

รายวิชา คณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค22102 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เส้นขนาน

เรื่อง เส้นขนานกับมุมภายใน

ครูผู้สอน ครูอชราวุธ ไชยมงคล



หน่วยการเรียนรู้ที่ 3

เรื่อง เส้นขนาน

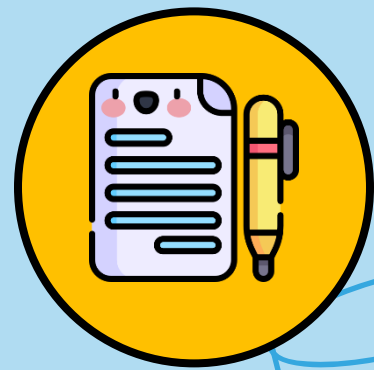
เส้นขนานกับมุมภายใน



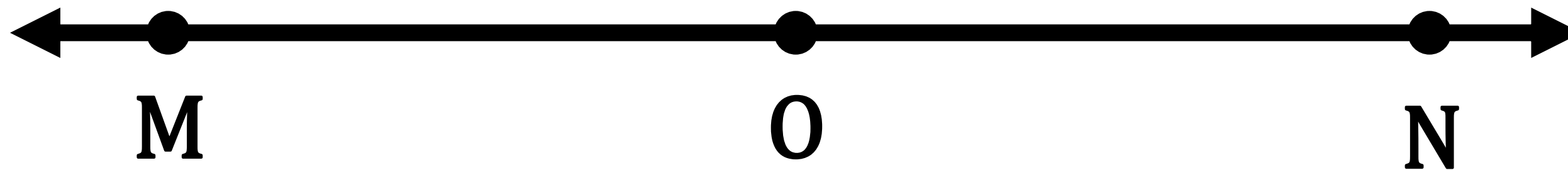


จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถวิเคราะห์ ตรวจสอบความขนานกัน
ของเส้นตรงสองเส้นโดยใช้ระยะห่างระหว่างเส้นตรง
และทฤษฎีมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

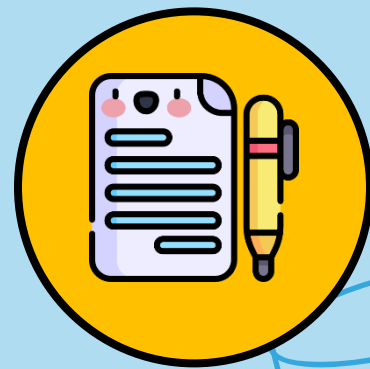


ทบทวน



จากรูป $M\hat{O}N$ เป็นมุมอะไร และมีขนาดกี่องศา

เป็นมุมตรง และมีขนาด 180 องศา



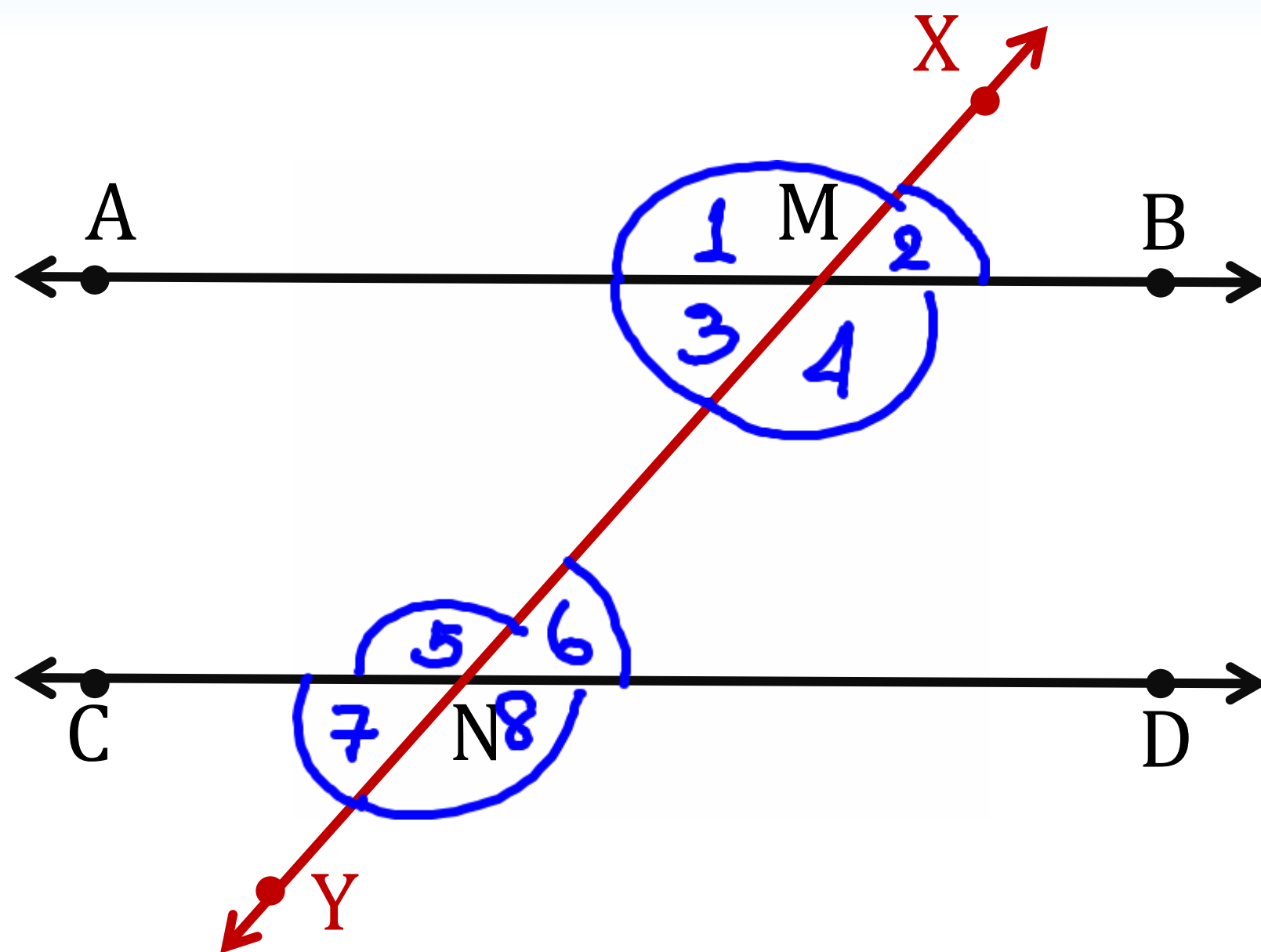
ทบทวน

นักเรียนสามารถตรวจสอบเส้นตรงสองเส้นว่าขนานกันหรือไม่ ได้ด้วยวิธีใด

นอกจากตรวจสอบจากระยะห่างระหว่างเส้นตรงทั้งสองเส้น หรือตรวจสอบว่าเส้นตรงทั้งสองเส้นนั้นไม่ตัดกันแล้วยังสามารถตรวจสอบได้โดยการพิจารณาขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดได้อีกด้วย



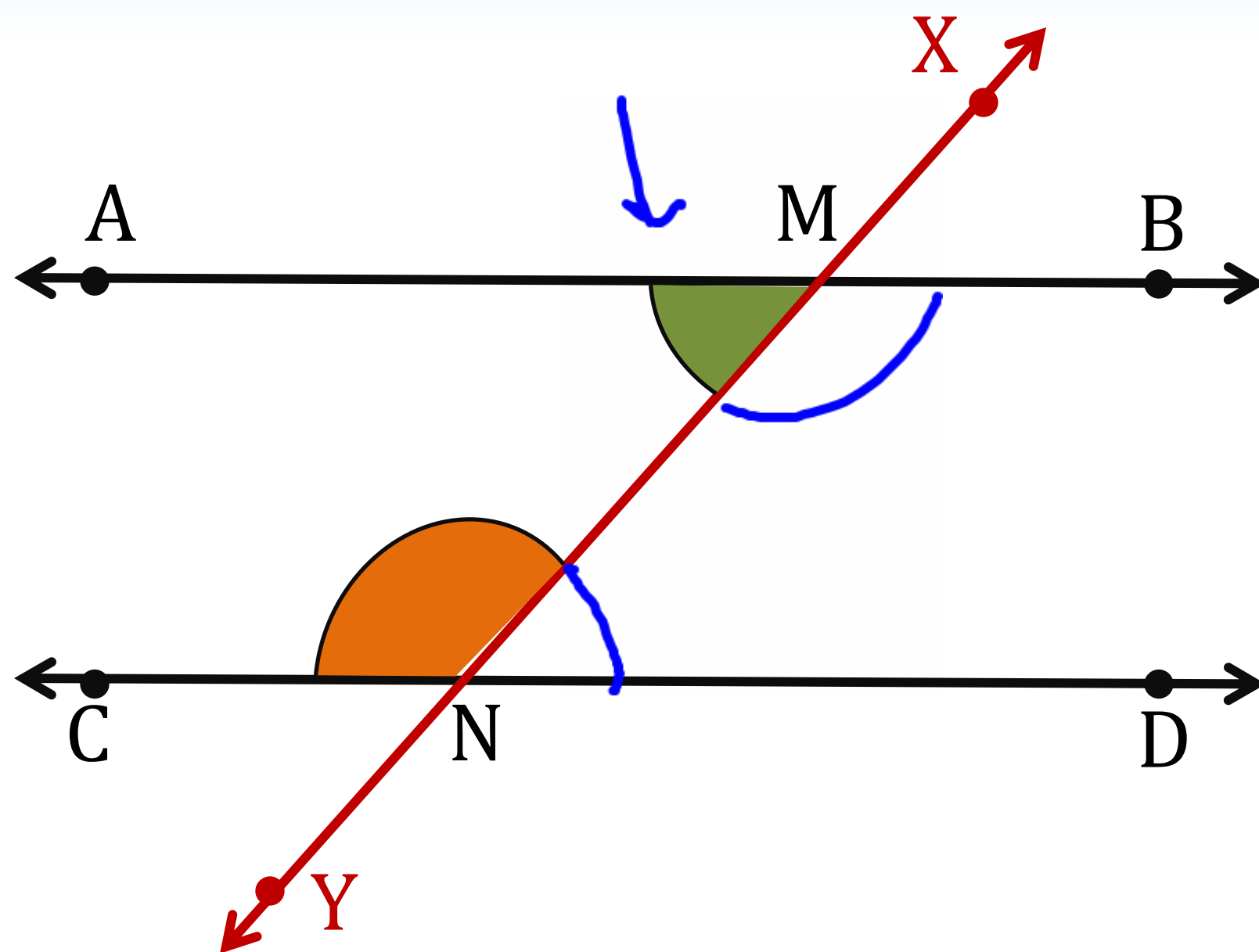
มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด



$\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกันโดยมี $\overleftrightarrow{XY}$ เป็น
เส้นตัดขวาง หรือเรียกสั้น ๆ ว่าเส้นตัด



