

รายวิชา คณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค22102 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เส้นขนาน

เรื่อง เส้นขนานกับรูปสามเหลี่ยม (1)

ครูผู้สอน ครูอชราวุธ ไชยมงคล



หน่วยการเรียนรู้ที่ 3

เรื่อง เส้นขนาน

เส้นขนานกับรูปสามเหลี่ยม (1)





จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถวิเคราะห์
อธิบายทฤษฎีบทเกี่ยวกับผลรวมของขนาด
ของมุมภายในรูปสามเหลี่ยม

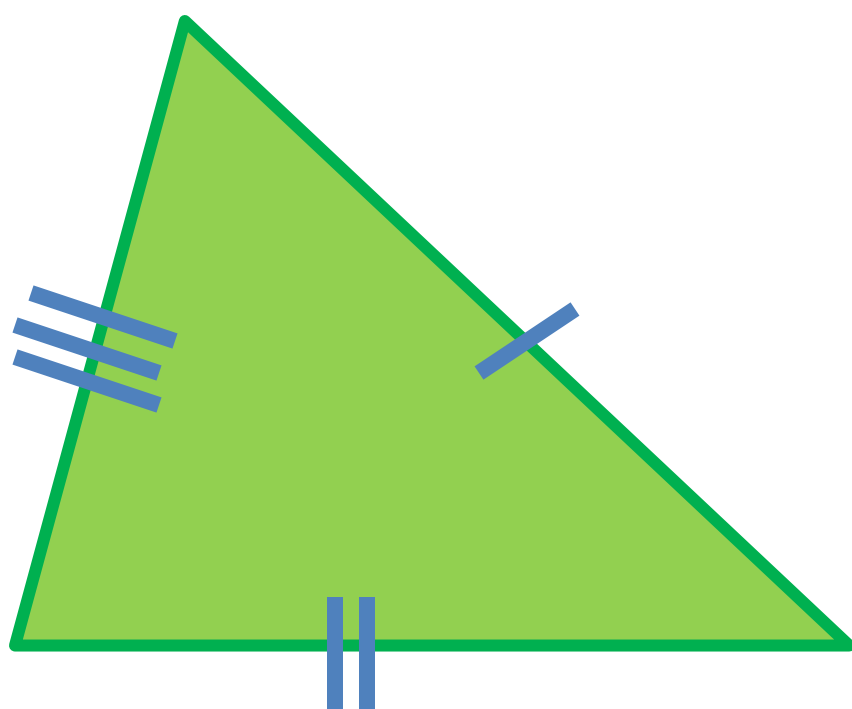
Angle A = Angle B

$L1 \parallel L2$

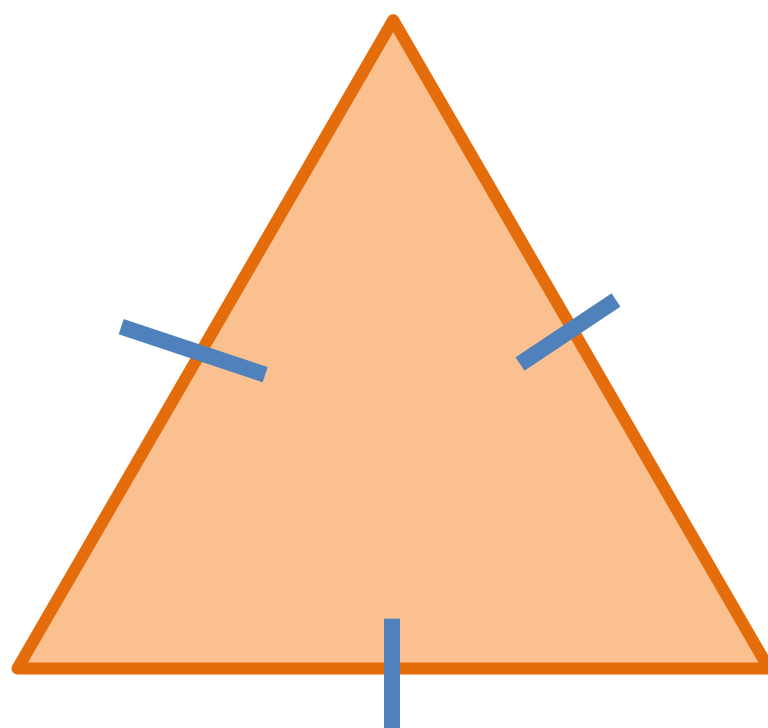




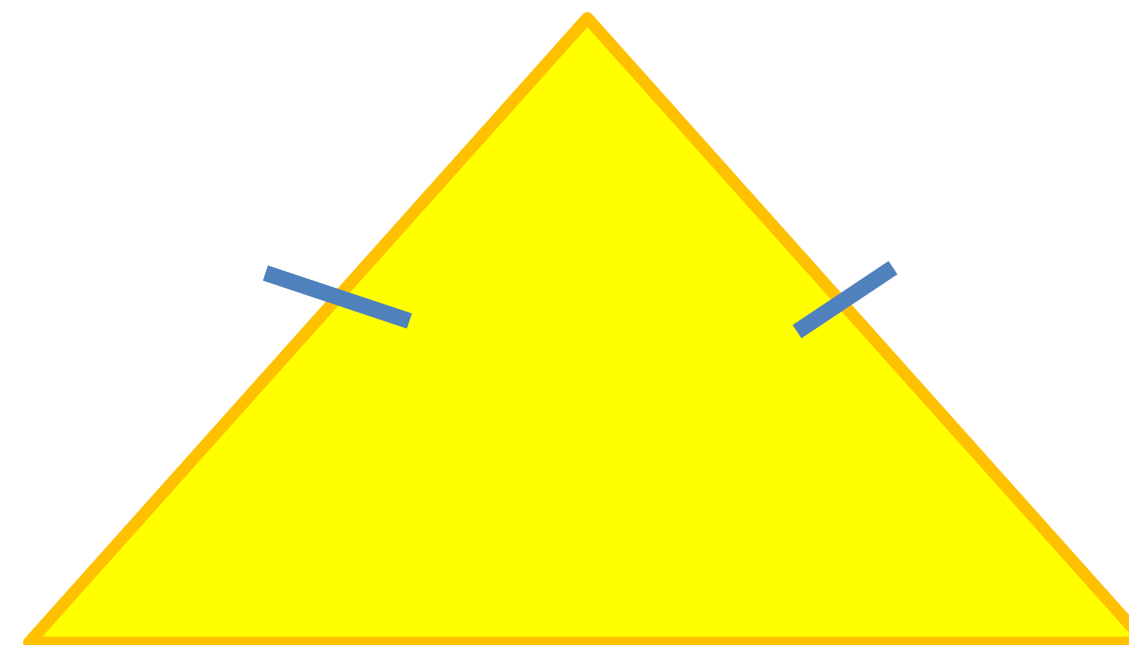
สำรวจมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม



สามเหลี่ยมด้านไม่เท่า



สามเหลี่ยมด้านเท่า

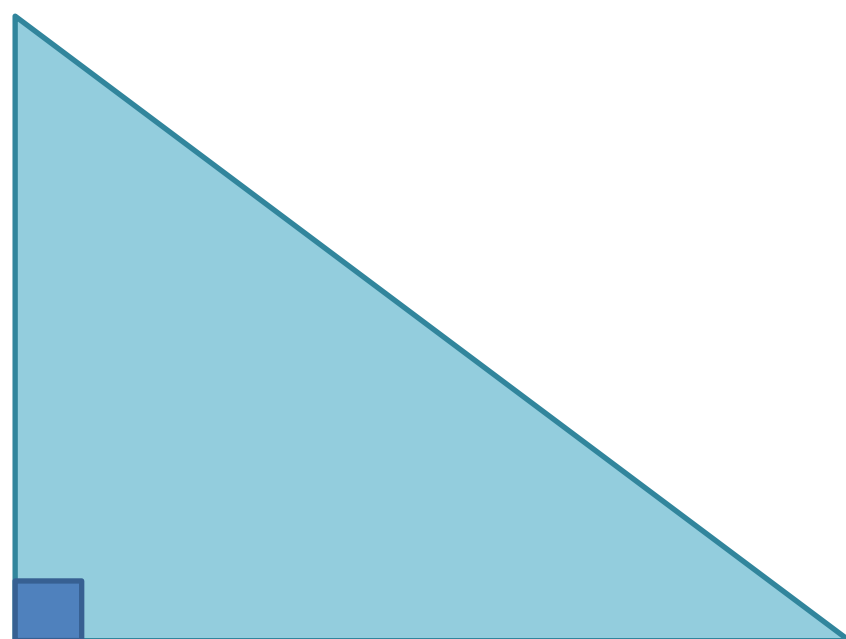


สามเหลี่ยมหน้าจั่ว

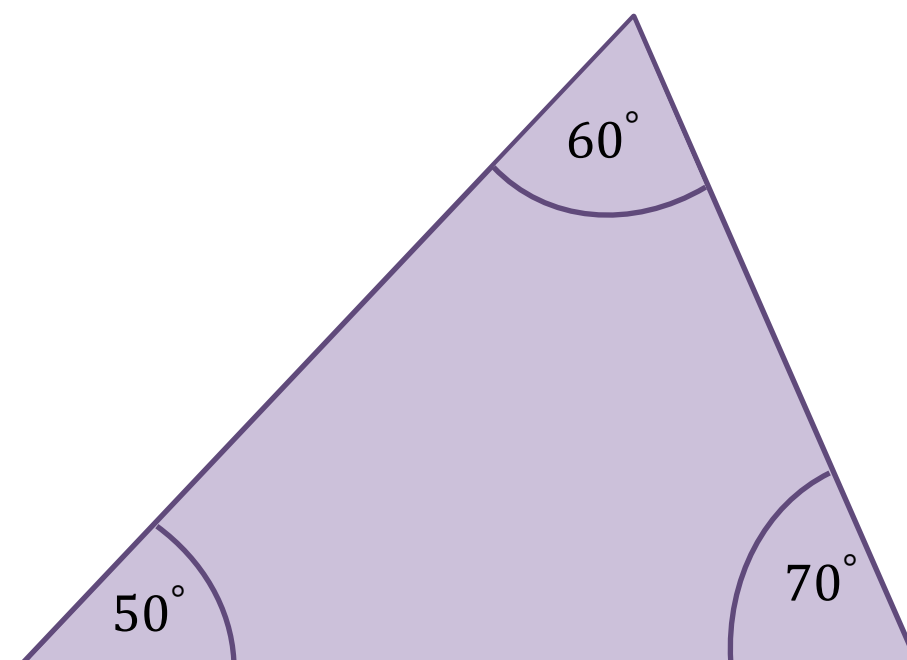


สำรวจมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม

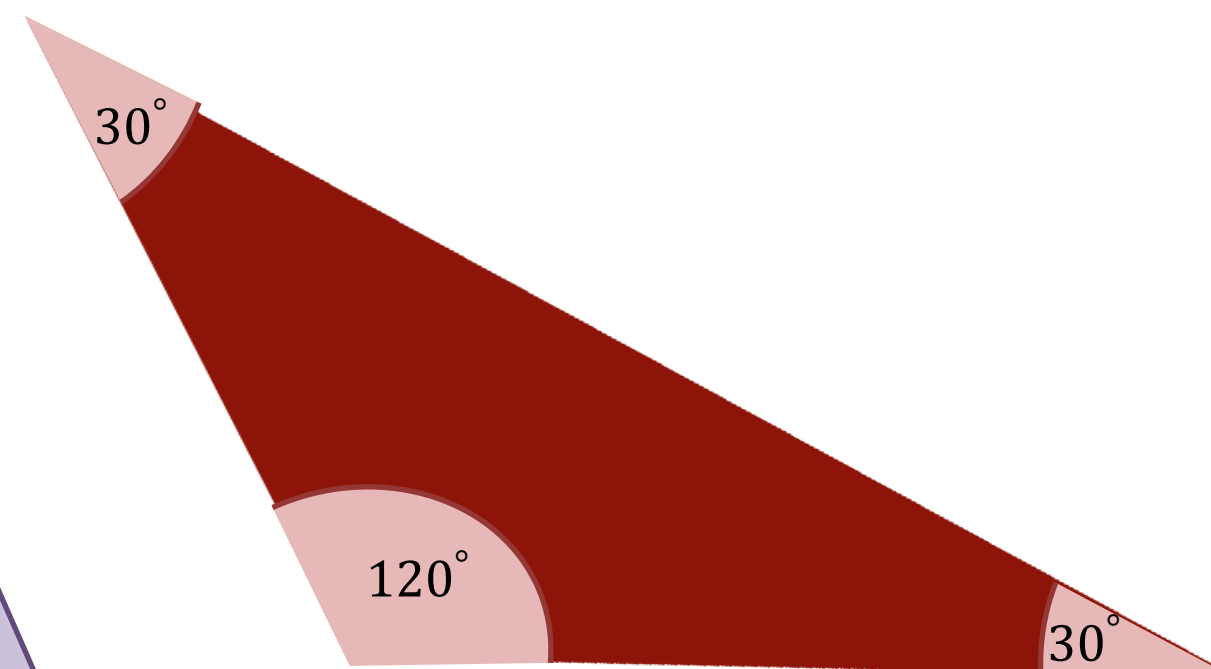
แบ่งตามรูปแบบของมุม



สามเหลี่ยมมุมฉาก



สามเหลี่ยมมุมแหลม



สามเหลี่ยมมุมป้าน

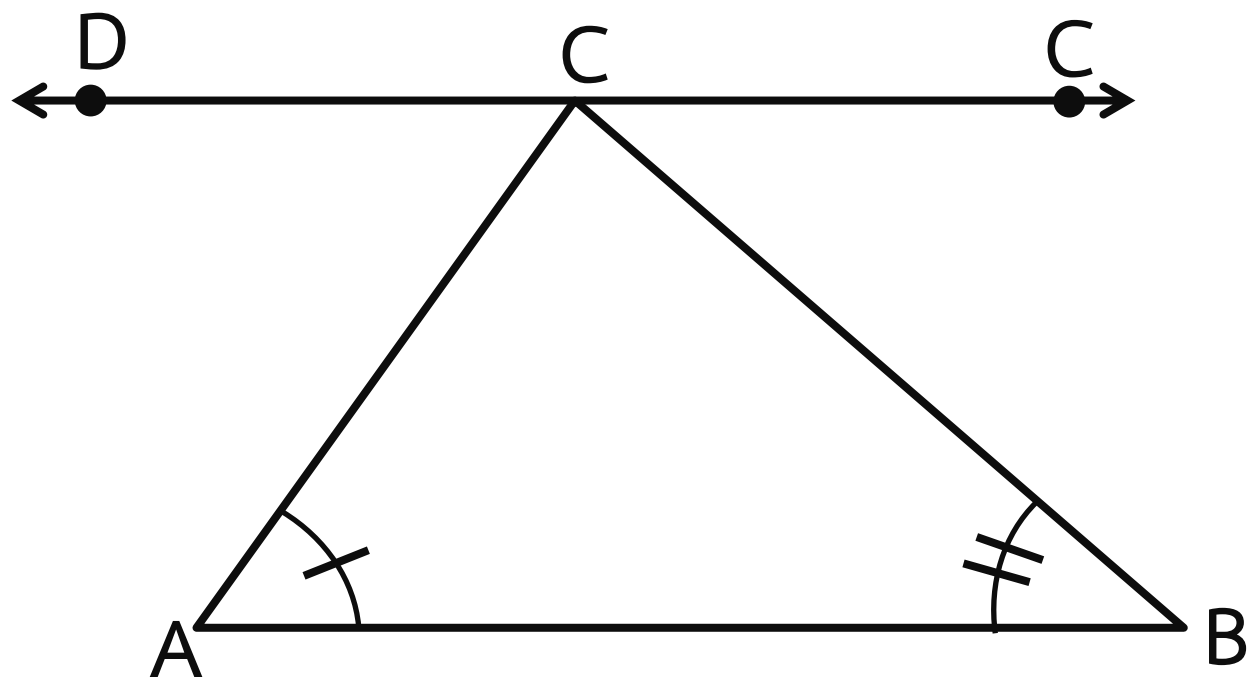


ทฤษฎีบทเกี่ยวกับผลรวม ของขนาดของมุมภายในรูปสามเหลี่ยม

ทฤษฎีบท “ขนาดของมุมภายในทั้งสามมุม
ของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเท่ากับ 180 องศา”



พิสูจน์ทฤษฎีบท



กำหนดให้ $\triangle ABC$ กำหนดให้เป็นรูปสามเหลี่ยมใด ๆ

ต้องการพิสูจน์ว่า $\angle CAB + \angle ABC + \angle BCA = 180^\circ$

พิสูจน์ สร้าง $\overleftrightarrow{DE}$ ผ่านจุด C ให้ $\overleftrightarrow{DE} \parallel \overline{AB}$

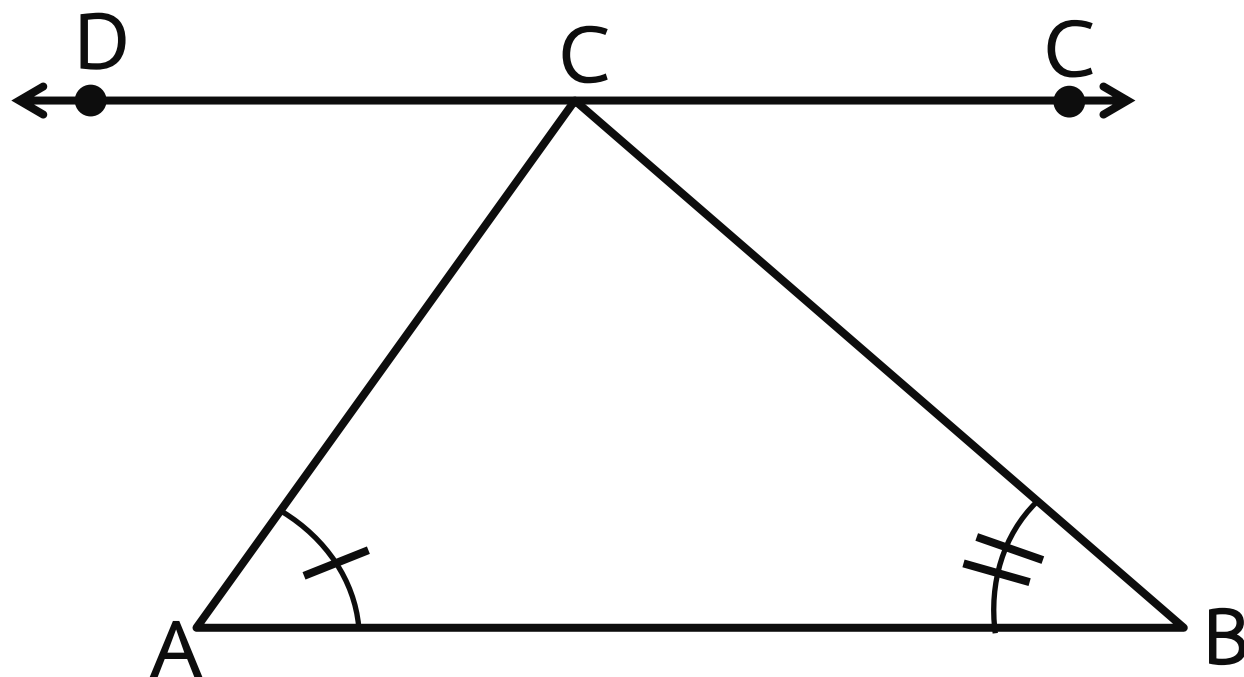
เนื่องจาก $\overline{AC}$ และ $\overline{BC}$ เป็นเส้นตัด $\overleftrightarrow{DE}$ และ $\overline{AB}$

