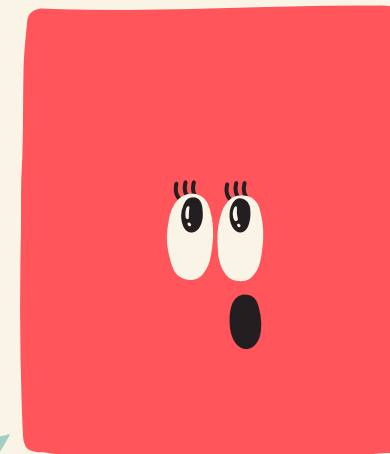


แนวคิดพื้นฐานเกี่ยวกับระบบการพิสูจน์



ทฤษฎีบทในบทเรียนนี้

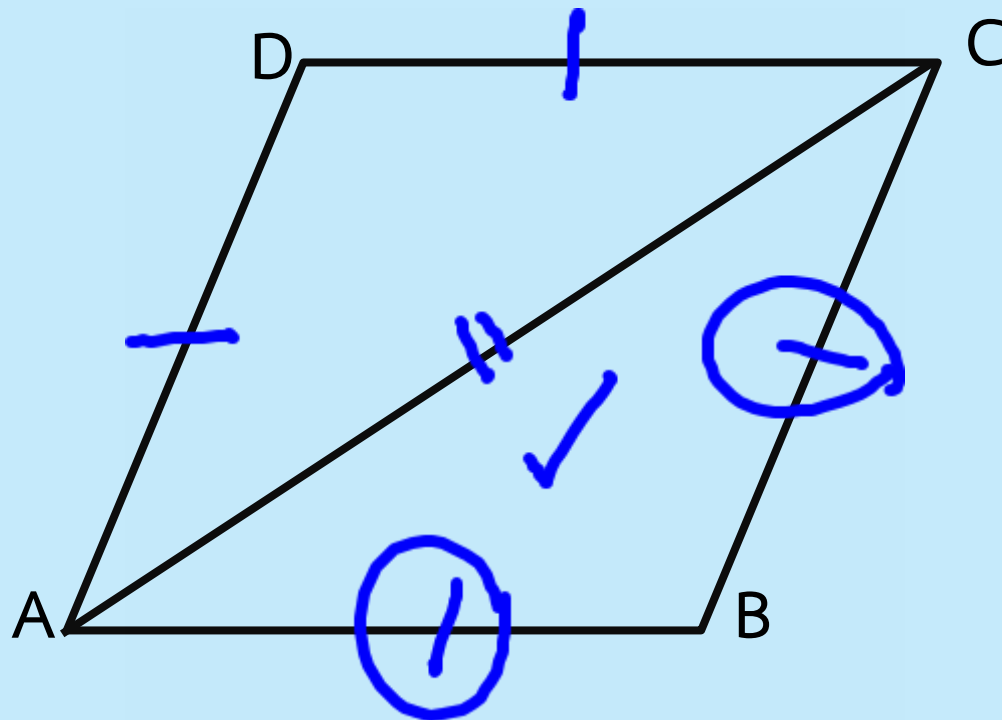
- ❖ ส่วนของเส้นตรงที่ปิดหัวท้ายของส่วนของเส้นตรงที่ขนานกันและยาวเท่ากันจะขนานกันและยาวเท่ากัน
- ❖ ส่วนของเส้นตรงที่ลากเชื่อมจุดกึ่งกลางของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ จะขนานกับด้านที่สามและยาวเป็นครึ่งหนึ่งของด้านที่สาม





ตัวอย่างที่ 1

กำหนดให้ $\blacksquare ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน โดย $\overline{AC}$ เป็นเส้นทแยงมุม
จงพิสูจน์ว่า $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว



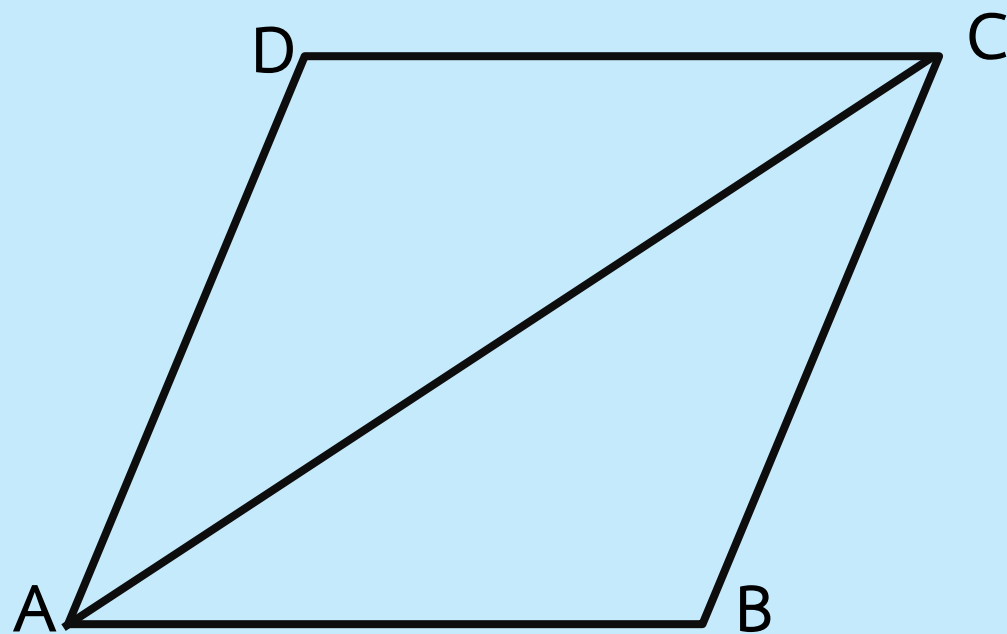
กำหนดให้ $\blacksquare ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน โดย $\overline{AC}$ เป็นเส้นทแยงมุม
ต้องพิสูจน์ว่า $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว





ตัวอย่างที่ 1

กำหนดให้ $\blacksquare ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน โดย $\overline{AC}$ เป็นเส้นทแยงมุม
จงพิสูจน์ว่า $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว



พิสูจน์

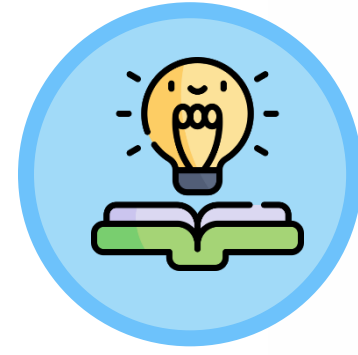
เนื่องจาก $\blacksquare ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน (กำหนดให้)

$AB = CB$ (รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนมีด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน)

