

รายวิชา คณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค22102 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เส้นขนาน

เรื่อง เส้นขนานกับรูปสามเหลี่ยม (2)

ครูผู้สอน ครูอชราวุธ ไชยมงคล



หน่วยการเรียนรู้ที่ 3

เรื่อง เส้นขนาน

เส้นขนานกับรูปสามเหลี่ยม (2)





จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถวิเคราะห์ อธิบายทฤษฎีบท
เกี่ยวกับเส้นขนานกับรูปสามเหลี่ยม

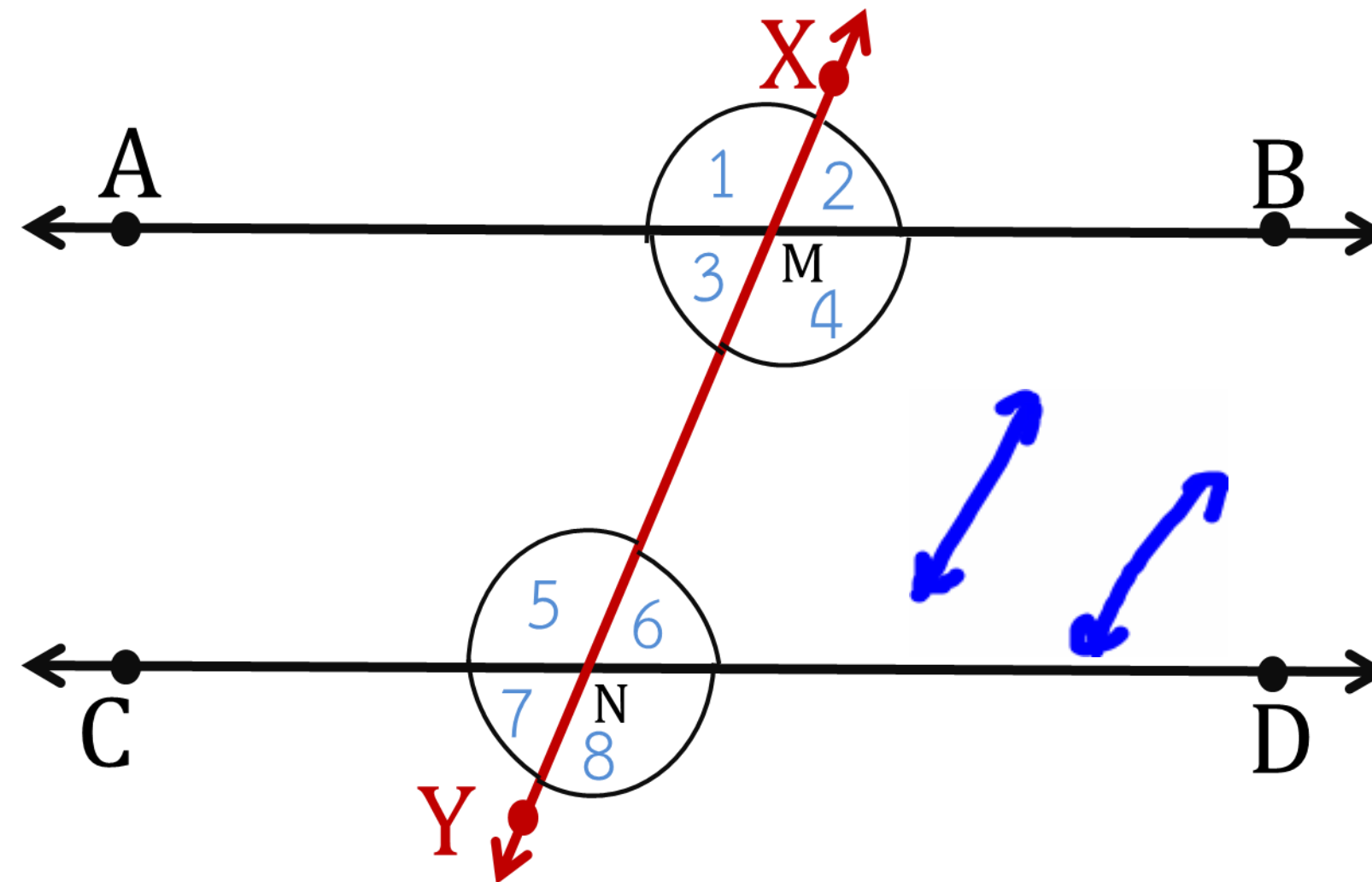
Angle A = Angle B

$L1 \parallel L2$





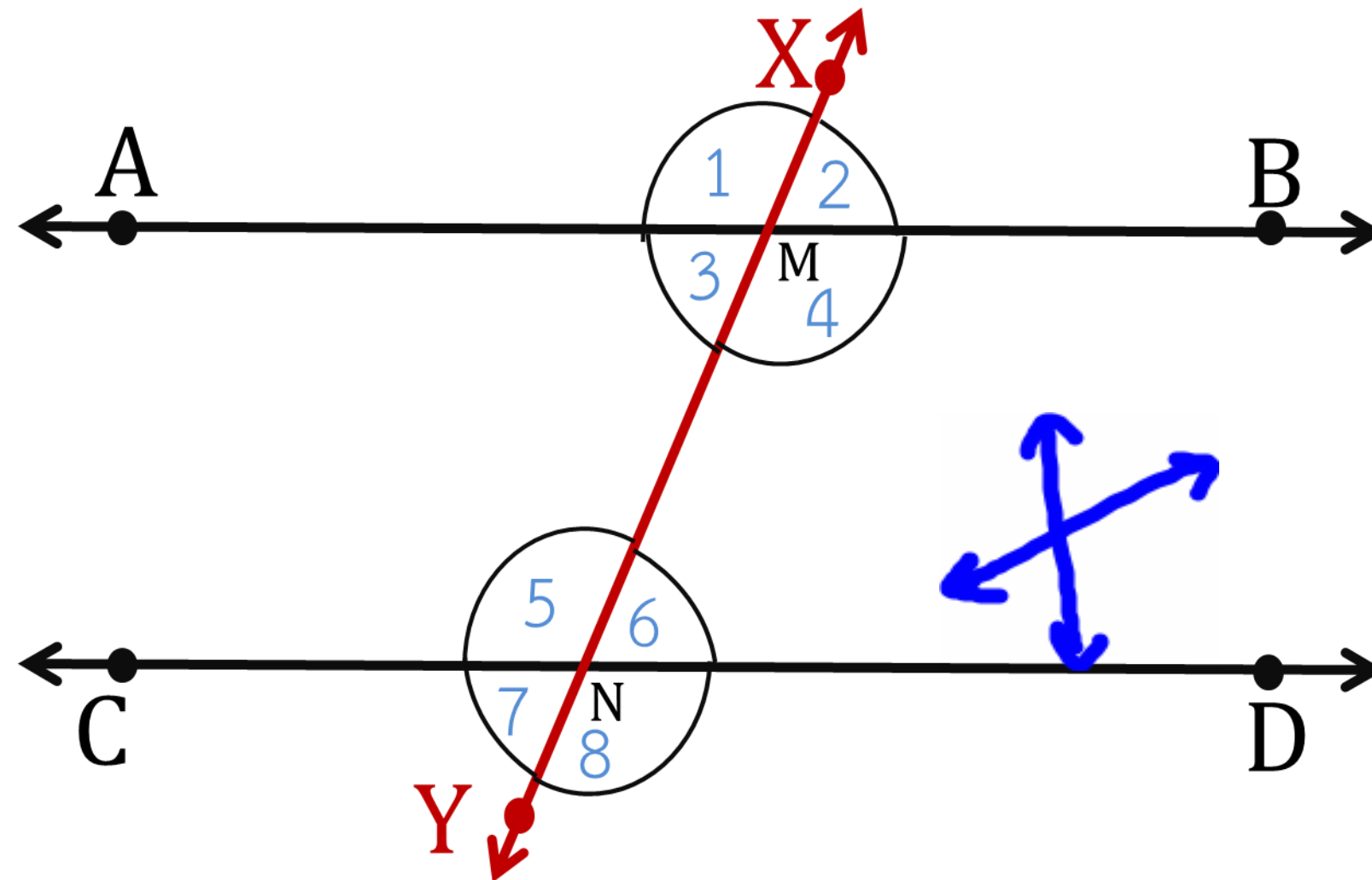
ทบทวนทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนาน



เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกันก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา



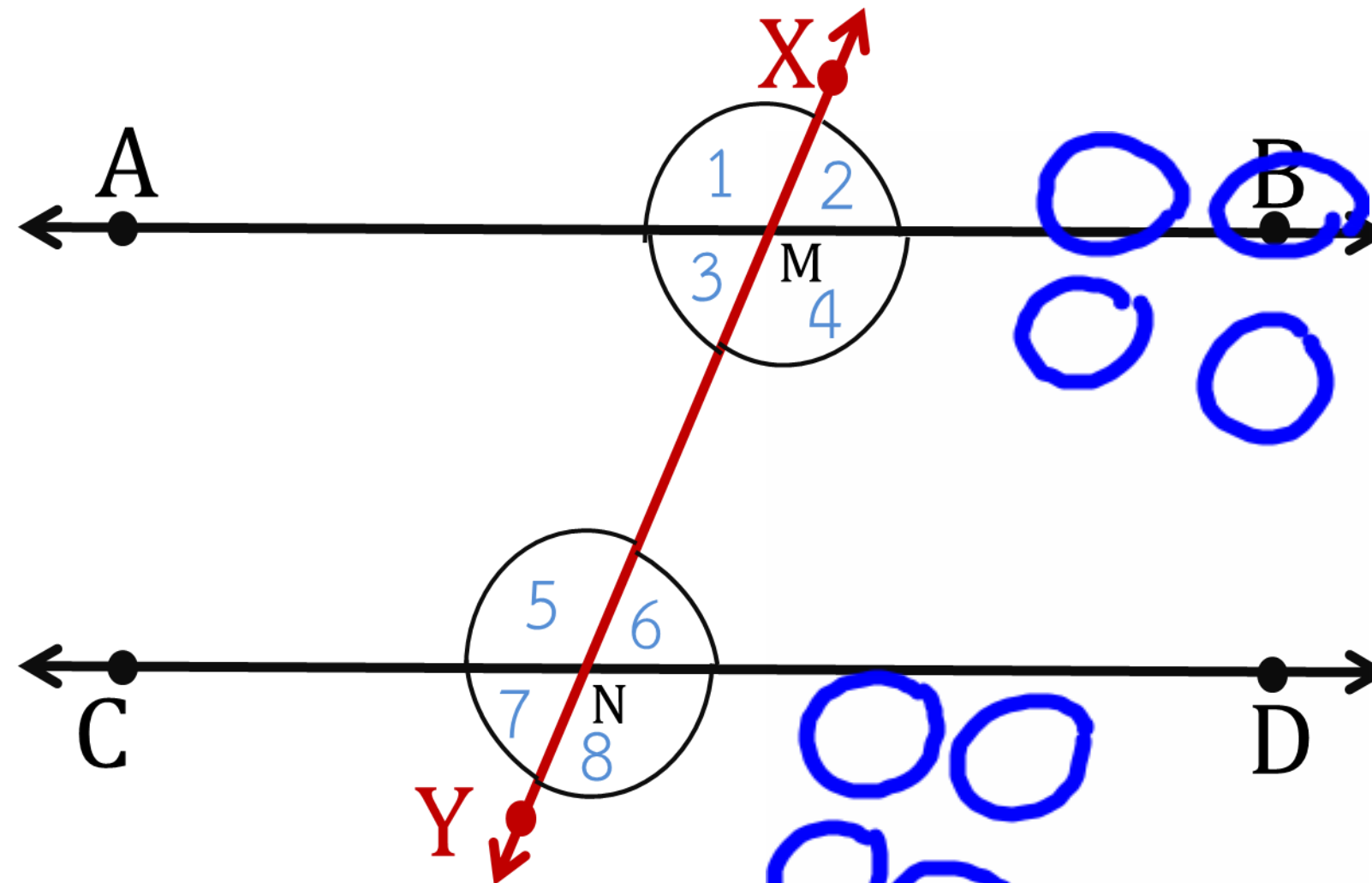
ทบทวนทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนาน



เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกันก็ต่อเมื่อ มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน



ทบทวนทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนาน



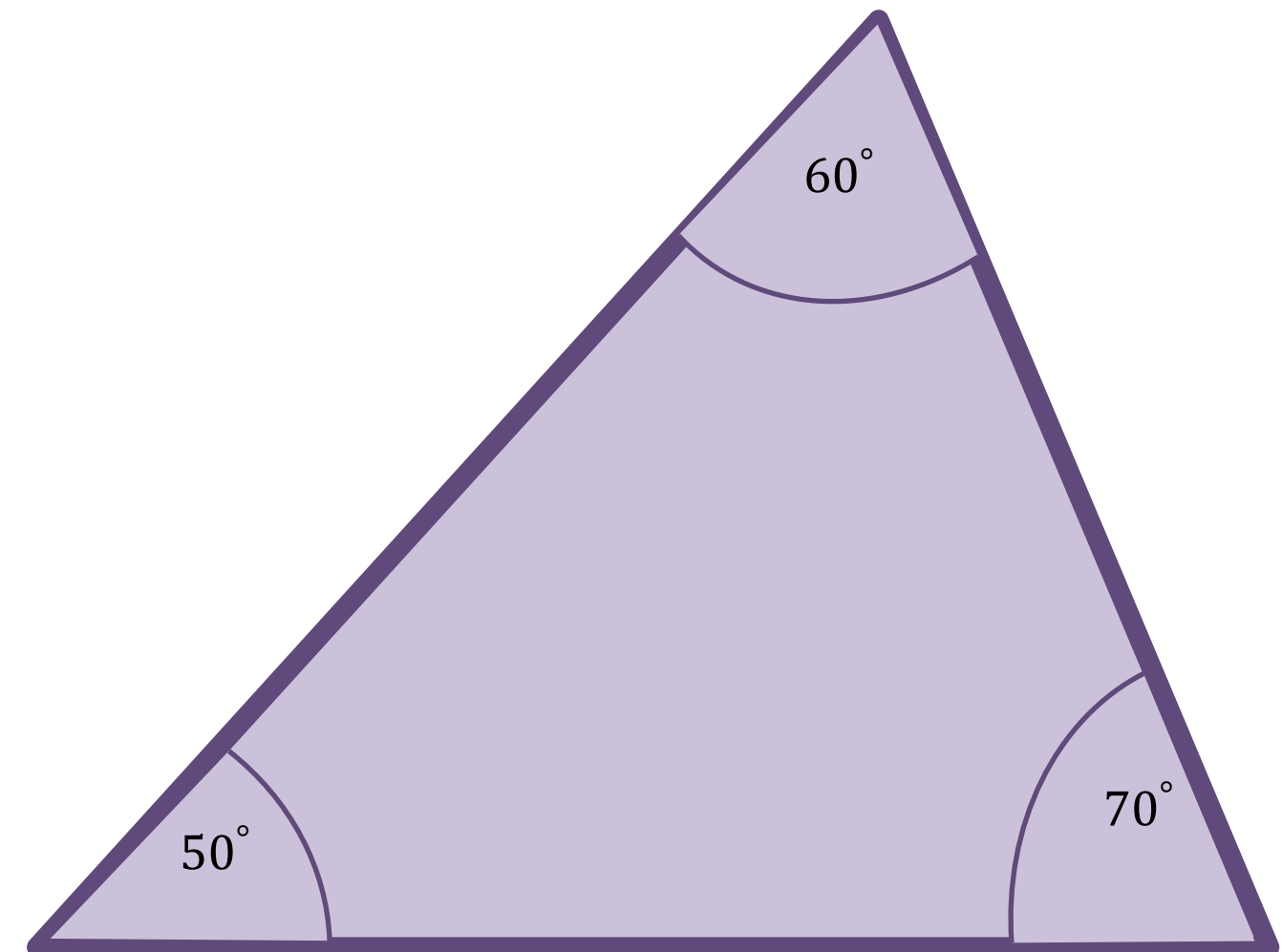
เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อมุมภายนอก
และมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน



ทบทวนทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนาน

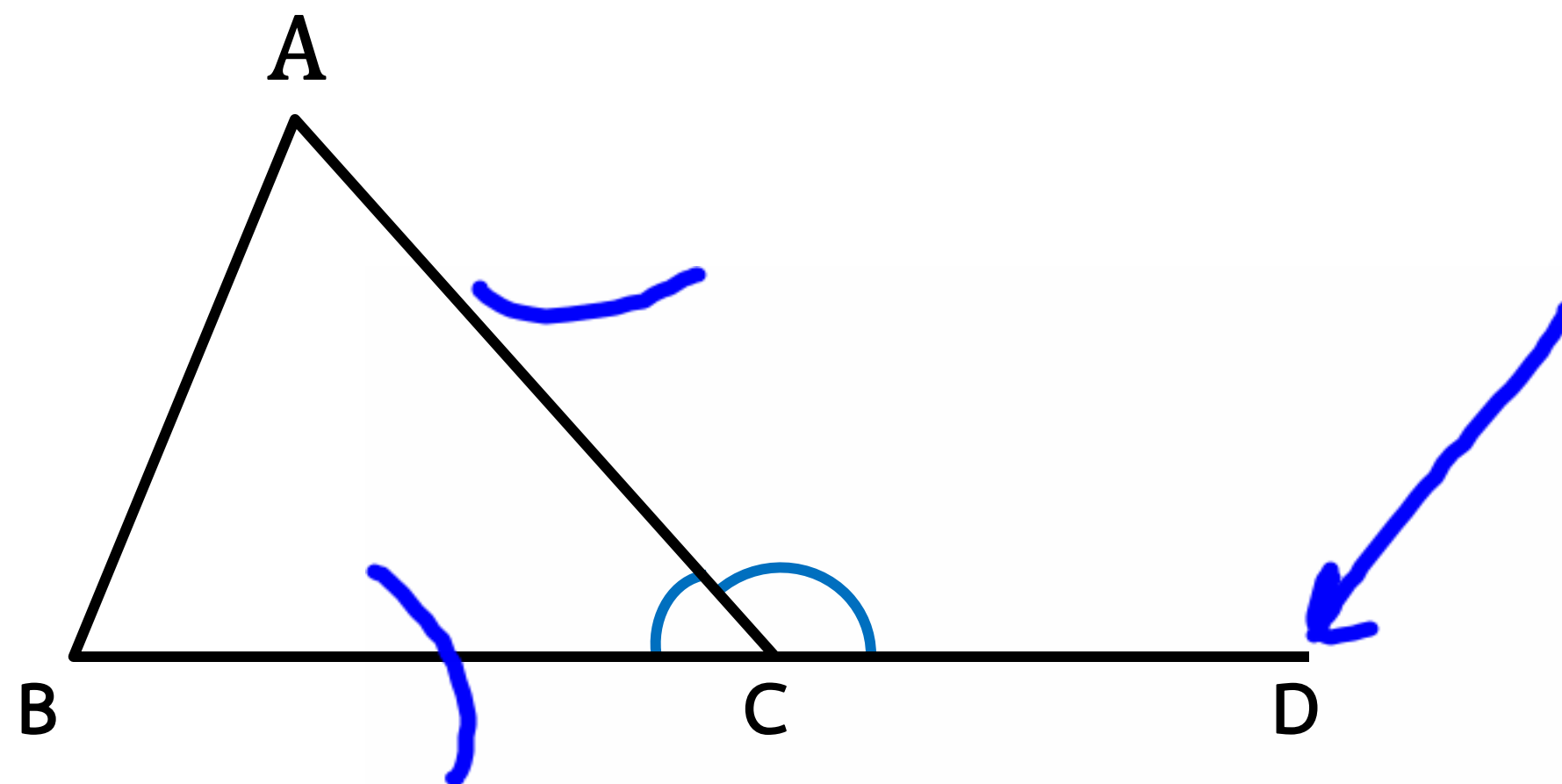
ทฤษฎีบท

“ขนาดของมุมภายในทั้งสามมุม
ของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเท่ากับ
180 องศา”





ทบทวนทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนาน



ทฤษฎีบท “ถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไป แล้วมุมภายนอกที่เกิดขึ้น จะมีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น”



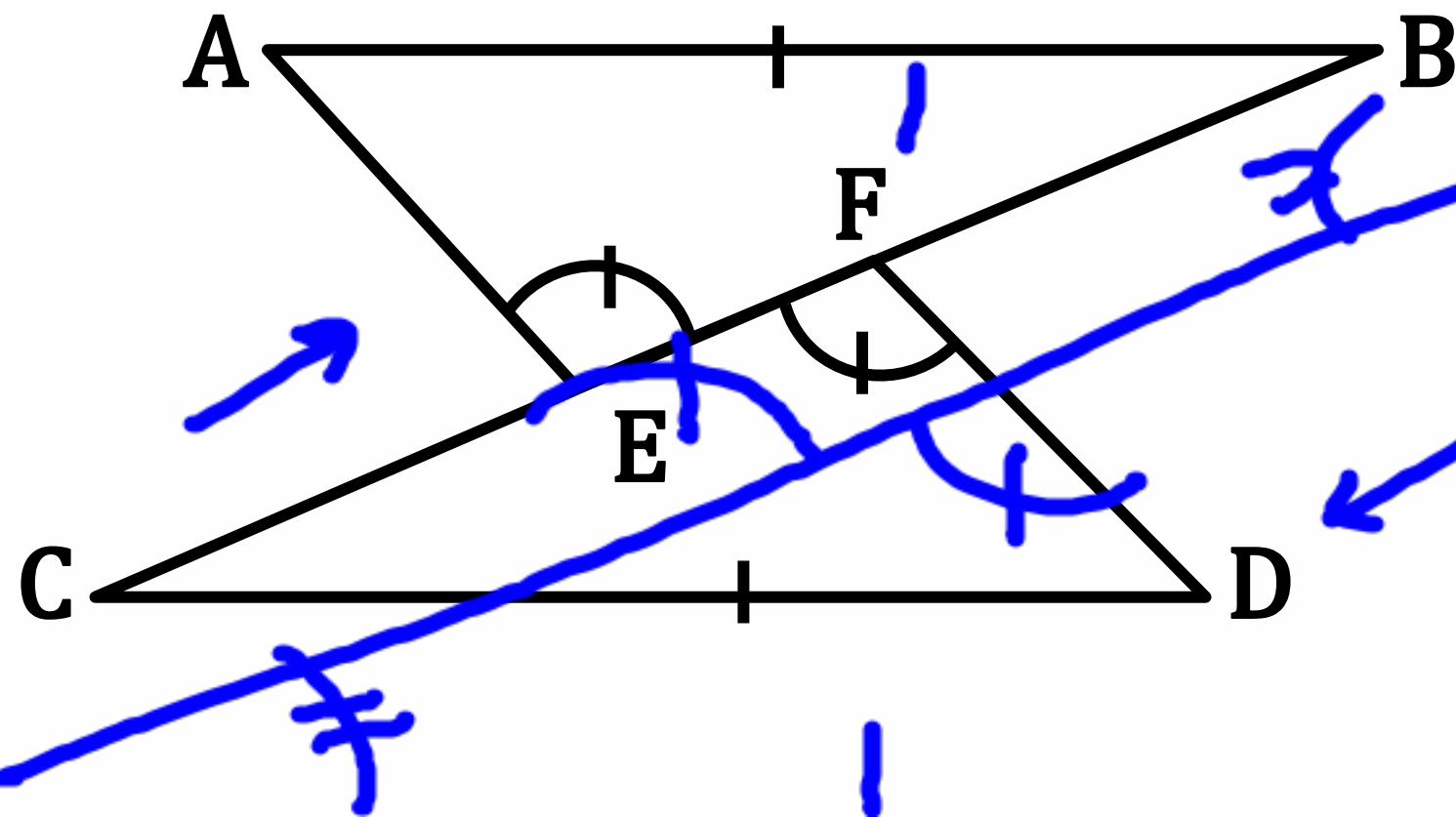
ตัวอย่างที่ 1





ตัวอย่างที่ 1

ตัวอย่างที่ 1 จากรูปกำหนดให้ $\triangle ABC$ และ $\triangle DCF$ เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มี $\angle AEB = \angle DFC$, $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ และ $AB = CD$ จงพิสูจน์ว่า $AE = DF$



กำหนดให้ $\triangle ABC$ และ $\triangle DCF$ เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มี

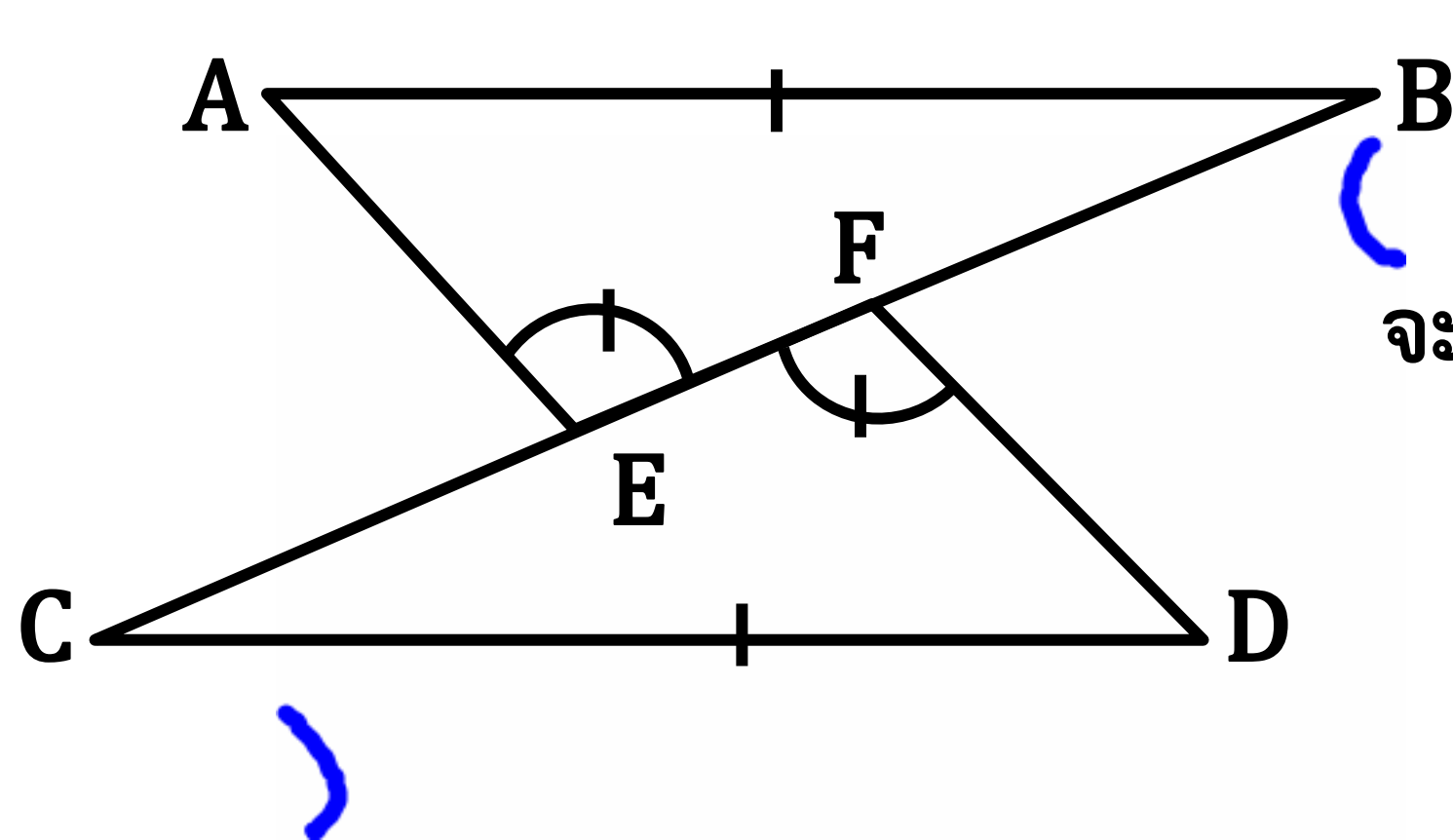
$\angle AEB = \angle DFC$, $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ และ $AB = CD$

