

รายวิชา คณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค23102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หน่วยที่ 3 ปริมาตรและพื้นที่ผิวของพีระมิด

เรื่อง พื้นที่ผิวของพีระมิด (1)

ครูผู้สอน ครูสรวงรัตน์ เดชะชาติ





พื้นที่ผิวของพีระมิด (1)



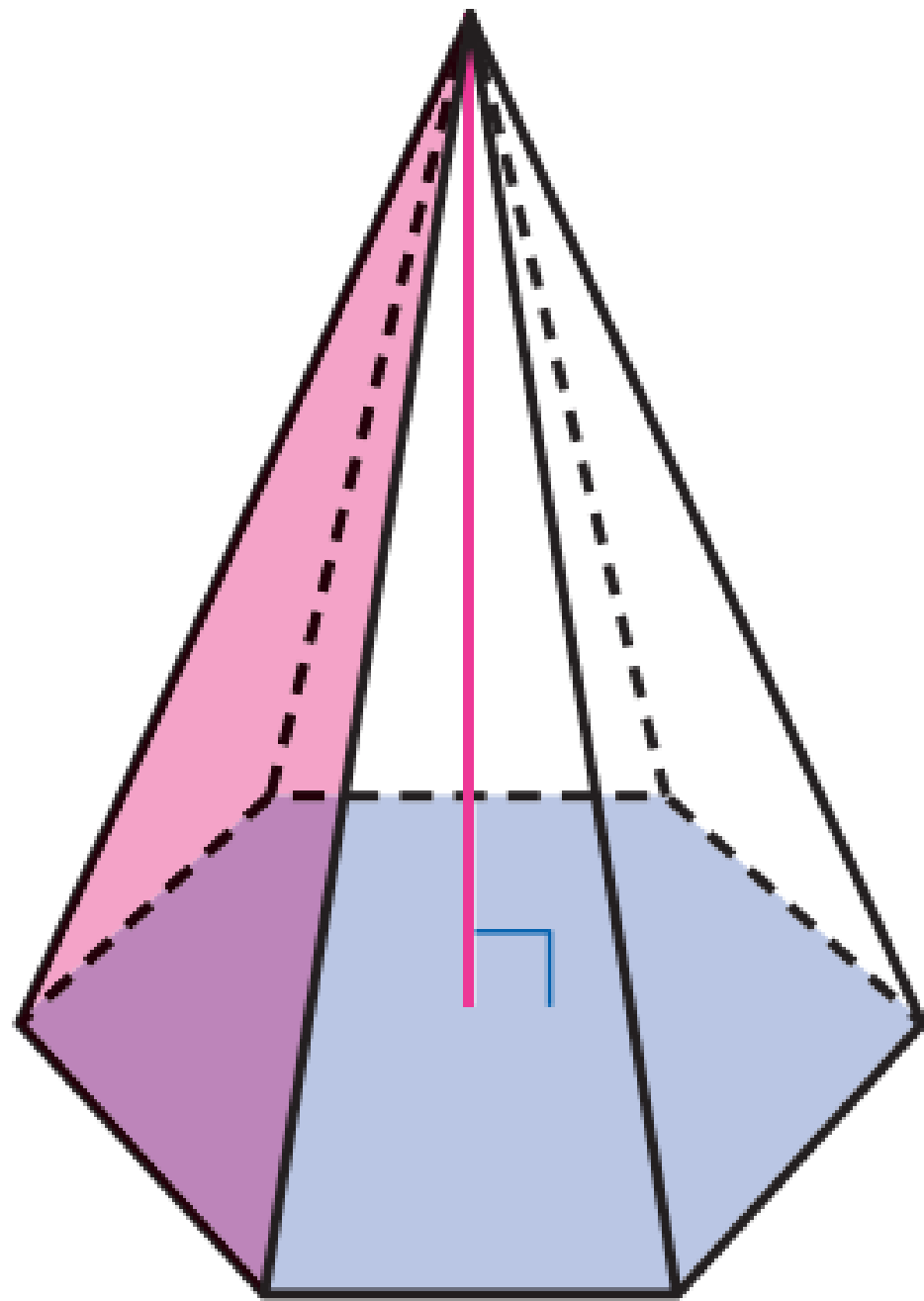


จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาพื้นที่ผิว
และพื้นที่ผิวข้างของพีระมิด



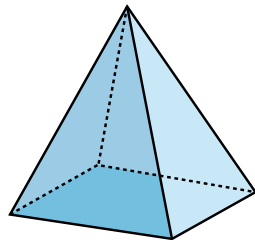
ความหมายและการเรียกชื่อของพีระมิด



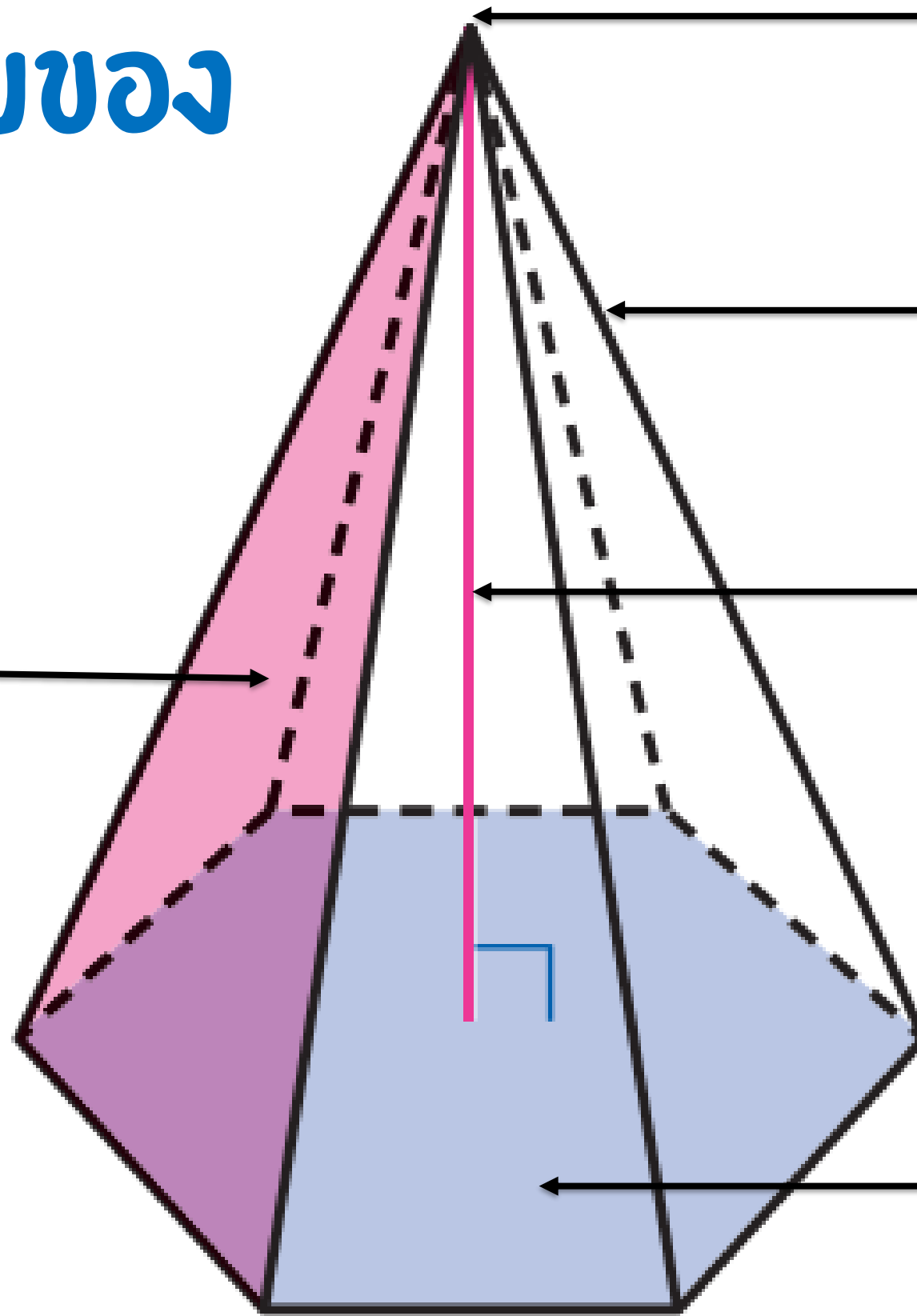
พีระมิด คือ รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมใด ๆ มียอดแหลมที่ไม่อยู่บนระนาบเดียวกันกับฐาน และหน้าทุกหน้าเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดรวมกันที่ยอดแหลมนั้น



ส่วนประกอบของ พีระมิด



หน้า



ยอด

เส้นส่วนข้าง

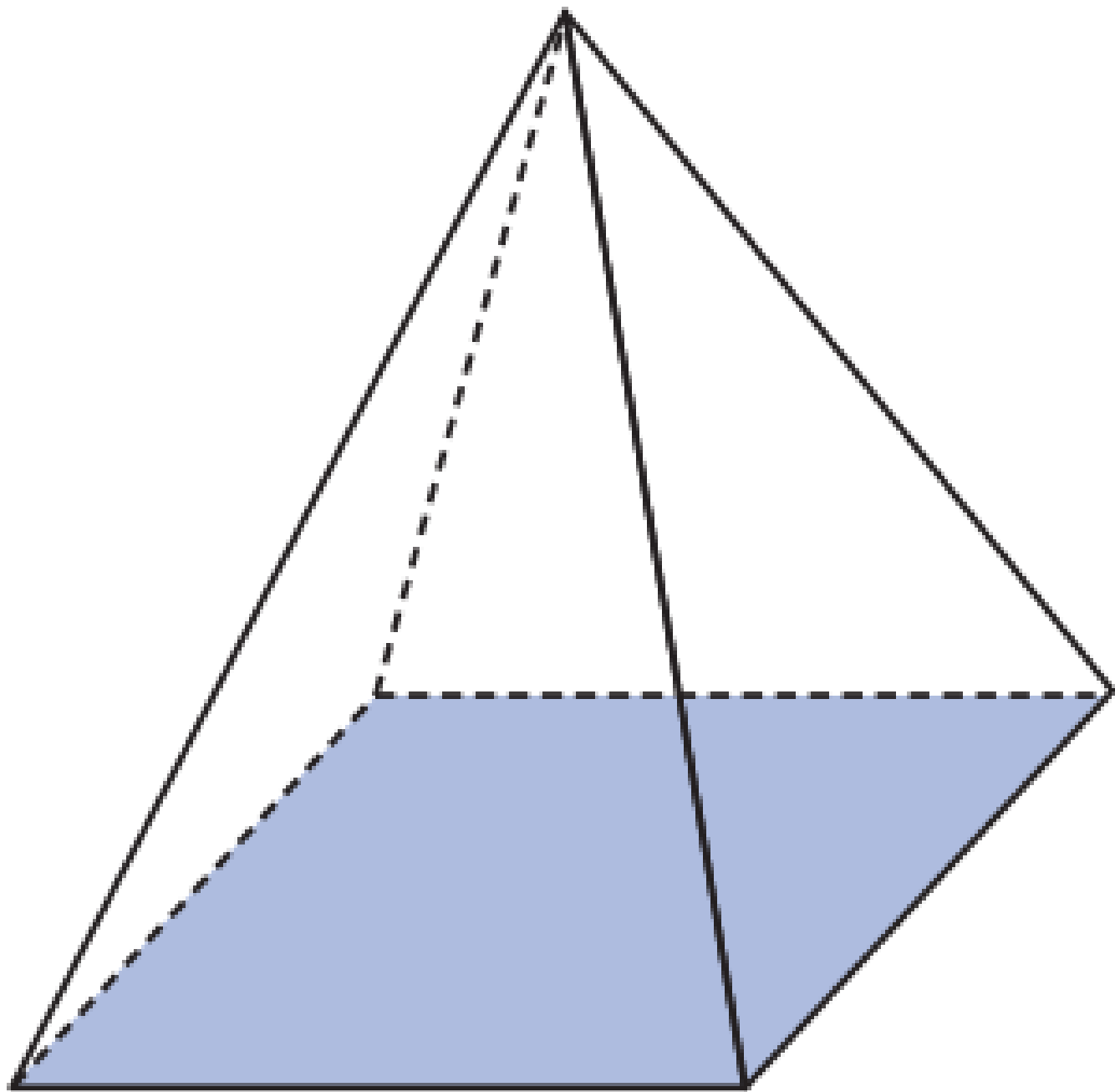
ส่วนสูง

ฐาน

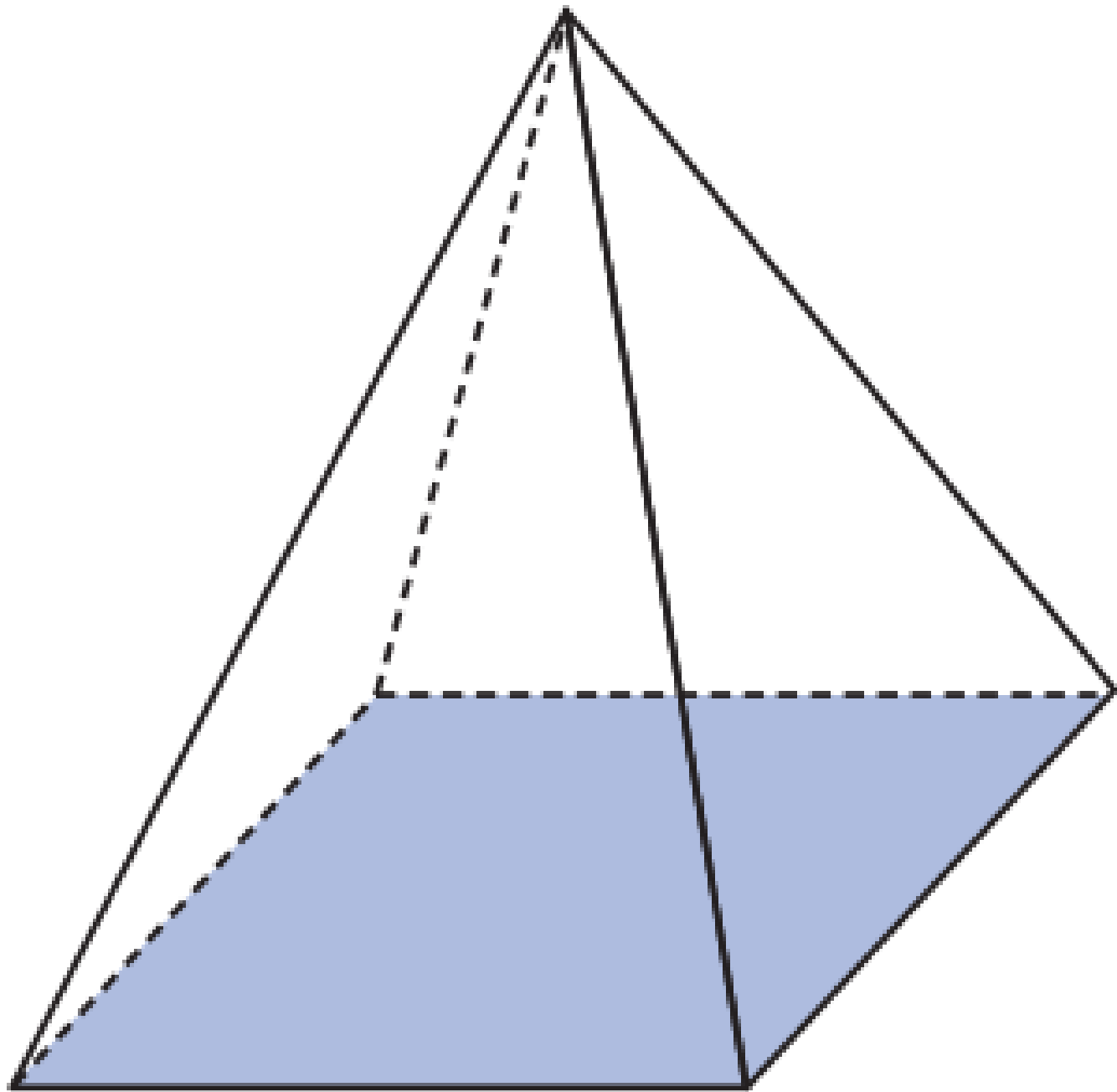


รูปเรขาคณิตสามมิตินี้มีชื่อเรียกว่าอะไร

พีระมิดฐานสี่เหลี่ยม



รูปคลี่ของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยม
จะประกอบด้วยรูปเรขาคณิตสองมิติ
ชนิดใดบ้าง อย่างละกี่รูป

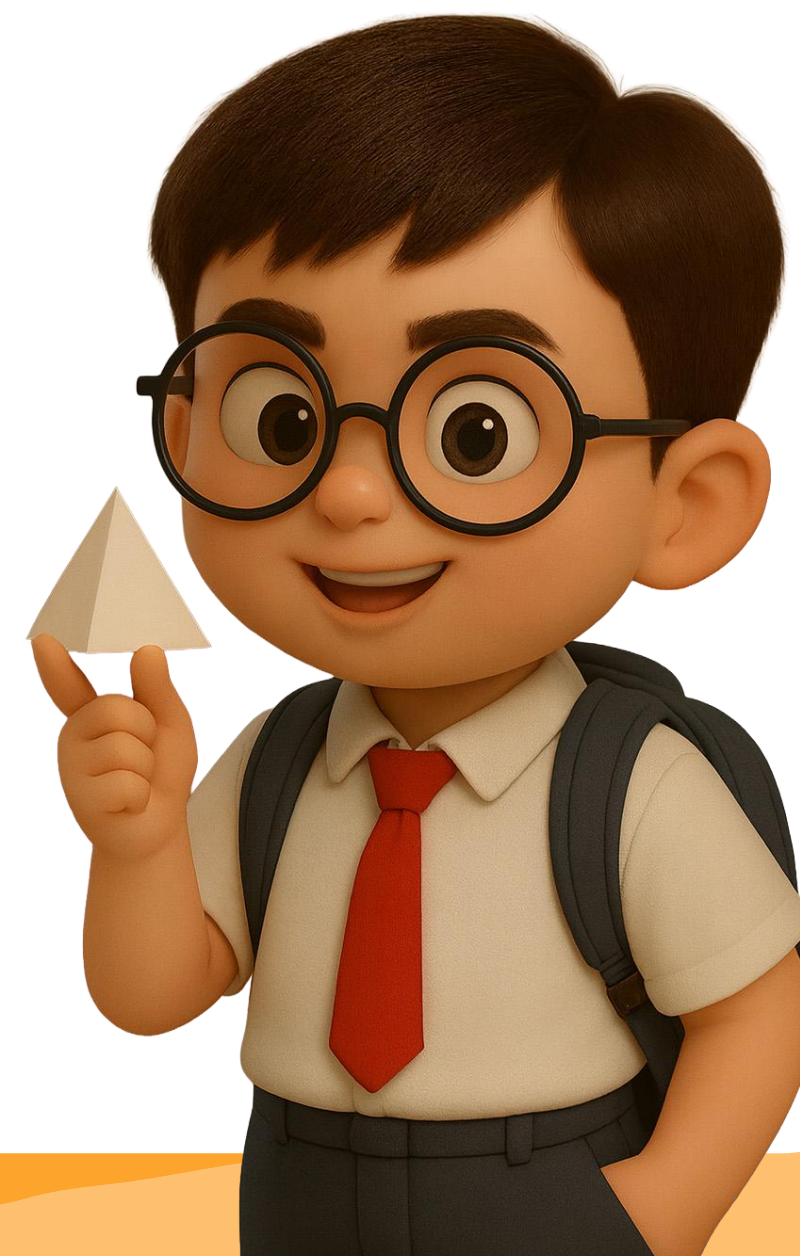
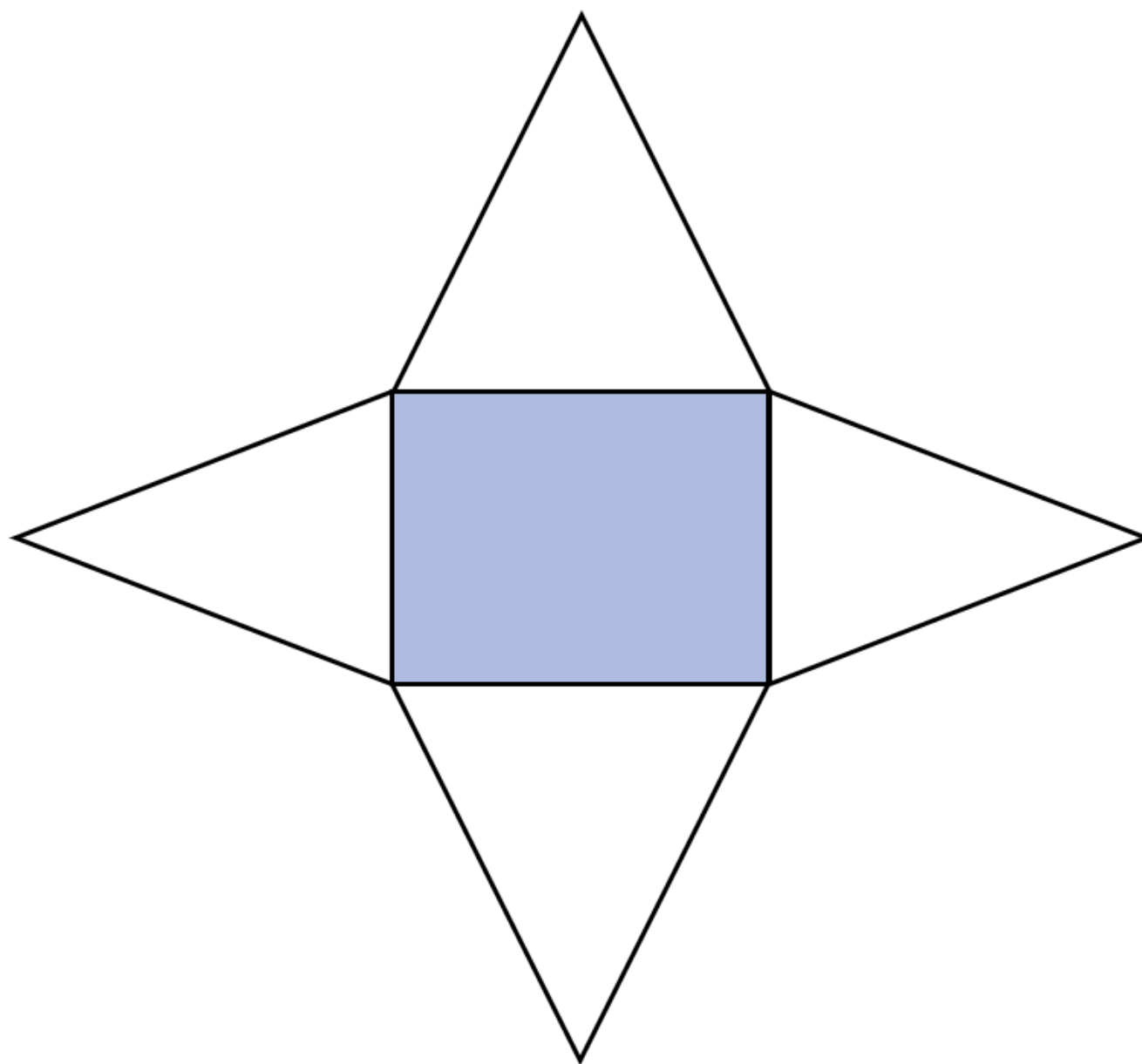
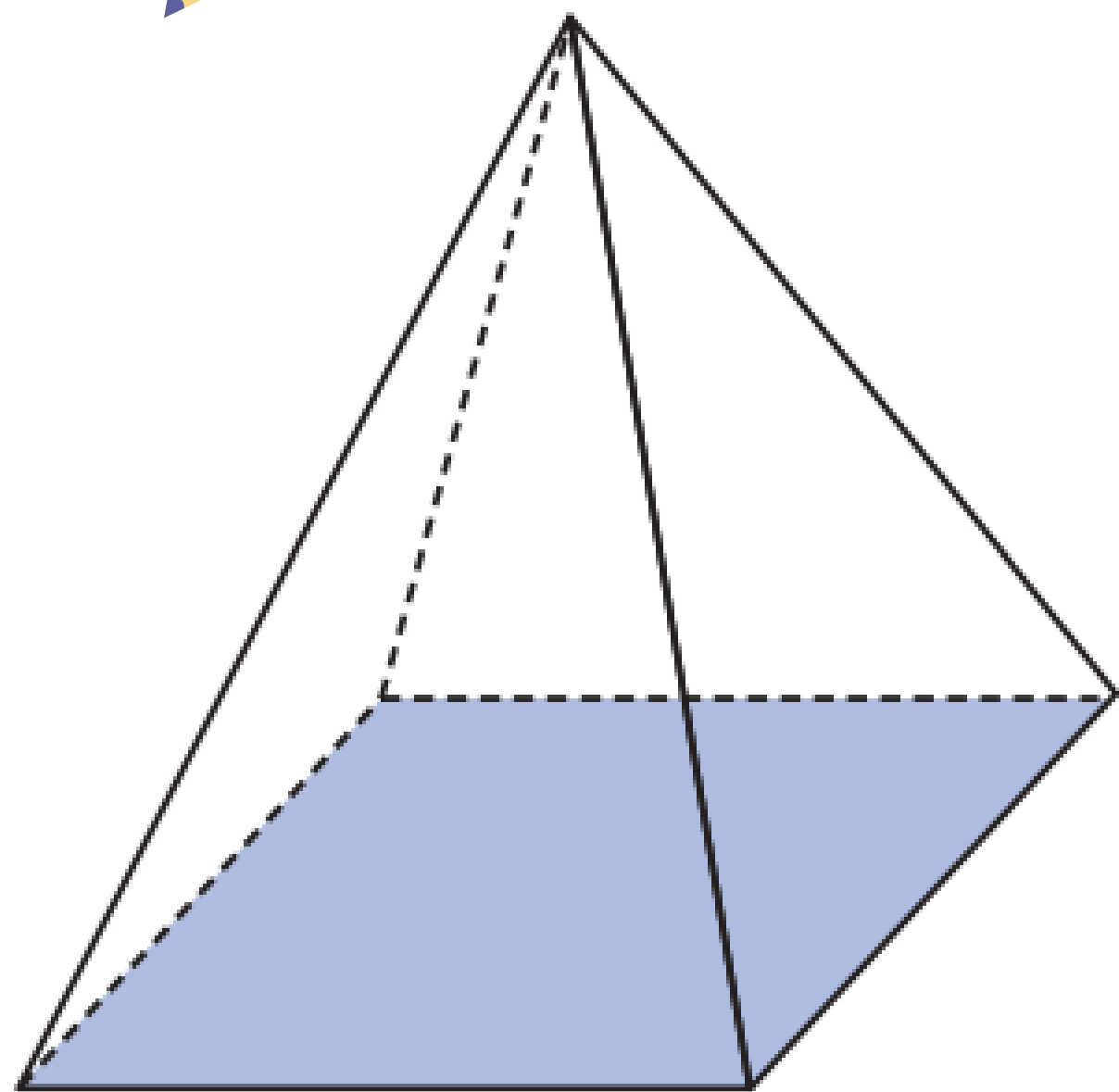


