

รายวิชา คณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค23102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หน่วยที่ 3 ปริมาตรและพื้นที่ผิวของพีระมิด

เรื่อง พื้นที่ผิวของพีระมิด (2)

ครูผู้สอน ครูสรวิรัตน์ เดชะชาติ





พื้นที่ผิวของพีระมิด (2)





จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถ

1. หาพื้นที่ผิวของพีระมิด
2. แก้ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่ผิวของพีระมิด



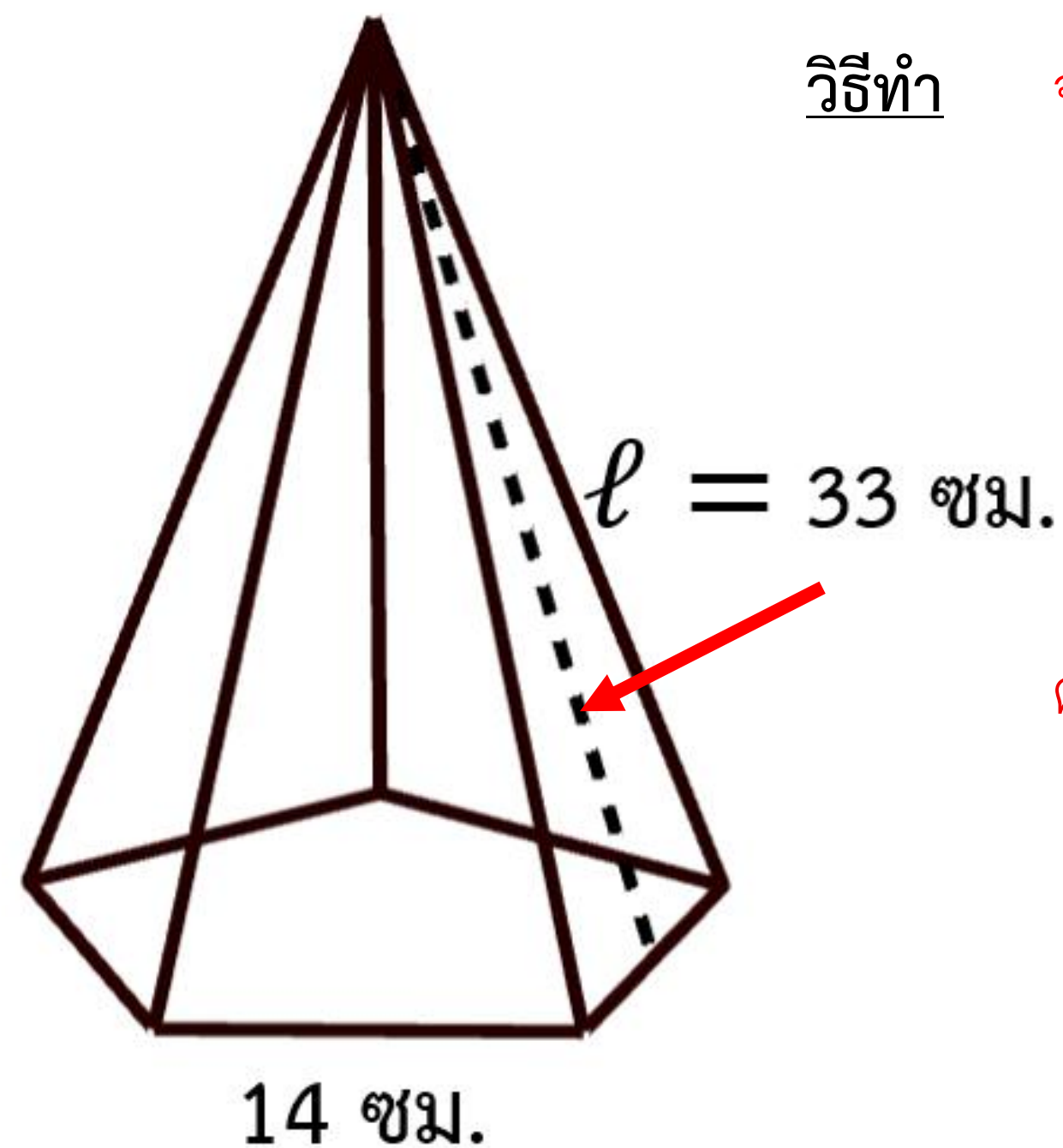
เฉลย

แบบฝึกหัด 2

พื้นที่ผิวของพีระมิด (1)



ข้อที่ 1



วิธีทำ

จาก พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด = $\frac{1}{2} \times$ ความยาวรอบรูปของฐาน $\times$ ส่วนสูงเอียง

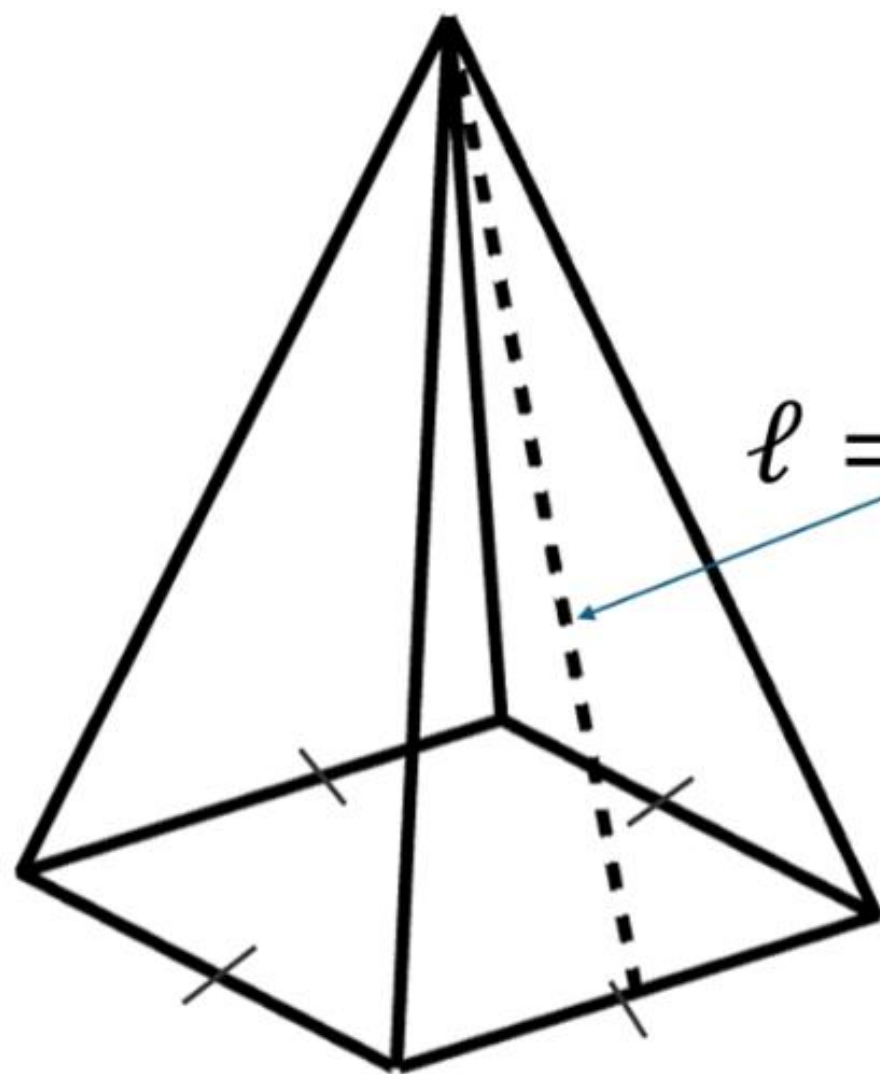
$$= \frac{1}{2} \times (5 \times 14) \times 33$$

$$= 1,155 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

ดังนั้น พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด เท่ากับ 1,155 ตารางเซนติเมตร



ข้อที่ 2



วิธีทำ

จาก พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีพื้นที่ฐานคือ 81 ตารางเซนติเมตร

ให้ x แทน ความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

จาก พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส = ความยาวของด้าน²

$$81 = x^2$$

$$x = 9$$

จาก พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด = $\frac{1}{2} \times$ ความยาวรอบรูปของฐาน $\times$ ส่วนสูงเอียง

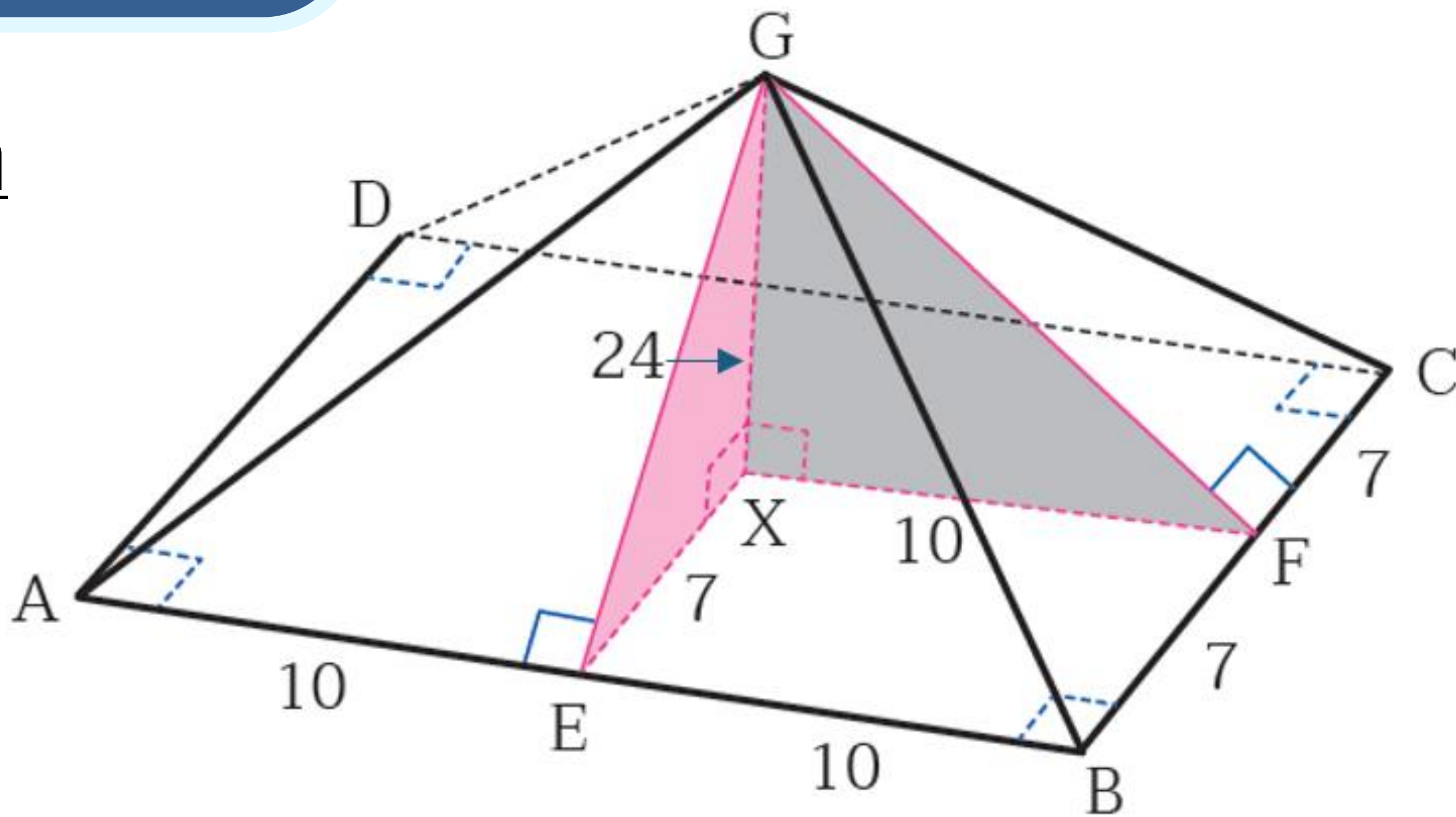
$$= \frac{1}{2} \times (4 \times 9) \times 12$$

$$= 216 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

ดังนั้น พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดเท่ากับ 216 ตารางเซนติเมตร



วิธีทำ





ข้อที่ 3

จากรูป $\square ABCD$ เป็นฐานของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า