ดังนั้น $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

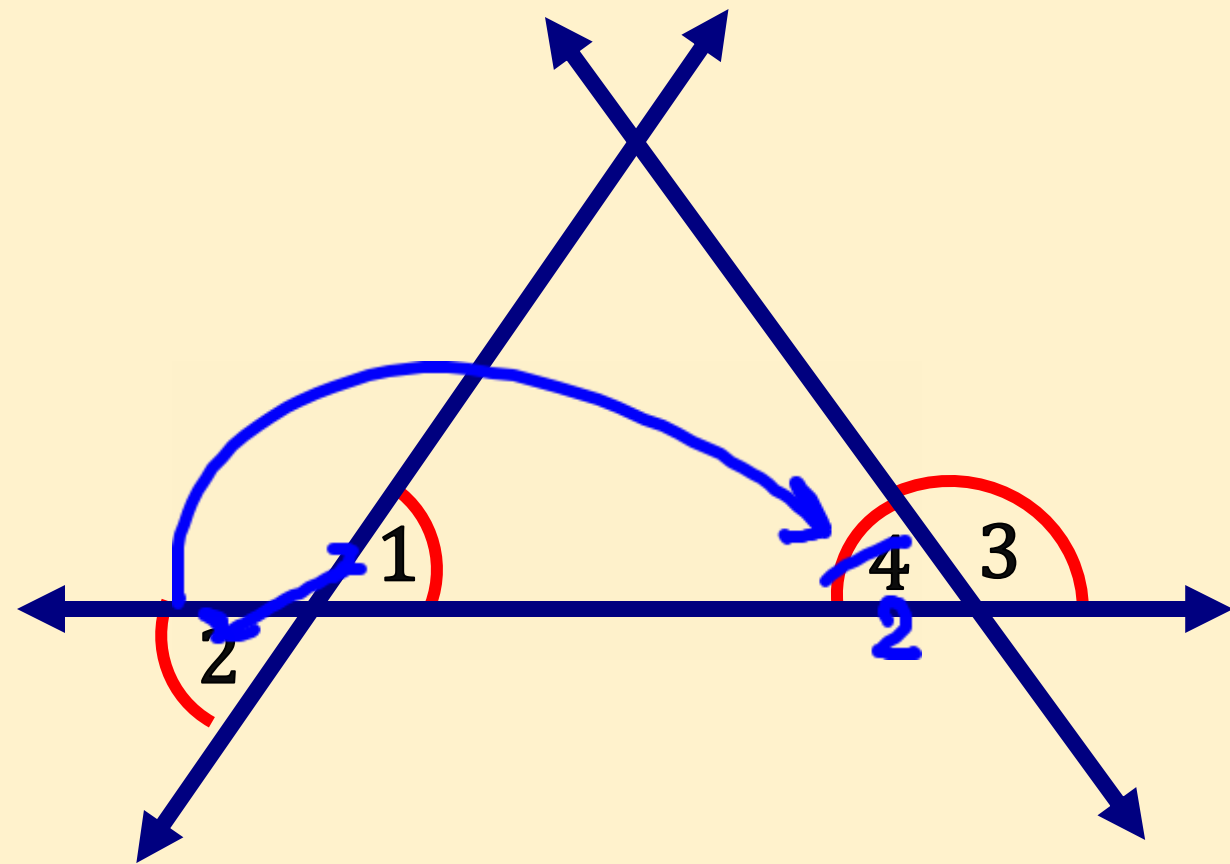
(รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาวเท่ากันสองด้านเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว)





ตัวอย่างที่ 2

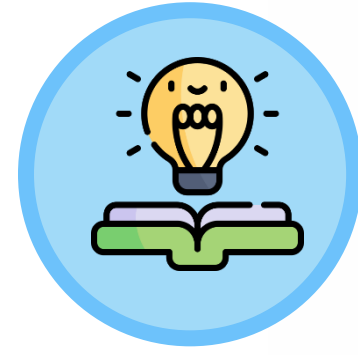
จากรูปที่กำหนดให้ $\hat{1} = \hat{4}$ จงพิสูจน์ว่า $\hat{3} + \hat{2} = 180^\circ$



กำหนดให้ $\hat{1} = \hat{4}$

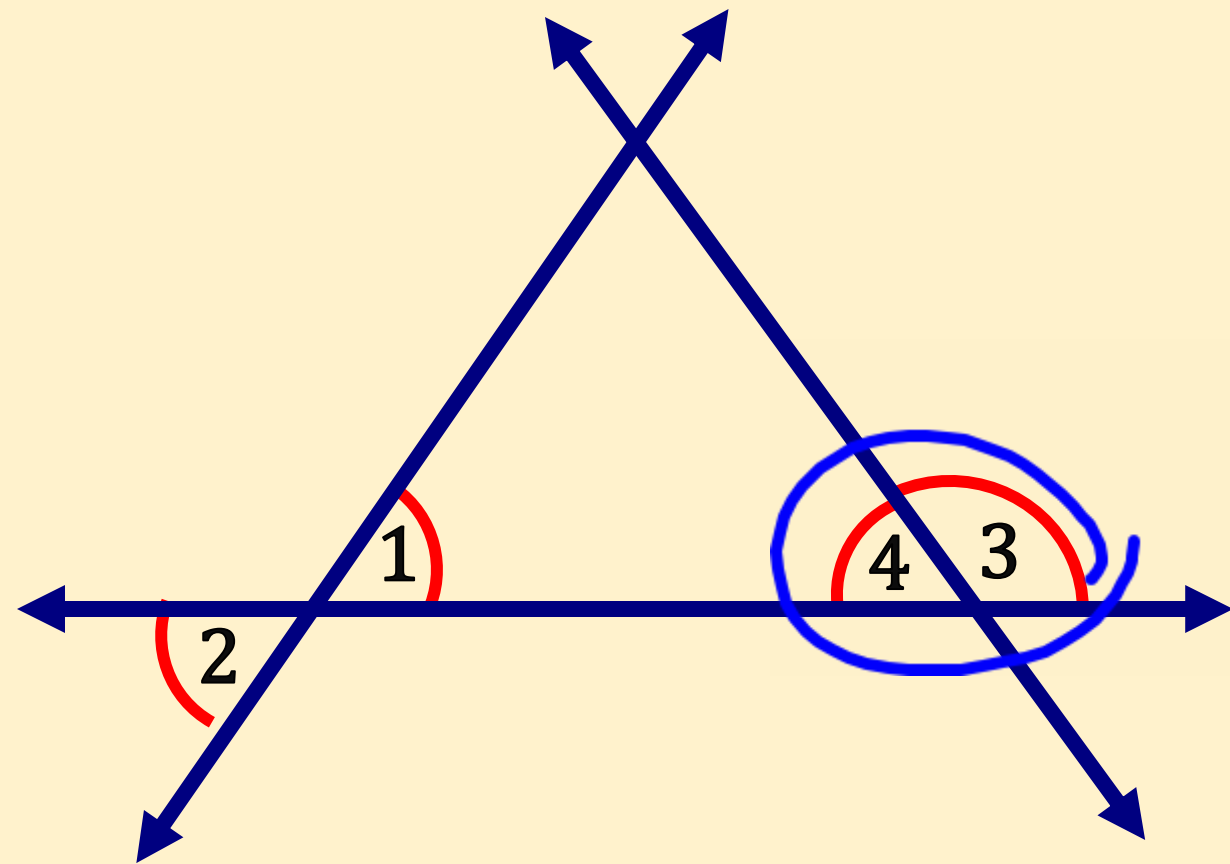
ต้องพิสูจน์ว่า $\hat{3} + \hat{2} = 180^\circ$





ตัวอย่างที่ 2

จากรูปที่กำหนดให้ $\hat{1} = \hat{4}$ จงพิสูจน์ว่า $\hat{3} + \hat{2} = 180^\circ$



พิสูจน์

เนื่องจาก $\hat{1} = \hat{4}$ (กำหนดให้)

$\hat{1} = \hat{2}$ (ถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดกัน
แล้วมุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน)

ดังนั้น $\hat{4} = \hat{2}$ (สมบัติของการเท่ากัน)

เนื่องจาก $\hat{3} + \hat{4} = 180^\circ$ (ขนาดของมุมตรง)