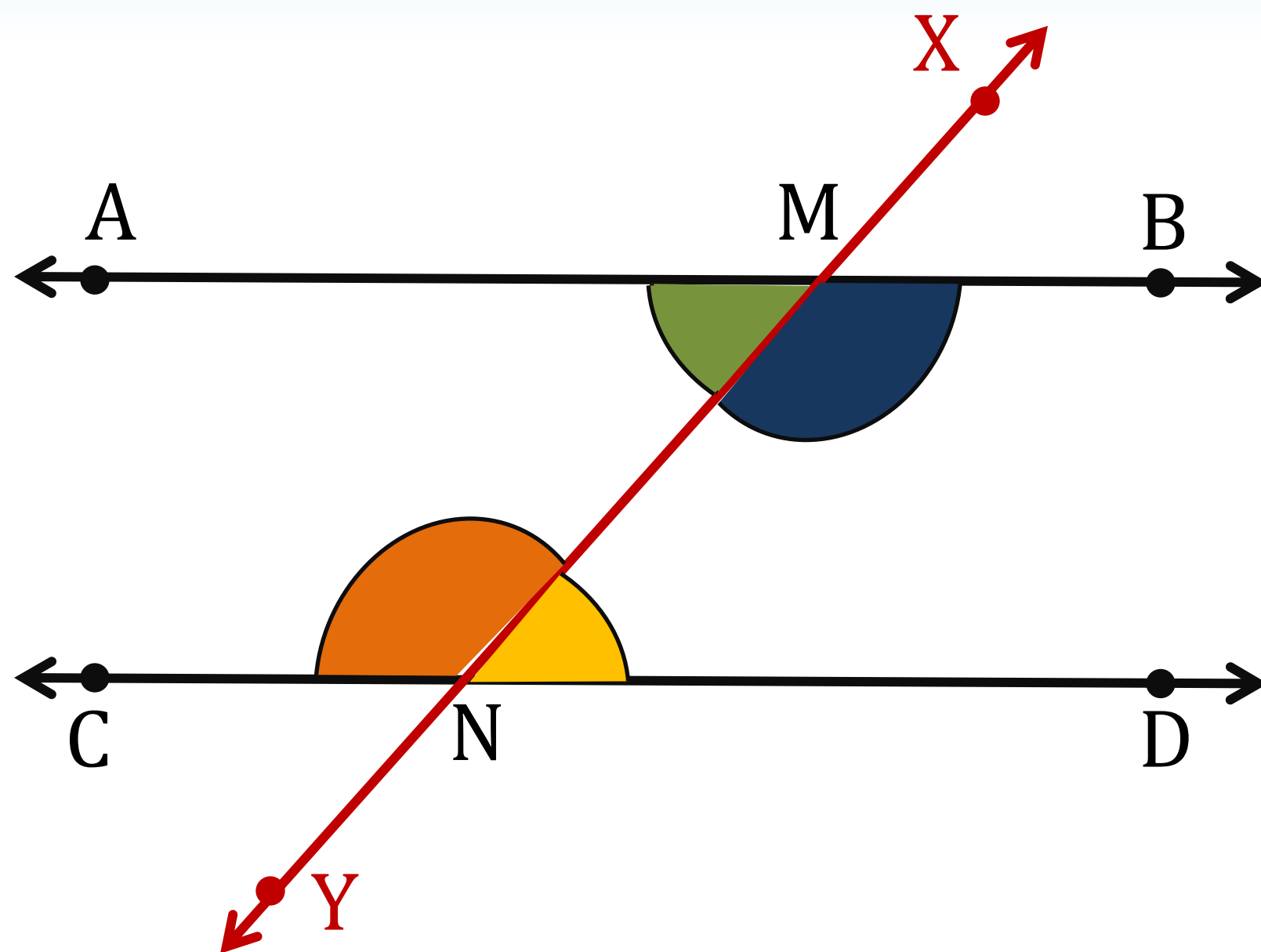
มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด



$\overleftrightarrow{XY}$ ตัดกับ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ เป็นจุด M และจุด N มุมแหลมเป็นสี่เหลี่ยมคู่กับมุม ป้านสี่มุมบนแผนภาพที่ $\widehat{AMN}$ และ $\widehat{CNM}$ ตามลำดับ ซึ่งจะเรียกว่า “มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของ เส้นตัด XY ”



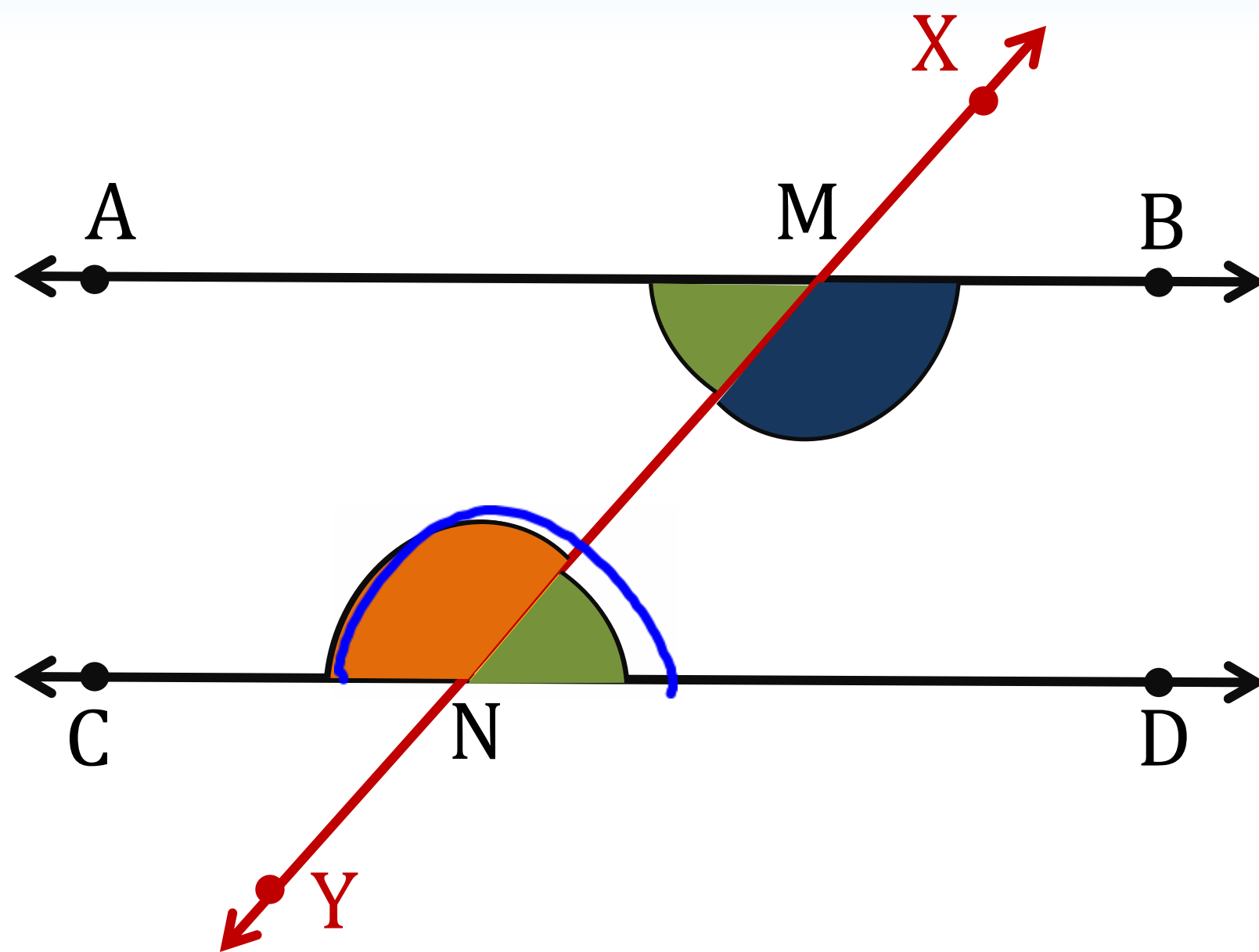
มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด



$\widehat{BMN}$ และ $\widehat{DNM}$ เป็นมุมภายในบน
ข้างเดียวกันของเส้นตัดนี้ด้วย



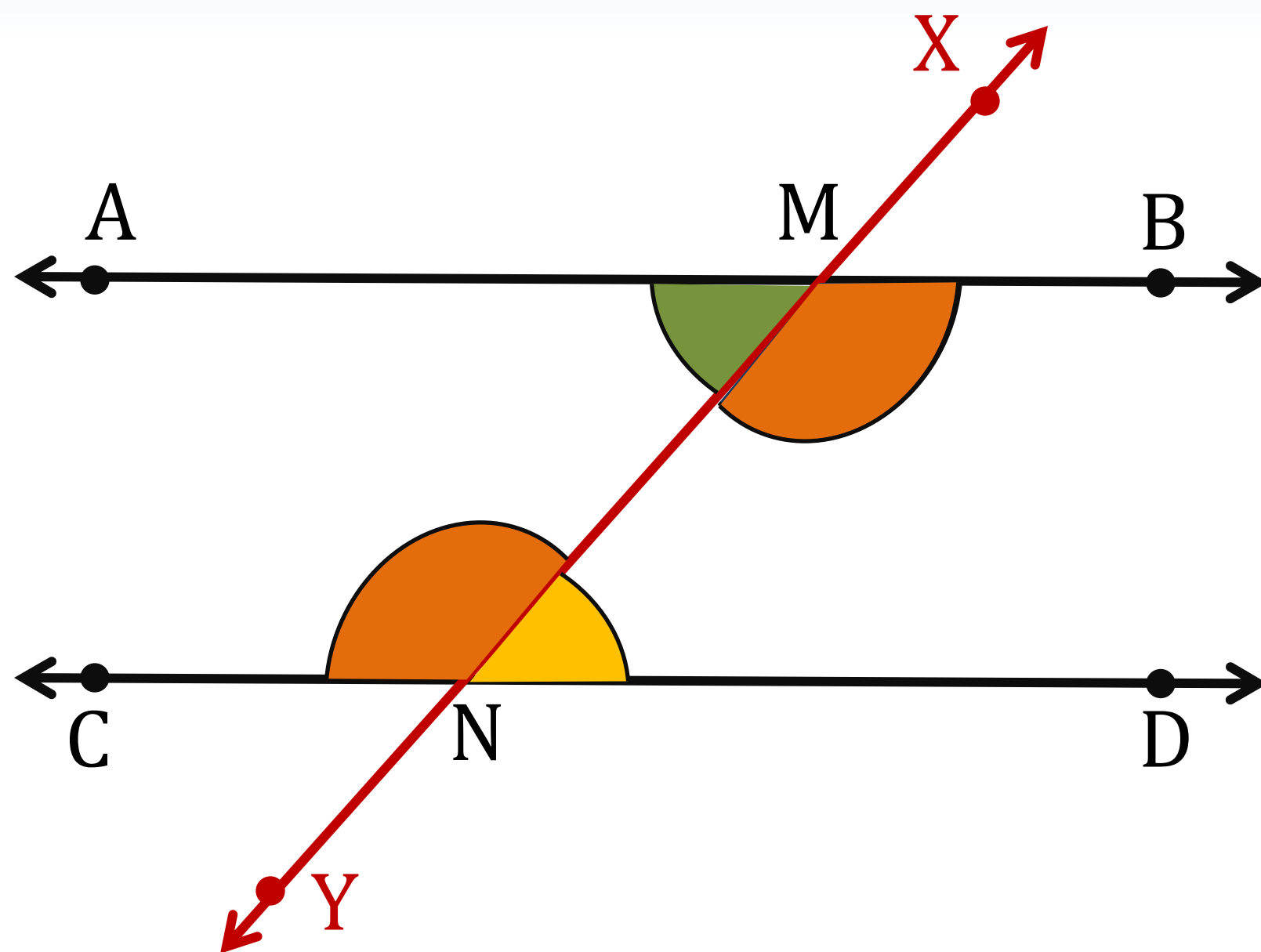
มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด



เมื่อนำมุมแหลมสีเขียวต่อกับมุมป้านสีส้ม
แล้วจะมีขนาดเท่ากับมุมตรงพอดี ดังนั้น
เราสามารถเขียนข้อความได้ว่า “ผลรวม
ของขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้าง
เดียวกันของเส้นตัดรวมกันได้ 180 องศา”



มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด



เมื่อนำมุมป้านสีส้มต่อกับมุมแหลมสีเขียว
แล้วจะมีขนาดเท่ากับมุมตรงพอดี ดังนั้น
เราสามารถเขียนข้อความได้ว่า “ผลรวม
ของขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้าง
เดียวกันของเส้นตัดรวมกันได้ 180 องศา”



สมบัติของเส้นขนาน

- ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด
แล้วขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด
รวมกันเท่ากับ 180 องศา
- ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง
ทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด
รวมกันเท่ากับ 180 องศาแล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน



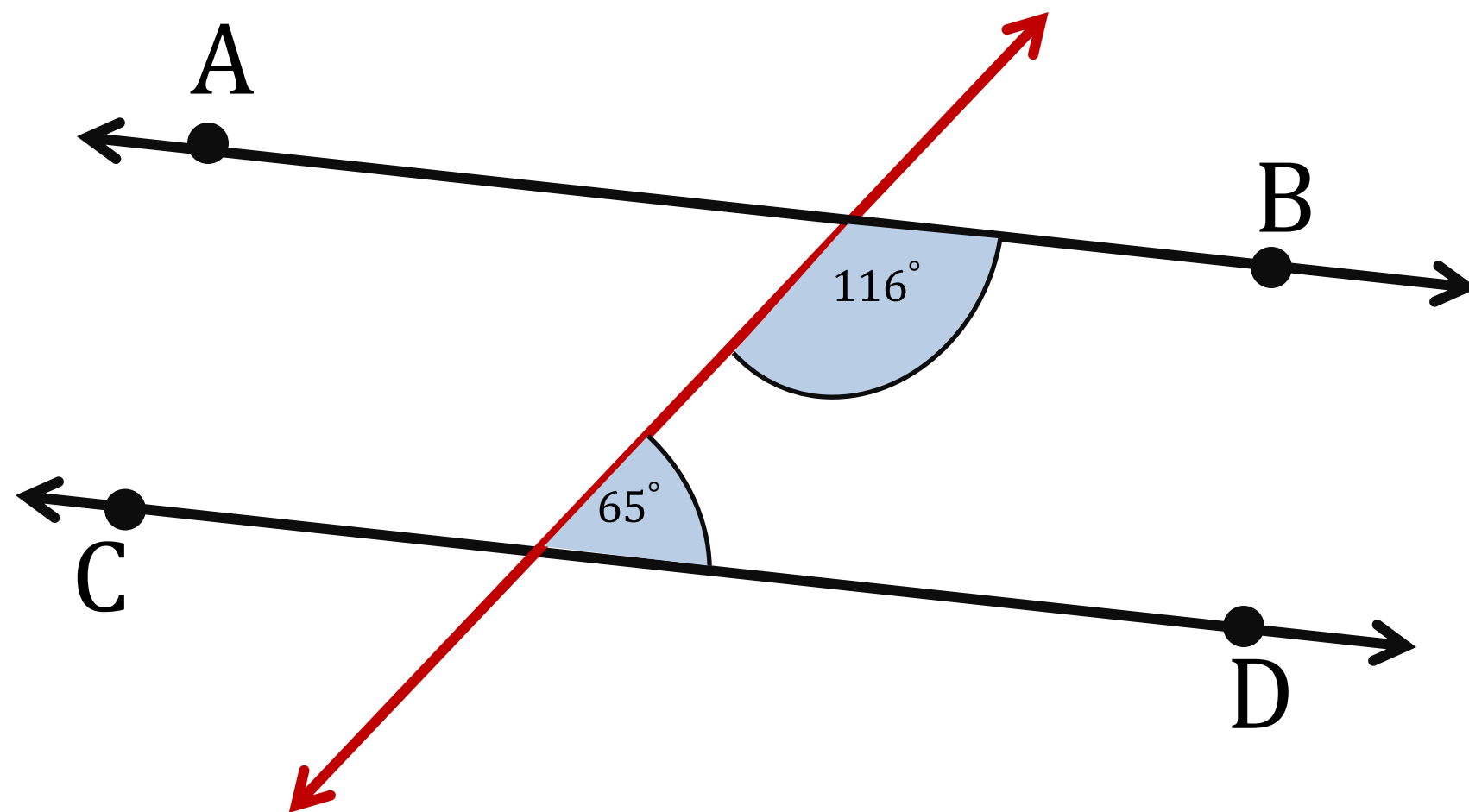
สมบัติของเส้นขนาน

“เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน
ก็ต่อเมื่อขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด
รวมกัน 180 องศา”



ตัวอย่างที่ 1

ตัวอย่างที่ 1 ให้นักเรียนพิจารณาว่า $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

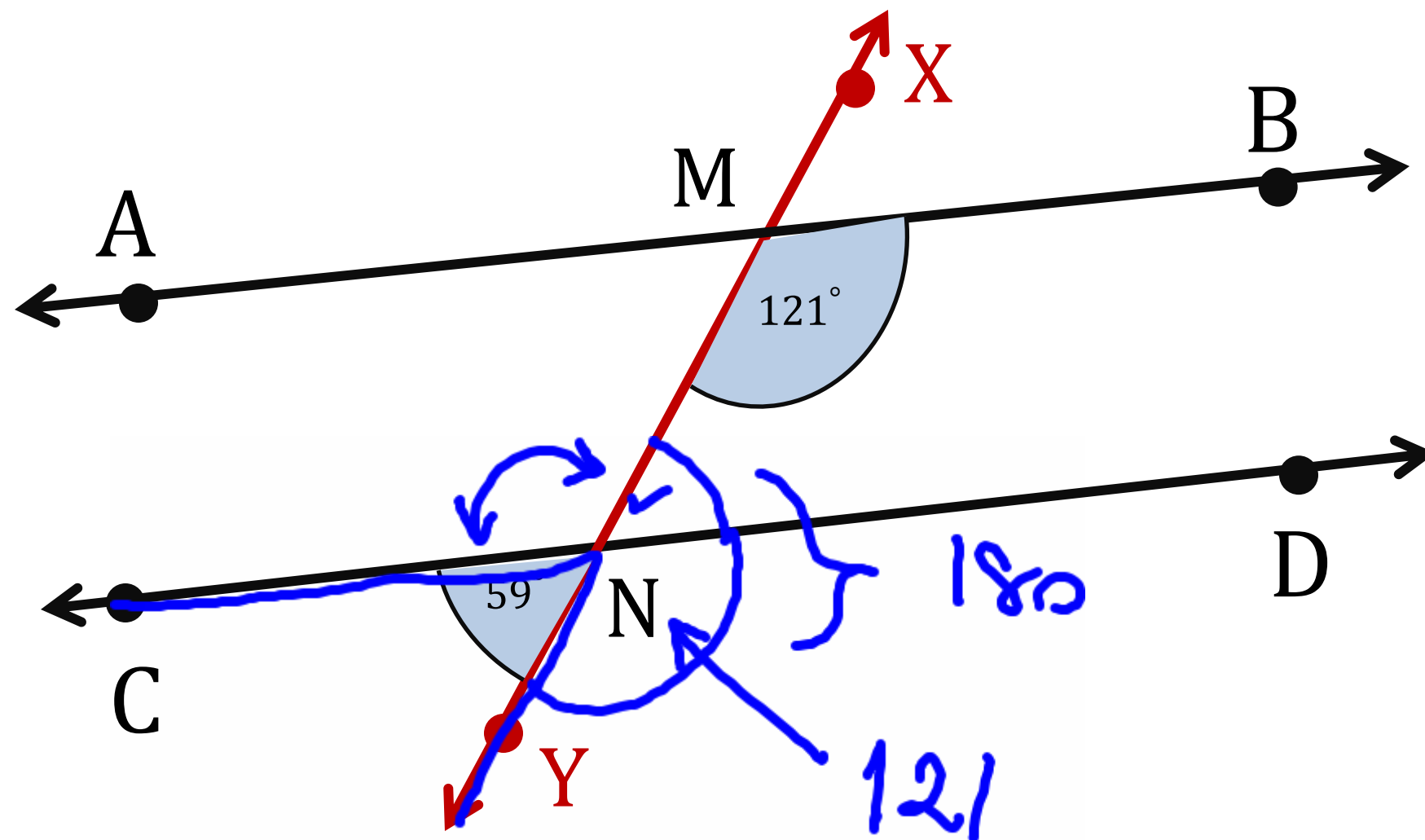


$\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ไม่ขนานกัน
เพราะขนาดของมุมภายในที่อยู่บน
ข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกัน
เท่ากับ $116 + 65 = 181$ องศา
ซึ่งไม่เท่ากับ 180 องศา



ตัวอย่างที่ 2

ตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนพิจารณาว่า $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

