

รายวิชา คณิตศาสตร์

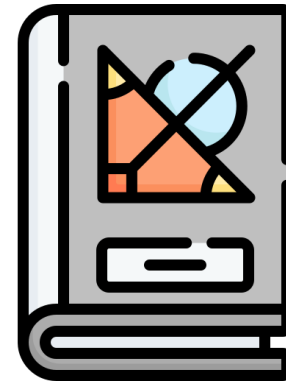
รหัสวิชา ค22102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ

เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม

ครูผู้สอน ครูอชราวุธ ไชยมงคล





หน่วยการเรียนรู้ที่ 2

เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

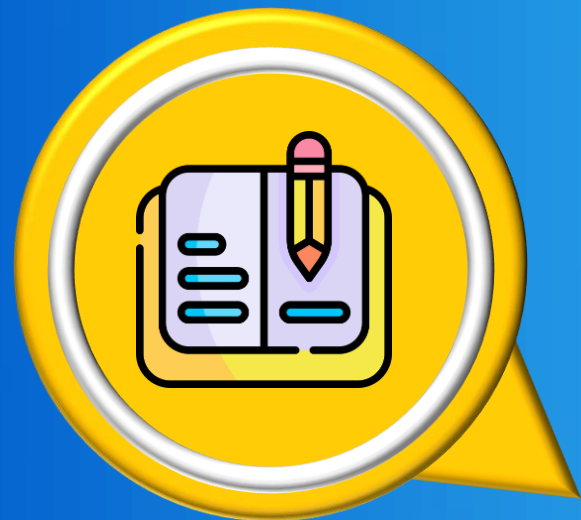
รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม



จุดประสงค์การเรียนรู้

สามารถบอกเงื่อนไขของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มี
ความสัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม





ทบทวน ด.ม.ด.

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (ด.ม.ด.)
แล้วจะต้องมีด้านยาวเท่ากันกี่คู่

- สองคู่

มุมที่มีขนาดเท่ากันต้องเป็นมุมอย่างไร

- เป็นมุมที่อยู่ในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากัน

ทำกิจกรรมสำรวจ มุม-ด้าน-มุม

ให้มีมุมมุมหนึ่งมีขนาด 60 องศา
มุมอีกมุมหนึ่งมีขนาด 30 องศา และมีด้านที่เป็นแขนร่วม
ของมุมทั้งสองยาว 10 เซนติเมตร



ทำกิจกรรมสำรวจ มุม-ด้าน-มุม

รูปสามเหลี่ยมที่ตนเองสร้างและรูปสามเหลี่ยมที่เพื่อนสร้างทับกันสนิทพอดี
รูปสามเหลี่ยมทั้งสองจึงเป็นรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ และเนื่องจาก
รูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปสร้างตามเงื่อนไขที่กำหนดให้ คือ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่
ด้านที่เป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองยาวเท่ากัน เราจะกล่าวว่า รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้น
มีความสัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม หรือเขียนย่อว่า ม.ด.ม.

ความสัมพันธ์แบบ มุม-ด้าน-มุม

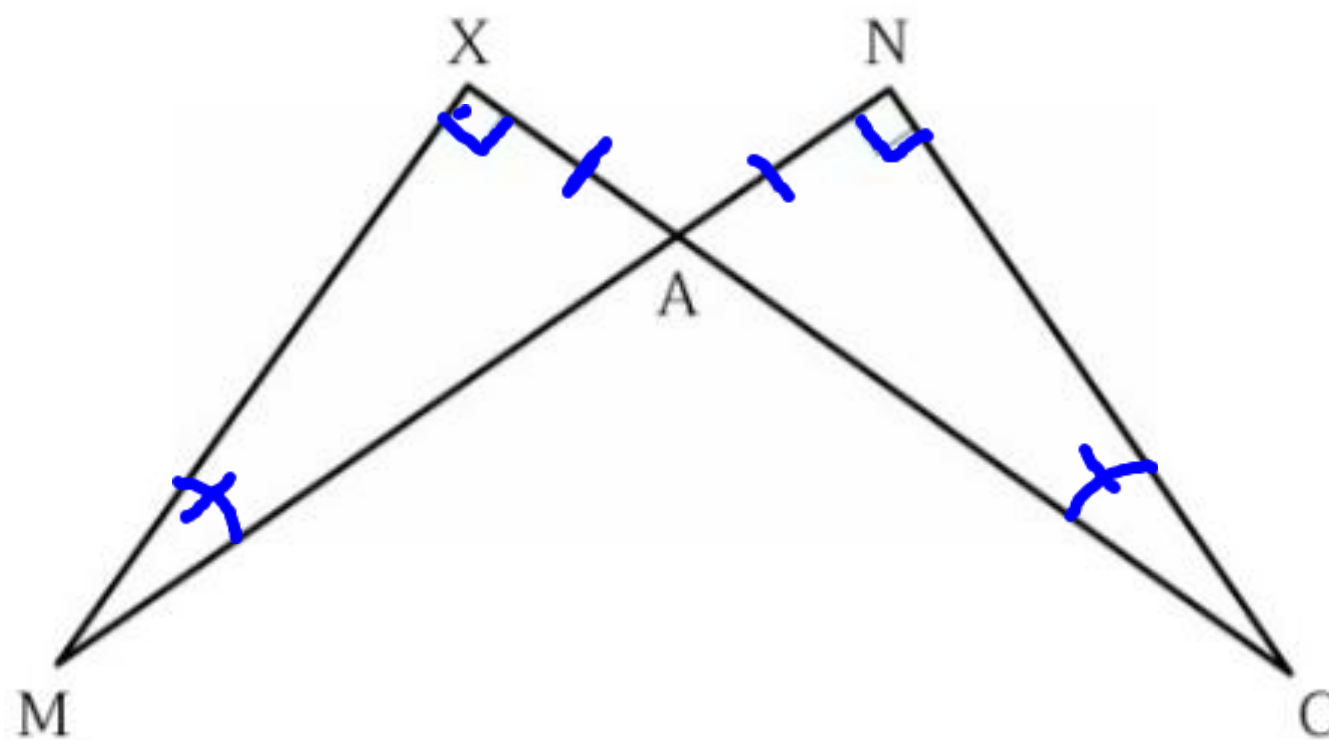
รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม จะเท่ากันทุกประการ
ซึ่งเป็นไปตามสมบัติต่อไปนี้

“ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (ม.ด.ม.) กล่าวคือมีมุมที่มี
ขนาดเท่ากันสองคู่ และมีด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยม
สองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ”

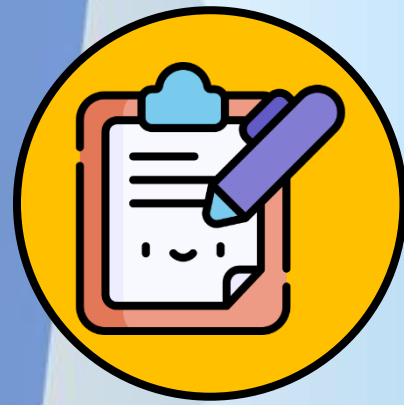


ตัวอย่างที่ 1

ตัวอย่างที่ 1 จากรูป กำหนดให้ $\overline{MN}$ ตัดกับ $\overline{CX}$ ที่จุด A ทำให้ $AX = AN$, $\overline{MX} \perp \overline{CX}$ และ $\overline{CN} \perp \overline{MN}$ จงพิสูจน์ว่า $\widehat{AMX} = \widehat{ACN}$

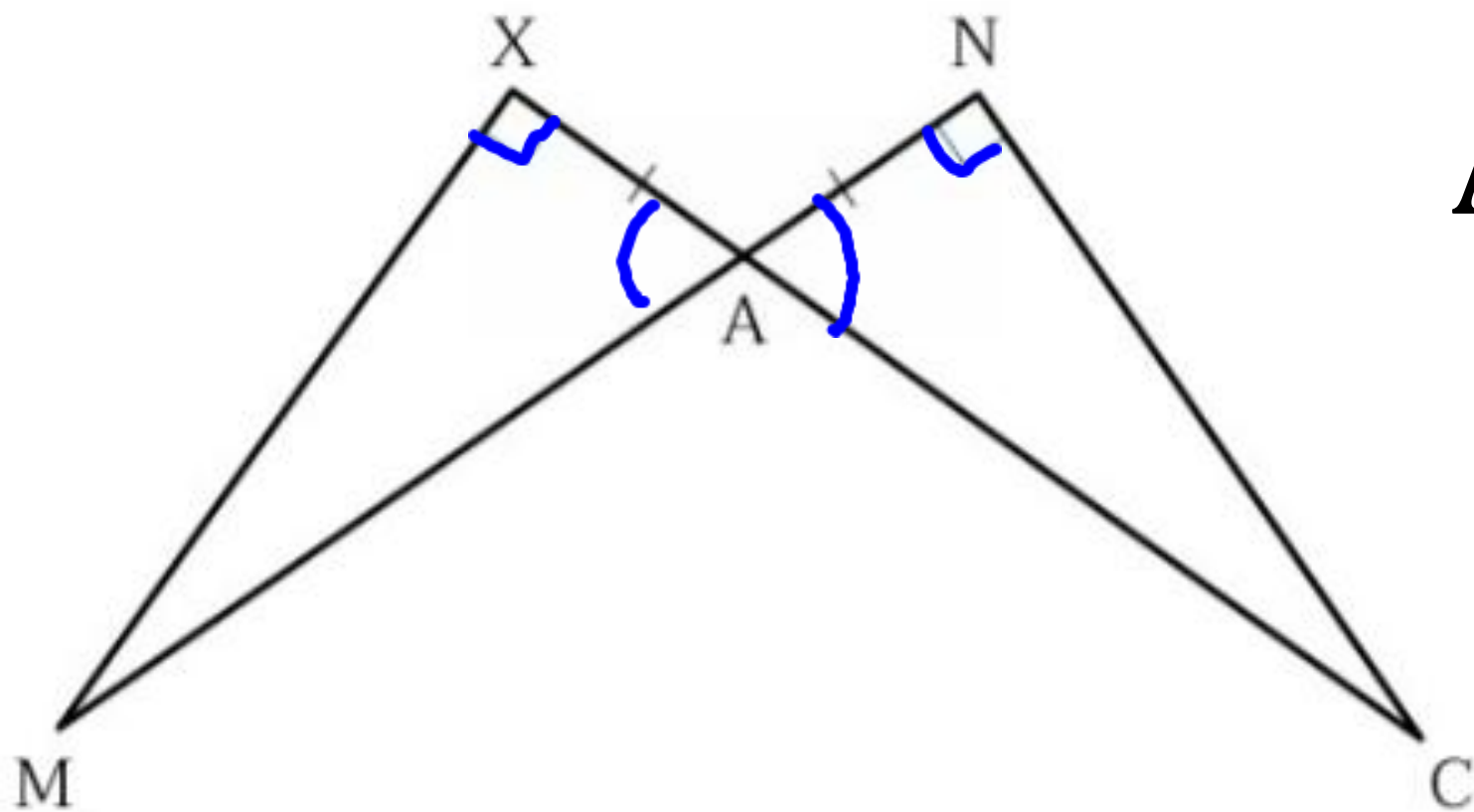


กำหนดให้ $\overline{MN}$ ตัดกับ $\overline{CX}$ ที่จุด A ทำให้ $AX = AN$, $\overline{MX} \perp \overline{CX}$ และ $\overline{CN} \perp \overline{MN}$



ตัวอย่างที่ 1

ตัวอย่างที่ 1 จากรูป กำหนดให้ $\overline{MN}$ ตัดกับ $\overline{CX}$ ที่จุด A ทำให้ $AX = AN$, $\overline{MX} \perp \overline{CX}$ และ $\overline{CN} \perp \overline{MN}$ จงพิสูจน์ว่า $\widehat{MX} = \widehat{CN}$



พิสูจน์ พิจารณา $\triangle MAX$ และ $\triangle CAN$

$\widehat{MX} = \widehat{CN}$ (กำหนดให้ $\overline{MX} \perp \overline{CX}$ และ $\overline{CN} \perp \overline{MN}$)

