

รายวิชา คณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค22102 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เส้นขนาน

เรื่อง เส้นขนานกับมุมแย้ง

ครูผู้สอน ครูอชราวุธ ไชยมงคล



หน่วยการเรียนรู้ที่ 3

เรื่อง เส้นขนาน

เส้นขนานกับมุมแย้ง

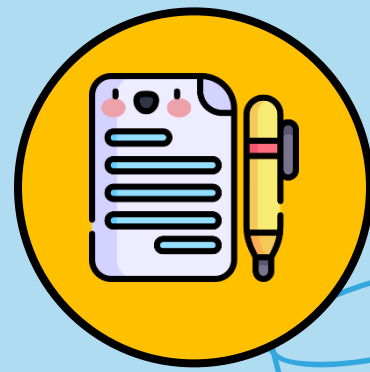




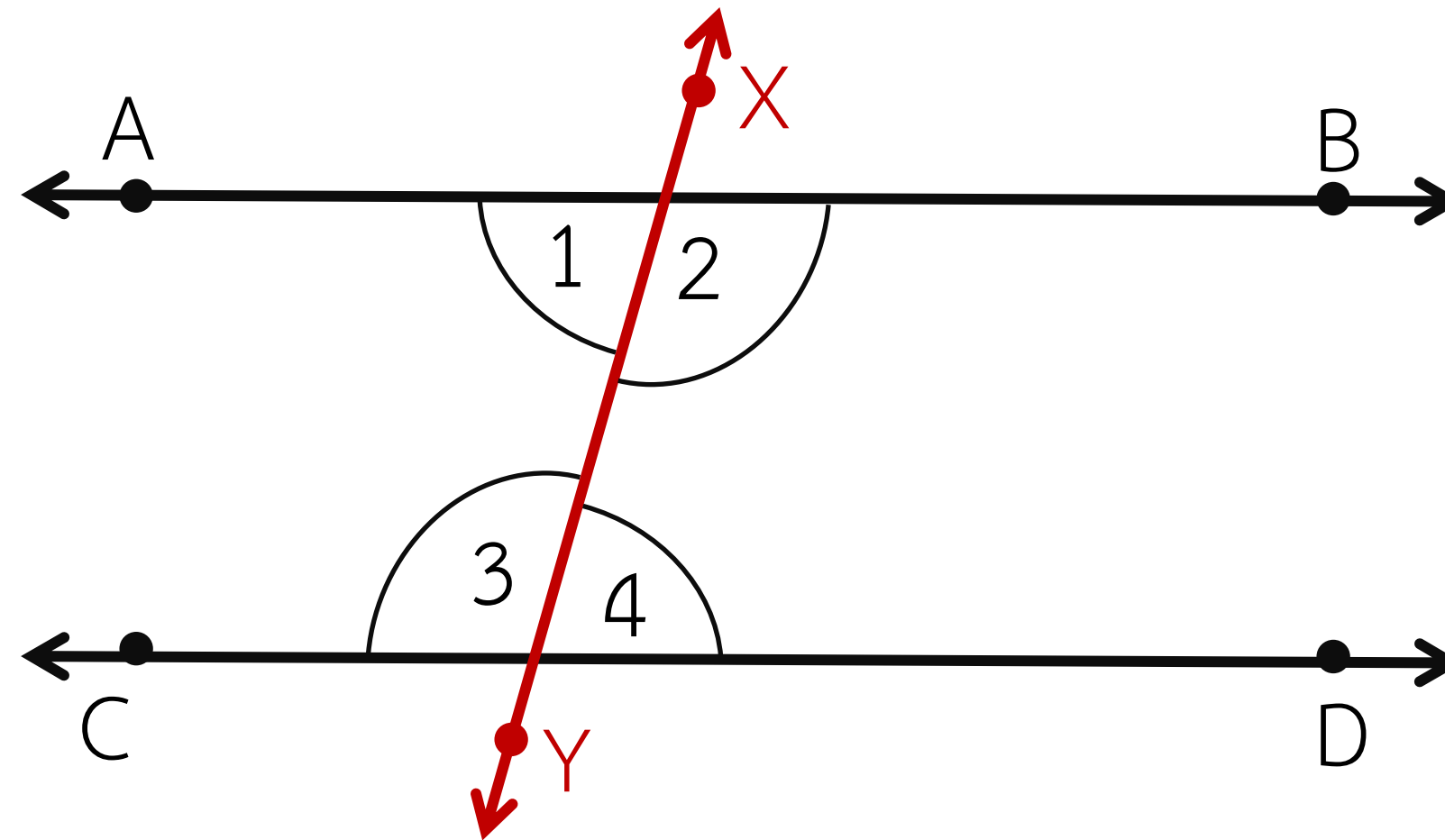
จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถวิเคราะห์ ตรวจสอบความขนานกัน
ของเส้นตรงสองเส้นโดยใช้ระยะห่างระหว่างเส้นตรง
และทฤษฎีมุมเกี่ยวกับมุมแย้ง