จุด G เป็นยอดของพีระมิด

$\overline{GX}$ เป็นส่วนสูงของพีระมิด

$\overline{GE}$ เป็นส่วนสูงของ $\triangle GAB$

$\overline{GF}$ เป็นส่วนสูงของ $\triangle GBC$

เนื่องจาก $\triangle GXE$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มี $GX = 24$ หน่วยและ $XE = \frac{14}{2} = 7$ หน่วย





ข้อที่ 3

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้

$$\begin{aligned}GE^2 &= GX^2 + EX^2 \\&= 24^2 + 7^2 \\&= 576 + 49 \\&= 625\end{aligned}$$

ดังนั้น $GE = 25$ หน่วย





ข้อที่ 3

เนื่องจาก $\triangle GXF$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มี $GX = 24$ หน่วย และ $XF = \frac{20}{2} = 10$ หน่วย

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้

$$\begin{aligned} GF^2 &= GX^2 + XF^2 \\ &= 24^2 + 10^2 \\ &= 576 + 100 \\ &= 676 \end{aligned}$$

ดังนั้น $GF = 26$ หน่วย





ข้อที่ 3

เนื่องจาก พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD เท่ากับ ผลบวกของพื้นที่ $\triangle GAB$, $\triangle GBC$, $\triangle GCD$ และ $\triangle GAD$

$$\begin{aligned}\text{จึงได้ว่า พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดนี้} &= 2\left(\frac{1}{2} \times 14 \times 26\right) + 2\left(\frac{1}{2} \times 20 \times 25\right) \\ &= 364 + 500 \\ &= 864 \text{ ตารางเซนติเมตร}\end{aligned}$$

ดังนั้น พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดนี้คือ 864 ตารางเซนติเมตร

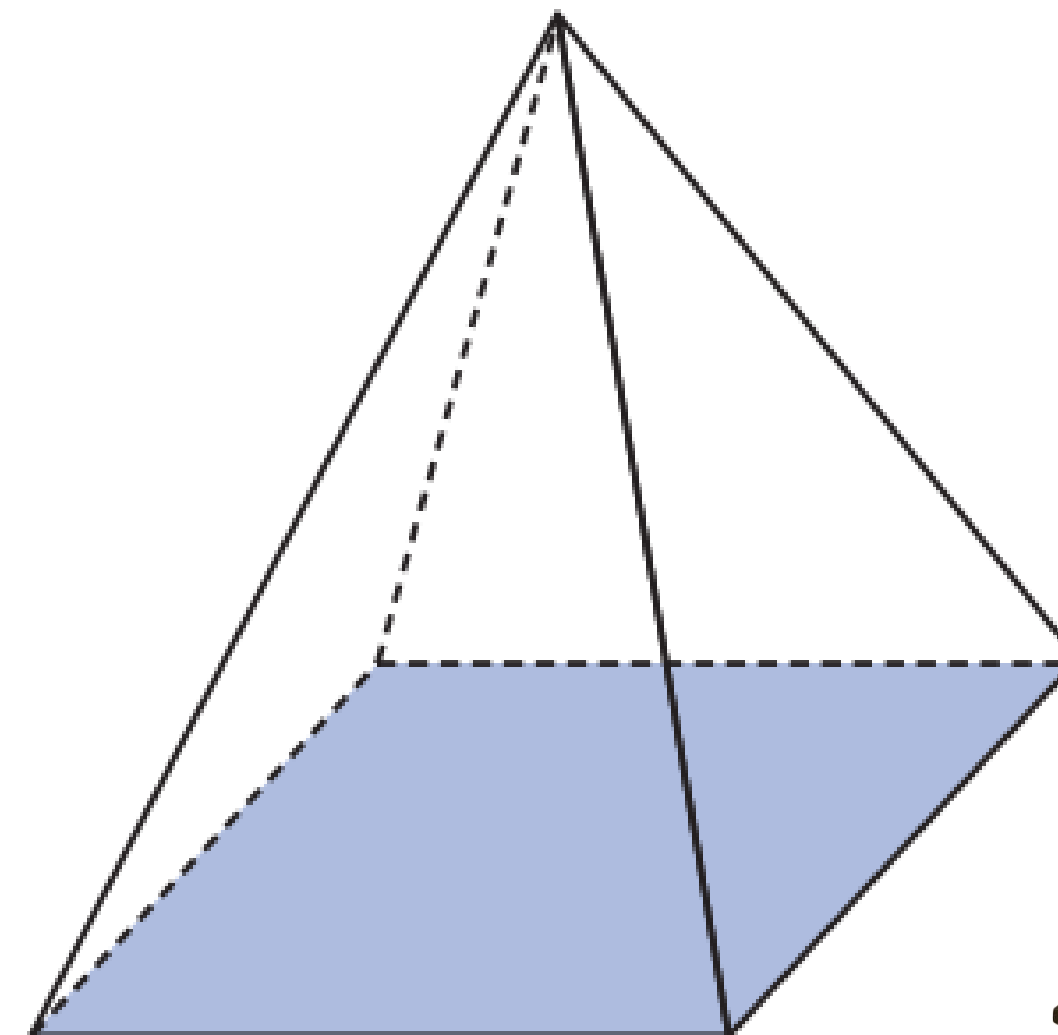


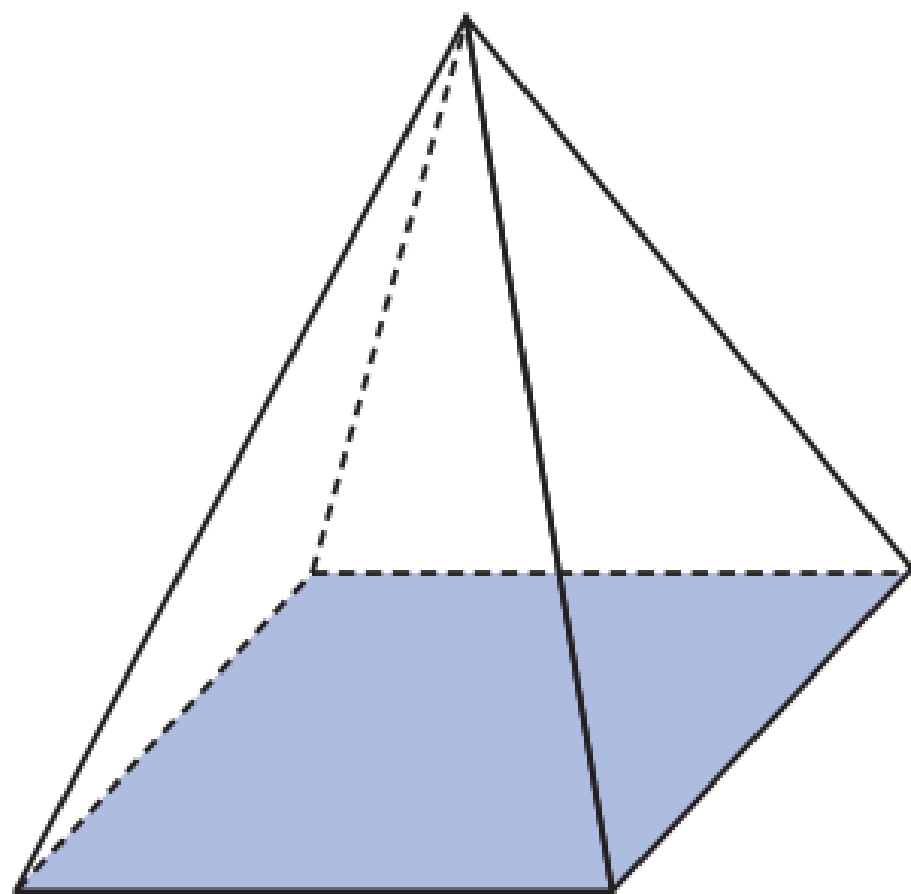
เราจะหาพื้นที่ผิวของพีระมิดได้อย่างไร

พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด + พื้นที่ฐานของพีระมิด

เราจะหาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิดได้อย่างไร

พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมที่เป็นหน้าทั้งหมด
ของพีระมิด





เราจะหาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิดปกติได้อย่างไร

$$\frac{1}{2} \times \text{ความยาวรอบรูปของฐาน} \times \text{ส่วนสูงเอียง}$$

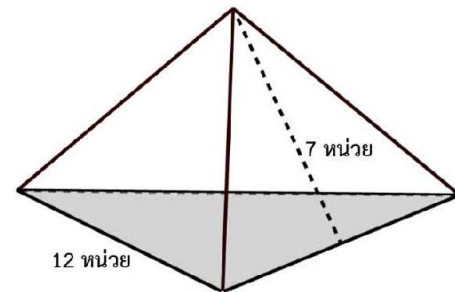
หากโจทย์ไม่ได้กำหนดความยาวส่วนสูงเอียง
หรือความสูงของหน้ามาให้ เราจะทำอย่างไร

นำความยาวแต่ละด้านของฐานและความสูงของสิ่งที่โจทย์กำหนด
ประกอบกับความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาช่วยในการแก้ปัญหา



แบบฝึกหัด 3 : พื้นที่ผิวของพีระมิด (2)
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ปริมาตรและพื้นที่ผิวของพีระมิด
รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค23102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

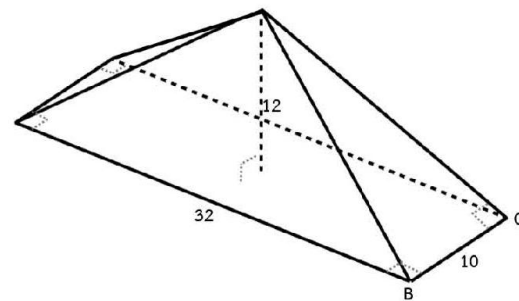
1. จงหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสามเหลี่ยมด้านเท่าต่อไปนี้ (กำหนดสูตรการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า
คือ $\frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{ความยาวของด้าน}^2$)



วิธีทำ

.....
.....
.....
.....
.....
.....

2. จงหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้าต่อไปนี้



วิธีทำ

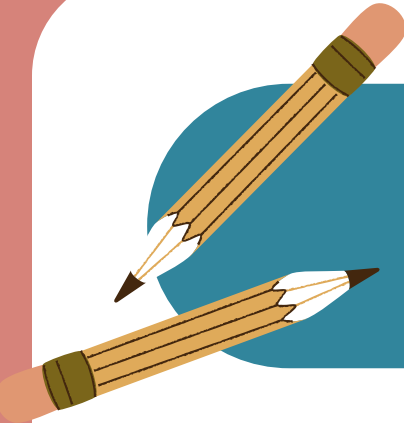
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ดาวน์โหลดข้อมูลได้ที่ www.dltv.ac.th