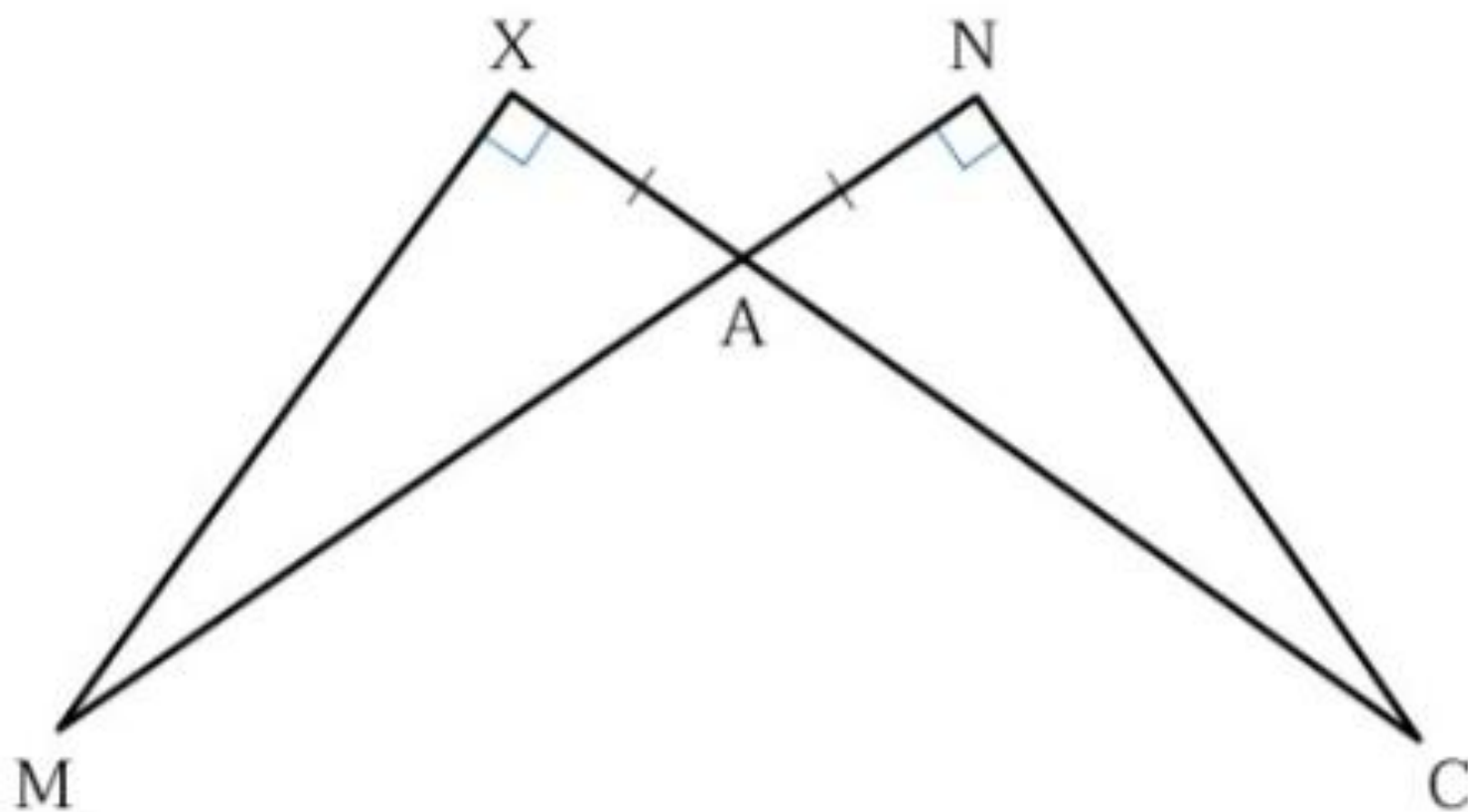
$AX = AN$ (กำหนดให้)

$\widehat{MAX} = \widehat{CAN}$ (ถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดกัน แล้วมุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน)



ตัวอย่างที่ 1

ตัวอย่างที่ 1 จากรูป กำหนดให้ $\overline{MN}$ ตัดกับ $\overline{CX}$ ที่จุด A ทำให้ $AX = AN$, $\overline{MX} \perp \overline{CX}$ และ $CN \perp MN$ จงพิสูจน์ว่า $\widehat{AMX} = \widehat{ACN}$



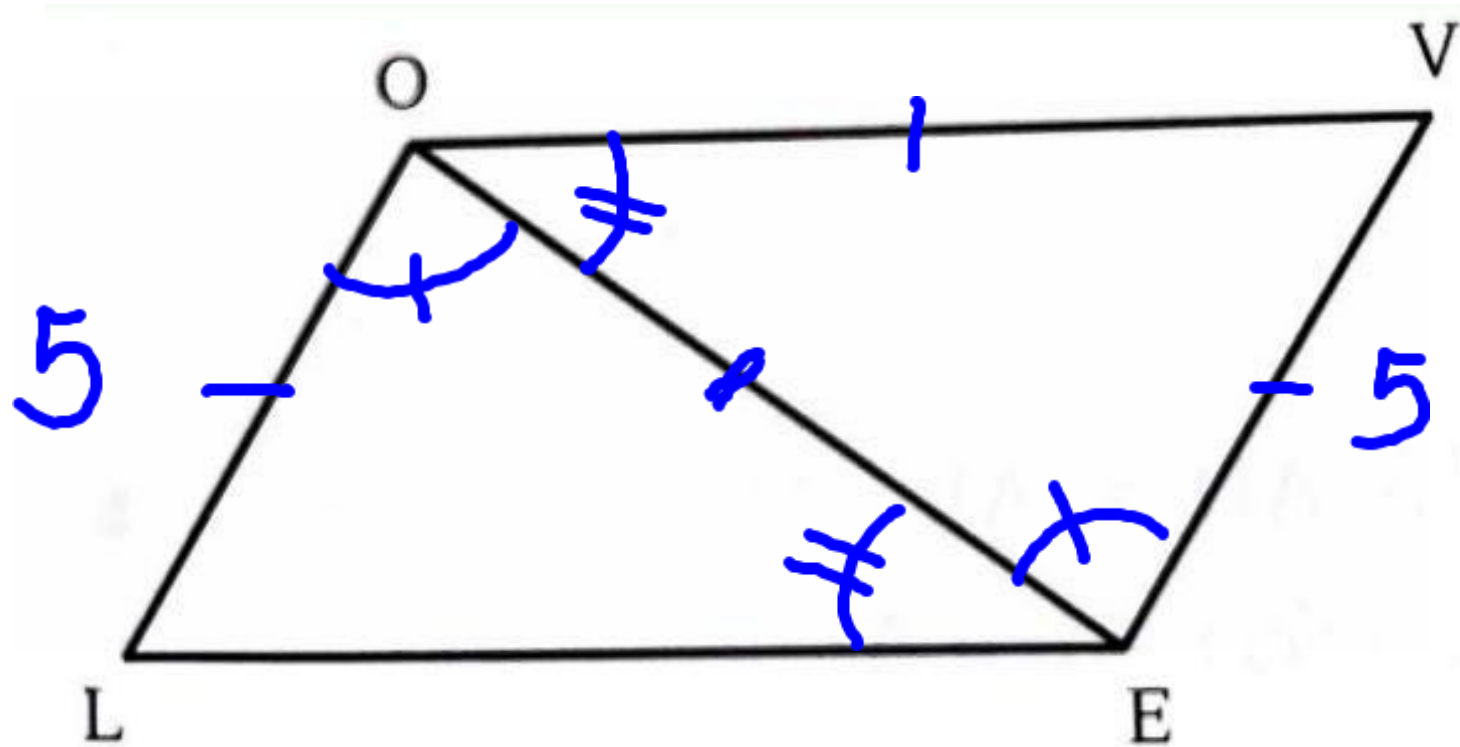
ดังนั้น $\triangle MAX \cong \triangle CAN$ (ม.ด.ม.)