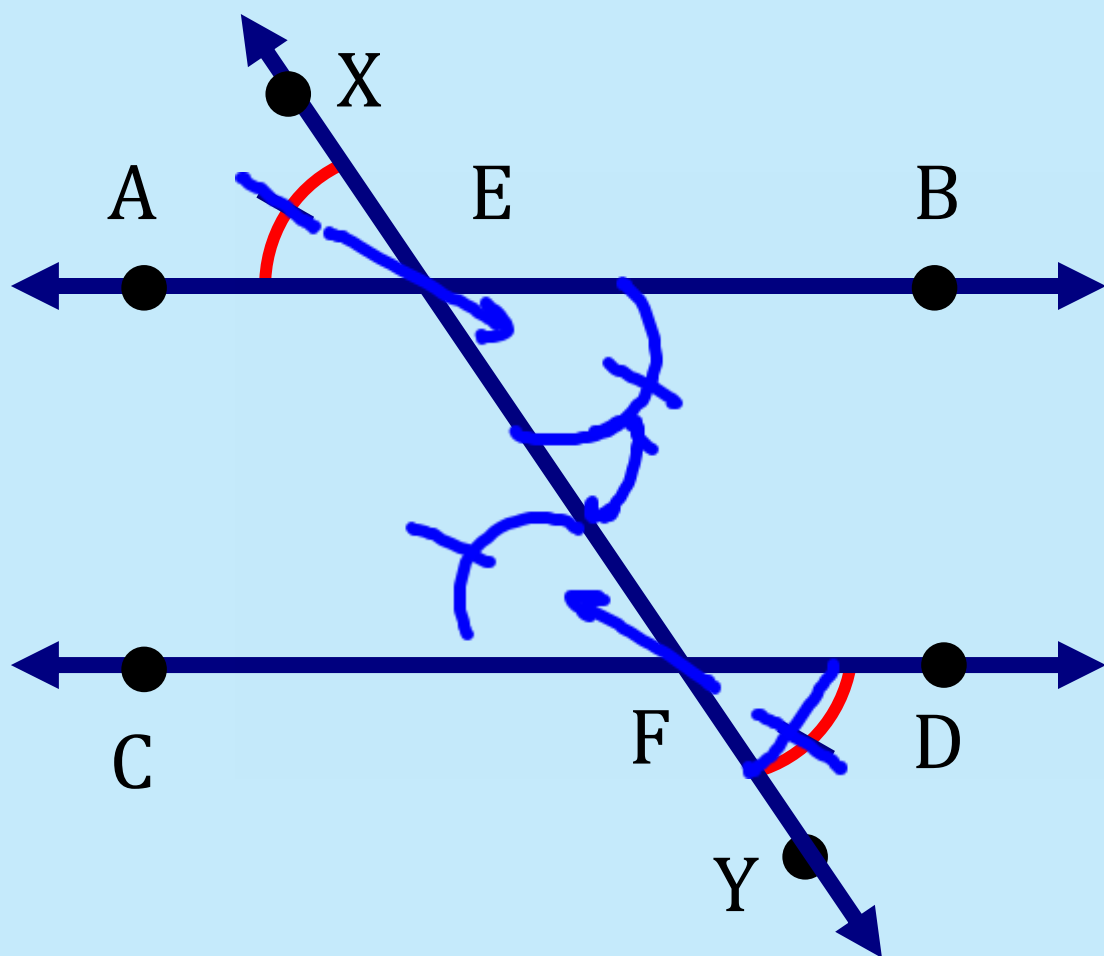
ดังนั้น $\hat{3} + \hat{2} = 180^\circ$ (สมบัติของการเท่ากัน)





ตัวอย่างที่ 3

กำหนดให้ $\overleftrightarrow{XY}$ ตัด $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ที่จุด E และ F ตามลำดับ และ $\angle A\hat{E}X = \angle D\hat{F}Y$
จงพิสูจน์ว่า $\overleftrightarrow{AB}$ ขนานกับ $\overleftrightarrow{CD}$



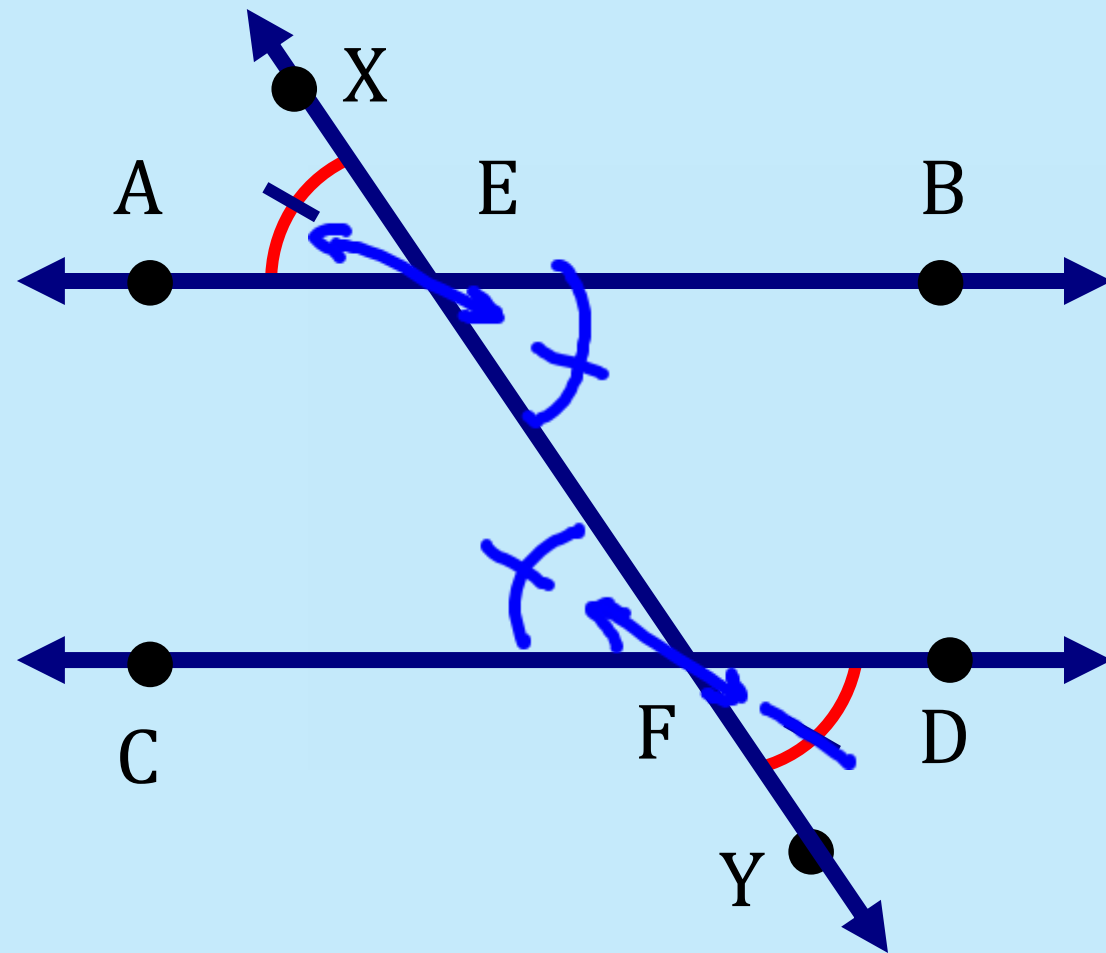
กำหนดให้ $\overleftrightarrow{XY}$ ตัด $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ที่จุด E และ F
ตามลำดับ และ $\angle A\hat{E}X = \angle D\hat{F}Y$
ต้องพิสูจน์ว่า $\overleftrightarrow{AB}$ ขนานกับ $\overleftrightarrow{CD}$





ตัวอย่างที่ 3

กำหนดให้ $\overleftrightarrow{XY}$ ตัด $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ที่จุด E และ F ตามลำดับ และ $\angle A\hat{E}X = \angle D\hat{F}Y$
จงพิสูจน์ว่า $\overleftrightarrow{AB}$ ขนานกับ $\overleftrightarrow{CD}$



พิสูจน์

เนื่องจาก $\angle A\hat{E}X = \angle D\hat{F}Y$ (กำหนดให้)

$\angle A\hat{E}X = \angle B\hat{E}F$ และ $\angle D\hat{F}Y = \angle C\hat{F}E$
(ถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดกันแล้ว มุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน)

ดังนั้น $\angle B\hat{E}F = \angle C\hat{F}E$ (สมบัติของการเท่ากัน)

นั่นคือ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ (ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน แล้วเส้นตรงคู่ขนานกัน)



แบบฝึกหัดที่ 1

การให้เหตุผลทางเรขาคณิต



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)

แบบฝึกหัดที่ 1 เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต

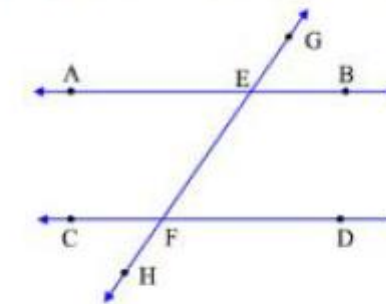
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต

รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คำชี้แจง จงเติมเหตุผลท้ายข้อความพิสูจน์

1. กำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $\overline{GH}$ ตัด $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ ที่จุด E และจุด F ตามลำดับ



จงพิสูจน์ว่า

1) $\hat{GEA} = \hat{DFH}$

2) $\hat{GEB} + \hat{CFE} = 180^\circ$

กำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $\overline{GH}$ ตัด $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ ที่จุด E และจุด F ตามลำดับ