แบบฝึกหัด 3

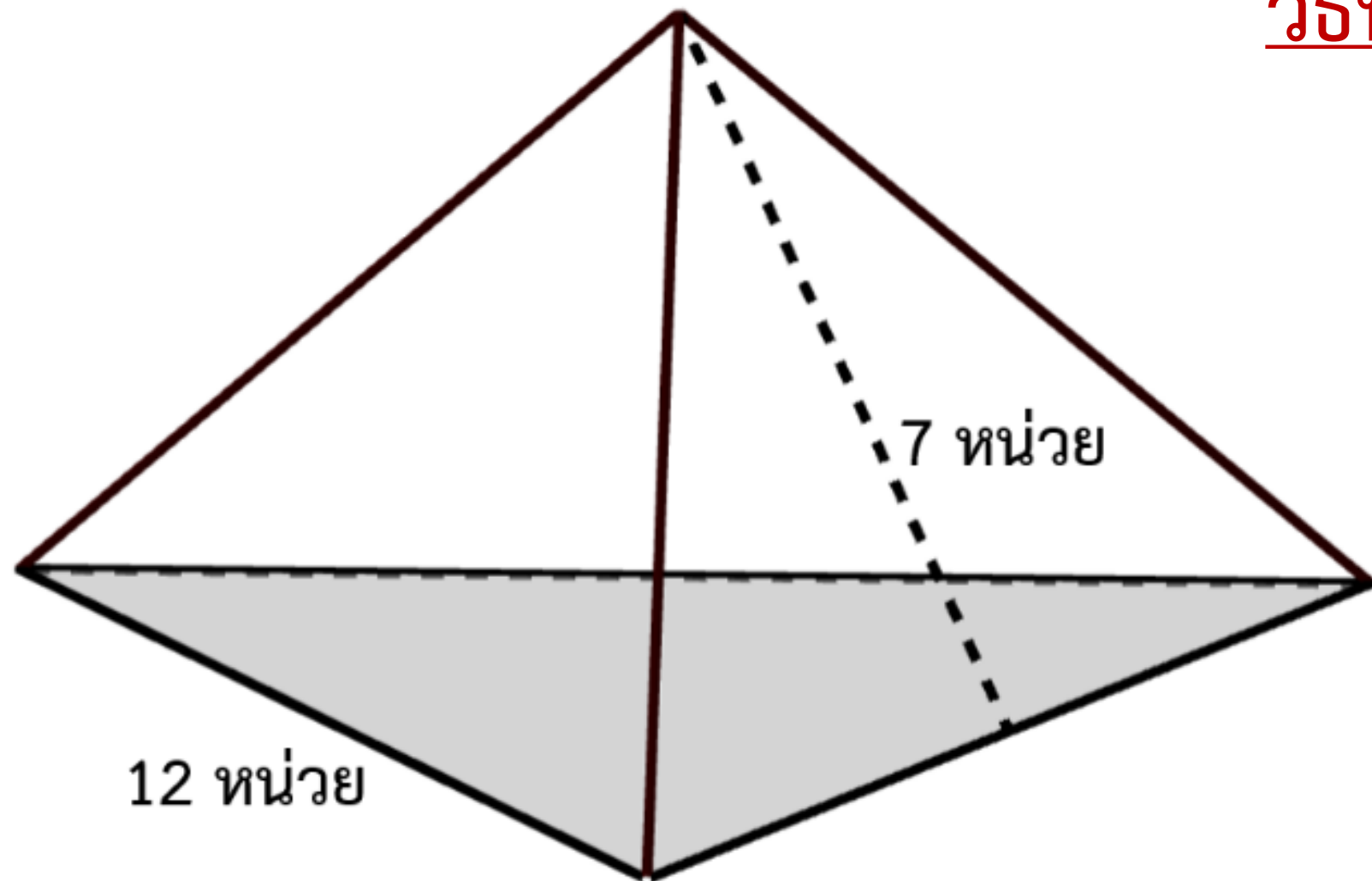
พื้นที่ผิวของพีระมิด (2)





ข้อที่ 1

จงหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสามเหลี่ยมด้านเท่าต่อไปนี้
(กำหนดสูตรการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า คือ $\frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{ความยาวของด้าน}^2$)



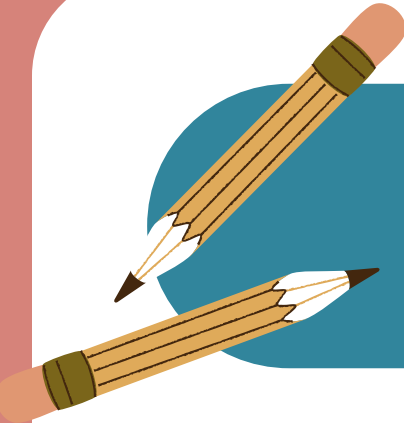
วิธีทำ จาก พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดนี้

$$= \frac{1}{2} \times \text{ความยาวรอบรูปของฐาน} \times \text{ส่วนสูงเอียง}$$

$$= \frac{1}{2} \times (3 \times 12) \times 7$$

$$= 126 \text{ ตารางหน่วย}$$





ข้อที่ 1

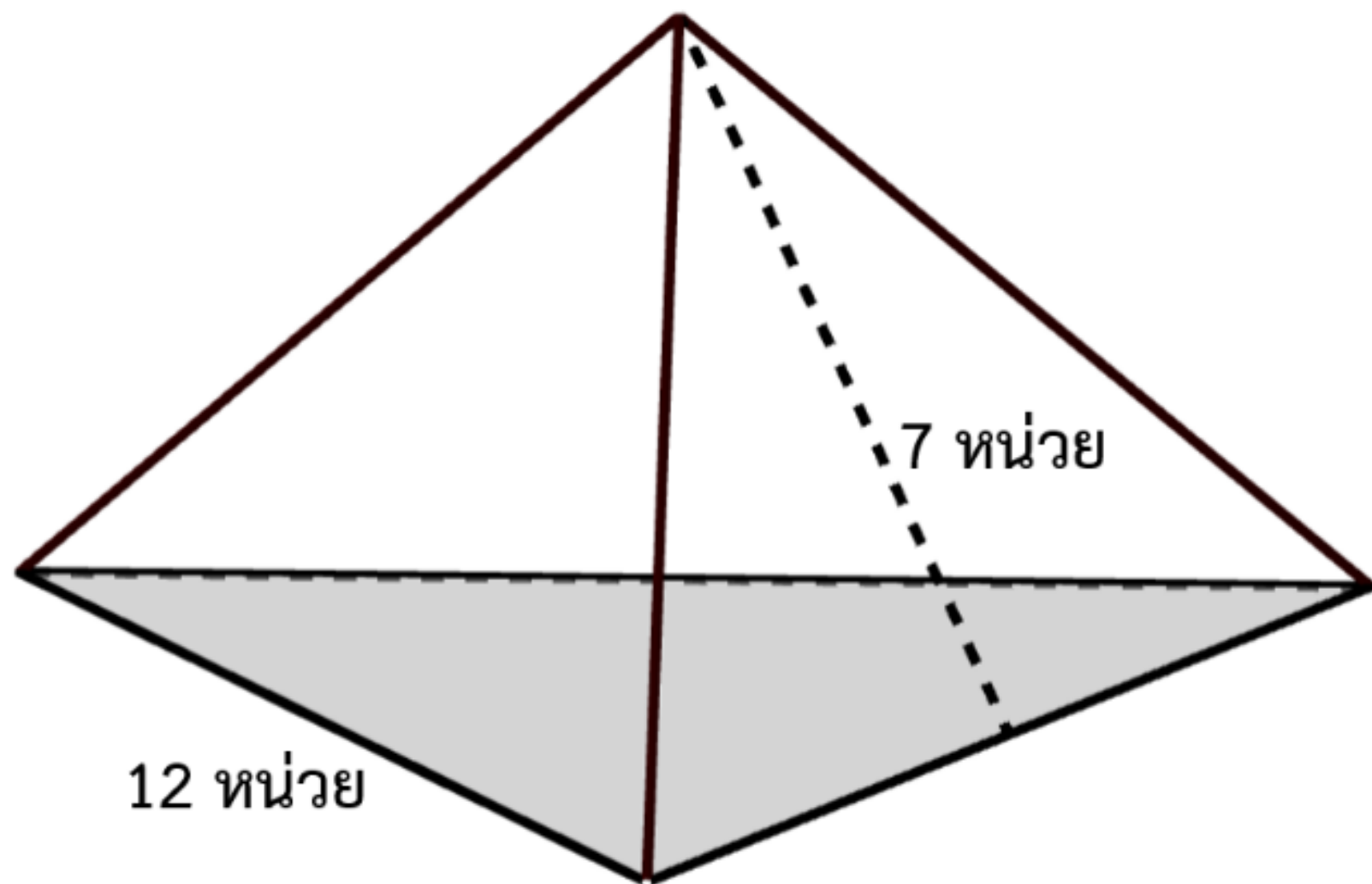
จงหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสามเหลี่ยมด้านเท่าต่อไปนี้
(กำหนดสูตรการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า คือ $\frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{ความยาวของด้าน}^2$)

จาก พื้นที่ฐานของพีระมิดนี้

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{ความยาวของด้าน}^2$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 12^2$$

$$= 36\sqrt{3} \text{ ตารางหน่วย}$$



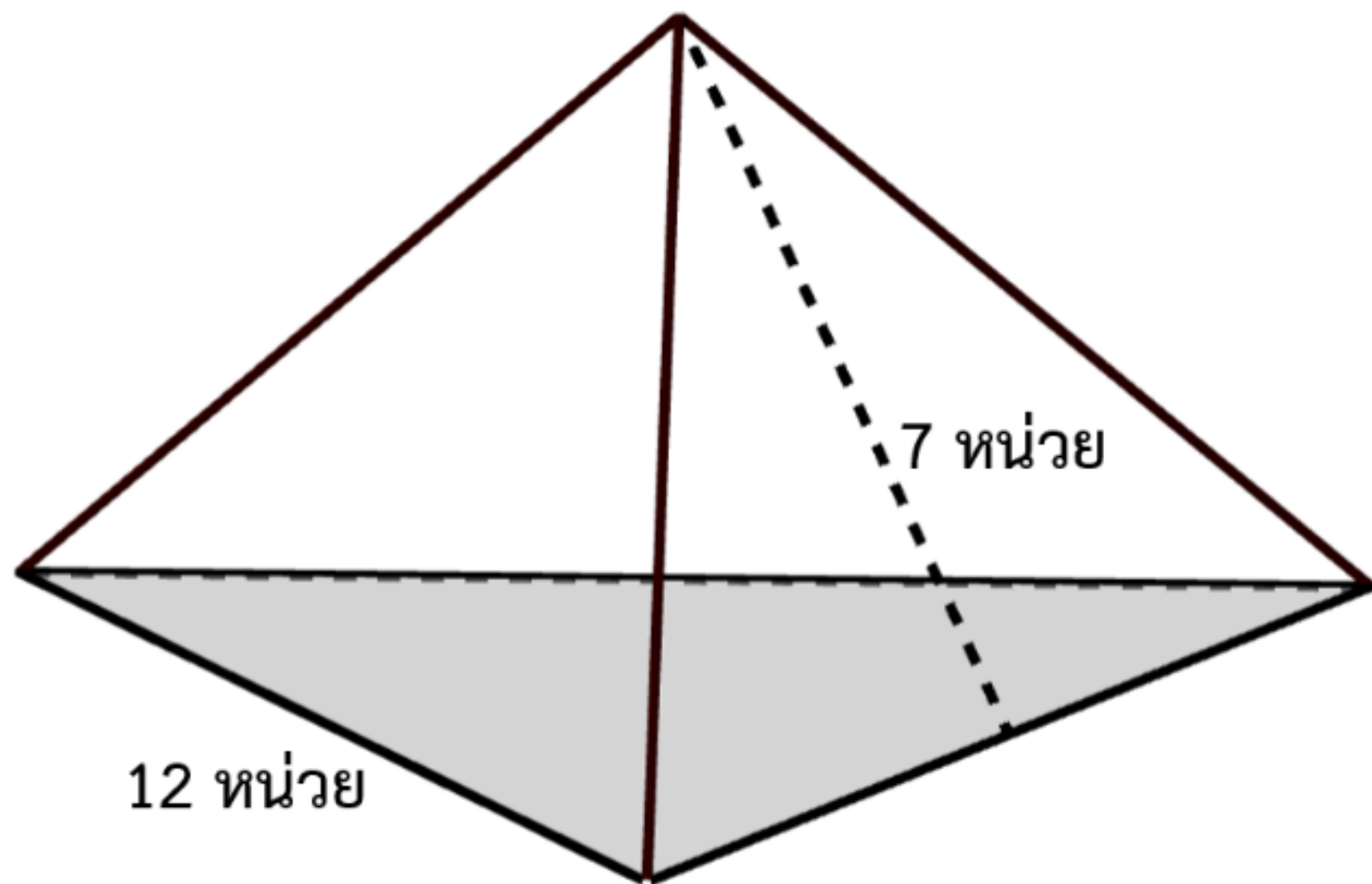


ข้อที่ 1

จงหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสามเหลี่ยมด้านเท่าต่อไปนี้
(กำหนดสูตรการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า คือ $\frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{ความยาวของด้าน}^2$)

