

รายวิชา คณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค22102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

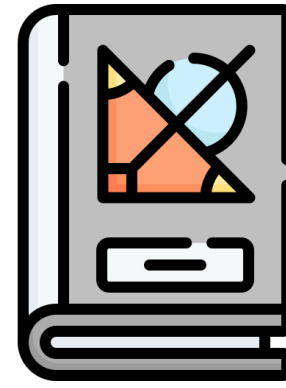
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ

เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ

ฉาก-ด้าน-ด้าน

ครูผู้สอน ครูอชรายุ ไชยมงคล





หน่วยการเรียนรู้ที่ 2

เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน



จุดประสงค์การเรียนรู้

สามารถบอกเงื่อนไขของรูปสามเหลี่ยมสองรูป
ที่มีความสัมพันธ์กันแบบ
ฉาก-ด้าน-ด้าน



ทบทวน

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูป มีด้านยาวเท่ากันสองคู่
และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากัน
แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ
โดยความสัมพันธ์แบบใด

ด้าน-มุม-ด้าน

ทบทวน

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่
และมีด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองยาวเท่ากัน
แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ
โดยความสัมพันธ์แบบใด

มุม-ด้าน-มุม

ทบทวน

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีด้านยาวเท่ากันสามคู่
แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ
โดยความสัมพันธ์แบบใด

ด้าน-ด้าน-ด้าน

ทบทวน

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมามีขนาดเท่ากันสองคู่
และด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน
ยาวเท่ากันหนึ่งคู่

มุม-มุม-ด้าน

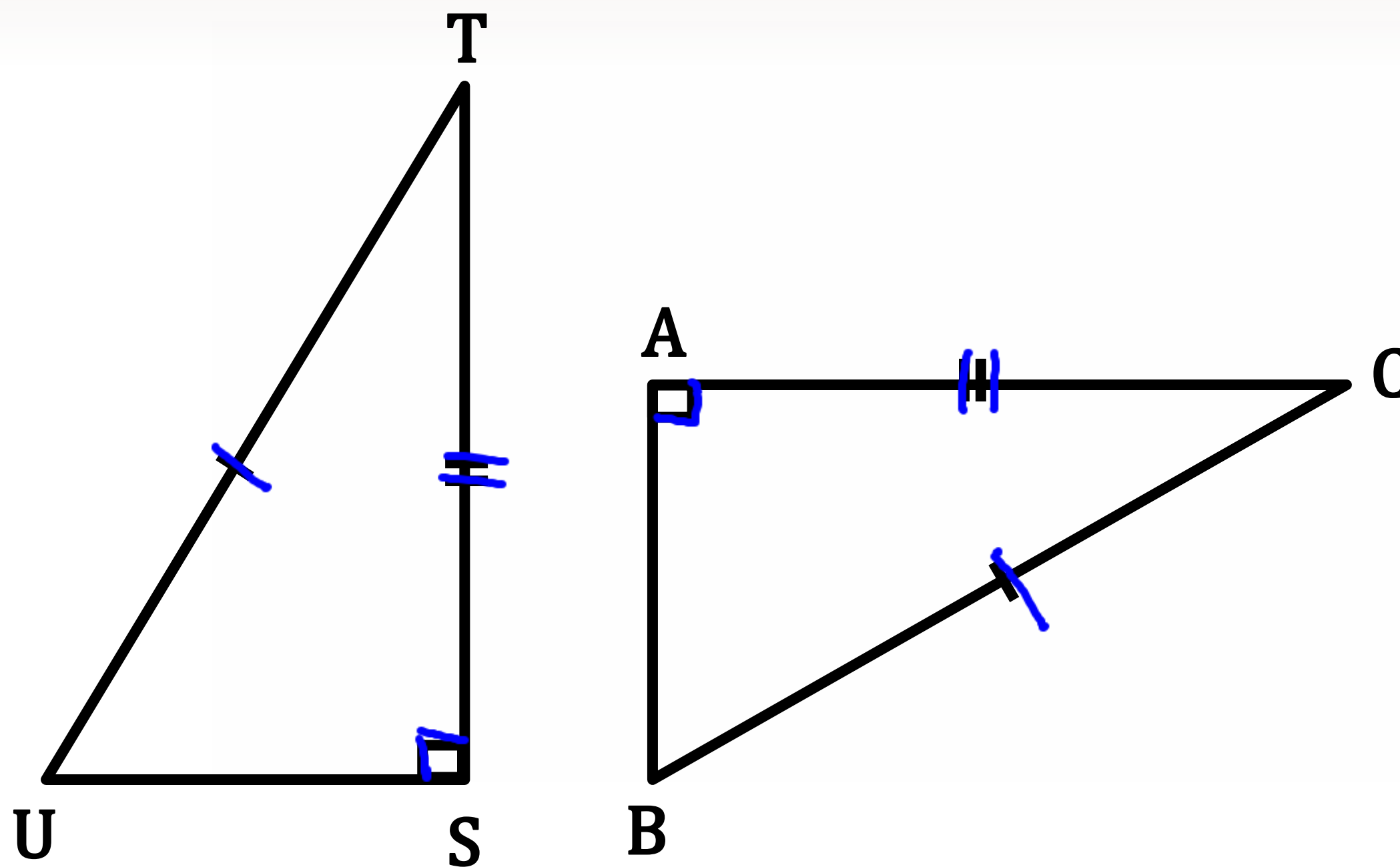
ทำกิจกรรมสำรวจ ฉาก-ด้าน-ด้าน

ให้นักเรียนพิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูปในแต่ละข้อต่อไปนี้
ซึ่งมีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากัน และมีด้านอื่นยาวเท่ากันอีก 1 คู่
จงสำรวจว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปดังกล่าวเท่ากันทุกประการหรือไม่
โดยใช้กระดาษลอกลาย