จะได้ $\angle DCA = \angle CAB$ (ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและ

มีเส้นตัดแล้ว มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)



พิสูจน์ทฤษฎีบท



จะได้ $\angle ECB = \angle ABC$ (ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้ว มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)

$$\angle DCA + \angle BCA + \angle ECB = 180^\circ \text{ (ขนาดของมุมตรง)}$$

$$\angle CAB + \angle BCA + \angle ABC = 180^\circ \text{ (แทน } \angle DCA \text{ ด้วย } \angle CAB)$$

และแทน $\angle ECB$ ด้วย $\angle ABC$)

$$\text{ดังนั้น } \angle ABC + \angle BCA + \angle CAB = 180^\circ \text{ (สมบัติของการเท่ากัน)}$$



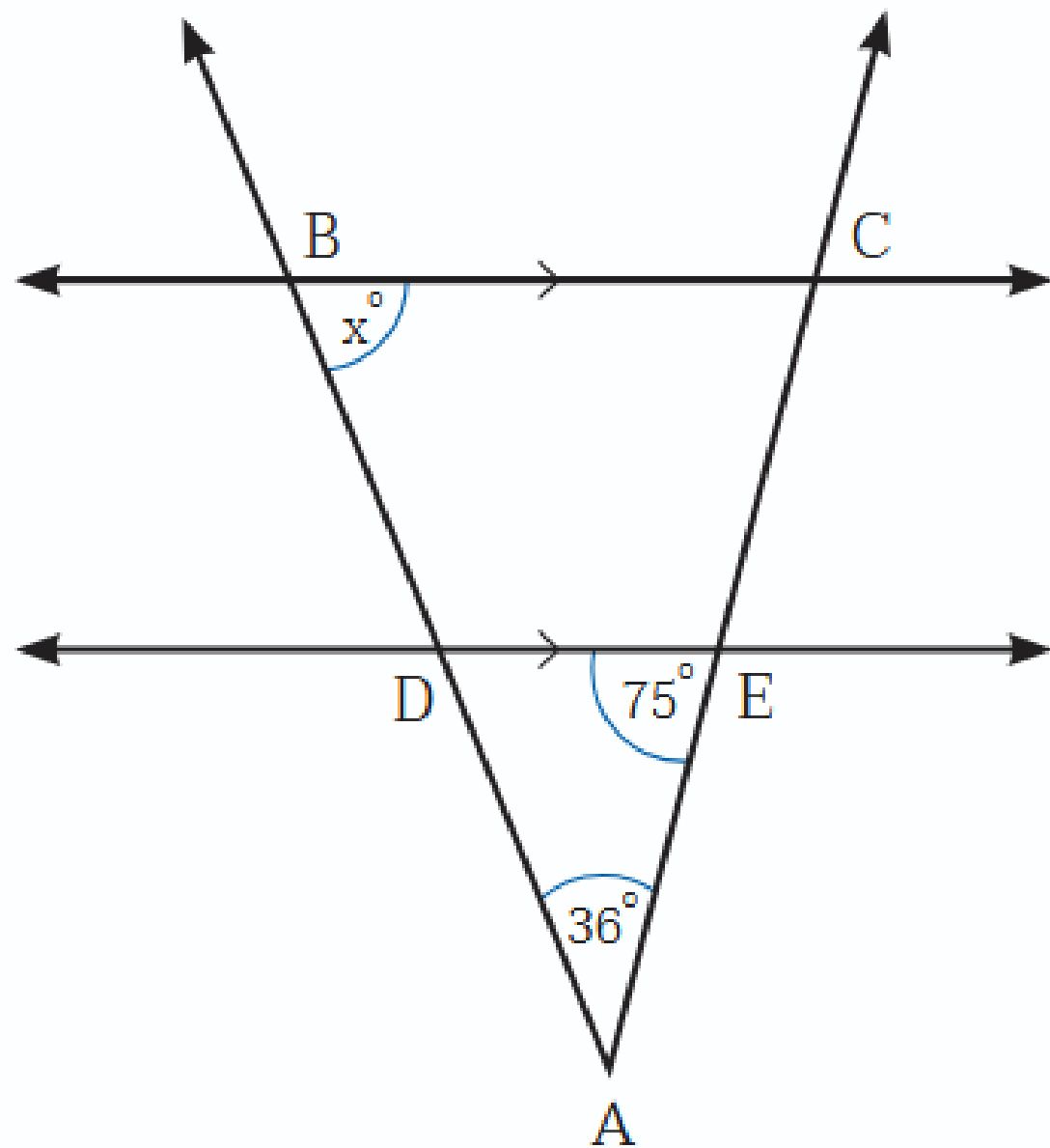
ตัวอย่างที่ 1





ตัวอย่างที่ 1

ตัวอย่างที่ 1 จากรูป $\overleftrightarrow{BC} \parallel \overleftrightarrow{DE}$ จงหาค่าของ X



วิธีทำ $\overleftrightarrow{BC} \parallel \overleftrightarrow{DE}$ มี $\overleftrightarrow{AB}$ เป็นเส้นตัด

จะได้ $\angle EDA = \angle CBD = X^\circ$ (ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน

และมีเส้นตัด แล้วมุมภายนอก

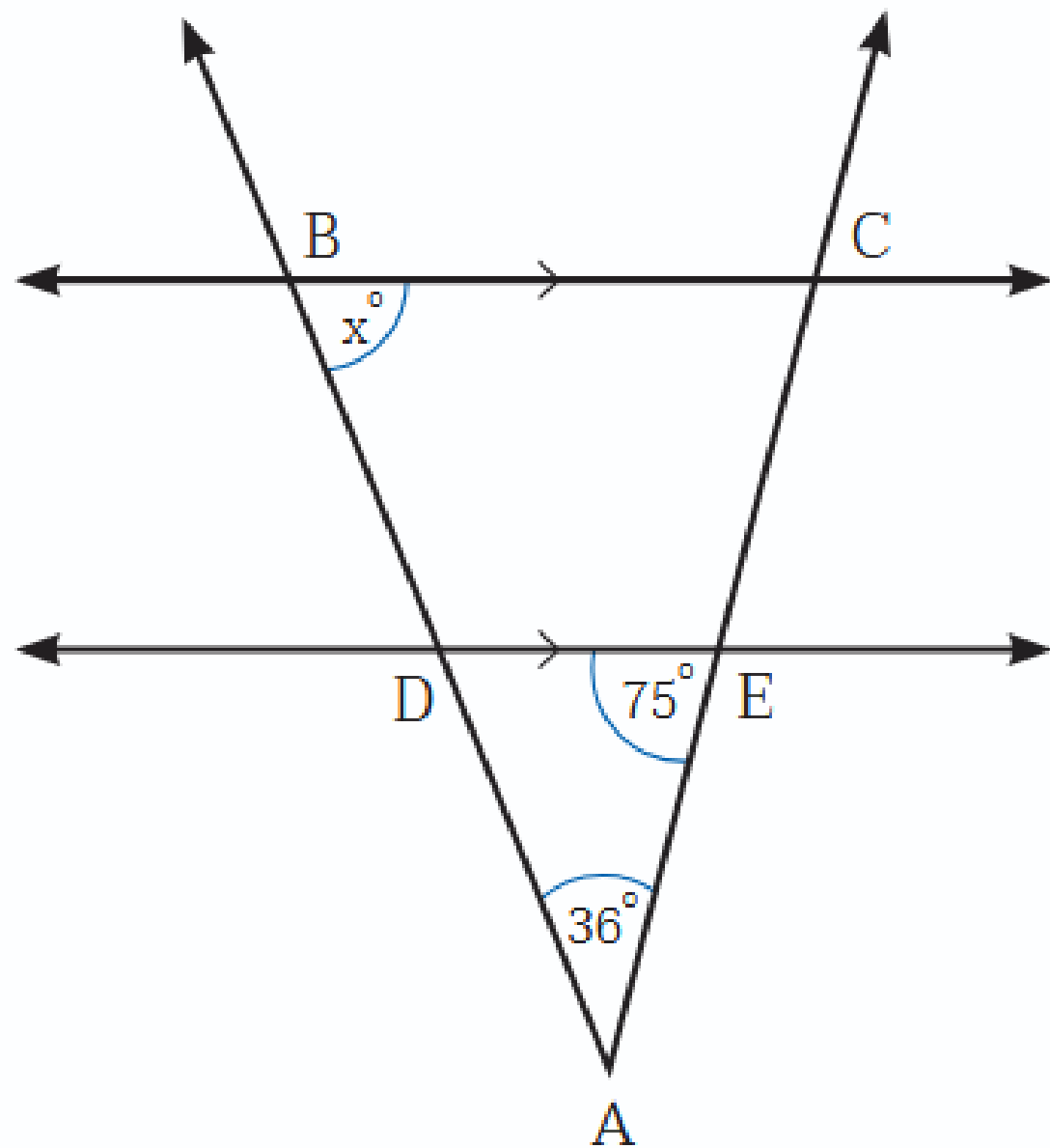
และมุมภายในที่อยู่ตรงข้าม

บนข้างเดียวกัน มีขนาดเท่ากัน)