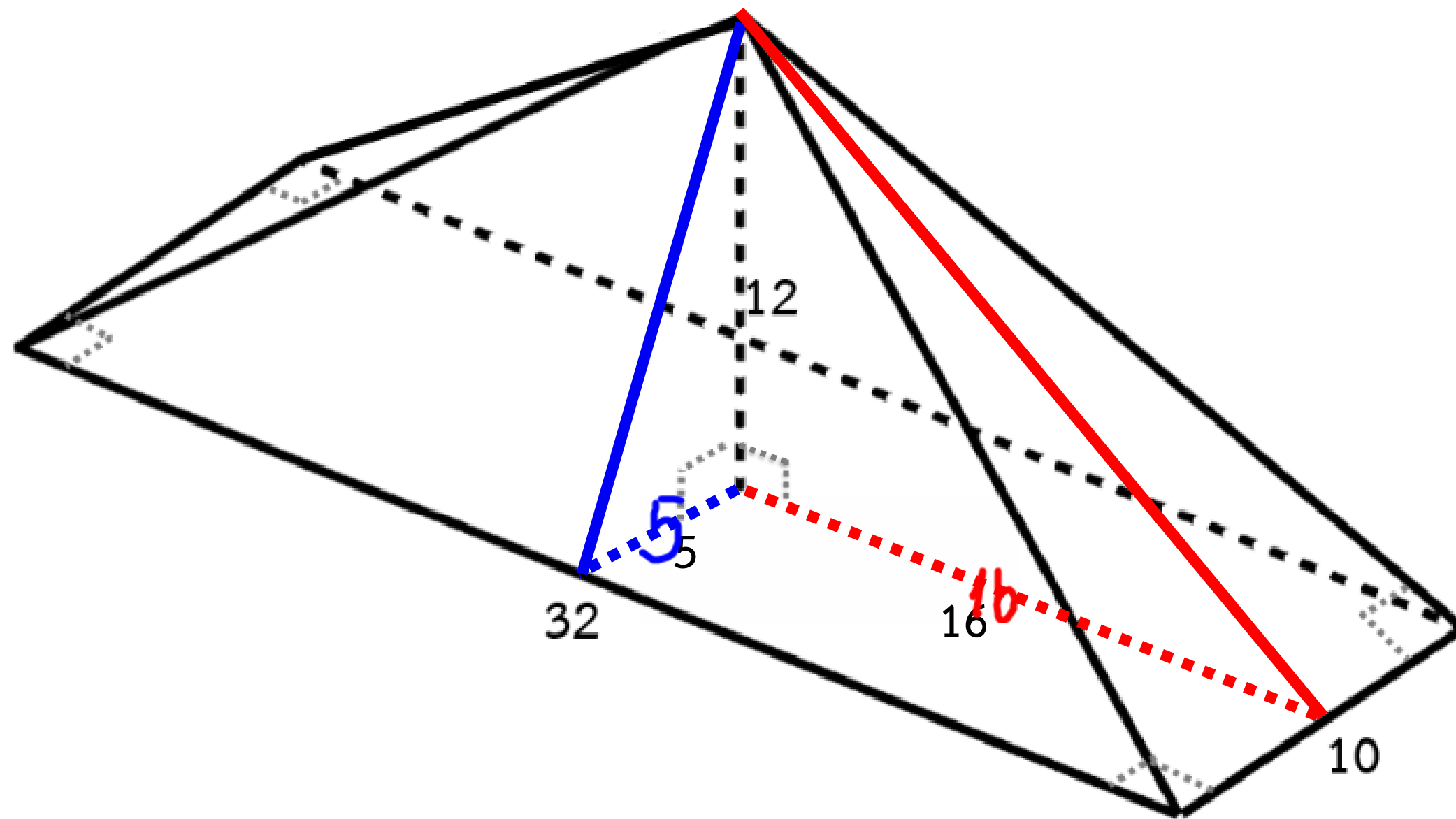
ดังนั้น พื้นที่ผิวของพีระมิดนี้

$$= 126 + 36\sqrt{3} \text{ ตารางหน่วย}$$



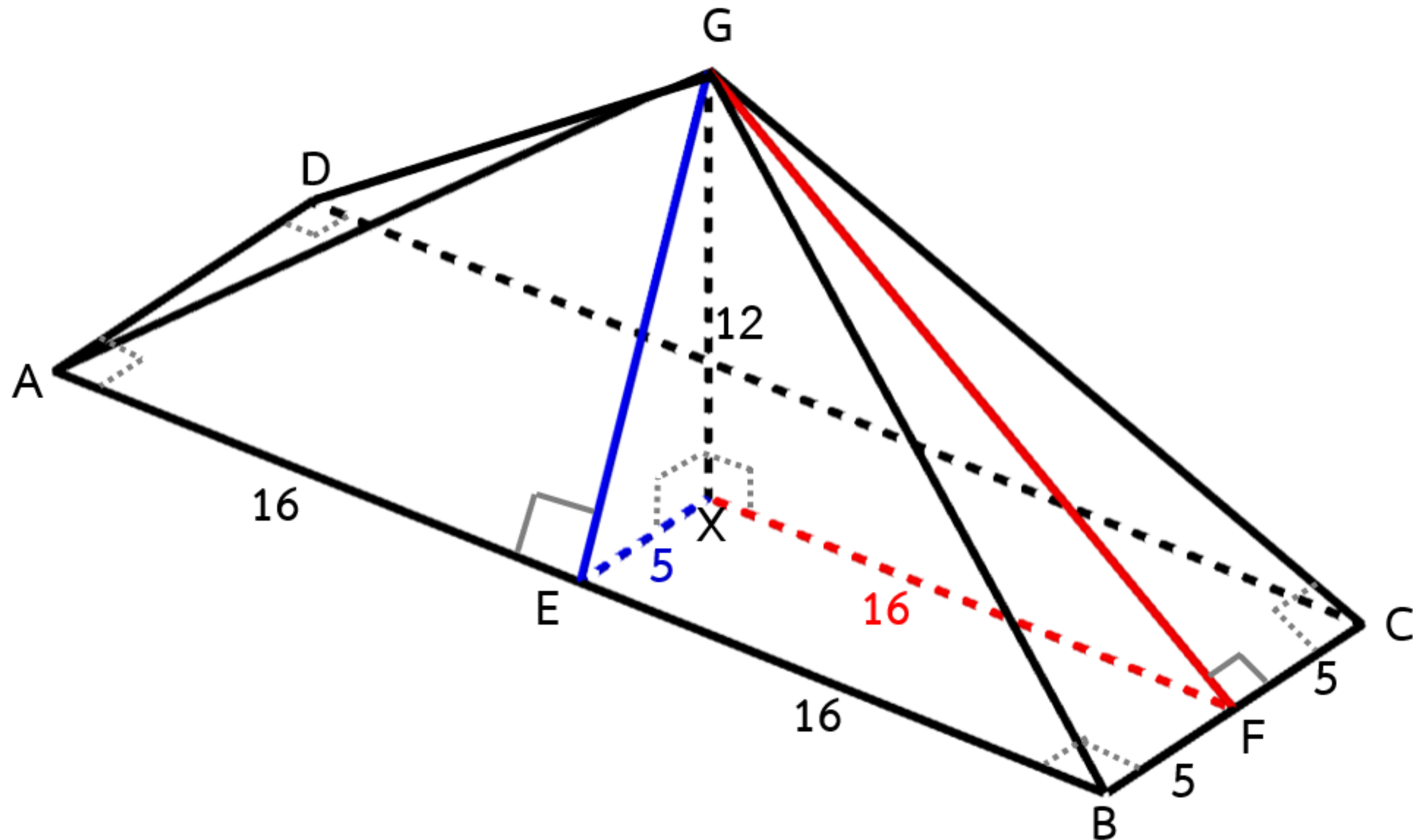
ข้อที่ 2

จงหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้าต่อไปนี้



ข้อที่ 2

จงหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้าต่อไปนี้





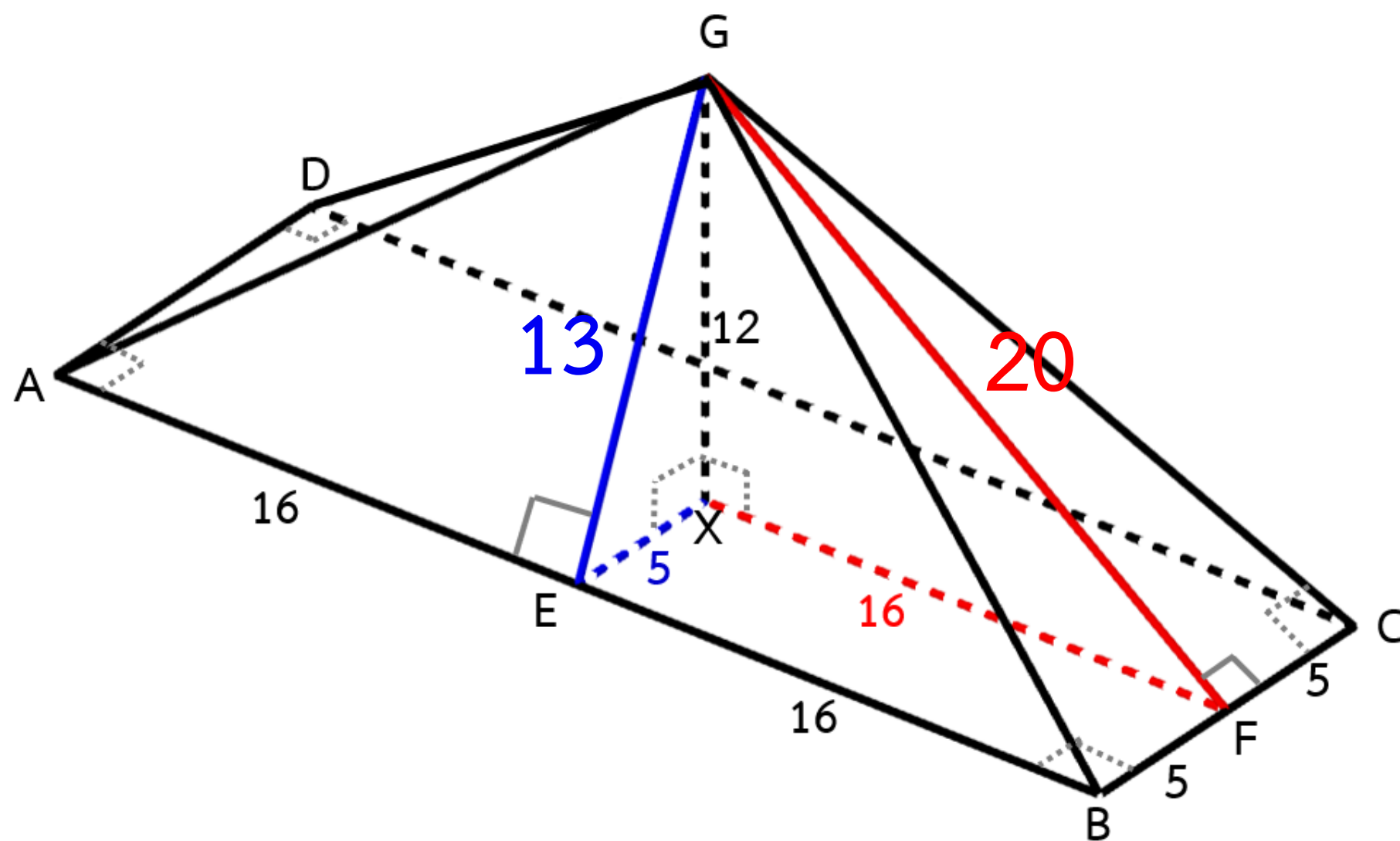
จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ดังนั้น $GE = 13$ หน่วย