จะได้ $\widehat{AMX} = \widehat{ACN}$ (มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการจะมีขนาดเท่ากัน)



ตัวอย่างที่ 2

ตัวอย่างที่ 2 จากรูป กำหนดให้ $\angle LOE = \angle VEO$ และ $\angle OEL = \angle EOV$ ถ้า $LO = 5$ หน่วย ความยาวรอบรูปของ $\blacksquare LOVE$ เท่ากับ 24 หน่วย จงหาความยาวของ $\overline{OV}$



วิธีทำ พิจารณา $\triangle LOV$ และ $\triangle VEO$

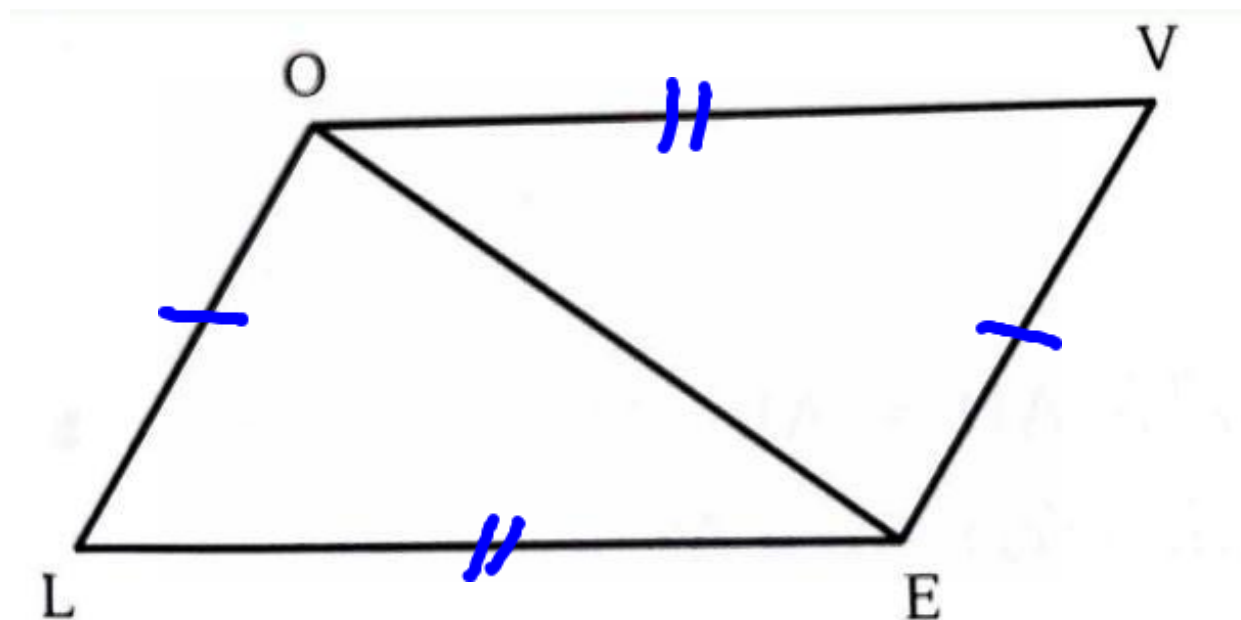
$$\angle LOE = \angle VEO \quad (\text{กำหนดให้})$$

$$OE = EO \quad (\overline{OE} \text{ เป็นด้านร่วม})$$

$$\angle OEL = \angle EOV \quad (\text{กำหนดให้})$$



ตัวอย่างที่ 2 จากรูป กำหนดให้ $\angle LOE = \angle VEO$ และ $\angle OEL = \angle EOV$ ถ้า $LO = 5$ หน่วย
ความยาวรอบรูปของ ■ LOVE เท่ากับ 24 หน่วย จงหาความยาวของ $\overline{OV}$



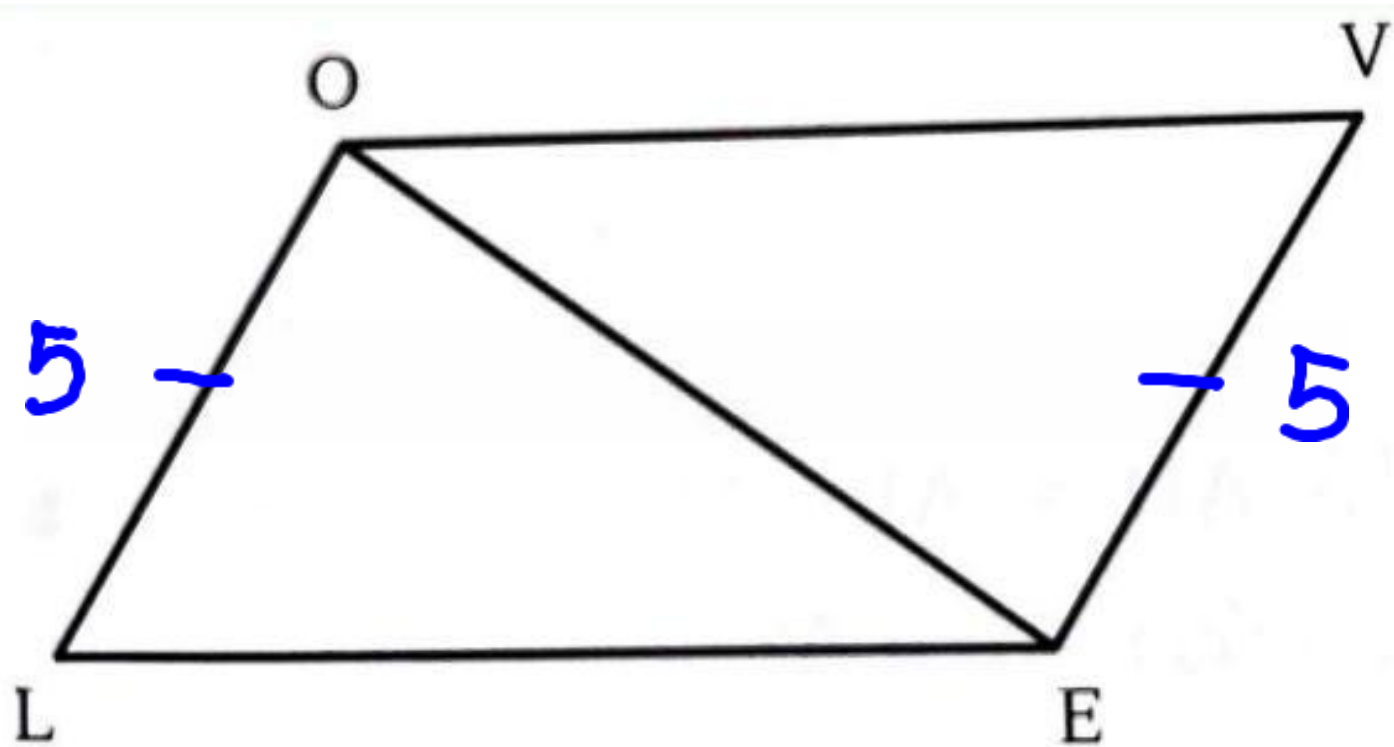
ดังนั้น $\triangle LOE \cong \triangle VEO$ (ม.ด.ม.)