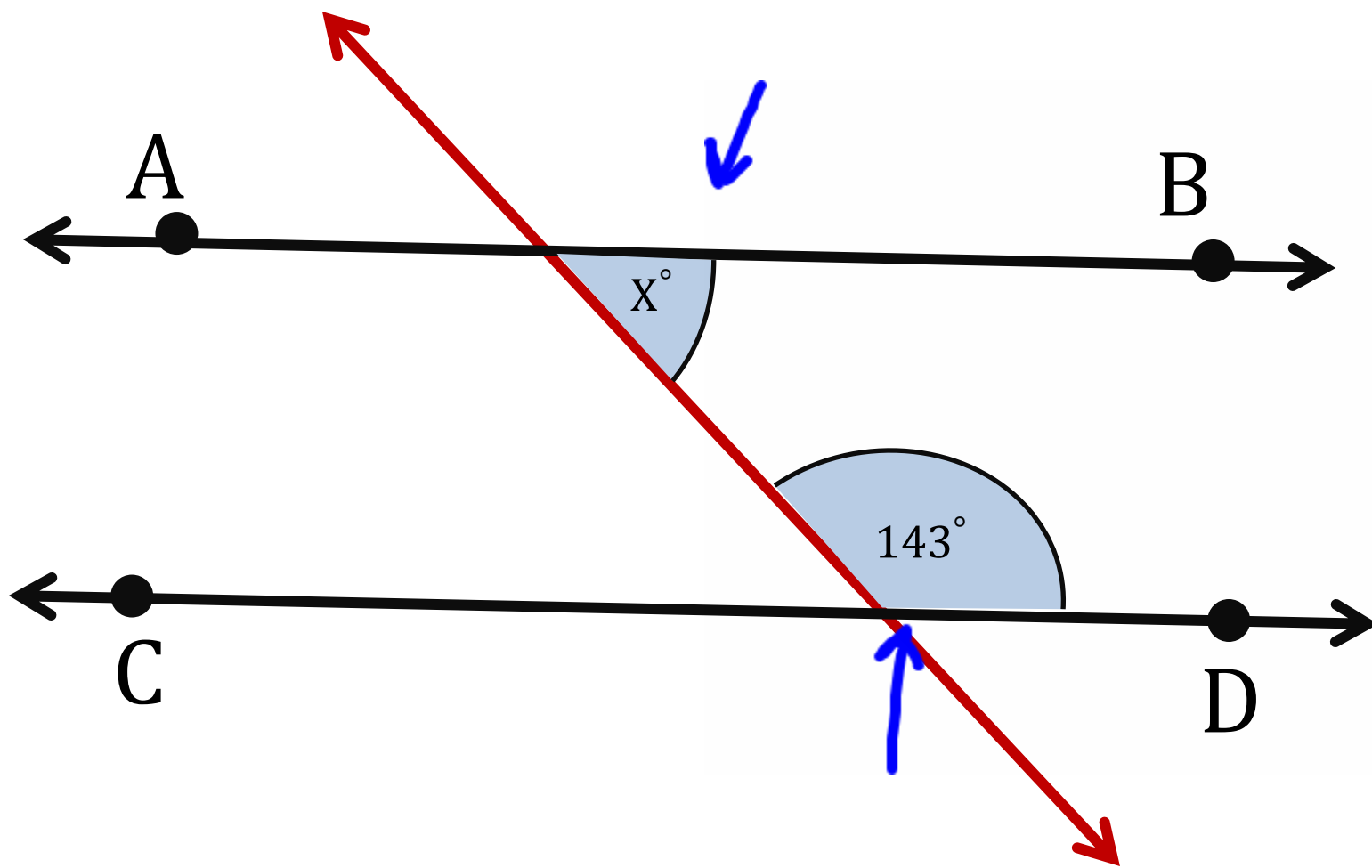


$\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกัน
เพราะ $\angle CNY = \angle DNM = 59^\circ$
ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้าง
เดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ
 $121 + 59 = 180$ องศา



ตัวอย่างที่ 3

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ จงหาค่าของ X



วิธีทำ เนื่องจาก $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

จะได้ $X + 143 = 180$ (ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา)

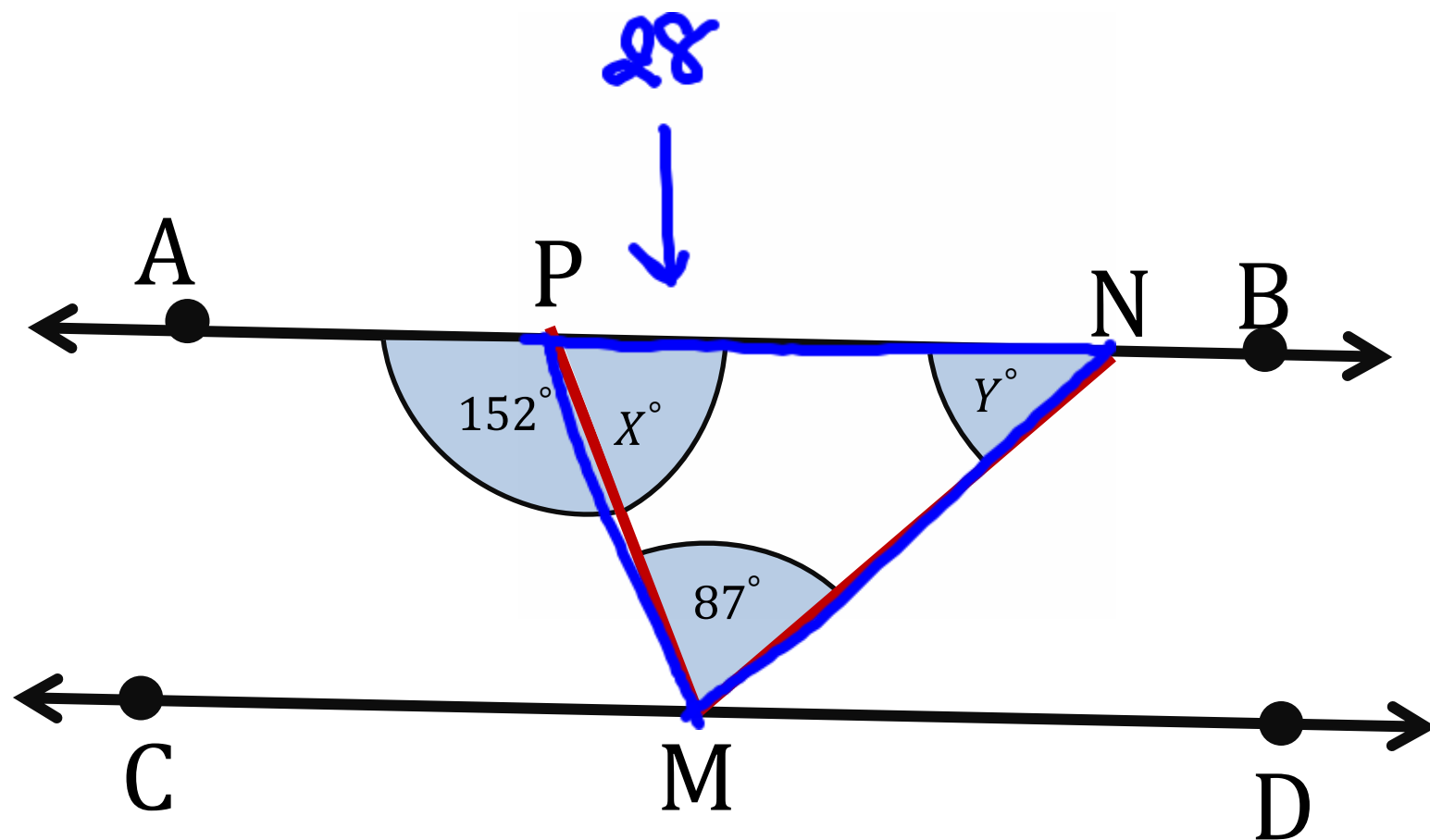
$$X = 180 - 143$$

$$\text{ดังนั้น } X = 37$$



ตัวอย่างที่ 4

ตัวอย่างที่ 4 กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ จงหาค่าของ $X + Y$



วิธีทำ เนื่องจาก $\angle APM + \angle BPM = 180^\circ$

จะได้ $152 + X = 180$ (มุมตรงมีขนาด 180°)

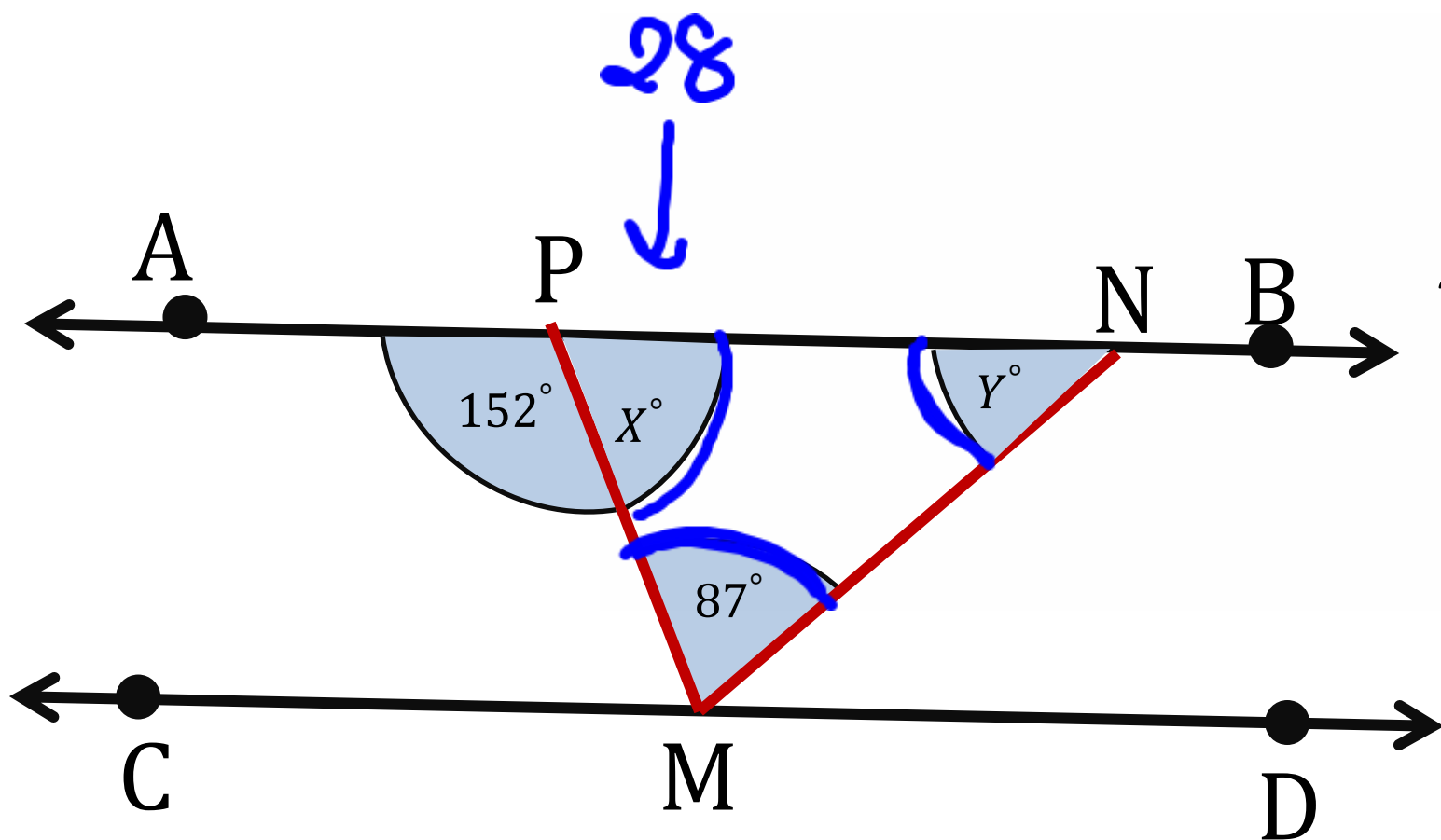
นั่นคือ $X = 180 - 152$

ดังนั้น $X = 28$



ตัวอย่างที่ 4

ตัวอย่างที่ 4 กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ จงหาค่าของ $X + Y$