ข้อที่ 2

จงหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้าต่อไปนี้



จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

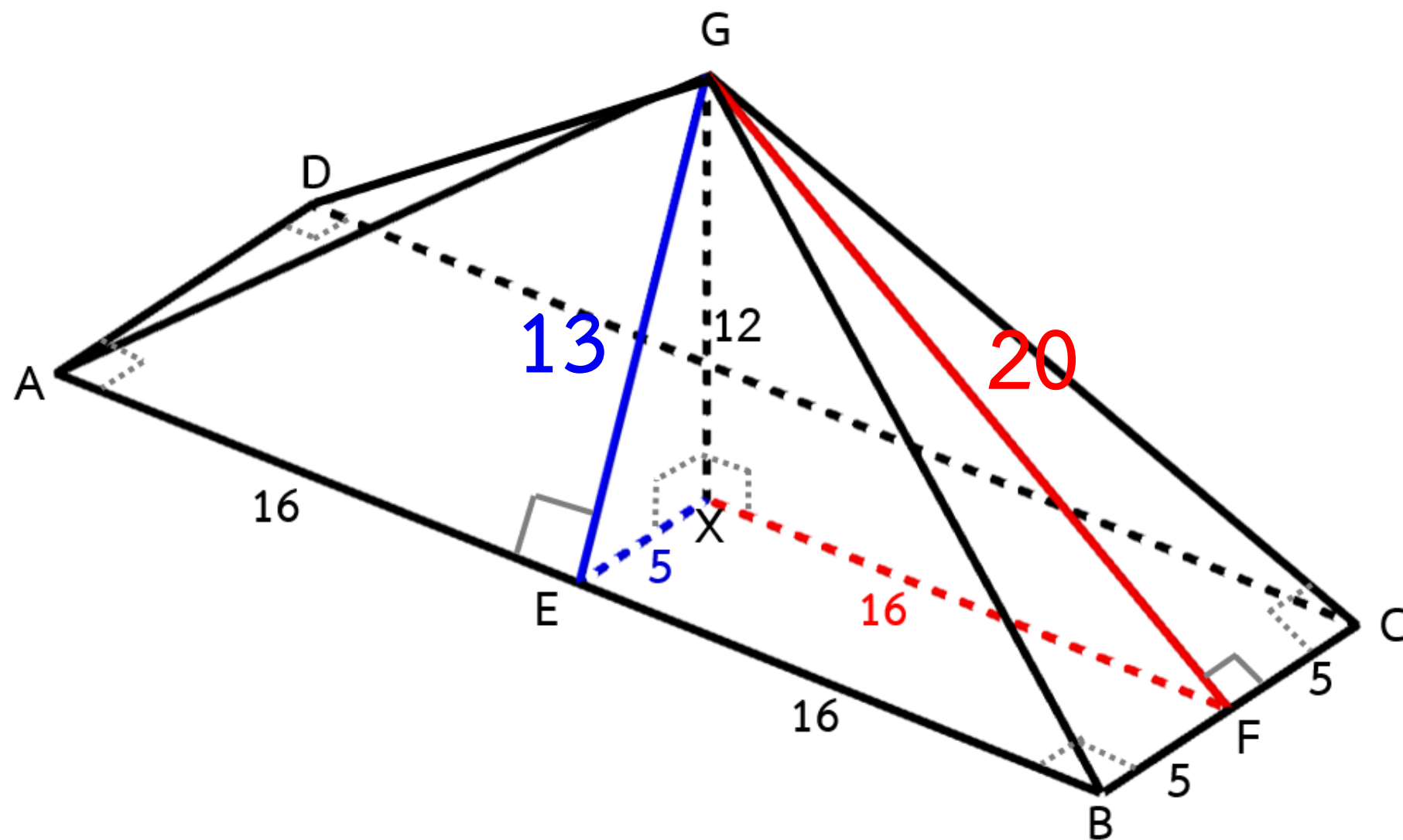
$$\begin{aligned}\text{จะได้ } GF^2 &= GX^2 + XF^2 \\ &= 12^2 + 16^2 \\ &= 144 + 256 \\ &= 400\end{aligned}$$

ดังนั้น $GF = 20$ หน่วย



ข้อที่ 2

จงหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้าต่อไปนี้



พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดนี้

$$= 2\left(\frac{1}{2} \times 32 \times 13\right) + 2\left(\frac{1}{2} \times 10 \times 20\right)$$

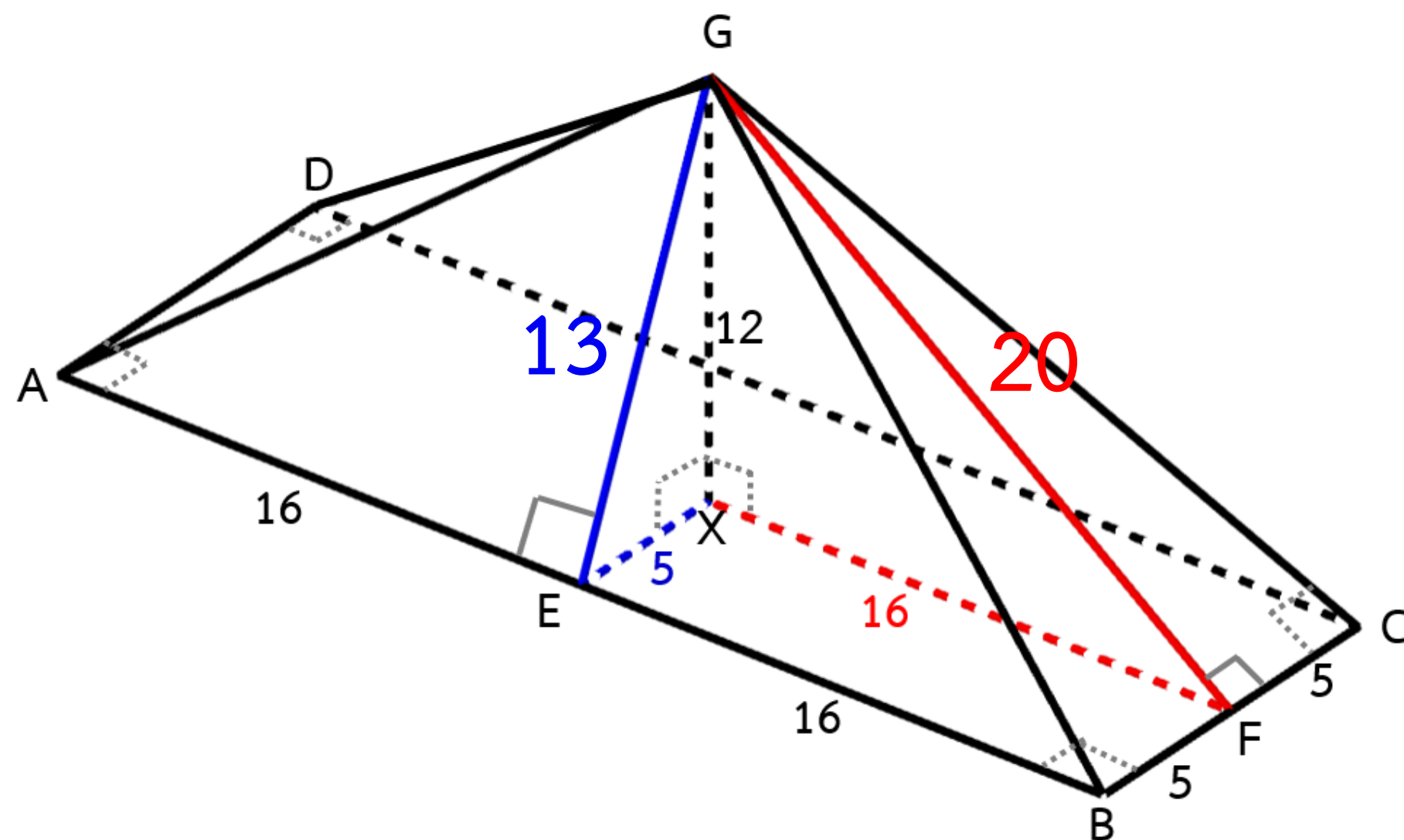
$$= 416 + 200$$

$$= 616 \text{ ตารางหน่วย}$$



ข้อที่ 2

จงหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้าต่อไปนี้



พื้นที่ฐานของพีระมิดนี้

= ความกว้าง x ความยาว

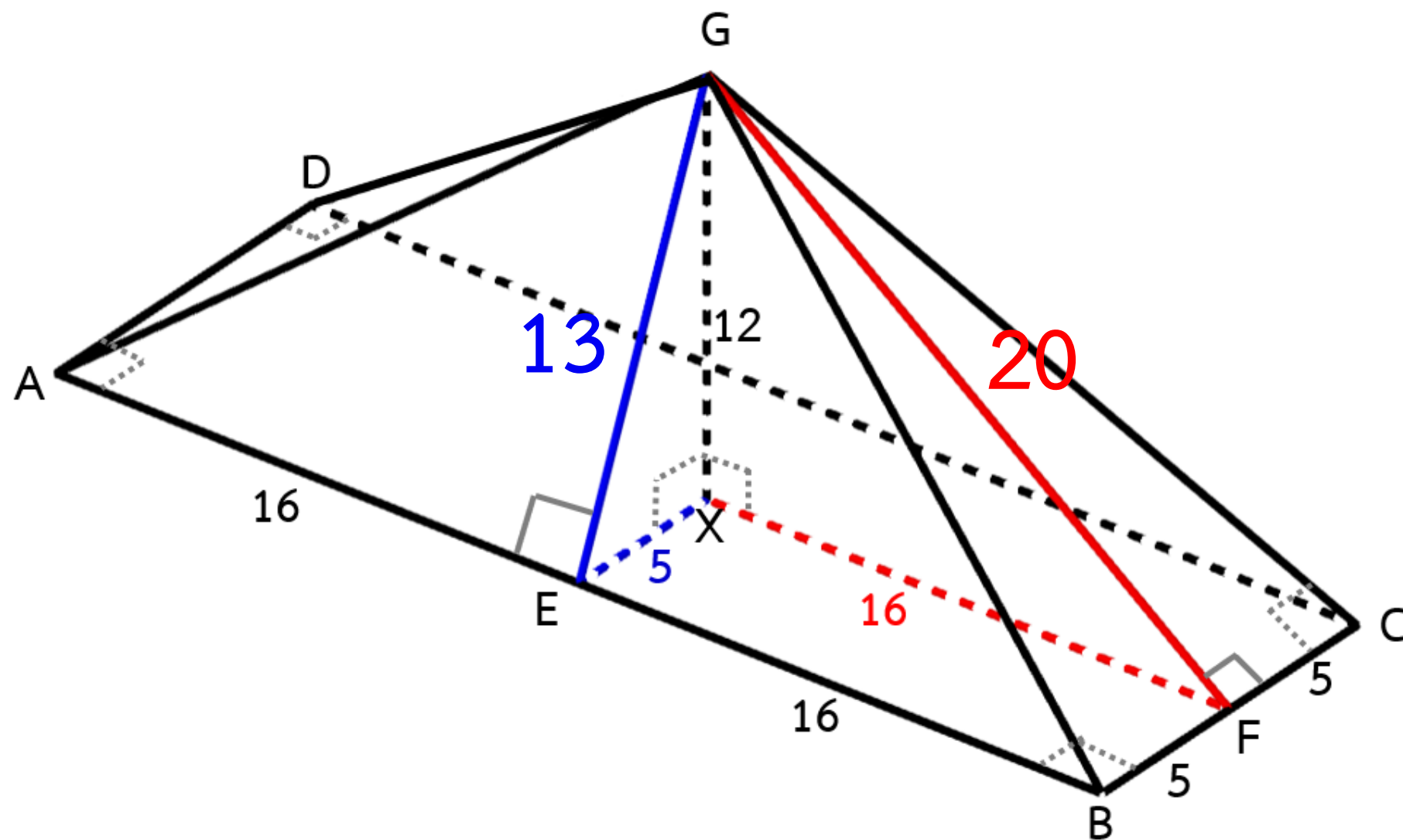
= 10×32

= 320 ตารางหน่วย



ข้อที่ 2

จงหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้าต่อไปนี้



พื้นที่ผิวของพีระมิดนี้

= พื้นที่ผิวข้าง + พื้นที่ฐาน

= $616 + 320$

= 936 ตารางหน่วย



แบบฝึกหัด 4



พื้นที่ผิวของพีระมิด (3)

แบบฝึกหัด 4 : พื้นที่ผิวของพีระมิด (3)

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ปริมาตรและพื้นที่ผิวของพีระมิด

รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค23102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

1. พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า วัดความยาวรอบฐานได้ 90 เมตร และมีพื้นที่ผิวข้าง 270 ตารางเมตร
ส่วนสูงเอียงของพีระมิดยาวเท่าใด

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

2. พื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็น 1,040 ตารางเซนติเมตร ส่วนสูงเอียงเป็น 16 เซนติเมตร
จงหาความยาวของด้านของฐานของพีระมิด

วิธีทำ

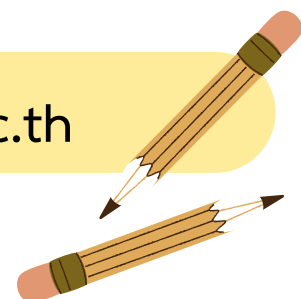
.....

.....

.....

.....