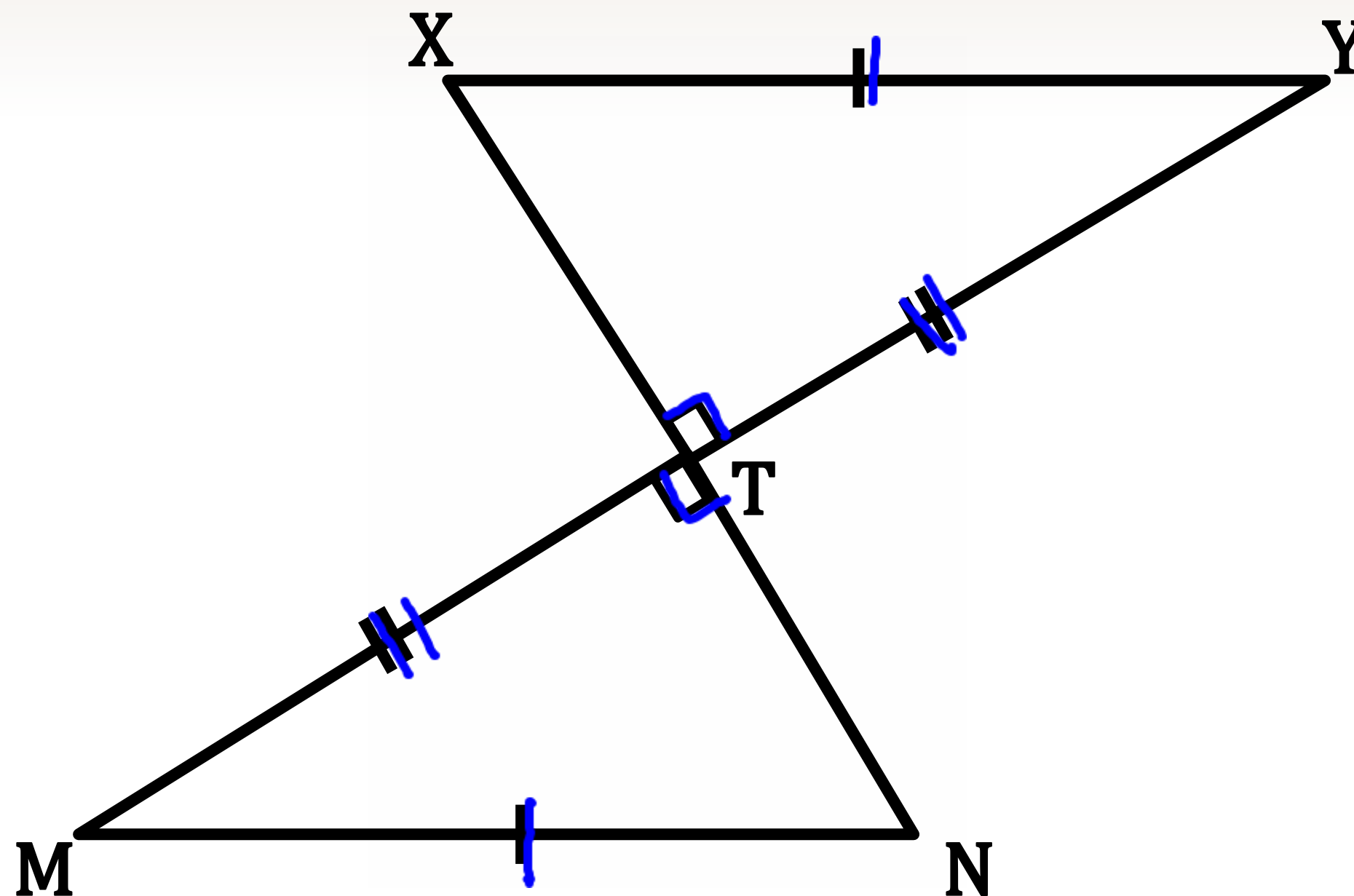
ทำกิจกรรมสำรวจ ฉาก-ด้าน-ด้าน

1



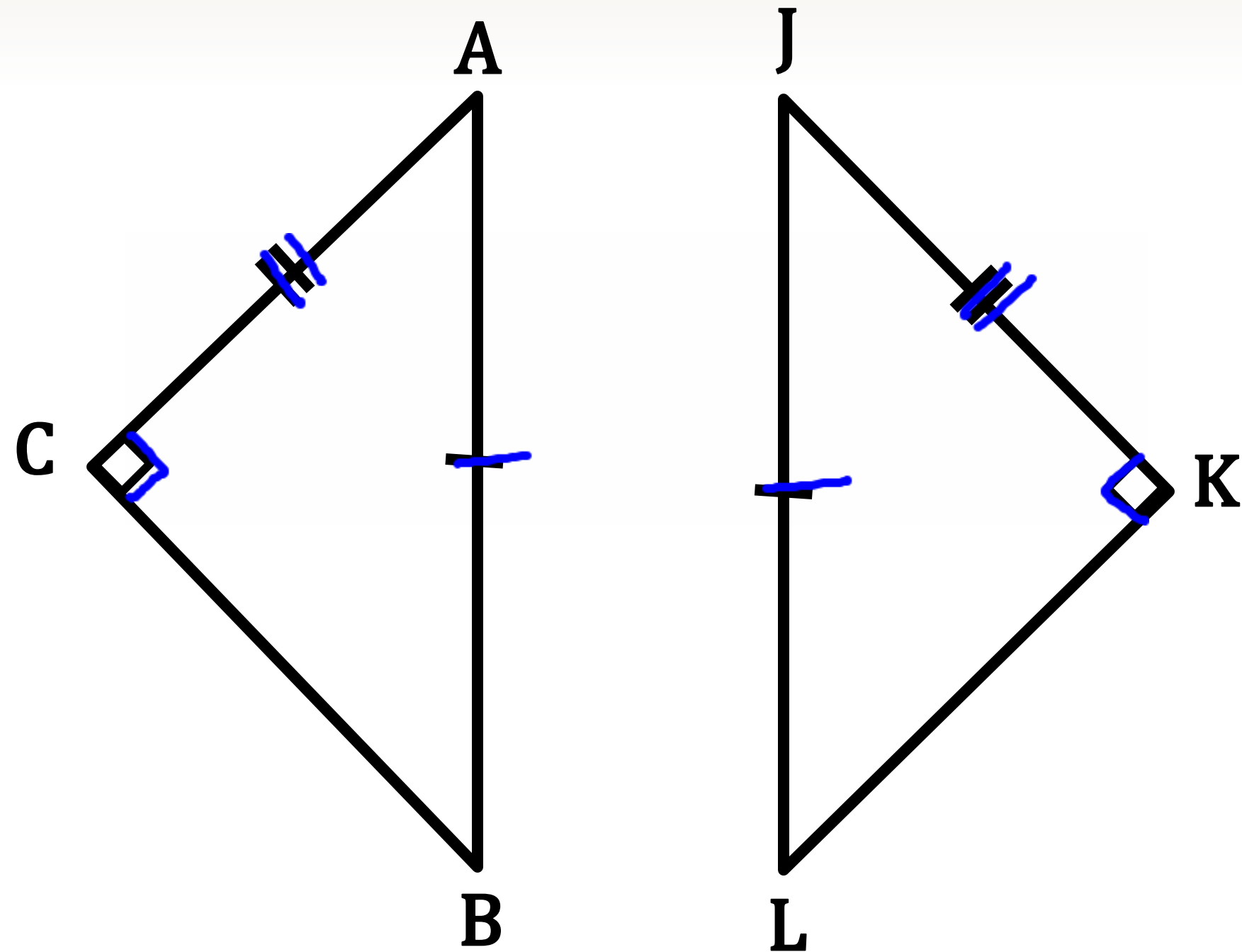
ทำกิจกรรมสำรวจ ฉาก-ด้าน-ด้าน

2



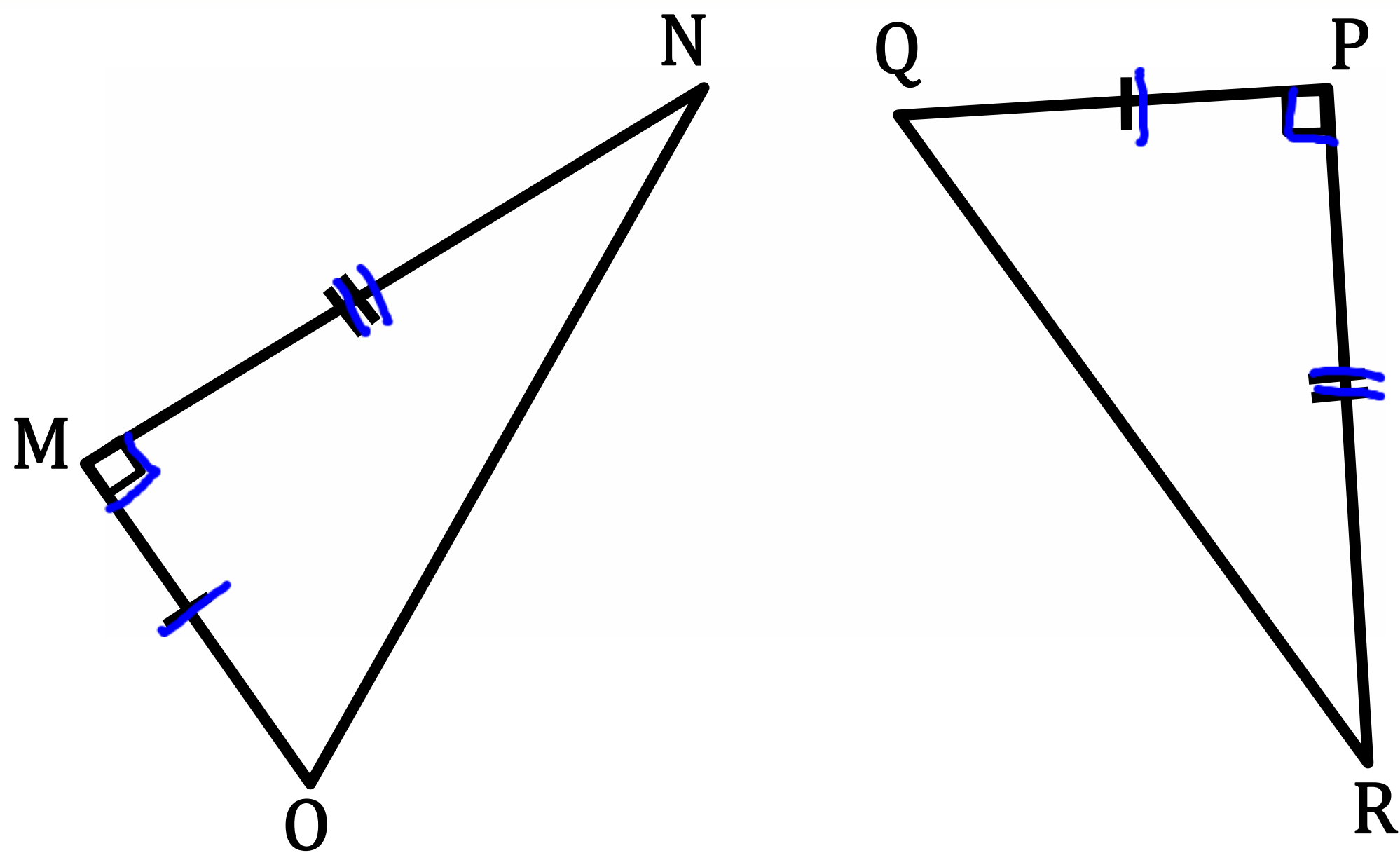
ทำกิจกรรมสำรวจ ฉาก-ด้าน-ด้าน

3



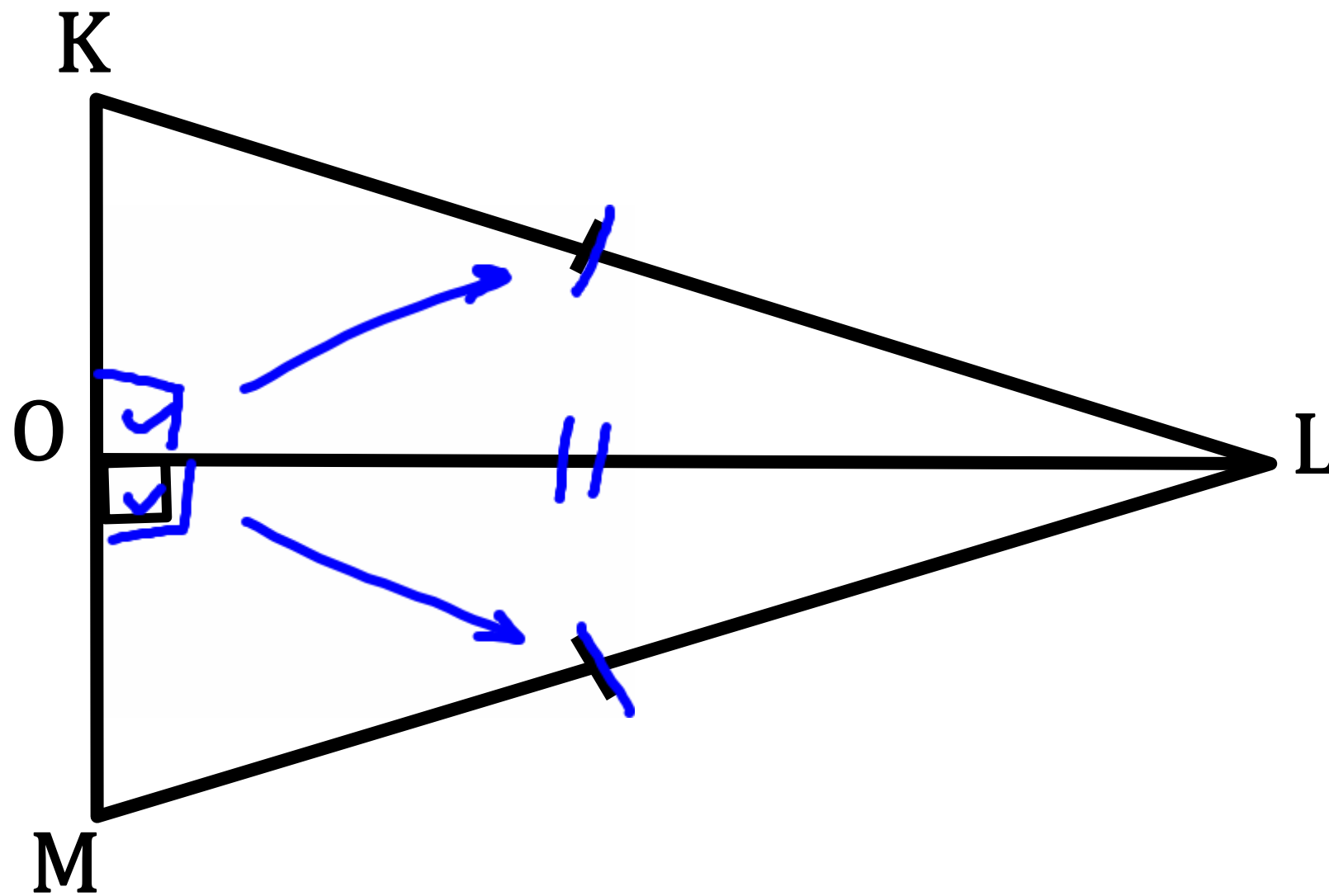
ทำกิจกรรมสำรวจ ฉาก-ด้าน-ด้าน

4



ทำกิจกรรมสำรวจ ฉาก-ด้าน-ด้าน

5





ความสัมพันธ์แบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน

รูปสามเหลี่ยมที่โจทย์ให้มาทับกันสนิทพอดี รูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูปที่กำหนดให้ในแต่ละข้อเท่ากันทุกประการ และเนื่องจากรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปสร้างตามเงื่อนไขที่กำหนดให้ คือ ด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากันและมีด้านอื่นอีกหนึ่งคู่ยาวเท่ากันซึ่งกล่าวว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบฉาก-ด้าน-ด้าน (ฉ.ด.ด.) และผลที่ได้ตามมา คือ ด้านที่เหลืออีกหนึ่งคู่จะยาวเท่ากันและมุมที่เหลืออีกสองคู่จะมีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ



ความสัมพันธ์แบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน

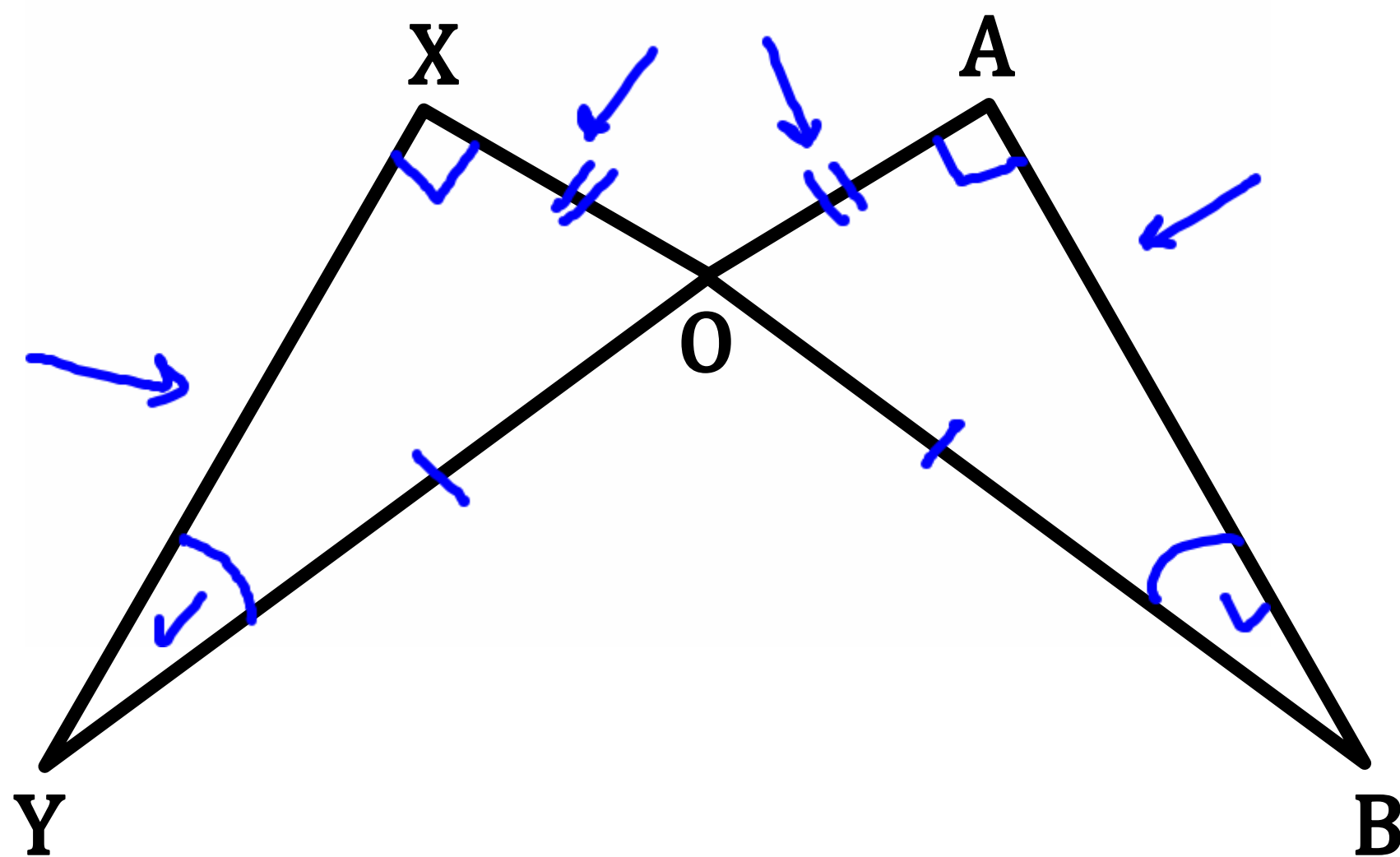
รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน
จะเท่ากันทุกประการ ซึ่งเป็นไปตามสมบัติต่อไปนี้

“ถ้ารูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน (ฉ.ด.ด.)
กล่าวคือ มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากัน และมีด้านอื่นอีกหนึ่งคู่ยาวเท่ากัน
แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ”



ตัวอย่างที่ 1

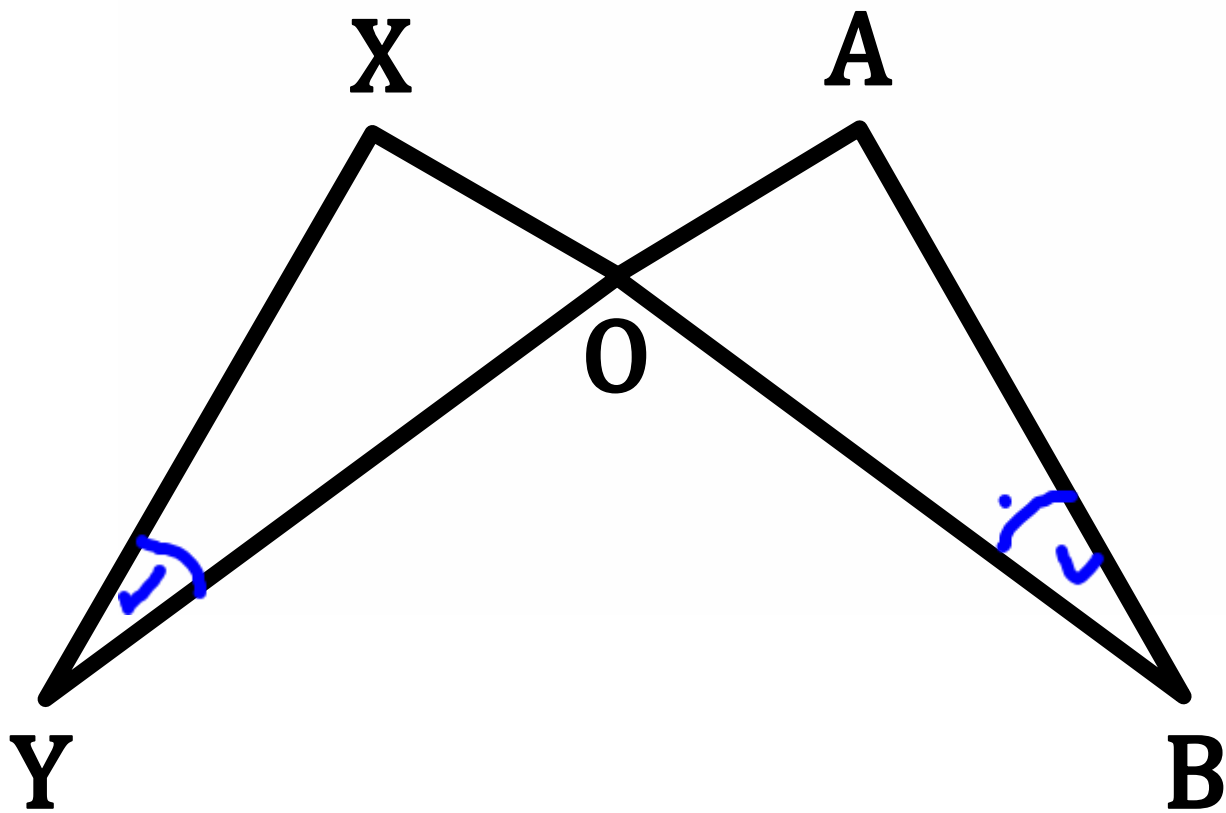
ตัวอย่างที่ 1 จากรูป กำหนดให้ $\overline{XY} \perp \overline{OX}$, $\overline{AB} \perp \overline{OA}$, $OY = OB$ และ $OX = OA$
จงพิสูจน์ว่า $\widehat{XYO} = \widehat{ABO}$





ตัวอย่างที่ 1

ตัวอย่างที่ 1 จากรูป กำหนดให้ $\overline{XY} \perp \overline{OX}$, $\overline{AB} \perp \overline{OA}$, $OY = OB$ และ $OX = OA$
จงพิสูจน์ว่า $\widehat{XYO} = \widehat{ABO}$

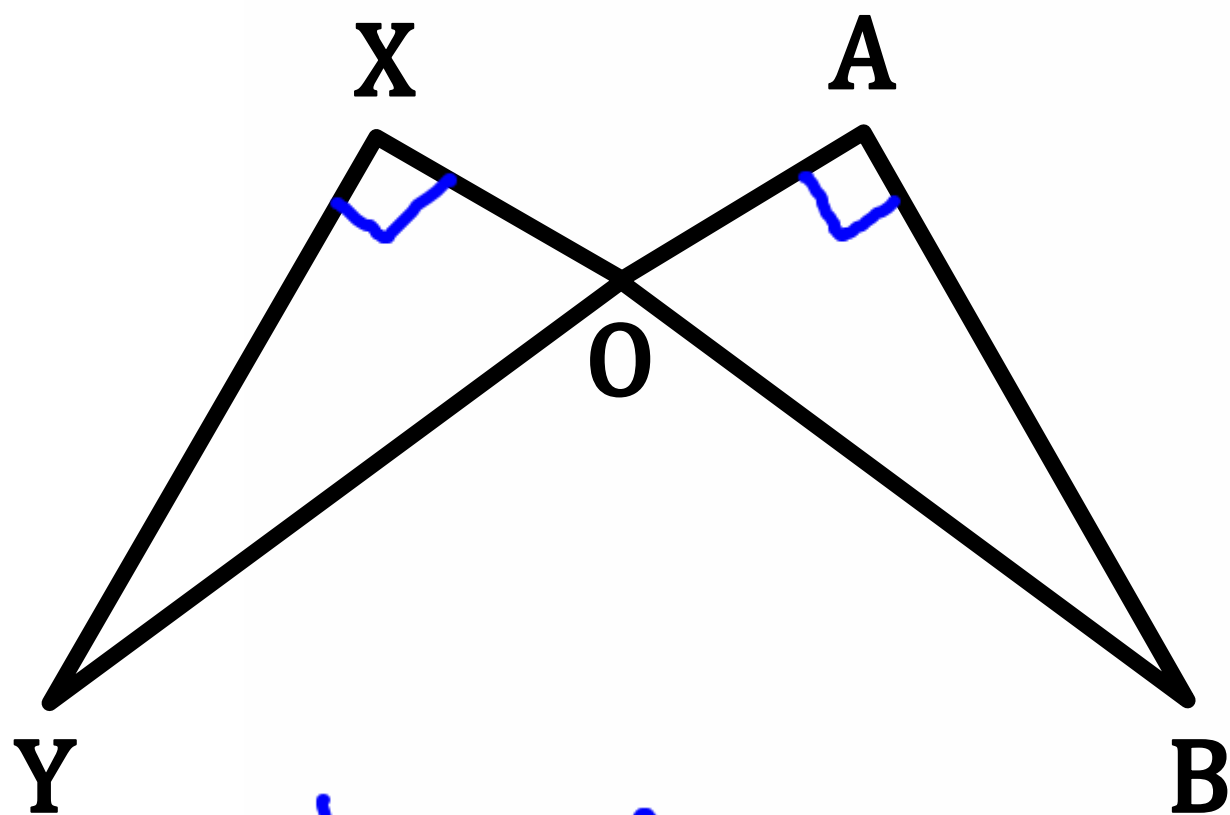


กำหนดให้ $OY = OB$, $OX = OA$
 $\overline{XY} \perp \overline{OX}$ และ $\overline{AB} \perp \overline{OA}$
พิสูจน์ว่า $\widehat{XYO} = \widehat{ABO}$