ตัวอย่างที่ 1

ตัวอย่างที่ 1 จากรูป $\overleftrightarrow{BC} \parallel \overleftrightarrow{DE}$ จงหาค่าของ X



พิจารณา $\triangle ADE$

จะได้ $\angle EDA + \angle DAE + \angle AED = 180^\circ$ (ขนาดของมุมภายใน
ทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม
รวมกันเท่ากับ 180°)

$$X + 36 + 75 = 180^\circ$$

$$X = 180 - 39 - 75$$

ดังนั้น

$$X = 69^\circ$$

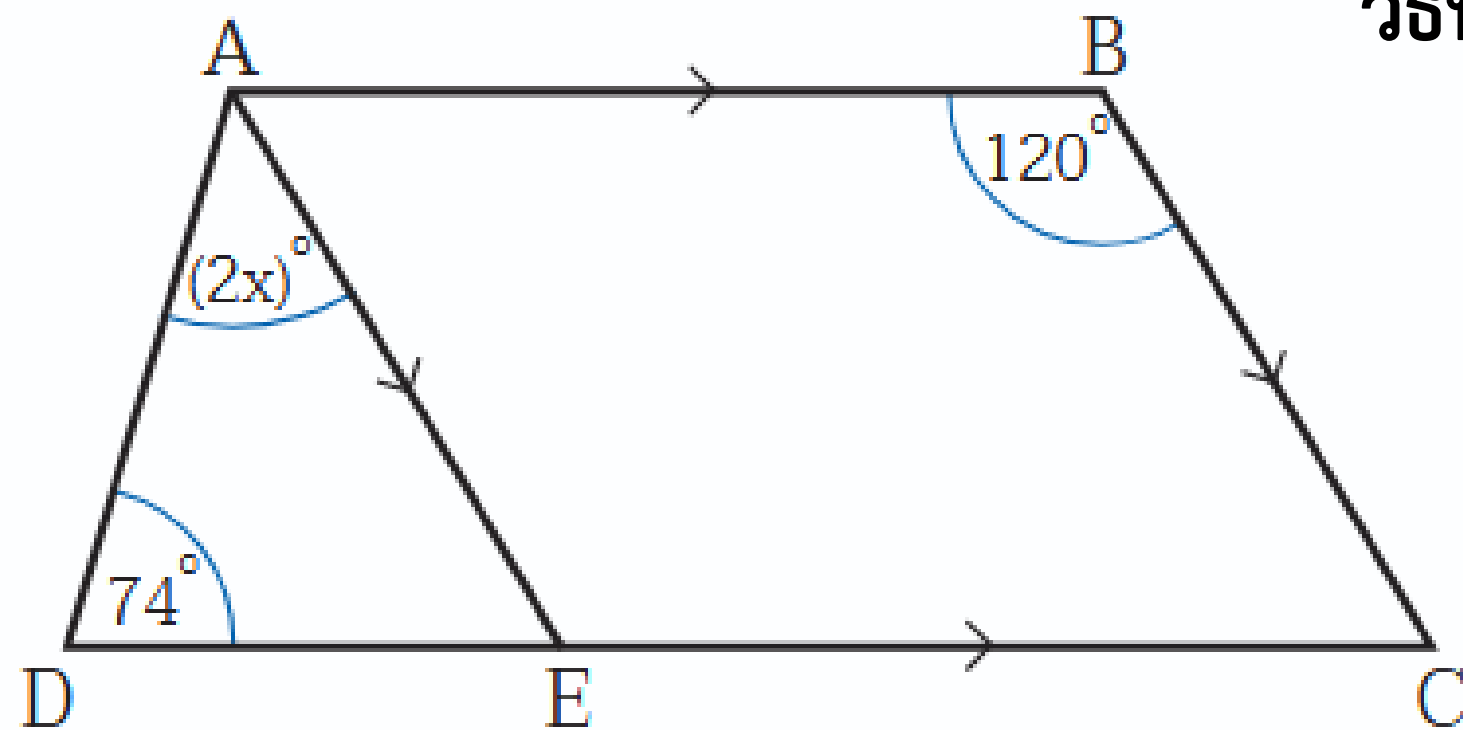
ตัวอย่างที่ 2





ตัวอย่างที่ 2

ตัวอย่างที่ 2 จากรูป $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ และ $\overline{AE} \parallel \overline{BC}$ จงหาค่าของ x



วิธีทำ เนื่องจาก $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ มี $\overline{BC}$ เป็นเส้นตัด

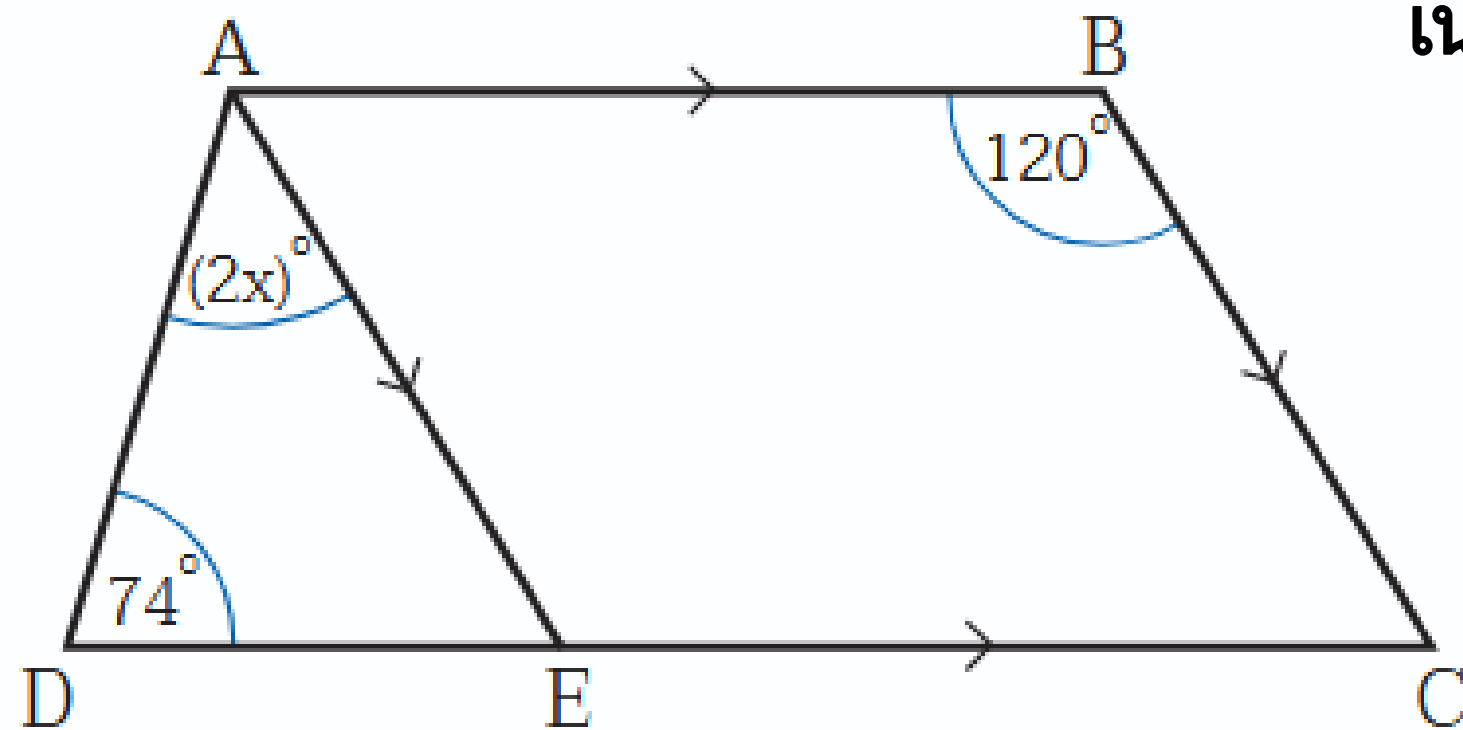
จะได้ $\angle ECB + 120 = 180$ (ขนาดของมุมภายในทั้งสาม
ของรูปสามเหลี่ยมรวมกัน
เท่ากับ 180°)

ดังนั้น $\angle ECB = 60^\circ$



ตัวอย่างที่ 2

ตัวอย่างที่ 2 จากรูป $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ และ $\overline{AE} \parallel \overline{BC}$ จงหาค่าของ x