ดาวน์โหลดข้อมูลได้ที่ www.dltv.ac.th



ข้อที่ 1

พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า วัดความยาวรอบฐานได้ 90 เมตร และมีพื้นที่ผิวข้าง 270 ตารางเมตร ส่วนสูงเอียงของพีระมิดยาวเท่าใด

วิธีทำ จากพื้นที่ผิวข้างของพีระมิด = 270 ตารางเมตร

$$\frac{1}{2} \times \text{ความยาวรอบรูปของฐาน} \times \text{ส่วนสูงเอียง} = 270 \text{ ตารางเมตร}$$

$$\frac{1}{2} \times 90 \times l = 270$$

$$l = 6 \text{ เมตร}$$

ดังนั้น ส่วนสูงเอียงของพีระมิดยาว 6 เมตร



แบบฝึกหัด 3 และ 4

พื้นที่ผิวของพีระมิด (2) ข้อที่ 3 พื้นที่ผิวของพีระมิด (3) ข้อที่ 2

แบบฝึกหัด 4 : พื้นที่ผิวของพีระมิด (3)

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ปริมาตรและพื้นที่ผิวของพีระมิด

รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค23102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

1. พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า วัดความยาวรอบฐานได้ 90 เมตร และมีพื้นที่ผิวข้าง 270 ตารางเมตร
ส่วนสูงเอียงของพีระมิดยาวเท่าใด

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

2. พื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็น 1,040 ตารางเซนติเมตร ส่วนสูงเอียงเป็น 16 เซนติเมตร
จงหาความยาวของด้านของฐานของพีระมิด

วิธีทำ

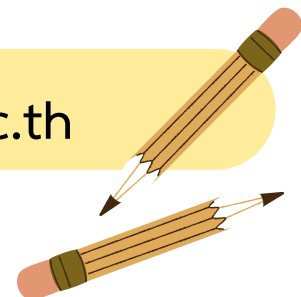
.....

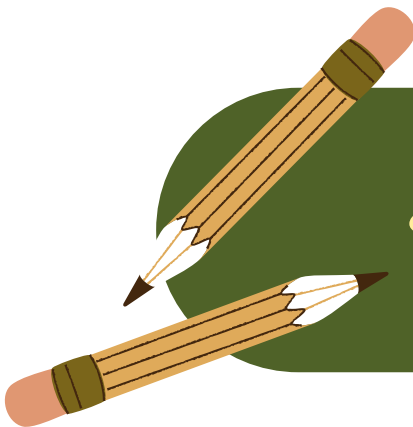
.....

.....

.....

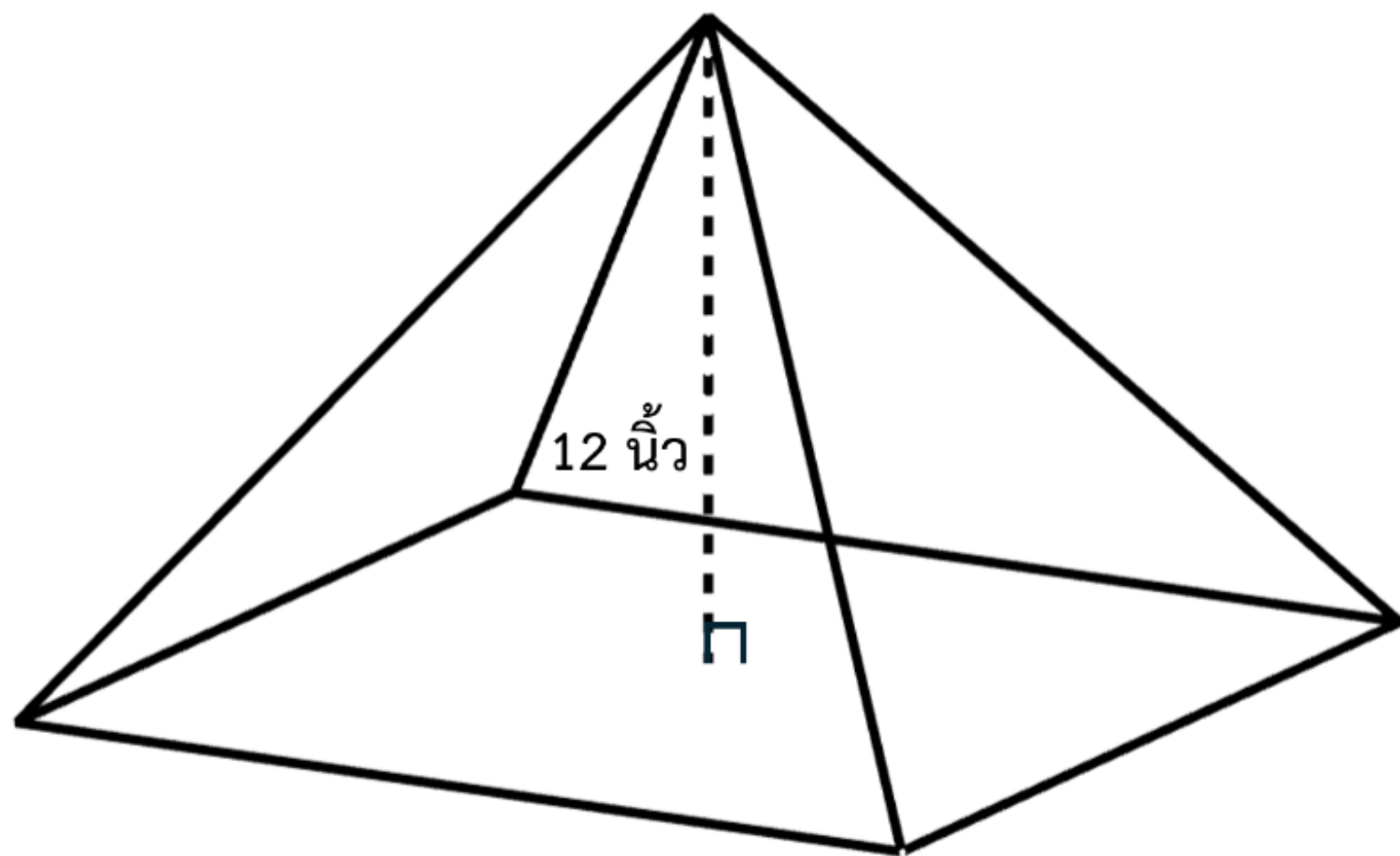
ดาวน์โหลดข้อมูลได้ที่ www.dltv.ac.th





ข้อที่ 3

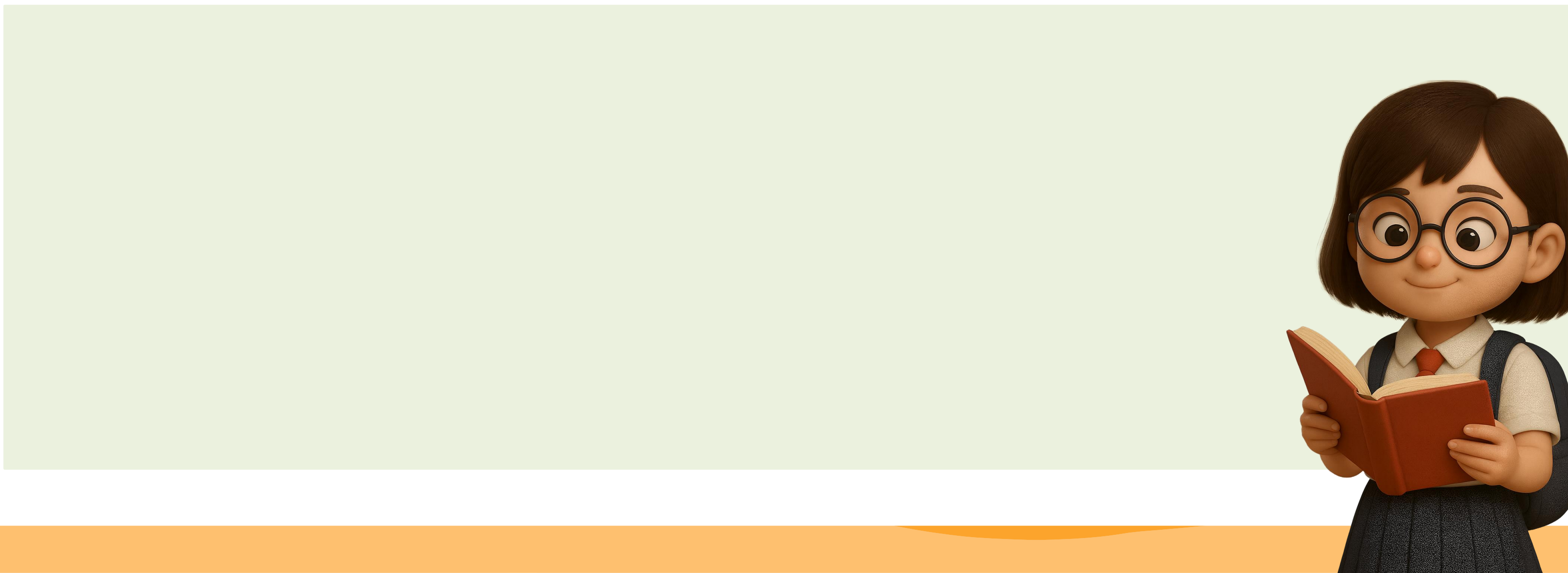
จงหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวรอบฐาน 72 นิ้ว
และสูง 12 นิ้ว



ข้อที่ 2

พื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็น 1,040 ตารางเซนติเมตร ส่วนสูงเอียงเป็น 16 เซนติเมตร จงหาความยาวของด้านของฐานของพีระมิด

วิธีทำ จากโจทย์สามารถวาดรูปได้ ดังนี้



ข้อที่ 2

พื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็น 1,040 ตารางเซนติเมตร ส่วนสูงเอียง
เป็น 16 เซนติเมตร จงหาความยาวของด้านของฐานของพีระมิด

กำหนด x แทน

จาก พื้นที่ผิวฐานของพีระมิด =

พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด =

=



ข้อที่ 2

พื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็น 1,040 ตารางเซนติเมตร ส่วนสูงเอียง
เป็น 16 เซนติเมตร จงหาความยาวของด้านของฐานของพีระมิด

พื้นที่ผิวของพีระมิด =

.....

.....

.....

.....

เนื่องจาก ความยาวด้านของฐานของพีระมิดต้องเป็น.....

ดังนั้น ความยาวด้านของฐานของพีระมิดคือ



เฉลย

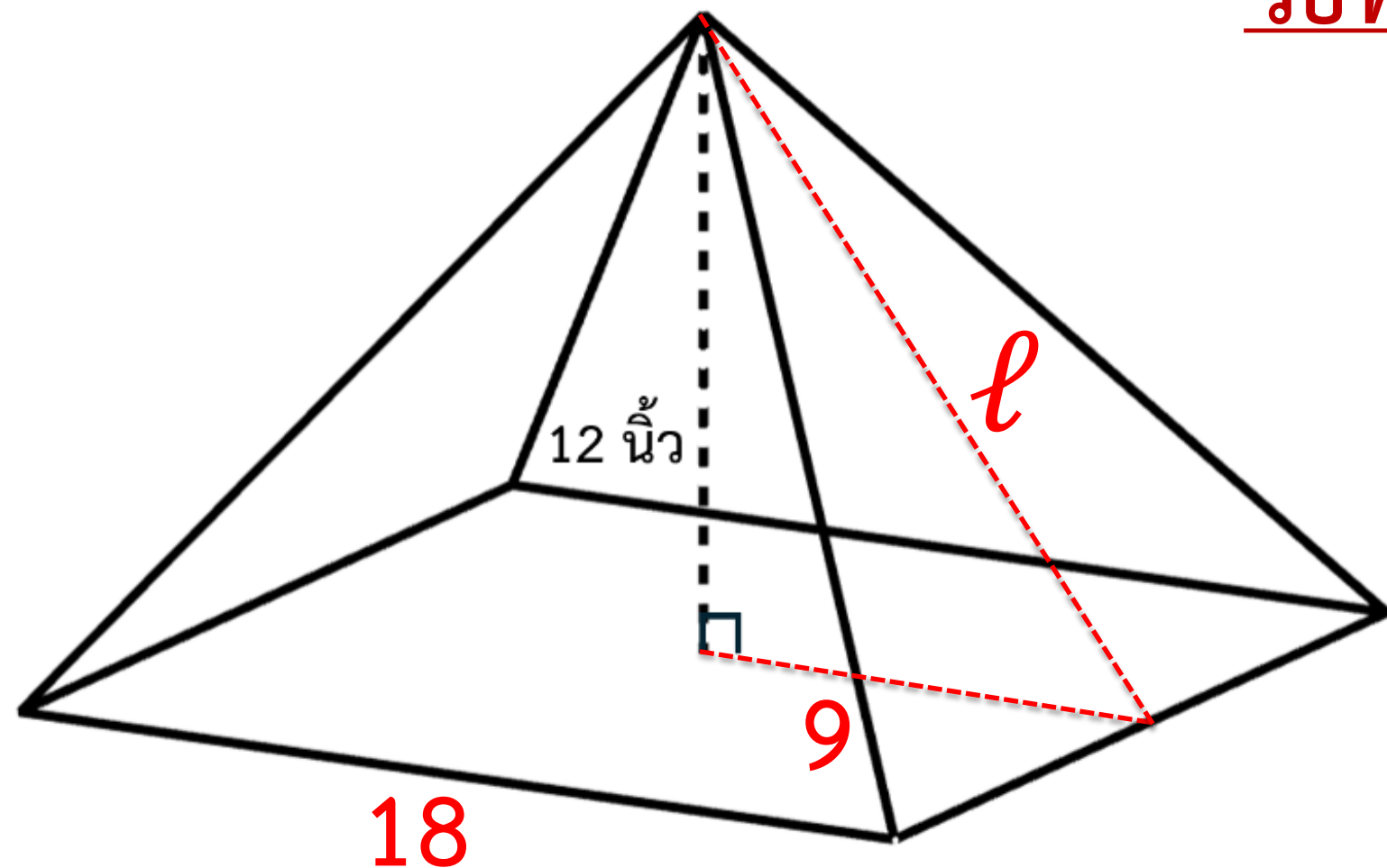
แบบฝึกหัด 3

พื้นที่ผิวของพีระมิด (2)