ตัวอย่างที่ 1

ตัวอย่างที่ 1 จากรูป กำหนดให้ $\overline{XY} \perp \overline{OX}$, $\overline{AB} \perp \overline{OA}$, $OY = OB$ และ $OX = OA$
จงพิสูจน์ว่า $\widehat{XYO} = \widehat{ABO}$



พิจารณา $\triangle XOY$ และ $\triangle AOB$

$OY = OB$ (กำหนดให้)

$OX = OA$ (กำหนดให้)

$\widehat{XOY} = \widehat{AOB}$ ($\overline{XY} \perp \overline{OX}$, $\overline{AB} \perp \overline{OA}$)

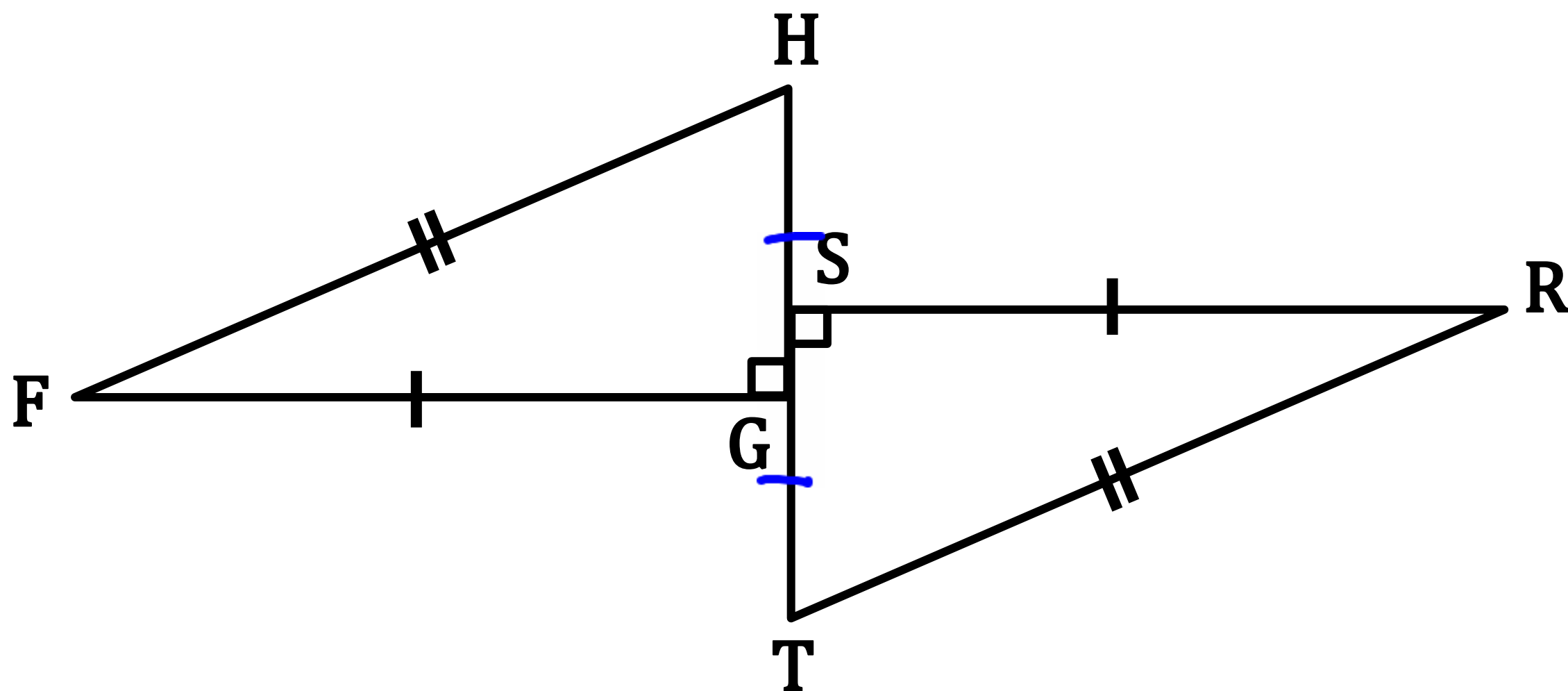
ดังนั้น $\triangle XOY \cong \triangle AOB$ (ฉาก-ด้าน-ด้าน)

จึงได้ $\widehat{XYO} = \widehat{ABO}$ (มุมที่สัมพันธ์กันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ)



ตัวอย่างที่ 2

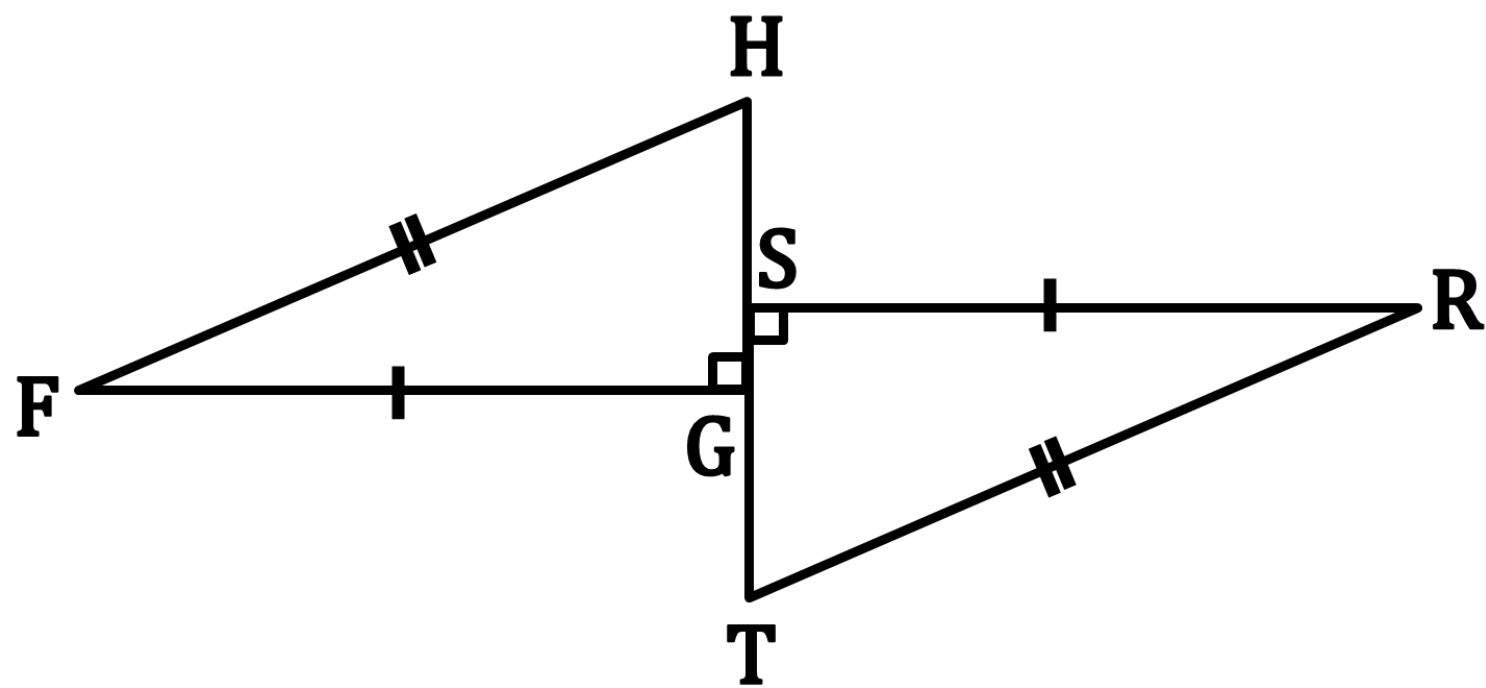
ตัวอย่างที่ 2 จากรูป จงแสดงว่า $GH = ST$





ตัวอย่างที่ 2

ตัวอย่างที่ 2 จากรูป จงแสดงว่า $GH = ST$



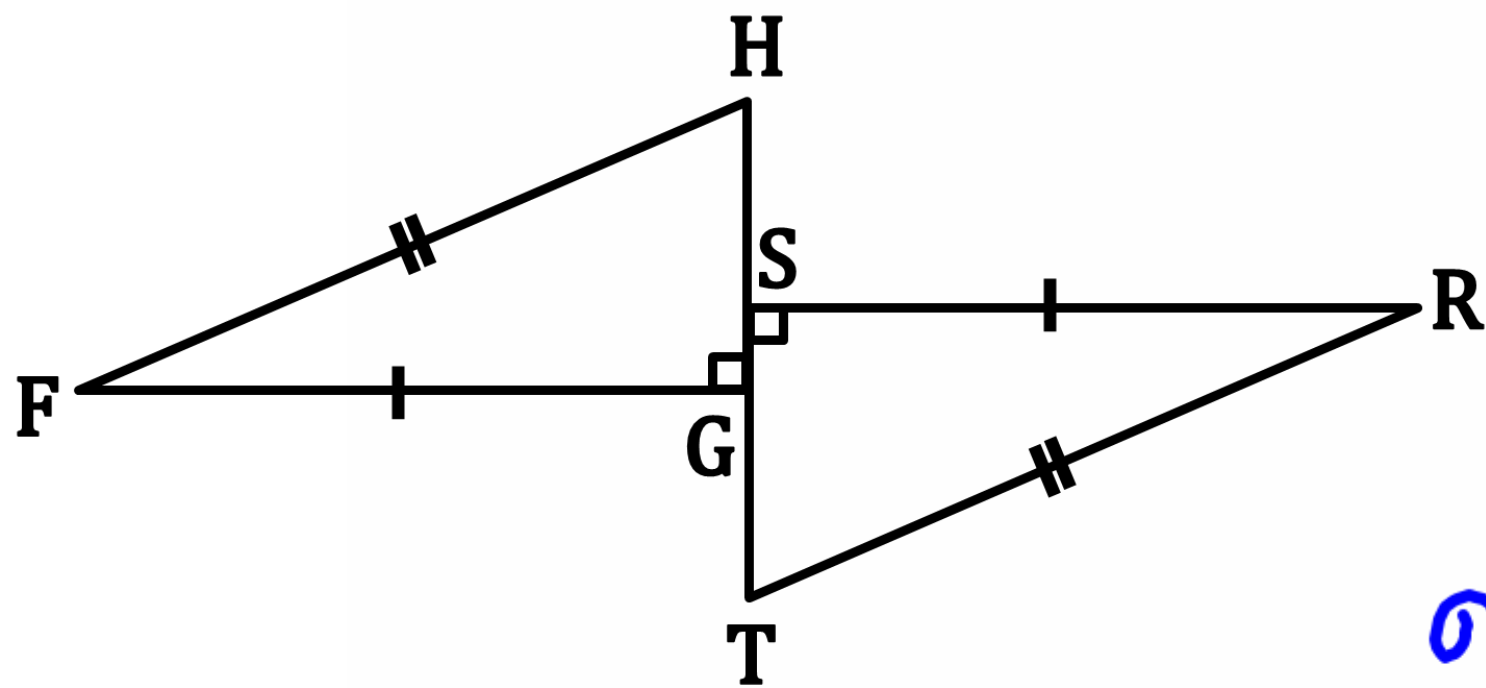
กำหนดให้ $FG = SR$, $FH = TR$
 $\angle FGH = \angle TSR$