เนื่องจาก $\overline{AE} \parallel \overline{BC}$ มี $\overline{AB}$ เป็นเส้นตัด

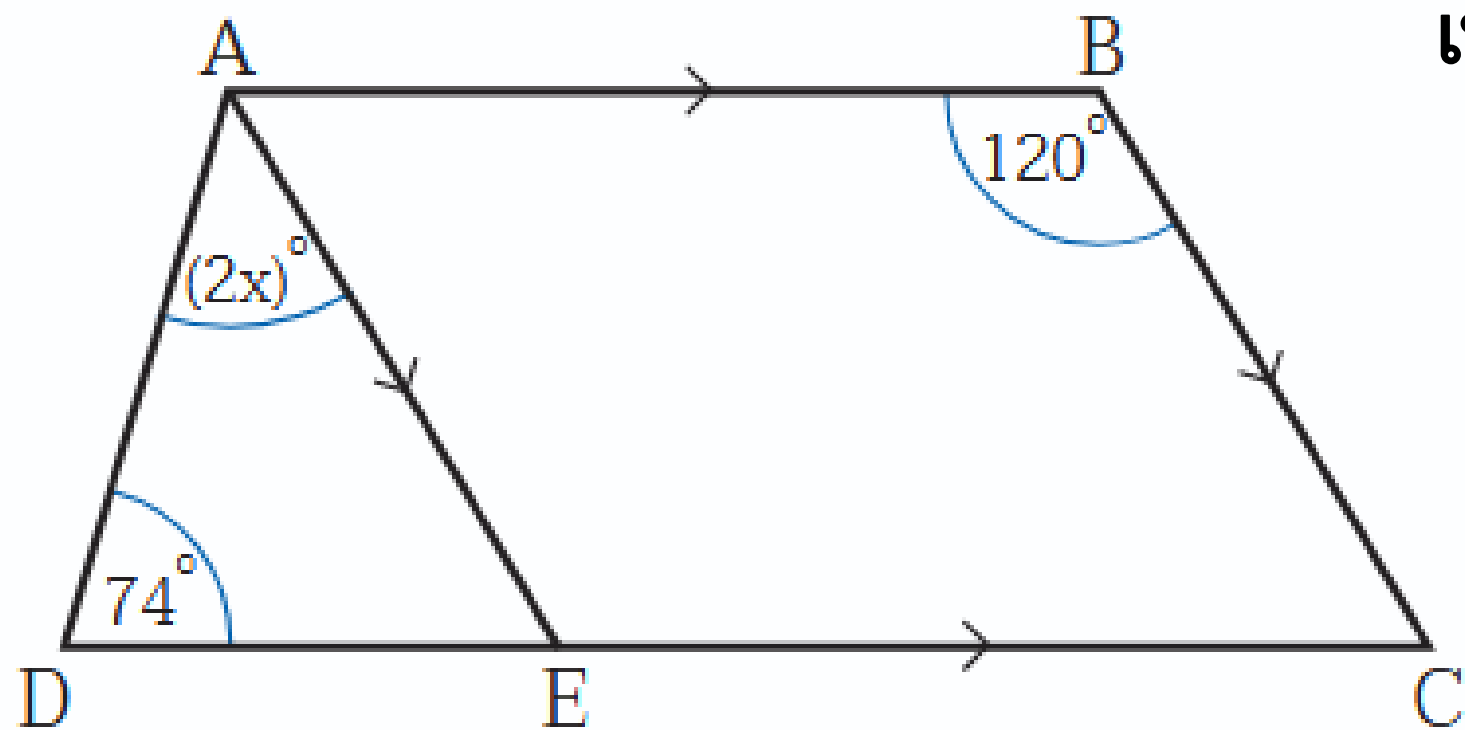
จะได้ $\angle DEA = \angle ECB = 60^\circ$ (ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน และมีเส้นตัด แล้วมุมภายนอก และมุมภายในบนข้างเดียวกัน บนเส้นตัด มีขนาดเท่ากัน)

ดังนั้น $\angle DEA = 60^\circ$



ตัวอย่างที่ 2

ตัวอย่างที่ 2 จากรูป $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ และ $\overline{AE} \parallel \overline{BC}$ จงหาค่าของ X



เนื่องจาก $\angle EAD + \angle ADE + \angle AED = 180^\circ$

จะได้ $2X + 74 + 60 = 180^\circ$ (ขนาดของมุมภายในทั้งสาม
มุมของรูปสามเหลี่ยมรวมกัน
ได้ 180°)

ดังนั้น

$$X = 23^\circ$$

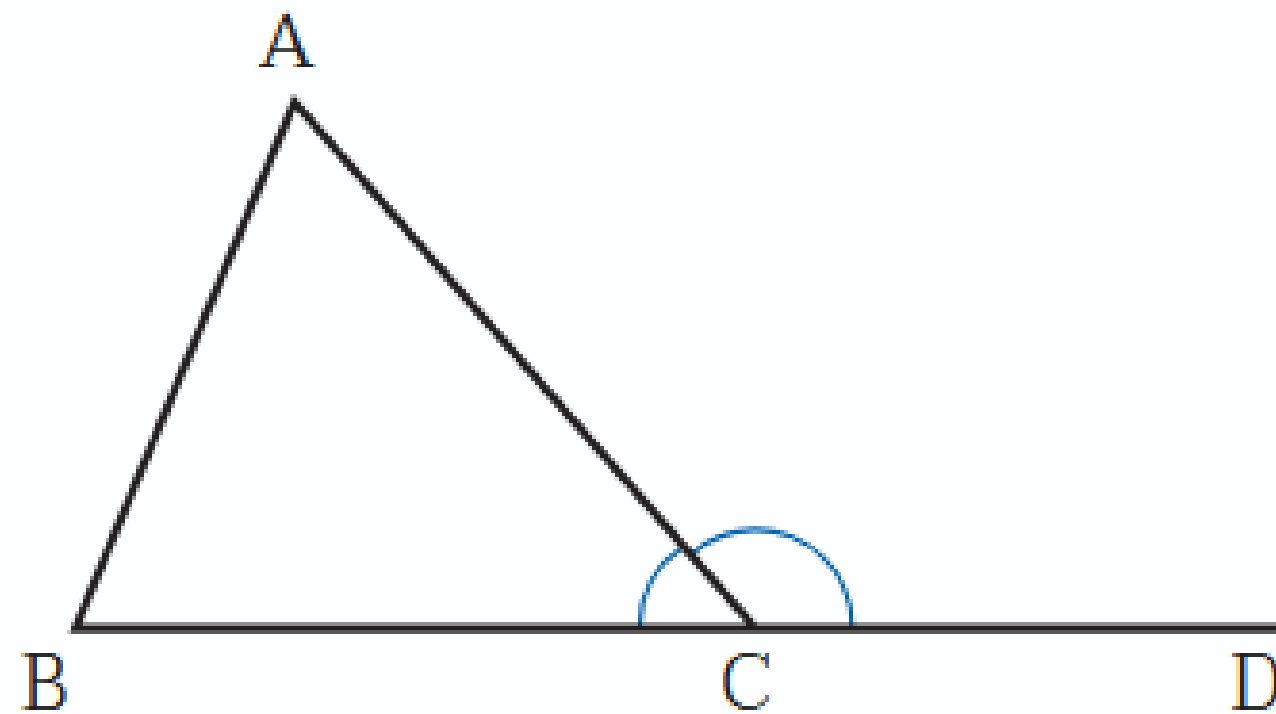


ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมภายนอก รูปสามเหลี่ยม

ทฤษฎีบท “ถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไป แล้วมุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น”



พิสูจน์ทฤษฎีบท



จากรูป กำหนด $\triangle ABC$ และต่อ $\overline{BC}$ ออกไปทางจุด C ถึงจุด D

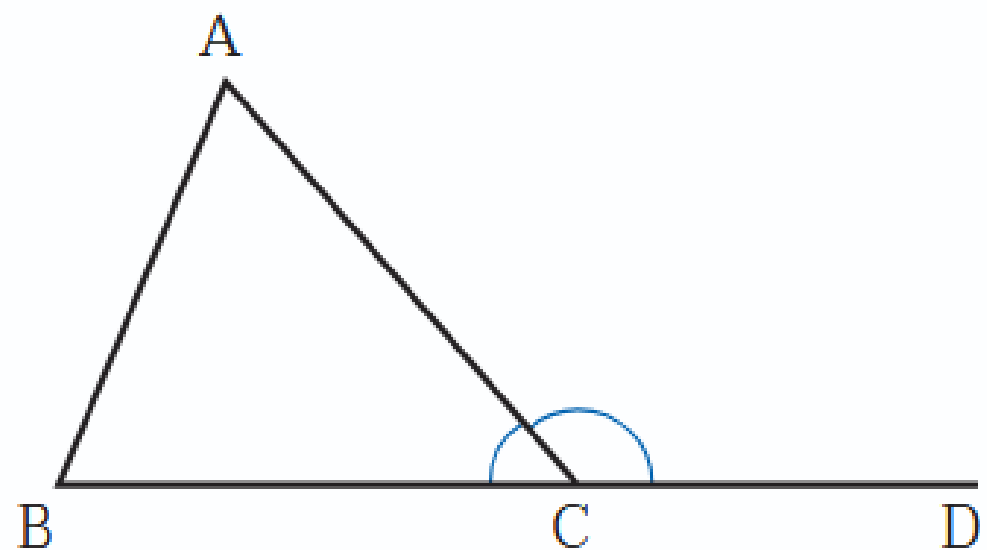
เรียก $\angle ACB$ ว่า มุมภายในของ $\triangle ABC$

เรียก $\angle ACB$ และ $\angle ACD$ ว่ามุมประชิด หรืออาจกล่าวว่า $\angle ACB$ เป็นมุมประชิดของ $\angle ACD$



พิสูจน์ทฤษฎีบท

กำหนดให้ $\triangle ABC$ มี $\widehat{ACD}$ เป็นมุมภายนอกที่ได้จากการต่อ $\overline{BC}$ ออกไปทางจุด C



ต้องการพิสูจน์ $\widehat{ACD} = \widehat{CAB} + \widehat{ABC}$

พิสูจน์ เนื่องจาก $\widehat{ACD} + \widehat{BCA} = 180^\circ$ (ขนาดของมุมตรง)