จะได้ $LO = VE$ และ $EL = OV$ (ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากัน
ทุกประการจะยาวเท่ากัน)



ตัวอย่างที่ 2

ตัวอย่างที่ 2 จากรูป กำหนดให้ $\angle LOE = \angle VEO$ และ $\angle OEL = \angle EOV$ ถ้า $LO = 5$ หน่วย
ความยาวรอบรูปของ $\blacksquare LOVE$ เท่ากับ 24 หน่วย จงหาความยาวของ $\overline{OV}$



$$LO = 5 \quad (\text{กำหนดให้})$$

$$LO + VE + EL + OV \quad (\text{ความยาวรอบรูปของ } \blacksquare LOVE \text{ เท่ากับ 24 หน่วย})$$

$$\text{ดังนั้น } OV = \frac{24 - 10}{2} = 7 \text{ หน่วย}$$



แบบฝึกหัดที่ 5

เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กับ

แบบด้าน-มุม-ด้าน



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)

แบบฝึกหัดที่ 5 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กับแบบ มุม-ด้าน-มุม

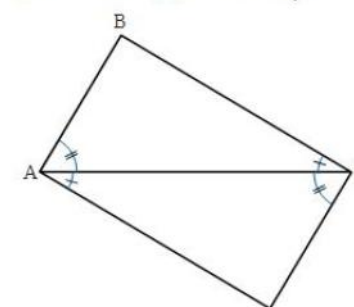
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กับแบบ มุม-ด้าน-มุม

รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนแสดงการหาคำตอบลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

1. จากรูป ด้าน AB และด้าน CD ยาวเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด



วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

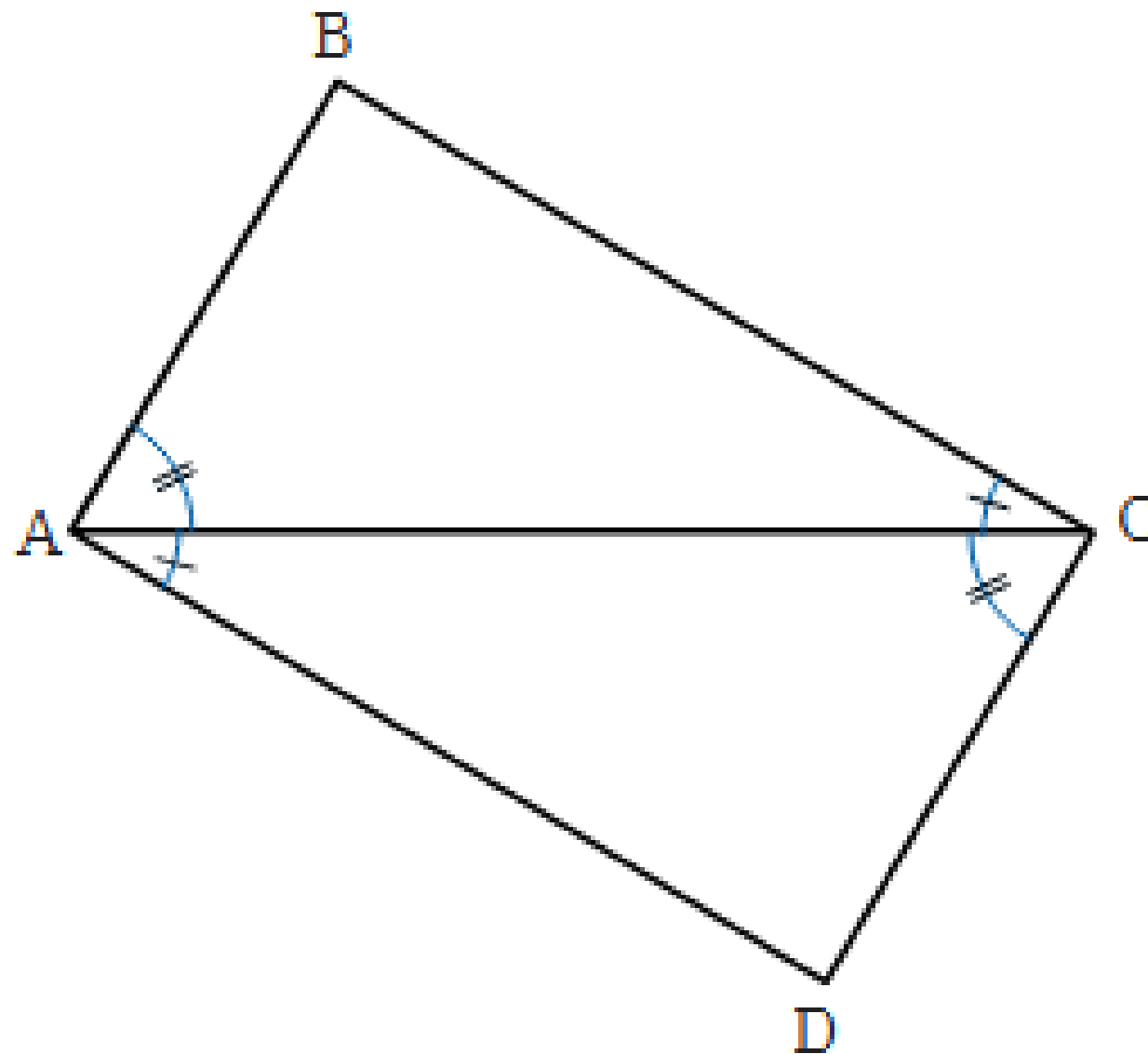




แบบฝึกหัดที่ 5

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนแสดงการหาคำตอบลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