ต้องการพิสูจน์ว่า $AE = DF$



ตัวอย่างที่ 1

ตัวอย่างที่ 1 จากรูปกำหนดให้ $\triangle ABC$ และ $\triangle DCF$ เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มี $\angle AEB = \angle DFC$, $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ และ $AB = CD$ จงพิสูจน์ว่า $AE = DF$



พิสูจน์ เนื่องจาก $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ (กำหนดให้)

จะได้ $\angle AEB = \angle DFC$ (ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้ว มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)

$\angle AEB = \angle DFC$ (กำหนดให้)

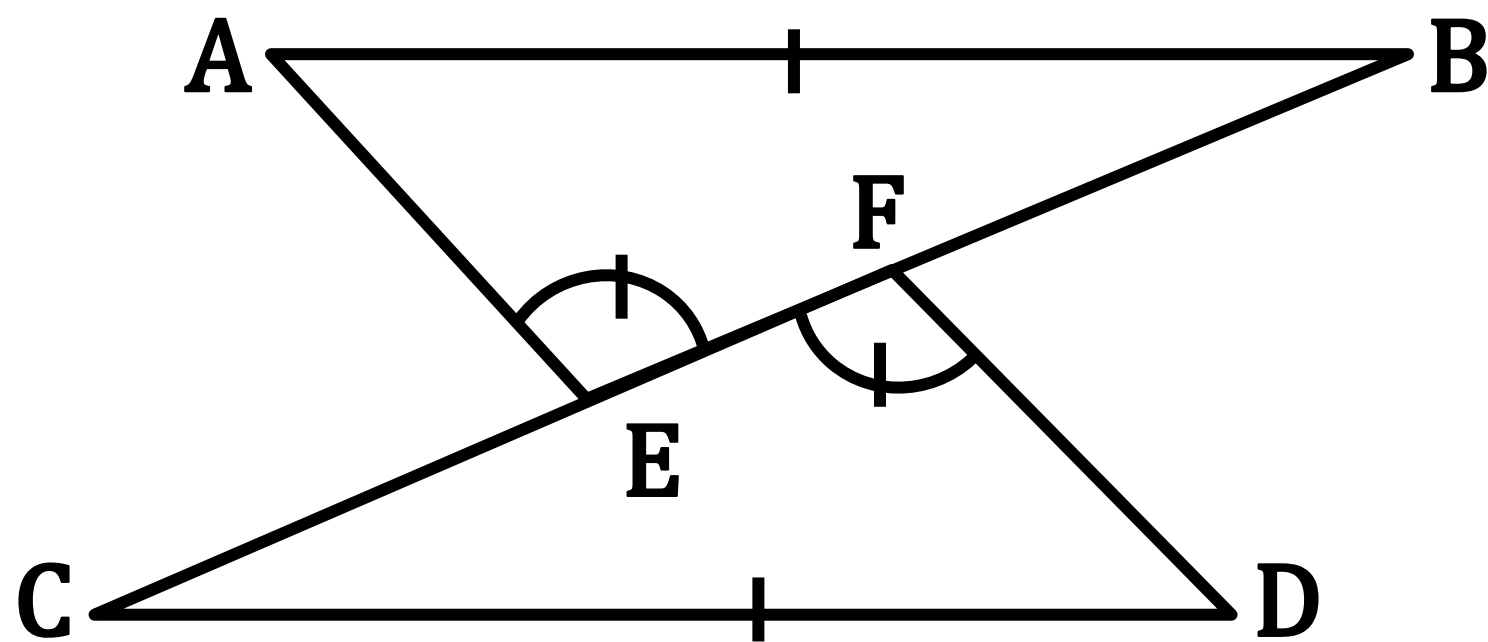
$AB = CD$ (กำหนดให้)

ดังนั้น $\triangle ABC \cong \triangle DCF$ (มุม-มุม-ด้าน)



ตัวอย่างที่ 1

ตัวอย่างที่ 1 จากรูปกำหนดให้ $\triangle ABC$ และ $\triangle DCF$ เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มี $\angle AEB = \angle DFC$, $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ และ $AB = CD$ จงพิสูจน์ว่า $AE = DF$



นั่นคือ $AE = DF$

(ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากัน
ทุกประการ จะยาวเท่ากัน)

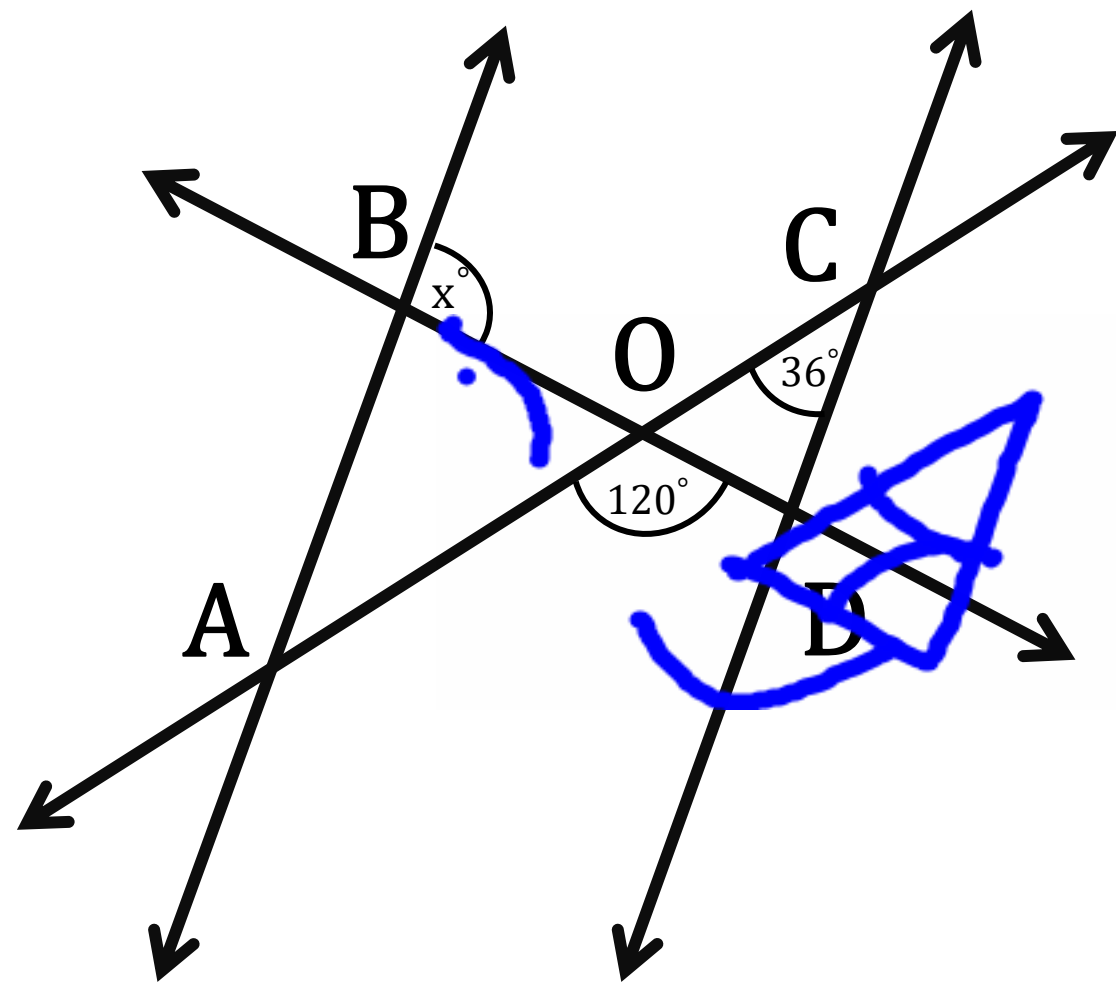
ตัวอย่างที่ 2





ตัวอย่างที่ 2

ตัวอย่างที่ 2 จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ มี $\overleftrightarrow{AC}$ ตัด $\overleftrightarrow{BD}$ ที่จุด O มี $\angle AOD = 120^\circ$
และ $\angle DCO = 36^\circ$ จงหาค่าของ X



วิธีทำ $\angle AOD$ เป็นมุมภายนอกของ $\triangle COD$

$$\text{ดังนั้น } \angle AOD = \angle DCO + \angle CDO$$

(ขนาดของมุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยมเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น)