และ $\widehat{CAB} + \widehat{ABC} + \widehat{BCA} = 180^\circ$

(ขนาดของมุมภายในทั้งสามของ รูปสามเหลี่ยมรวมกันเท่ากับ 180°)

จะได้ $\widehat{ACD} + \widehat{BCA} = \widehat{CAB} + \widehat{ABC} + \widehat{BCA}$ (สมบัติของการเท่ากัน)

ดังนั้น $\widehat{ACD} = \widehat{CAB} + \widehat{ABC}$ (สมบัติของการเท่ากัน)

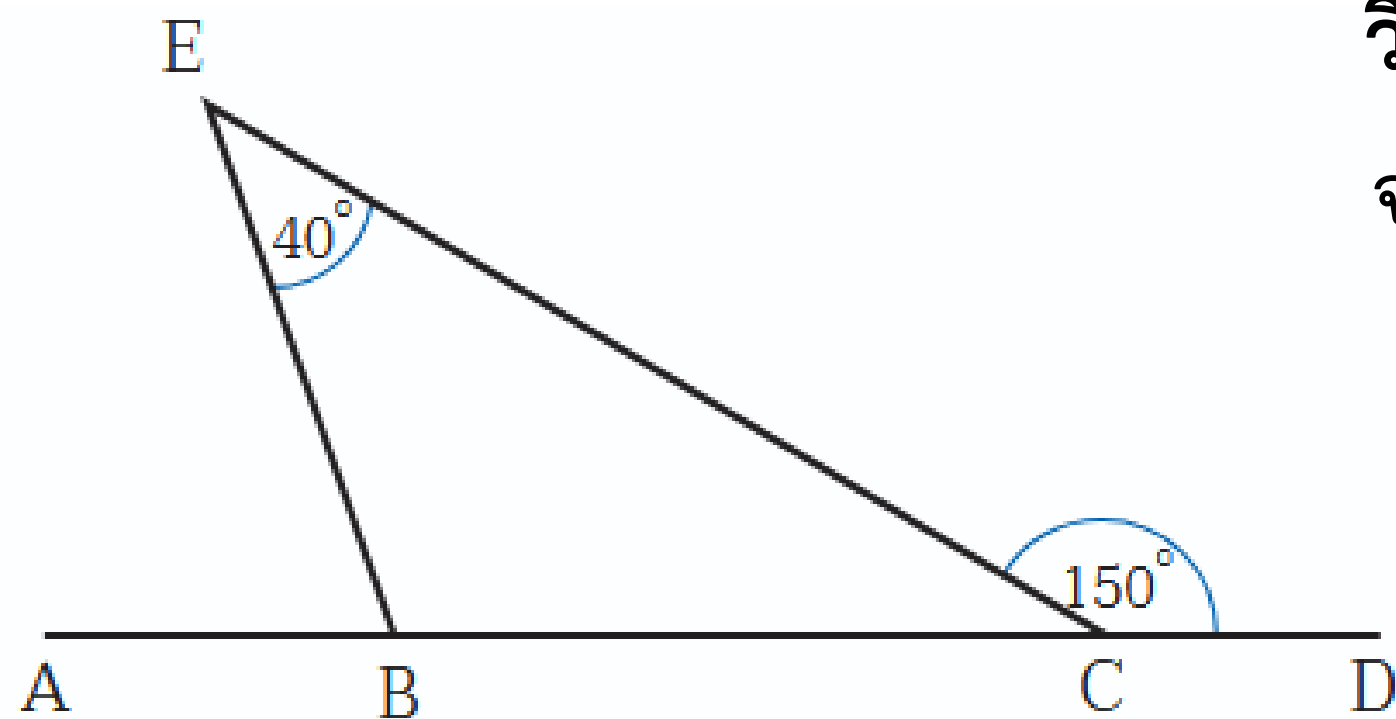
ตัวอย่างที่ 3





ตัวอย่างที่ 3

ตัวอย่างที่ 3 จากรูป จงหาค่าของ $\widehat{ABE}$



วิธีทำ จากรูป $\widehat{BCD}$ เป็นมุมตรง

จะได้ $\widehat{BCE} + \widehat{ECD} = 180^\circ$ (ขนาดของมุมตรง)

$$\widehat{BCE} = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$

เนื่องจาก $\widehat{ABE} = \widehat{BCE} + \widehat{BEC}$

(ขนาดของมุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยม เท่ากับผลบวก
ของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น)

$$\text{ดังนั้น } \widehat{ABE} = 30 + 40 = 70^\circ$$



แบบฝึกหัดที่ 6

เส้นขนานกับรูปสามเหลี่ยม (1)



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)

แบบฝึกหัด 6 เรื่อง เส้นขนานกับรูปสามเหลี่ยม (1)

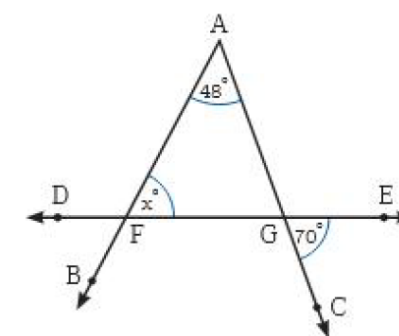
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง เส้นขนาน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง เส้นขนานกับรูปสามเหลี่ยม

รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

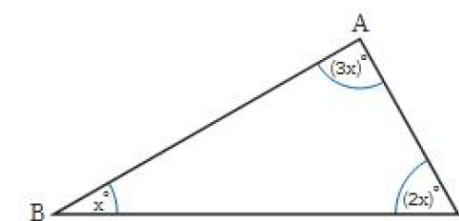
คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่าที่โจทย์ต้องการทราบให้สมบูรณ์

1 จากรูปจงหาค่าของ x



วิธีทำ.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

2 จากรูป จงหาขนาดของมุมแต่ละมุมภายในรูปสามเหลี่ยม ABC



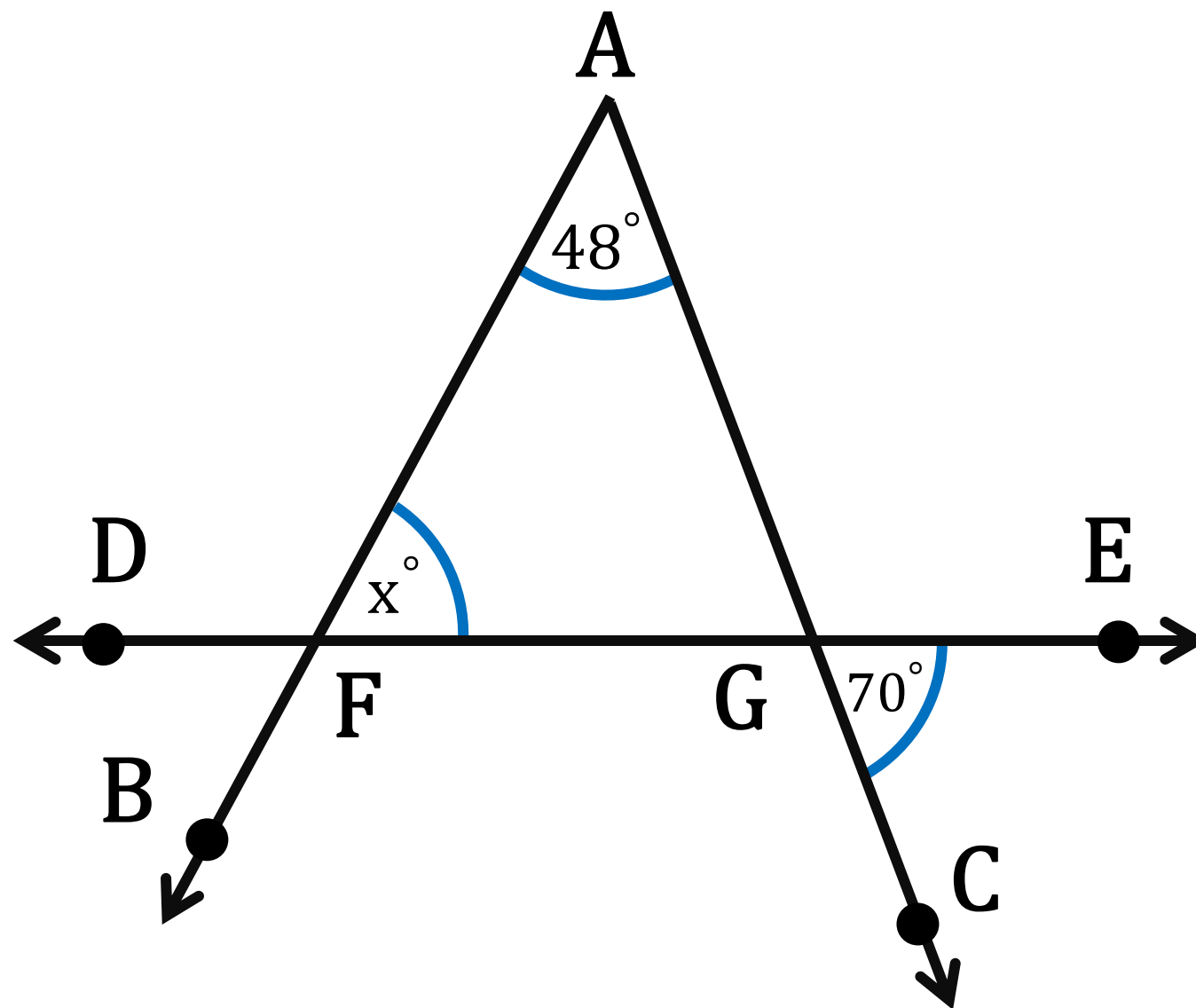
วิธีทำ.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