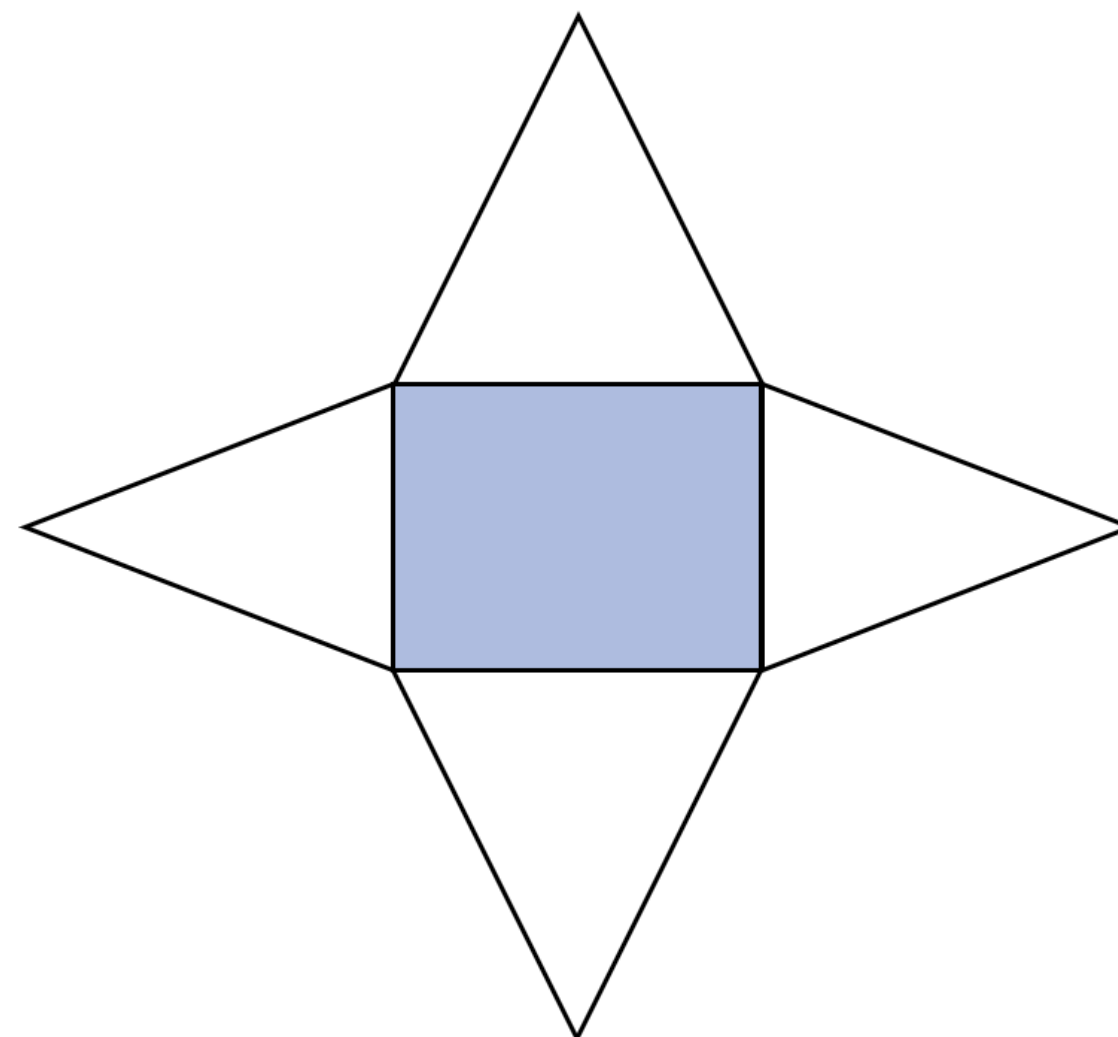
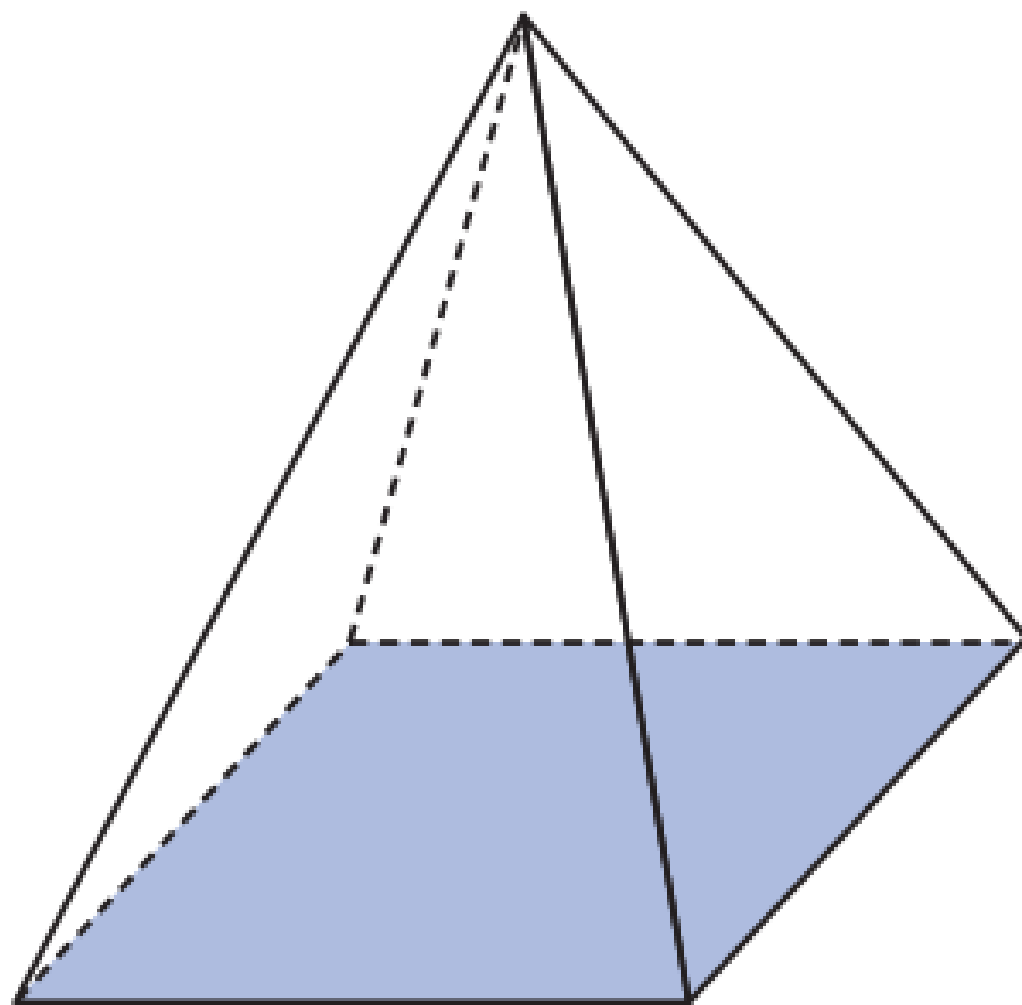
รูปสี่เหลี่ยม 1 รูป
และรูปสามเหลี่ยม 4 รูป





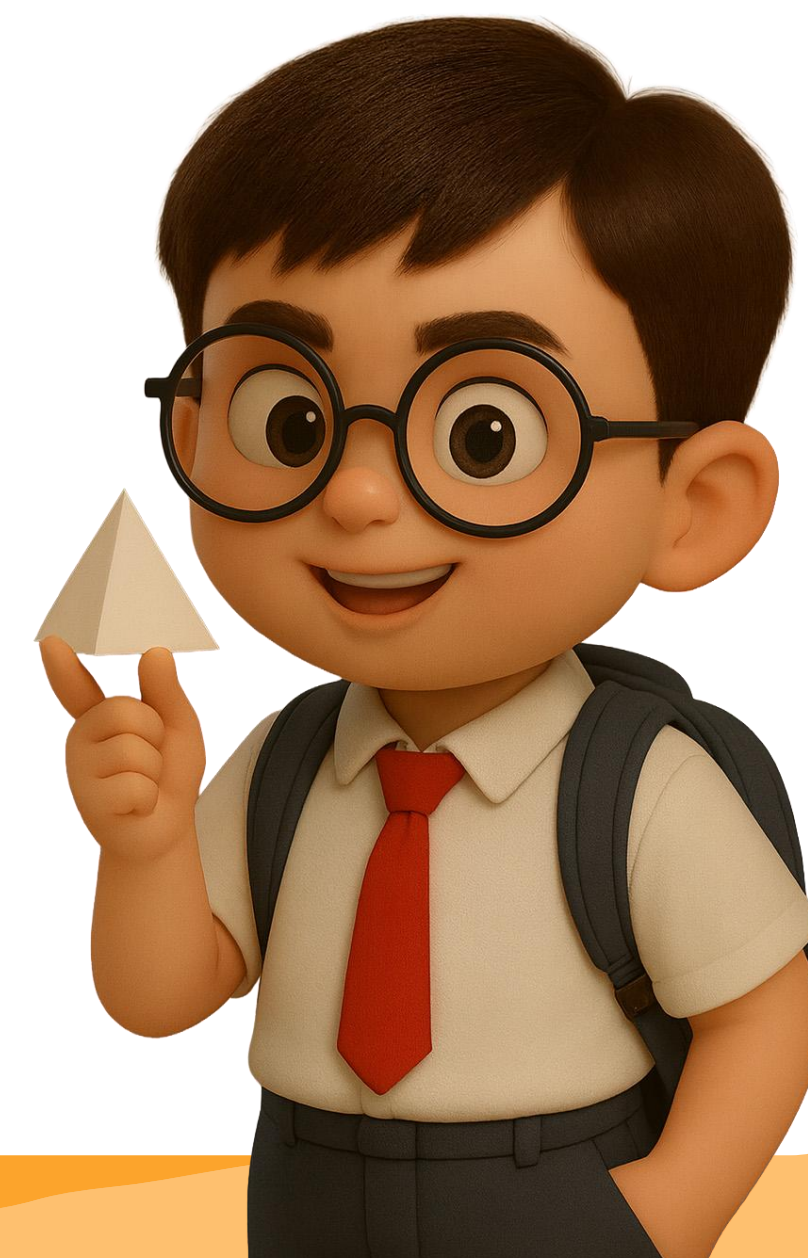
รูปคลี่ของพีระมิดนี้เป็นอย่างไร

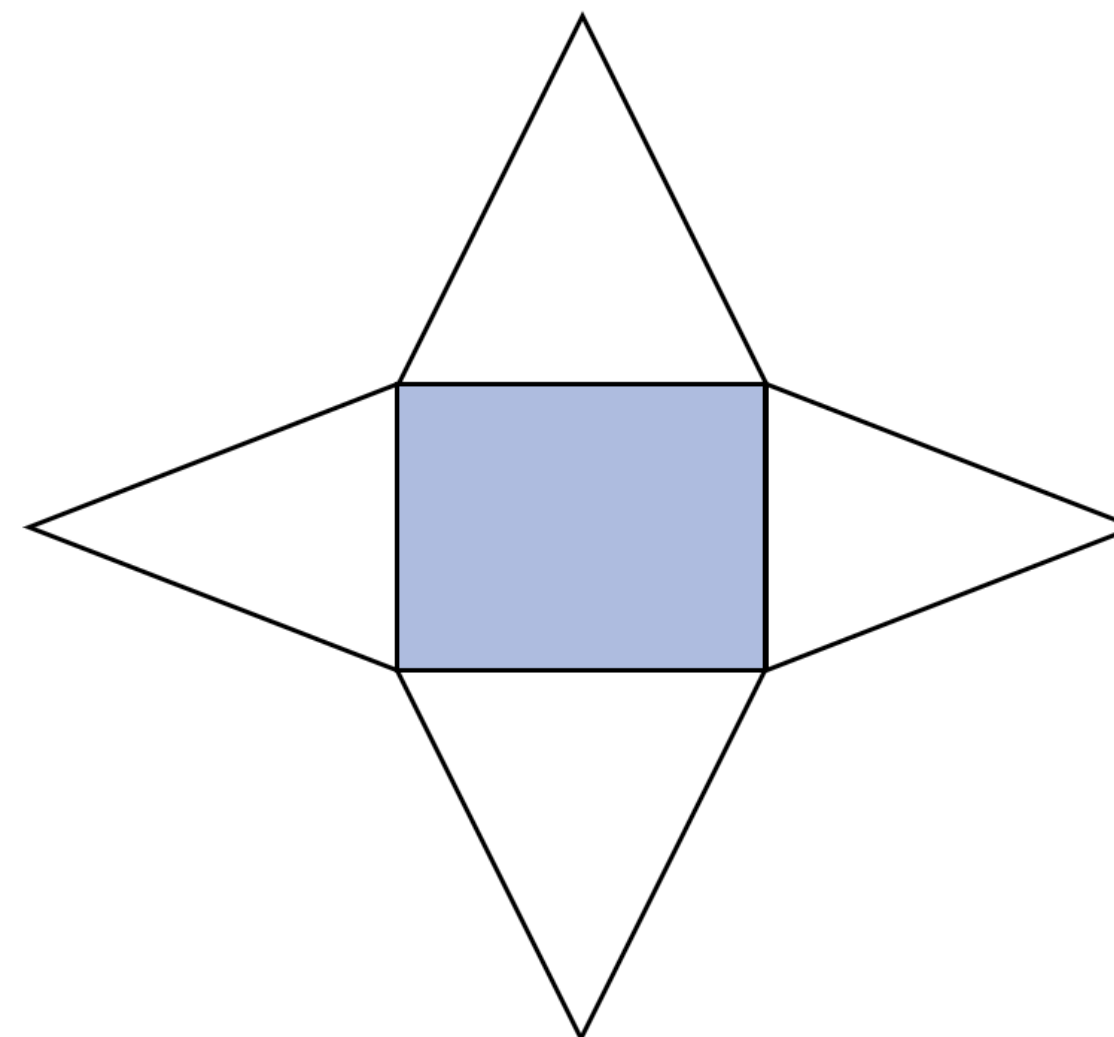
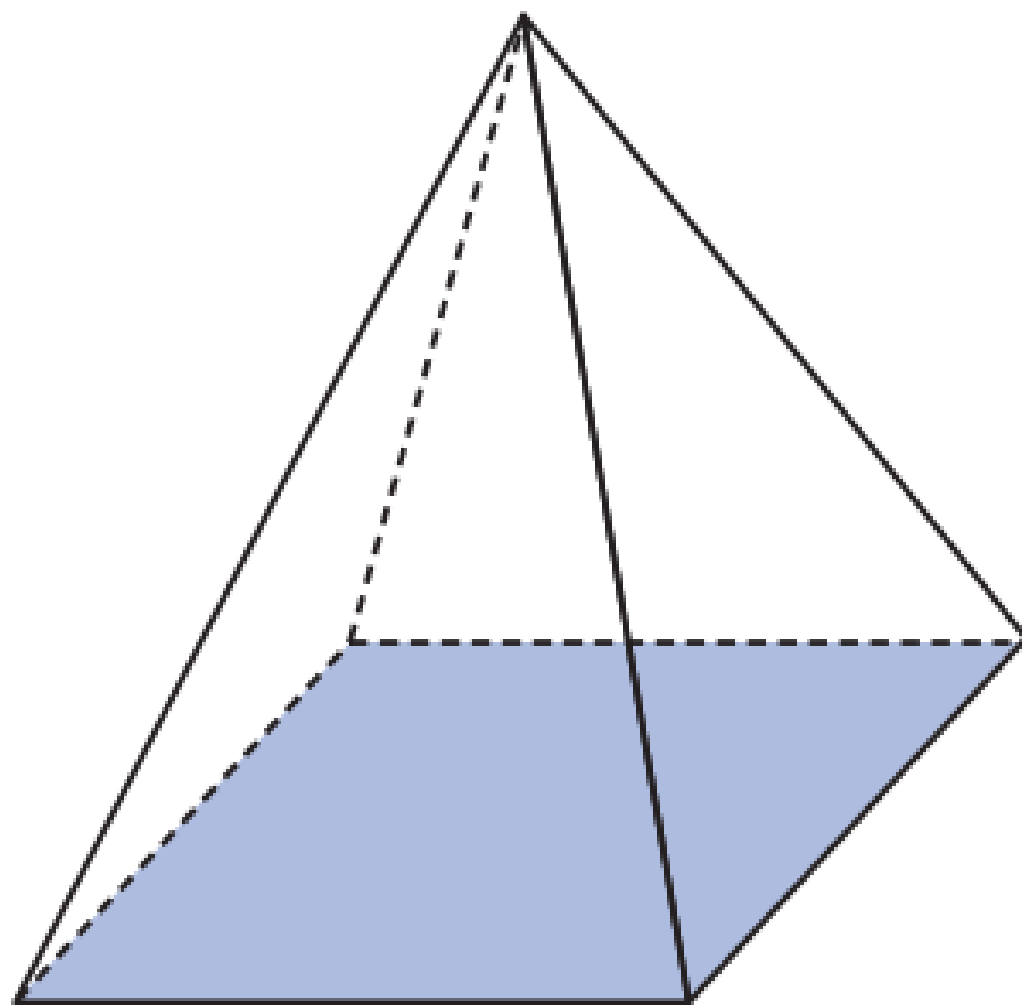




พื้นที่ส่วนสีขาวของพีระมิด คืออะไร

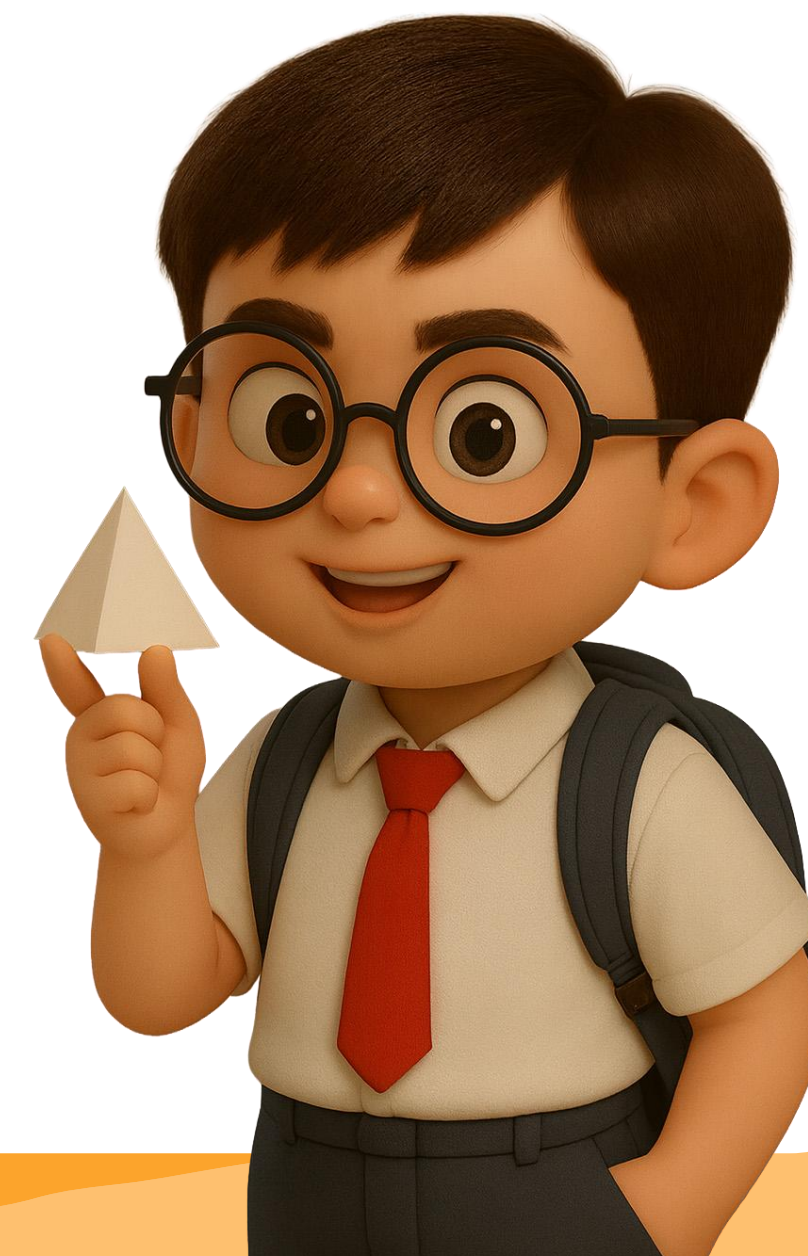
พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด

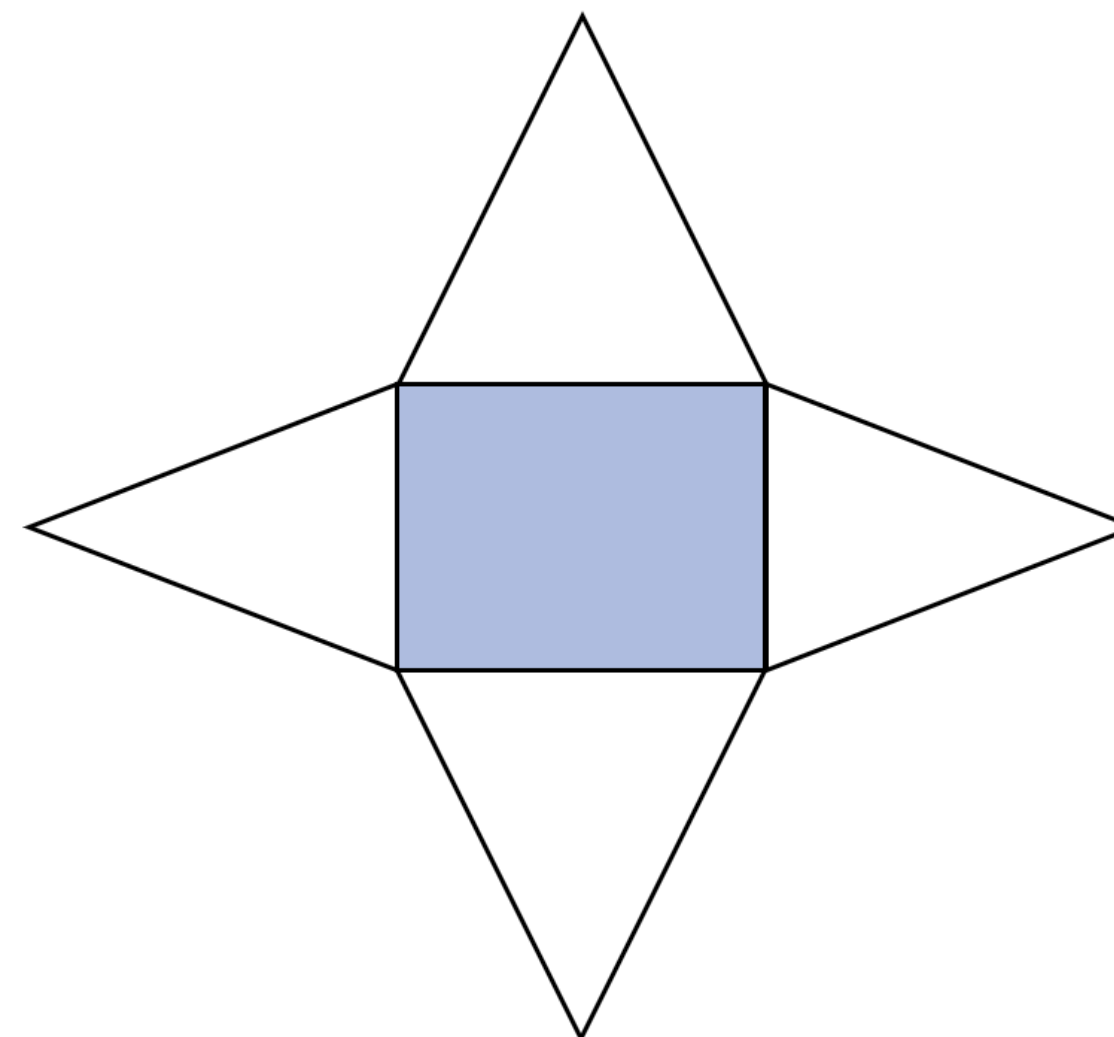
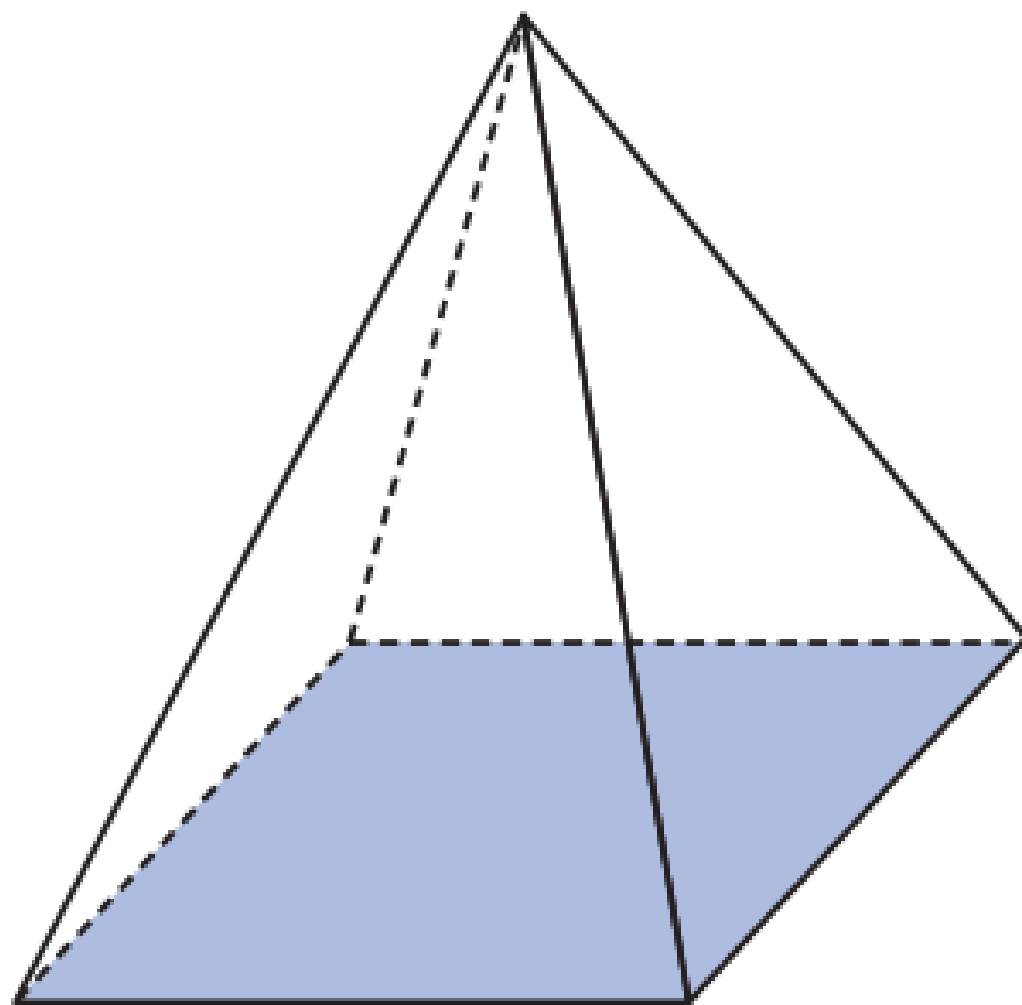