เนื่องจาก $\angle NPM + \angle PMN + \angle MNP = 180^\circ$
จะได้ $28 + 87 + Y = 180$ (มุมภายในของรูปสามเหลี่ยม
รวมกันมีขนาดเท่ากับ 180 องศา)

$$Y = 180 - 28 - 87$$

นั่นคือ $Y = 65$

ดังนั้น $X + Y = 28 + 65 = 93$ องศา



แบบฝึกหัดที่ 1

เส้นขนานกับมุมภายใน



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)

แบบฝึกหัดที่ 1 เรื่อง เส้นขนานกับมุมภายใน

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง เส้นขนาน

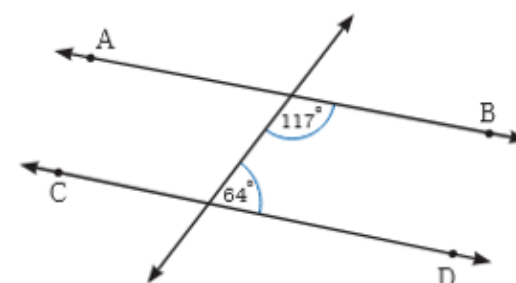
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง เส้นขนานกับมุมภายใน

รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ตอนที่ 1

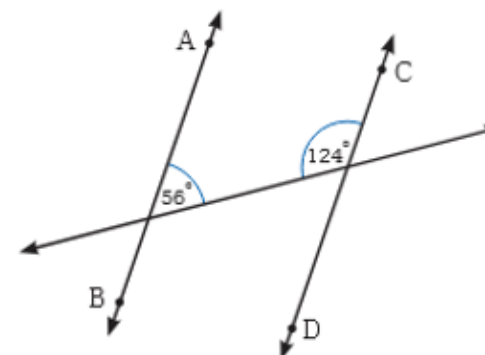
คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณาว่า $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ในแต่ละข้อต่อไปนี้ขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

1.



ตอบ.....

2.



ตอบ.....

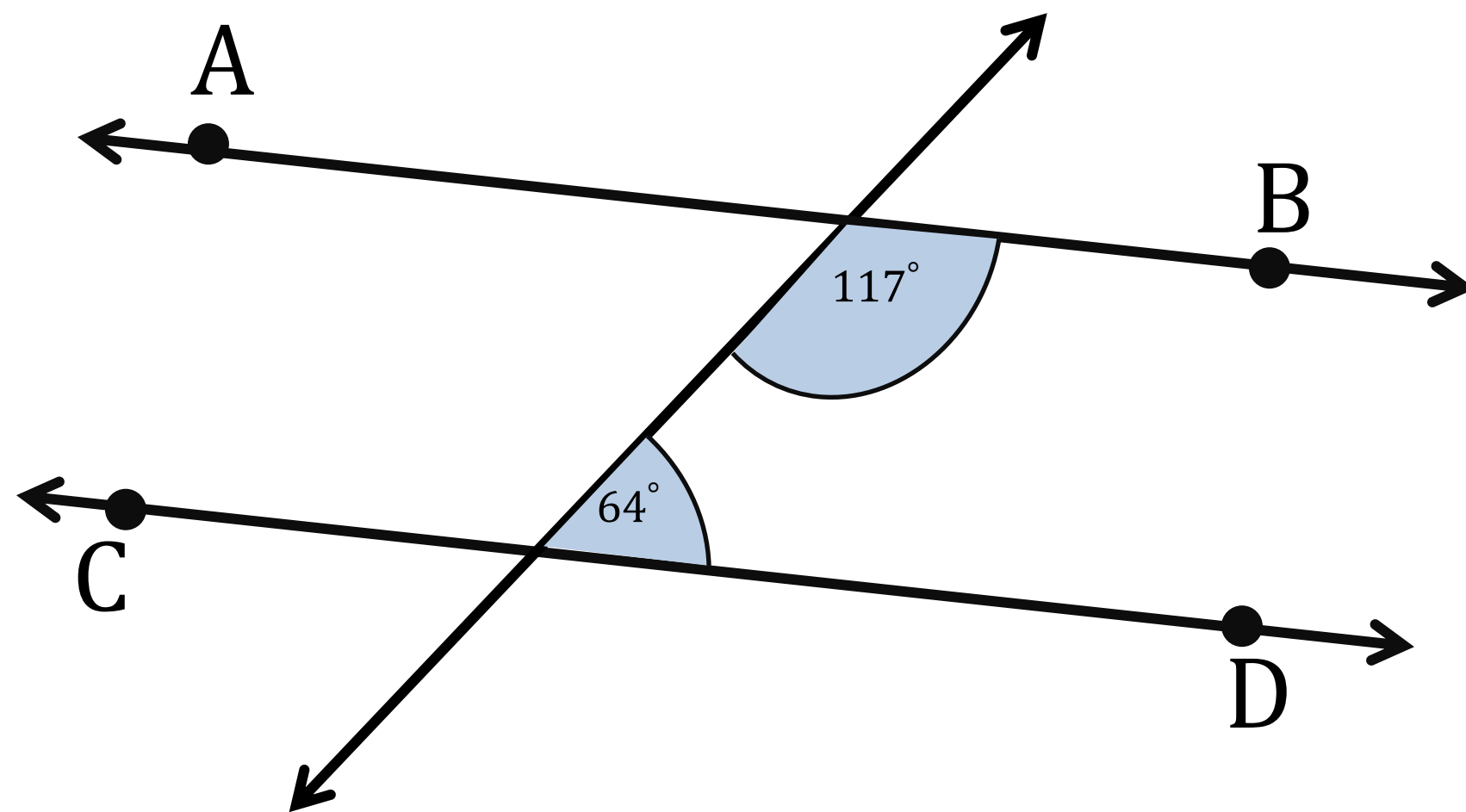


แบบฝึกหัดที่ 1

ตอนที่ 1

คำชี้แจง : ให้นักเรียนพิจารณาว่า $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ในแต่ละข้อต่อไปนี้ขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

1.



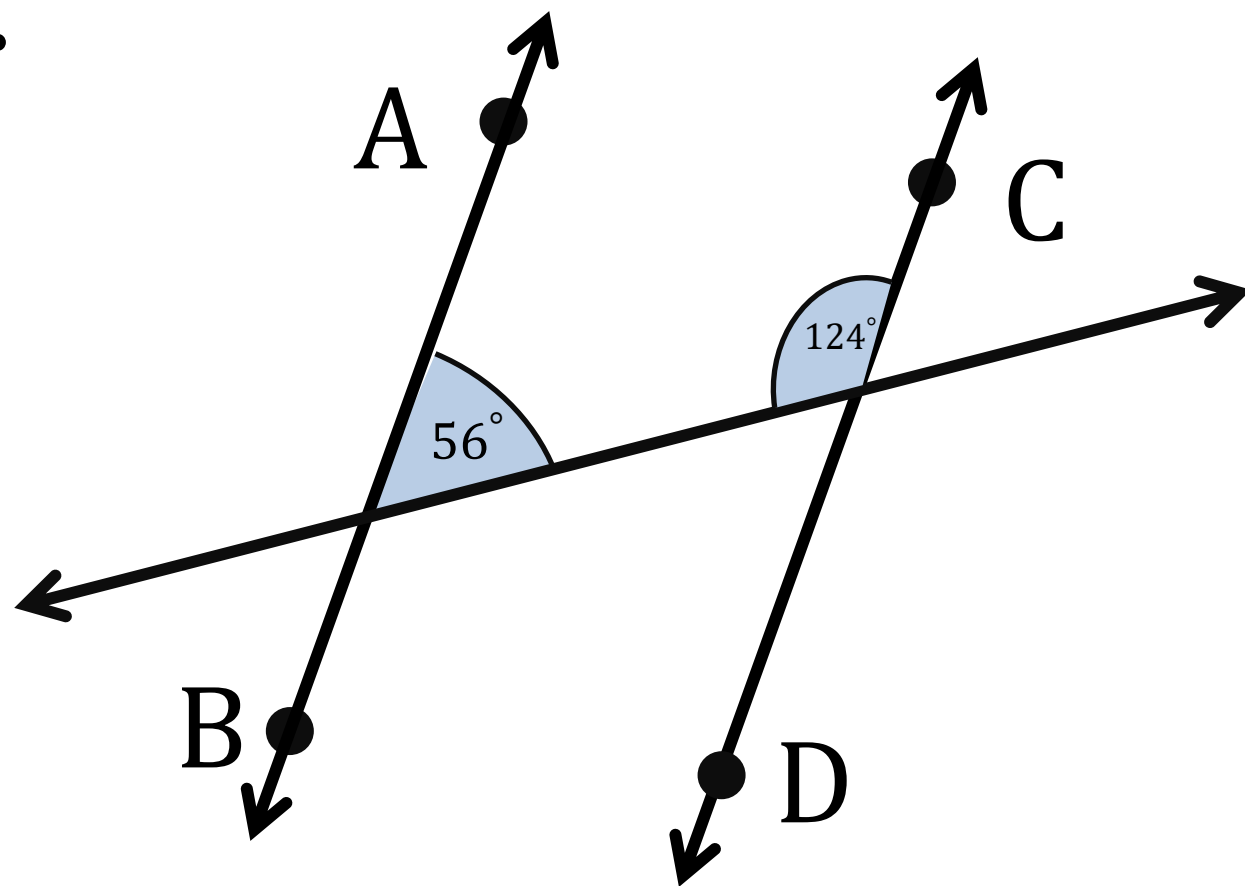


แบบฝึกหัดที่ 1

ตอนที่ 1

คำชี้แจง : ให้นักเรียนพิจารณาว่า $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ในแต่ละข้อต่อไปนี้ขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

2.