จะได้

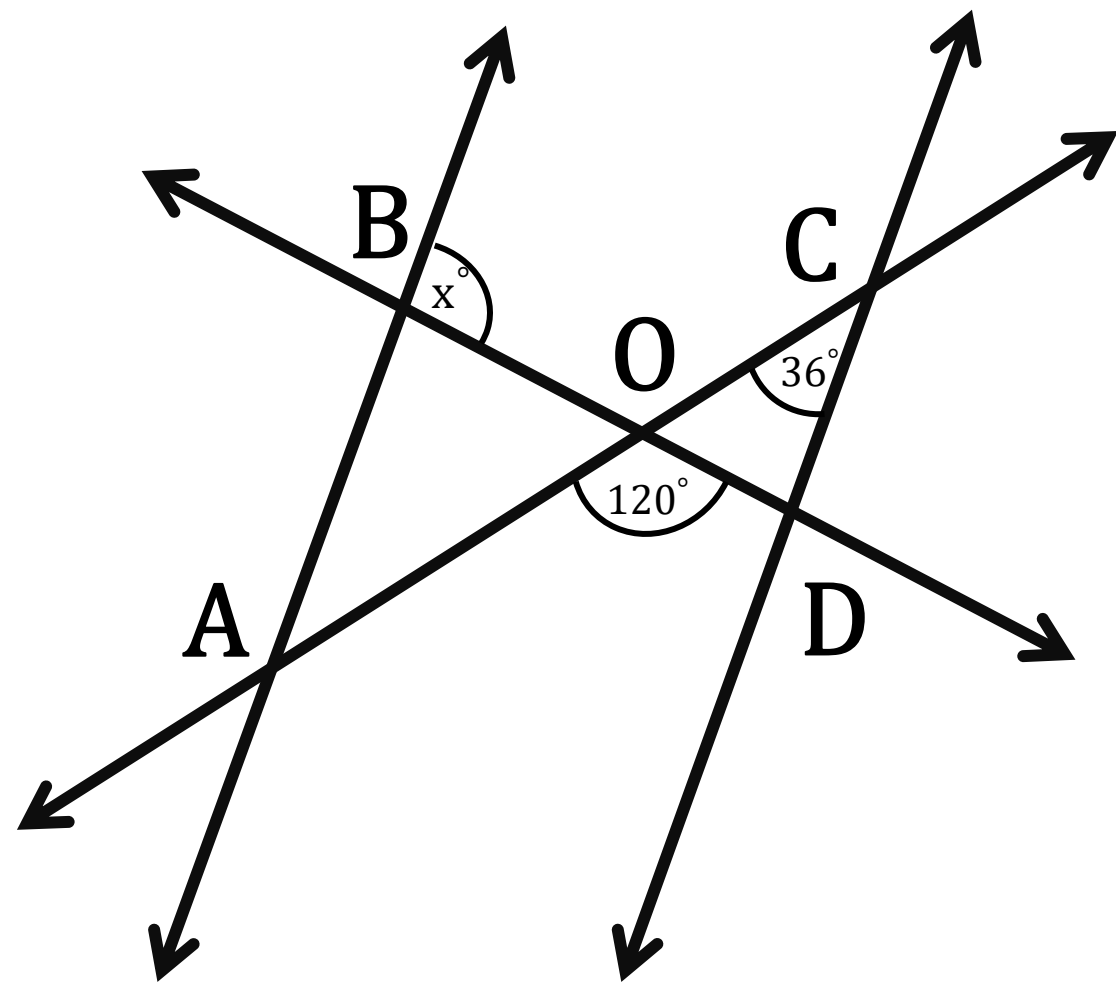
$$120 = 36 + \angle CDO$$

$$\angle CDO = 84^\circ$$



ตัวอย่างที่ 2

ตัวอย่างที่ 2 จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ มี $\overleftrightarrow{AC}$ ตัด $\overleftrightarrow{BD}$ ที่จุด O มี $\angle AOD = 120^\circ$
และ $\angle DCO = 36^\circ$ จงหาค่าของ X



เนื่องจาก $X + \angle CDO = 180$

(ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดที่ตัดเส้นขนาน
รวมกันเท่ากับ 180°)

จะได้

$$X + 84 = 180$$

$$X = 96^\circ$$

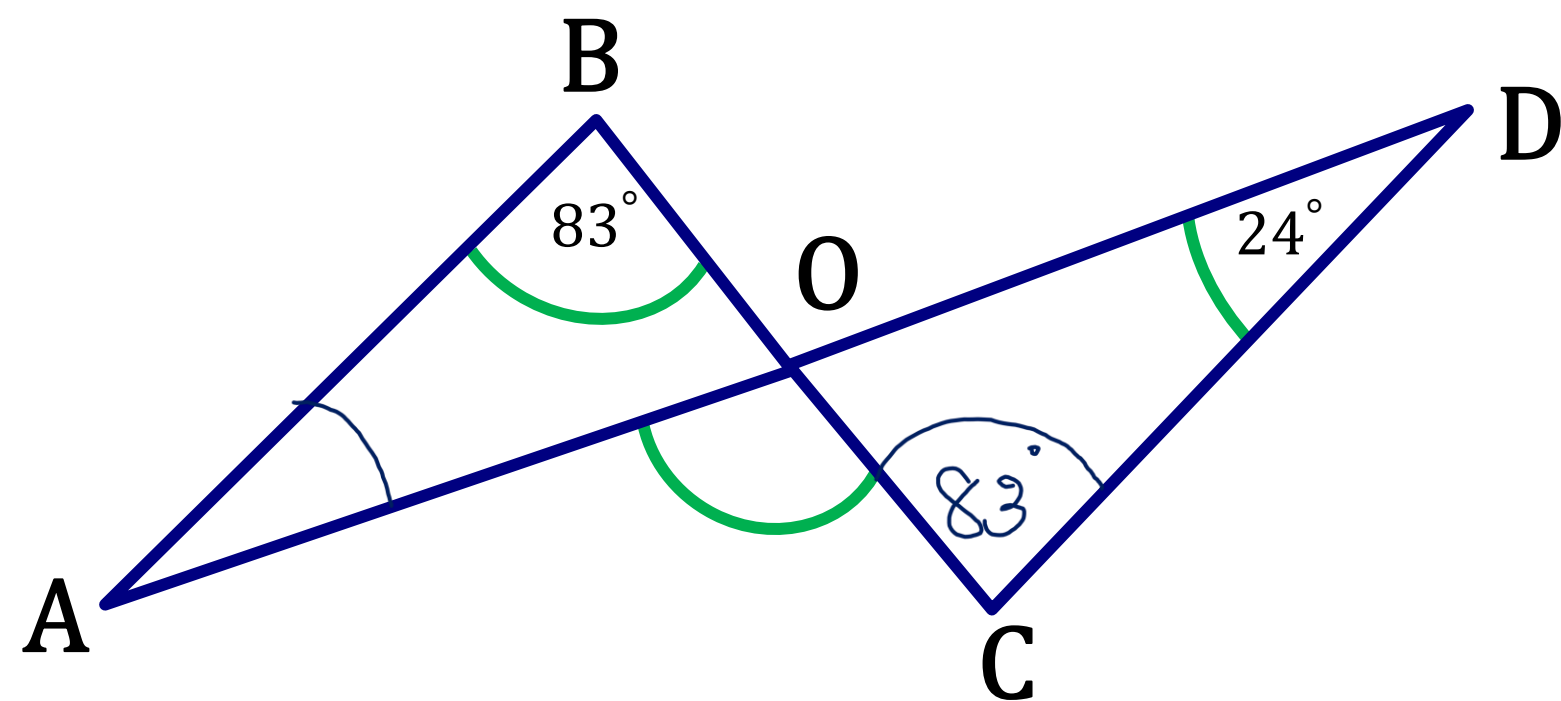
ตัวอย่างที่ 3





ตัวอย่างที่ 3

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ จงหาค่าของ $\angle AOC$



วิธีทำ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

$$\angle ABO = \angle CDO \quad (\text{มุมแย้ง})$$

$$\angle ABO = 83^\circ \quad (\text{กำหนดให้})$$

$$\angle CDO = 83^\circ \quad (\text{สมบัติของรูปทรงเท่ากัน})$$

$$\angle AOC = \angle ODC + \angle DCO \quad (\text{มุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยมมีค่าเท่ากับมุมภายในรูปสามเหลี่ยมที่มุมรวมกัน
และมุมนั้นตั้งฉากกับมุมประชิด})$$