ต้องการพิสูจน์ว่า

1) $\hat{GEA} = \hat{DFH}$

2) $\hat{GEB} + \hat{CFE} = 180^\circ$

พิสูจน์

1) เนื่องจาก $\hat{GEA} = \hat{CFE}$

และ $\hat{CFE} = \hat{DFH}$

ดังนั้น $\hat{GEA} = \hat{DFH}$

2) เนื่องจาก $\hat{GEA} + \hat{GEA} = 180^\circ$

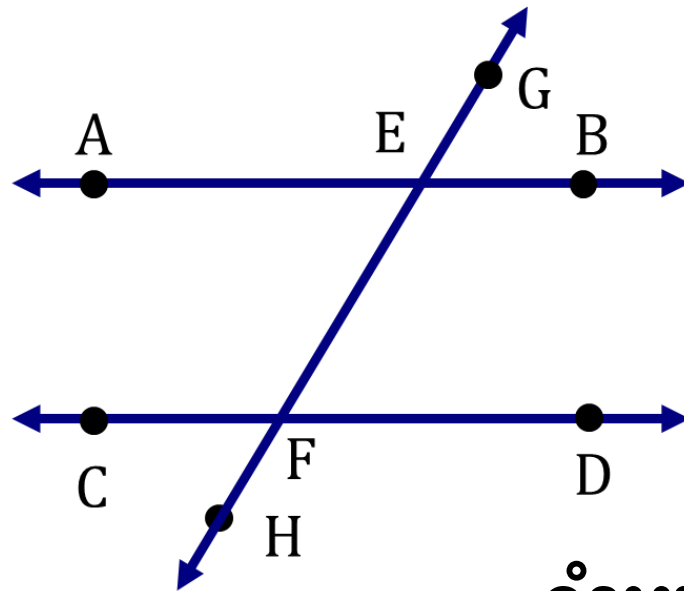
ดังนั้น $\hat{GEB} + \hat{CFE} = 180^\circ$



แบบฝึกหัดที่ 1

คำชี้แจง จงเติมเหตุผลท้ายข้อความพิสูจน์

1. กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{GH}$ ตัด $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ที่จุด E และจุด F ตามลำดับ



จงพิสูจน์ว่า

1) $\widehat{GEA} = \widehat{DFH}$

2) $\widehat{GEB} + \widehat{CFE} = 180^\circ$

กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{GH}$ ตัด $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ที่จุด E และจุด F ตามลำดับ

ต้องการพิสูจน์ว่า 1) $\widehat{GEA} = \widehat{DFH}$

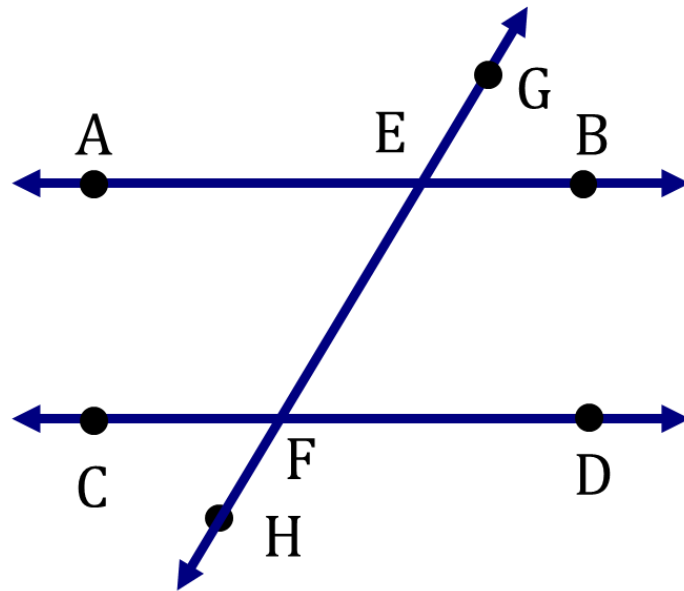
2) $\widehat{GEB} + \widehat{CFE} = 180^\circ$



แบบฝึกหัดที่ 1

คำชี้แจง จงเติมเหตุผลท้ายข้อความพิสูจน์

1. กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{GH}$ ตัด $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ที่จุด E และจุด F ตามลำดับ



พิสูจน์

1) เนื่องจาก $\widehat{GEA} = \widehat{CFE}$

.....

.....

.....

และ

$\widehat{CFE} = \widehat{DFH}$

.....

.....

ดังนั้น

$\widehat{GEA} = \widehat{DFH}$

.....

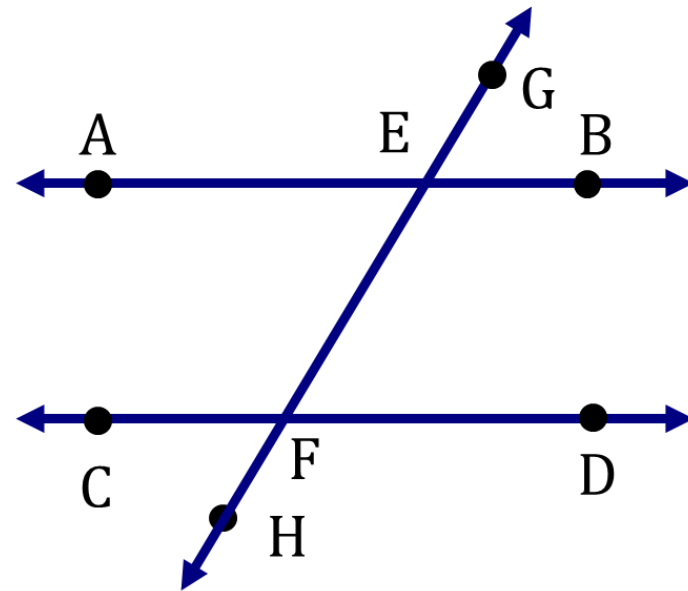
.....



แบบฝึกหัดที่ 1

คำชี้แจง จงเติมเหตุผลท้ายข้อความพิสูจน์

1. กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{GH}$ ตัด $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ที่จุด E และจุด F ตามลำดับ



พิสูจน์

2) เนื่องจาก $\angle GEA + \angle GEA = 180^\circ$

.....

.....

ดังนั้น

$\angle GEB + \angle CFE = 180^\circ$

.....

.....

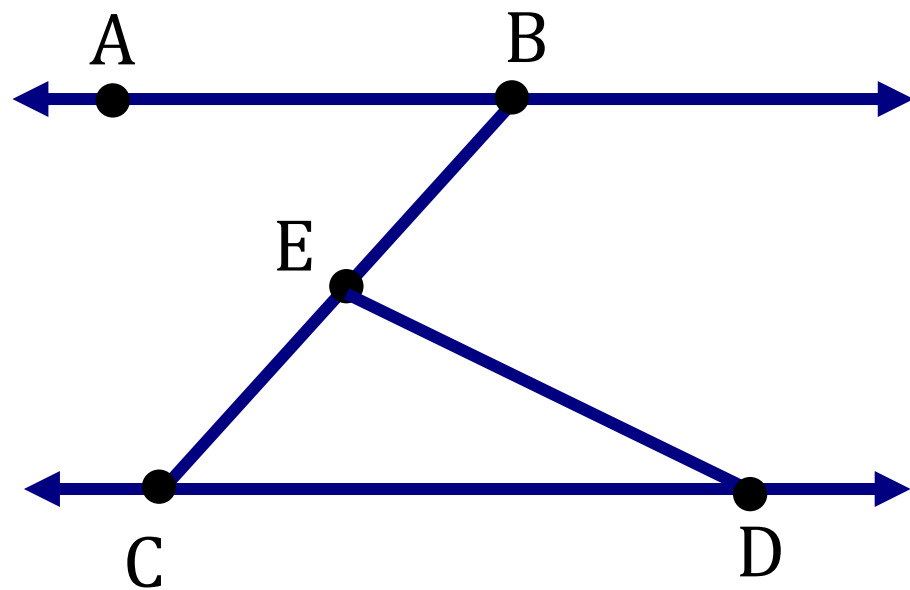
.....