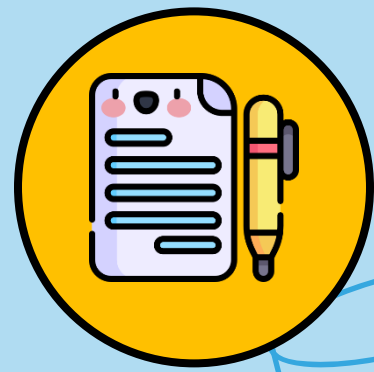


ทบทวน

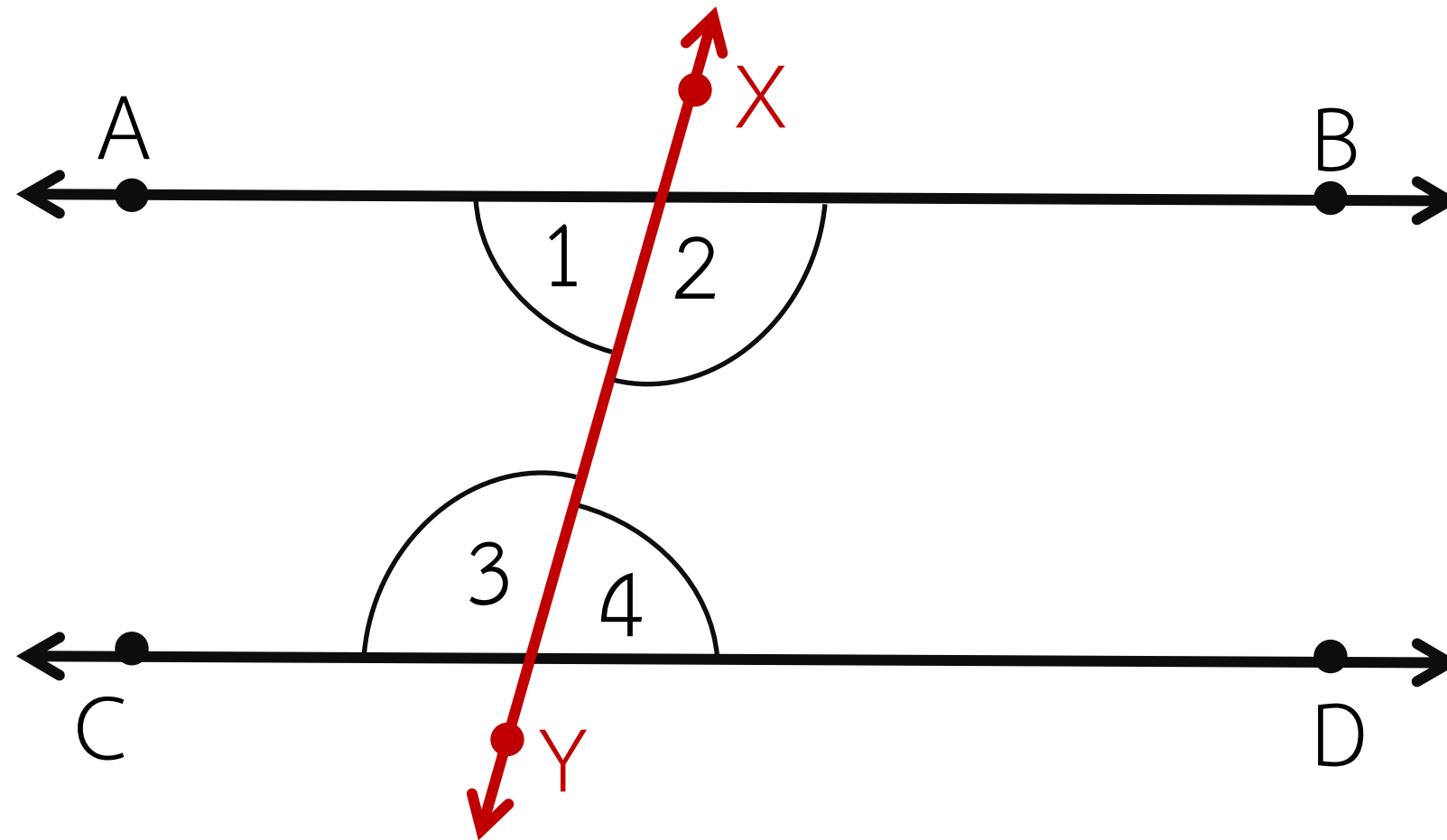


ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับกี่องศา

180 องศา

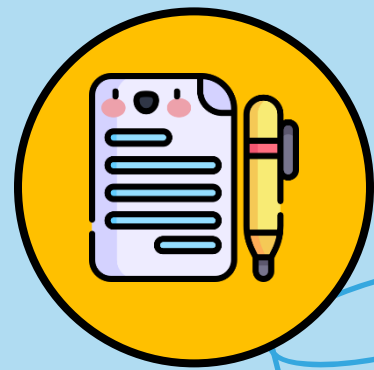


ทบทวน

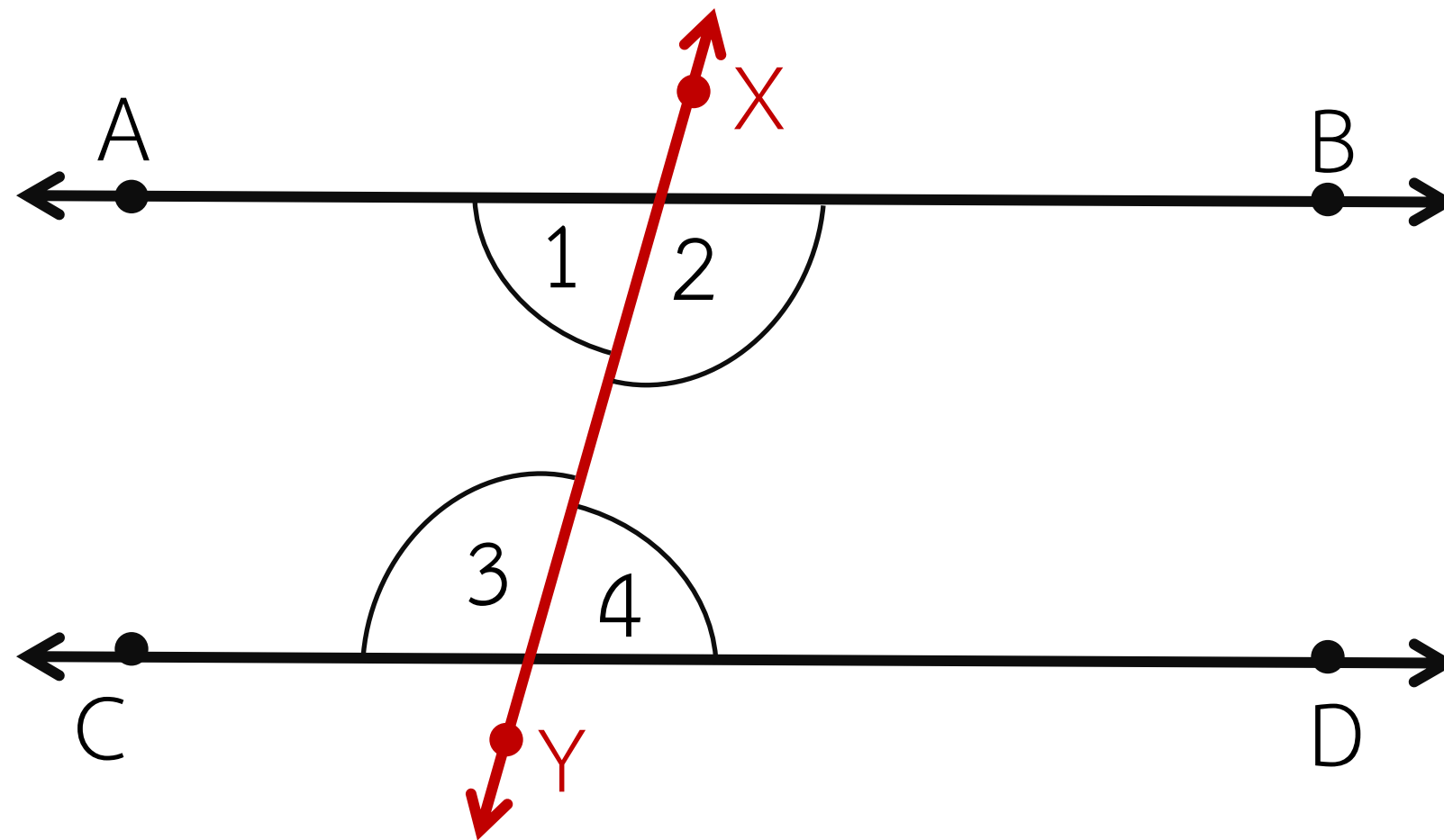


จากรูป เราทราบได้อย่างไรว่า $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกันหรือไม่

ถ้าต่อ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ออกไปแล้ว เส้นตรงทั้งสองไม่ตัดกันแล้ว $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

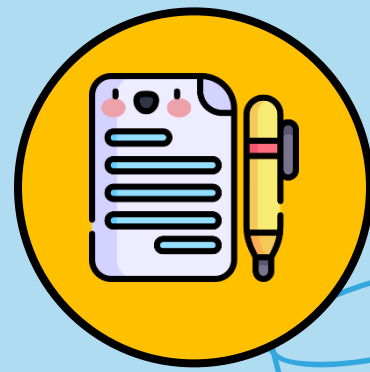


ทบทวน

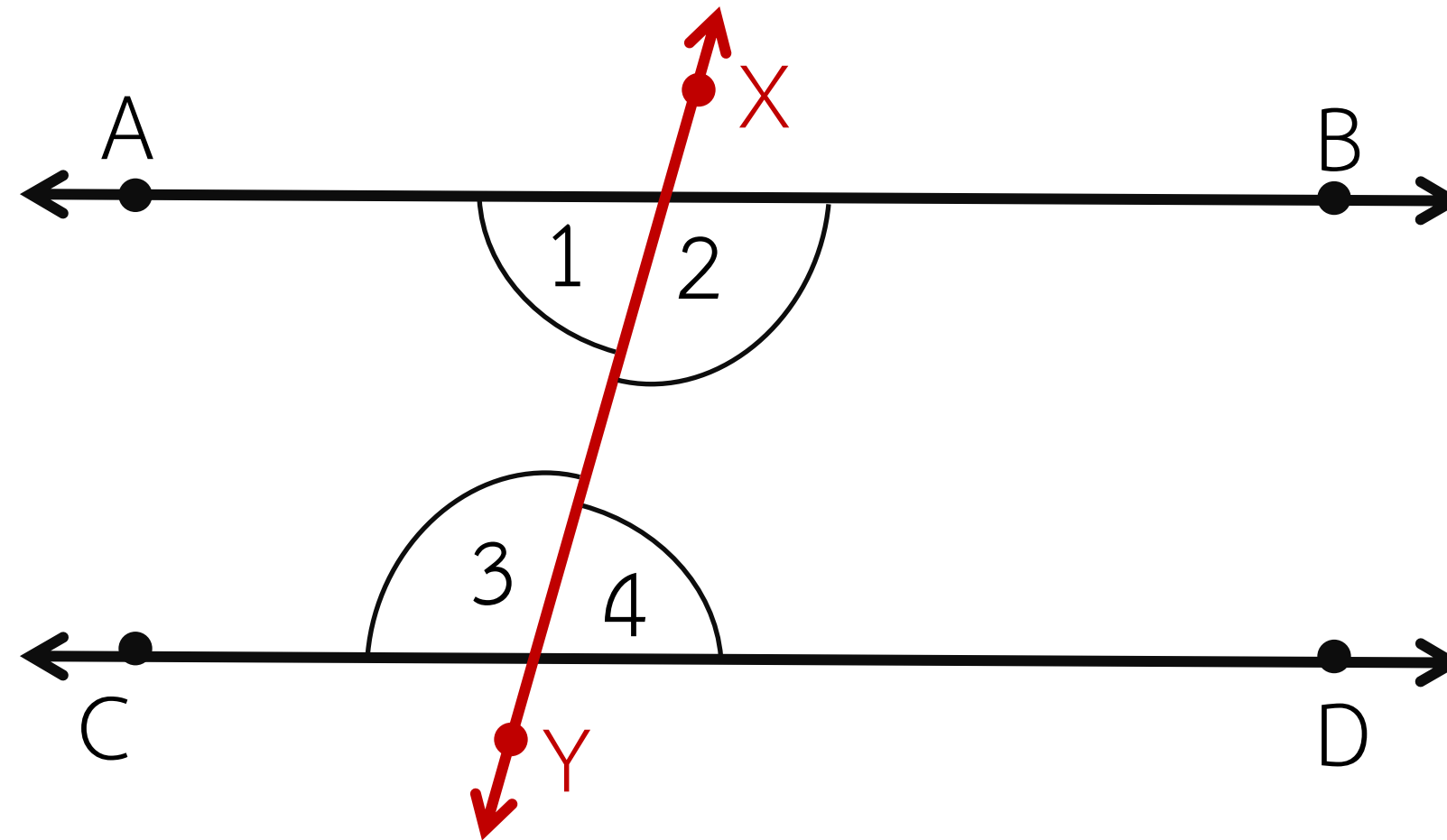


จากรูป เราทราบได้อย่างไรว่า $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกันหรือไม่

ถ้าต่อ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ มีระยะห่างระหว่างเส้นตรงเท่ากันเสมอแล้วเส้นตรงคู่
นั้นจะขนานกัน



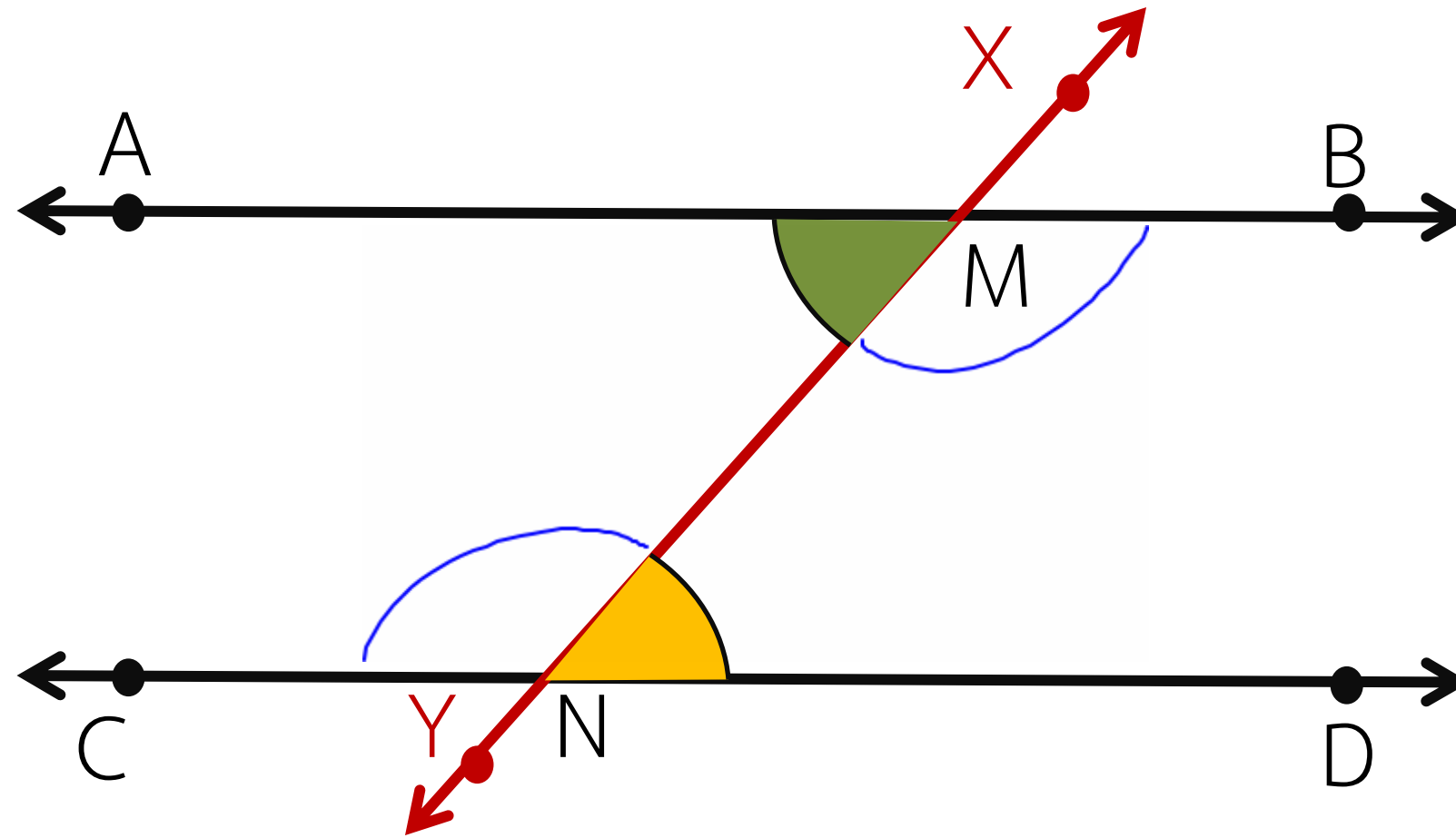
ทบทวน



จากรูป เราทราบได้อย่างไรว่า $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกันหรือไม่