ต้องพิสูจน์ว่า $GH = ST$



ตัวอย่างที่ 2

ตัวอย่างที่ 2 จากรูป จงแสดงว่า $GH = ST$



พิจารณา $\triangle FGH$ และ $\triangle TSR$

$FG = SR$ (กำหนดให้)

$FH = TR$ (กำหนดให้)

$\angle FGH = \angle TSR$ (กำหนดให้)

ดังนั้น $\triangle FGH \cong \triangle TSR$ (ฉก-ดัด-ด้าน)

จะได้ $GH = ST$ (ด้านคู่ที่สมมูลกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ)



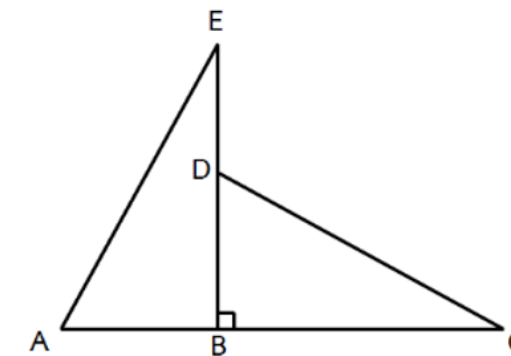
(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

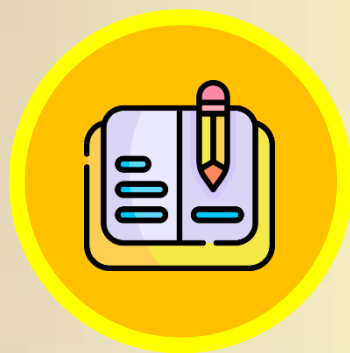
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน
รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คำชี้แจง นำสมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน ไปใช้อ้างอิงในการพิสูจน์

1. กำหนดให้ $AE = DC$, $BE = BC$ และ $\angle DBC$ เป็นมุมฉาก ดังรูป จงพิสูจน์ว่า $AB = DB$



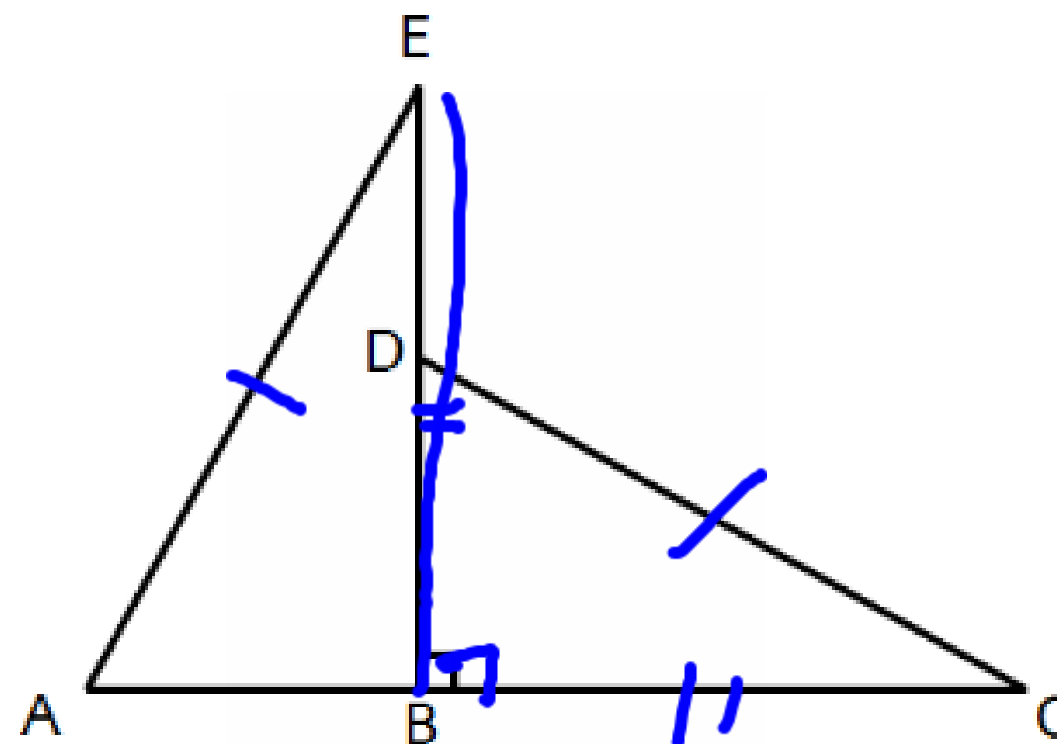
วิธีทำ.....

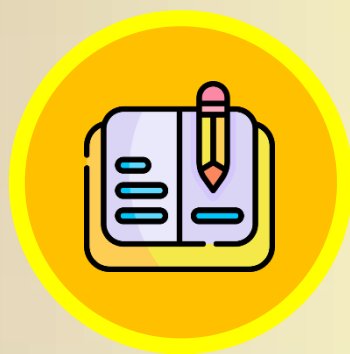


แบบฝึกหัดที่ 9

คำชี้แจง นำสมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กัน
แบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน ไปใช้อ้างอิงในการพิสูจน์

- กำหนดให้ $AE = DC$, $BE = BC$ และ $\widehat{DBC}$ เป็นมุมฉาก ดังรูป
จงพิสูจน์ว่า $AB = DB$

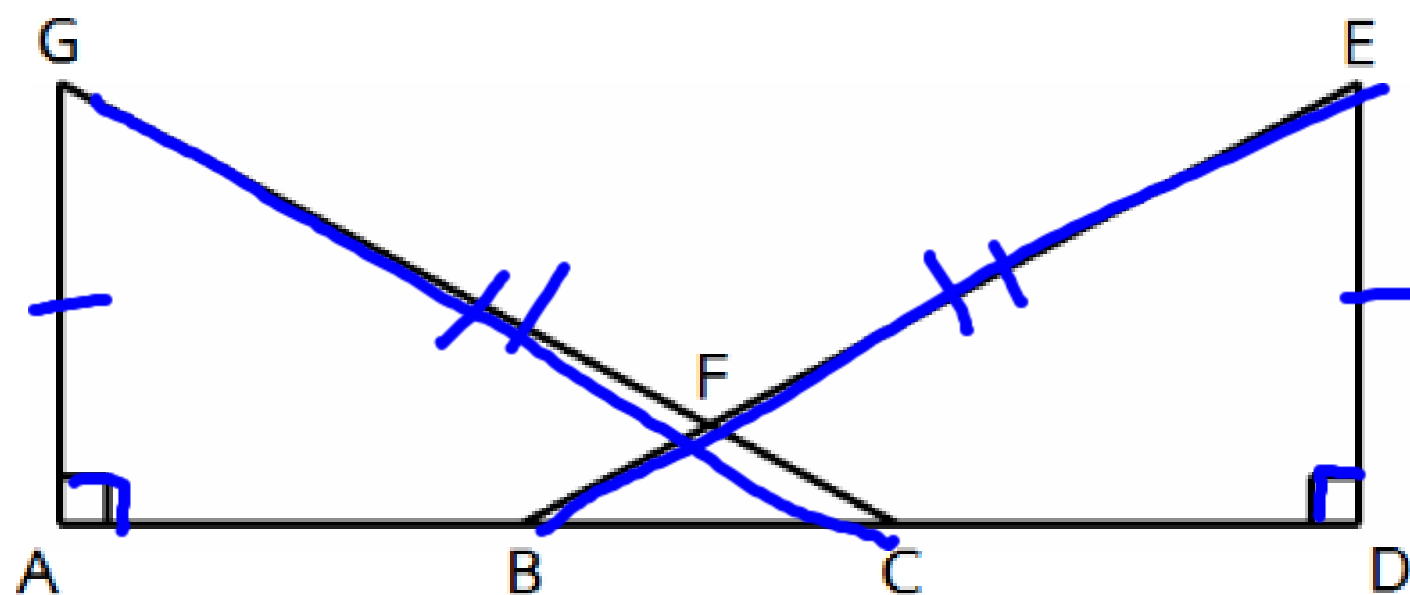




แบบฝึกหัดที่ 9

คำชี้แจง นำสมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กัน
แบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน ไปใช้อ้างอิงในการพิสูจน์

2. กำหนดให้ $\triangle ACG$ และ $\triangle DBE$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมีมุม A และ มุม D
เป็นมุมฉาก $AG = DE$ และ $GC = EB$ จงพิสูจน์ว่า $\widehat{AGC} = \widehat{DEB}$





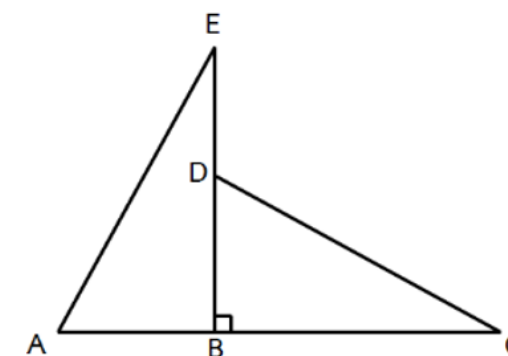
(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

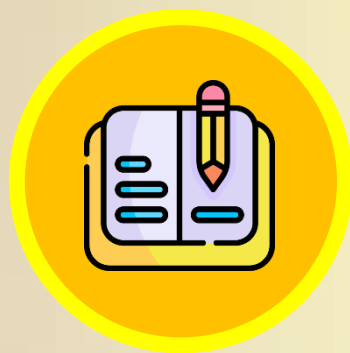
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน
รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คำชี้แจง นำสมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน ไปใช้อ้างอิงในการพิสูจน์

1. กำหนดให้ $AE = DC$, $BE = BC$ และ $\angle DBC$ เป็นมุมฉาก ดังรูป จงพิสูจน์ว่า $AB = DB$



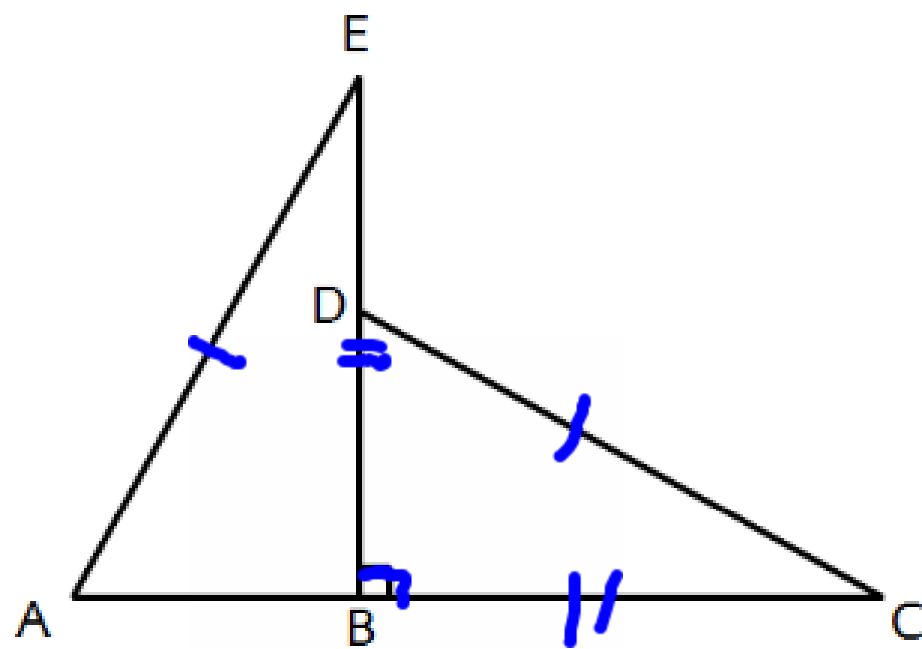
วิธีทำ.....