แบบฝึกหัดที่ 1

คำชี้แจง จงเติมเหตุผลท้ายข้อความพิสูจน์

2. จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overline{DE}$ ตัด $\overline{BC}$ ที่จุด E



จงพิสูจน์ว่า $\widehat{BED} = \widehat{ABE} + \widehat{EDC}$

กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overline{DE}$ ตัด $\overline{BC}$ ที่จุด E

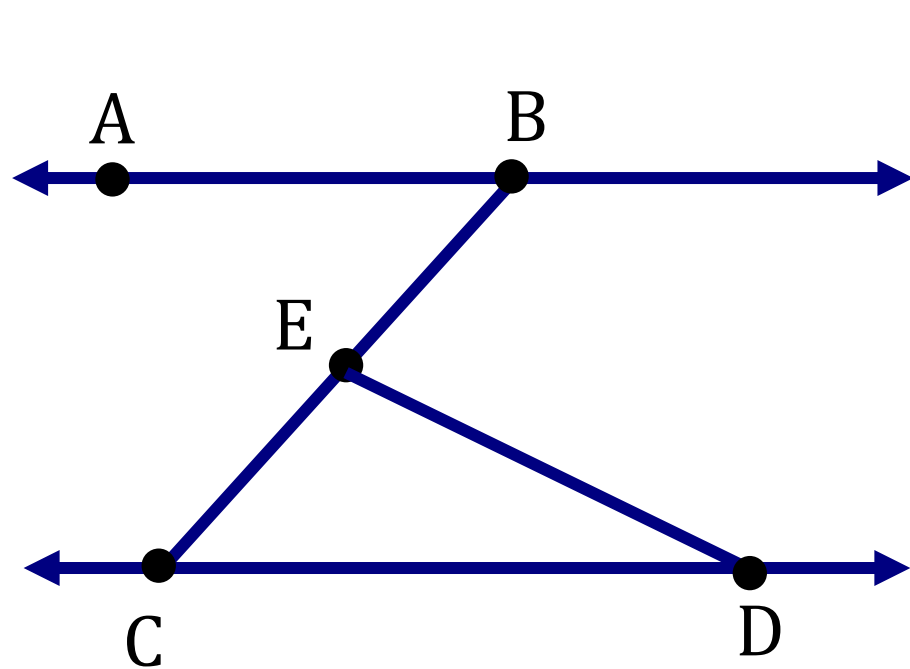
ต้องการพิสูจน์ว่า $\widehat{BED} = \widehat{ABE} + \widehat{EDC}$



แบบฝึกหัดที่ 1

คำชี้แจง จงเติมเหตุผลท้ายข้อความพิสูจน์

2. จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overline{DE}$ ตัด $\overline{BC}$ ที่จุด E



พิสูจน์

1) เนื่องจาก $\angle ABE = \angle DCB$

.....

.....

และ $\angle BED = \angle DCB + \angle EDC$

.....

ดังนั้น $\angle BED = \angle ABE + \angle EDC$

.....



แบบฝึกหัดที่ 1

คำชี้แจง จงเติมเหตุผลท้ายข้อความพิสูจน์

3. กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{CD} // \overleftrightarrow{EF}$ $\overleftrightarrow{LP}$ ตัด $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{EF}$ ที่จุด M, N และ O ตามลำดับ

1) $\widehat{EON} = \widehat{BMN}$

2) $\widehat{AMN} + \widehat{EON} = 180^\circ$

3) $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{EF}$



แบบฝึกหัดที่ 1

คำชี้แจง จงเติมเหตุผลท้ายข้อความพิสูจน์

3. กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{CD} // \overleftrightarrow{EF}$ $\overleftrightarrow{LP}$ ตัด $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{EF}$ ที่จุด M, N และ O ตามลำดับ

กำหนดให้

.....

.....

.....

ต้องการพิสูจน์ว่า

.....

.....

.....



แบบฝึกหัดที่ 1

คำชี้แจง จงเติมเหตุผลท้ายข้อความพิสูจน์

3. กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{CD} // \overleftrightarrow{EF}$ $\overleftrightarrow{LP}$ ตัด $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{EF}$ ที่จุด M, N และ O ตามลำดับ

พิสูจน์

1) เนื่องจาก $\widehat{BMN} = \widehat{CNM}$

.....

.....

และ

$\widehat{CNM} = \widehat{EON}$

.....

ดังนั้น

$\widehat{EON} = \widehat{BMN}$

.....



แบบฝึกหัดที่ 1

คำชี้แจง จงเติมเหตุผลท้ายข้อความพิสูจน์

3. กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{CD} // \overleftrightarrow{EF}$ $\overleftrightarrow{LP}$ ตัด $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{EF}$ ที่จุด M, N และ O ตามลำดับ

พิสูจน์

2) เนื่องจาก $\angle AMN + \angle BMN = 180^\circ$

.....

.....

จะได้

$\angle AMN + \angle EON = 180^\circ$

.....

.....



แบบฝึกหัดที่ 1

คำชี้แจง จงเติมเหตุผลท้ายข้อความพิสูจน์

3. กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{CD} // \overleftrightarrow{EF}$ $\overleftrightarrow{LP}$ ตัด $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{EF}$ ที่จุด M, N และ O ตามลำดับ

พิสูจน์

3) ดังนั้น $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{EF}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....



เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1

การให้เหตุผลทางเรขาคณิต



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)

แบบฝึกหัดที่ 1 เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต

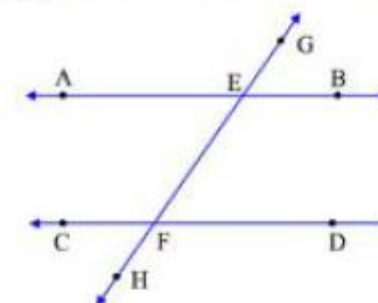
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต

รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คำชี้แจง จงเติมเหตุผลท้ายข้อความพิสูจน์

1. กำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $\overline{GH}$ ตัด $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ ที่จุด E และจุด F ตามลำดับ



จงพิสูจน์ว่า

1) $\hat{GEA} = \hat{DFH}$

2) $\hat{GEB} + \hat{CFE} = 180^\circ$

กำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $\overline{GH}$ ตัด $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ ที่จุด E และจุด F ตามลำดับ

ต้องการพิสูจน์ว่า 1) $\hat{GEA} = \hat{DFH}$

2) $\hat{GEB} + \hat{CFE} = 180^\circ$

พิสูจน์

1) เนื่องจาก $\hat{GEA} = \hat{CFE}$

และ $\hat{CFE} = \hat{DFH}$

ดังนั้น $\hat{GEA} = \hat{DFH}$

2) เนื่องจาก $\hat{GEA} + \hat{GEA} = 180^\circ$

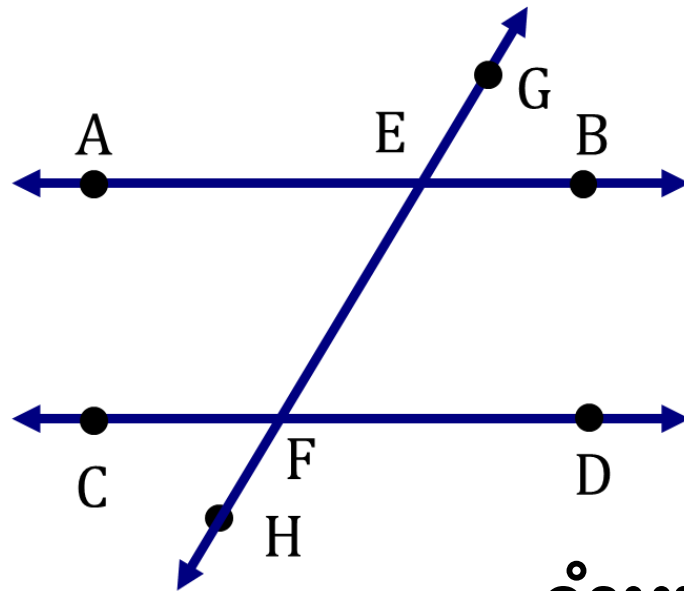
ดังนั้น $\hat{GEB} + \hat{CFE} = 180^\circ$



แบบฝึกหัดที่ 1

คำชี้แจง จงเติมเหตุผลท้ายข้อความพิสูจน์

1. กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{GH}$ ตัด $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ที่จุด E และจุด F ตามลำดับ



จงพิสูจน์ว่า

1) $\widehat{GEA} = \widehat{DFH}$

2) $\widehat{GEB} + \widehat{CFE} = 180^\circ$

กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{GH}$ ตัด $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ที่จุด E และจุด F ตามลำดับ