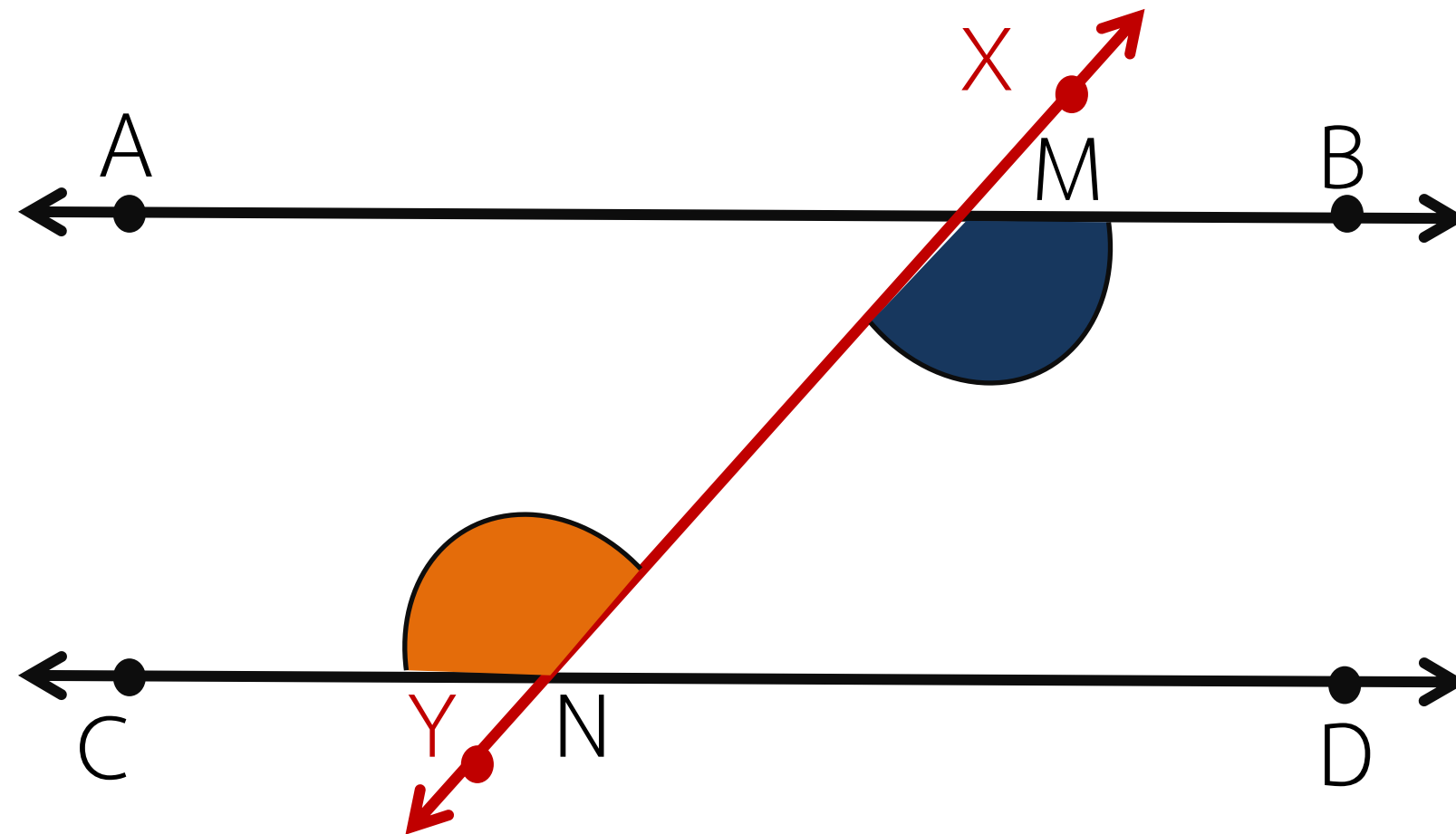
ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บน
ข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน

เส้นขนานกับมุมแย้ง



$\widehat{AMN}$ และ $\widehat{DNM}$ เป็นมุมแย้งกัน

เส้นขนานกับมุมแย้ง



$\widehat{CYM}$ และ $\widehat{BMN}$ เป็นมุมแย้งกัน



ใบกิจกรรมที่ 2

มุมแย้งบอกได้



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)

ใบกิจกรรม 2 เรื่อง มุมแย้งบอกได้
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง เส้นขนาน
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง เส้นขนานกับมุมแย้ง
รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

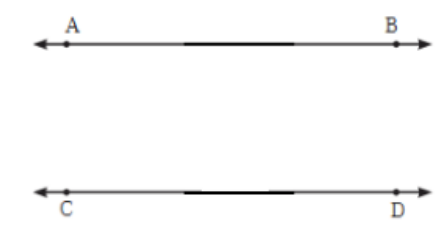
คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนเส้นตัด XY ตัด $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ โดยให้ จุด M และจุด N เป็นจุดตัดบน $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ ตามลำดับ จากนั้น วัดขนาดของมุมแย้ง แล้วเติมคำตอบลงในตารางให้สมบูรณ์

1.



มุมแย้ง	ชื่อมุม	ขนาดของมุม
คู่ที่ 1	$\widehat{AMN}$	
	$\widehat{DNM}$	
คู่ที่ 2	$\widehat{BMN}$	
	$\widehat{CNM}$	

2.



มุมแย้ง	ชื่อมุม	ขนาดของมุม
คู่ที่ 1	$\widehat{AMN}$	
	$\widehat{DNM}$	
คู่ที่ 2	$\widehat{BMN}$	
	$\widehat{CNM}$	

3. จากตารางในข้อ 1 และข้อ 2 ให้นักเรียนสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับขนาดของมุมแย้งกับการขนานกันของเส้นตรงคู่นี้

.....

.....

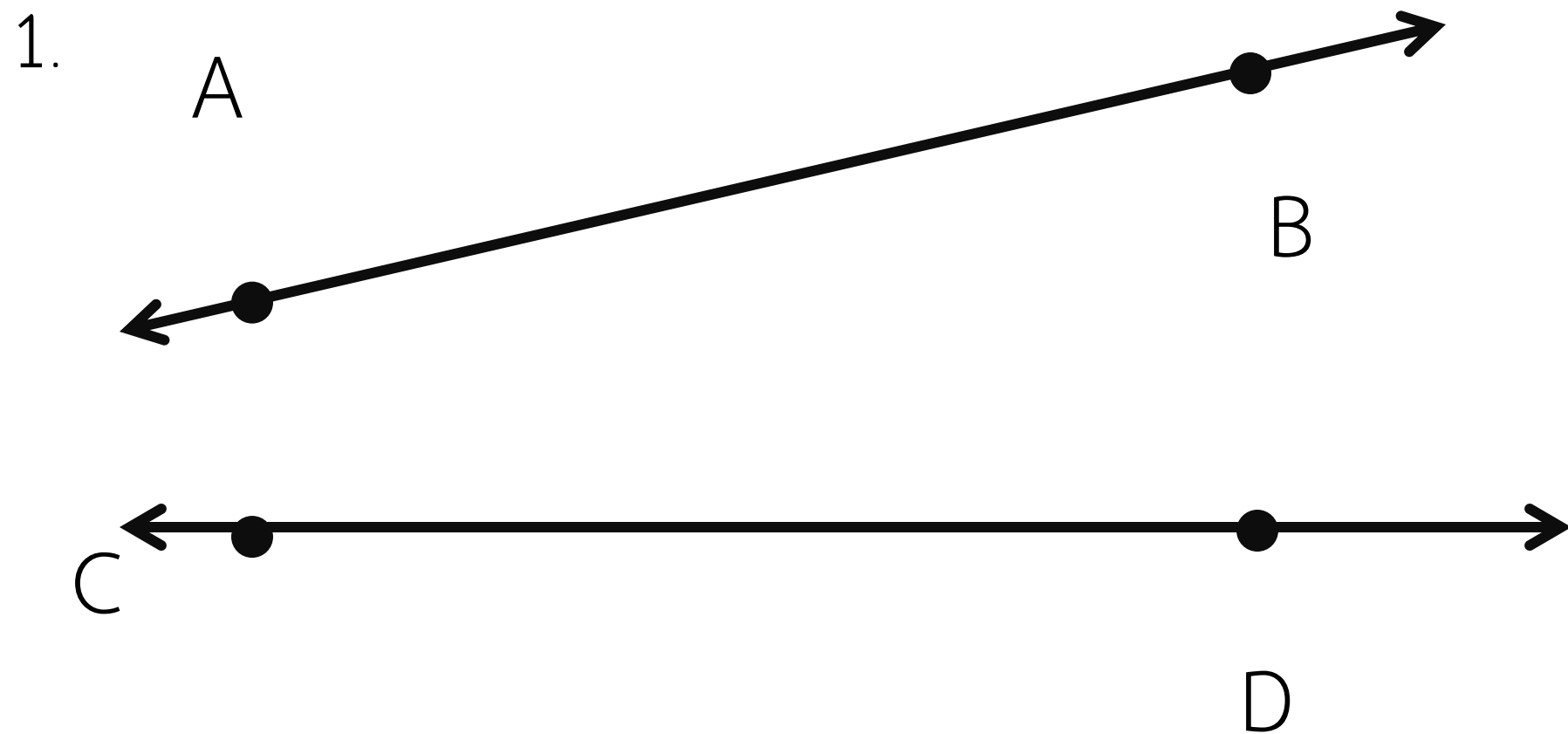
.....

.....