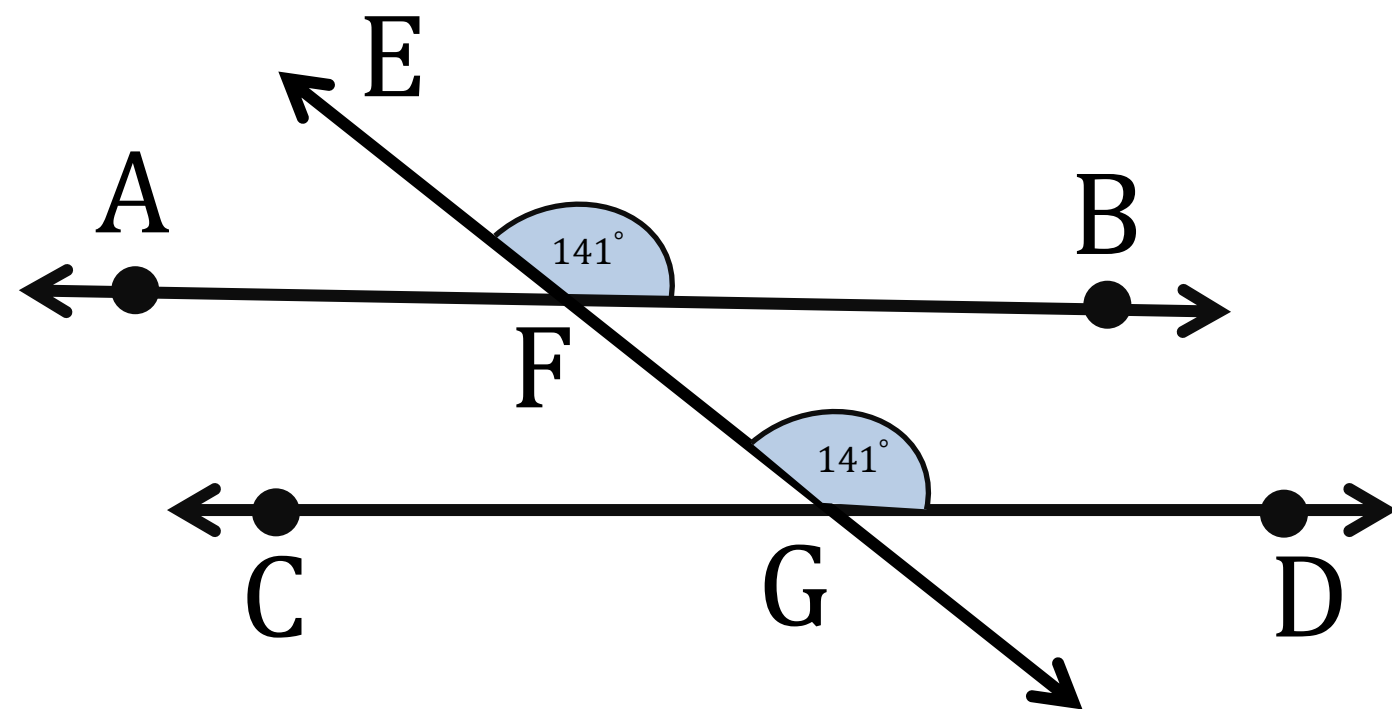


แบบฝึกหัดที่ 1

ตอนที่ 1

คำชี้แจง : ให้นักเรียนพิจารณาว่า $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ในแต่ละข้อต่อไปนี้ขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

3.





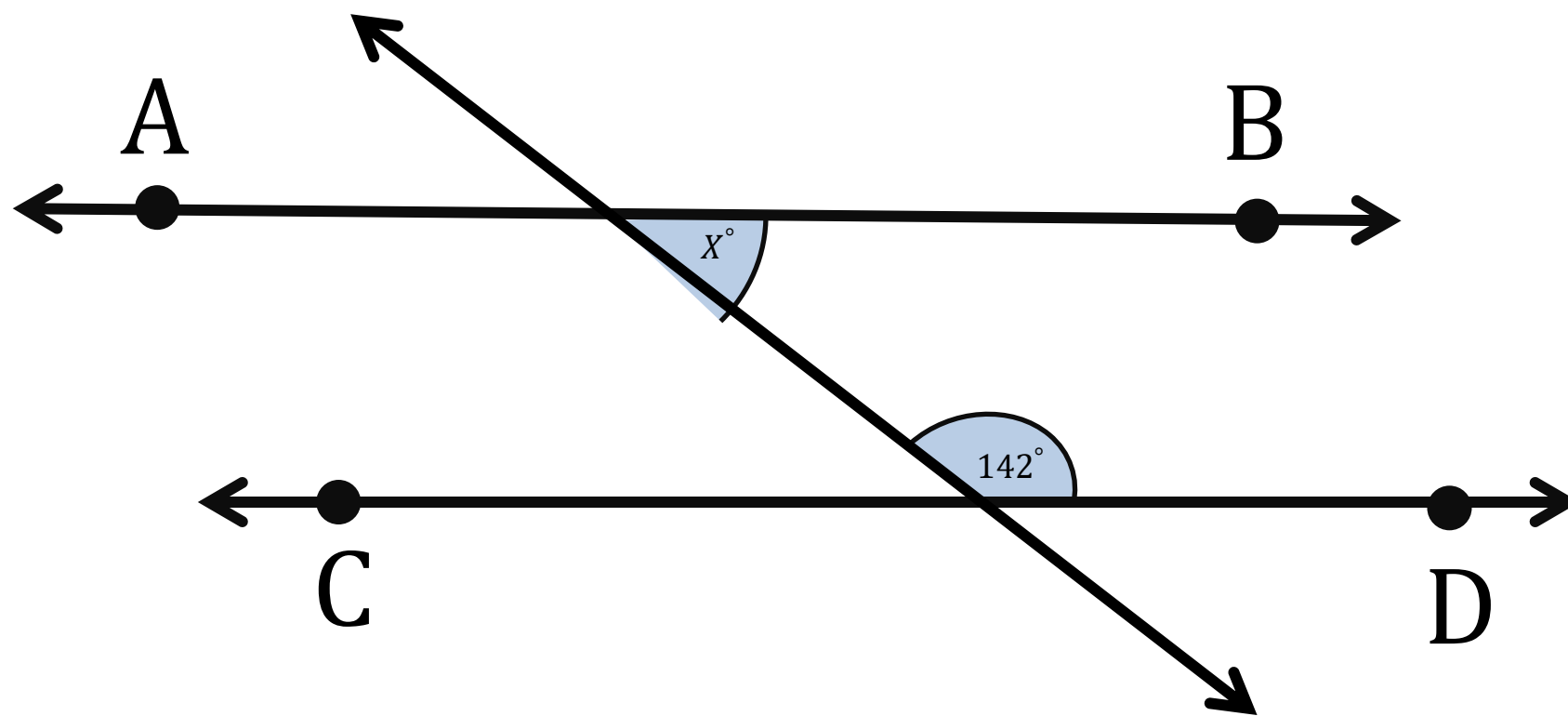
แบบฝึกหัดที่ 1

ตอนที่ 2

คำชี้แจง : ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่าที่โจทย์ต้องการทราบให้สมบูรณ์

141°

1. จากรูป $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ จงหาค่าของ X



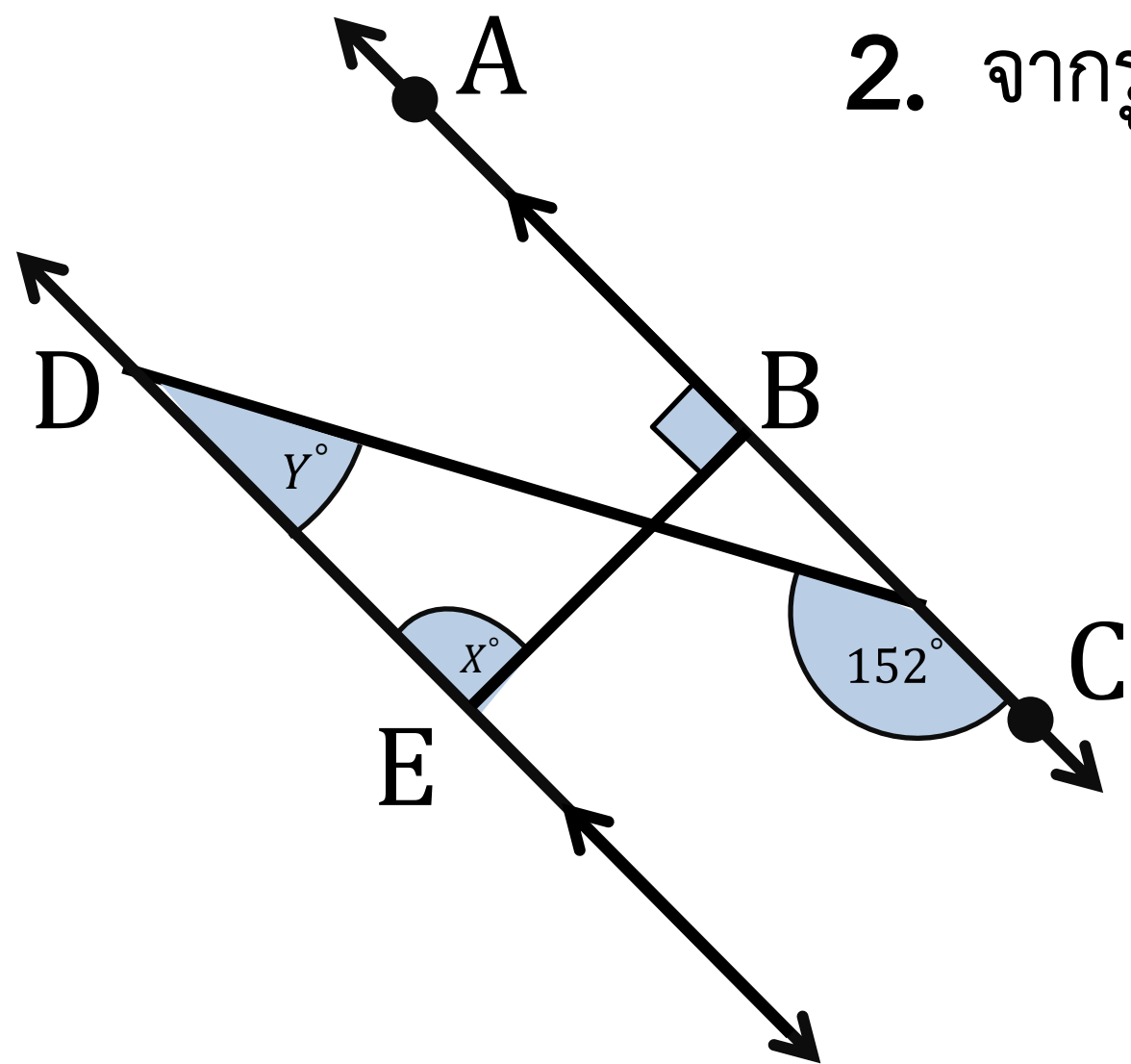


แบบฝึกหัดที่ 1

ตอนที่ 2

คำชี้แจง : ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่าที่โจทย์ต้องการทราบให้สมบูรณ์

2. จากรูป $\overleftrightarrow{AC} \parallel \overleftrightarrow{CE}$ จงหาค่าของ $x + y$





เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1

เส้นขนานกับมุมภายใน



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)

แบบฝึกหัดที่ 1 เรื่อง เส้นขนานกับมุมภายใน

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง เส้นขนาน

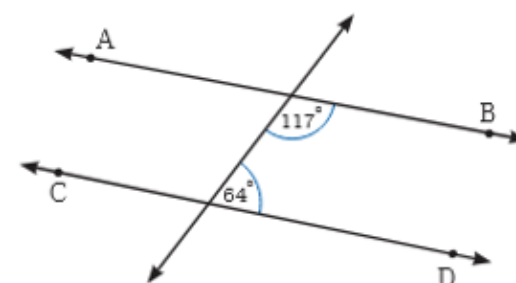
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง เส้นขนานกับมุมภายใน

รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ตอนที่ 1

คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณาว่า $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ในแต่ละข้อต่อไปนี้ขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

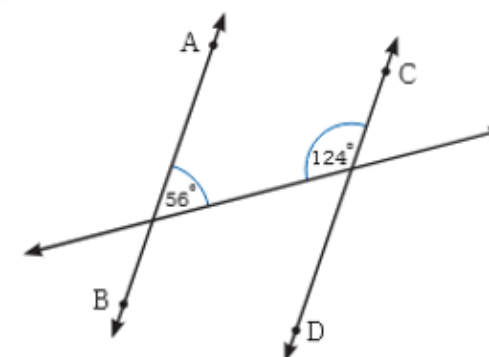
1.