ต้องการพิสูจน์ว่า 1) $\widehat{GEA} = \widehat{DFH}$

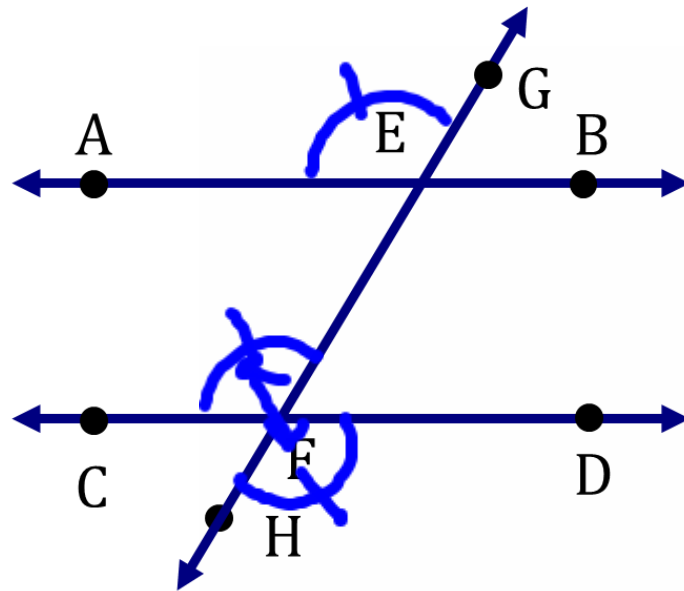
2) $\widehat{GEB} + \widehat{CFE} = 180^\circ$



แบบฝึกหัดที่ 1

คำชี้แจง จงเติมเหตุผลท้ายข้อความพิสูจน์

1. กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{GH}$ ตัด $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ที่จุด E และจุด F ตามลำดับ



พิสูจน์

1) เนื่องจาก $\angle GEA = \angle CFE$

และ

$$\angle CFE = \angle DFH$$

ดังนั้น

$$\angle GEA = \angle DFH$$

มุมภายนอก = มุมภายใน
ที่อยู่ตรงข้าม ขนาบข้างด้วย
กิ่งของเส้นตัด
เป็นมุมตรงข้าม

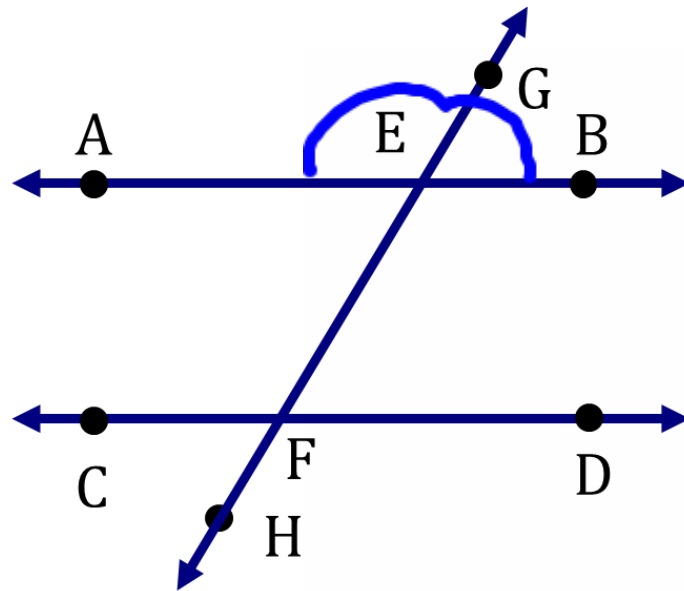
สมการเท่ากัน



แบบฝึกหัดที่ 1

คำชี้แจง จงเติมเหตุผลท้ายข้อความพิสูจน์

1. กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{GH}$ ตัด $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ที่จุด E และจุด F ตามลำดับ



พิสูจน์

2) เนื่องจาก $\widehat{GEB} + \widehat{GEA} = 180^\circ$ **เป็นมุมตรง**

ดังนั้น

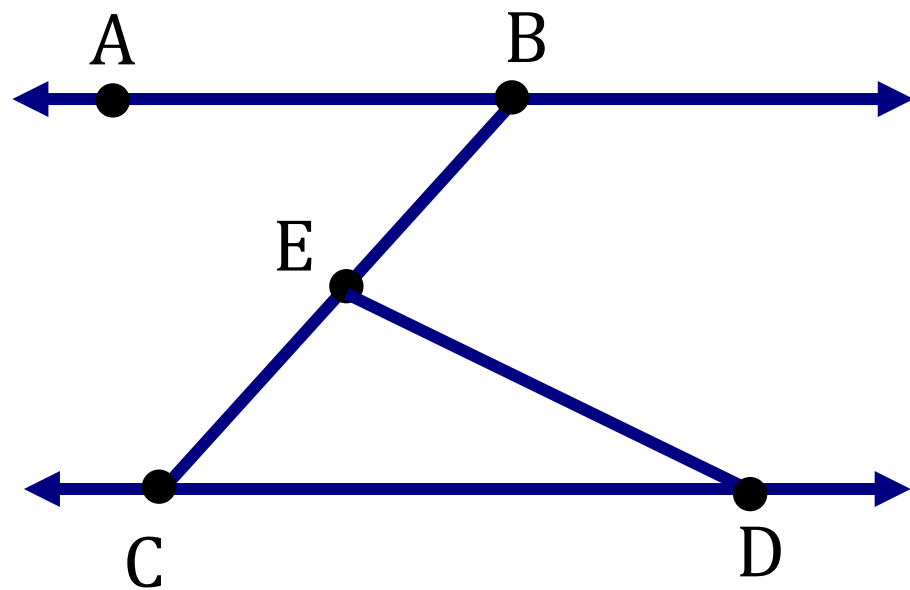
$\widehat{GEB} + \widehat{CFE} = 180^\circ$ **สมมุติฐาน**



แบบฝึกหัดที่ 1

คำชี้แจง จงเติมเหตุผลท้ายข้อความพิสูจน์

2. จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overline{DE}$ ตัด $\overline{BC}$ ที่จุด E



จงพิสูจน์ว่า $\widehat{BED} = \widehat{ABE} + \widehat{EDC}$

กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overline{DE}$ ตัด $\overline{BC}$ ที่จุด E

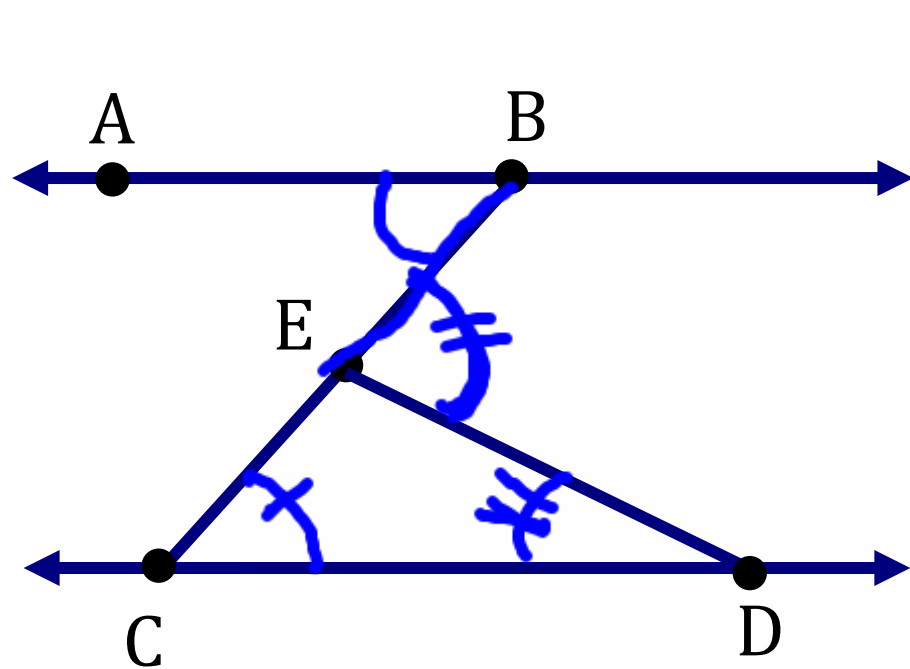
ต้องการพิสูจน์ว่า $\widehat{BED} = \widehat{ABE} + \widehat{EDC}$