กิจกรรมที่ 2

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนเส้นตัด XY ตัด $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ โดยให้ จุด M และจุด N เป็นจุดตัดบน $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ตามลำดับ จากนั้น วัดขนาดของมุมแย้ง แล้วเติมคำตอบลงในตารางให้สมบูรณ์



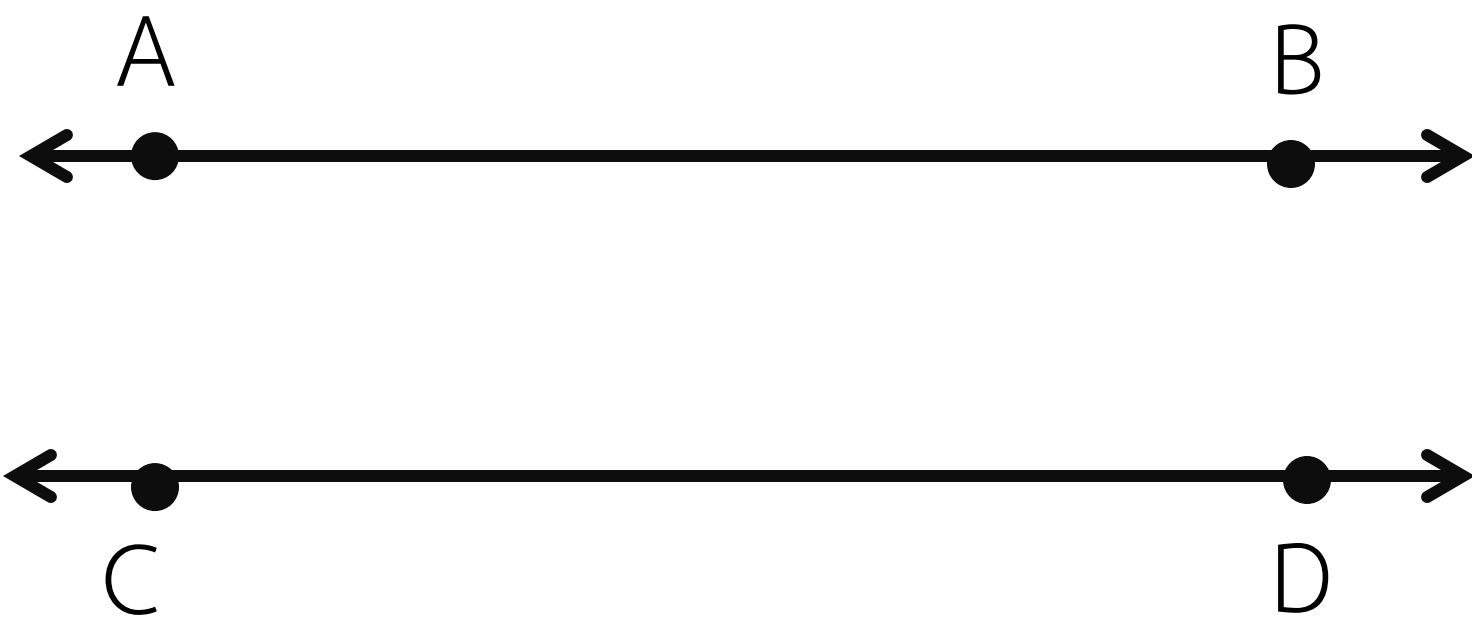
มุมแย้ง	ชื่อมุม	ขนาดของมุม
คู่ที่ 1	$\widehat{AMN}$	
	$\widehat{DNM}$	
คู่ที่ 2	$\widehat{BMN}$	
	$\widehat{CNM}$	



กิจกรรมที่ 2

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนเส้นตัด XY ตัด $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ โดยให้ จุด M และจุด N เป็นจุดตัดบน $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ตามลำดับ จากนั้น วัดขนาดของมุมแย้ง แล้วเติมคำตอบลงในตารางให้สมบูรณ์

2.



มุมแย้ง	ชื่อมุม	ขนาดของมุม
คู่ที่ 1	$\widehat{AMN}$	
	$\widehat{DNM}$	
คู่ที่ 2	$\widehat{BMN}$	
	$\widehat{CNM}$	



กิจกรรมที่ 2

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนเส้นตัด XY ตัด $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ โดยให้ จุด M และจุด N เป็นจุดตัดบน $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ตามลำดับ จากนั้น วัดขนาดของมุมแย้ง แล้วเติมคำตอบลงในตารางให้สมบูรณ์

3. จากตารางในข้อ 1 และข้อ 2 ให้นักเรียนสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับขนาดของมุมแย้งกับการขนานกันของเส้นตรงคู่ นั้น

ตอบ _____



เฉลยใบกิจกรรมที่ 2

มุมแย้งบอกได้



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)

ใบกิจกรรม 2 เรื่อง มุมแย้งบอกได้
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง เส้นขนาน
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง เส้นขนานกับมุมแย้ง
รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

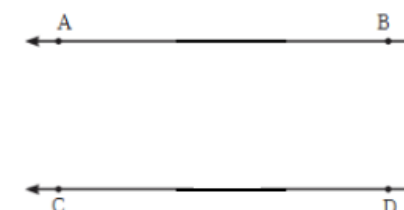
คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนเส้นตัด XY ตัด $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ โดยให้ จุด M และจุด N เป็นจุดตัดบน $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ ตามลำดับ จากนั้น วัดขนาดของมุมแย้ง แล้วเติมคำตอบลงในตารางให้สมบูรณ์

1.



มุมแย้ง	ชื่อมุม	ขนาดของมุม
คู่ที่ 1	$\widehat{AMN}$	
	$\widehat{DNM}$	
คู่ที่ 2	$\widehat{BMN}$	
	$\widehat{CNM}$	

2.



มุมแย้ง	ชื่อมุม	ขนาดของมุม
คู่ที่ 1	$\widehat{AMN}$	
	$\widehat{DNM}$	
คู่ที่ 2	$\widehat{BMN}$	
	$\widehat{CNM}$	

3. จากตารางในข้อ 1 และข้อ 2 ให้นักเรียนสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับขนาดของมุมแย้งกับการขนานกันของเส้นตรงคู่ นั้น

.....

.....

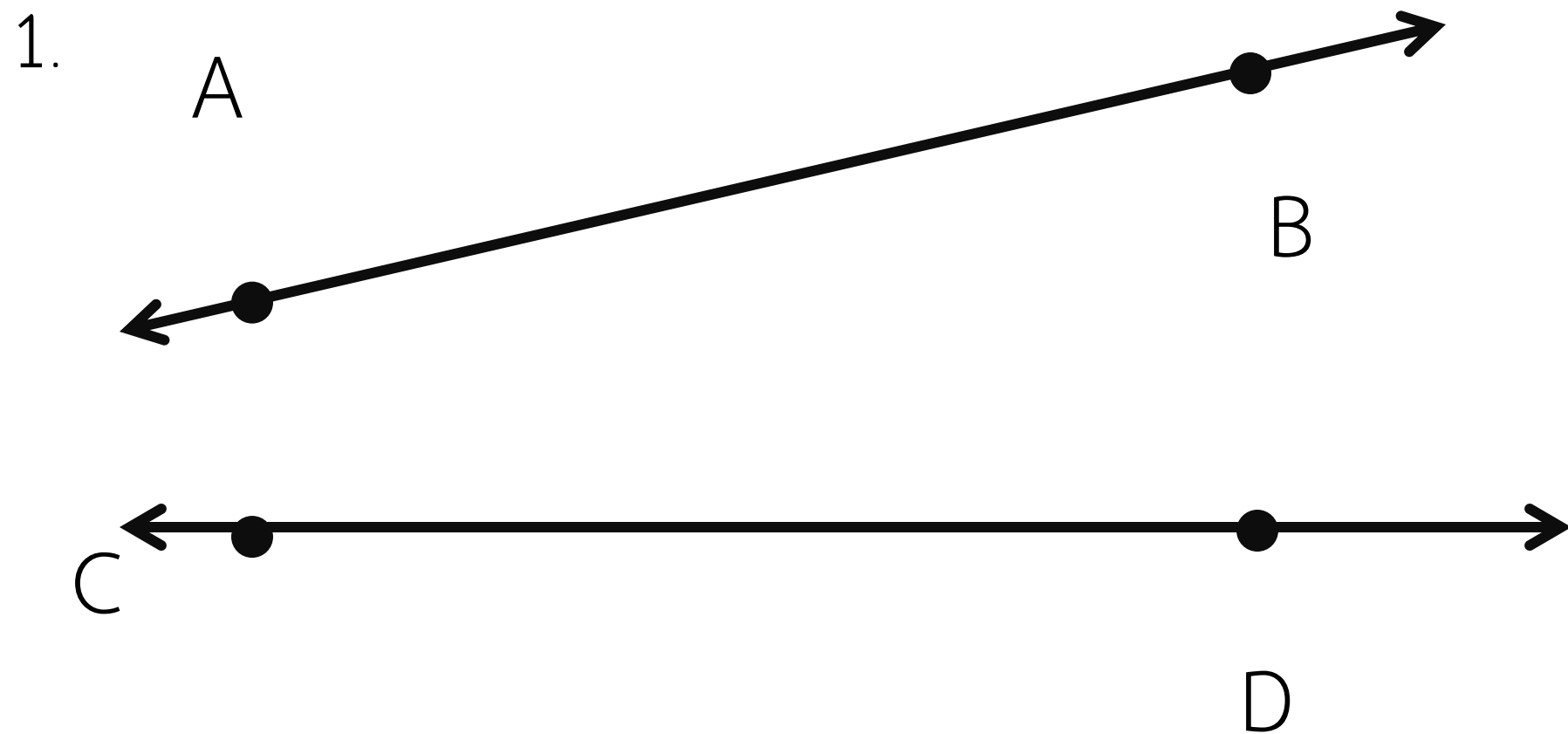
.....

.....