ตอบ.....

.....
.....
.....
.....
.....

2.



ตอบ.....

.....
.....
.....
.....
.....

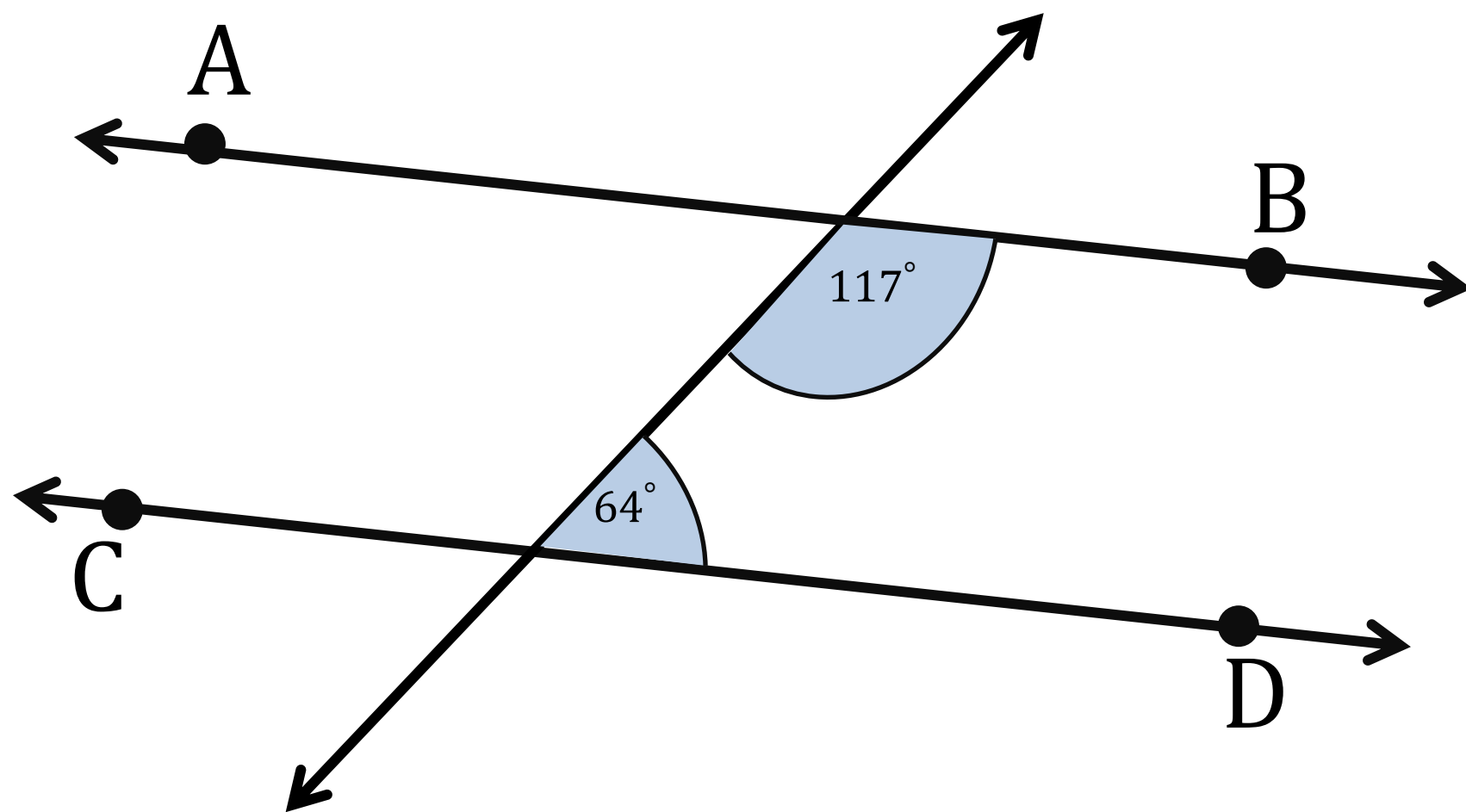


แบบฝึกหัดที่ 1

ตอนที่ 1

คำชี้แจง : ให้นักเรียนพิจารณาว่า $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ในแต่ละข้อต่อไปนี้ขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

1.



$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$? ไม่เหมือนกัน
เพราะ มุมภายในบนข้างเดียวกัน
ของเส้นตัดรวมกันได้
 $117 + 64 = 181$ องศา

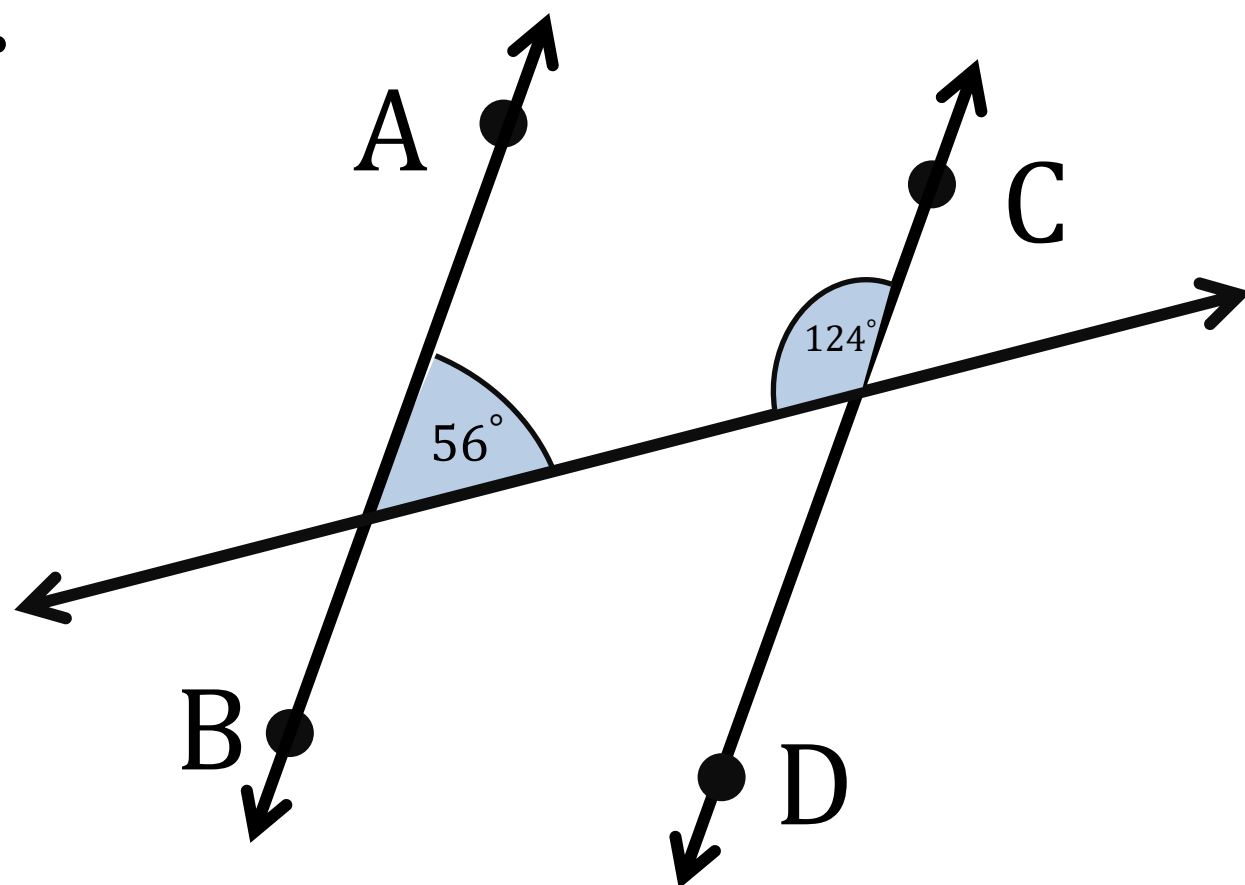


แบบฝึกหัดที่ 1

ตอนที่ 1

คำชี้แจง : ให้นักเรียนพิจารณาว่า $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ในแต่ละข้อต่อไปนี้ขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

2.



$\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกัน
เพราะ มุมภายในบนซ้ายได้บวกกัน
ของเส้นตัดรวมกันได้
 $56 + 124 = 180$ องศา