แบบฝึกหัดที่ 1

คำชี้แจง จงเติมเหตุผลท้ายข้อความพิสูจน์

2. จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overline{DE}$ ตัด $\overline{BC}$ ที่จุด E



พิสูจน์

1) เนื่องจาก $\angle ABE = \angle DCB$

เป็นมุมแย้ง



และ $\angle BED = \angle DCB + \angle EDC$

มุมภายในของรูปสามเหลี่ยม

จะเท่ากับมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม

ดังนั้น $\angle BED = \angle ABE + \angle EDC$

สมบัติของมุมที่เท่ากัน

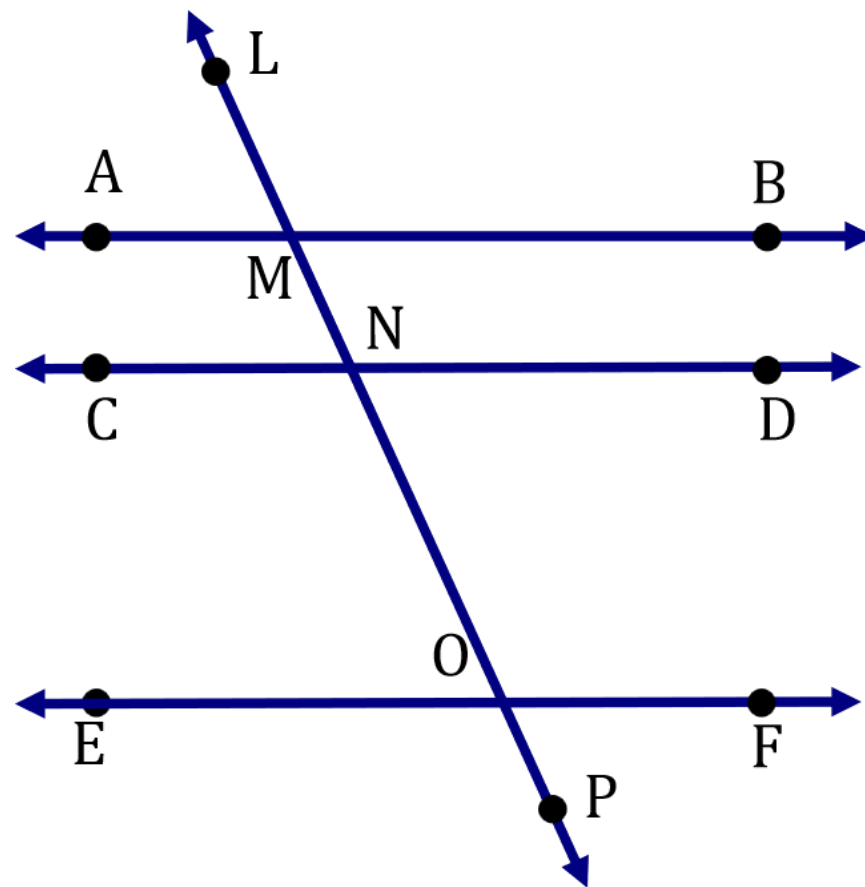
มุมประชิด



แบบฝึกหัดที่ 1

คำชี้แจง จงเติมเหตุผลท้ายข้อความพิสูจน์

3. กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{CD} // \overleftrightarrow{EF}$ $\overleftrightarrow{LP}$ ตัด $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{EF}$ ที่จุด M, N และ O ตามลำดับ



1) $\widehat{EON} = \widehat{BMN}$

2) $\widehat{AMN} + \widehat{EON} = 180^\circ$

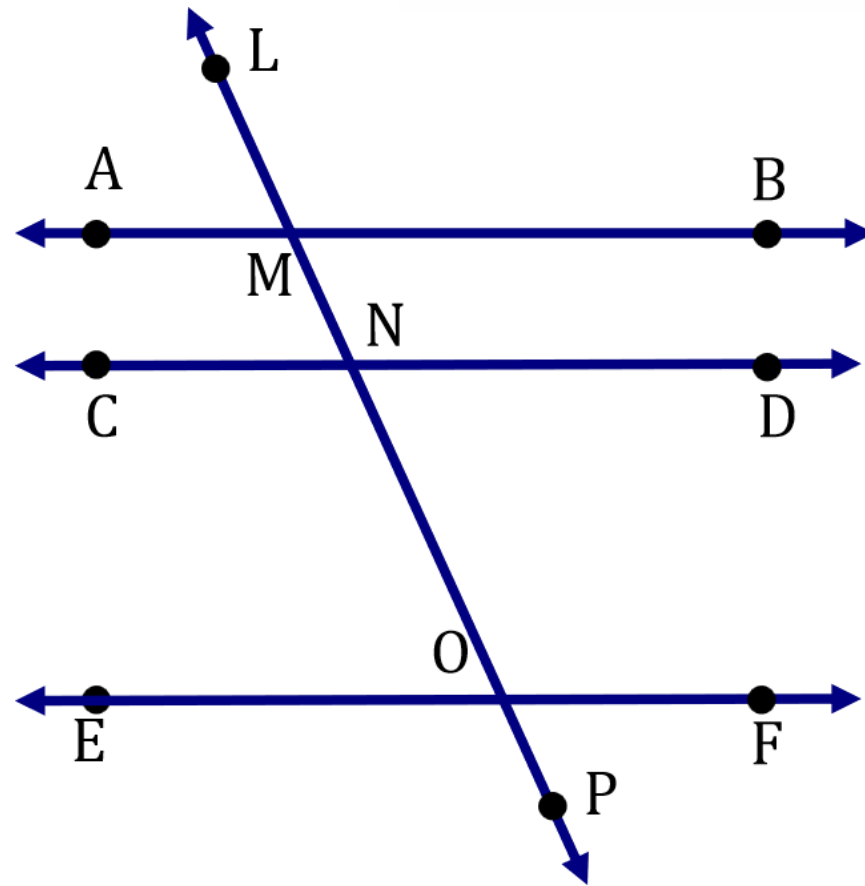
3) $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{EF}$



แบบฝึกหัดที่ 1

คำชี้แจง จงเติมเหตุผลท้ายข้อความพิสูจน์

3. กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{CD} // \overleftrightarrow{EF}$ $\overleftrightarrow{LP}$ ตัด $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{EF}$ ที่จุด M, N และ O ตามลำดับ



กำหนดให้

.....

.....

.....

ต้องการพิสูจน์ว่า

.....

.....

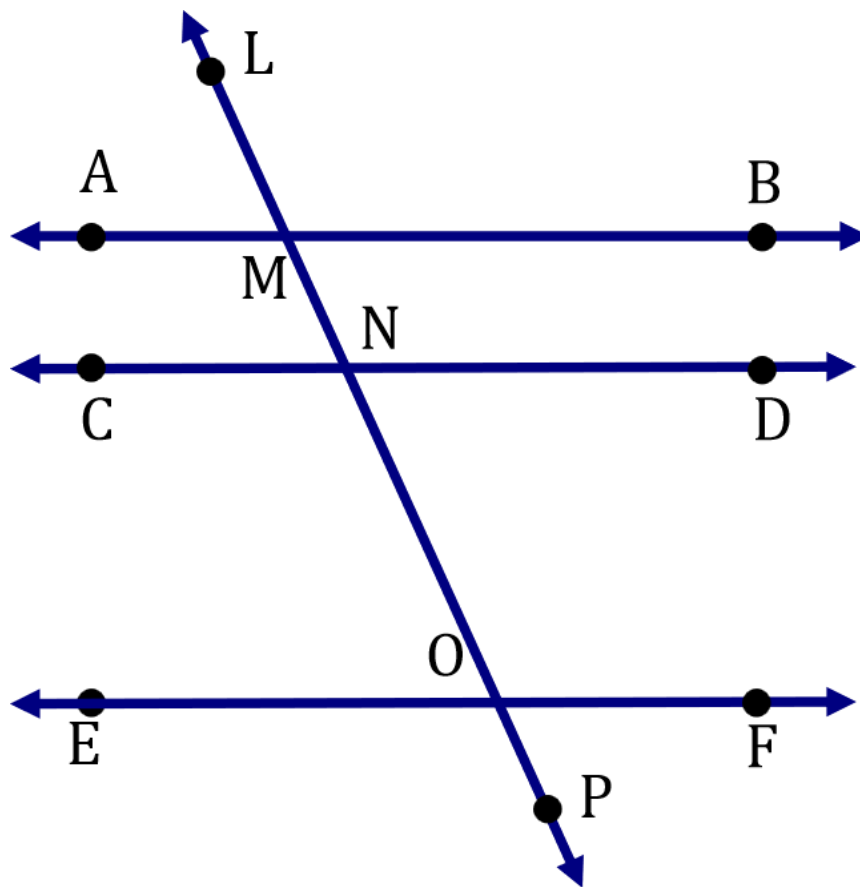
.....