กิจกรรมที่ 2

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนเส้นตัด XY ตัด $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ โดยให้ จุด M และจุด N เป็นจุดตัดบน $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ตามลำดับ จากนั้น วัดขนาดของมุมแย้ง แล้วเติมคำตอบลงในตารางให้สมบูรณ์



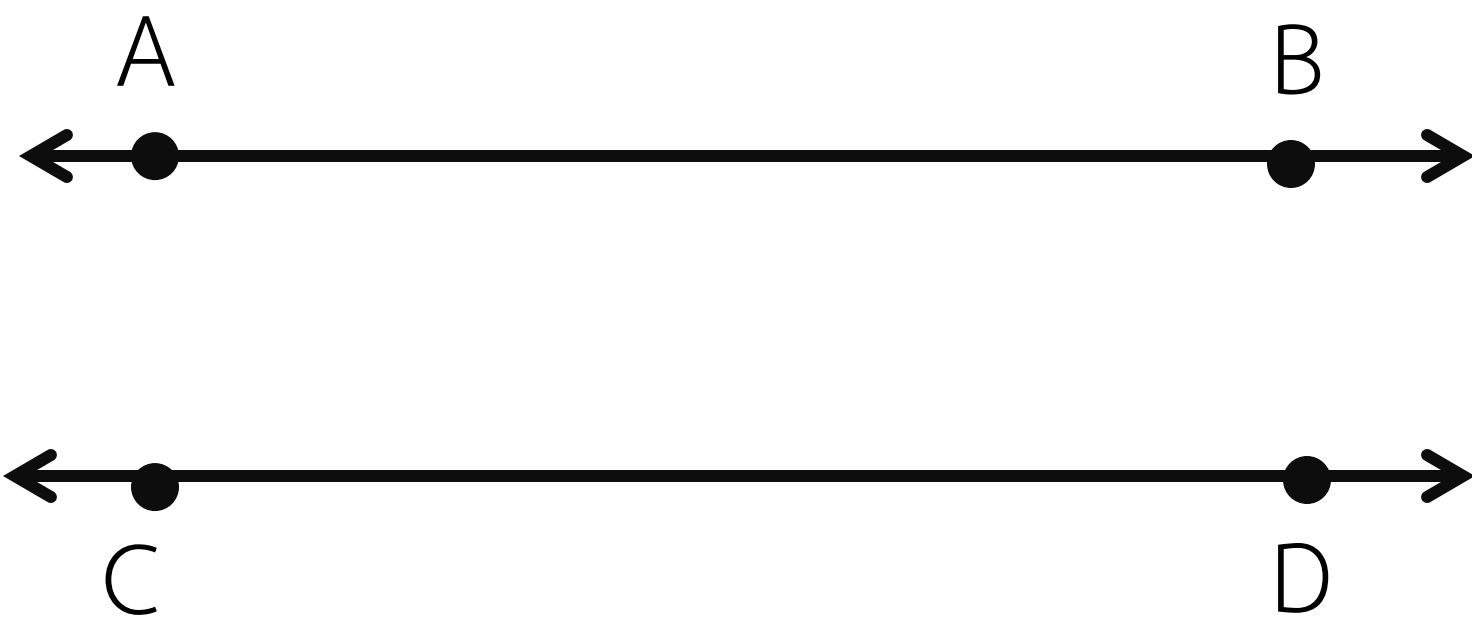
มุมแย้ง	ชื่อมุม	ขนาดของมุม
คู่ที่ 1	$\widehat{AMN}$	
	$\widehat{DNM}$	
คู่ที่ 2	$\widehat{BMN}$	
	$\widehat{CNM}$	



กิจกรรมที่ 2

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนเส้นตัด XY ตัด $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ โดยให้ จุด M และจุด N เป็นจุดตัดบน $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ตามลำดับ จากนั้น วัดขนาดของมุมแย้ง แล้วเติมคำตอบลงในตารางให้สมบูรณ์

2.



มุมแย้ง	ชื่อมุม	ขนาดของมุม
คู่ที่ 1	$\widehat{AMN}$	
	$\widehat{DNM}$	
คู่ที่ 2	$\widehat{BMN}$	
	$\widehat{CNM}$	



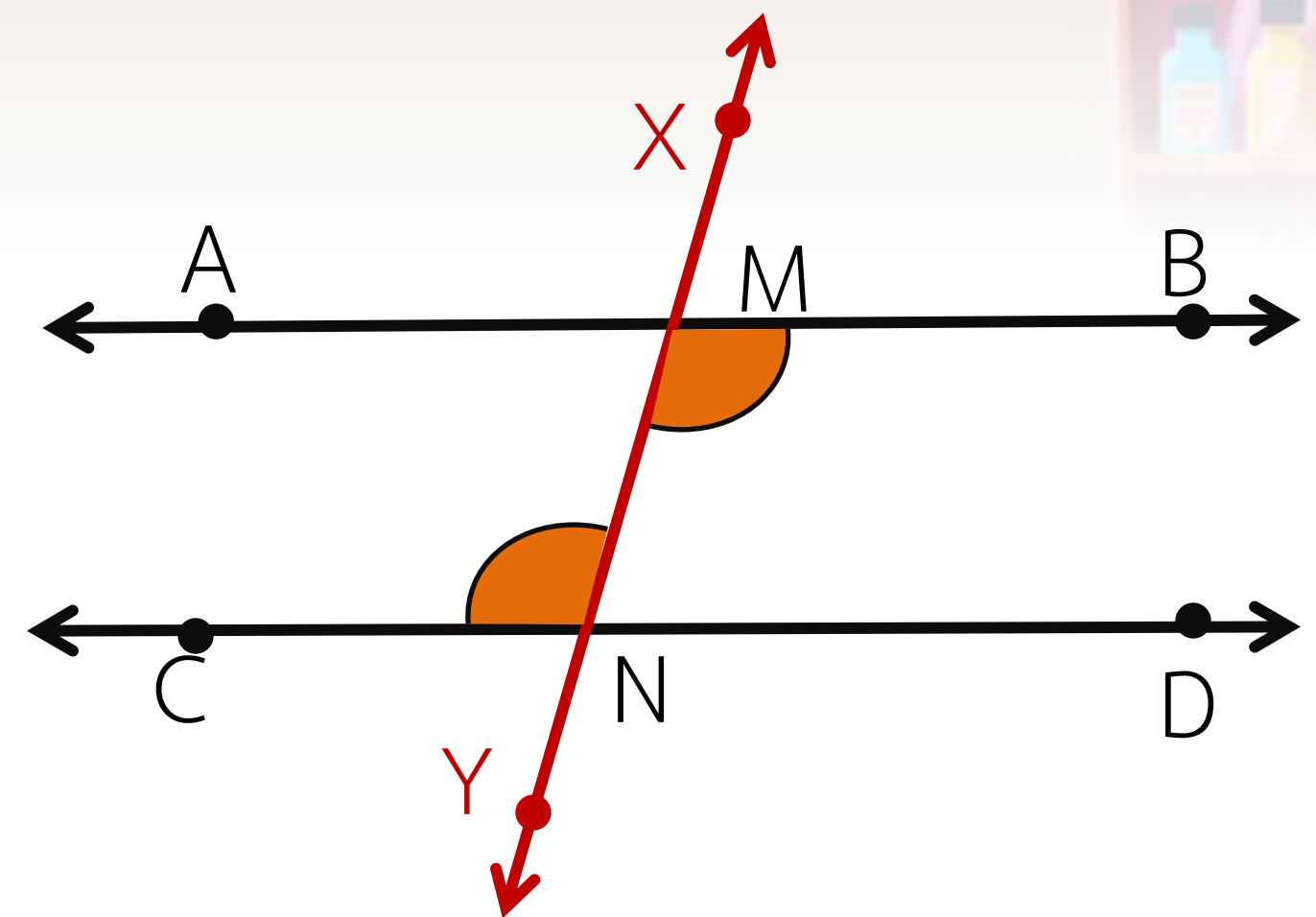
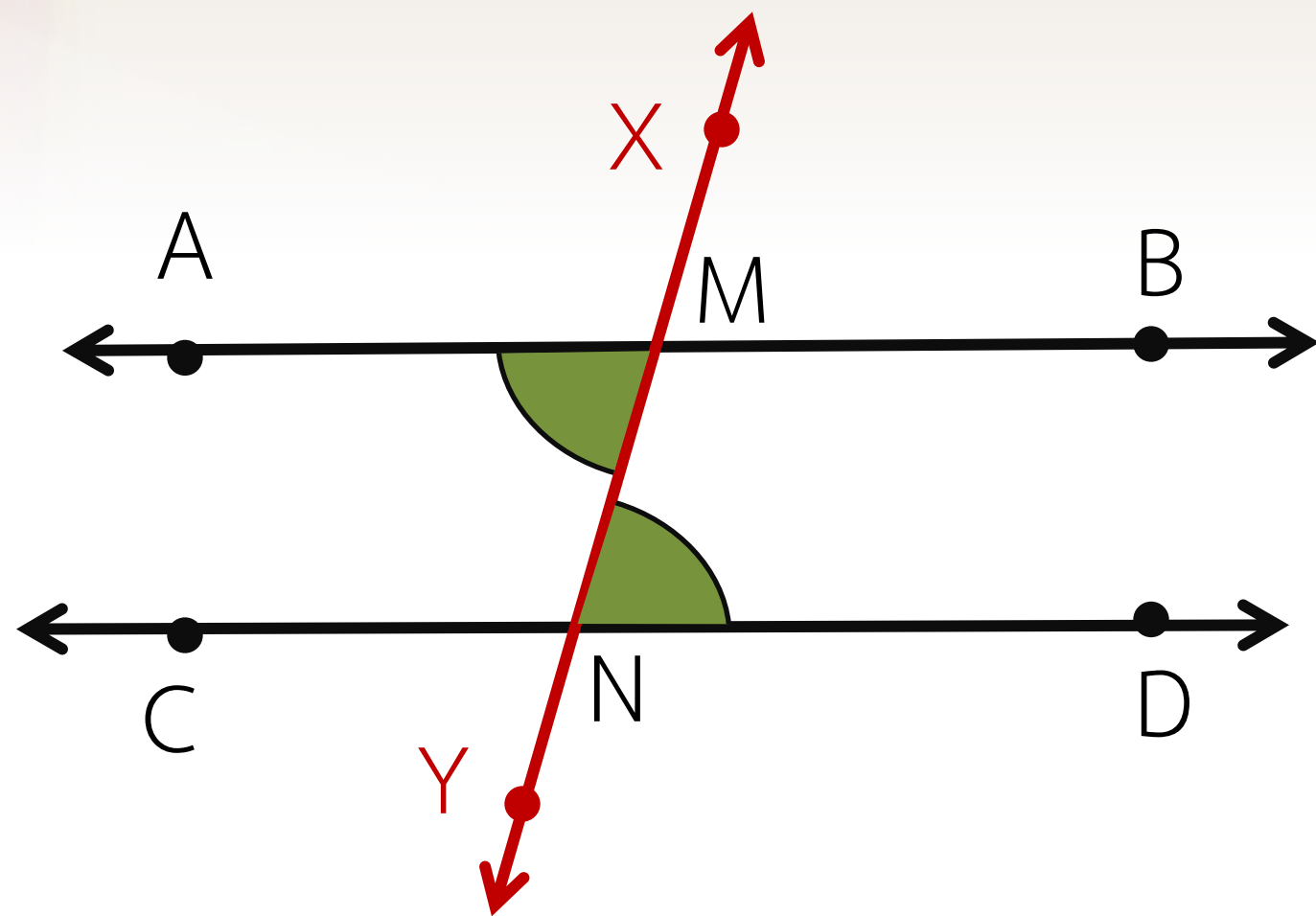
กิจกรรมที่ 2

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนเส้นตัด XY ตัด $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ โดยให้ จุด M และจุด N เป็นจุดตัดบน $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ตามลำดับ จากนั้น วัดขนาดของมุมแย้ง แล้วเติมคำตอบลงในตารางให้สมบูรณ์

3. จากตารางในข้อ 1 และข้อ 2 ให้นักเรียนสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับขนาดของมุมแย้งกับการขนานกันของเส้นตรงคู่ นั้น