พื้นที่ส่วนสีฟ้าของพีระมิด คืออะไร

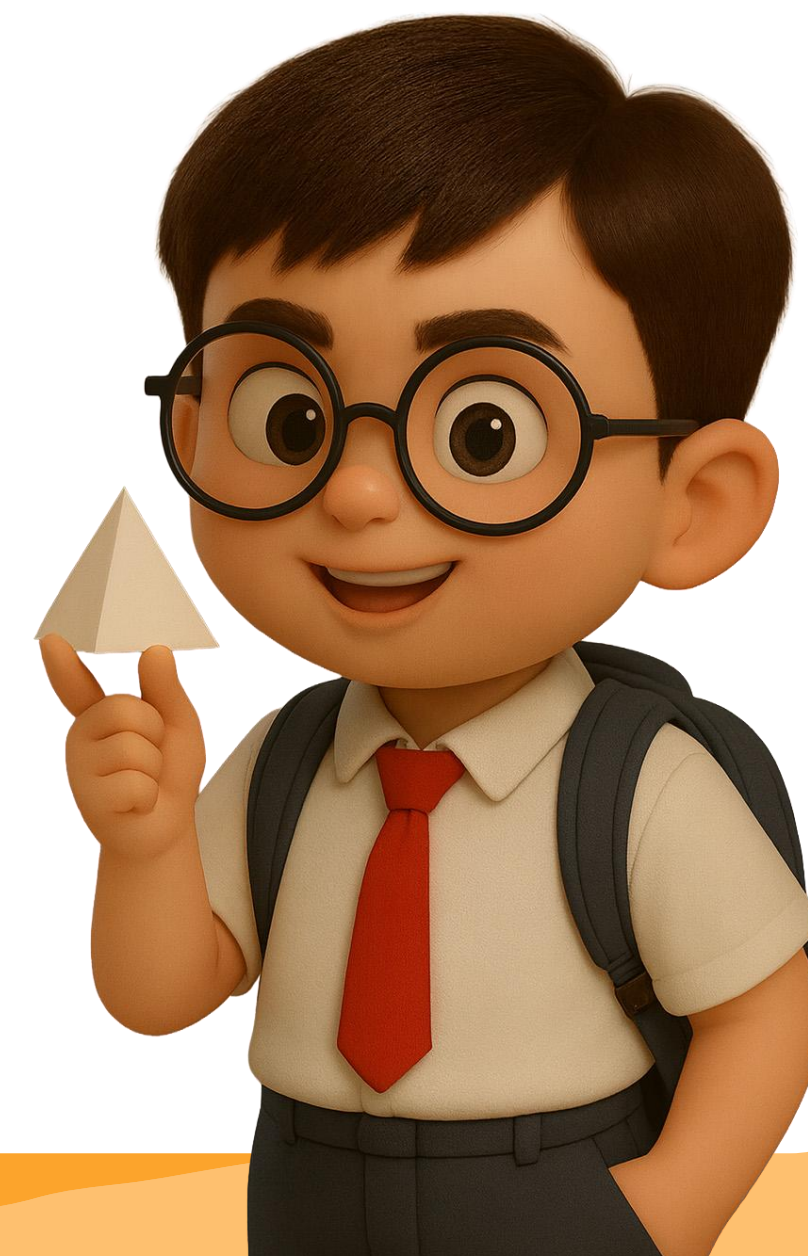
พื้นที่ฐานของพีระมิด

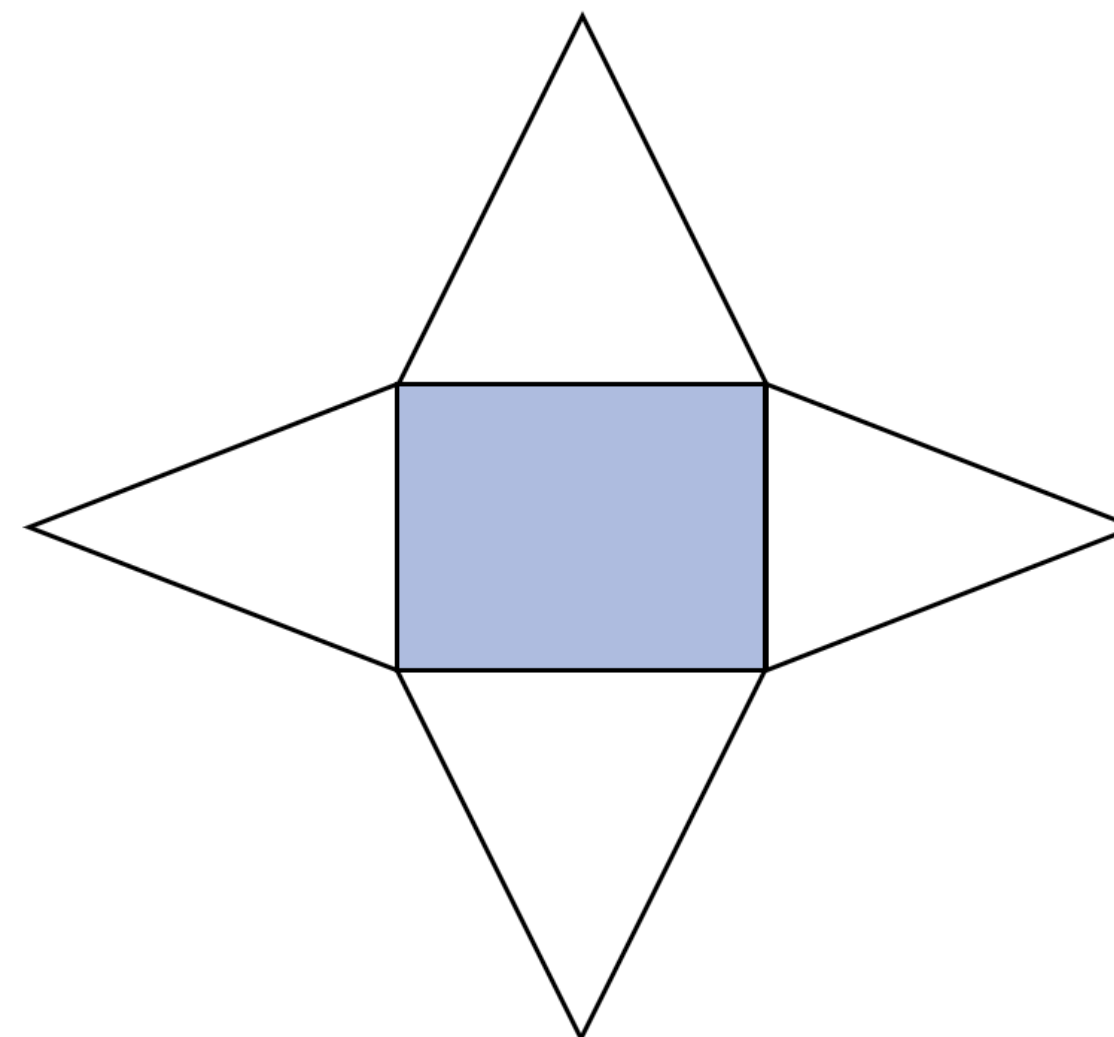
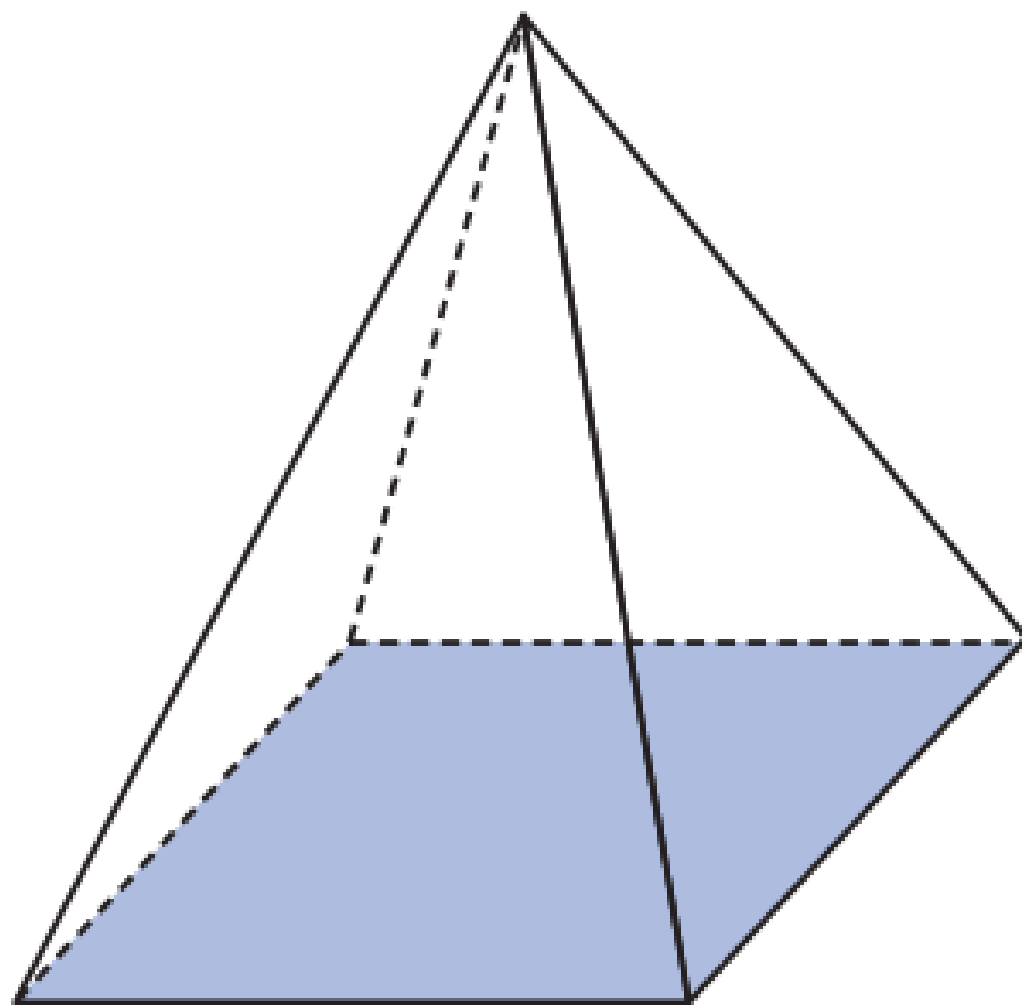




พื้นที่ผิวของพีระมิดจะต้องหาจากพื้นที่ส่วนใดบ้าง

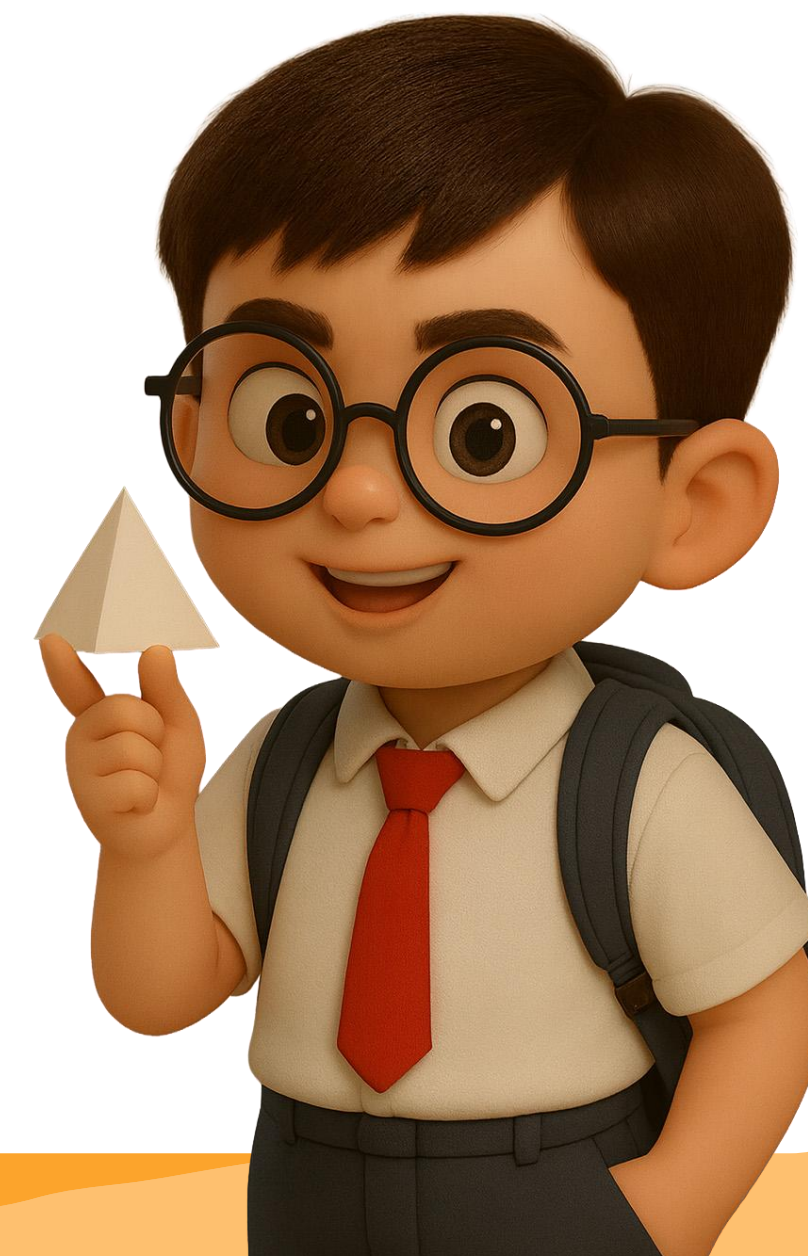
พื้นที่ผิวข้างและพื้นที่ฐาน

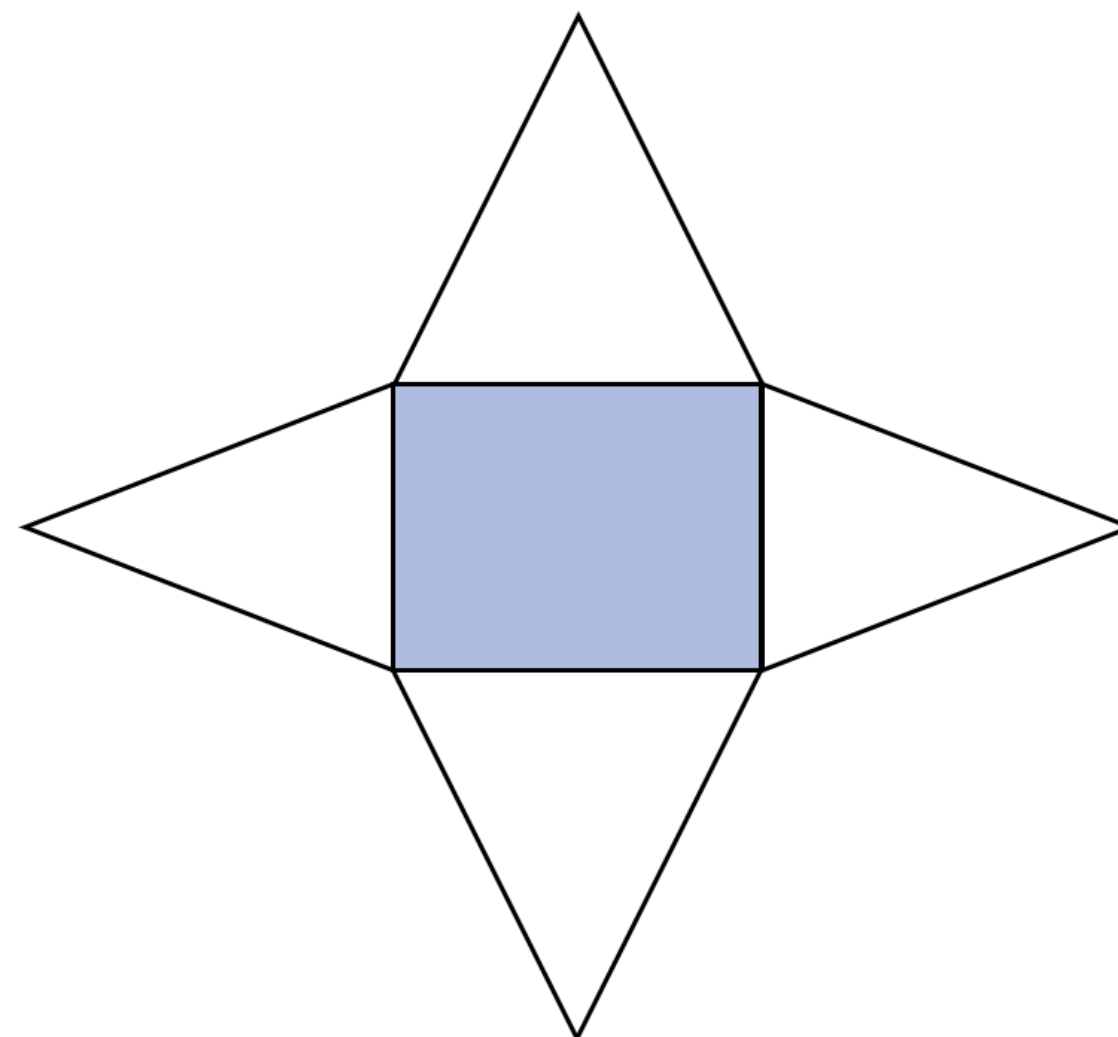
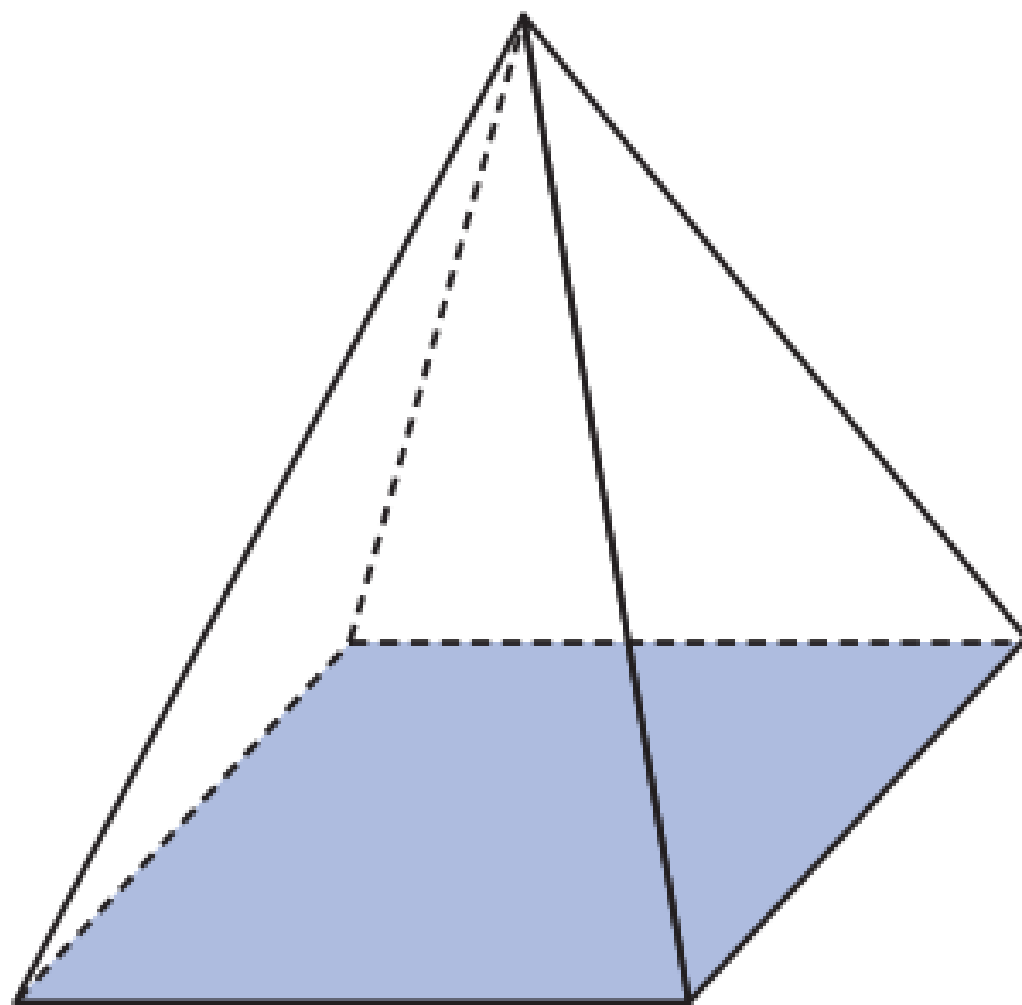




หากต้องการหาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิดจะต้องหาพื้นที่จากส่วนใดบ้าง

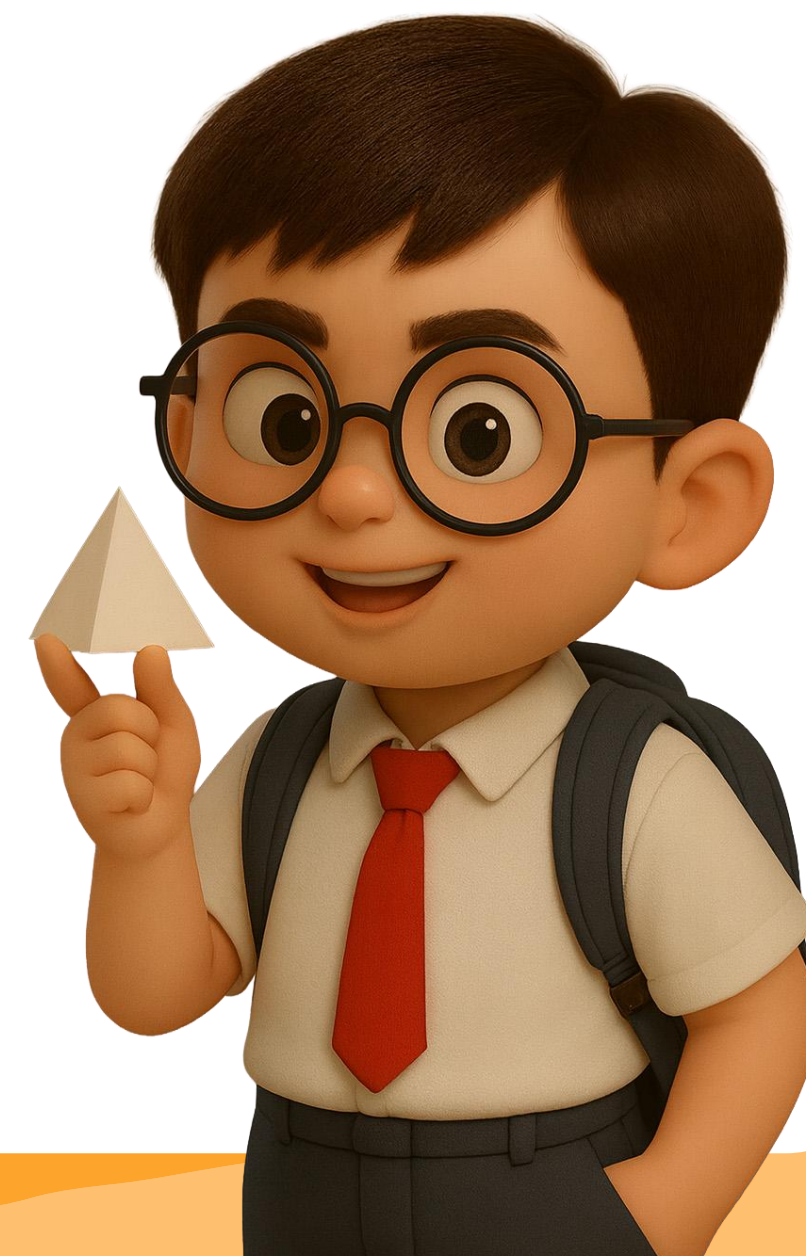
หน้าของพีระมิด 4 หน้า

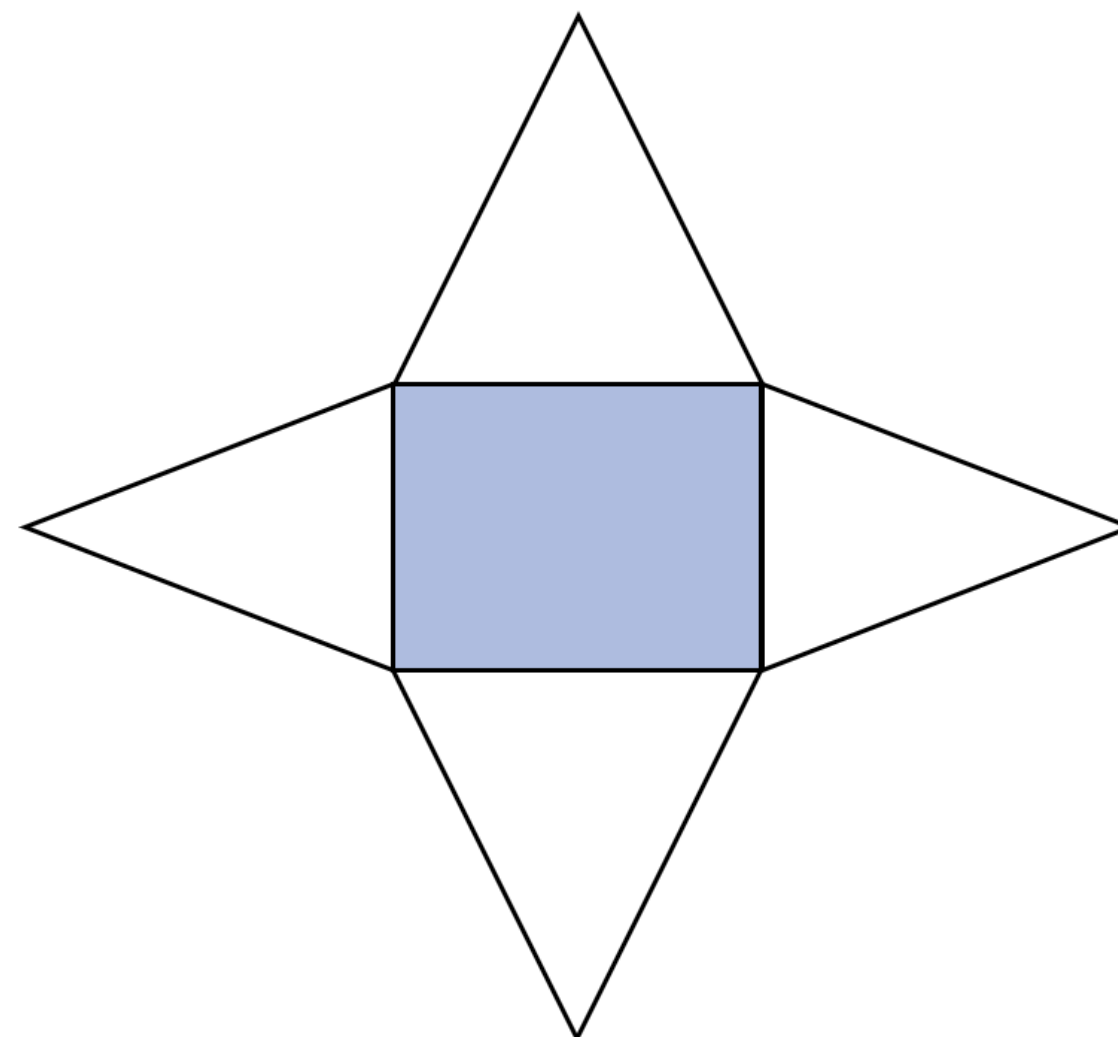
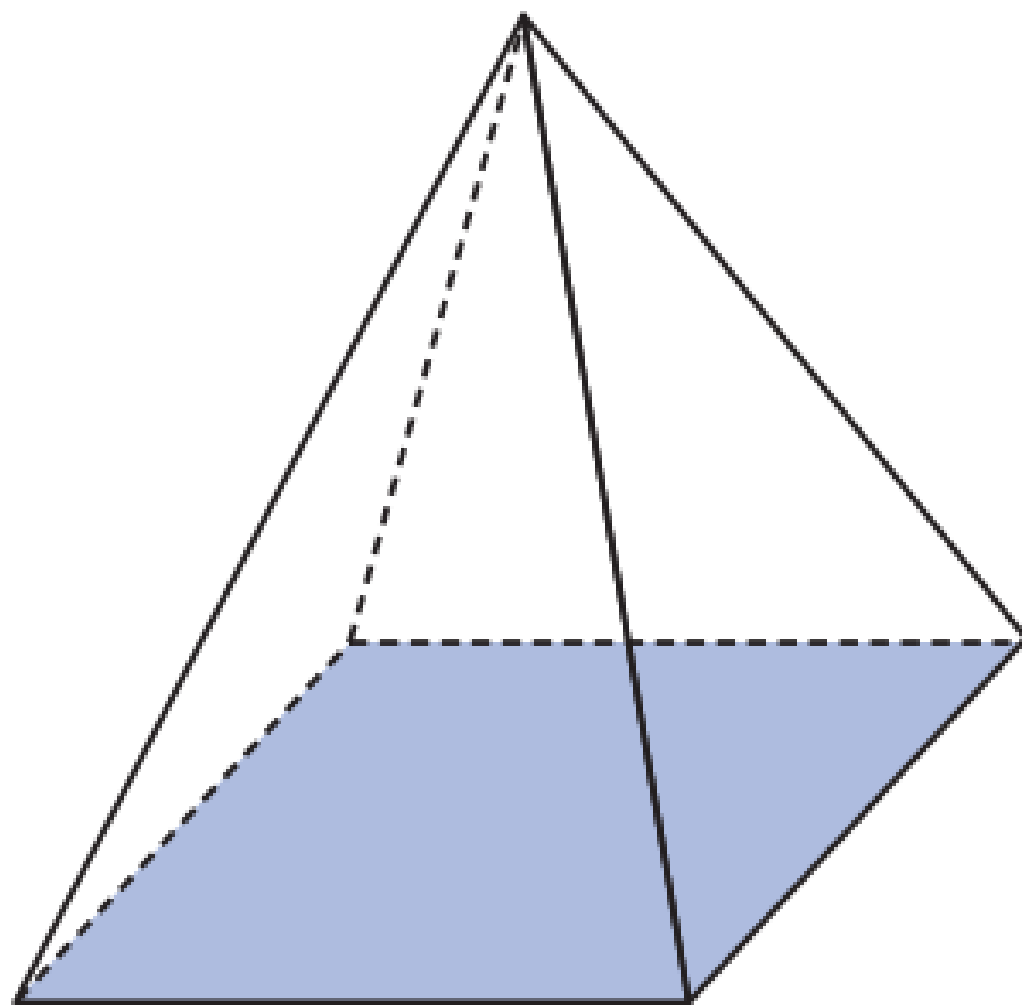




พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดเป็นรูปเรขาคณิตสองมิติชนิดใด