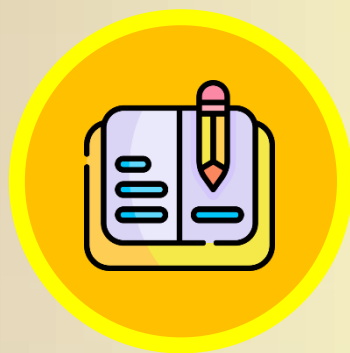


เฉลยแบบฝึกหัดที่ 9

คำชี้แจง นำสมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กัน
แบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน ไปใช้อ้างอิงในการพิสูจน์

- กำหนดให้ $AE = DC$, $BE = BC$ และ $\widehat{DBC}$ เป็นมุมฉาก ดังรูป
จงพิสูจน์ว่า $AB = DB$

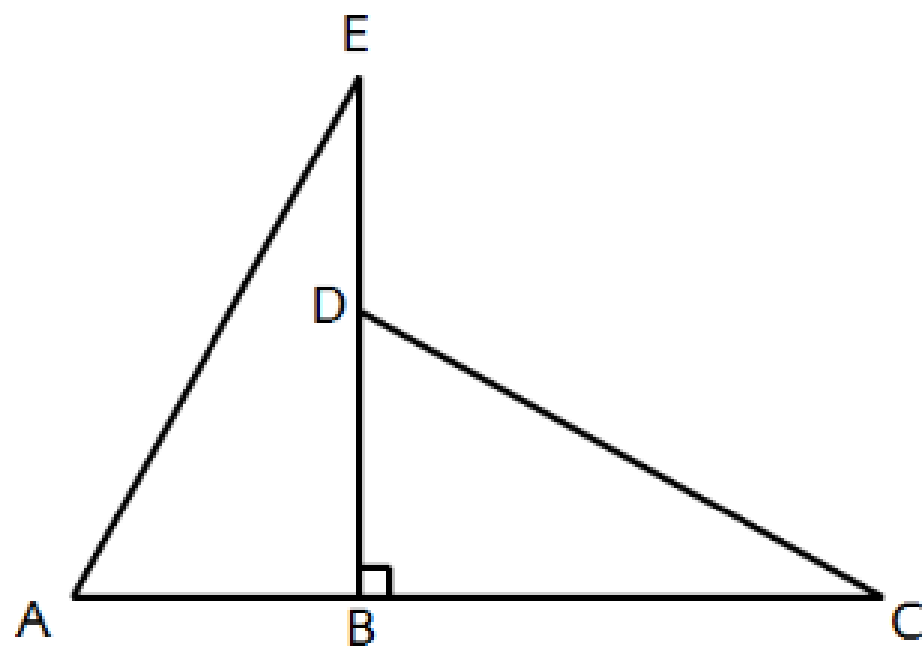


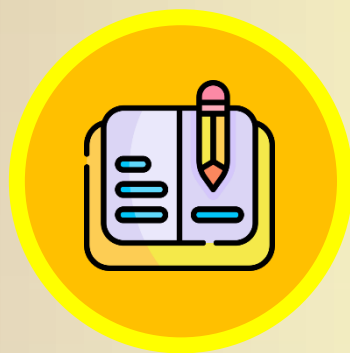


เฉลยแบบฝึกหัดที่ 9

คำชี้แจง นำสมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กัน
แบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน ไปใช้อ้างอิงในการพิสูจน์

- กำหนดให้ $AE = DC$, $BE = BC$ และ $\widehat{DBC}$ เป็นมุมฉาก ดังรูป
จงพิสูจน์ว่า $AB = DB$

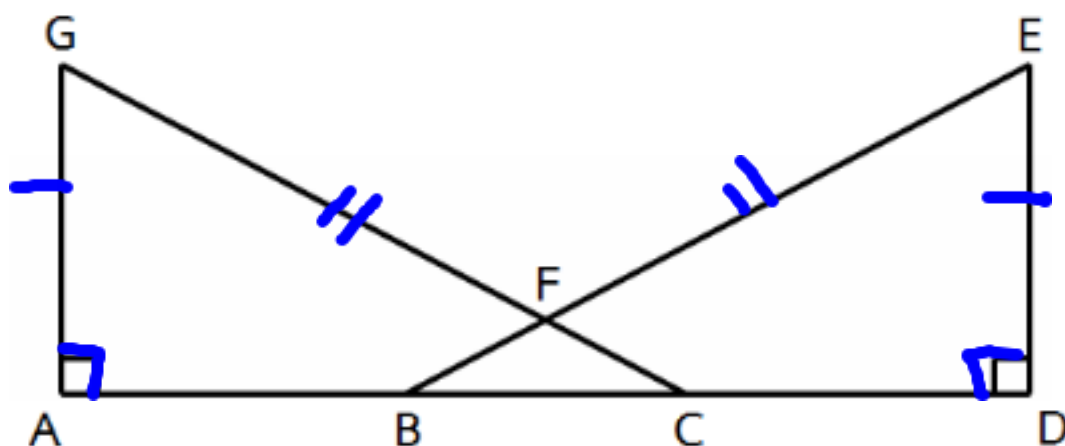


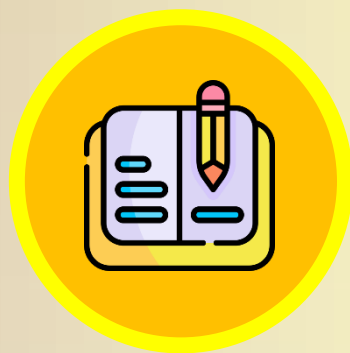


เฉลยแบบฝึกหัดที่ 9

คำชี้แจง นำสมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กัน
แบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน ไปใช้อ้างอิงในการพิสูจน์

2. กำหนดให้ $\triangle ACG$ และ $\triangle DBE$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมีมุม A และ มุม D
เป็นมุมฉาก $AG = DE$ และ $GC = EB$ จงพิสูจน์ว่า $\widehat{AGC} = \widehat{DEB}$

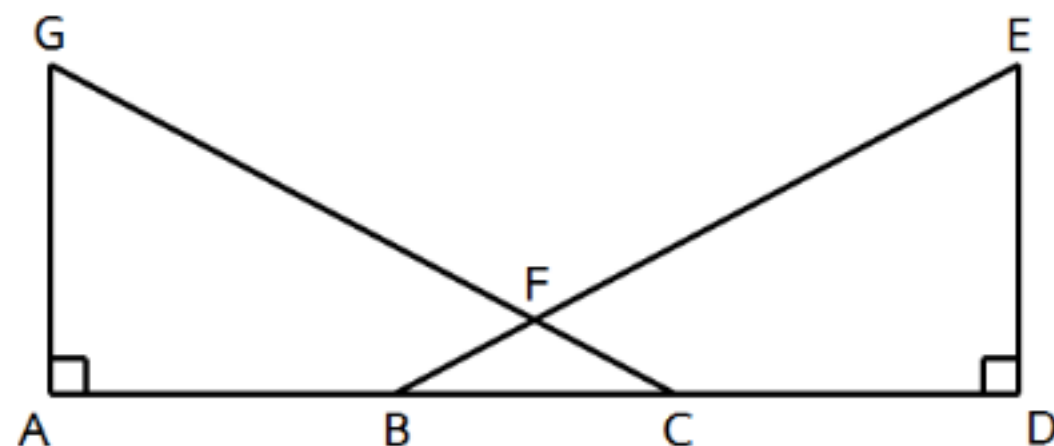




เฉลยแบบฝึกหัดที่ 9

คำชี้แจง นำสมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กัน
แบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน ไปใช้อ้างอิงในการพิสูจน์

2. กำหนดให้ $\triangle ACG$ และ $\triangle DBE$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมีมุม A และ มุม D
เป็นมุมฉาก $AG = DE$ และ $GC = EB$ จงพิสูจน์ว่า $\widehat{AGC} = \widehat{DEB}$





สรุปบทเรียน

สมบัติรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ
ฉาก-ด้าน-ด้าน ดังนี้

“ถ้ารูปสามเหลี่ยมที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน (เขียนแทนด้วย จ.ด.ด.)
กล่าวคือ สามเหลี่ยมทั้งสองเป็นสามเหลี่ยมมุมฉากซึ่งมีด้านประกอบมุมฉากยาวเท่ากัน
และด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากันหนึ่งคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้น เท่ากันทุกประการ”

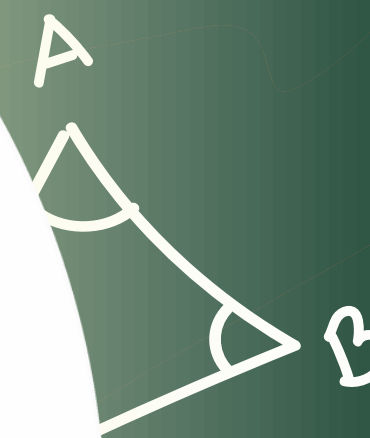


บทเรียนครั้งต่อไป

พิจารณาความสัมพันธ์ ของรูปสามเหลี่ยม



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่
www.dltv.ac.th)





สิ่งที่ต้องเตรียม

แบบฝึกหัดที่ 10 : พิจารณาความสัมพันธ์
ของรูปสามเหลี่ยม (1)

แบบฝึกหัดที่ 11 : พิจารณาความสัมพันธ์
ของรูปสามเหลี่ยม (2)