แบบฝึกหัดที่ 1

คำชี้แจง จงเติมเหตุผลท้ายข้อความพิสูจน์

3. กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{EF}$ $\overleftrightarrow{LP}$ ตัด $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{EF}$ ที่จุด M, N และ O ตามลำดับ



พิสูจน์

1) เนื่องจาก $\widehat{BMN} = \widehat{CNM}$ **เป็นมุมภายใน**

.....

.....

และ

$\widehat{CNM} = \widehat{EON}$ **ภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนเส้นขนาน**

ดังนั้น

$\widehat{EON} = \widehat{BMN}$ **สมบัติของสมการ**

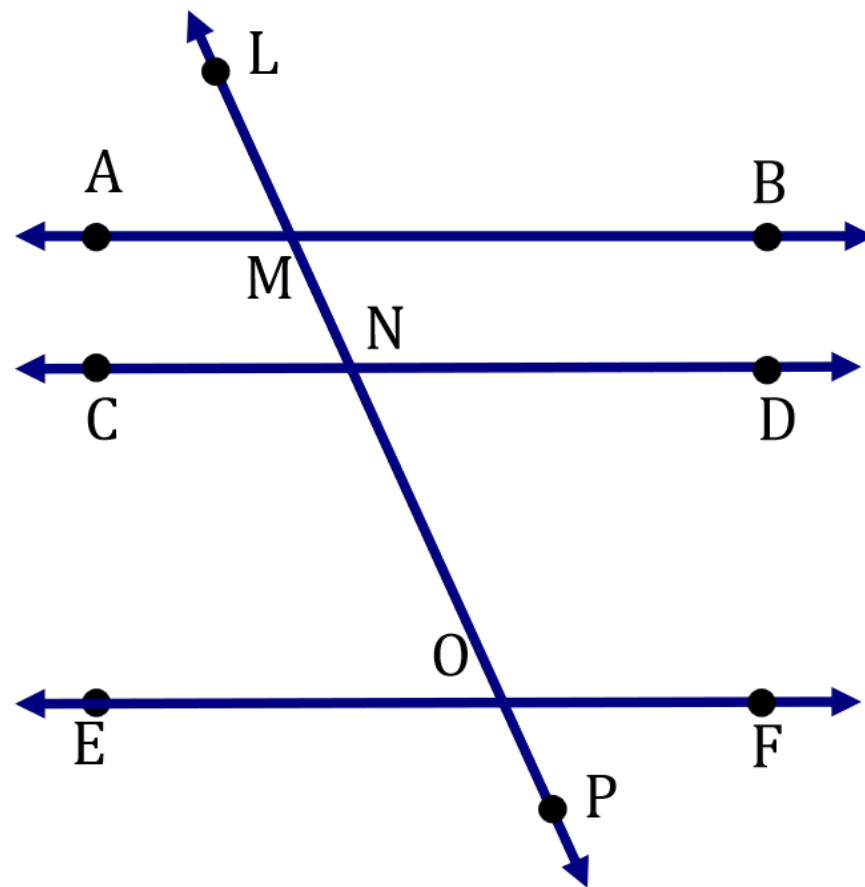
.....



แบบฝึกหัดที่ 1

คำชี้แจง จงเติมเหตุผลท้ายข้อความพิสูจน์

3. กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{EF}$ $\overleftrightarrow{LP}$ ตัด $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{EF}$ ที่จุด M, N และ O ตามลำดับ



พิสูจน์

2) เนื่องจาก $\widehat{AMN} + \widehat{BMN} = 180^\circ$ **เป็นมุมตรึง**

จะได้

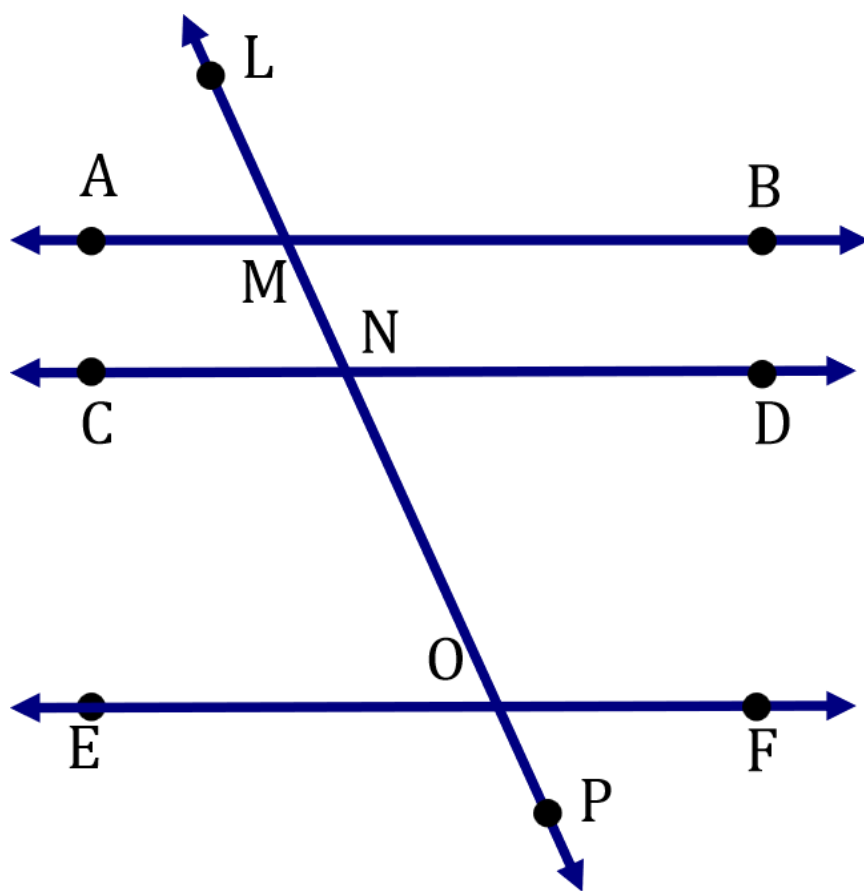
$\widehat{AMN} + \widehat{EON} = 180^\circ$ **สมบัติของทรทำมุม**



แบบฝึกหัดที่ 1

คำชี้แจง จงเติมเหตุผลท้ายข้อความพิสูจน์

3. กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{CD} // \overleftrightarrow{EF}$ $\overleftrightarrow{LP}$ ตัด $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{EF}$ ที่จุด M, N และ O ตามลำดับ



พิสูจน์

3) ดังนั้น $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{EF}$

มุมภายในที่อยู่ชนกัน
ได้แก่ มุมของเส้นตัด
รวมกันได้ 180°



สรุปบทเรียน

การพิสูจน์ว่าข้อความเป็นจริงนั้น จะต้องให้เหตุผลเพื่อแสดงว่า
เมื่อเหตุเป็นจริงแล้ว เหตุนั้นทำให้เกิดผลที่เป็นจริงเสมอ โดยเริ่มจาก
สิ่งที่กำหนดให้แล้วอาศัยบทนิยาม สัจพจน์ ข้อความที่เคยพิสูจน์ว่า
เป็นจริง และสมบัติต่าง ๆ อย่างใดอย่างหนึ่งหรือหลายอย่าง
ประกอบกันมาให้เหตุผล เพื่อสรุปให้ได้ว่าผลที่ต้องการพิสูจน์เป็นจริง





บทเรียนครั้งต่อไป

การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับ การสร้าง (1)



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)





สิ่งที่ต้องเตรียม

ใบกิจกรรมที่ 2 : 6 ข้อบอกชั้น สร้างมุมได้มากมาย



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)