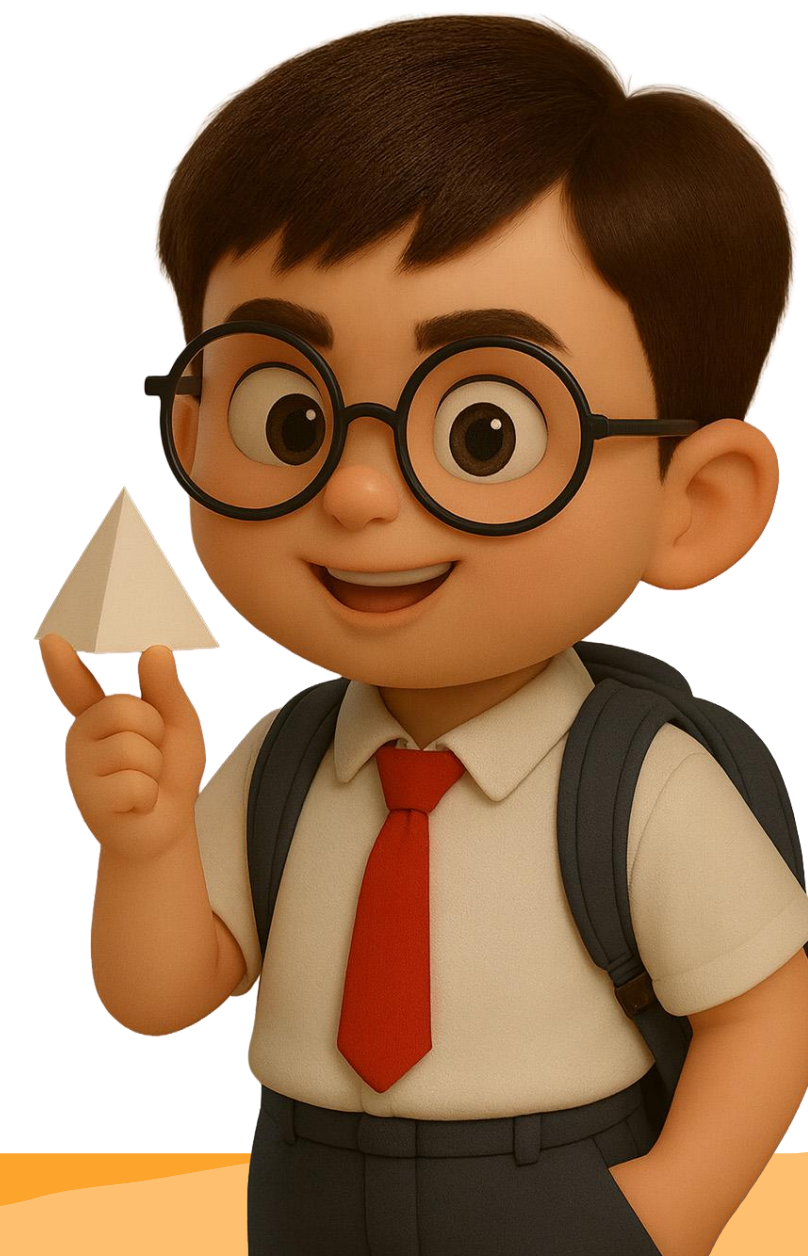
รูปสามเหลี่ยม

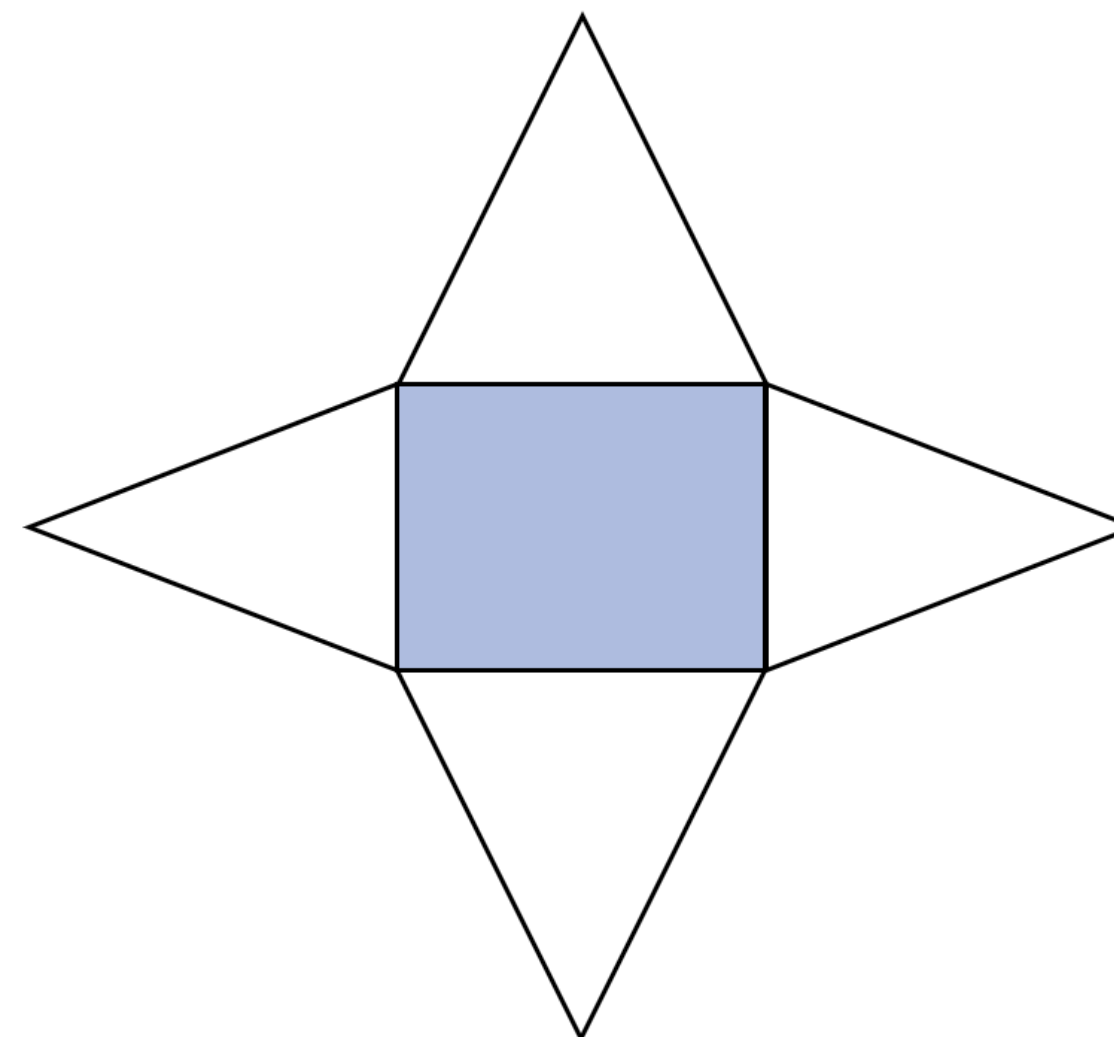
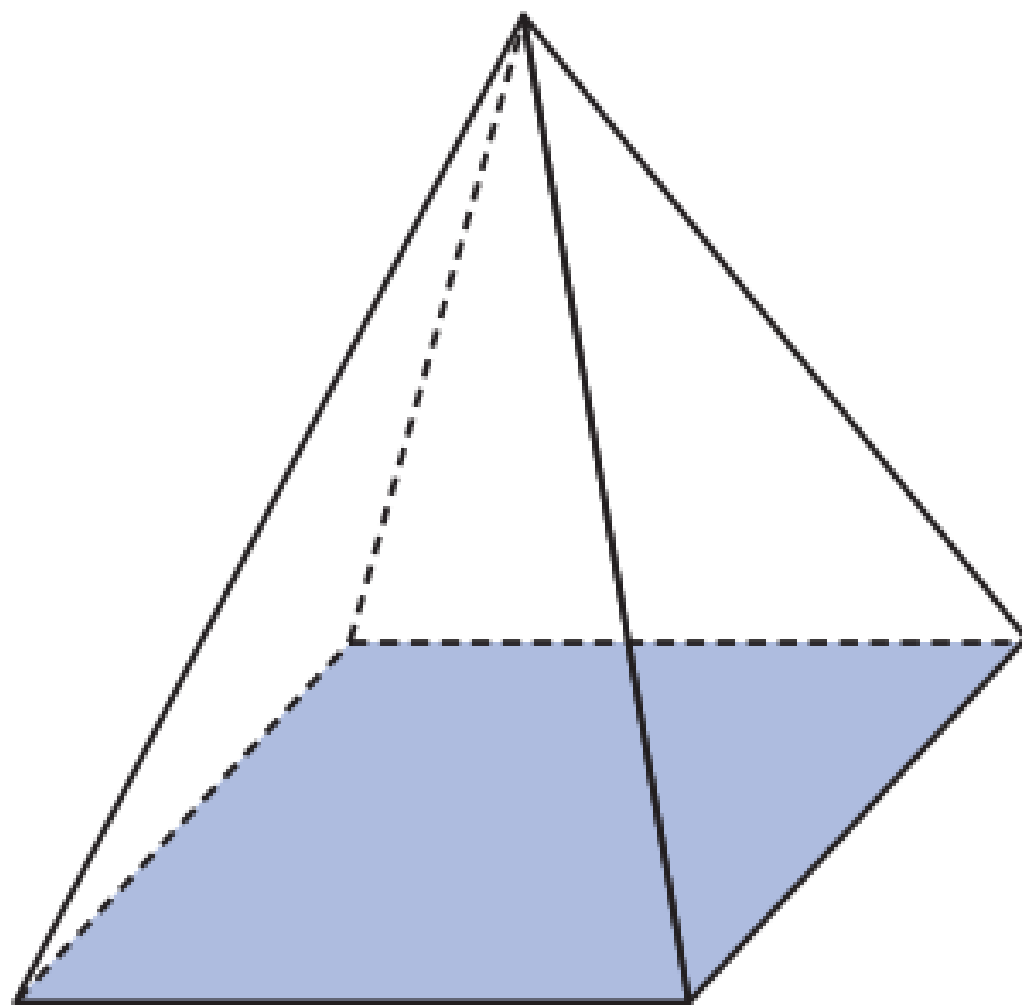




พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมแต่ละรูปหาได้อย่างไร

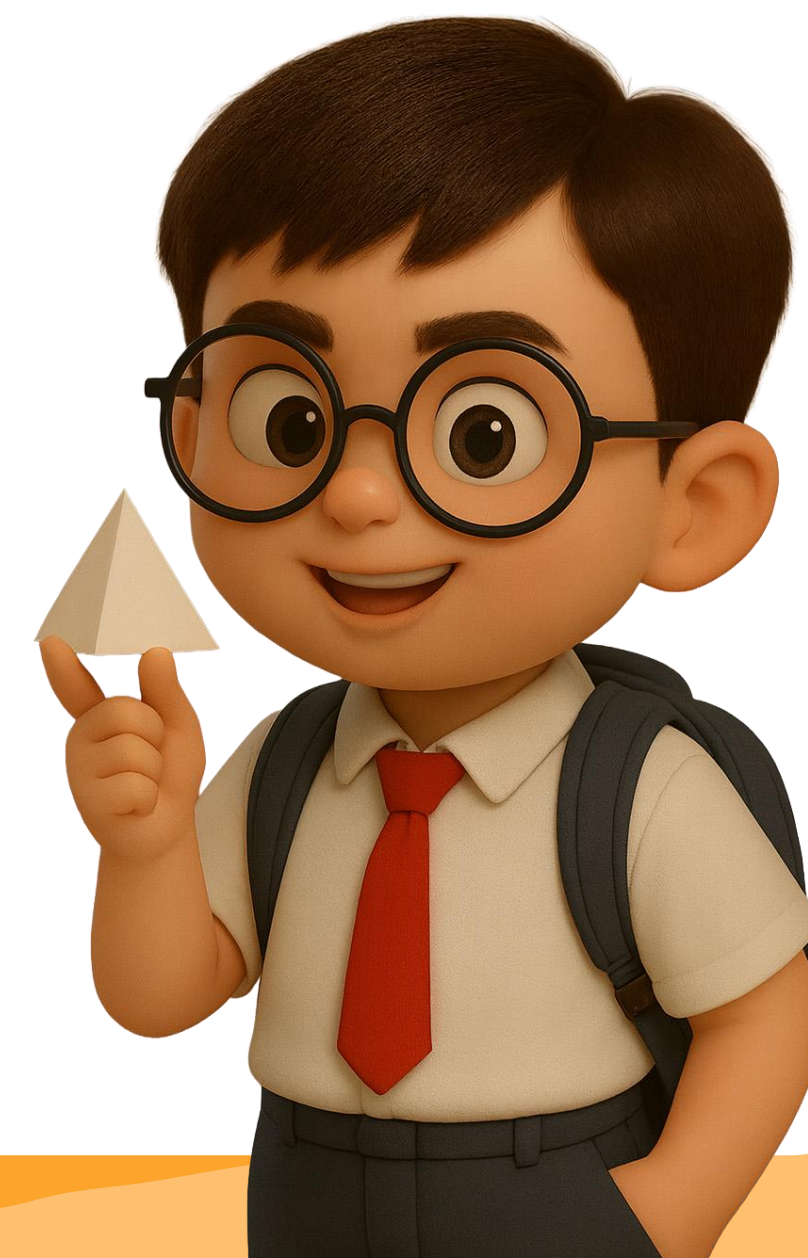
หาได้จากสูตร $\frac{1}{2} \times \text{ความยาวของฐาน} \times \text{ความสูง}$

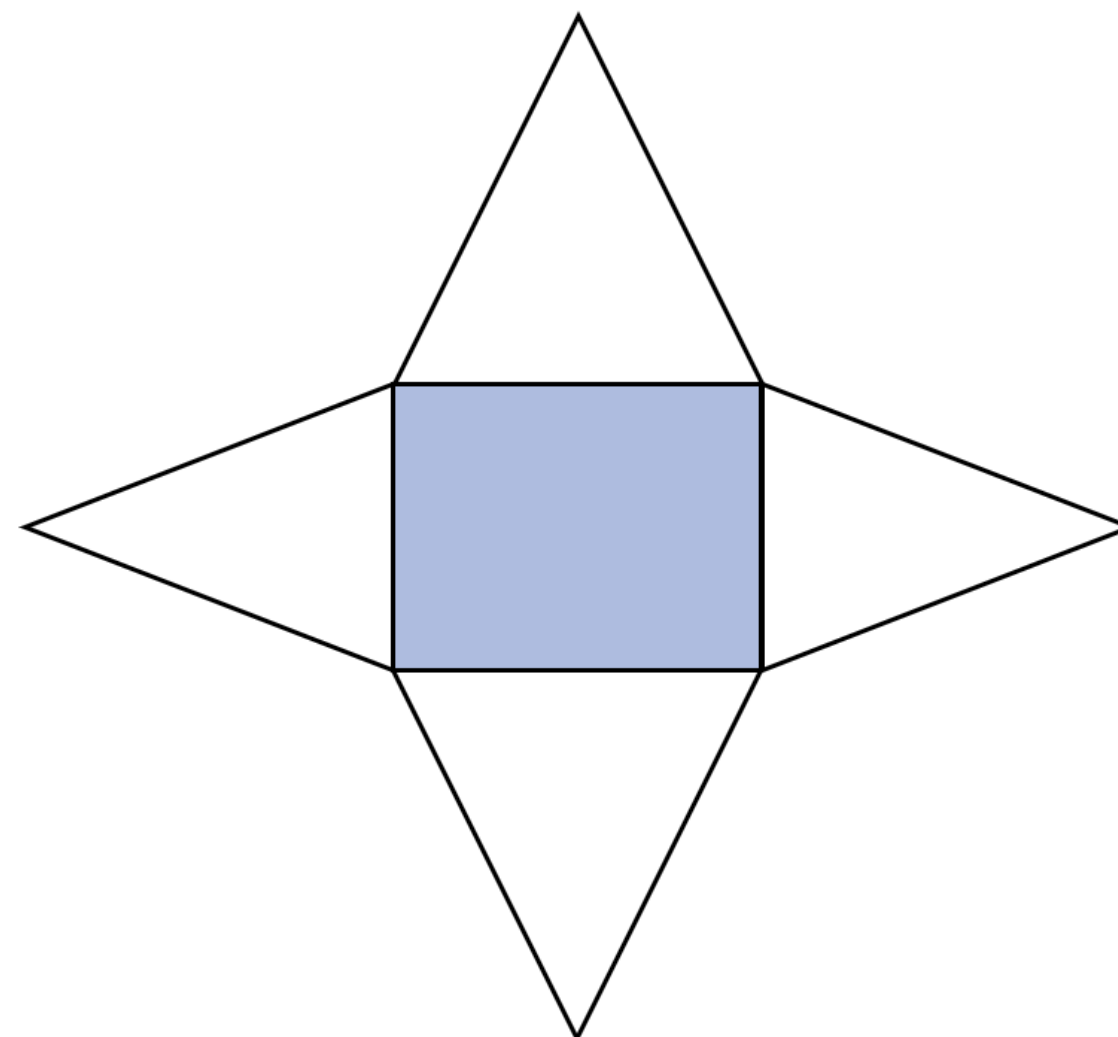
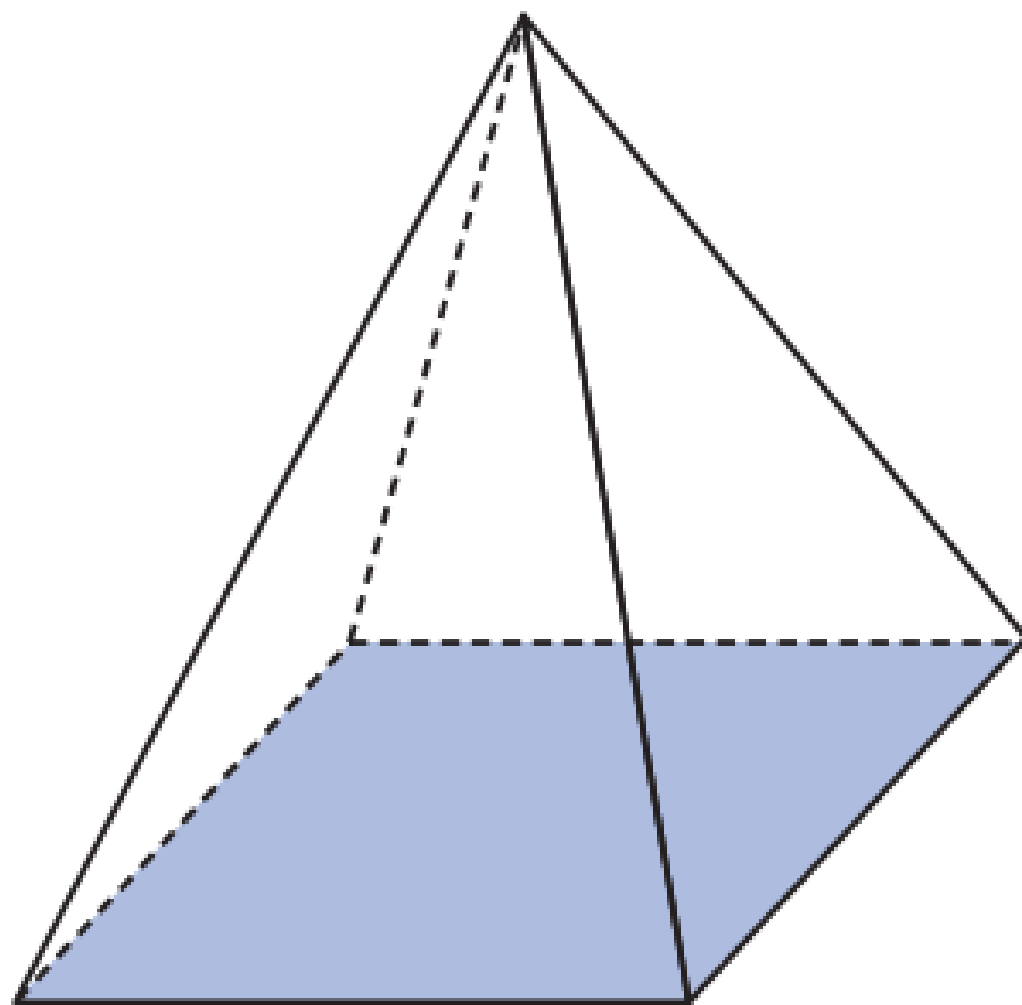




เราจะหาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิดได้อย่างไร

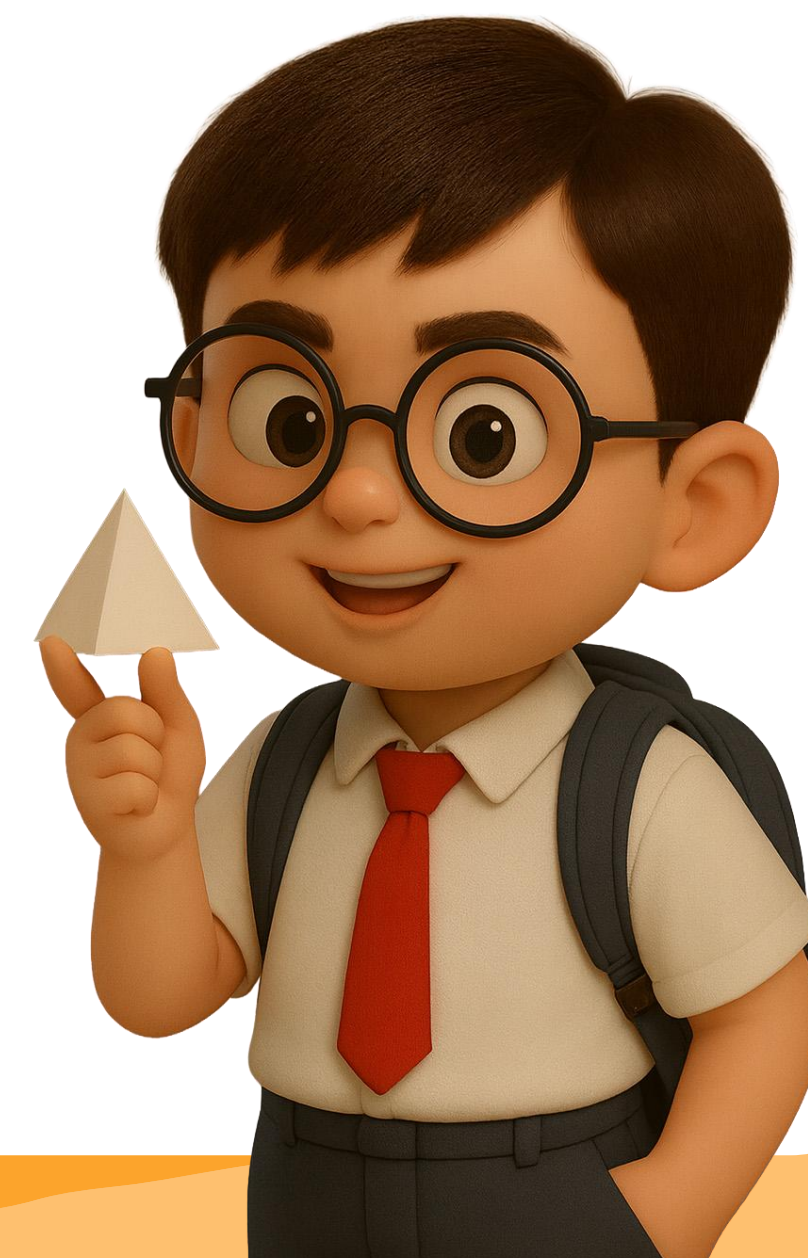
นำพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมแต่ละรูปรวมกัน



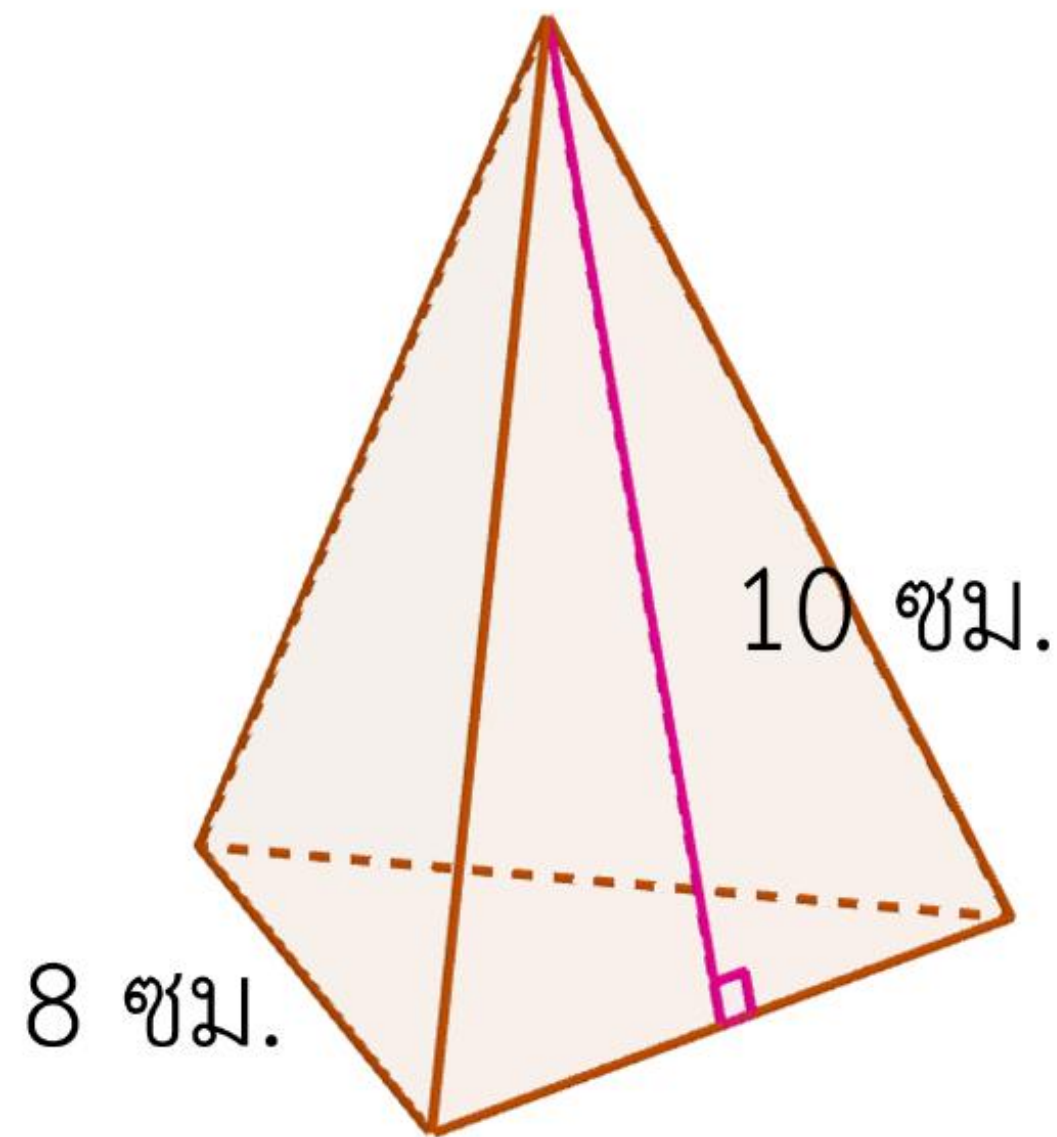


เราจะหาพื้นที่ผิวของพีระมิดได้อย่างไร

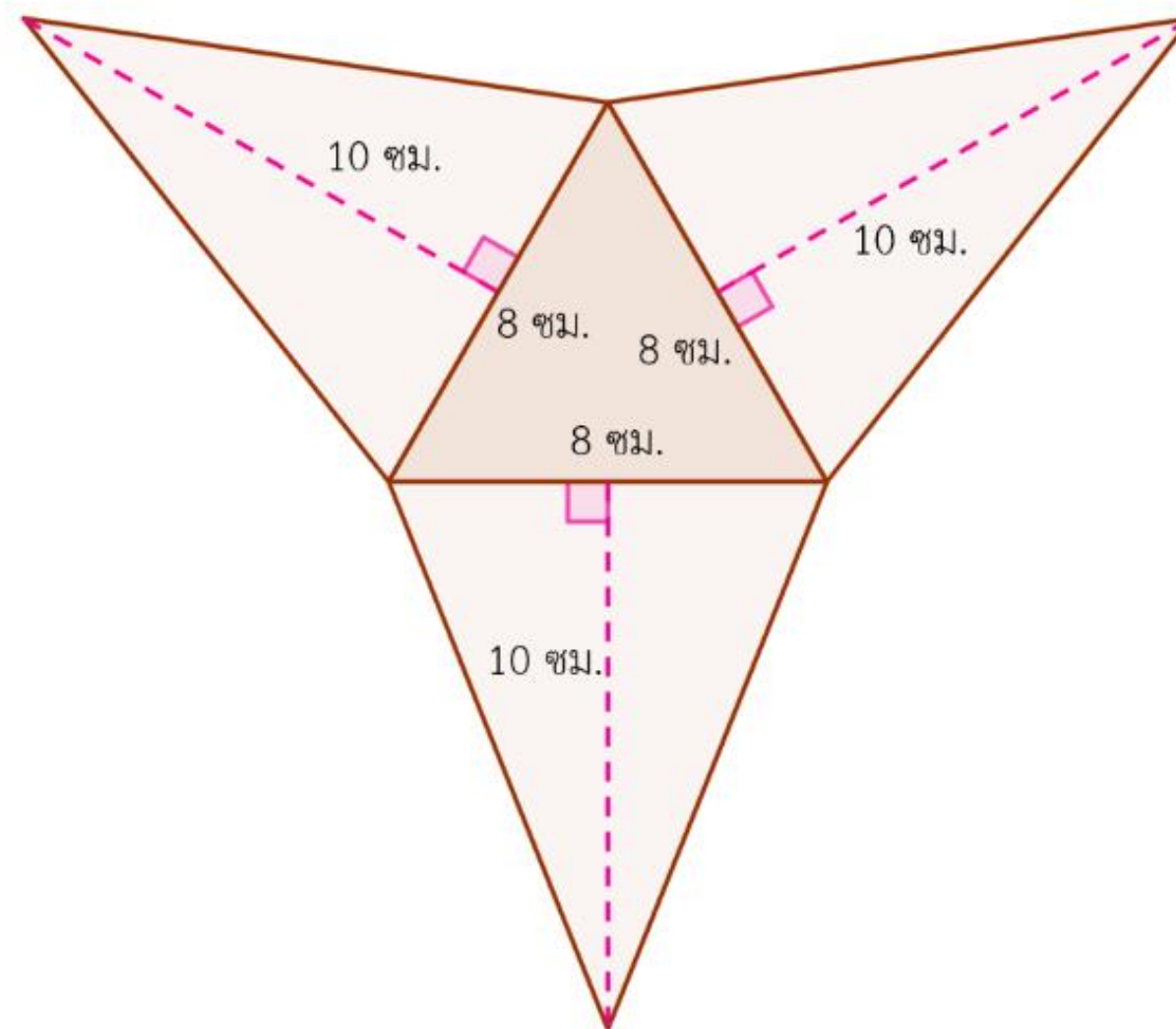
พื้นที่ผิวของพีระมิด = พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด + พื้นที่ฐานของพีระมิด