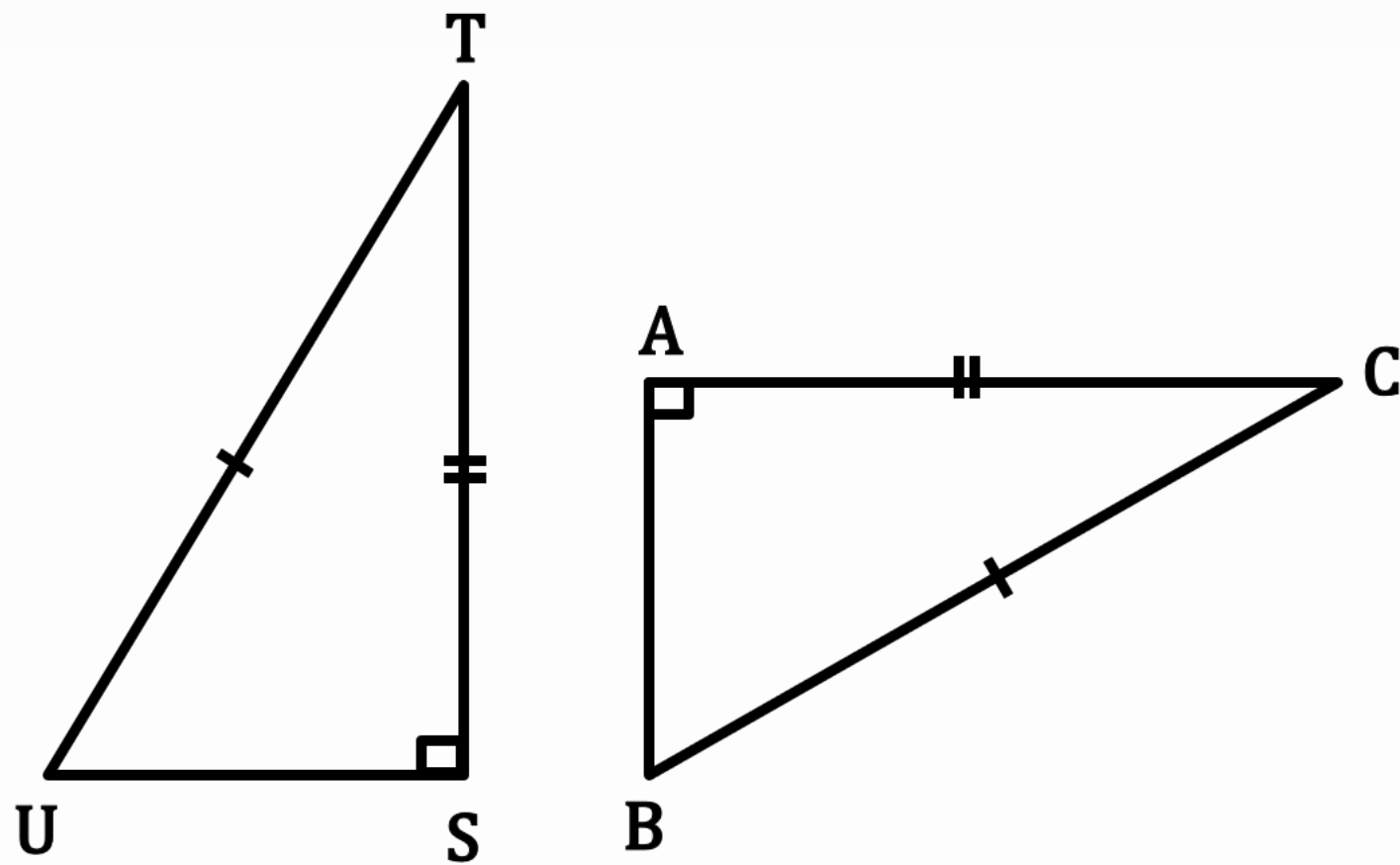


(สามารถดาวน์โหลดได้ที่
www.dltv.ac.th)