1. จากรูป ด้าน AB และด้าน CD ยาวเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

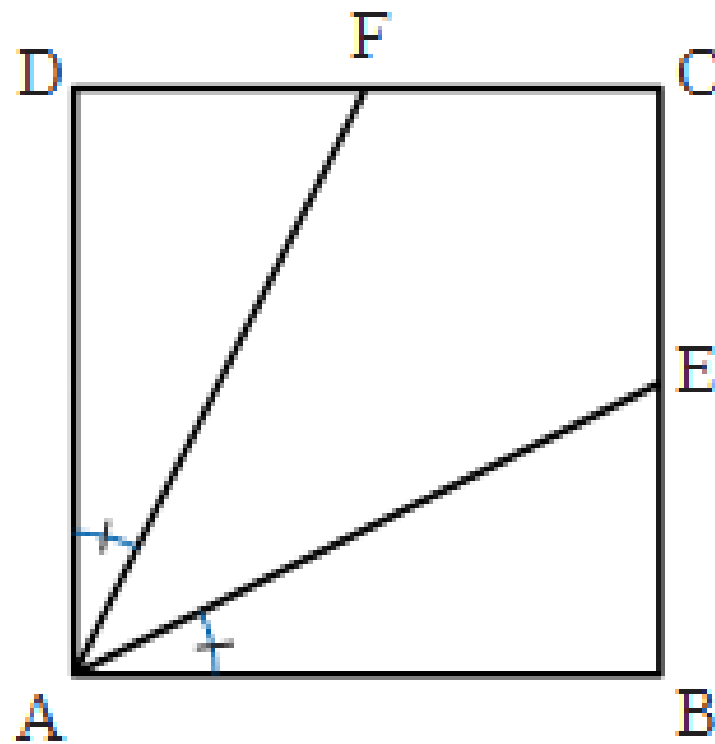




แบบฝึกหัดที่ 5

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนแสดงการหาคำตอบลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

2. กำหนดให้รูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส $\widehat{AFC}$ มีขนาดเท่ากับ $\widehat{AEC}$ หรือไม่ เพราะเหตุใด





เฉลยแบบฝึกหัดที่ 5

เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กับ

แบบด้าน-มุม-ด้าน



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)

แบบฝึกหัดที่ 5 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กับแบบ มุม-ด้าน-มุม

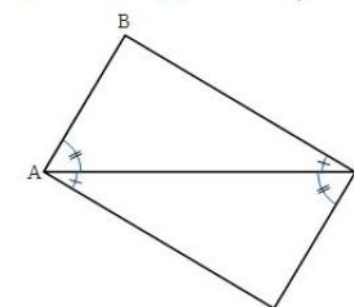
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กับแบบ มุม-ด้าน-มุม

รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนแสดงการหาคำตอบลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

1. จากรูป ด้าน AB และด้าน CD ยาวเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด



วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

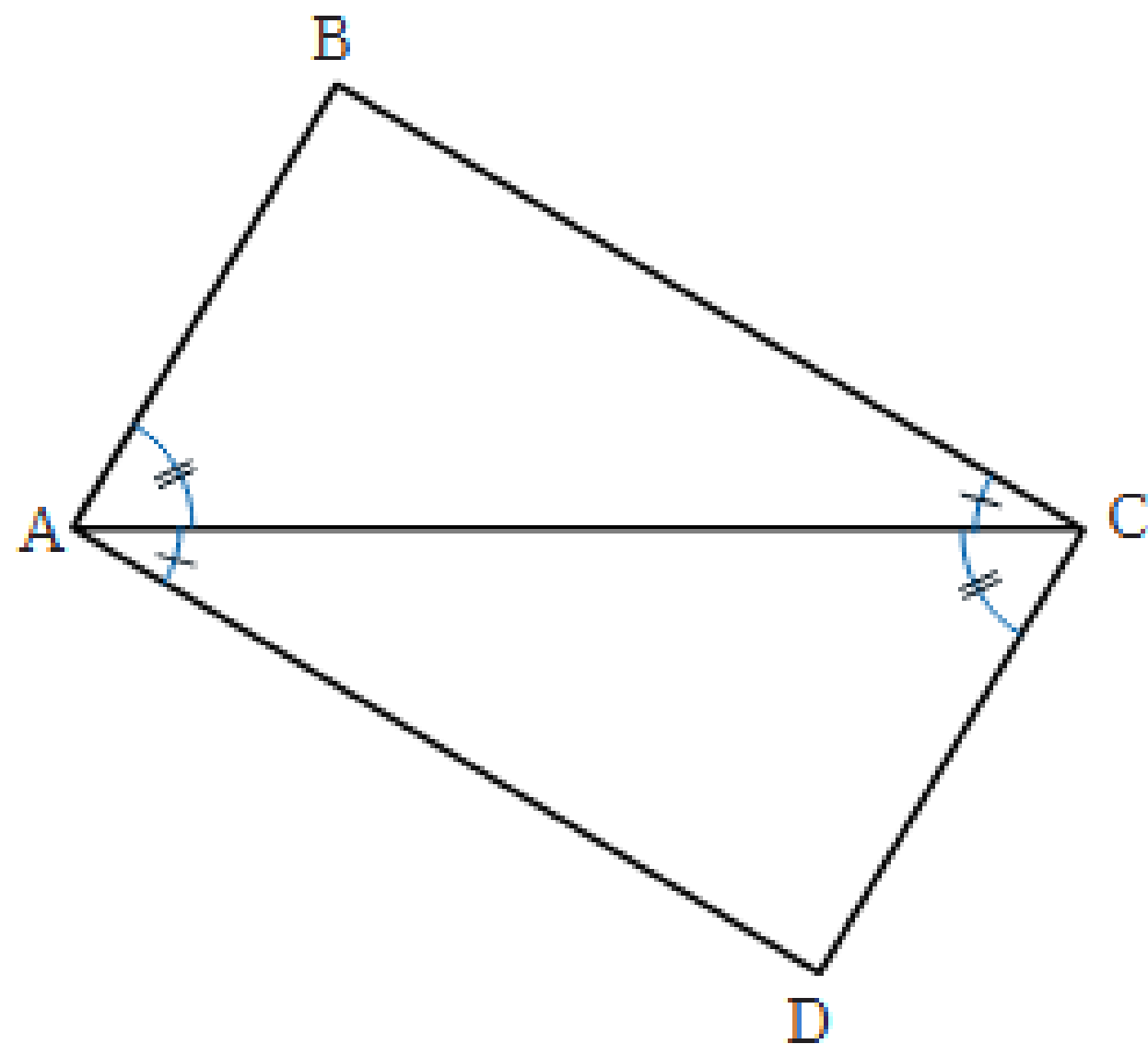




เฉลยแบบฝึกหัดที่ 5

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนแสดงการหาคำตอบลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

1. จากรูป ด้าน AB และด้าน CD ยาวเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

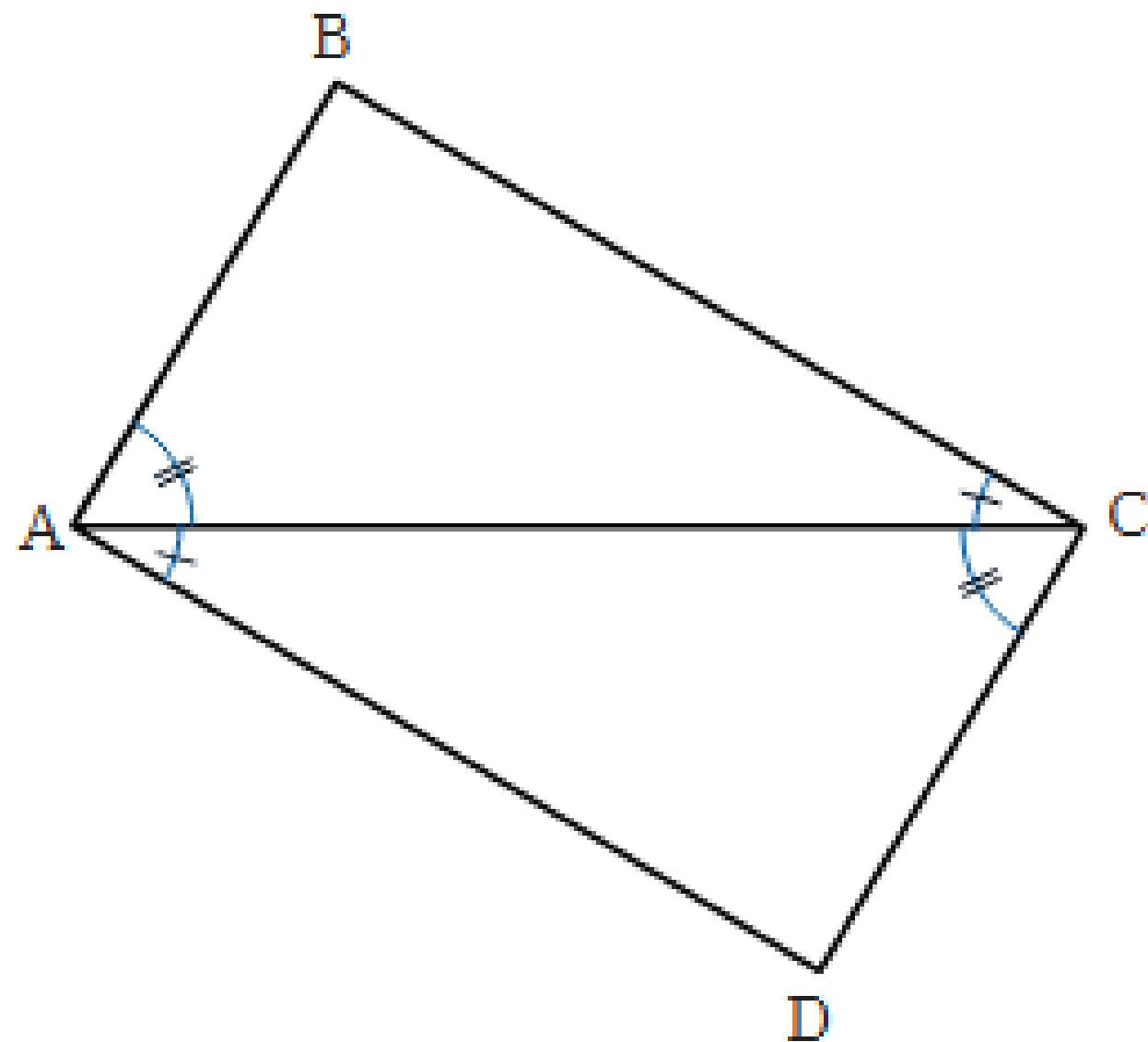




เฉลยแบบฝึกหัดที่ 5

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนแสดงการหาคำตอบลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

1. จากรูป ด้าน AB และด้าน CD ยาวเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