ตอบ ถ้าเส้นตรงคู่หนึ่ง มีเส้นตรงเส้นหนึ่งมาตัด ถ้าเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน
มุมแย้งจะมีขนาดเท่ากัน

เส้นขนานกับมุมภายใน



ทฤษฎีบท ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน



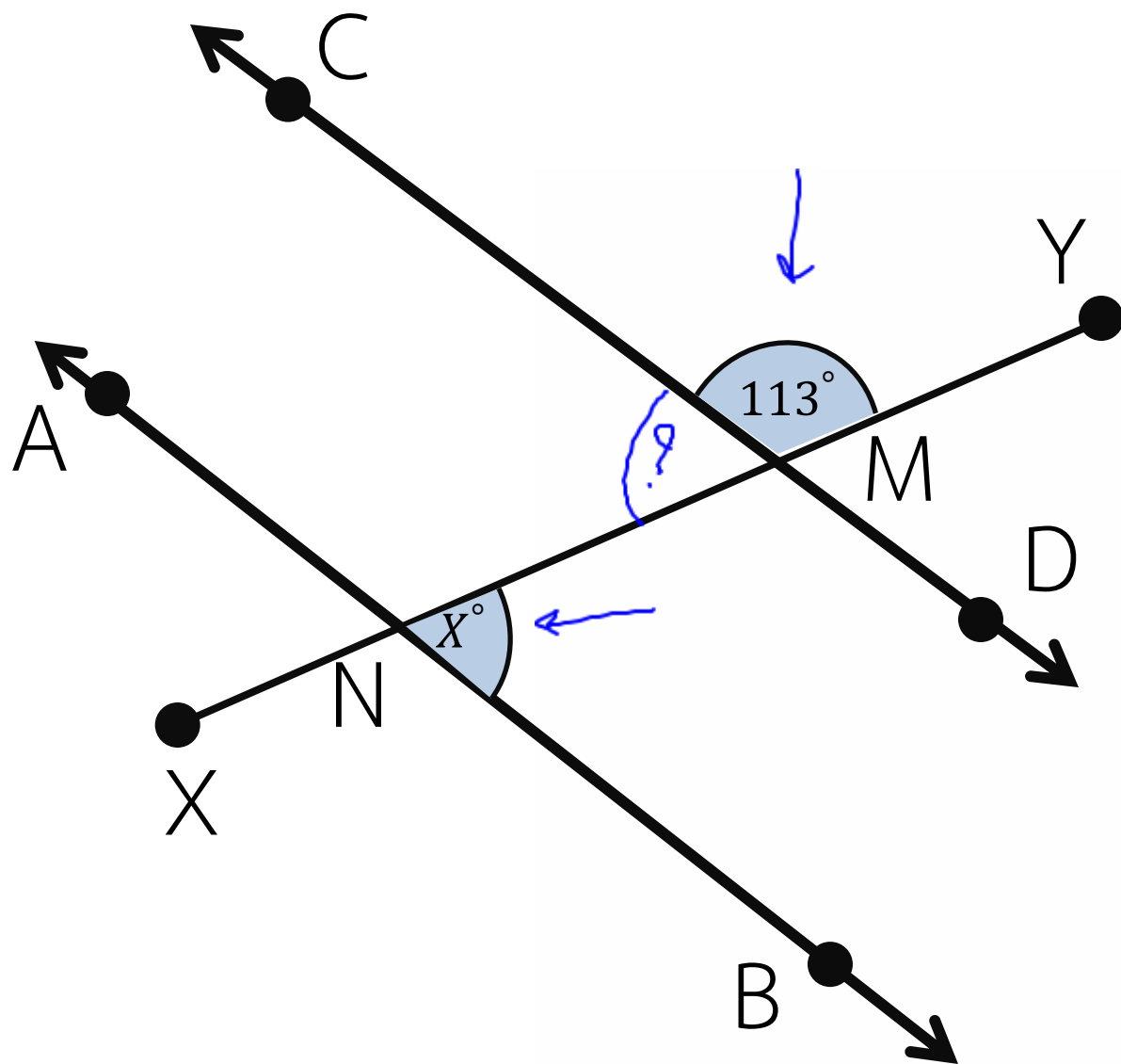
เส้นขนานกับมุมแย้ง

- ทฤษฎีบท “ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากันแล้วเส้นตรงคู่ นั้นขนานกัน”
- ทฤษฎีบท “ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน”
- ทฤษฎีบท “เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่ นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน”



ตัวอย่างที่ 1

ตัวอย่างที่ 1 จากรูป $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ จงหาขนาดของ X



วิธีทำ เนื่องจาก $\widehat{CMY} + \widehat{CMN} = 180^\circ$ (มุมตรงมีขนาด 180°)

$$\text{จะได้ } 113 + \widehat{CMN} = 180$$

$$\widehat{CMN} = 180 - 113$$

$$\widehat{CMN} = 67^\circ$$

เนื่องจาก $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

จะได้ $\widehat{CMN} = \widehat{BNM}$ (ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด
แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)

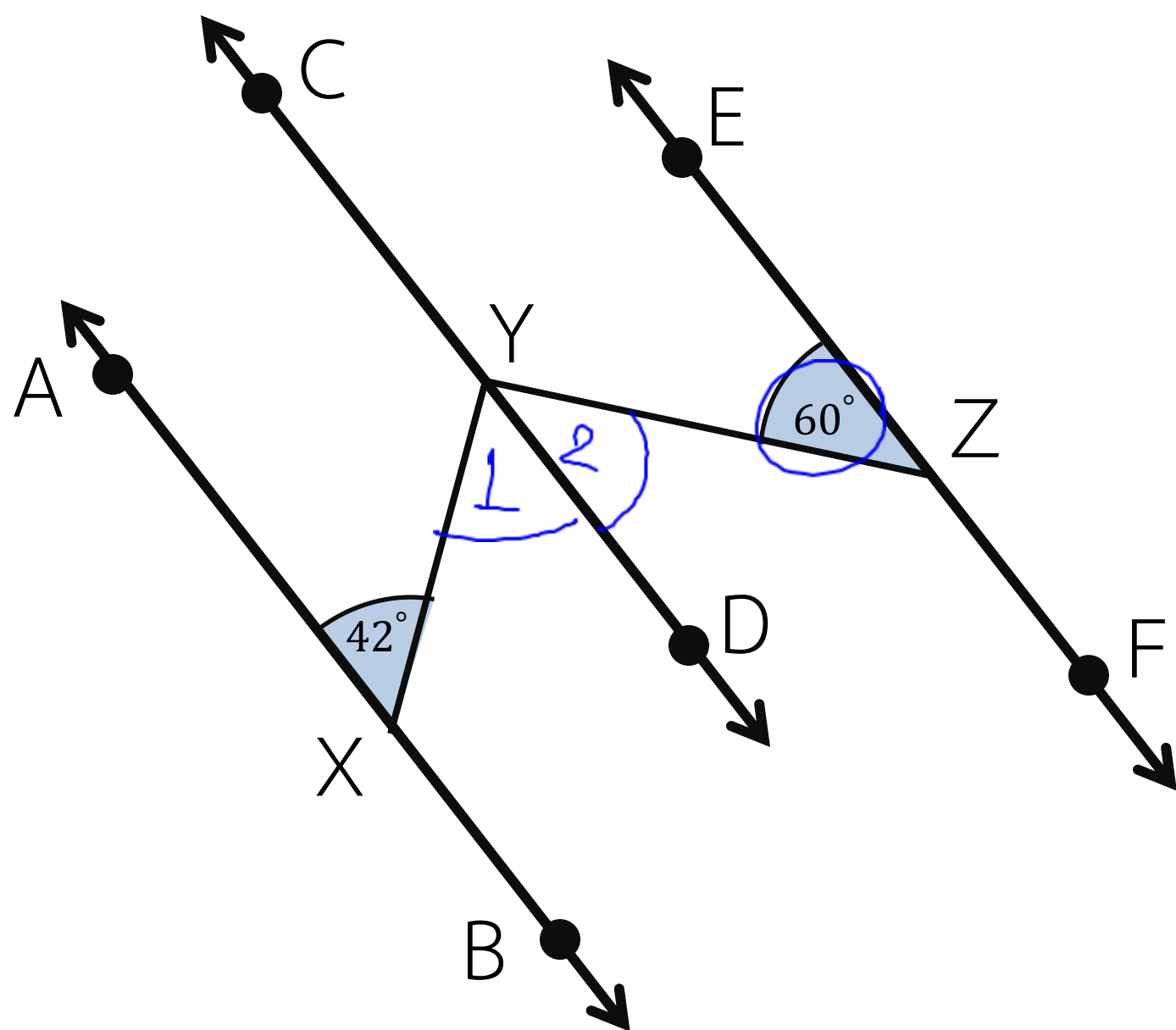
$$\widehat{BNM} = 67^\circ \text{ (สมบัติของการเท่ากัน)}$$

ดังนั้น $x = 67^\circ$



ตัวอย่างที่ 2

ตัวอย่างที่ 2 จากรูป $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{EF}$ จงหาขนาดของ $\widehat{XYZ}$



วิธีทำ เนื่องจาก $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ มี $\overline{XY}$ เป็นเส้นตัดจะได้ $\widehat{XYD} = \widehat{AXY}$
(ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)
ดังนั้น $\widehat{XYD} = 42$ องศา

เนื่องจาก $\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{EF}$ มี $\overline{YZ}$ เป็นเส้นตัดจะได้ $\widehat{DYZ} = \widehat{EZY}$
(ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)
ดังนั้น $\widehat{DYZ} = 60$ องศา

เนื่องจาก $\widehat{XYZ} = \widehat{XYD} + \widehat{DYZ}$

จะได้ $\widehat{XYZ} = 42 + 60$

ดังนั้น $\widehat{XYZ} = 102$ องศา



แบบฝึกหัดที่ 2

เส้นขนานกับมุมแย้ง



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)

แบบฝึกหัด 2 เรื่อง เส้นขนานกับมุมแย้ง

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง เส้นขนาน

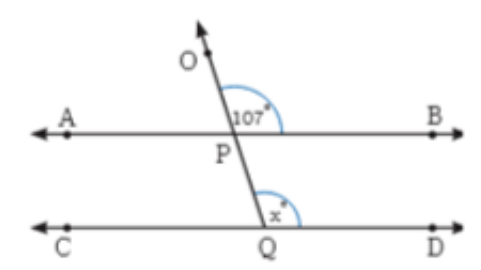
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง เส้นขนานกับมุมแย้ง

รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ตอนที่ 1

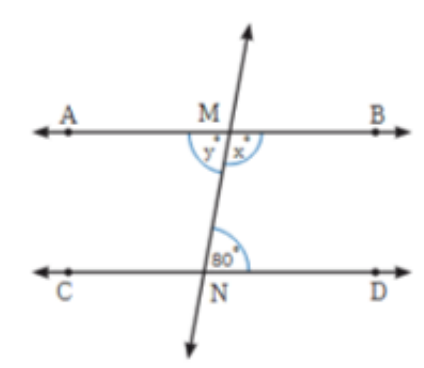
คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่าที่โจทย์ต้องการทราบให้สมบูรณ์

1. จากรูป $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ จงหาค่าของ x



วิธีทำ.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

2. จากรูป $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ จงหาค่าของ $x - y$



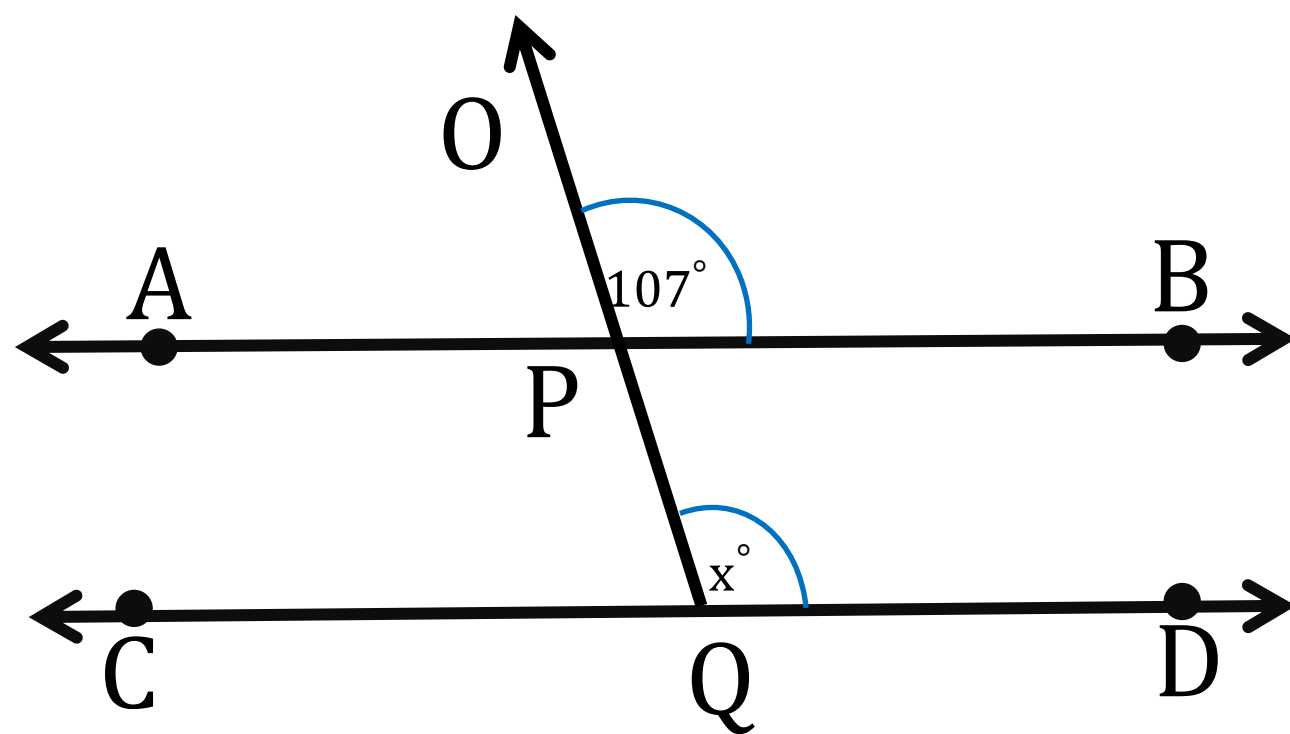
วิธีทำ.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



แบบฝึกหัดที่ 2

ตอนที่ 1 คำชี้แจง : ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่าที่โจทย์ต้องการทราบให้สมบูรณ์

1. จากรูป $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ จงหาค่าของ X

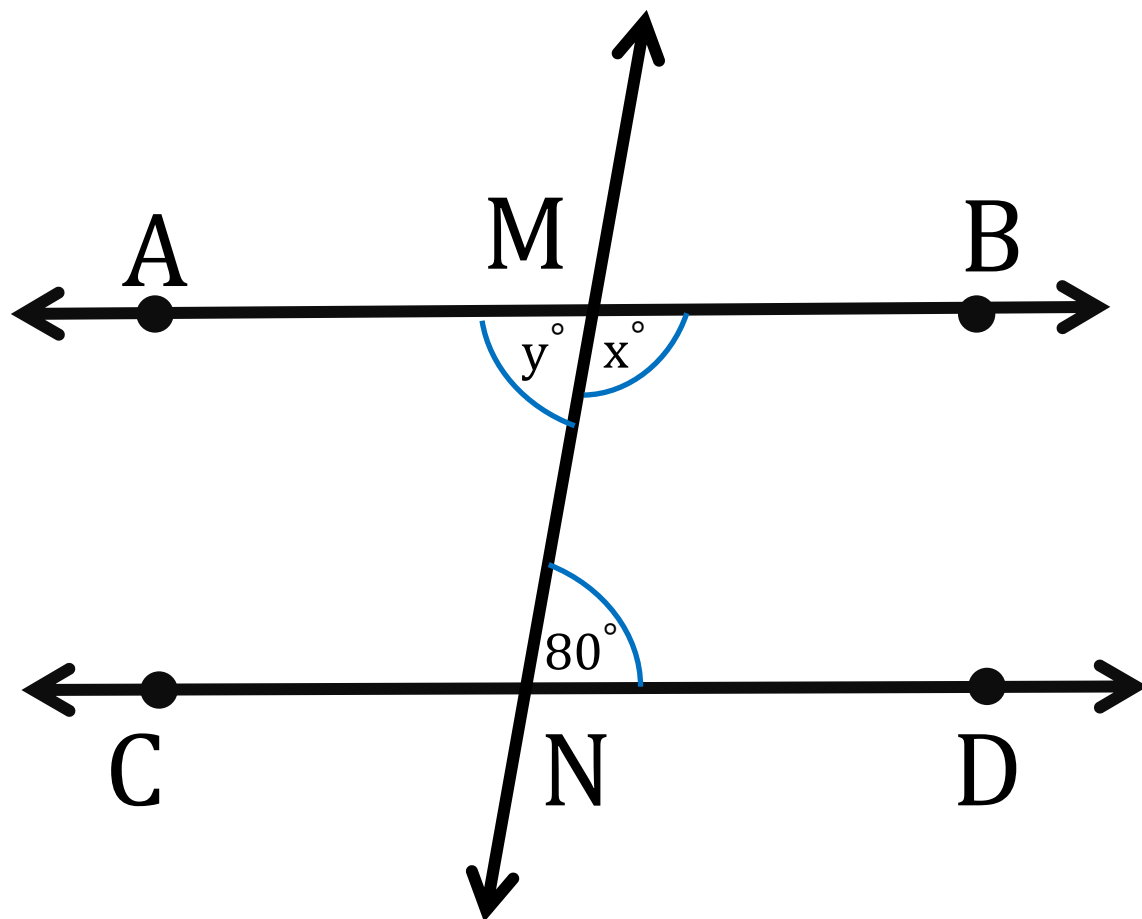




แบบฝึกหัดที่ 2

ตอนที่ 1 คำชี้แจง : ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่าที่โจทย์ต้องการทราบให้สมบูรณ์

2. จากรูป $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ จงหาค่าของ $X - Y$

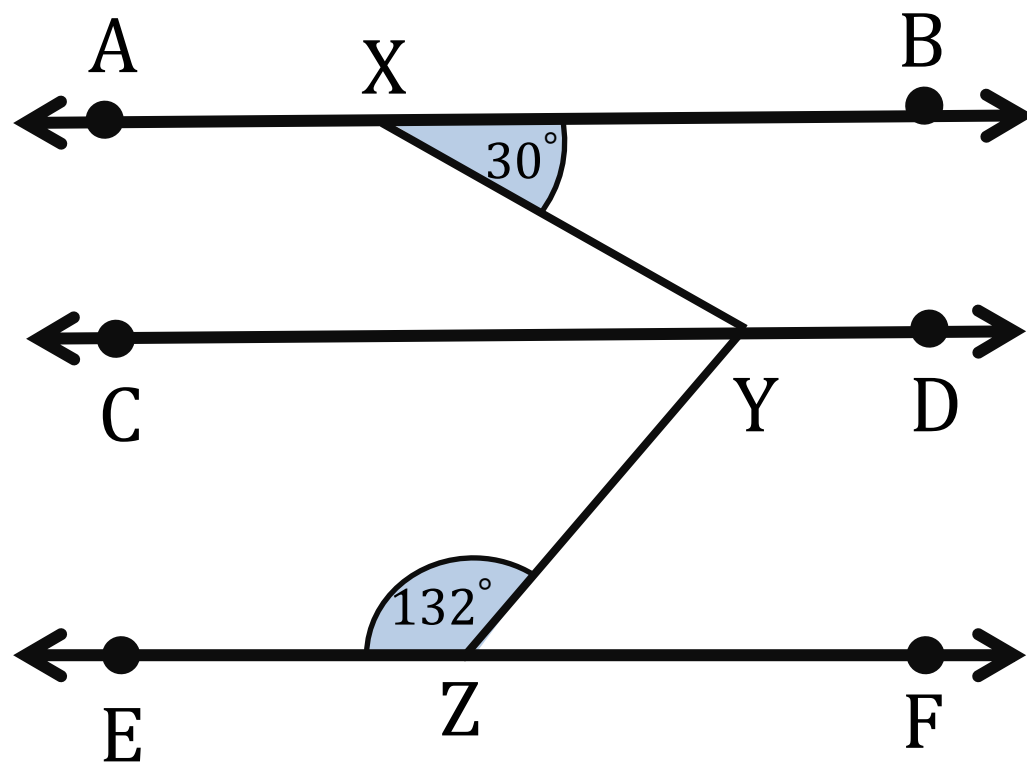




แบบฝึกหัดที่ 2

ตอนที่ 1 คำชี้แจง : ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่าที่โจทย์ต้องการทราบให้สมบูรณ์

3. จากรูป $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{EF}$ จงหาขนาดของ $\widehat{XYZ}$





เฉลยแบบฝึกหัดที่ 2

เส้นขนานกับมุมแย้ง



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)

แบบฝึกหัด 2 เรื่อง เส้นขนานกับมุมแย้ง

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง เส้นขนาน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง เส้นขนานกับมุมแย้ง

รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ตอนที่ 1

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่าที่โจทย์ต้องการทราบให้สมบูรณ์

1. จากรูป $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ จงหาค่าของ x



วิธีทำ.....

.....