ข้อที่ 3

จงหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวรอบฐาน 72 นิ้ว
และสูง 12 นิ้ว



วิธีทำ จาก ความยาวรอบฐาน

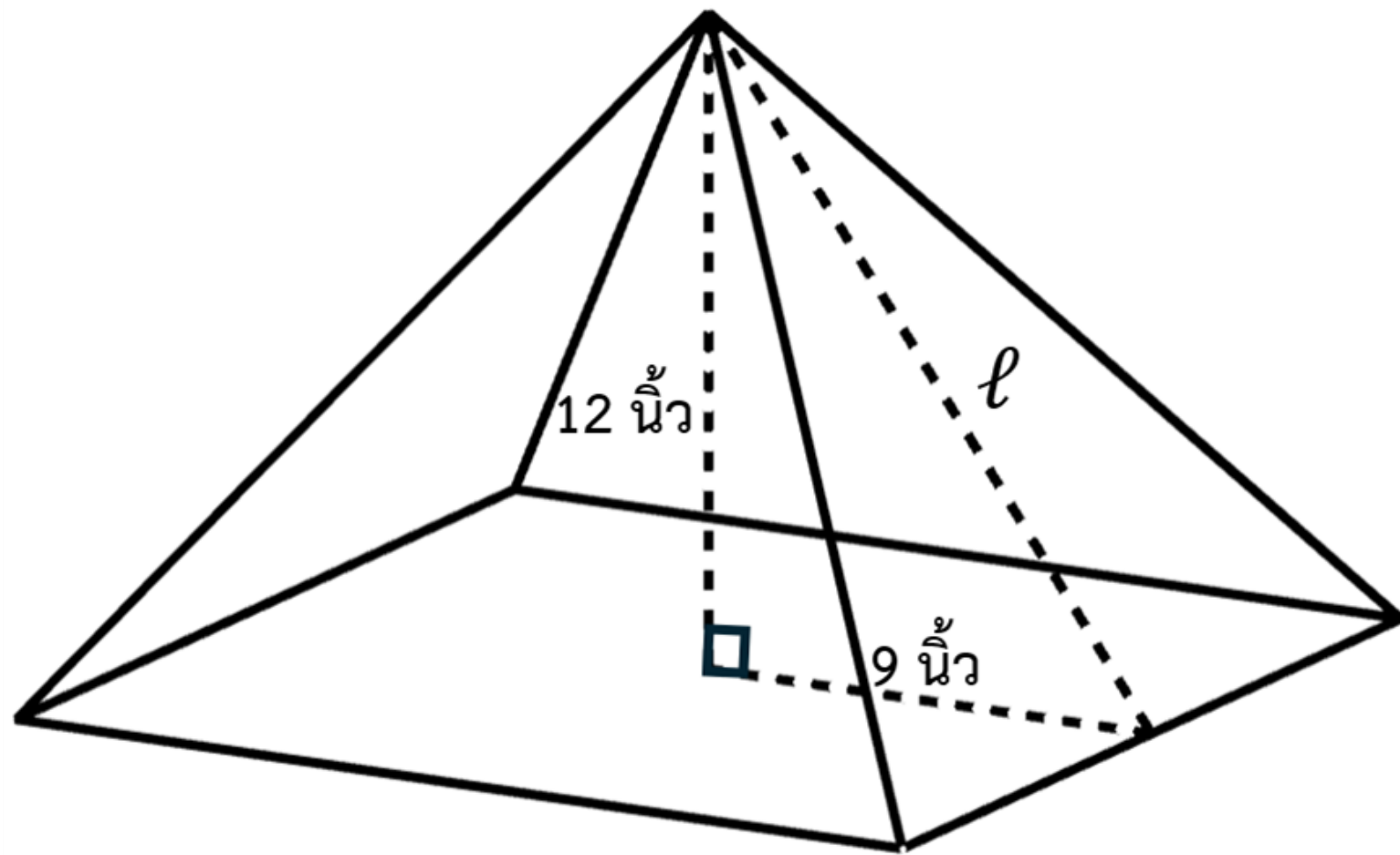
รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส 72 นิ้ว

แสดงว่า รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ
18 นิ้ว



ข้อที่ 3

จงหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวรอบฐาน 72 นิ้ว
และสูง 12 นิ้ว



จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

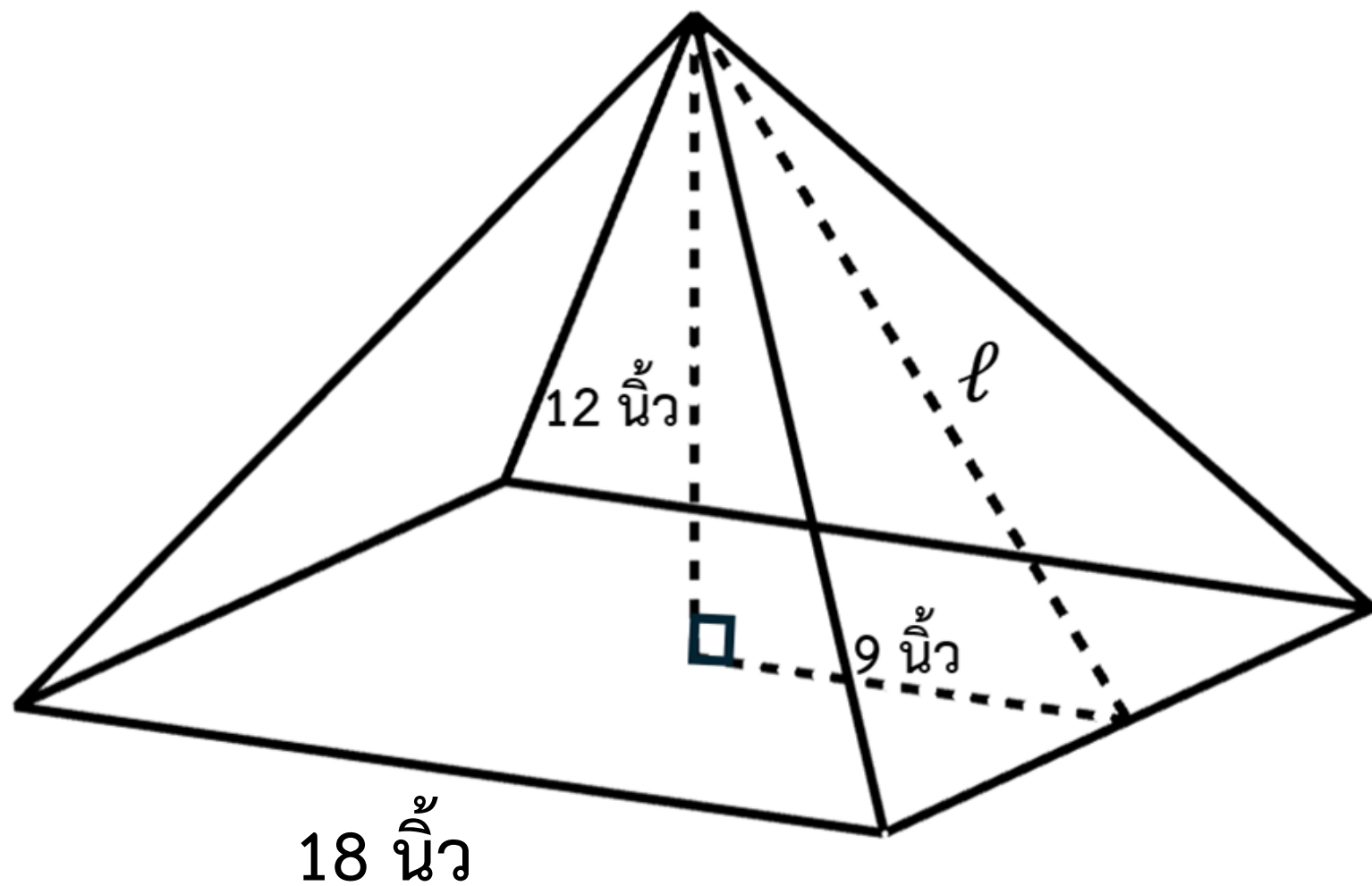
$$\begin{aligned}\text{จะได้ } l^2 &= 12^2 + 9^2 \\ &= 144 + 81 \\ &= 225\end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } l = 15 \text{ นิ้ว}$$



ข้อที่ 3

จงหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวรอบฐาน 72 นิ้ว
และสูง 12 นิ้ว



จาก พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดนี้

$$= \frac{1}{2} \times \text{ความยาวรอบรูปของฐาน} \times \text{ส่วนสูงเอียง}$$

$$= \frac{1}{2} \times (4 \times 18) \times 7$$

$$= 540 \text{ ตารางนิ้ว}$$



ข้อที่ 3

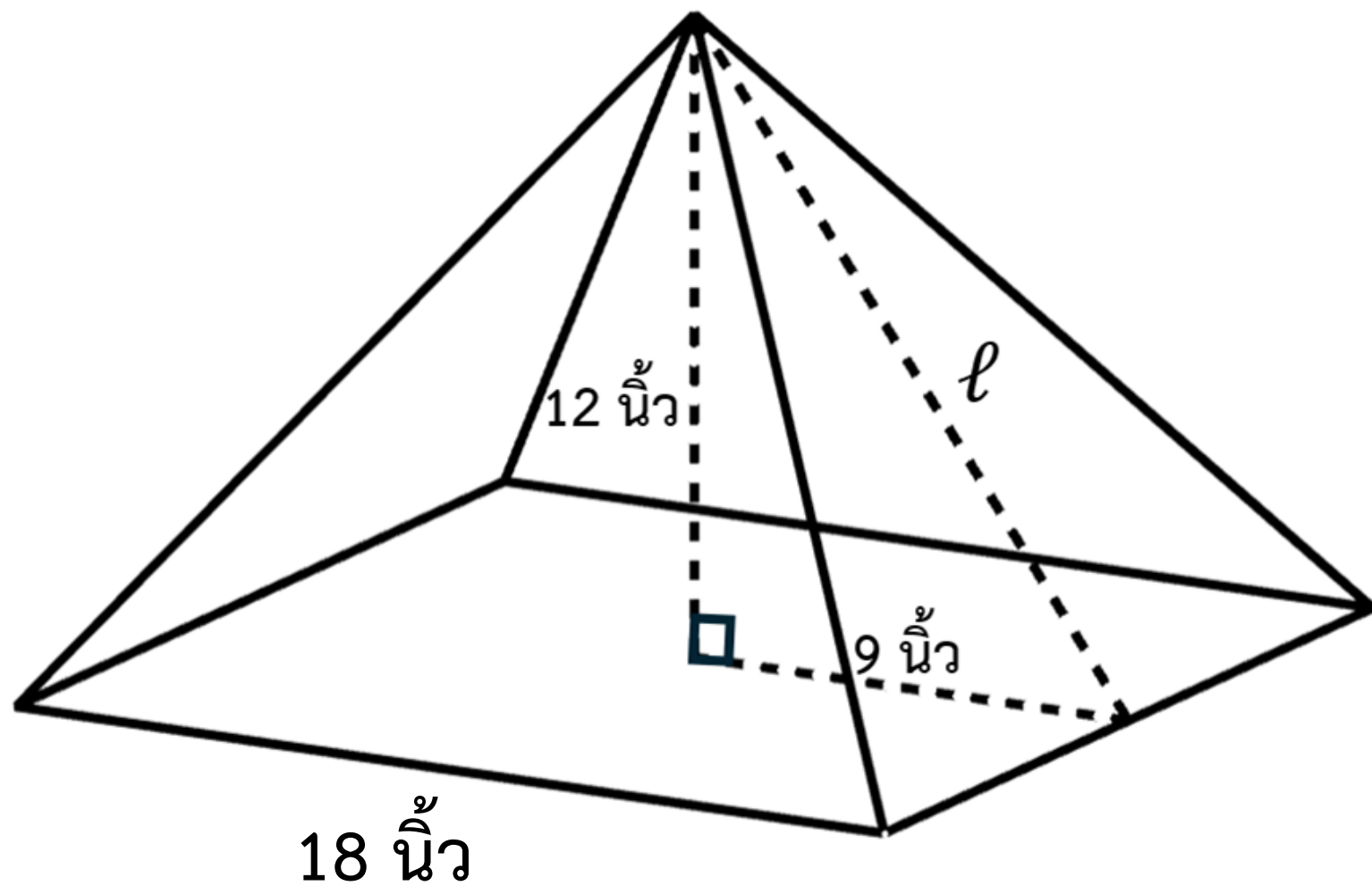
จงหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวรอบฐาน 72 นิ้ว
และสูง 12 นิ้ว