ตัวอย่างที่ 1 จงหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสามเหลี่ยมด้านเท่าต่อไปนี้
(กำหนดสูตรการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าคือ $\frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{ความยาวของด้าน}^2$)



วิธีทำ เขียนรูปคลี่ของพีระมิดได้ดังนี้



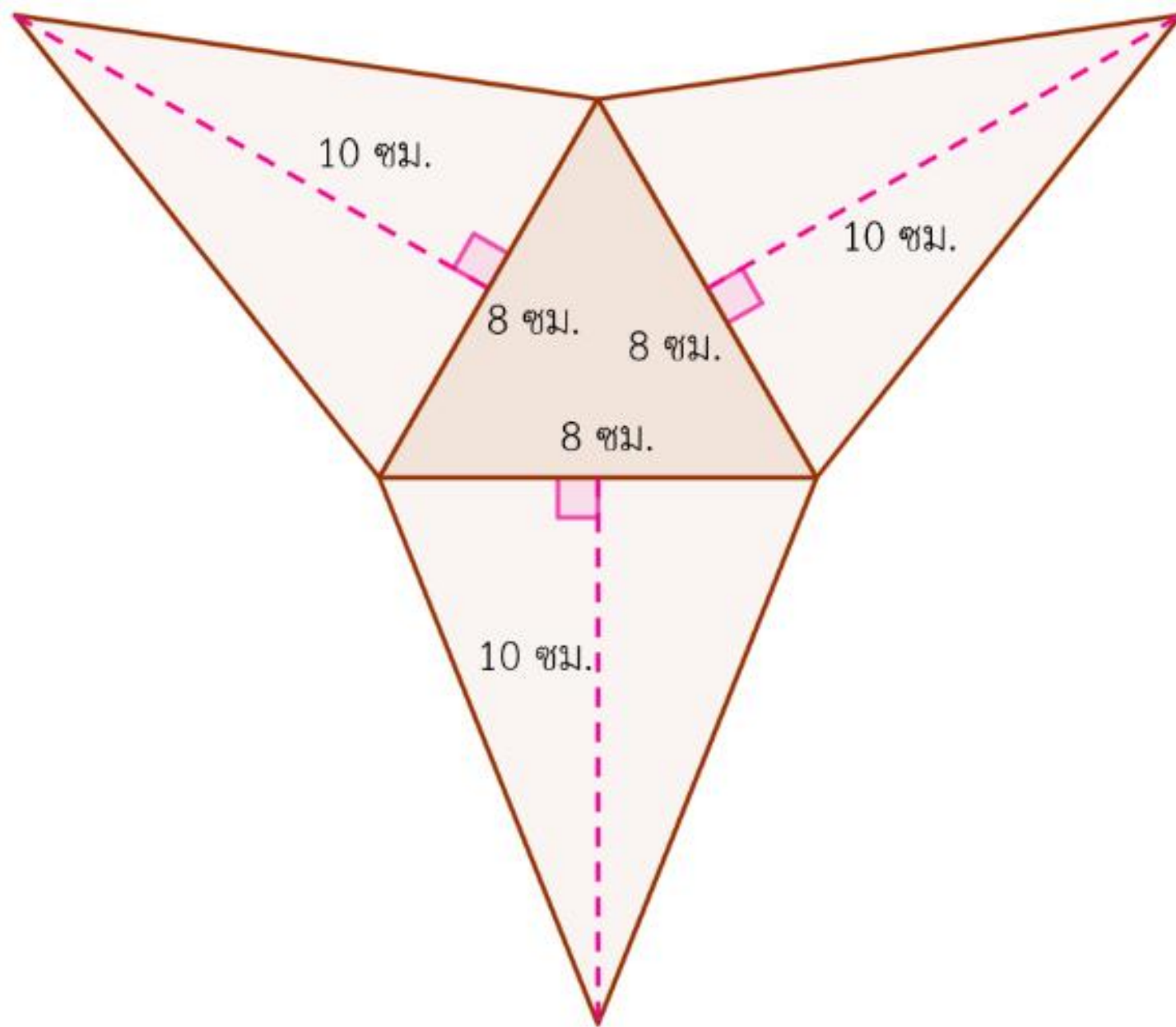
ตัวอย่างที่ 1 จงหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสามเหลี่ยมด้านเท่าต่อไปนี้

จาก พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดนี้

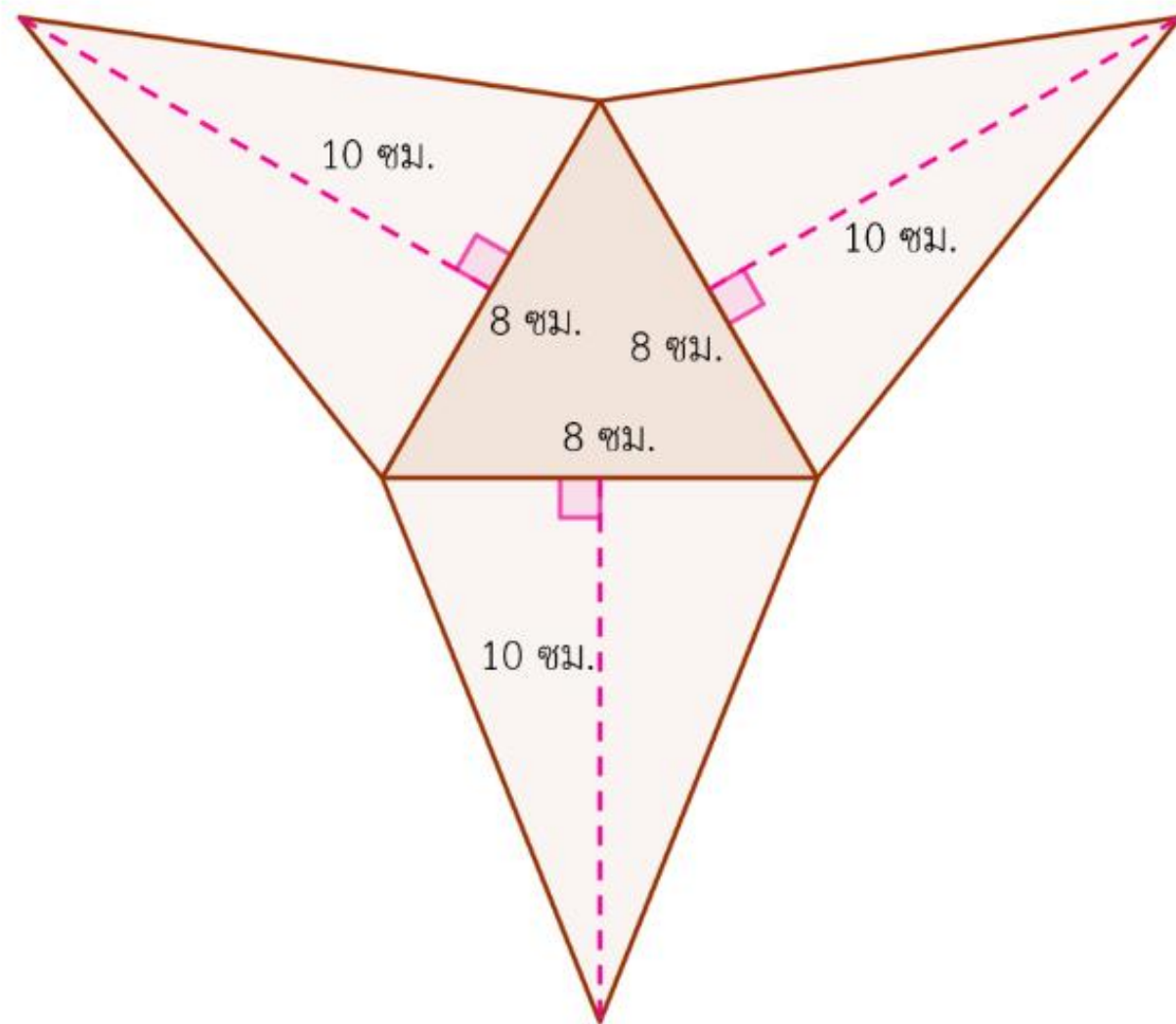
$$= 3 \times \left(\frac{1}{2} \times \text{ความยาวของฐาน} \times \text{ความสูง} \right)$$

$$= 3 \times \left(\frac{1}{2} \times 8 \times 10 \right)$$

$$= 120 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$



ตัวอย่างที่ 1 จงหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสามเหลี่ยมด้านเท่าต่อไปนี้
(กำหนดสูตรการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านคือ $\frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{ความยาวของด้าน}^2$)



จาก พื้นที่ฐานของพีระมิดนี้

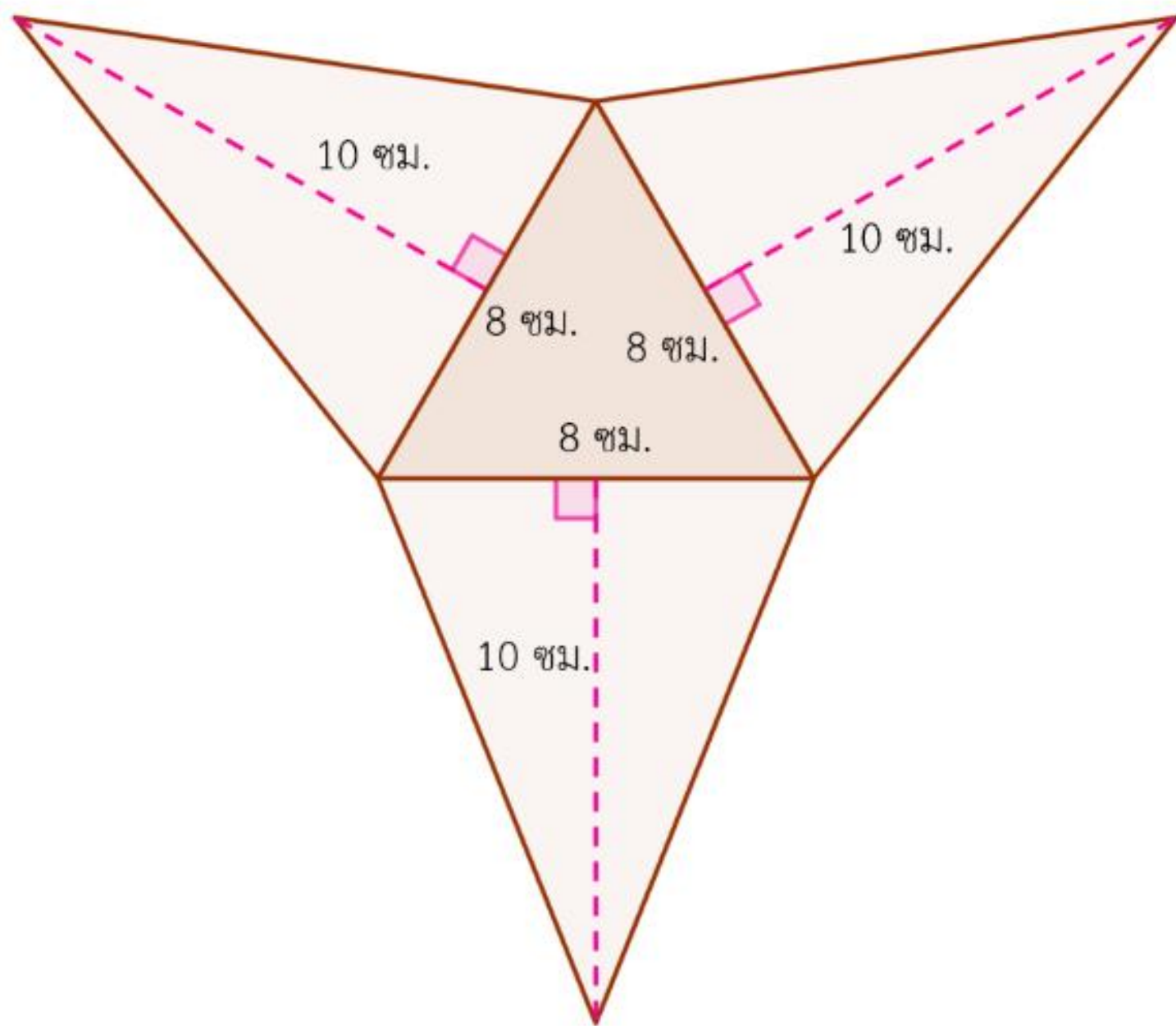
$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{ความยาวของด้าน}^2$$
$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 8^2$$
$$= 16\sqrt{3} \quad \text{ตารางเซนติเมตร}$$

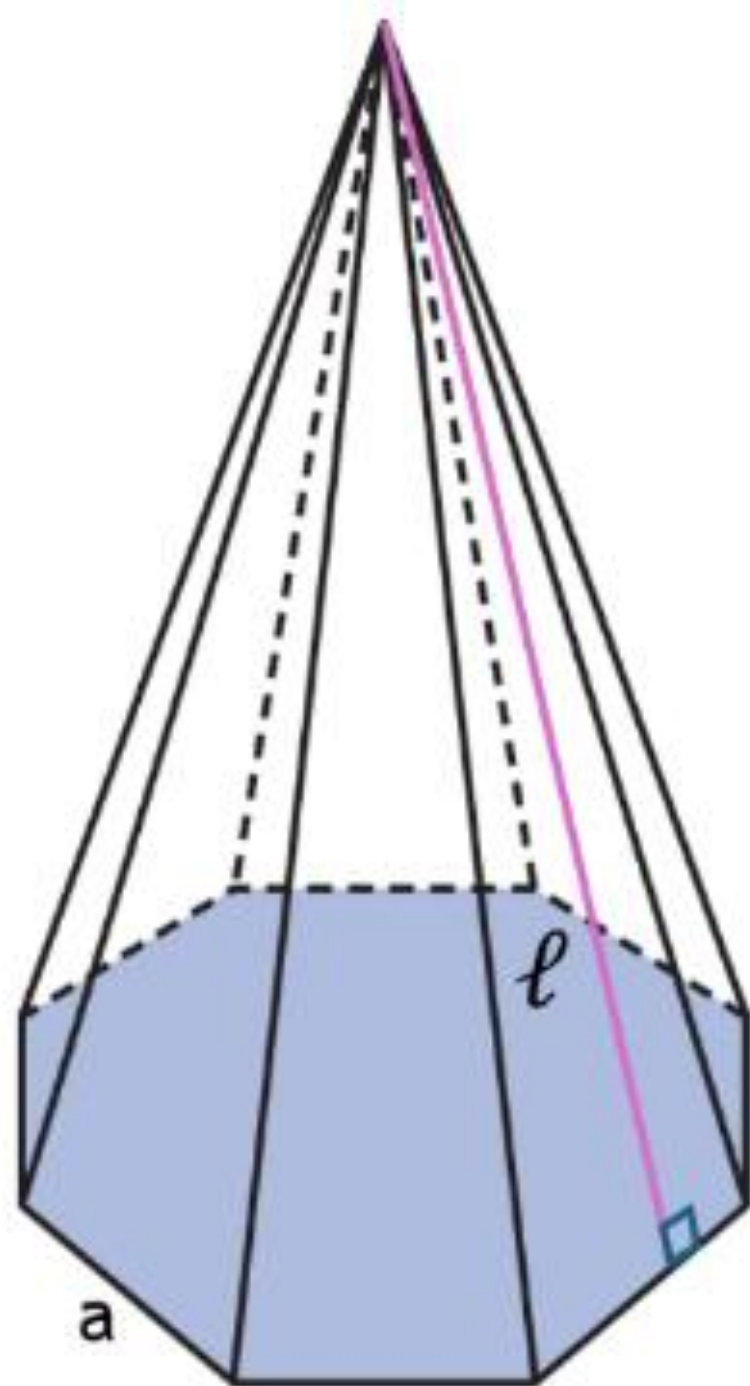


ตัวอย่างที่ 1 จงหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสามเหลี่ยมด้านเท่าต่อไปนี้

ดังนั้น พีระมิดนี้มีพื้นที่เท่ากับ

$$120 + 16\sqrt{3} \text{ ตารางเซนติเมตร}$$





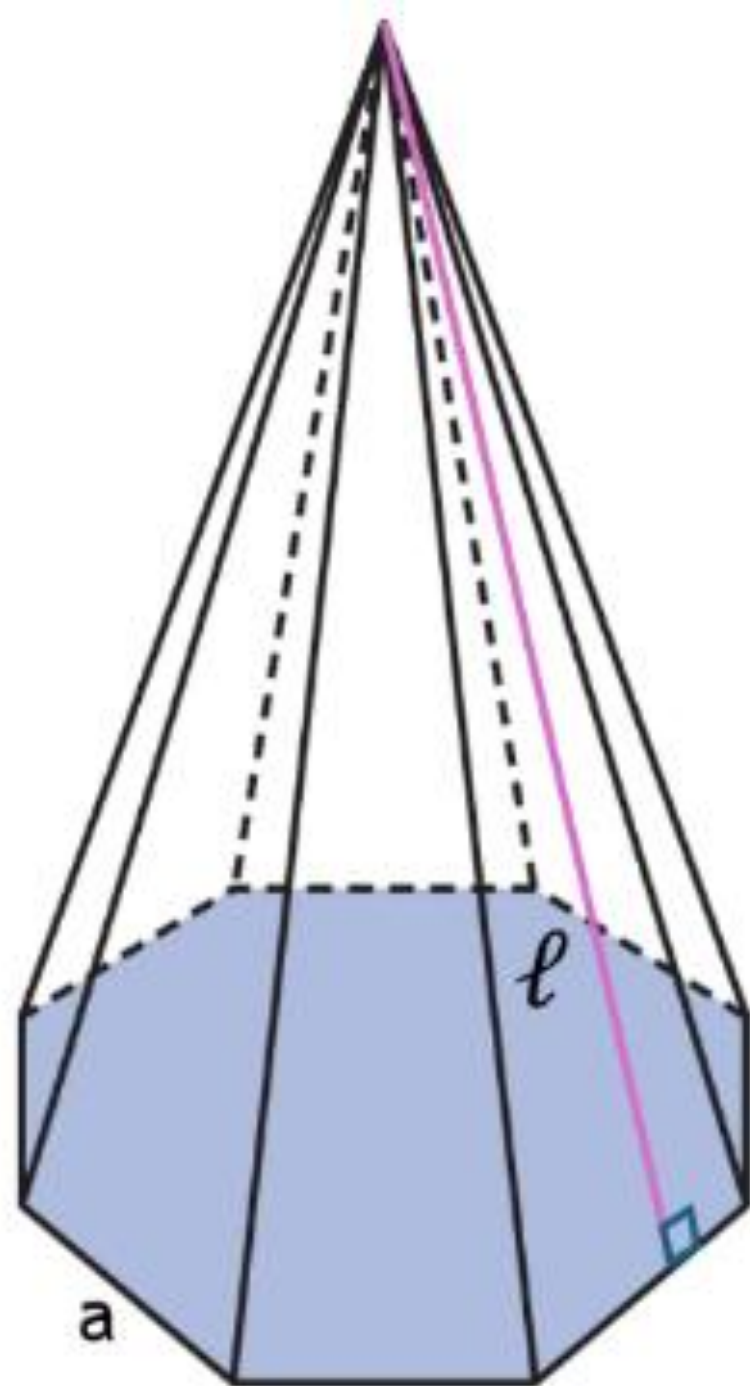
ภาพ ก

พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดปกติ

ที่มีส่วนสูงเอียงยาวเท่ากัน

ทุกเส้น





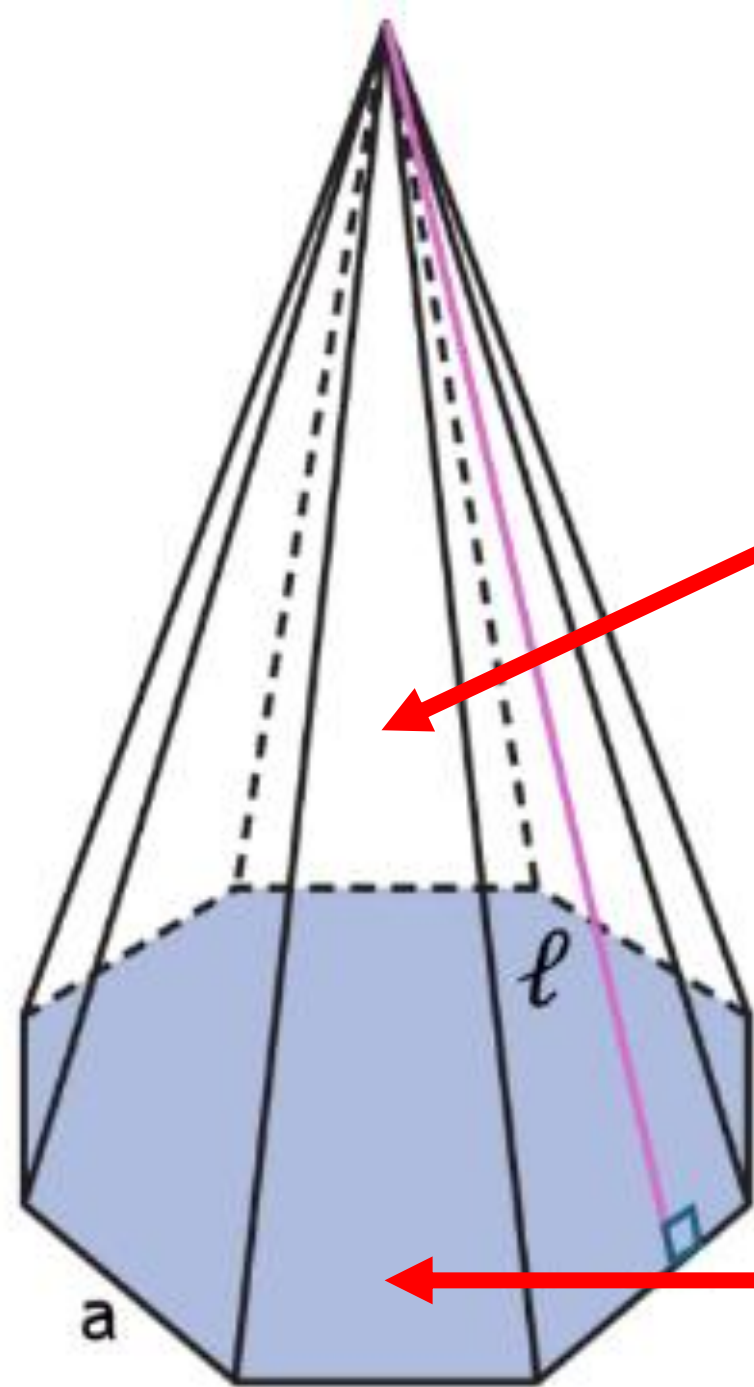
บัตรภาพ ก

พีระมิดฐานแปดเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า



พีระมิดฐานแปดเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า
มีฐานยาวด้านละ a หน่วย และ
ส่วนสูงเอียงยาว l หน่วย





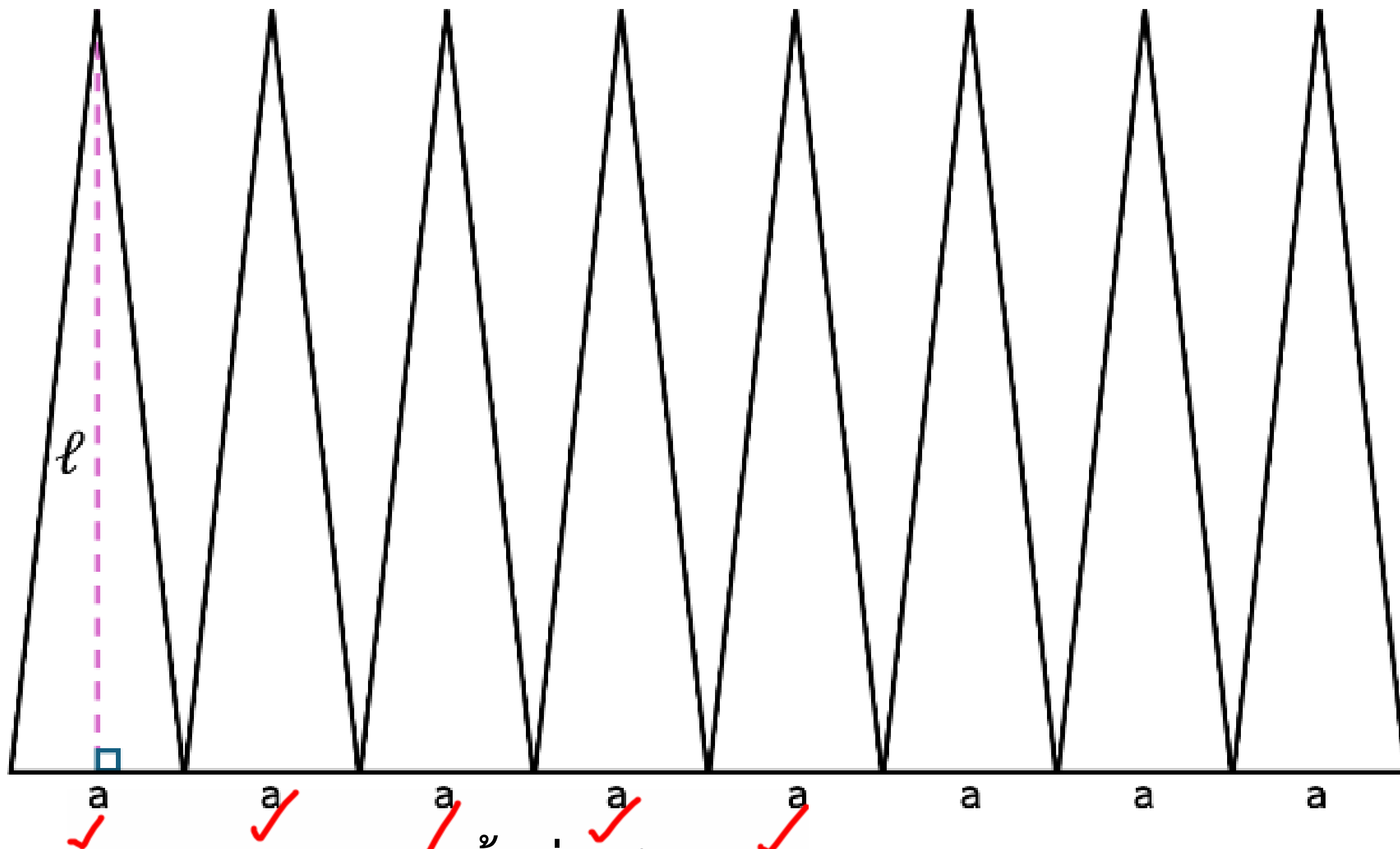
พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด

พื้นที่ฐาน

บัตรภาพ ก

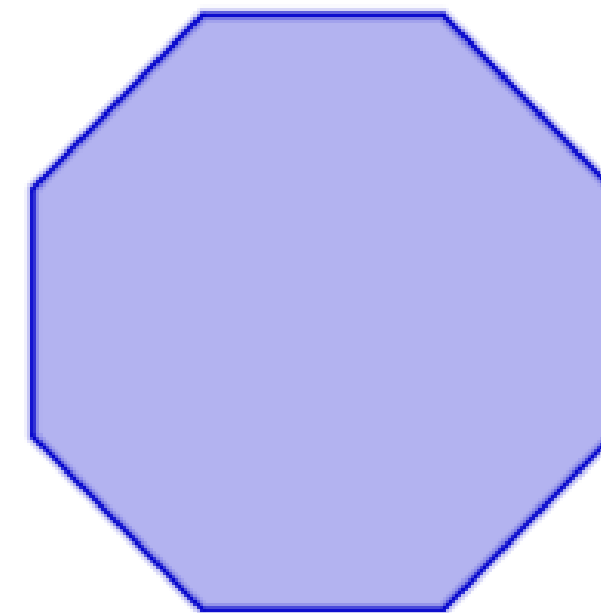


บัตรภาพ ข



พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด

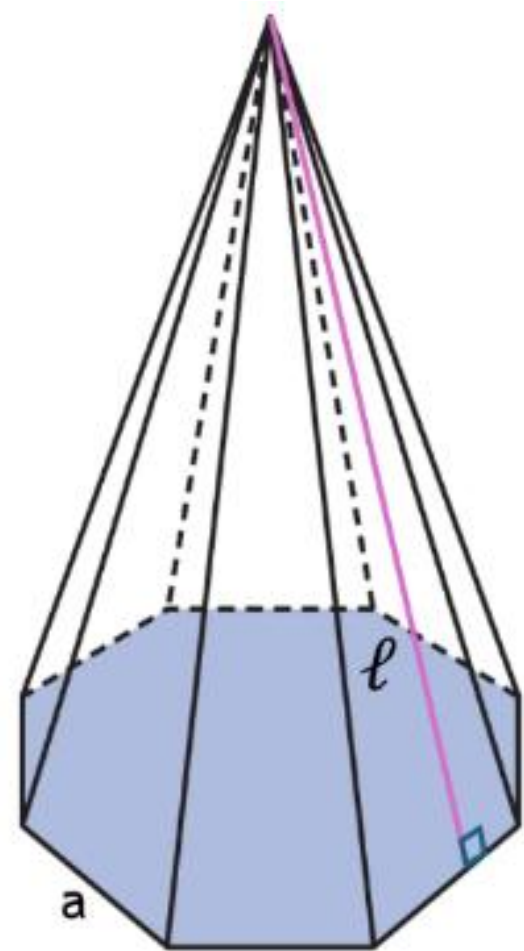
บัตรภาพ ค



พื้นที่ฐาน



ภาพที่ ๑

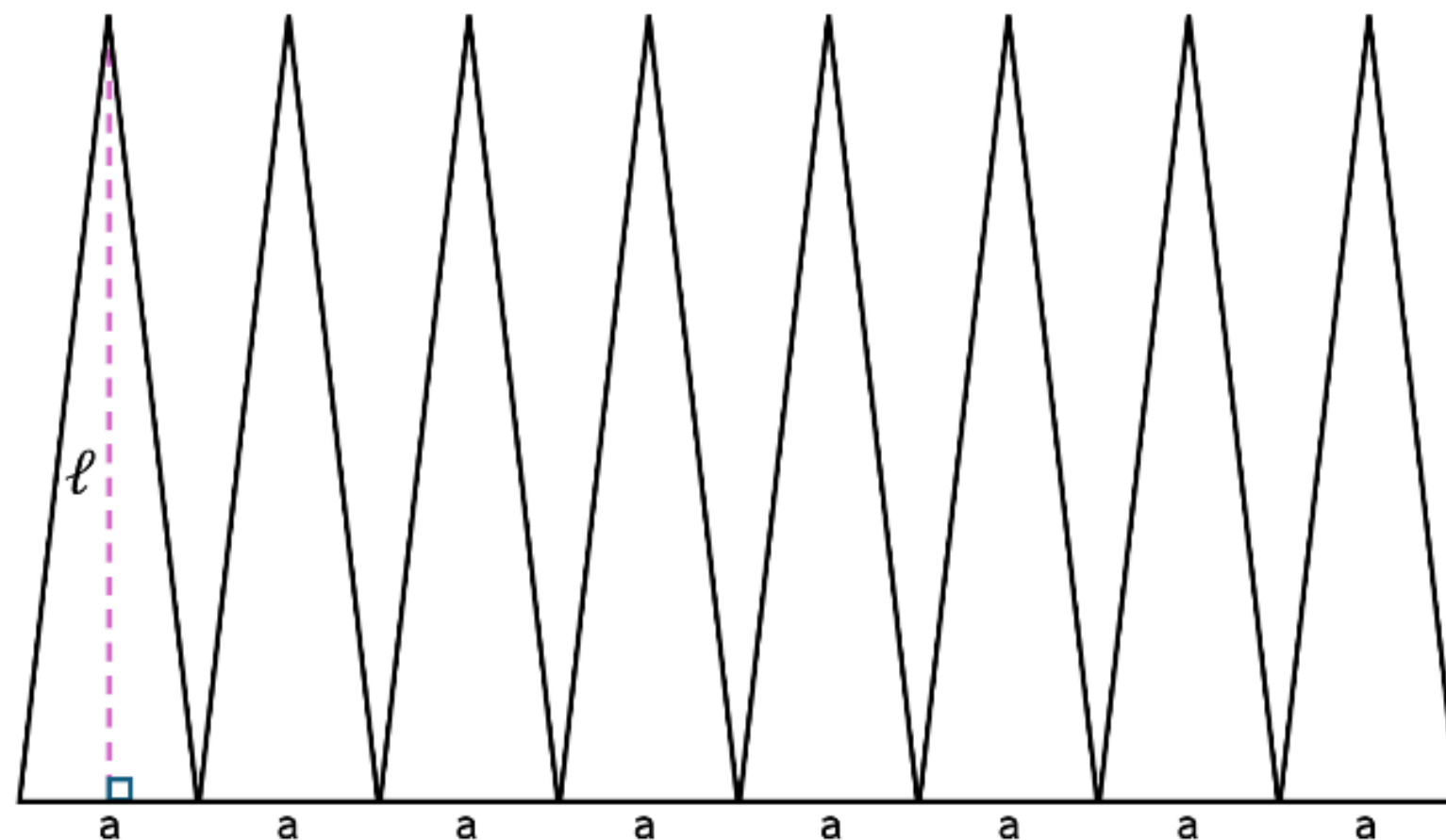


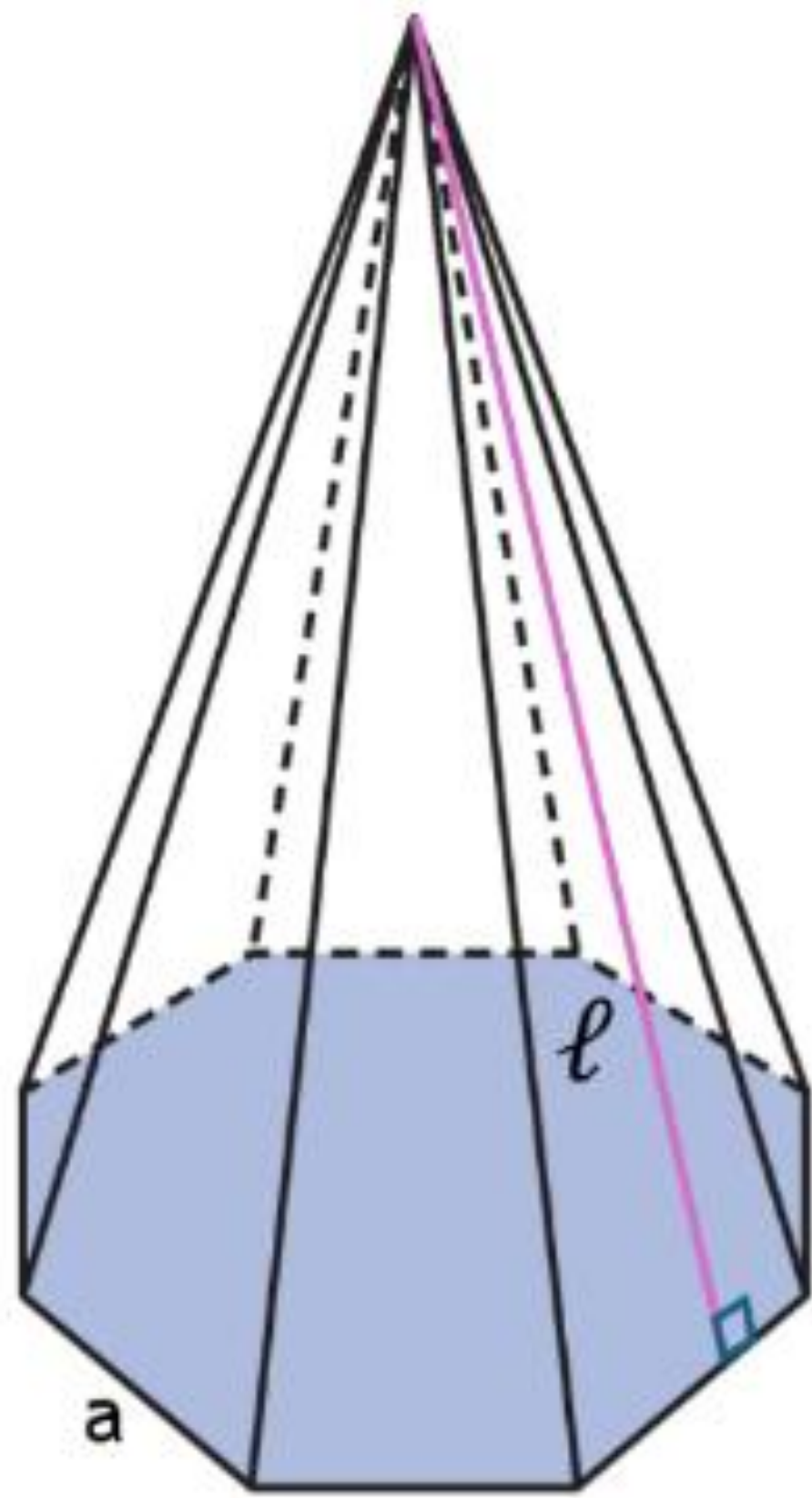
พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด

$$= 8 \times \left(\frac{1}{2} \times a \times l \right)$$

$$= \frac{1}{2} \times 8a \times l \quad (8a \text{ เป็นความยาวรอบรูปของฐานของพีระมิด})$$

ภาพที่ ๒





สำหรับพีระมิดฐานหลายเหลี่ยม
ด้านเท่ามุมเท่าใด ๆ หรือพีระมิดปกติ



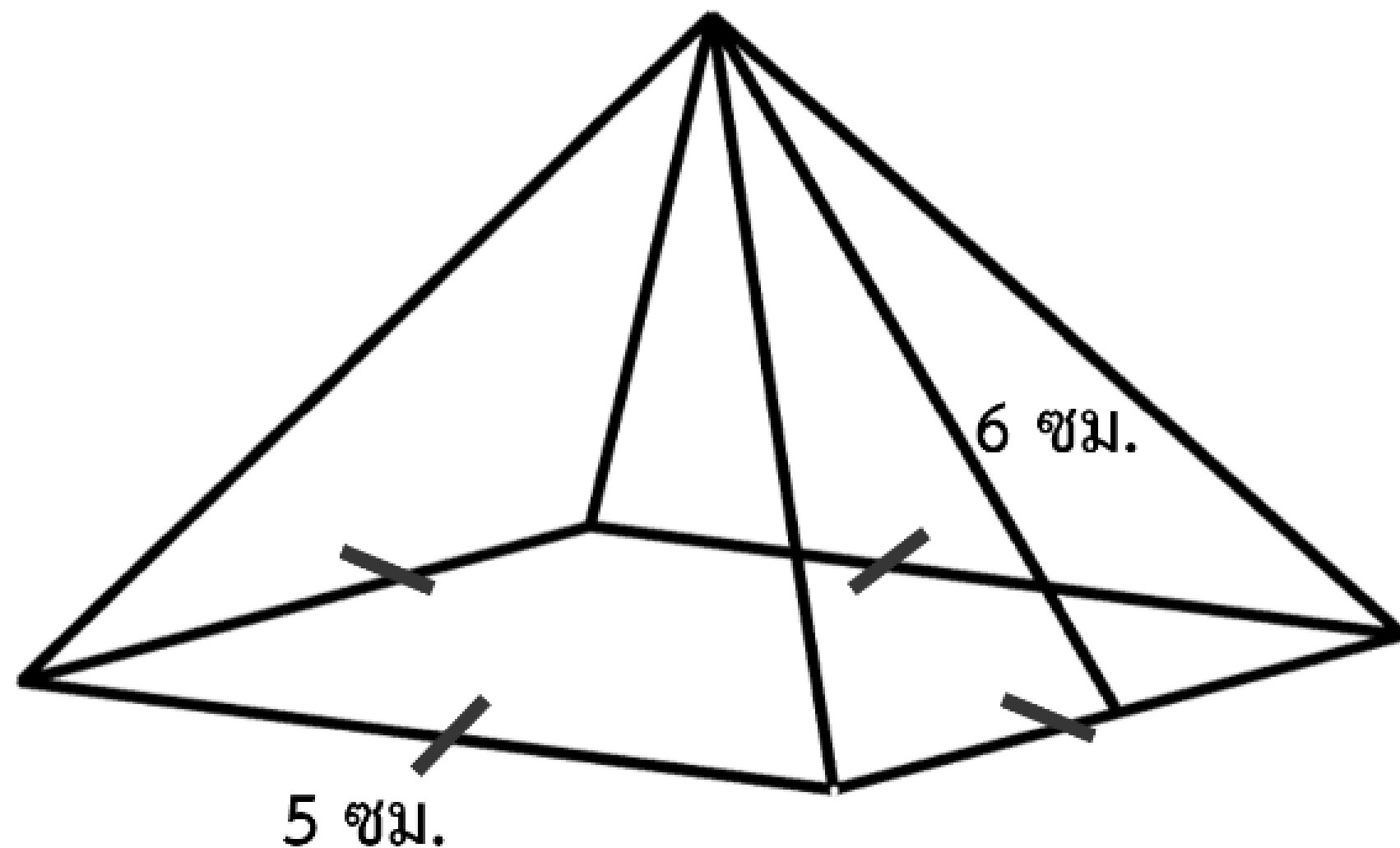
พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดปกติ

$$= \frac{1}{2} \times \text{ความยาวรอบรูปของฐาน} \times \text{ส่วนสูงเอียง}$$



ตัวอย่างที่ 2 จงหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสต่อไปนี้

วิธีทำ พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดนี้



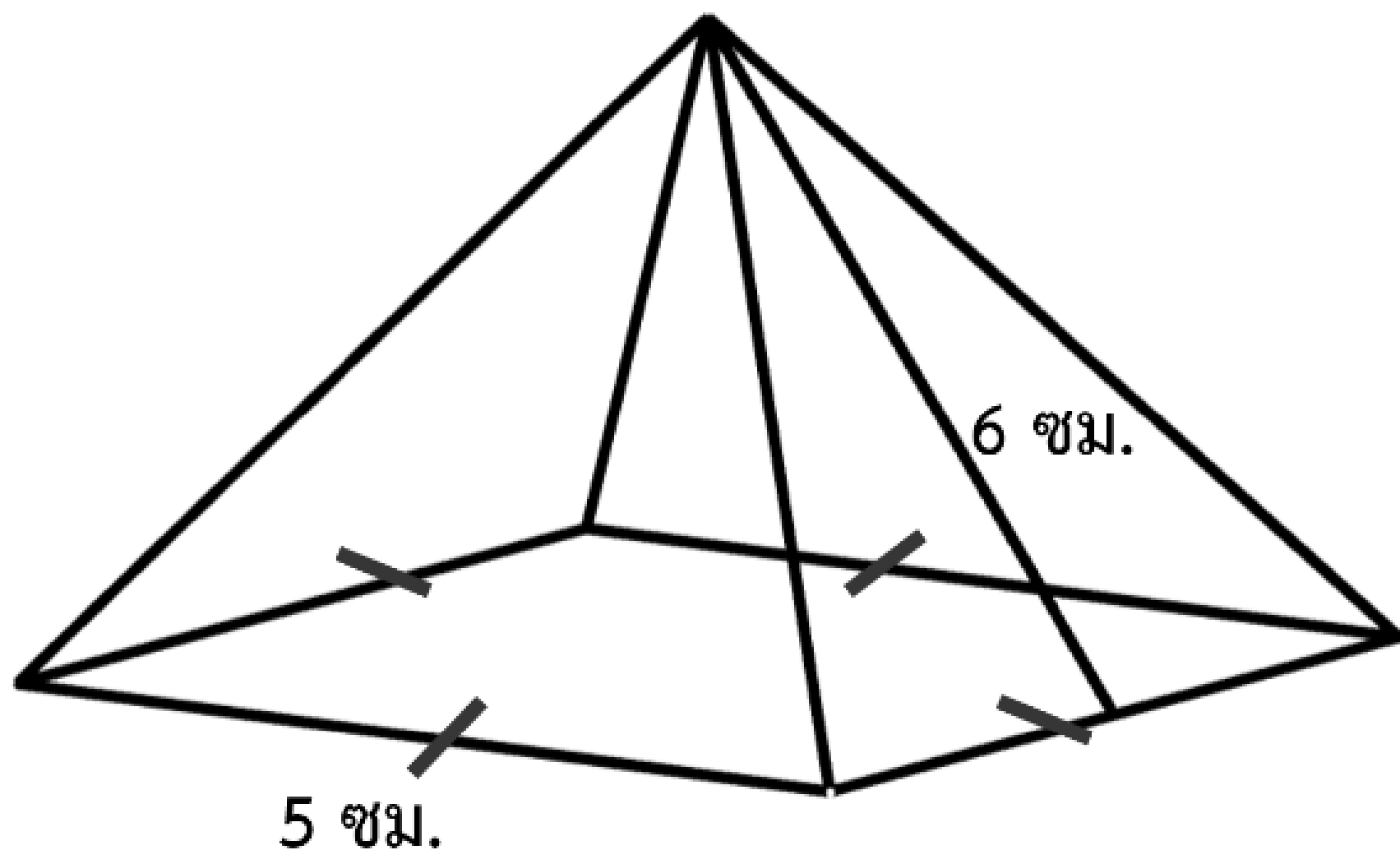
$$= \frac{1}{2} \times \text{ความยาวรอบรูปของฐาน} \times \text{ส่วนสูงเอียง}$$

$$= \frac{1}{2} \times (4 \times 5) \times 6$$

$$= 60 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$



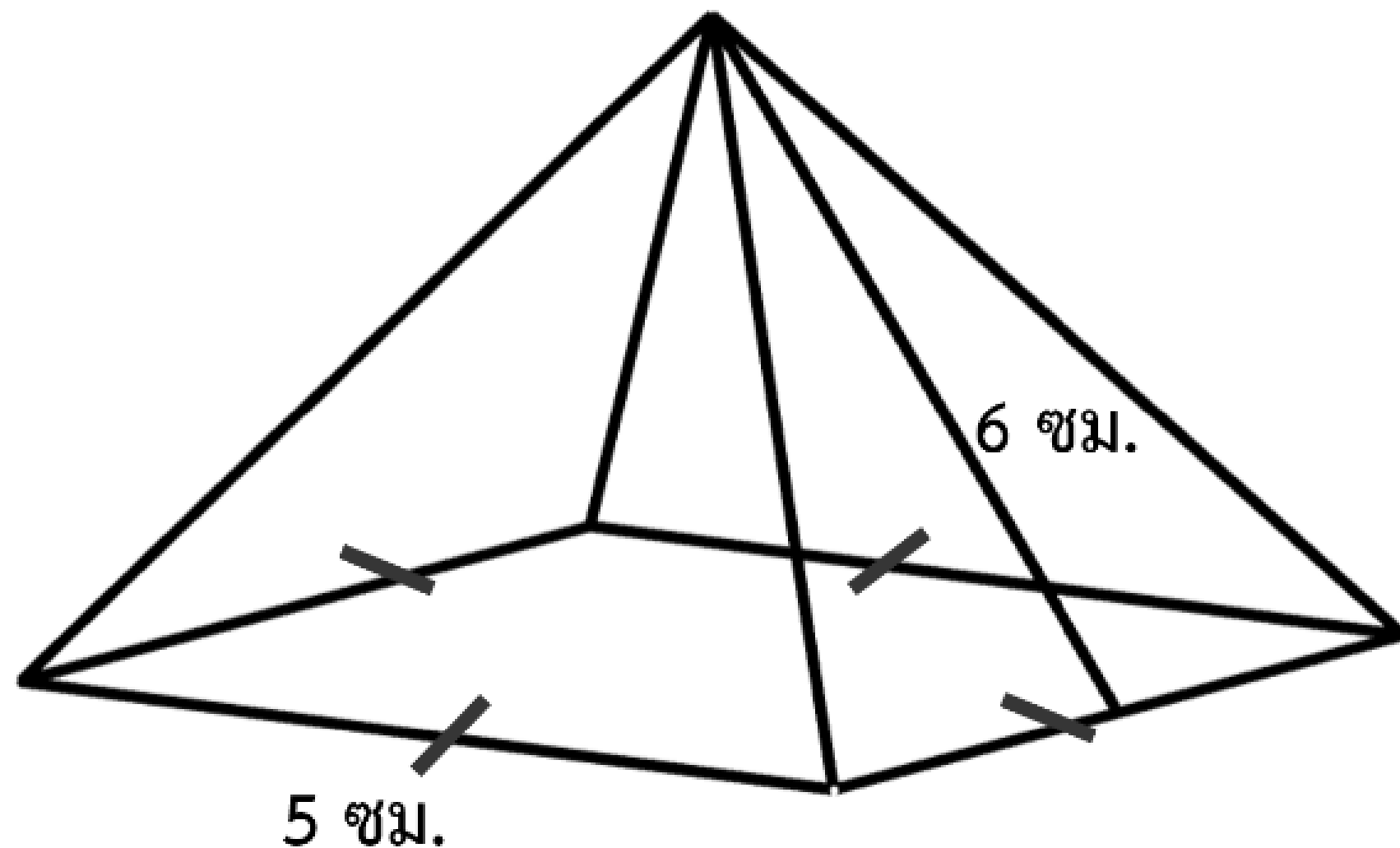
ตัวอย่างที่ 2 จงหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสต่อไปนี้



วิธีทำ พื้นที่ฐานของพีระมิดนี้
= ความยาวของด้าน²
= 5^2
= 25 ตารางเซนติเมตร



ตัวอย่างที่ 2 จงหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสต่อไปนี้



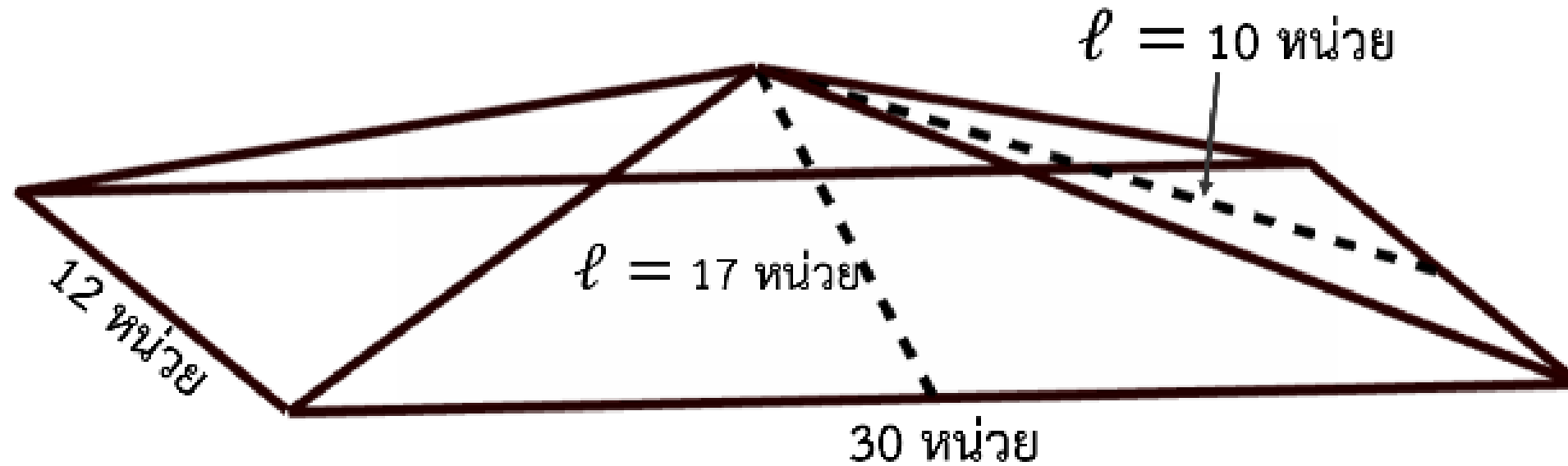
ดังนั้น พื้นที่ผิวของพีระมิดนี้

$$= 60 + 25$$

$$= 85 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$



ตัวอย่างที่ 3 จงหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้าต่อไปนี้



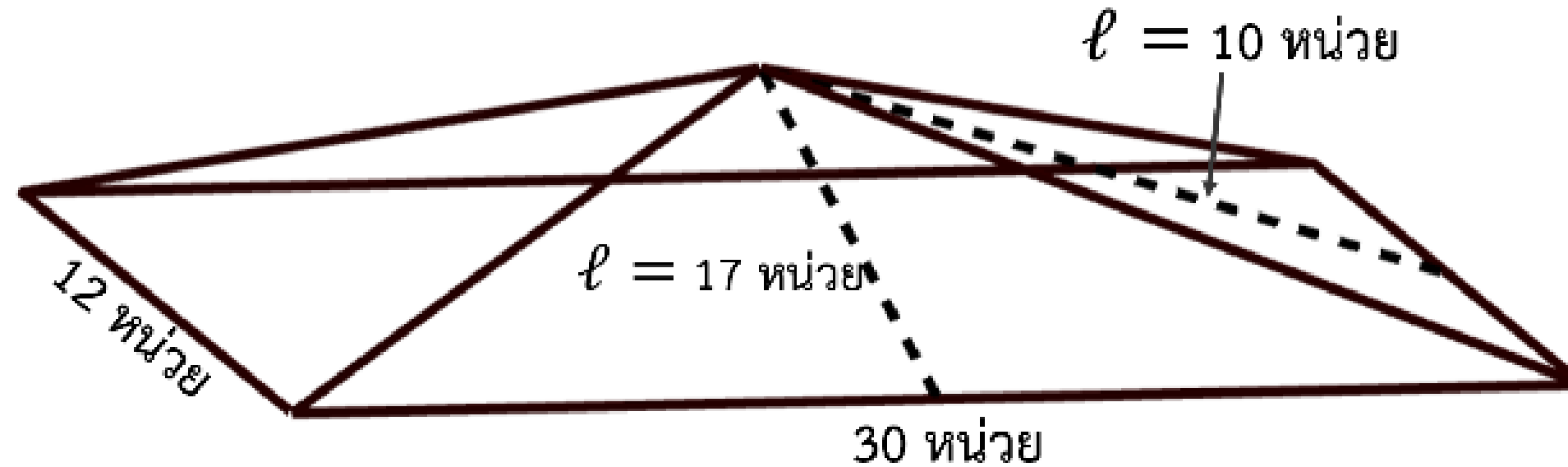
วิธีทำ พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดด้านหน้าและด้านหลัง

$$= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times \text{ความยาวของฐาน} \times \text{ความสูง} \right)$$

$$= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 30 \times 17 \right)$$



ตัวอย่างที่ 3 จงหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้าต่อไปนี้



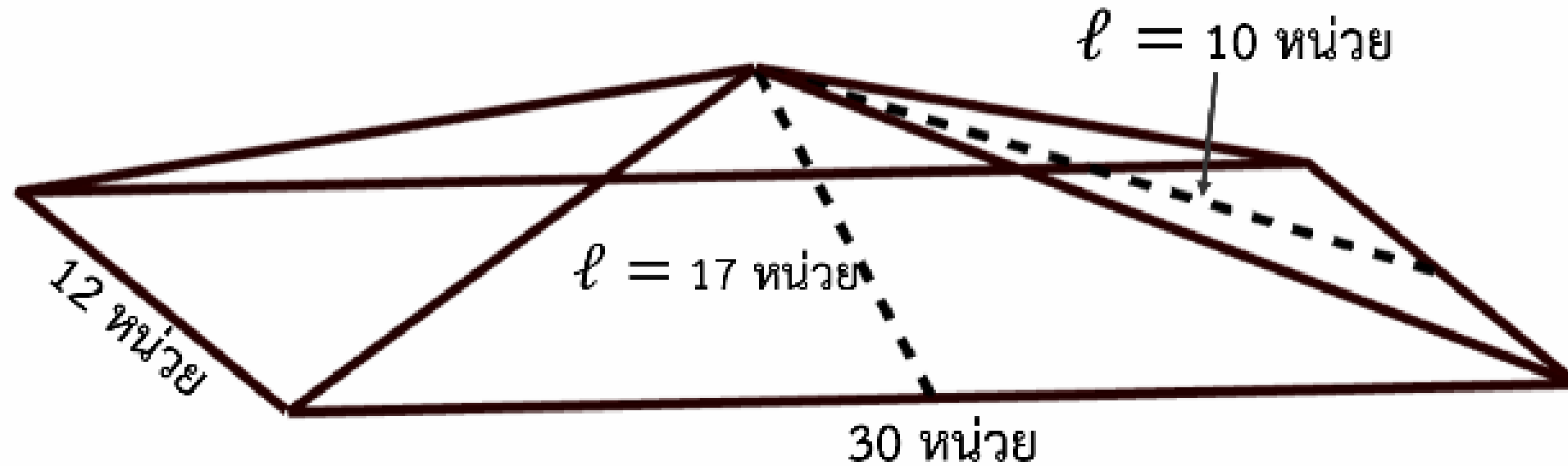
วิธีทำ พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดด้านหน้าและด้านหลัง