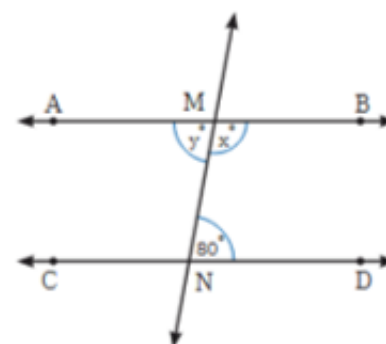
.....

.....

.....

.....

2. จากรูป $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ จงหาค่าของ $x - y$



วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

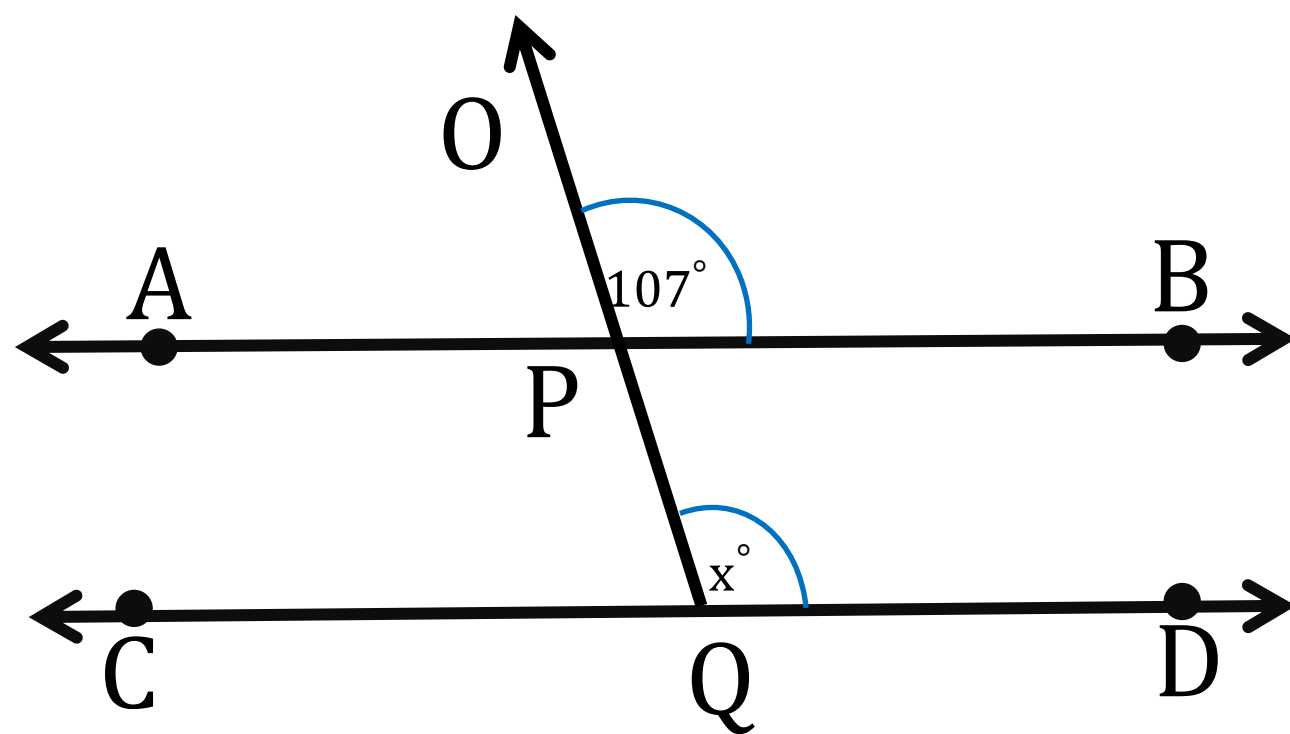
.....



แบบฝึกหัดที่ 2

ตอนที่ 1 คำชี้แจง : ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่าที่โจทย์ต้องการทราบให้สมบูรณ์

1. จากรูป $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ จงหาค่าของ X

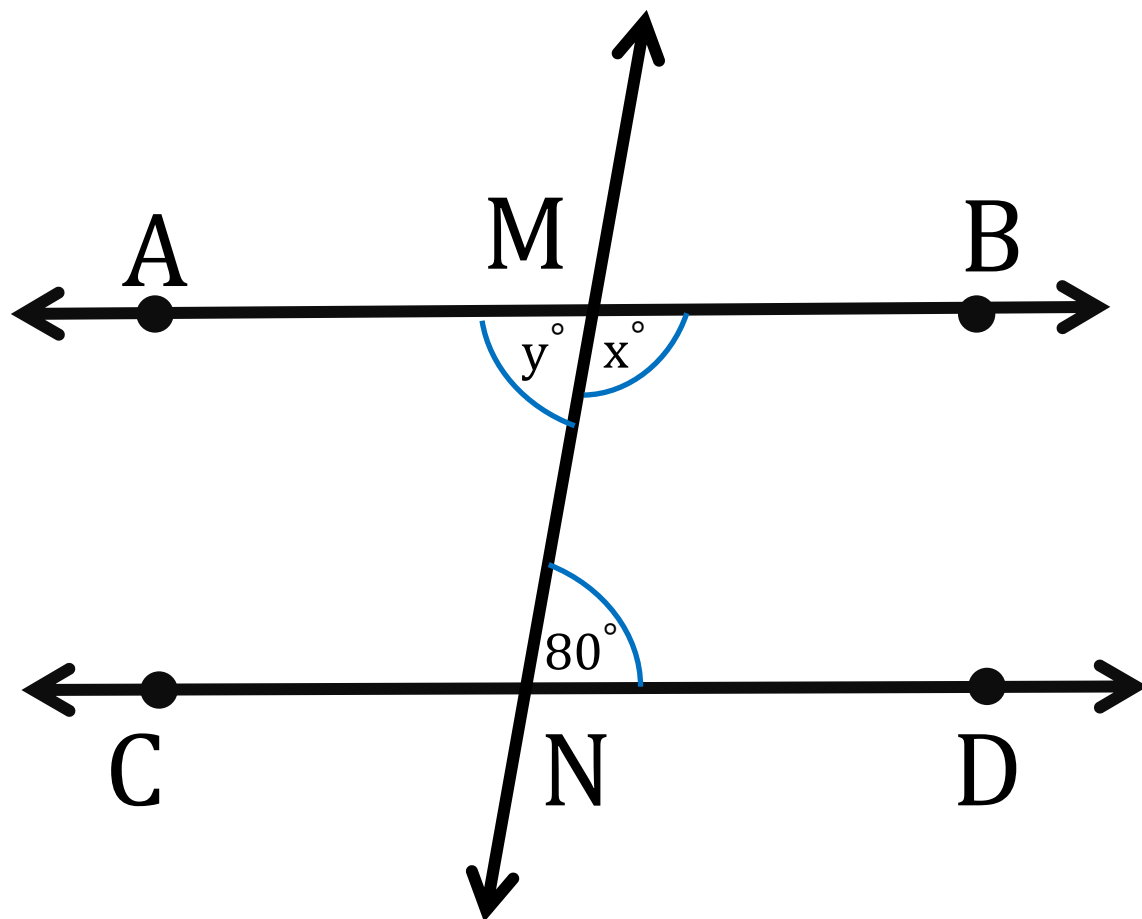




แบบฝึกหัดที่ 2

ตอนที่ 1 คำชี้แจง : ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่าที่โจทย์ต้องการทราบให้สมบูรณ์

2. จากรูป $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ จงหาค่าของ $X - Y$

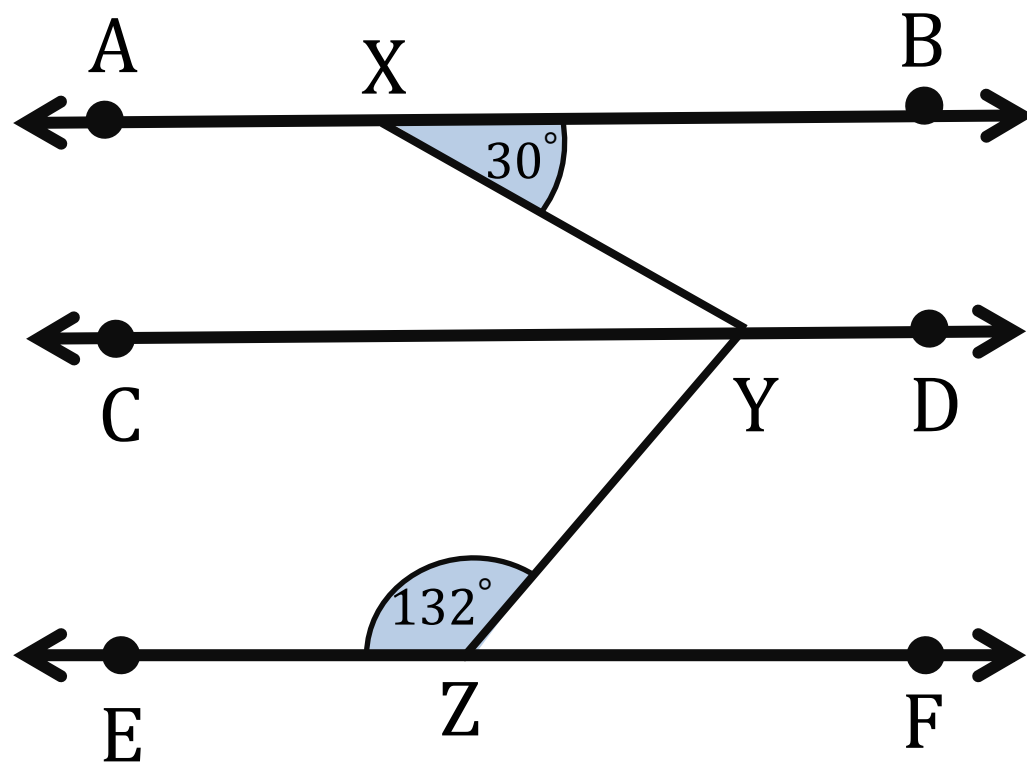




แบบฝึกหัดที่ 2

ตอนที่ 1 คำชี้แจง : ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่าที่โจทย์ต้องการทราบให้สมบูรณ์

3. จากรูป $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{EF}$ จงหาขนาดของ $\widehat{XYZ}$





สรุปบทเรียน

- ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน
- เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกันก็ต่อเมื่อ มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน



บทเรียนครั้งต่อไป

เส้นขนานกับมุมภายใน
และมุมภายนอก

Angle A = Angle B

$L1 \parallel L2$



สิ่งที่ต้องเตรียม

1. แบบฝึกหัดที่ 3 : เส้นขนานกับมุมภายใน
และมุมภายนอก (1)
2. แบบฝึกหัดที่ 4 : เส้นขนานกับมุมภายใน
และมุมภายนอก (2)



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่

www.dltv.ac.th)