จาก พื้นที่ฐานของพีระมิดนี้

$$= \text{ความยาวของด้าน}^2$$

$$= 18^2$$

$$= 324 \text{ ตารางนิ้ว}$$



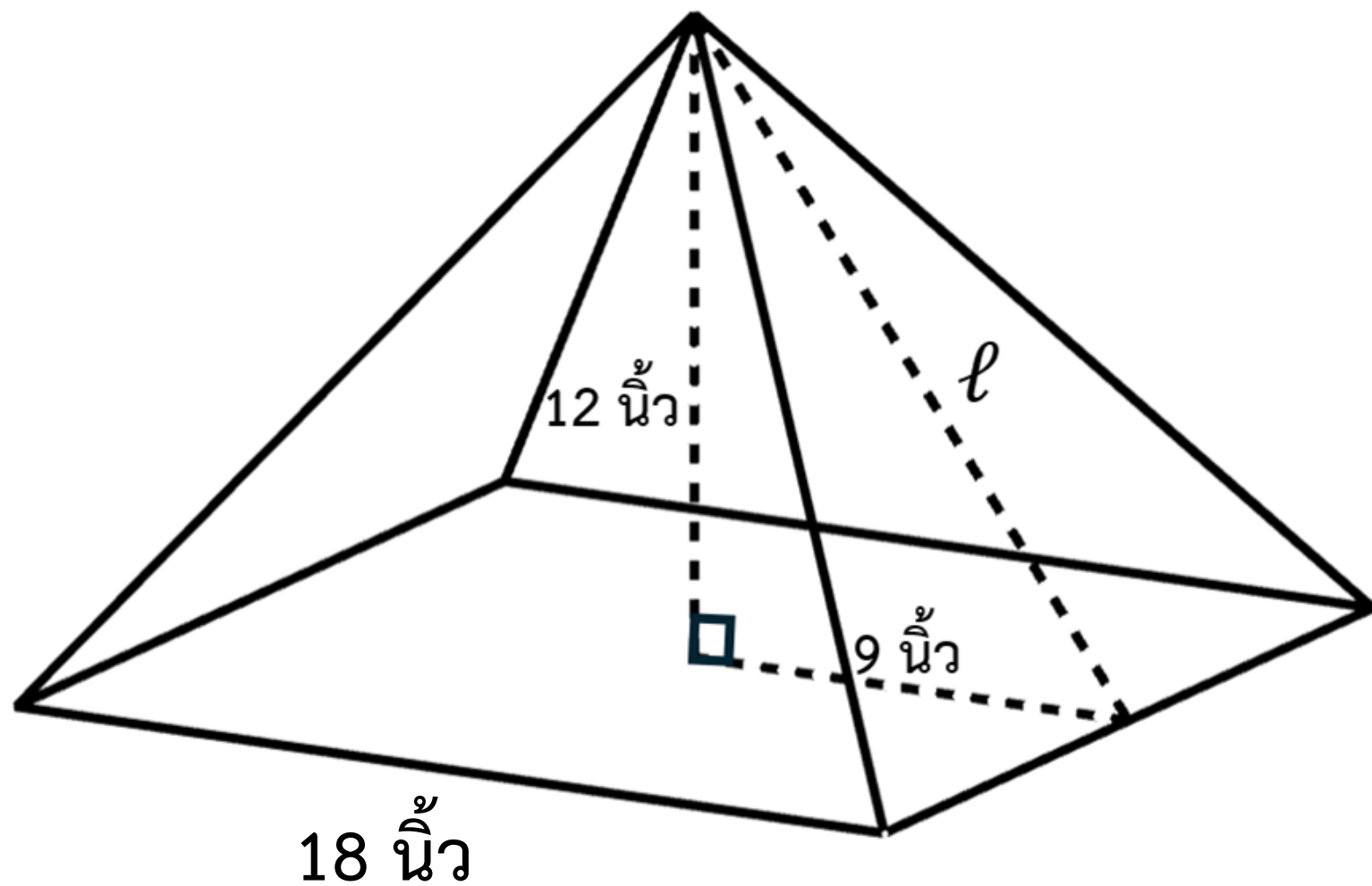
ข้อที่ 3

จงหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวรอบฐาน 72 นิ้ว
และสูง 12 นิ้ว

จาก พื้นที่ผิวของพีระมิดนี้

$$= 540 + 324$$

$$= 864 \text{ ตารางนิ้ว}$$



เฉลย

แบบฝึกหัด 4

พื้นที่ผิวของพีระมิด (3)

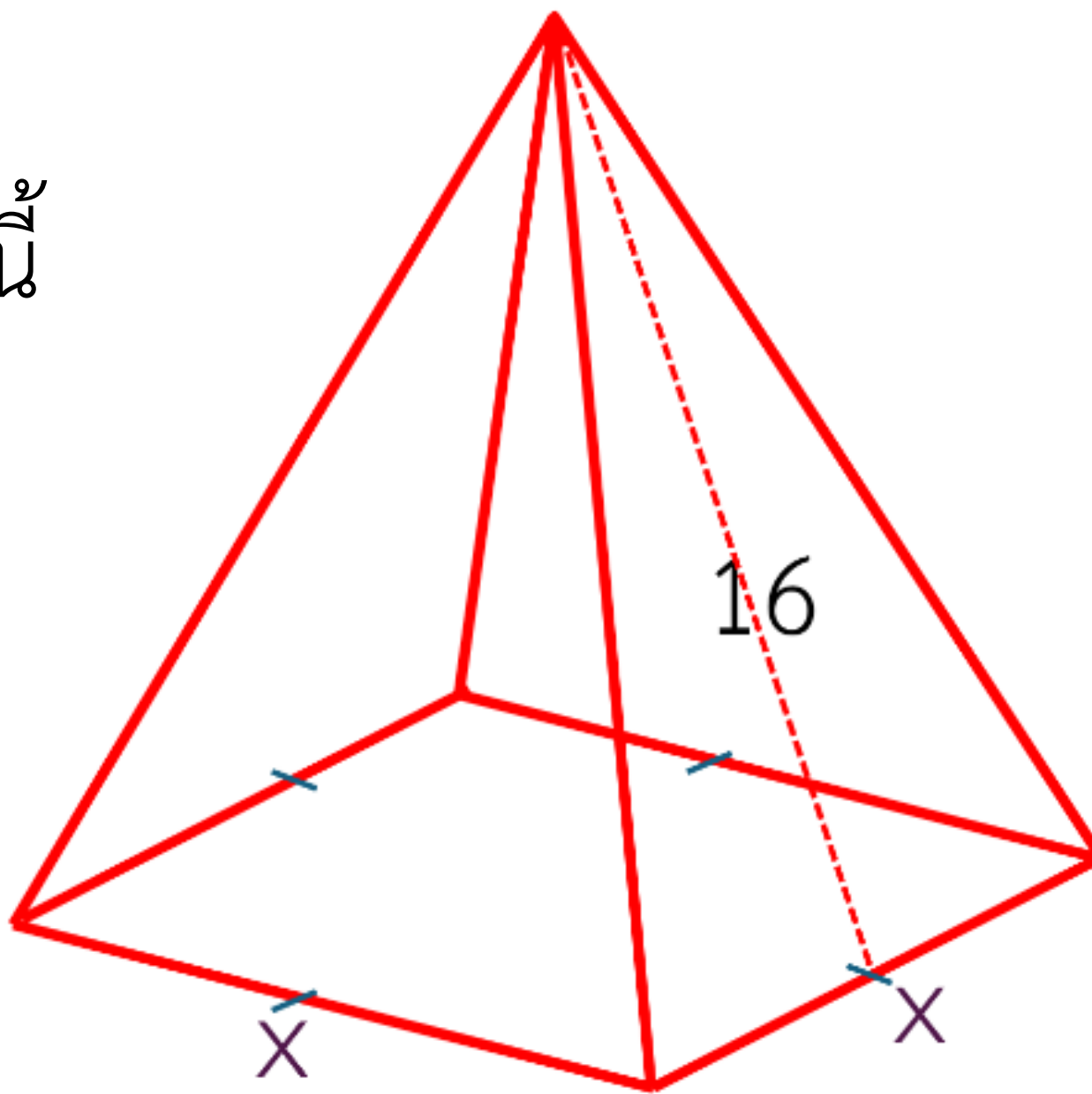


ข้อที่ 2

พื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็น 1,040 ตารางเซนติเมตร ส่วนสูงเอียงเป็น 16 เซนติเมตร จงหาความยาวของด้านของฐานของพีระมิด

วิธีทำ

จากโจทย์สามารถวาดรูปได้ ดังนี้



ข้อที่ 2

พื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็น 1,040 ตารางเซนติเมตร ส่วนสูงเอียงเป็น 16 เซนติเมตร จงหาความยาวของด้านของฐานของพีระมิด

กำหนด x แทน ความยาวด้านของฐานของพีระมิด

จาก พื้นที่ฐานของพีระมิด $= x^2$

$$\begin{aligned}\text{พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด} &= \frac{1}{2} (4x)(16) \\ &= 32x\end{aligned}$$



ข้อที่ 2

พื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็น 1,040 ตารางเซนติเมตร ส่วนสูงเอียงเป็น 16 เซนติเมตร จงหาความยาวของด้านของฐานของพีระมิด

พื้นที่ผิวของพีระมิด

$$= x^2 + 32x$$

$$1,040$$

$$= x^2 + 32x$$

$$x^2 + 32x - 1,040$$

$$= 0$$

$$(x + 52)(x - 20)$$

$$= 0$$

$$x$$

$$= -52, 20 \text{ เซนติเมตร}$$



ข้อที่ 2

พื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็น 1,040 ตารางเซนติเมตร ส่วนสูงเอียงเป็น 16 เซนติเมตร จงหาความยาวของด้านของฐานของพีระมิด

เนื่องจาก ความยาวของด้านของฐานของพีระมิด

ต้องเป็นจำนวนจริงบวก

ดังนั้น ความยาวของด้านของฐานของพีระมิด

คือ 20 เซนติเมตร



สรุปบทเรียน

พื้นที่ผิวของพีระมิด = พื้นที่ผิวข้าง + พื้นที่ฐาน



บทเรียนครั้งต่อไป

ดาวน์โหลดข้อมูลได้ที่ www.dltv.ac.th

ปริมาตรของพีระมิด (1)



สิ่งที่ต้องเตรียม

ดาวน์โหลดข้อมูลได้ที่ www.dltv.ac.th

- ใบกิจกรรม 1 : สำรวจปริมาตรของพีระมิด
- แบบฝึกหัด 5 : ปริมาตรของพีระมิด (1)
- โมเดลพีระมิดและปริซึมที่มีรูปร่างของฐานเหมือนกัน
พื้นที่ฐานเท่ากันและส่วนสูงเท่ากัน

- ทราย