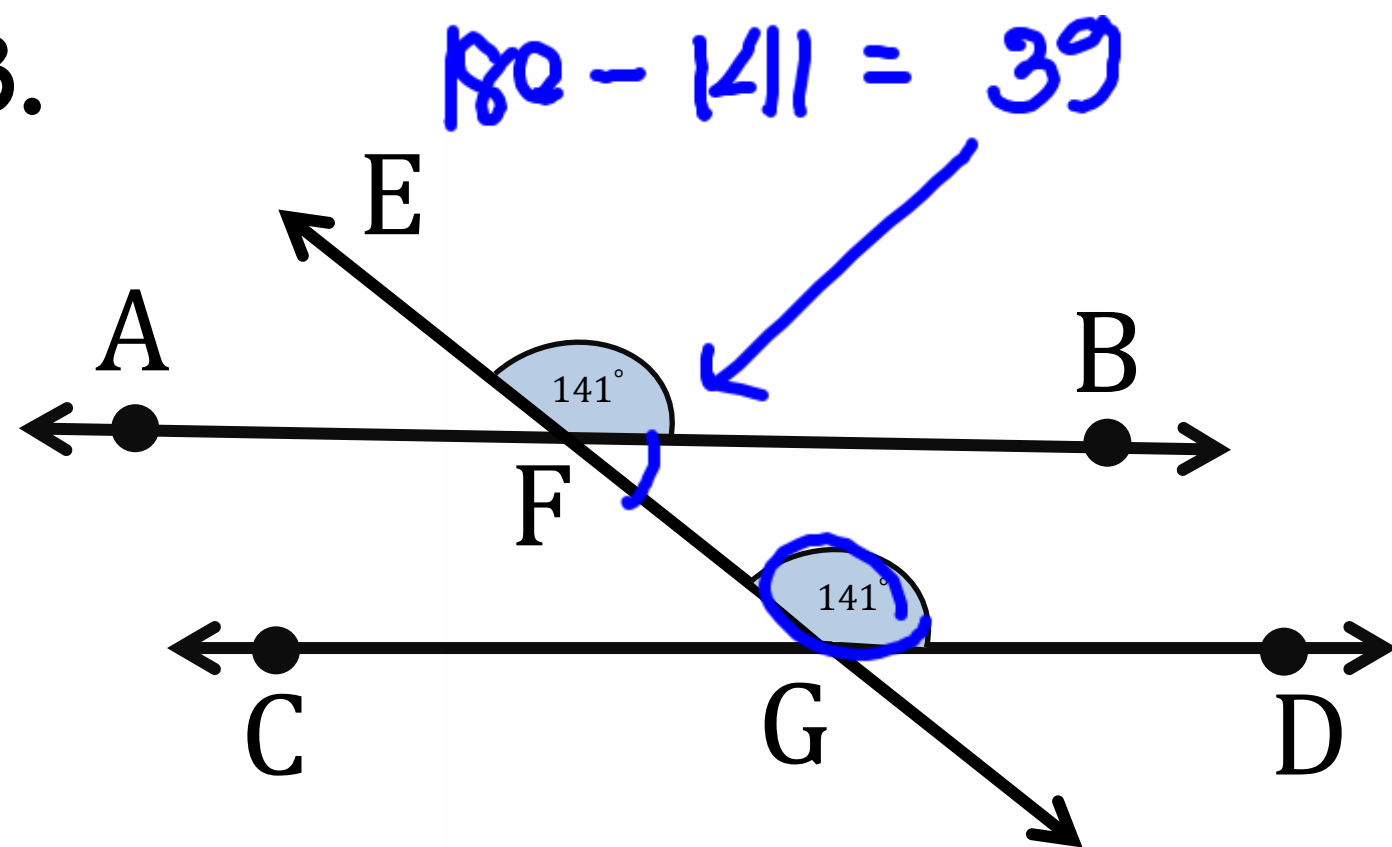


แบบฝึกหัดที่ 1

ตอนที่ 1

คำชี้แจง : ให้นักเรียนพิจารณาว่า $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ในแต่ละข้อต่อไปนี้ขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

3.



$\leftrightarrow$ $\leftrightarrow$
 $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ ขนานกัน

เพราะ มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกัน

ของเส้นตัดรวมกันได้

$$141 + 39 = 180 \text{ องศา}$$

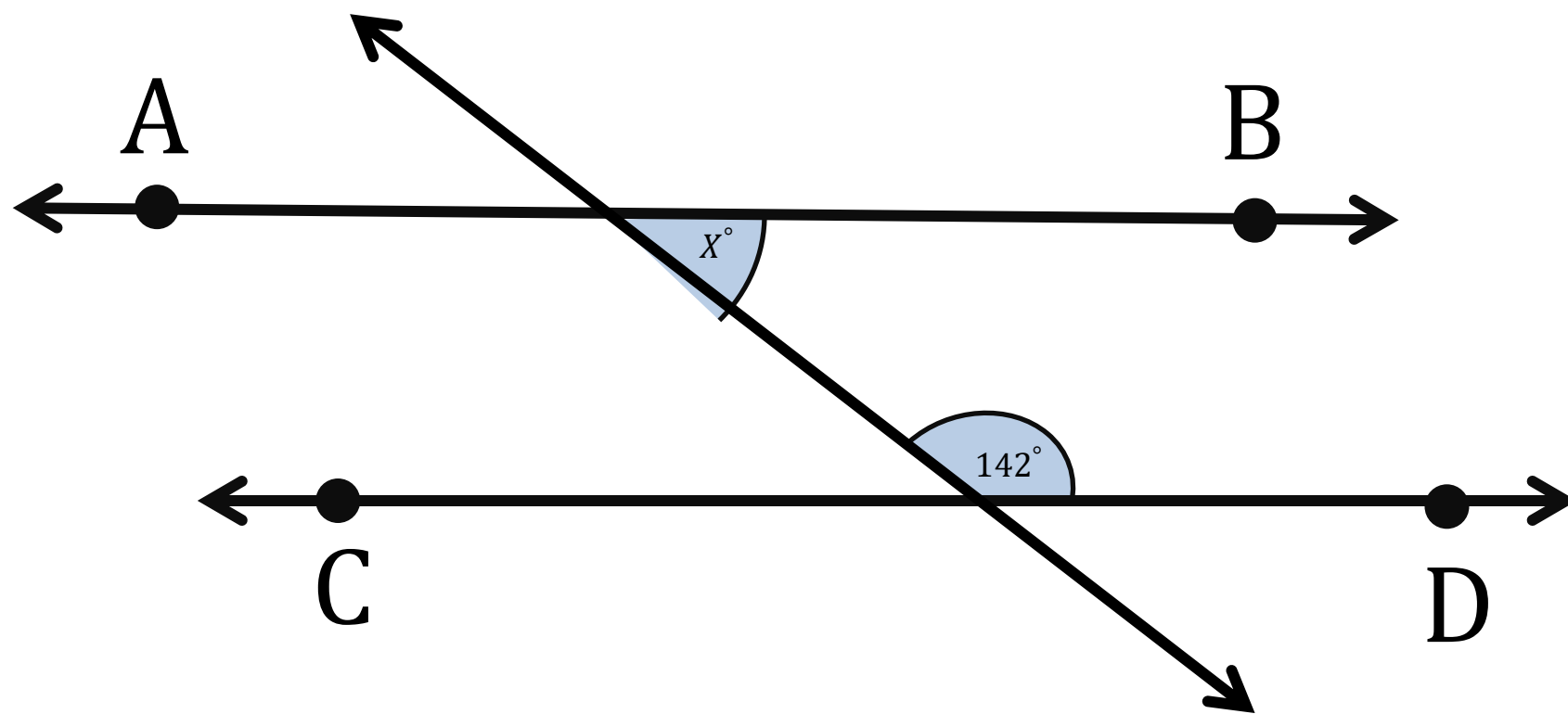


แบบฝึกหัดที่ 1

ตอนที่ 2

คำชี้แจง : ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่าที่โจทย์ต้องการทราบให้สมบูรณ์

1. จากรูป $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ จงหาค่าของ X



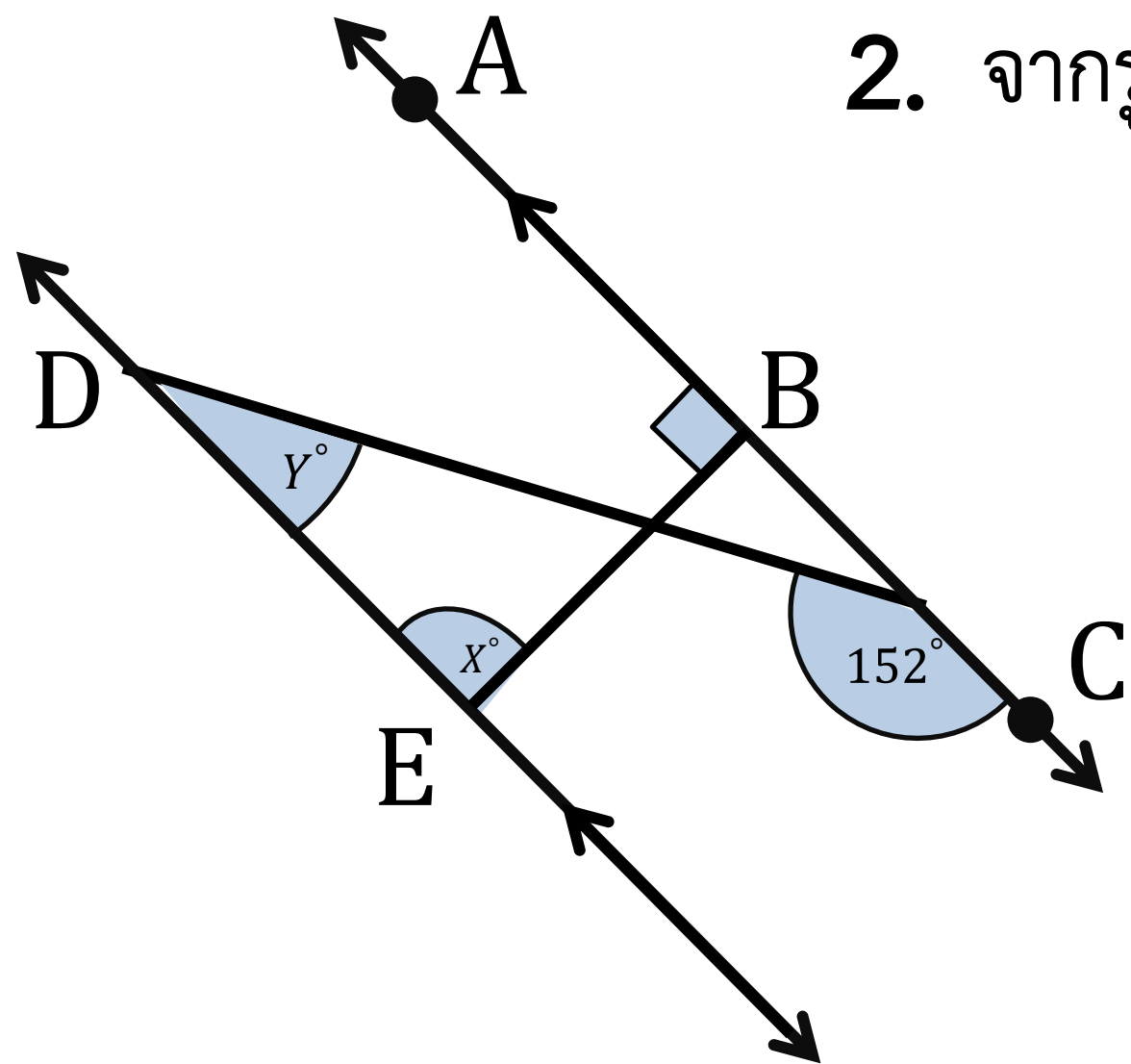


แบบฝึกหัดที่ 1

ตอนที่ 2

คำชี้แจง : ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่าที่โจทย์ต้องการทราบให้สมบูรณ์

2. จากรูป $\overleftrightarrow{AC} \parallel \overleftrightarrow{CE}$ จงหาค่าของ $x + y$





สรุปบทเรียน

เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ
ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ
180 องศา



บทเรียนครั้งต่อไป

เส้นขนานกับมุมแย้ง





สิ่งที่ต้องเตรียม

แบบฝึกหัดที่ 2 : เส้นขนานกับมุมแย้ง



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่
www.dltv.ac.th)