$$\angle AOC = 24 + 83 = 107$$



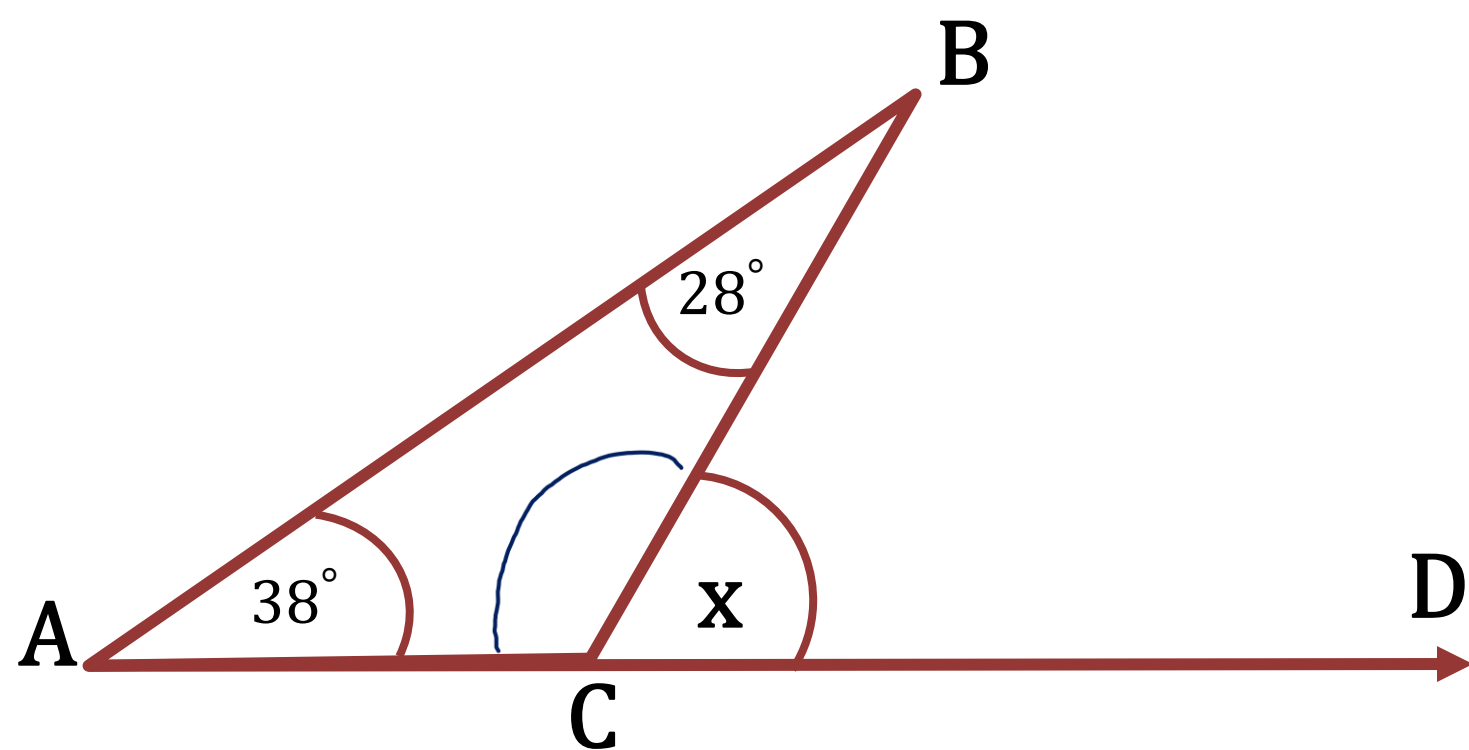
ตัวอย่างที่ 4





ตัวอย่างที่ 4

ตัวอย่างที่ 4 จากรูป จงหาค่าของ X



$$\begin{aligned}\angle BCD &= \angle ABC + \angle BAC \\ &= 28 + 38 = 66\end{aligned}$$

$$\angle ABC + \angle BCA + \angle CAB = 180$$

$$\angle BCA + \angle BCD = 180$$

$$\angle ABC + \cancel{\angle BCA} + \angle CAB = \cancel{\angle BCA} + \angle BCD$$

$$\angle ABC + \angle CAB = \angle BCD$$

$$28 + 38 = \angle BCD$$

$$66 = \angle BCD$$



แบบฝึกหัดที่ 8

เส้นขนานกับรูปสามเหลี่ยม (3)



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)

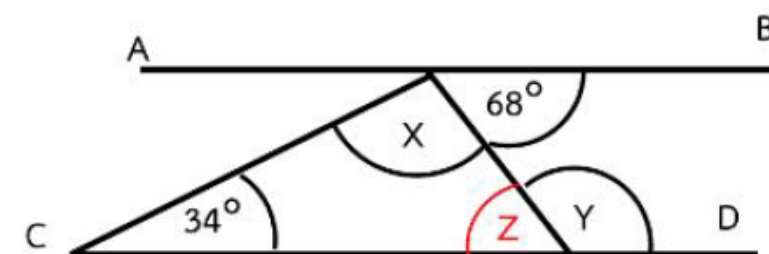
แบบฝึกหัด 8 เรื่อง เส้นขนานกับรูปสามเหลี่ยม (3)

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง เส้นขนาน

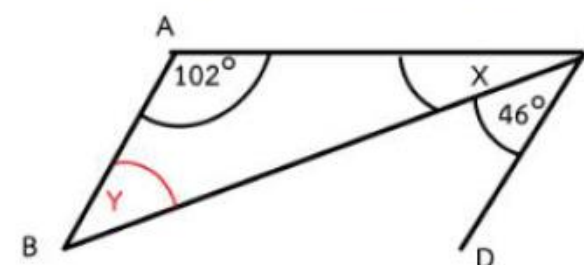
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 เรื่อง เส้นขนานกับรูปสามเหลี่ยม (3)

รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

1. กำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ จงหาขนาดของ x และ y



2. กำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ จงหาขนาดของ x

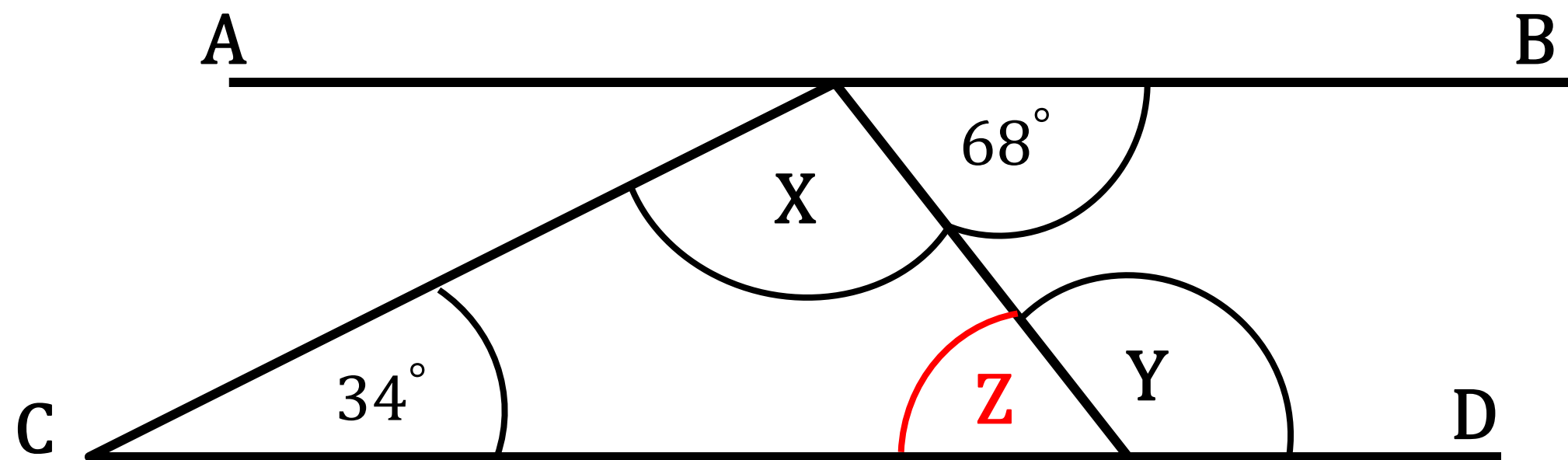




แบบฝึกหัดที่ 8

คำชี้แจง : ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่าที่โจทย์ต้องการทราบให้สมบูรณ์

1. กำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ จงหาค่าของ X และ Y

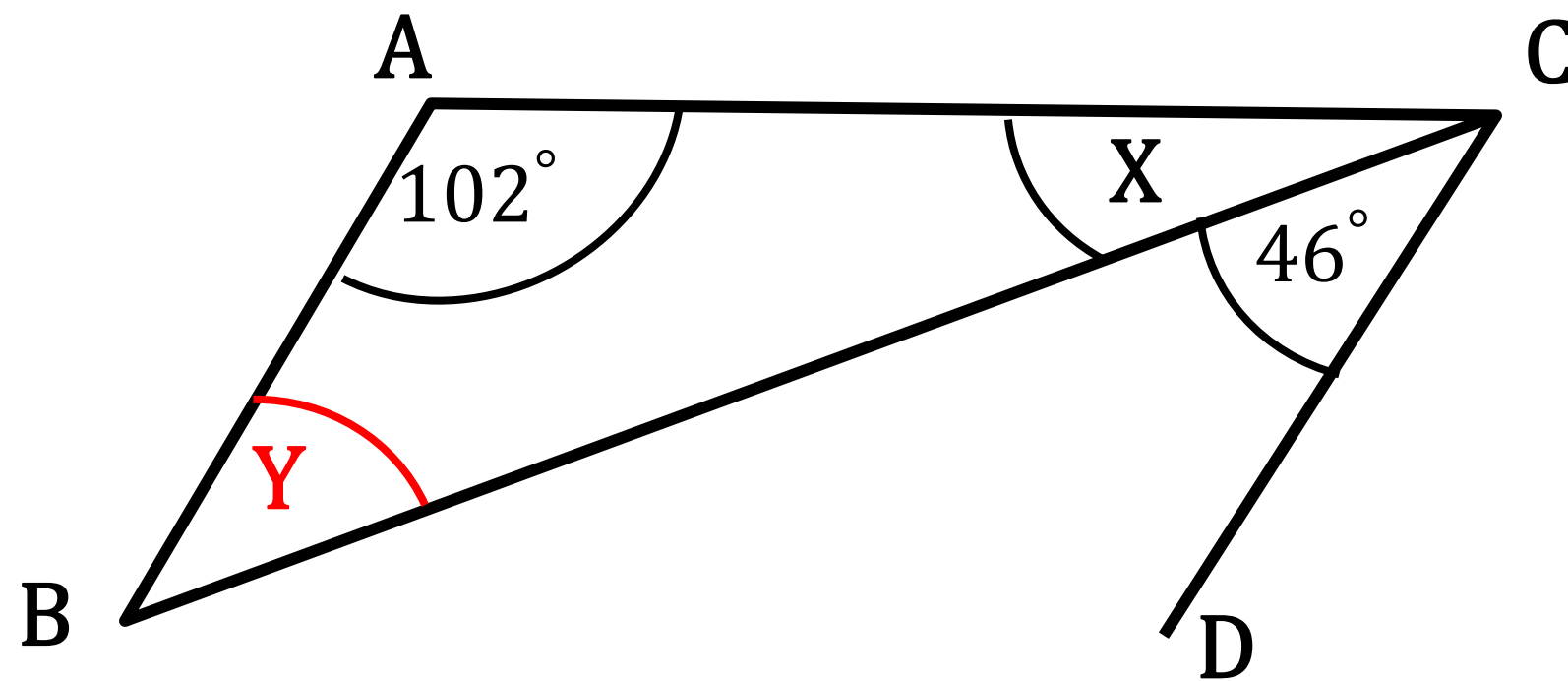




แบบฝึกหัดที่ 8

คำชี้แจง : ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่าที่โจทย์ต้องการทราบให้สมบูรณ์

2. กำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ จงหาค่าของ X

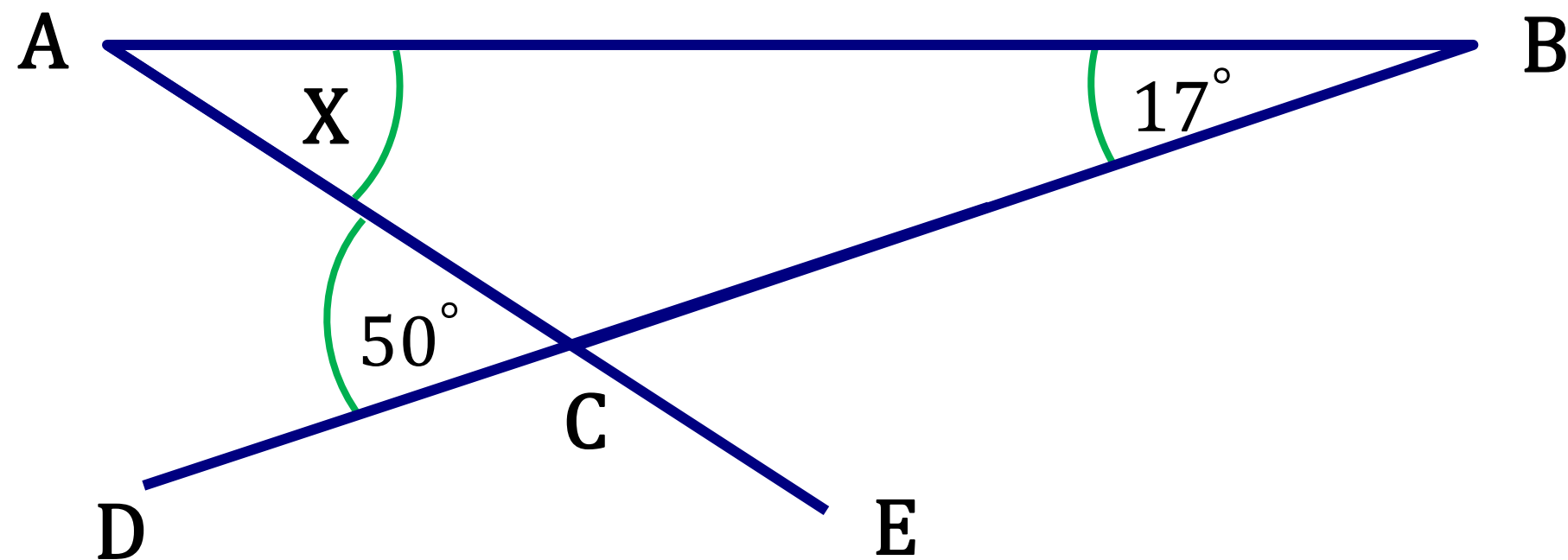




แบบฝึกหัดที่ 8

คำชี้แจง : ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่าที่โจทย์ต้องการทราบให้สมบูรณ์

3. จงหาขนาดของมุม X





เฉลยแบบฝึกหัดที่ 8

เส้นขนานกับรูปสามเหลี่ยม (3)



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)

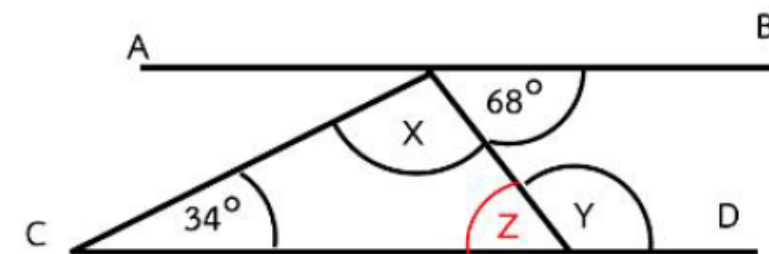
แบบฝึกหัด 8 เรื่อง เส้นขนานกับรูปสามเหลี่ยม (3)

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง เส้นขนาน

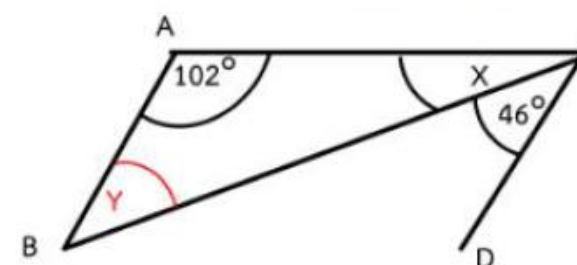
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 เรื่อง เส้นขนานกับรูปสามเหลี่ยม (3)

รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

1. กำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ จงหาขนาดของ x และ y



2. กำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ จงหาขนาดของ x



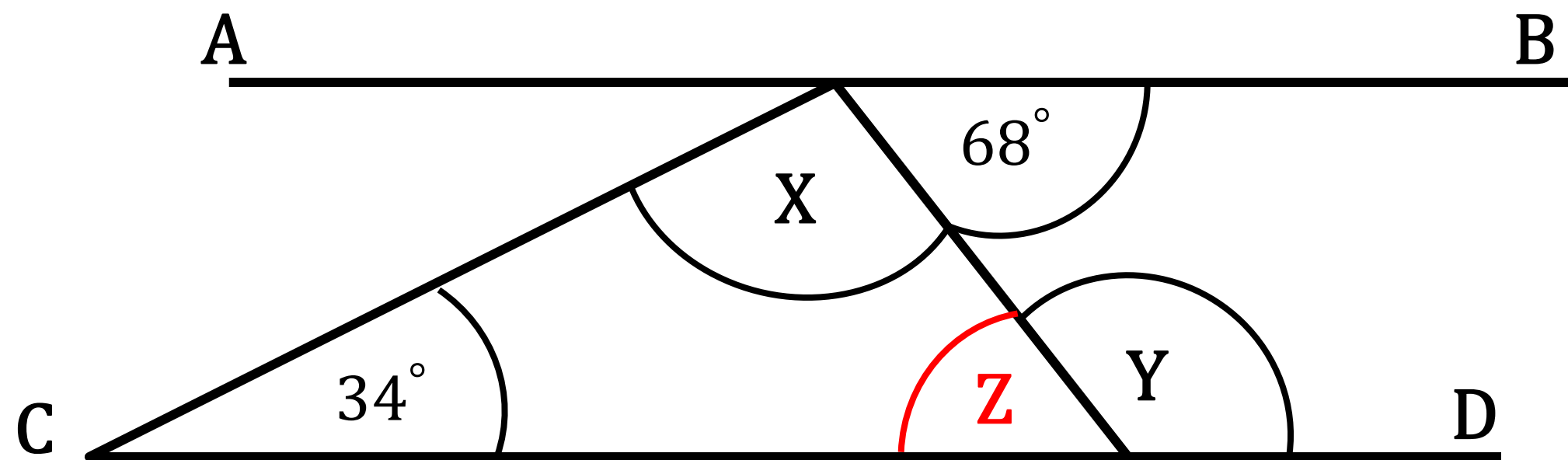
3. จงหาขนาดของมุม x



แบบฝึกหัดที่ 8

คำชี้แจง : ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่าที่โจทย์ต้องการทราบให้สมบูรณ์

1. กำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ จงหาค่าของ X และ Y

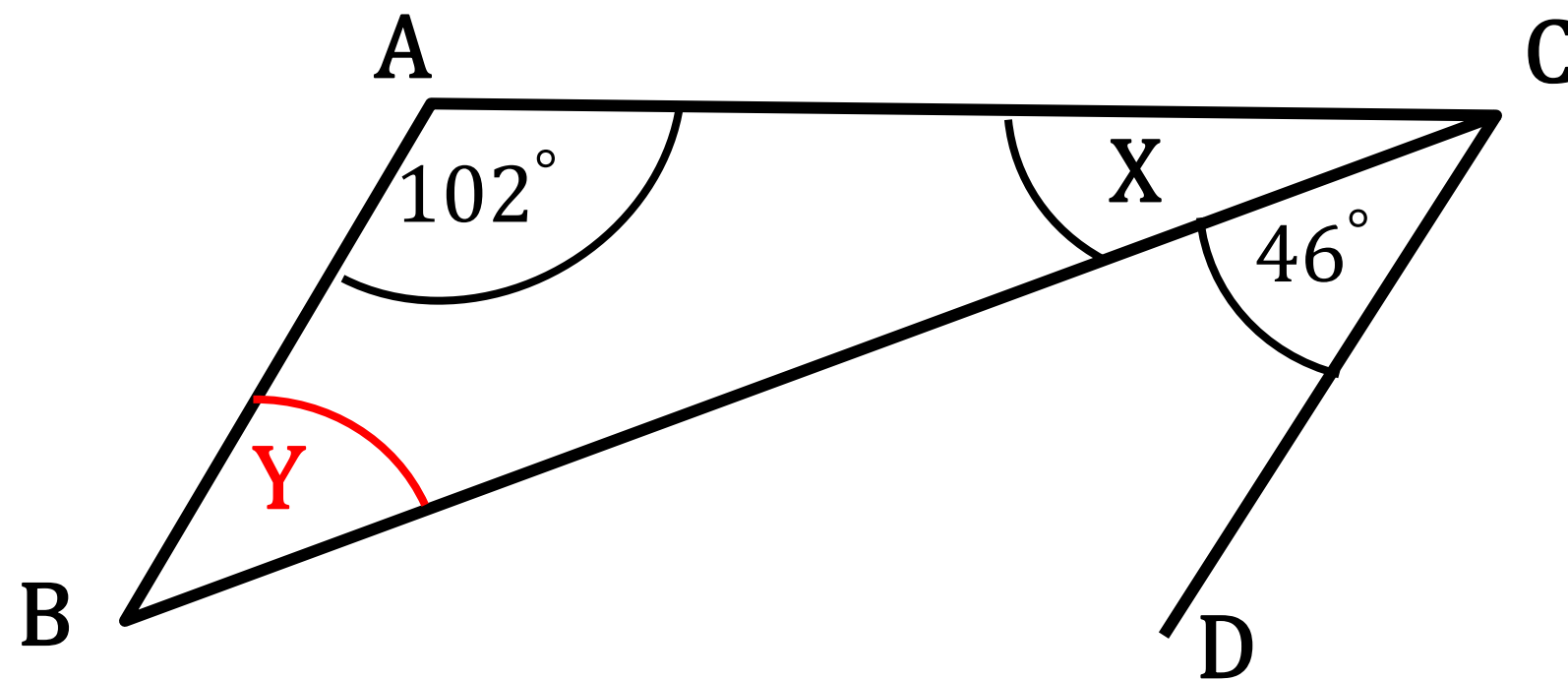




แบบฝึกหัดที่ 8

คำชี้แจง : ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่าที่โจทย์ต้องการทราบให้สมบูรณ์

2. กำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ จงหาค่าของ X

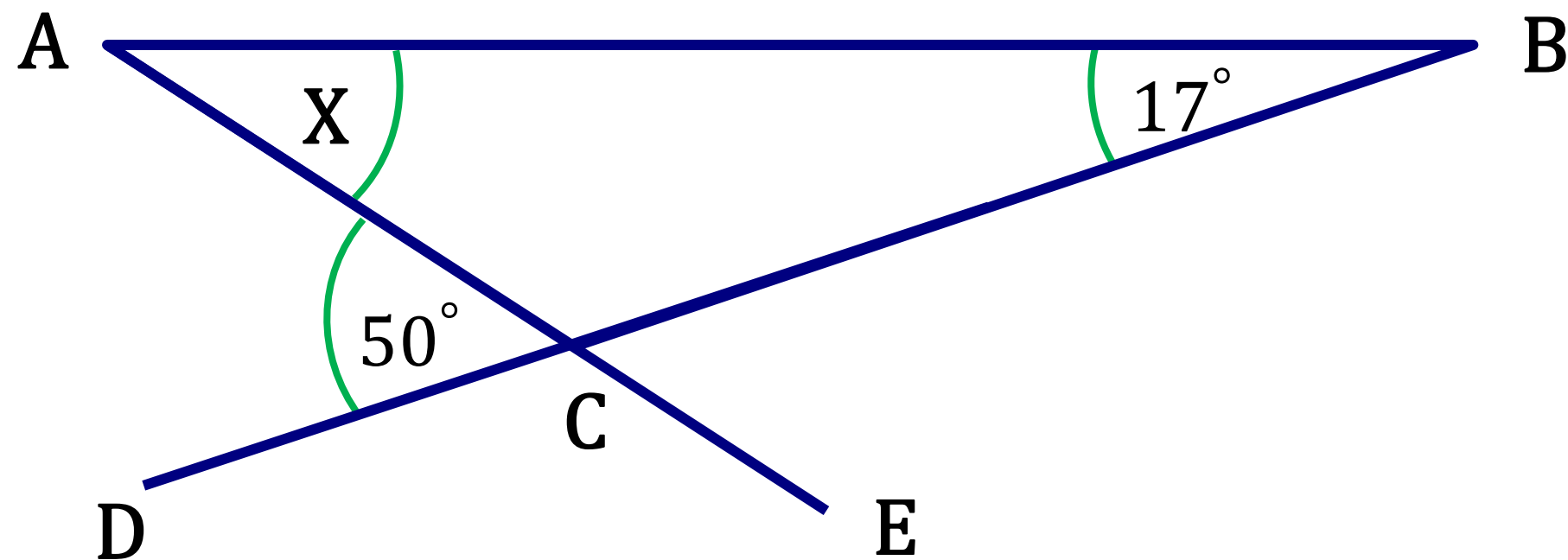




แบบฝึกหัดที่ 8

คำชี้แจง : ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่าที่โจทย์ต้องการทราบให้สมบูรณ์

3. จงหาขนาดของมุม X





แบบฝึกหัดที่ 9

เส้นขนานกับรูปสามเหลี่ยม (4)



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)

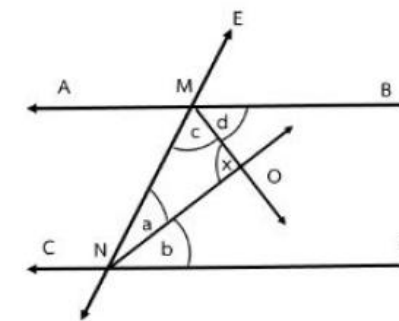
แบบฝึกหัด 9 เรื่อง เส้นขนานกับรูปสามเหลี่ยม (4)

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง เส้นขนาน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 เรื่อง เส้นขนานกับรูปสามเหลี่ยม (4)

รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

1. กำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ มี $\overline{EF}$ ตัด $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ ที่จุด M และ N ตามลำดับ ถ้า $\angle DNM = 54^\circ$ และ $2(a) = b$ และ $c = d$ จงหาขนาดของ x



วิธีทำ $\angle DNM = a = 54^\circ$ (จากรูป)

จาก $2(a) = b$ (จากรูป)

นำ ② แทนใน ① จะได้ $a + 2(a) = 54^\circ$ ดังนั้น $\underline{\hspace{1cm}} = 18^\circ$

$\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} = 180^\circ$ (มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกัน 180°)

$54^\circ + \underline{\hspace{1cm}} = 180^\circ$

$\underline{\hspace{1cm}} = 180^\circ - 54^\circ = 126^\circ$

$\underline{\hspace{1cm}} = c + d = 126^\circ$

จาก โจทย์ ดังนั้น $c = d = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ (มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)

$a + c + x = 180^\circ$ ($\underline{\hspace{2cm}}$)

$18^\circ + 63^\circ + x = \underline{\hspace{1cm}}$

$x = \underline{\hspace{1cm}}$



สรุปบทเรียน

- เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกันก็ต่อเมื่อขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา
- เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกันก็ต่อเมื่อมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน
- เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน



สรุปบทเรียน

- ขนาดของมุมภายในทั้งสามมุมของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเท่ากับ 180 องศา
- ถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไป แล้วมุมภายนอกที่เกิดขึ้น จะมีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น



บทเรียนครั้งต่อไป

การนำความรู้เรื่องเส้นขนาน
ไปใช้ในชีวิตประจำวัน





สิ่งที่ต้องเตรียม

ใบกิจกรรมที่ 2 : คิดให้ได้ตอบให้ไว

บัตรคำ : ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับเส้นขนาน



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่
www.dltv.ac.th)