แบบฝึกหัดที่ 6

คำชี้แจง : ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่าที่โจทย์ต้องการทราบให้สมบูรณ์

1. จงหาค่าของ X

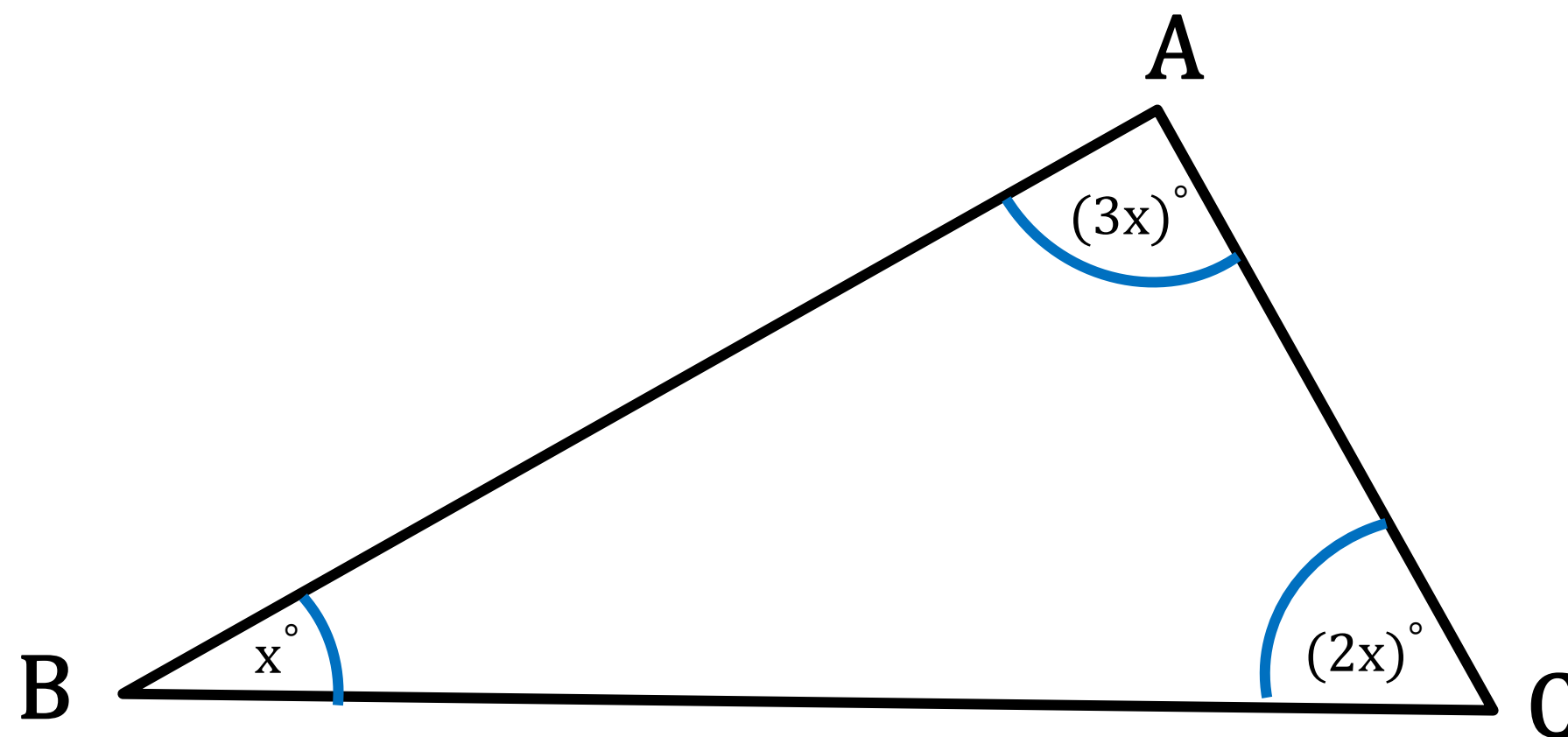




แบบฝึกหัดที่ 6

คำชี้แจง : ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่าที่โจทย์ต้องการทราบให้สมบูรณ์

2. จากรูป จงหาขนาดของมุมแต่ละมุมภายในรูปสามเหลี่ยม ABC





เฉลยแบบฝึกหัดที่ 6

เส้นขนานกับรูปสามเหลี่ยม (1)



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)

แบบฝึกหัด 6 เรื่อง เส้นขนานกับรูปสามเหลี่ยม (1)

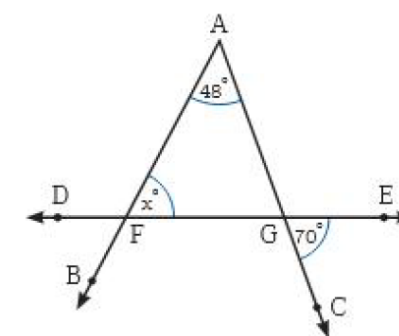
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง เส้นขนาน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง เส้นขนานกับรูปสามเหลี่ยม

รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

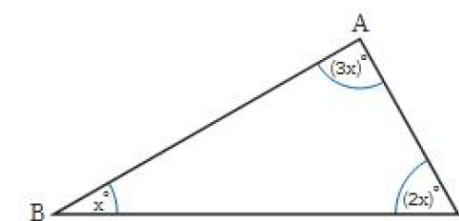
คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่าที่โจทย์ต้องการทราบให้สมบูรณ์

1 จากรูปจงหาค่าของ x



วิธีทำ.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

2 จากรูป จงหาขนาดของมุมแต่ละมุมภายในรูปสามเหลี่ยม ABC



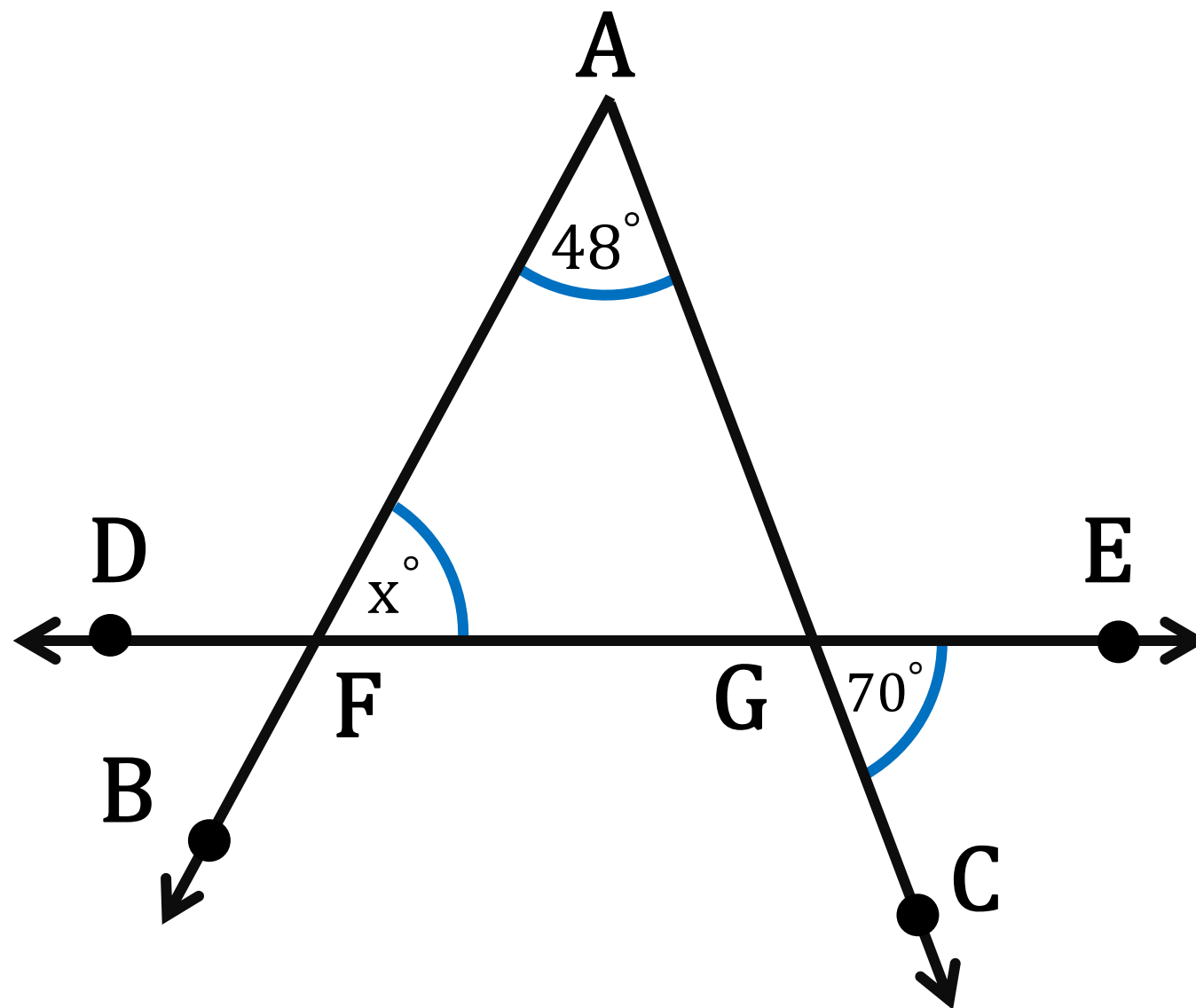
วิธีทำ.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