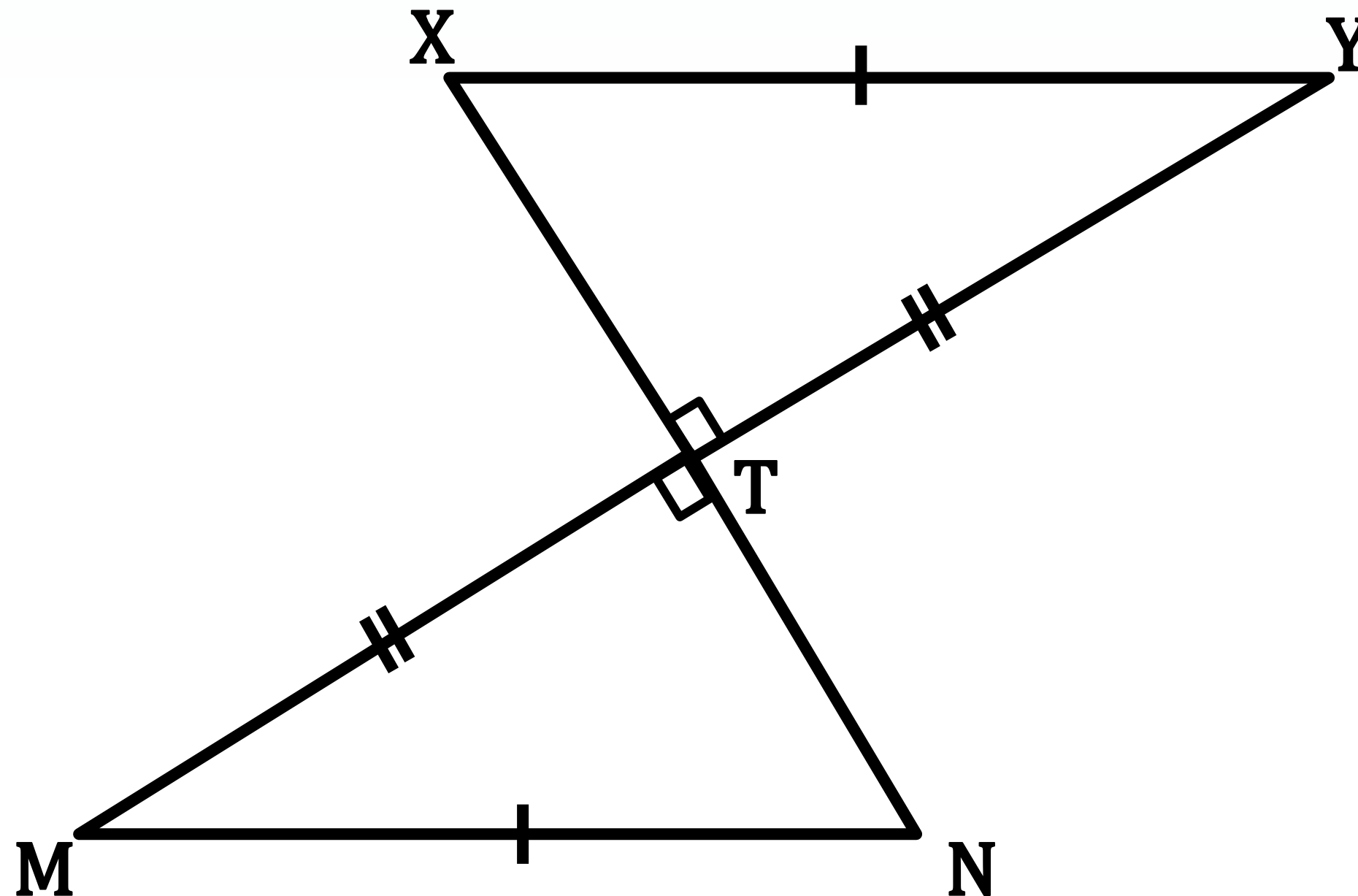
ทำกิจกรรมสำรวจ ฉาก-ด้าน-ด้าน

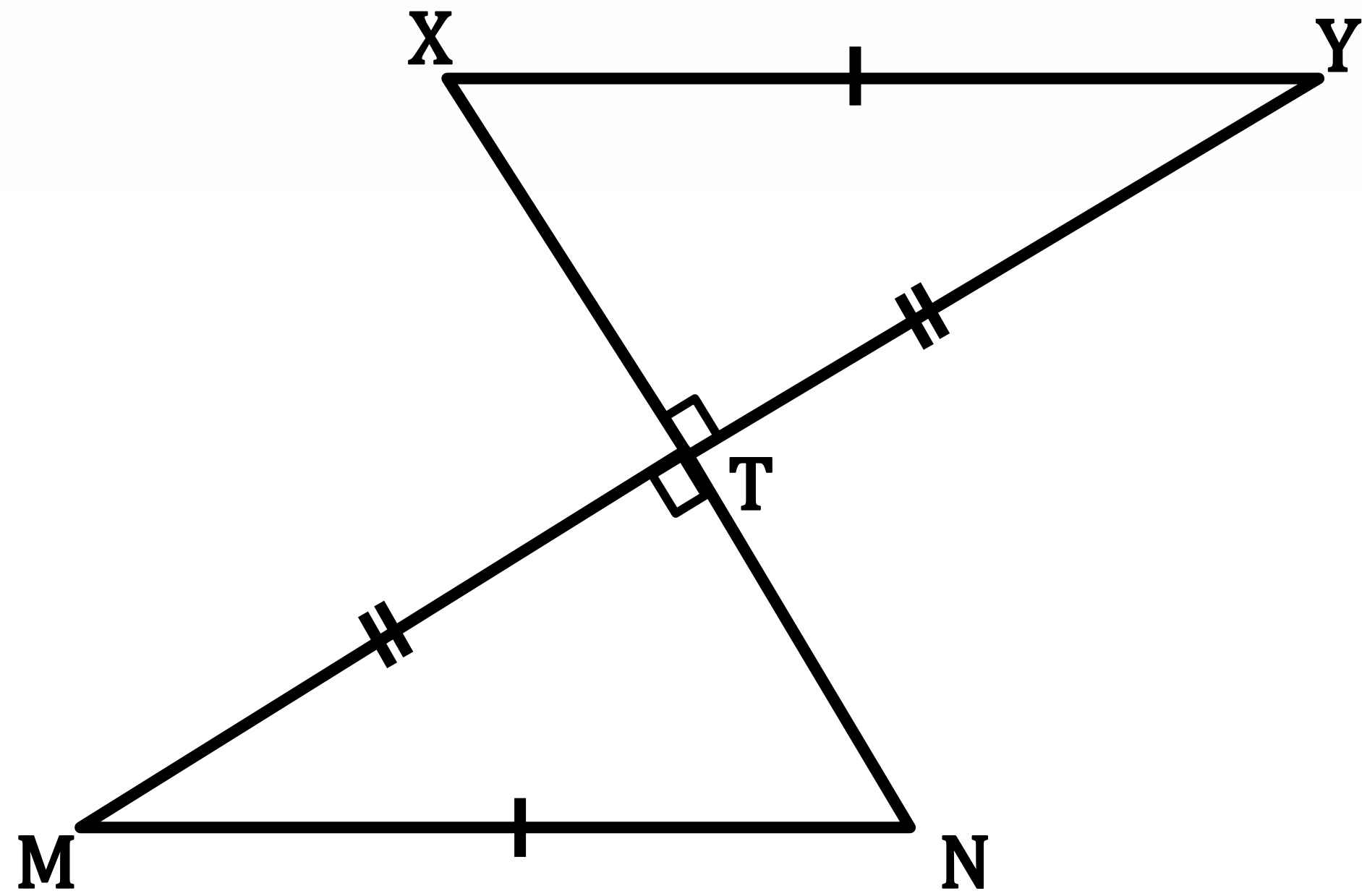
1



ทำกิจกรรมสำรวจ ฉาก-ด้าน-ด้าน

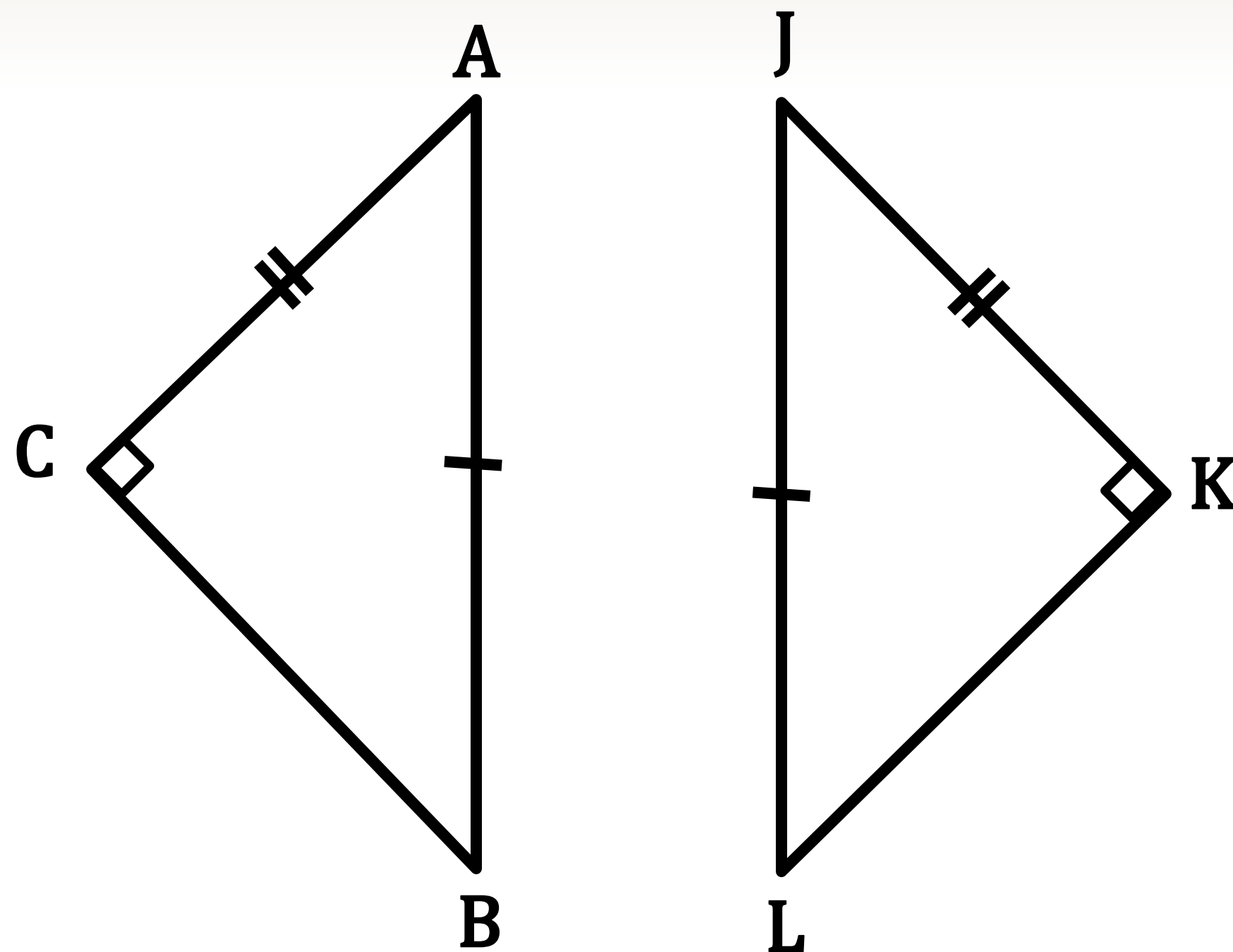
2





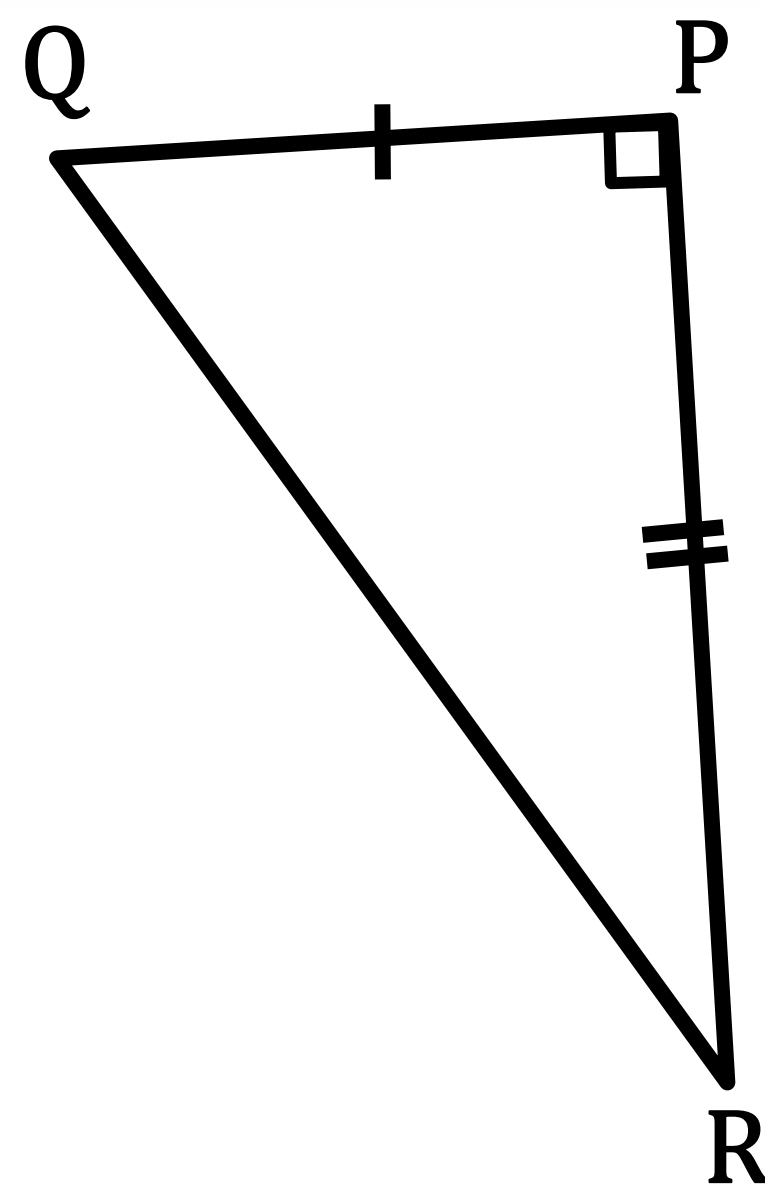
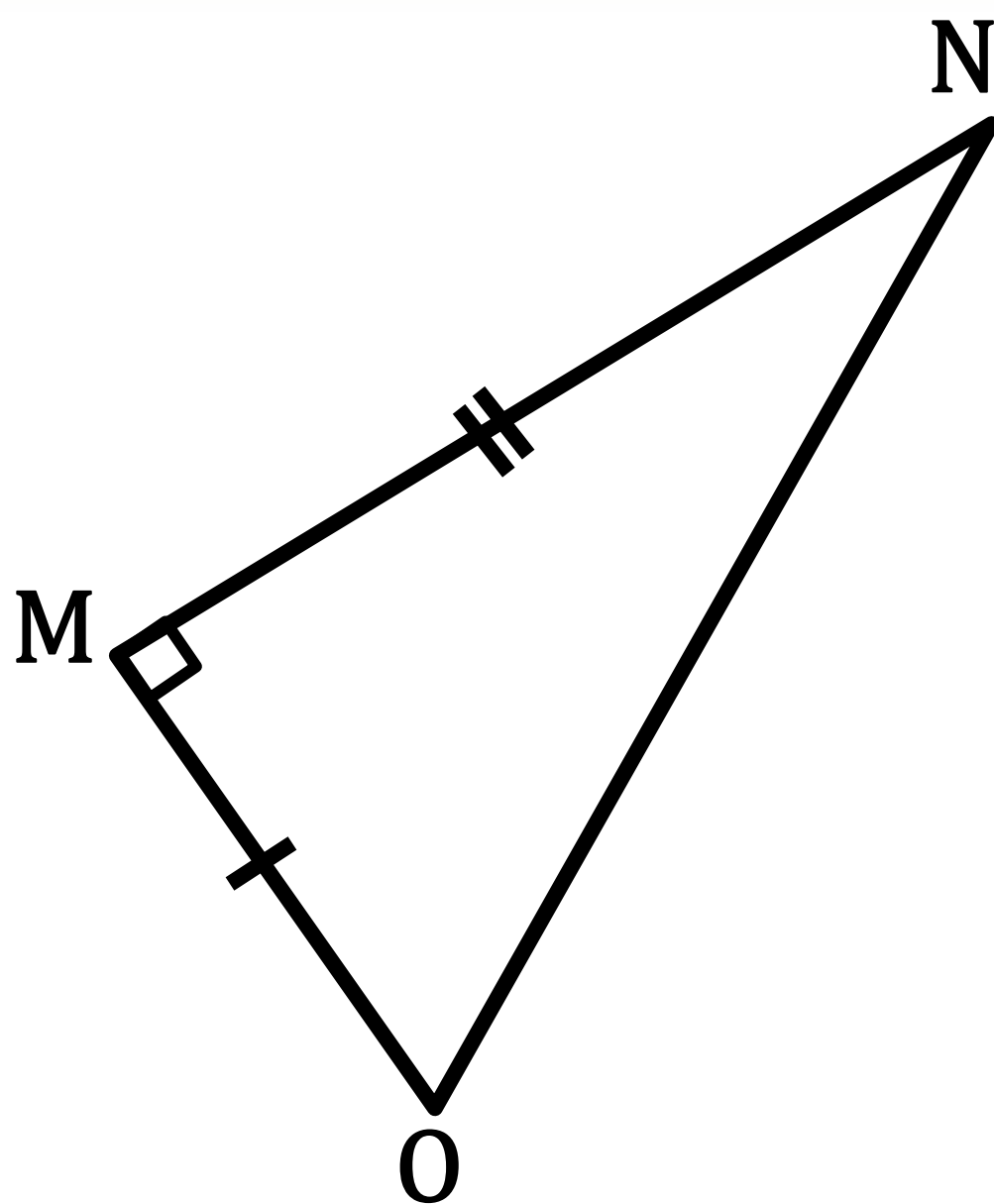
ทำกิจกรรมสำรวจ ฉาก-ด้าน-ด้าน

3



ทำกิจกรรมสำรวจ ฉาก-ด้าน-ด้าน

4



ทำกิจกรรมสำรวจ ฉาก-ด้าน-ด้าน

5