$$= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 30 \times 17 \right)$$

$$= 510 \text{ ตารางหน่วย}$$



ตัวอย่างที่ 3 จงหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้าต่อไปนี้



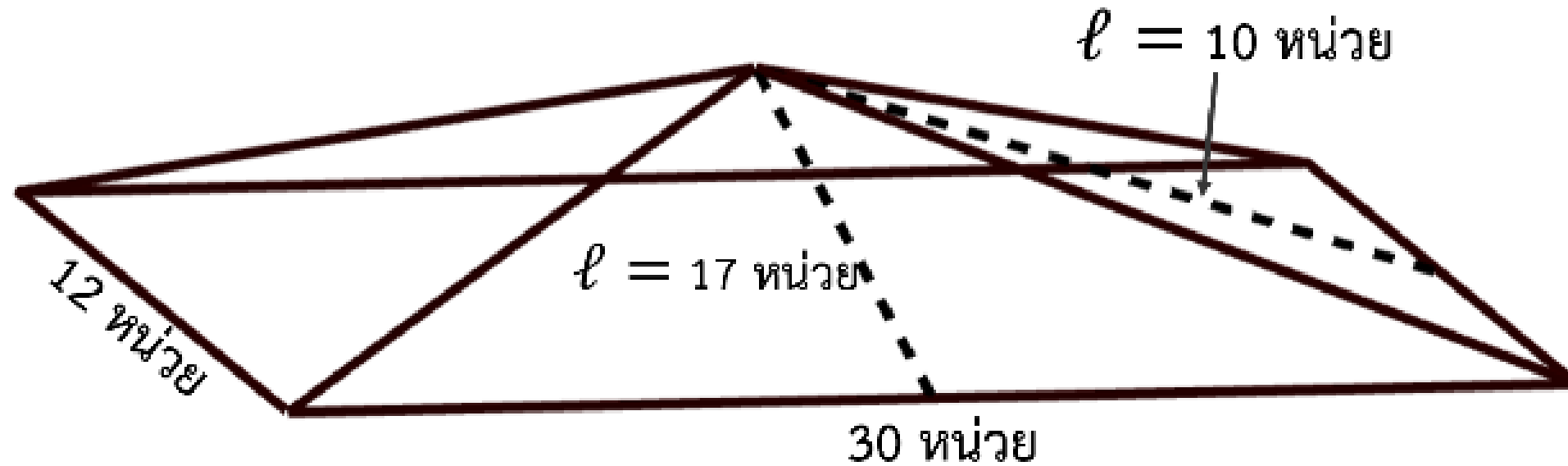
วิธีทำ พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดด้านซ้ายและด้านขวา

$$= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times \text{ความยาวของฐาน} \times \text{ความสูง} \right)$$

$$= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 10 \right)$$



ตัวอย่างที่ 3 จงหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้าต่อไปนี้



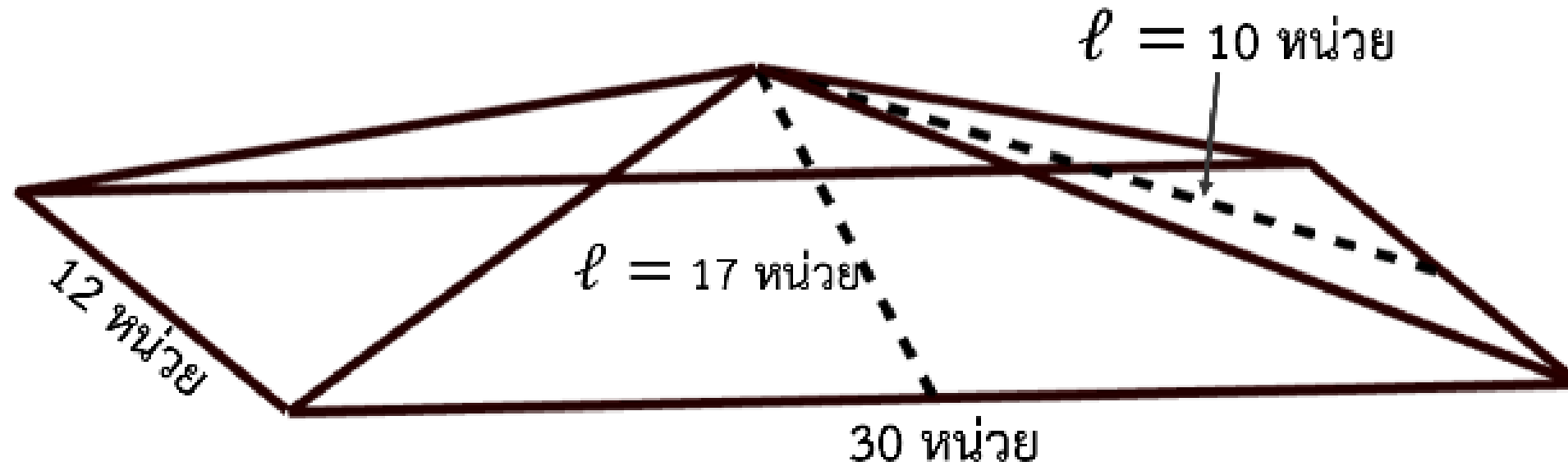
วิธีทำ พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดด้านซ้ายและด้านขวา

$$= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 10 \right)$$

$$= 120 \text{ ตารางหน่วย}$$



ตัวอย่างที่ 3 จงหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้าต่อไปนี้



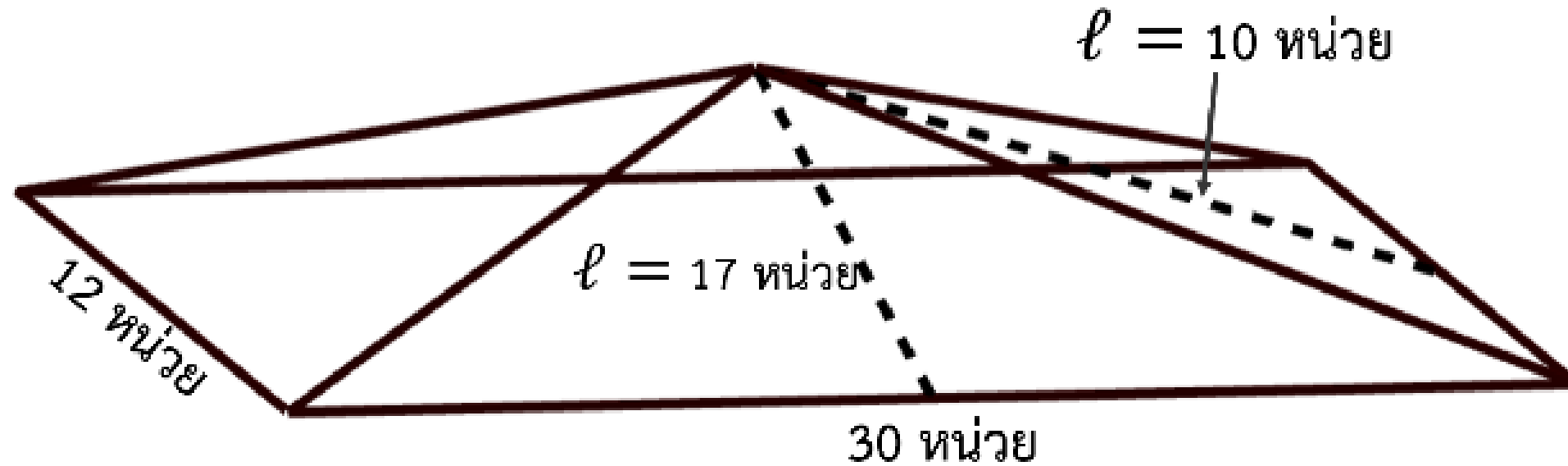
วิธีทำ พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด

$$= 510 + 120$$

$$= 630 \text{ ตารางหน่วย}$$



ตัวอย่างที่ 3 จงหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้าต่อไปนี้

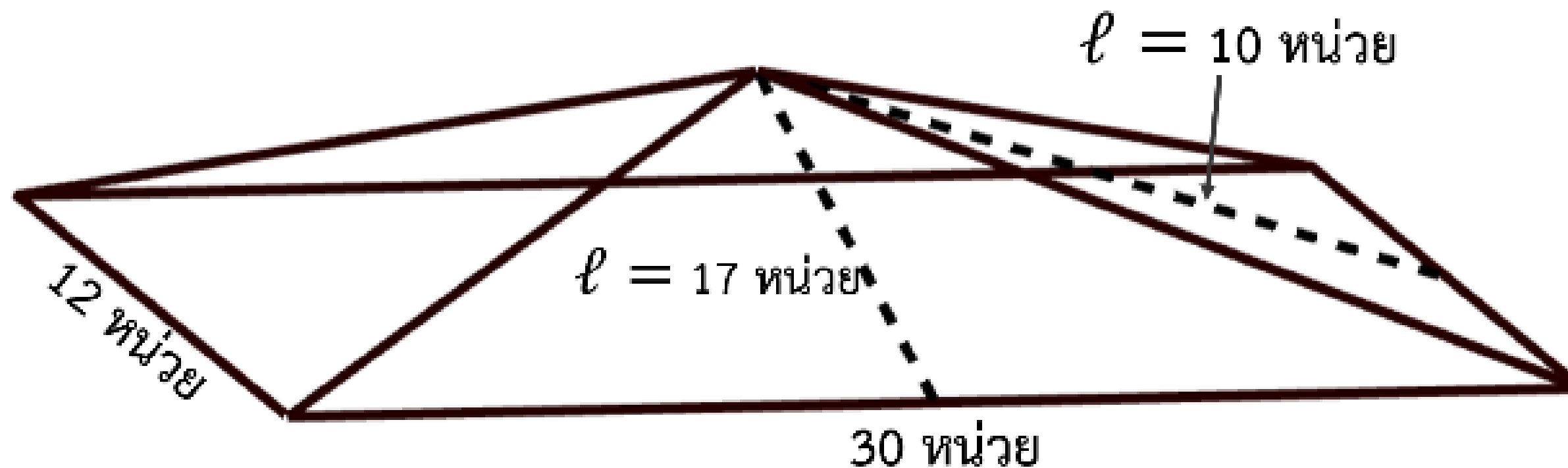


วิธีทำ พื้นที่ฐานของพีระมิด = ความกว้าง $\times$ ความยาว

$$= 12 \times 30$$
$$= 360 \text{ ตารางหน่วย}$$



ตัวอย่างที่ 3 จงหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้าต่อไปนี้

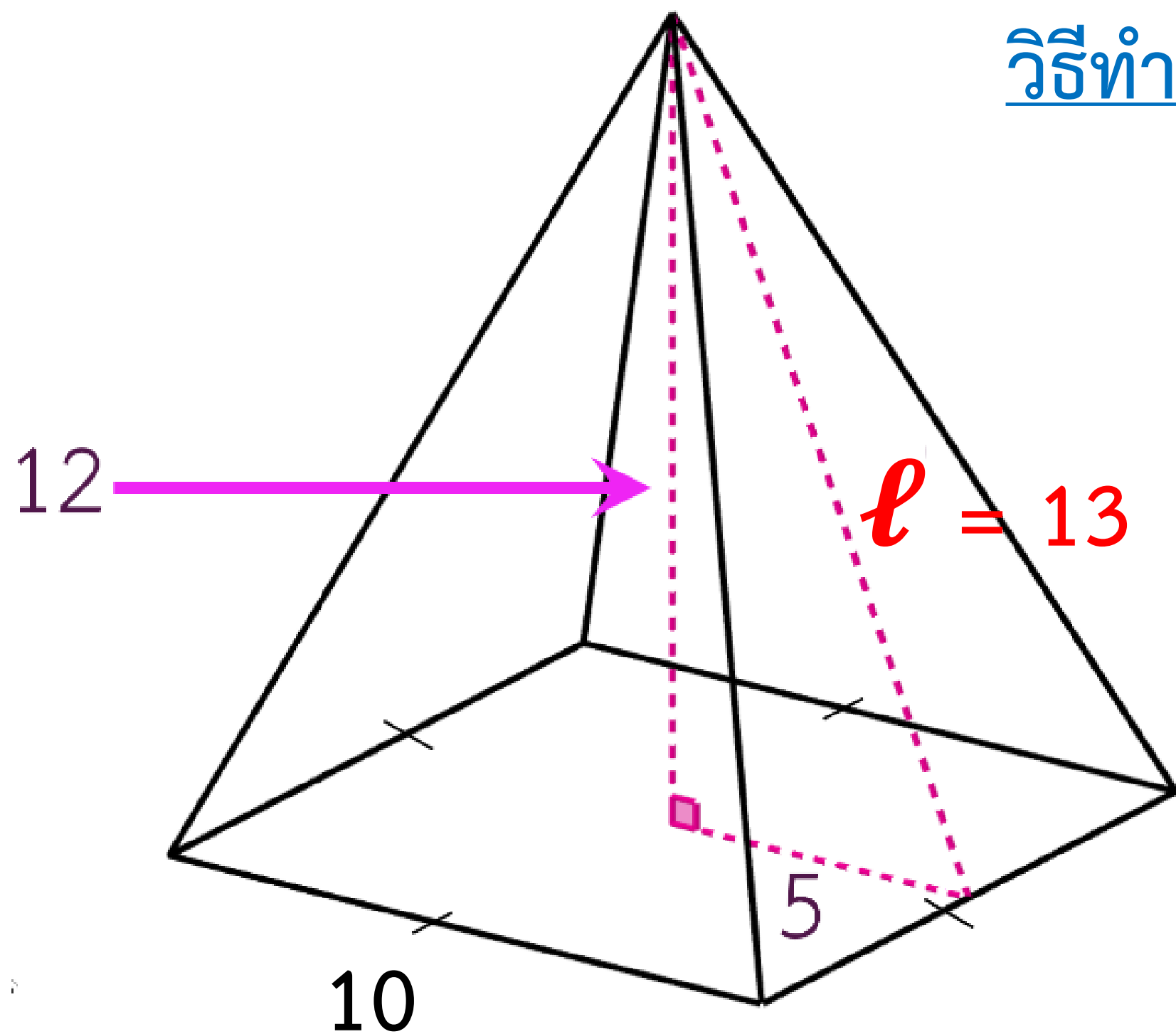


วิธีทำ พีระมิดนี้มีพื้นที่ผิวเท่ากับ $630 + 360 = 990$ ตารางหน่วย



ตัวอย่างที่ 4 จงหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสต่อไปนี้

วิธีทำ ลากเส้นเพื่อสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส



$$l^2 = 5^2 + 12^2$$

$$= 25 + 144$$

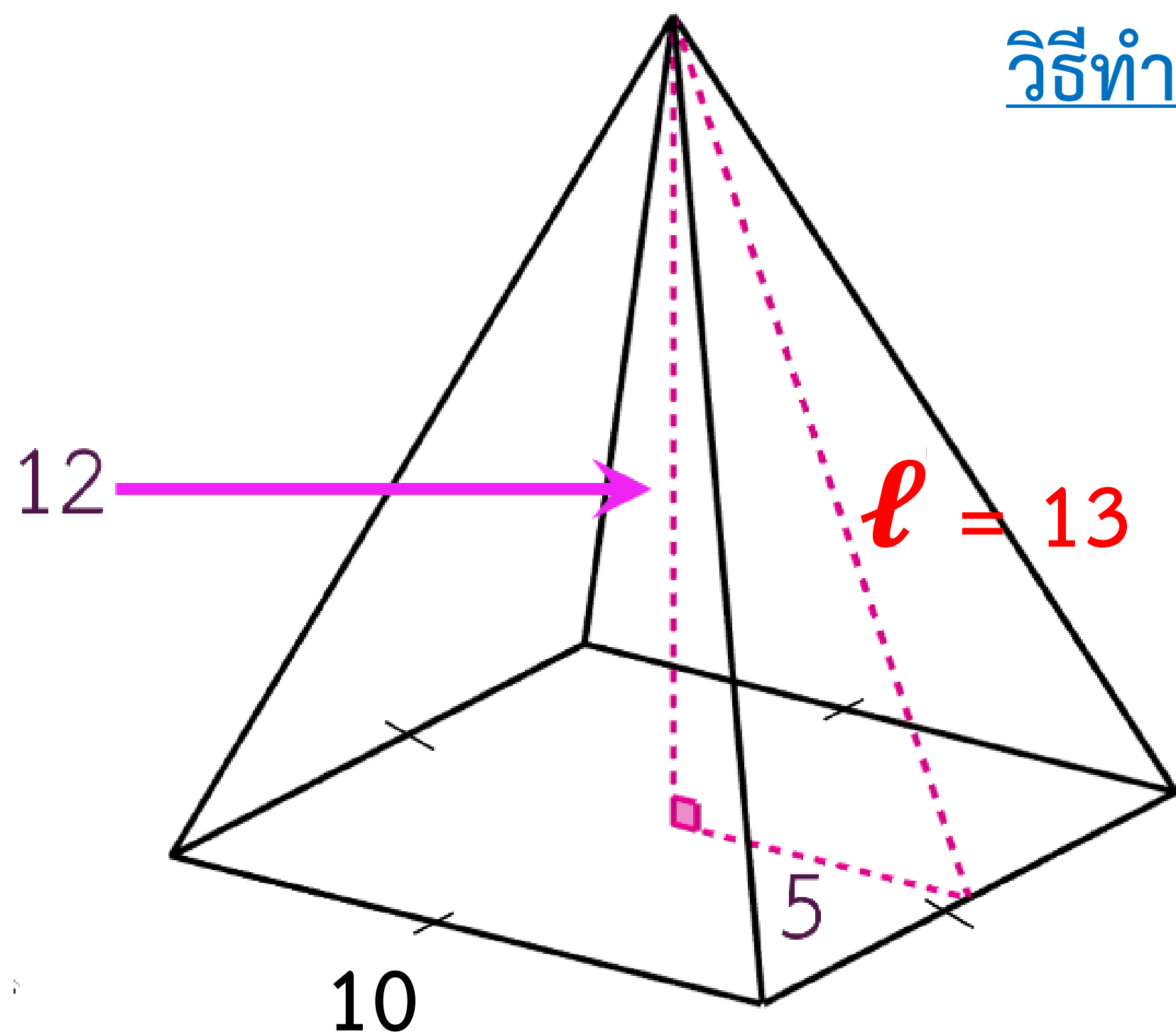
$$= 169$$

$$l = 13$$



ตัวอย่างที่ 4 จงหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสต่อไปนี้

วิธีทำ พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดนี้



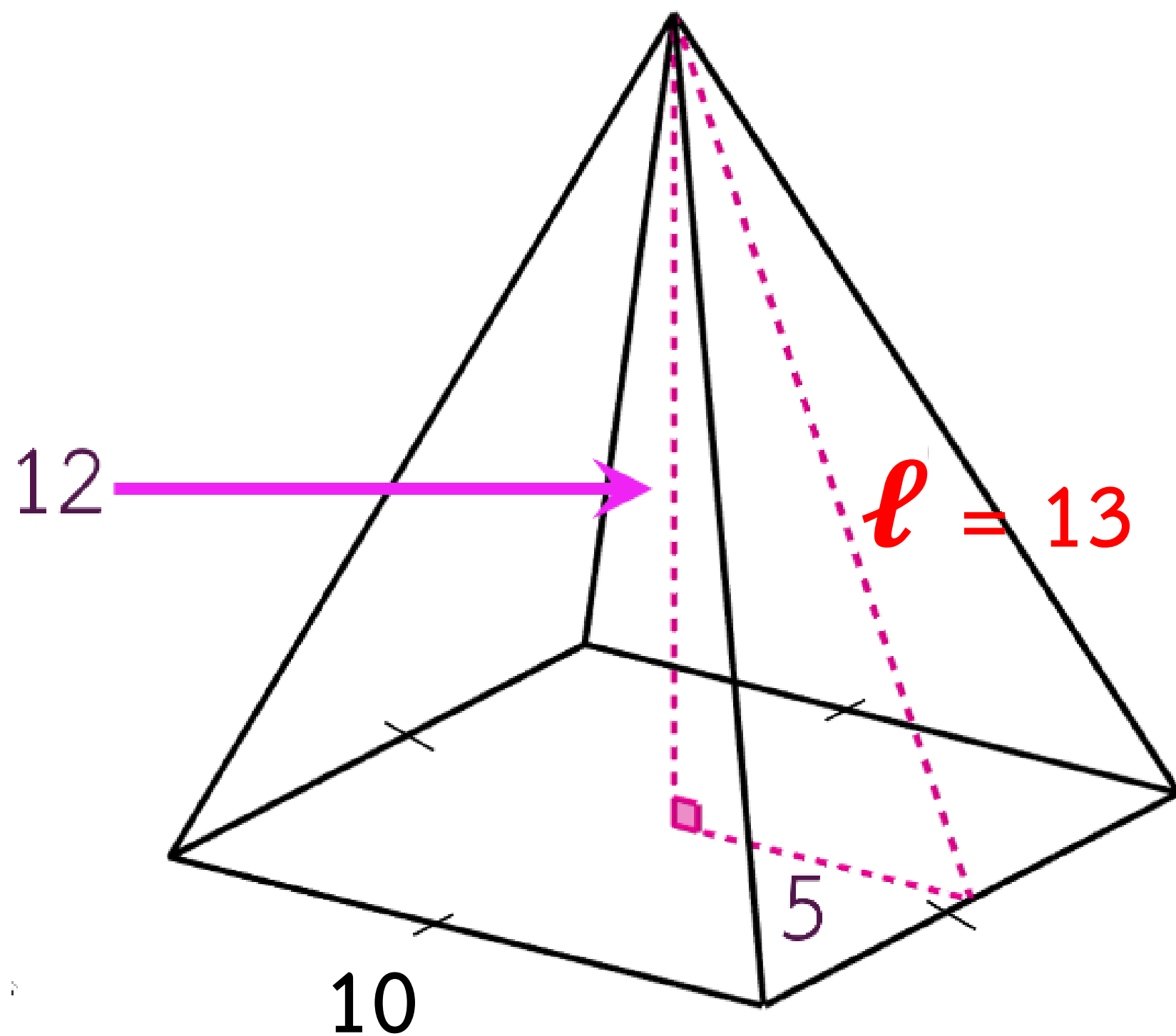
$$= \frac{1}{2} \times \text{ความยาวรอบรูปของฐาน} \times \text{ส่วนสูงเอียง}$$

$$= \frac{1}{2} \times (4 \times 10) \times 13$$

$$= 260 \text{ ตารางหน่วย}$$



ตัวอย่างที่ 4 จงหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสต่อไปนี้



พื้นที่ฐานของพีระมิดนี้

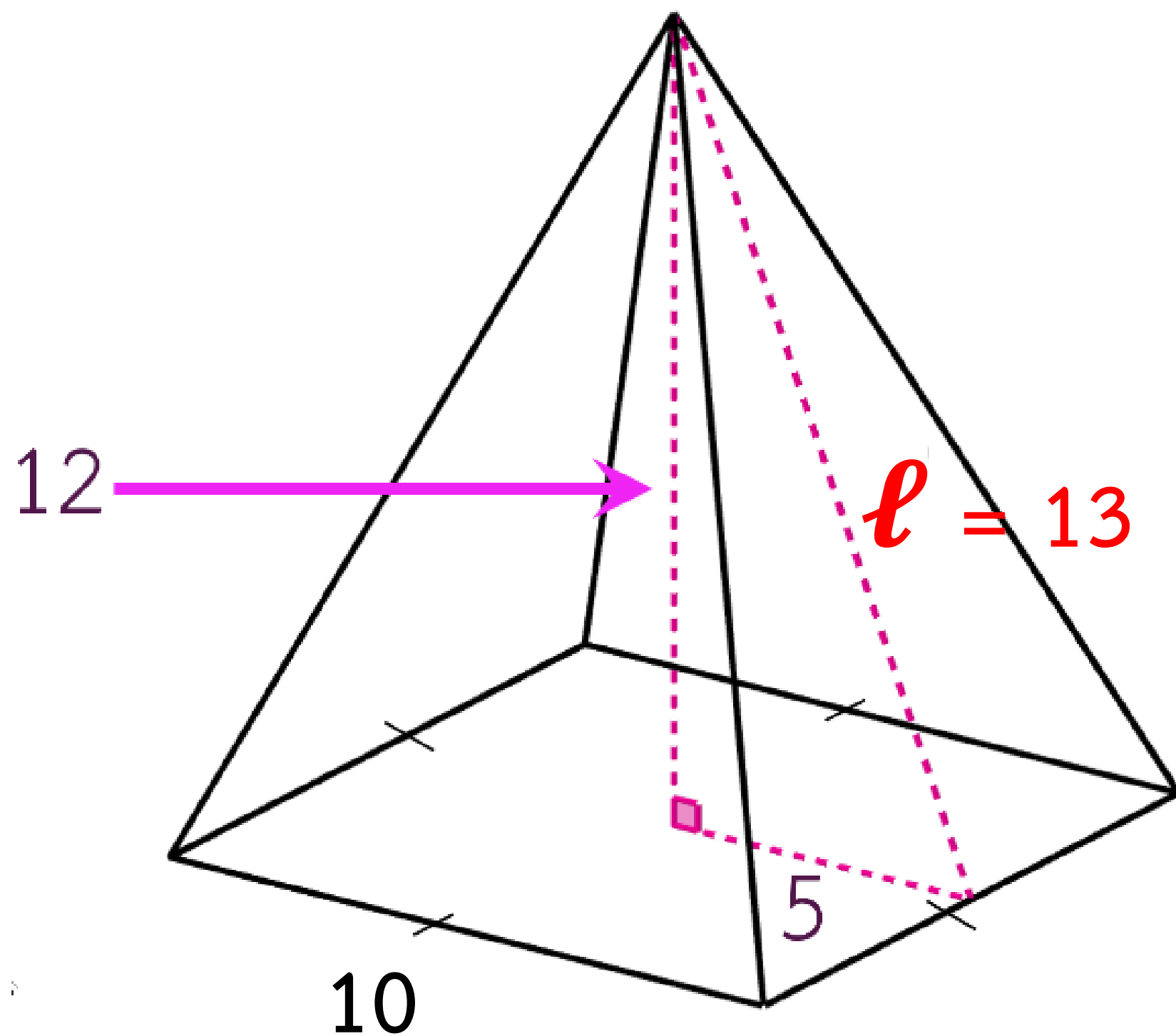
$$= \text{ความยาวของด้าน}^2$$

$$= 10^2$$

$$= 100 \text{ ตารางหน่วย}$$



ตัวอย่างที่ 4 จงหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสต่อไปนี้



พีระมิดนี้มีพื้นที่ผิว

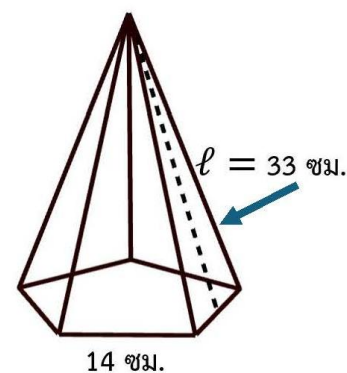
$$= 260 + 100$$

$$= 360 \text{ ตารางหน่วย}$$



แบบฝึกหัด 2 : พื้นที่ผิวของพีระมิด (1)
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ปริมาตรและพื้นที่ผิวของพีระมิด
รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค23102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

1. จงหาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิดฐานห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าต่อไปนี้



วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

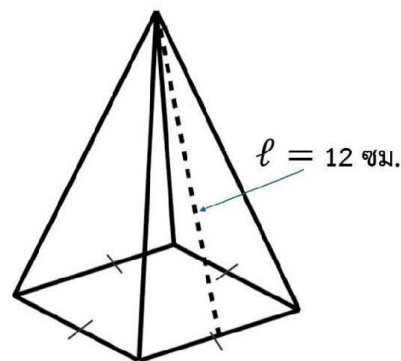
.....

.....

.....

.....

2. จงหาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นที่ฐาน 81 ตารางนิ้ว และส่วนสูงเอียงยาว 12 นิ้ว



วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

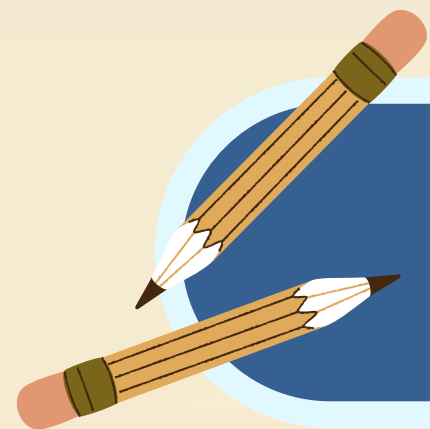
.....