แบบฝึกหัดที่ 6

คำชี้แจง : ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่าที่โจทย์ต้องการทราบให้สมบูรณ์

1. จงหาค่าของ x

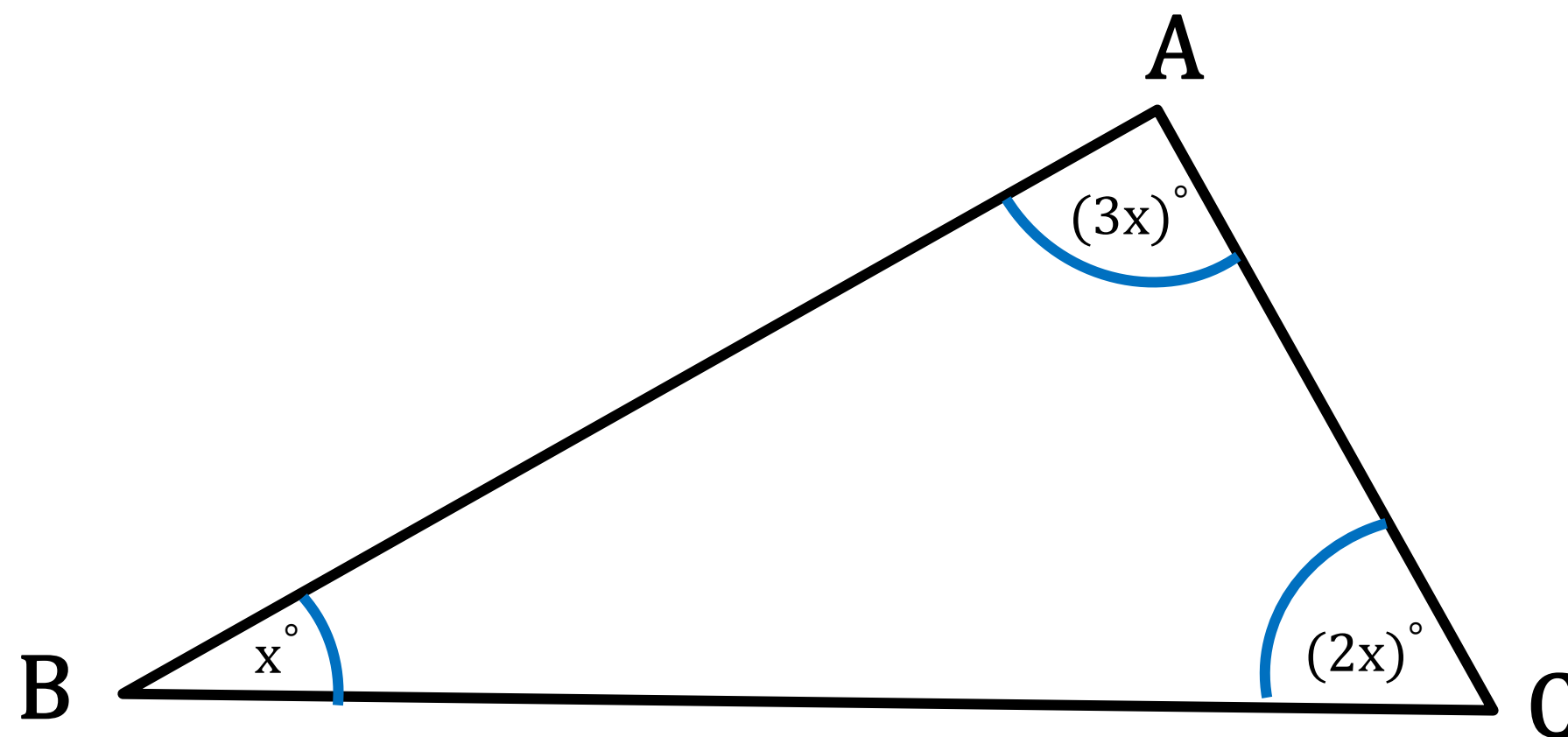


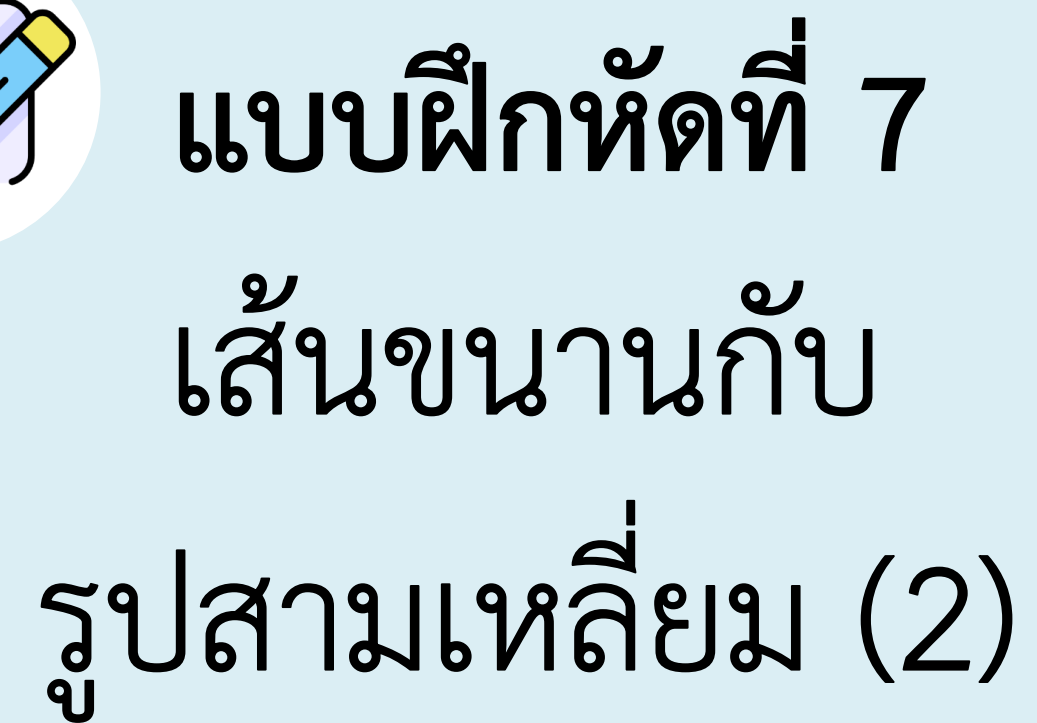


แบบฝึกหัดที่ 6

คำชี้แจง : ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่าที่โจทย์ต้องการทราบให้สมบูรณ์

2. จากรูป จงหาขนาดของมุมแต่ละมุมภายในรูปสามเหลี่ยม ABC

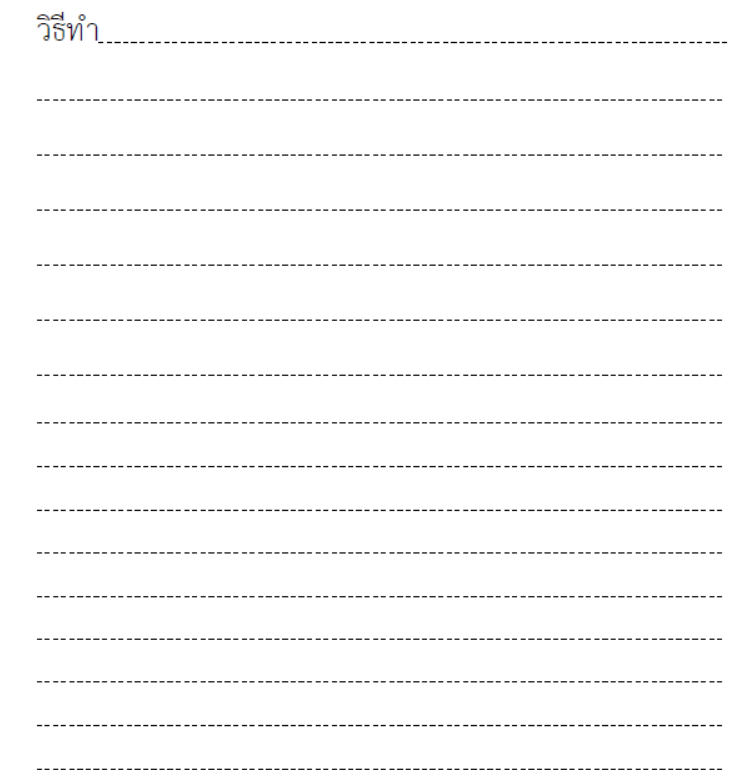




หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง เส้นขนาน

รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

1. จากรูป จงหาขนาดของ $\hat{CAB}$





สรุปบทเรียน

- ขนาดของมุมภายในทั้งสามมุมของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเท่ากับ 180 องศา
นอกจากนี้ ครูสรุปเพิ่มเติมว่า ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับเส้นขนาน อาจมีได้
หลายวิธีนักเรียนต้องแก้ปัญหาโดยให้เหตุผลที่ถูกต้อง จึงจะนำไปสู่คำตอบที่
ถูกต้องได้



สรุปบทเรียน

- ถ้าตัดด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไป แล้วมุมภายนอกที่เกิดขึ้น จะมีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น



บทเรียนครั้งต่อไป

เส้นขนานกับ รูปสามเหลี่ยม (2)





สิ่งที่ต้องเตรียม

แบบฝึกหัดที่ 8 : เส้นขนานกับรูปสามเหลี่ยม (3)

แบบฝึกหัดที่ 9 : เส้นขนานกับรูปสามเหลี่ยม (4)



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่

www.dltv.ac.th)