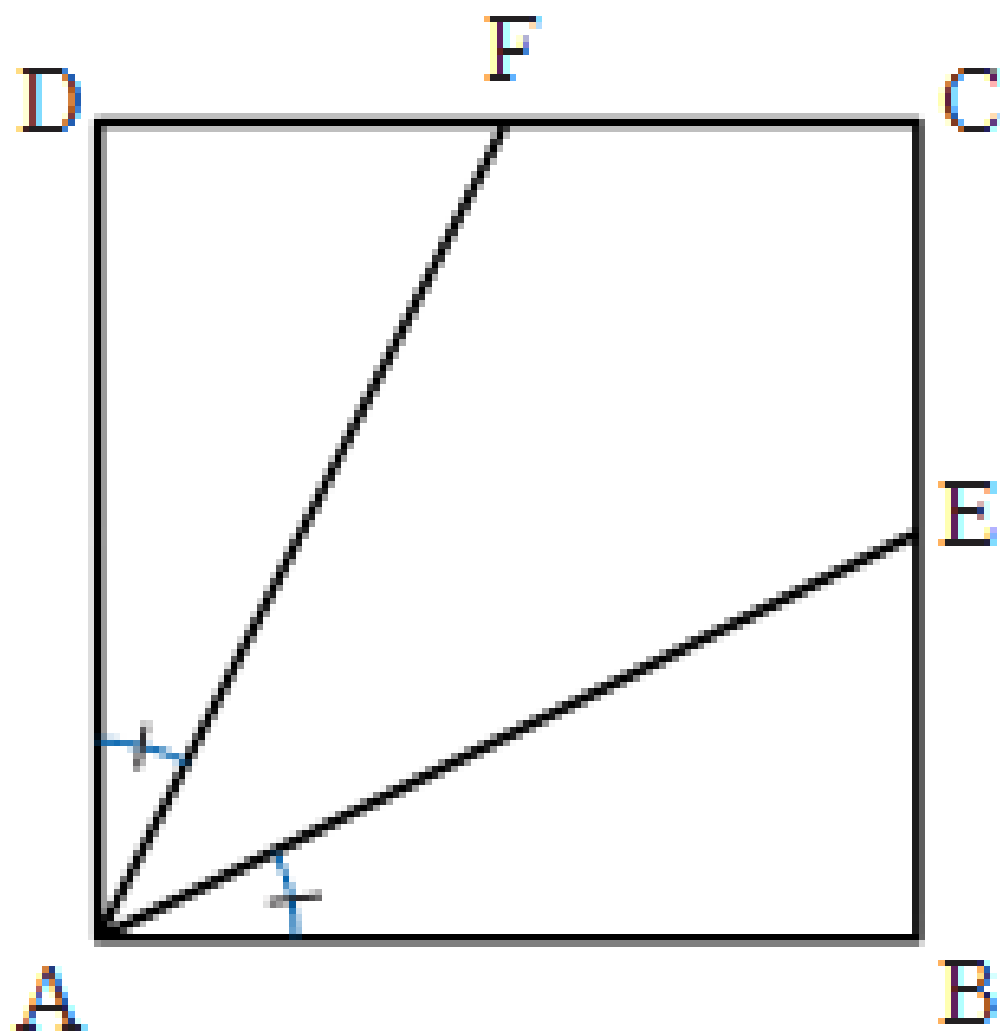




เฉลยแบบฝึกหัดที่ 5

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนแสดงการหาคำตอบลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

2. กำหนดให้รูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส $\widehat{AFC}$ มีขนาดเท่ากับ $\widehat{AEC}$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

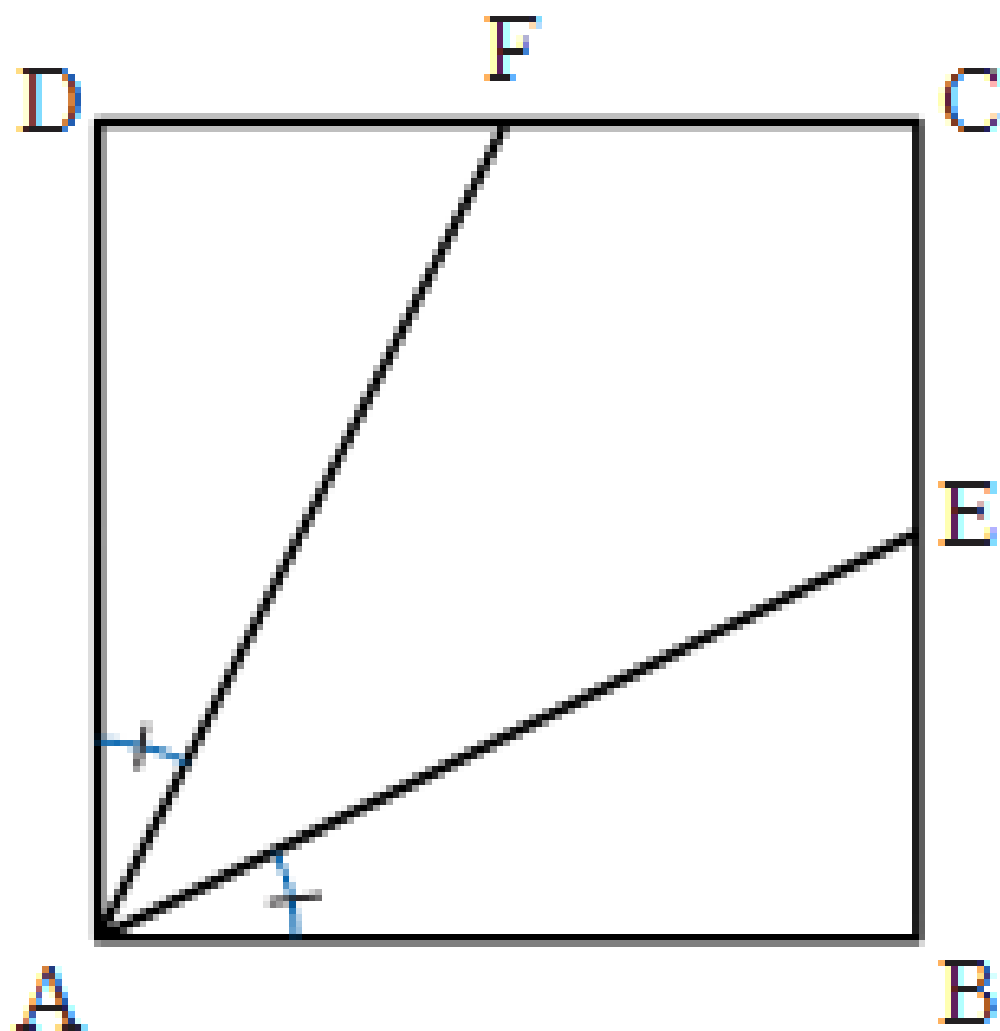




เฉลยแบบฝึกหัดที่ 5

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนแสดงการหาคำตอบลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

2. กำหนดให้รูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส $\widehat{AFC}$ มีขนาดเท่ากับ $\widehat{AEC}$ หรือไม่ เพราะเหตุใด





สรุปบทเรียน

สมบัติรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม ดังนี้

“ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (ม.ด.ม.) กล่าวคือมีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และมีด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ”



บทเรียนครึ่งต่อไป

รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ
ด้าน-ด้าน-ด้าน



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่
www.dltv.ac.th)





สิ่งที่ต้องเตรียม

แบบฝึกหัดที่ 6 : รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ
ด้าน-ด้าน-ด้าน



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่
www.dltv.ac.th)