ดาวน์โหลดข้อมูลได้ที่ www.dltv.ac.th

แบบฝึกหัด 2

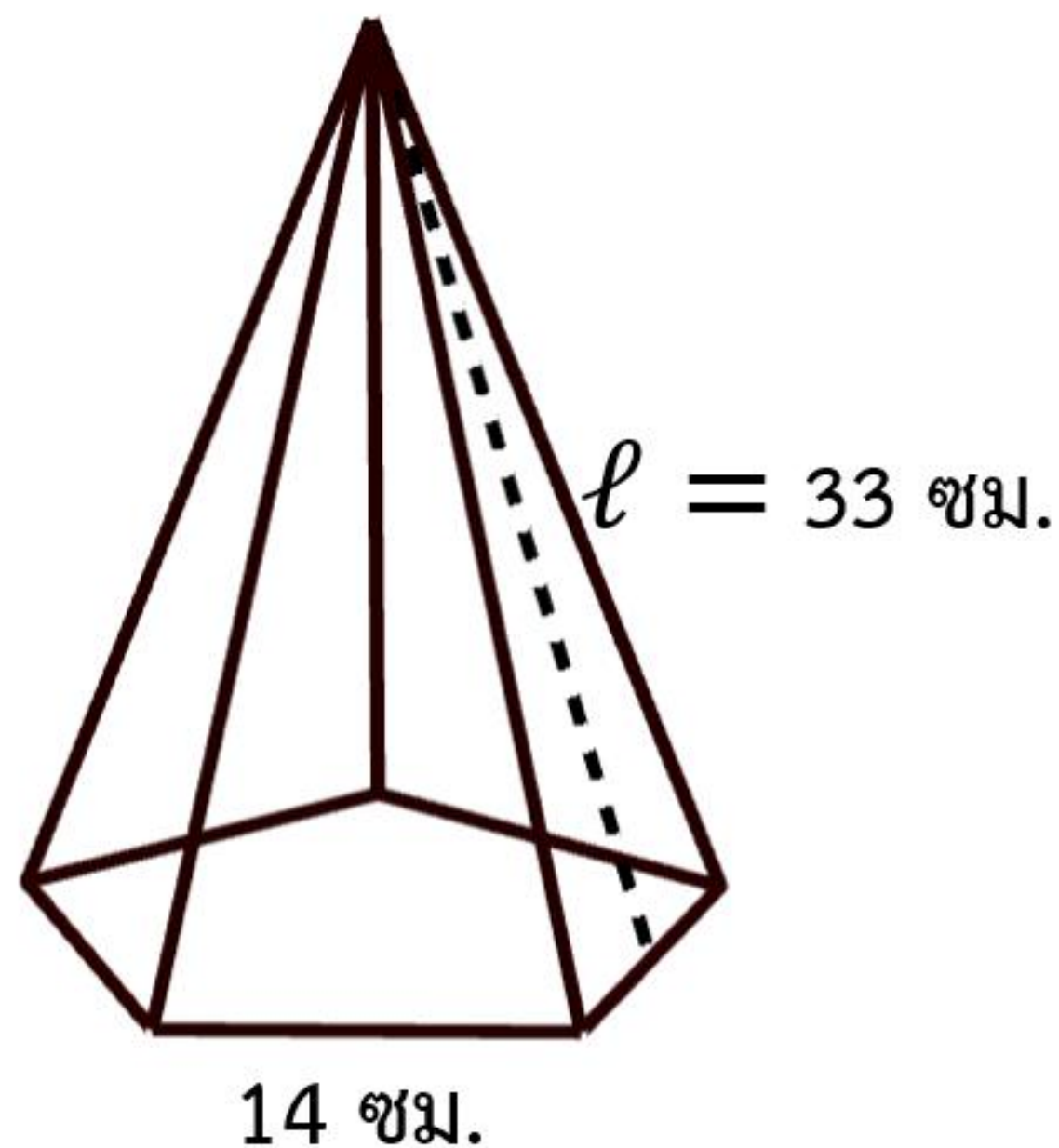
พื้นที่ผิวของพีระมิด (1)

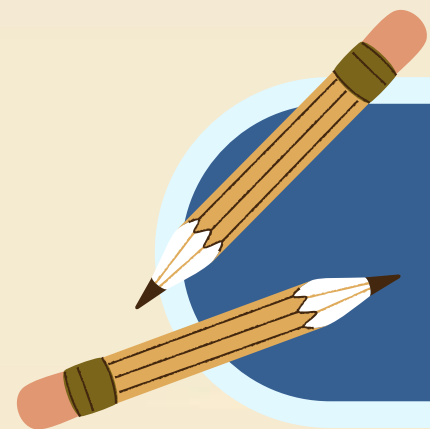




ข้อที่ 1

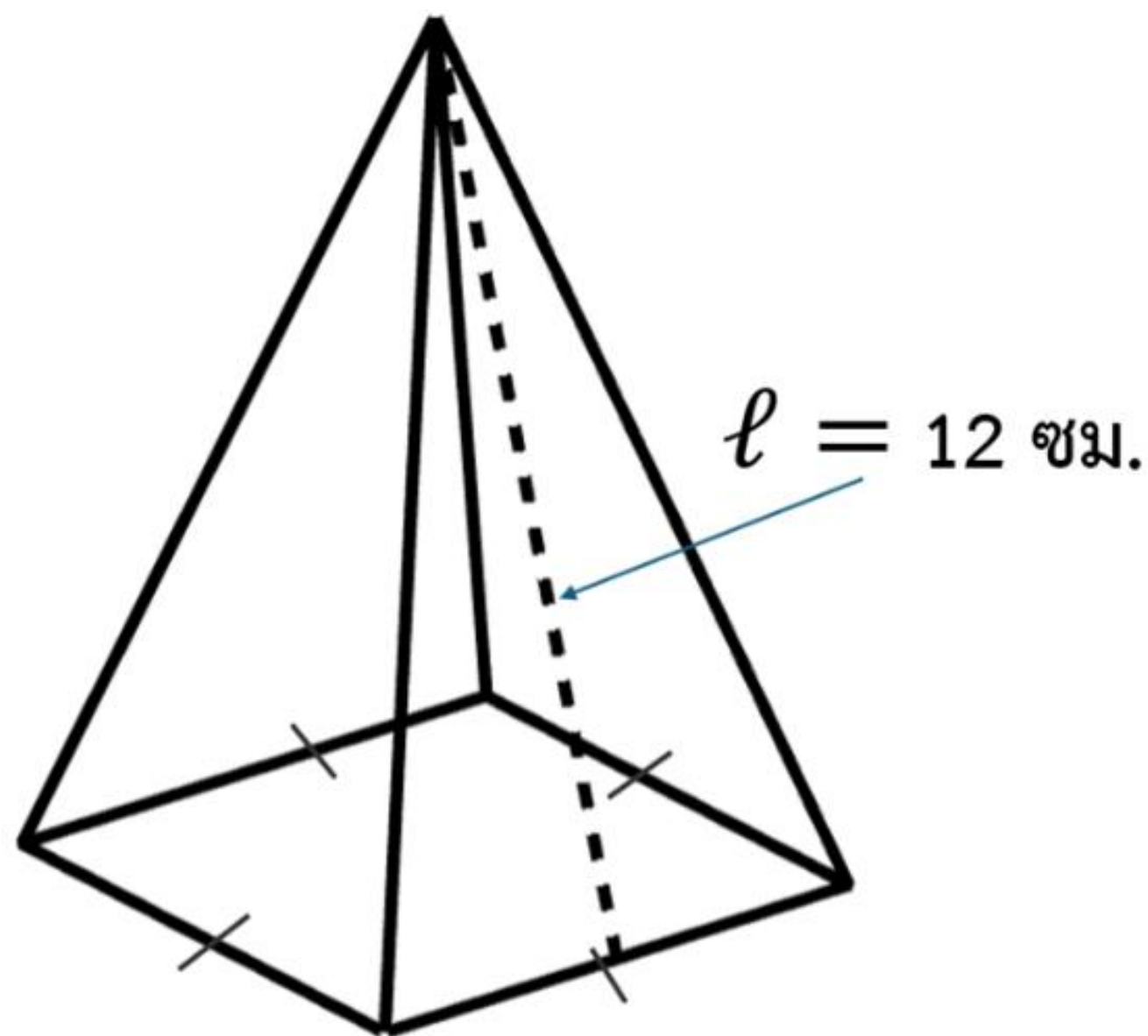
จงหาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิดฐานห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า
ต่อไปนี้

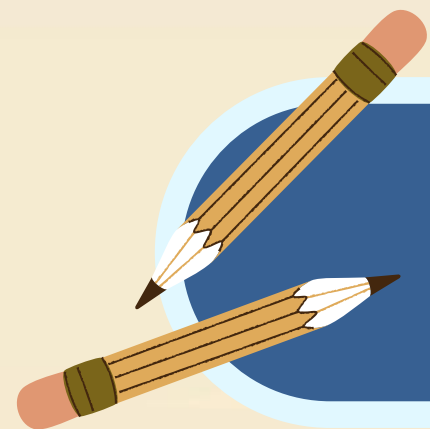




ข้อที่ 2

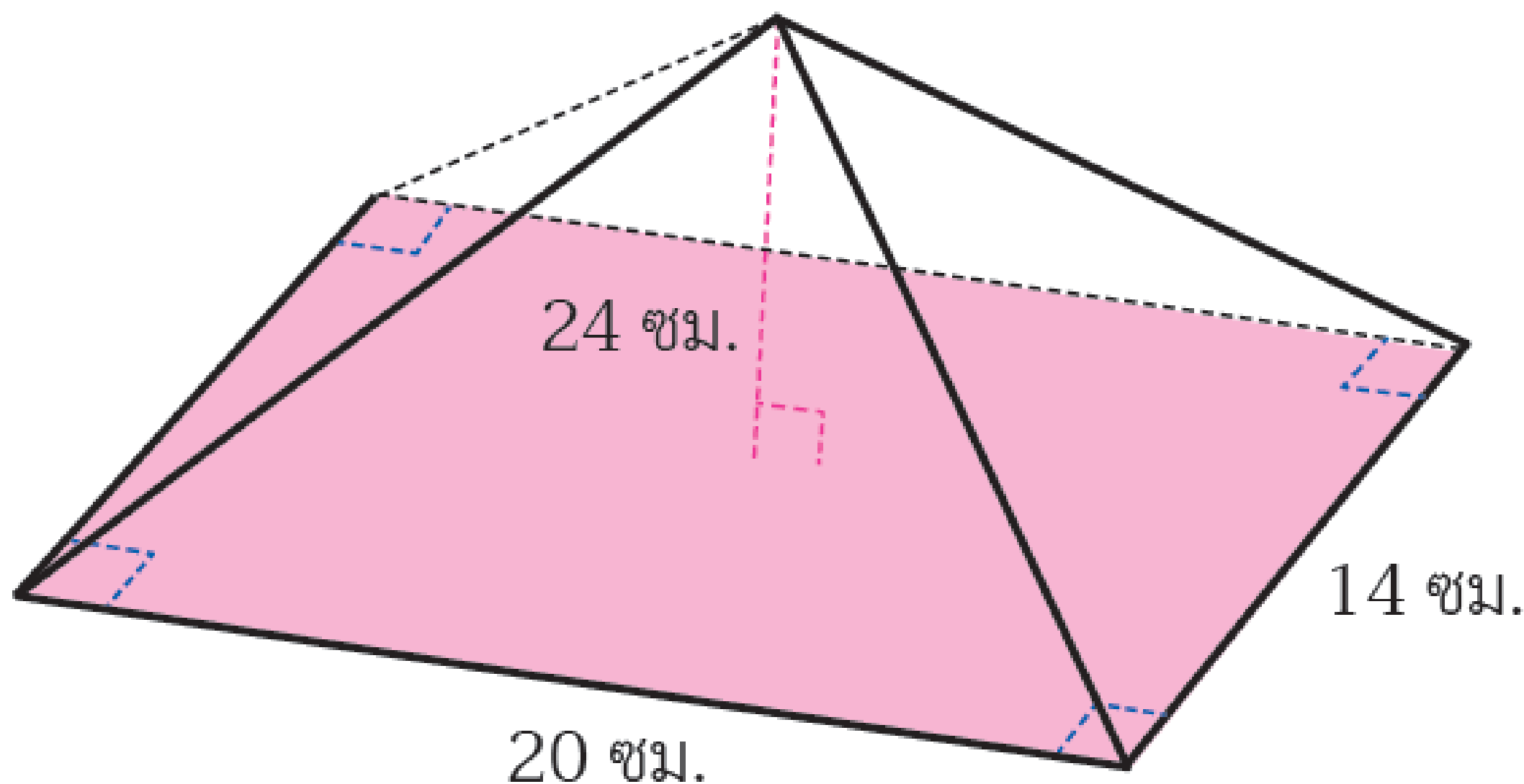
จงหาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นที่ฐาน 81 ตารางเซนติเมตร และส่วนสูงเอียงยาว 12 เซนติเมตร





ข้อที่ 3

จงหาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีด้านกว้างยาว 14 เซนติเมตร ด้านยาวยาว 20 เซนติเมตร และสูง 24 เซนติเมตร ดังรูป



สรุปบทเรียน

เราจะหาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิดปรกติได้อย่างไร

$$\frac{1}{2} \times \text{ความยาวรอบรูปของฐาน} \times \text{ส่วนสูงเอียง}$$



สรุปบทเรียน

เราจะหาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้าได้อย่างไร

นำพื้นที่รูปสามเหลี่ยมที่เป็นหน้าทั้งหมดของพีระมิดมารวมกัน

โดยพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมแต่ละรูปหาได้จากสูตร

$$\frac{1}{2} \times \text{ความยาวของฐาน} \times \text{ความสูง}$$



สรุปบทเรียน

การหาพื้นที่ผิวของพีระมิด คือการหาพื้นที่ผิวข้างมารวมกับพื้นที่ฐานของพีระมิดนั้น โดยการหาพื้นที่ผิวของรูปสามเหลี่ยมที่เป็นผิวข้างทุกหน้าของพีระมิดนั้น จะต้องใช้ข้อมูล ความยาวของฐานและส่วนสูงของหน้าของพีระมิด แต่ในกรณีที่โจทย์กำหนดความสูงของพีระมิดหรือความยาวของสันส่วนข้าง และกำหนดความยาวของแต่ละด้านของฐานมาให้ โดยไม่ได้กำหนดส่วนสูงของหน้ามาให้ เราสามารถใช้ข้อมูลดังกล่าวประกอบกับความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาช่วยในการแก้ปัญหาก็ได้



บทเรียนครั้งต่อไป

ดาวน์โหลดข้อมูลได้ที่ www.dltv.ac.th

พื้นที่ผิวของพีระมิด (2)



สิ่งที่ต้องเตรียม

ดาวน์โหลดข้อมูลได้ที่ www.dltv.ac.th

- แบบฝึกหัด 3 : พื้นที่ผิวของพีระมิด (2)
- แบบฝึกหัด 4 : พื้นที่ผิวของพีระมิด (3)



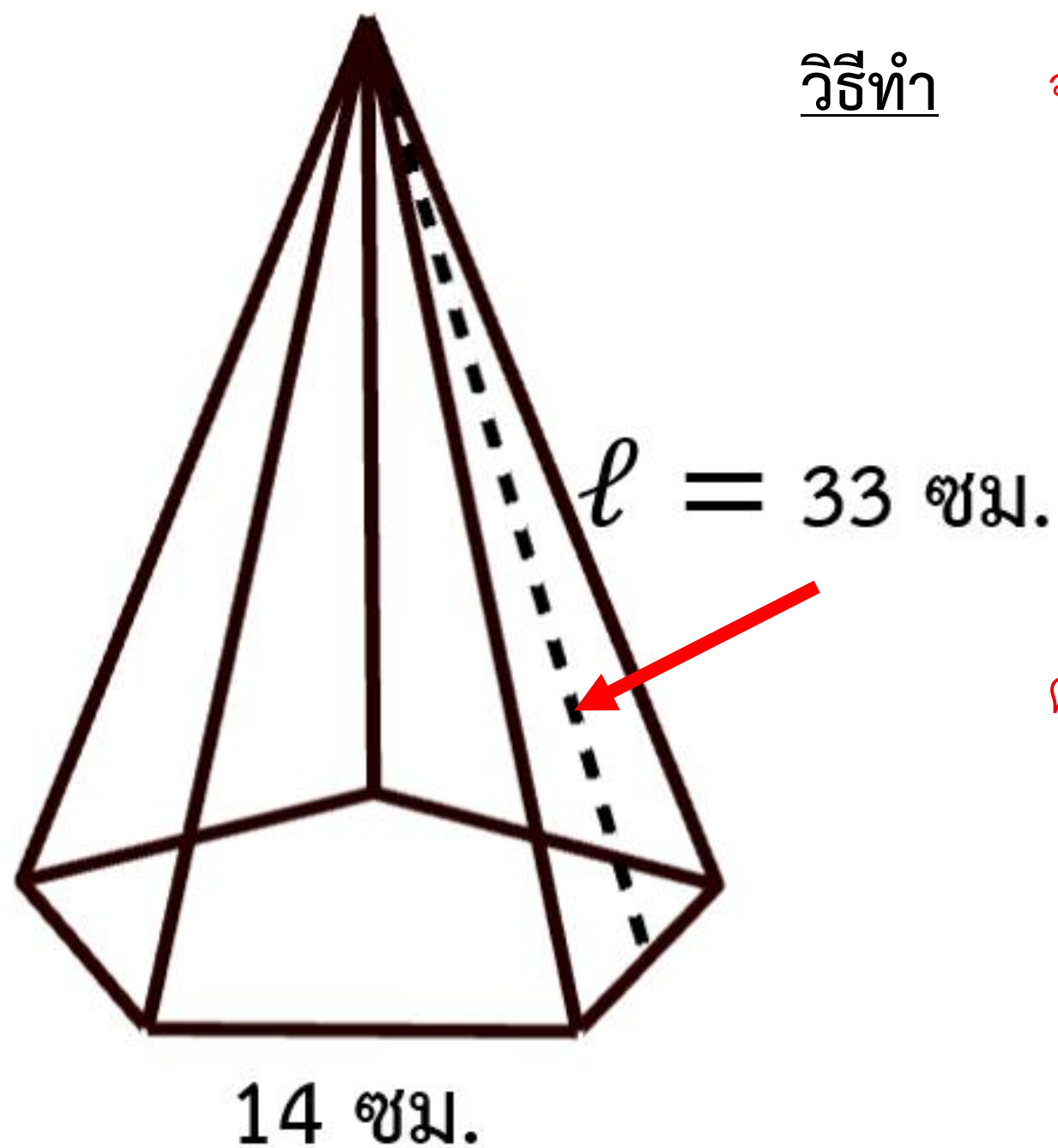
เฉลย

แบบฝึกหัด 2

พื้นที่ผิวของพีระมิด (1)



ข้อที่ 1



วิธีทำ

จาก พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด = $\frac{1}{2} \times$ ความยาวรอบรูปของฐาน $\times$ ส่วนสูงเอียง

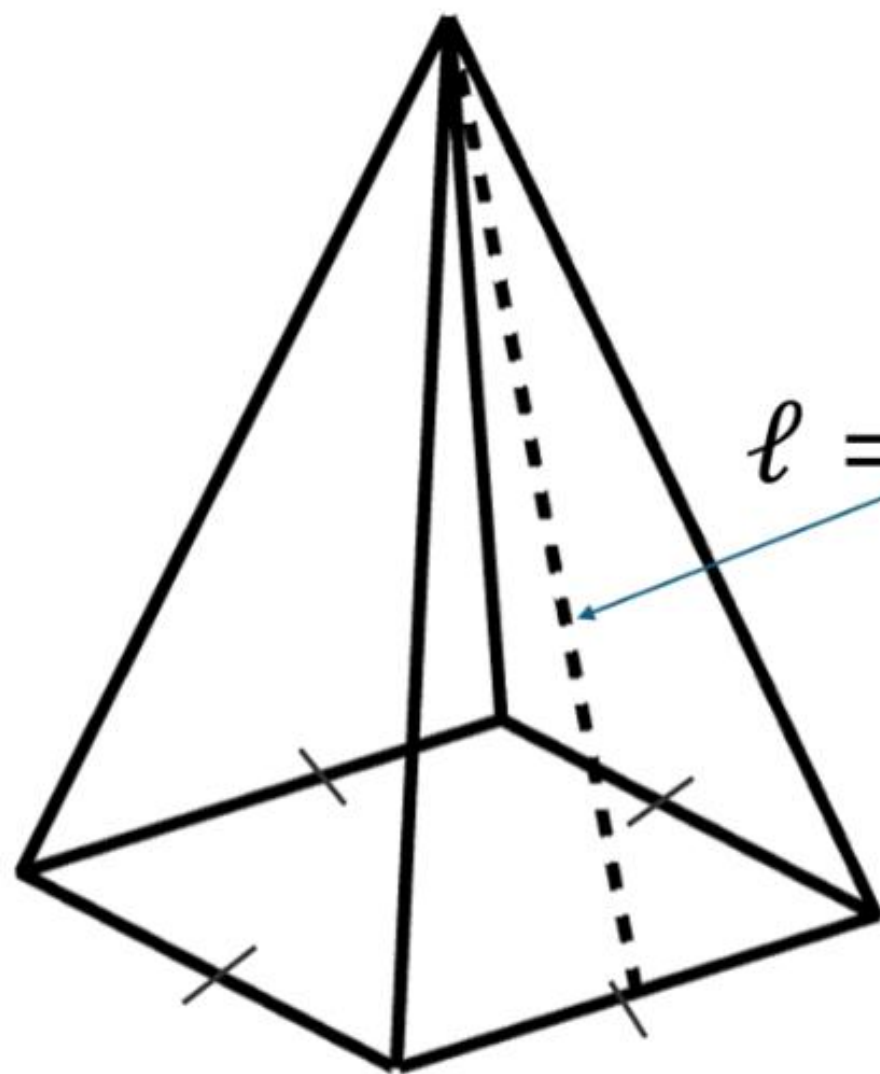
$$= \frac{1}{2} \times (5 \times 14) \times 33$$

$$= 1,155 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

ดังนั้น พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด เท่ากับ 1,155 ตารางเซนติเมตร



ข้อที่ 2



วิธีทำ

จาก พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีพื้นที่ฐานคือ 81 ตารางนิ้ว
ให้ x แทน ความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

จาก พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส = ความยาวของด้าน²

$$81 = x^2$$

$$x = 9$$

$$\begin{aligned} \text{จาก พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด} &= \frac{1}{2} \times \text{ความยาวรอบรูปของฐาน} \times \text{ส่วนสูงเอียง} \\ &= \frac{1}{2} \times (4 \times 9) \times 12 \\ &= 216 \text{ ตารางนิ้ว} \end{aligned}$$

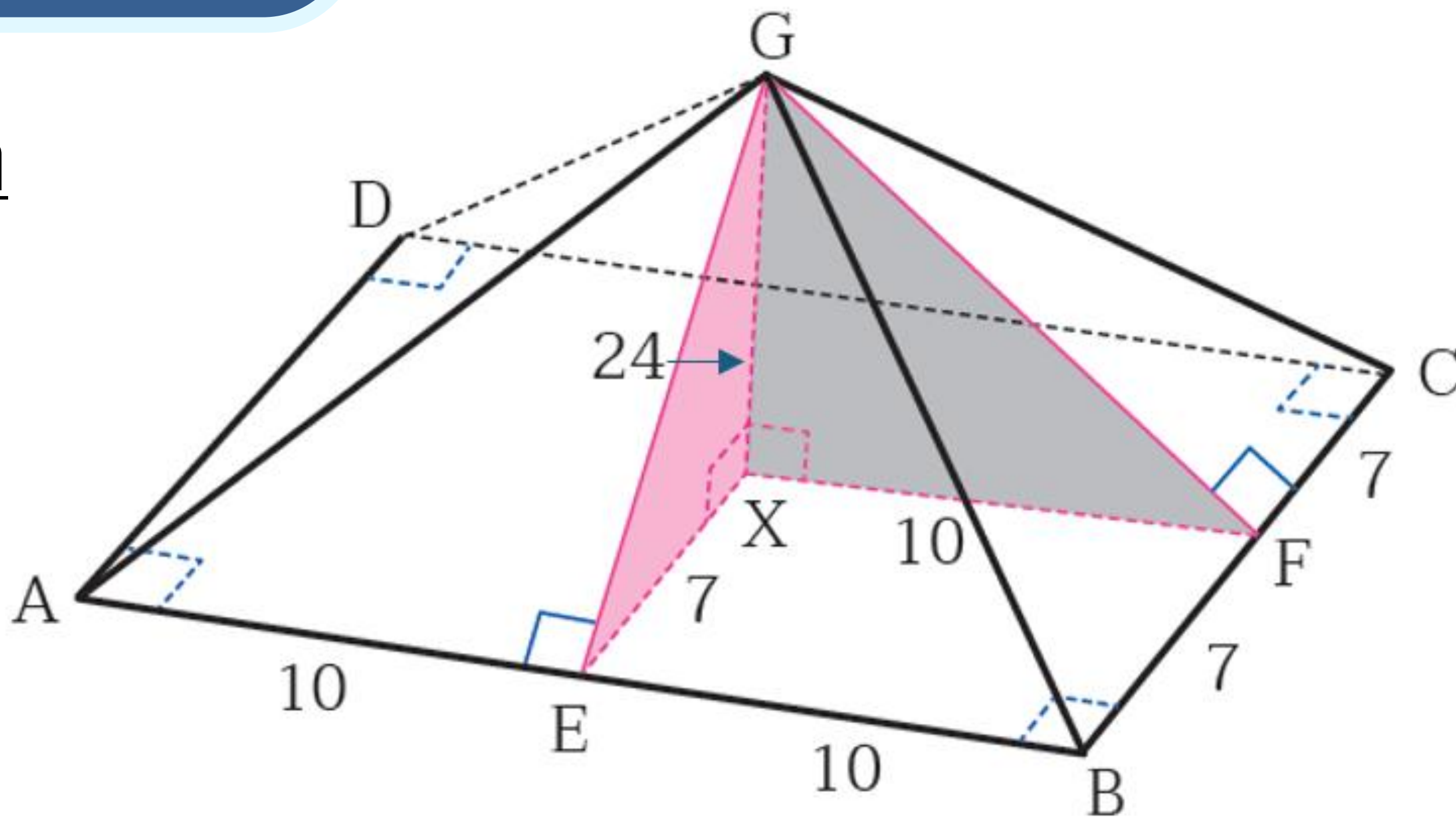
ดังนั้น พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดเท่ากับ 216 ตารางนิ้ว

ดังนั้น พื้นที่ผิวของพีระมิดเท่ากับ $81 + 216 = 297$ ตารางนิ้ว



ข้อที่ 3

วิธีทำ





ข้อที่ 3

จากรูป $\square ABCD$ เป็นฐานของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า

จุด G เป็นยอดของพีระมิด

$\overline{GX}$ เป็นส่วนสูงของพีระมิด

$\overline{GE}$ เป็นส่วนสูงของ $\triangle GAB$

$\overline{GF}$ เป็นส่วนสูงของ $\triangle GBC$

เนื่องจาก $\triangle GXE$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มี $GX = 24$ หน่วยและ $XE = \frac{14}{2} = 7$ หน่วย





ข้อที่ 3

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้

$$\begin{aligned}GE^2 &= GX^2 + EX^2 \\&= 24^2 + 7^2 \\&= 576 + 49 \\&= 625\end{aligned}$$

ดังนั้น $GE = 25$ เซนติเมตร





ข้อที่ 3

เนื่องจาก $\triangle GXF$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มี $GX = 24$ หน่วย และ $XF = \frac{20}{2} = 10$ เซนติเมตร

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้

$$\begin{aligned} GF^2 &= GX^2 + XF^2 \\ &= 24^2 + 10^2 \\ &= 576 + 100 \\ &= 676 \end{aligned}$$

ดังนั้น $GF = 26$ เซนติเมตร





ข้อที่ 3

เนื่องจาก พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD เท่ากับ ผลบวกของพื้นที่ $\triangle GAB$, $\triangle GBC$, $\triangle GCD$ และ $\triangle GAD$

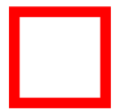
$$\begin{aligned}\text{จึงได้ว่า พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดนี้} &= 2\left(\frac{1}{2} \times 14 \times 26\right) + 2\left(\frac{1}{2} \times 20 \times 25\right) \\ &= 364 + 500 \\ &= 864 \text{ ตารางเซนติเมตร}\end{aligned}$$

ดังนั้น พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดนี้คือ 864 ตารางเซนติเมตร





ข้อที่ 3

จากรูป  ABCD เป็นฐานของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า

จึงได้ว่า พื้นที่ฐานของพีระมิดนี้ = ความกว้าง $\times$ ความยาว

$$= 14 \times 20$$

$$= 280 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

จะได้ว่า พื้นที่ผิวของพีระมิดนี้ = พื้นที่ผิวข้าง + พื้นที่ฐาน

$$= 864 + 280$$

$$= 1,144 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

ดังนั้น พื้นที่ผิวของพีระมิดนี้ คือ 1,144 ตารางเซนติเมตร

