

รายวิชา คณิตศาสตร์

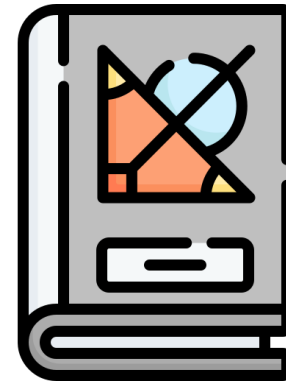
รหัสวิชา ค22102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการ

เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน

ครูผู้สอน ครูอชราวุธ ไชยมงคล





หน่วยการเรียนรู้ที่ 2

เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน



จุดประสงค์การเรียนรู้

สามารถบอกเงื่อนไขของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มี
ความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน





ทบทวนเรื่องเก่า

เราจะมีวิธีพิจารณาอย่างไรได้บ้างว่า รูปสามเหลี่ยมสองรูป
ที่กำหนดให้ นั้นเท่ากันทุกประการ

พิจารณาได้หลายวิธี เช่น

- เคลื่อนที่รูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิท
- รูปสามเหลี่ยมสองรูปมีด้านคู่ที่สมนัยกันและมุมคู่ที่สมนัยกันมีขนาดเท่ากัน

เป็นคู่ ๆ



ทบทวนเรื่องเก่า

เมื่อเราต้องการตรวจสอบว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการหรือไม่ จะต้องตรวจสอบความเท่ากันทุกประการของด้านที่สมนัยกันทุกคู่ และมุมที่สมนัยกันทุกคู่ ถ้าพบว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นมีด้านคู่ที่สมนัยกัน 3 คู่ แต่ละคู่ยาวเท่ากันและมุมคู่ที่สมนัยกัน 3 คู่ แต่ละคู่มีขนาดเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ

ทำกิจกรรมสำรวจ ด้าน-มุม-ด้าน

ให้นักเรียนวาดรูปสามเหลี่ยมบนกระดาษโดยให้มีด้านหนึ่งยาว 8 เซนติเมตร อีกด้านหนึ่งยาว 10 เซนติเมตร และมุมที่อยู่ระหว่างด้านทั้งสองมีขนาด 60 องศา

ทำกิจกรรมสำรวจ ด้าน-มุม-ด้าน

รูปสามเหลี่ยมที่ตนเองสร้างและรูปสามเหลี่ยมที่เพื่อนสร้างทับกันสนิทพอดี
รูปสามเหลี่ยมทั้งสองจึงเป็นรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ และเนื่องจาก
รูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปสร้างตามเงื่อนไขที่กำหนดให้ คือ มีความด้านยาวเท่ากัน
สองคู่ และมีขนาดมุมเท่ากันหนึ่งคู่ ซึ่งเป็นมุมระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากัน
เราจะกล่าวว่า รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน
หรือเขียนย่อว่า ด.ม.ด.

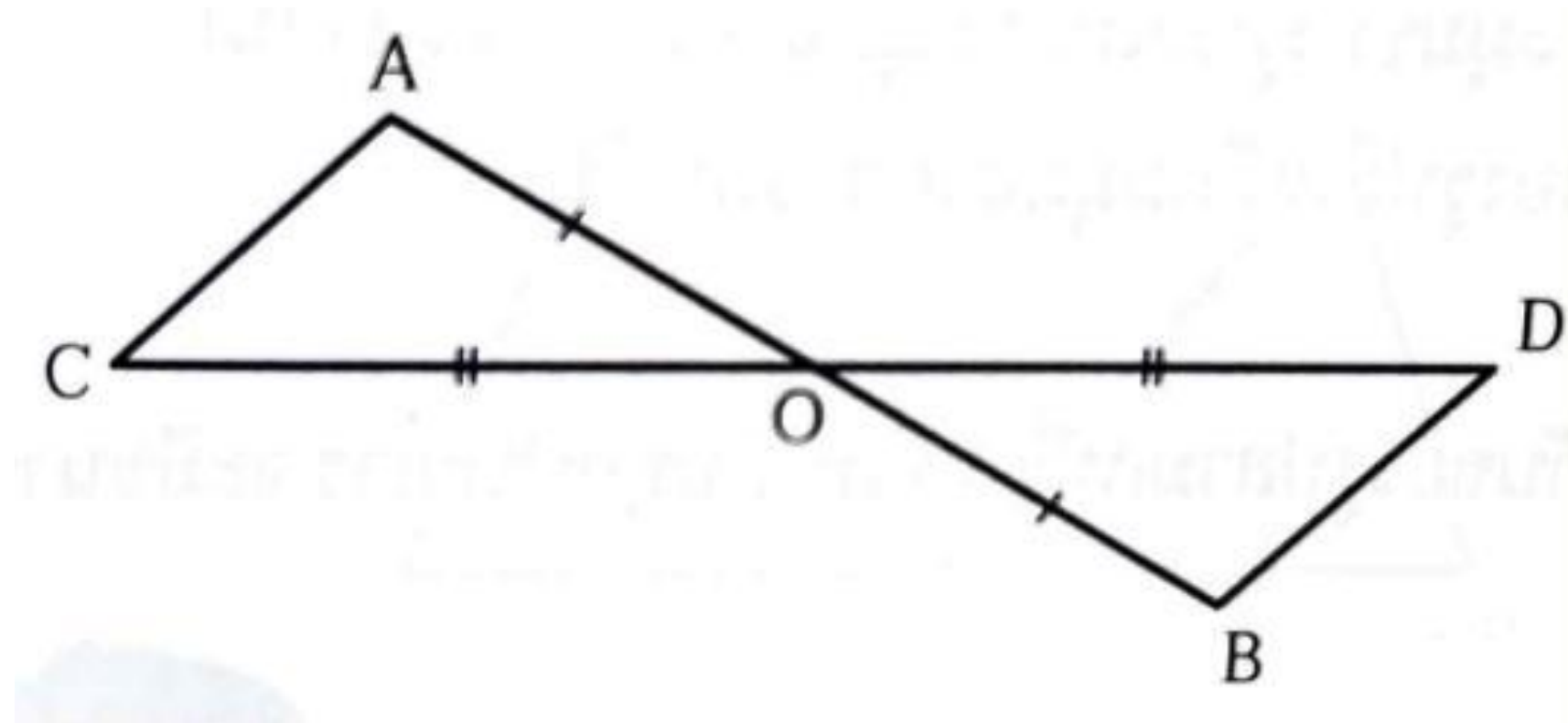
ความสัมพันธ์แบบ ด้าน-มุม-ด้าน

รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน จะเท่ากันทุกประการ ซึ่งเป็นไปตามสมบัติต่อไปนี้

“ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (ด.ม.ด) กล่าวคือ มีความยาวเท่ากันสองคู่ และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ”

ตัวอย่างที่ 1

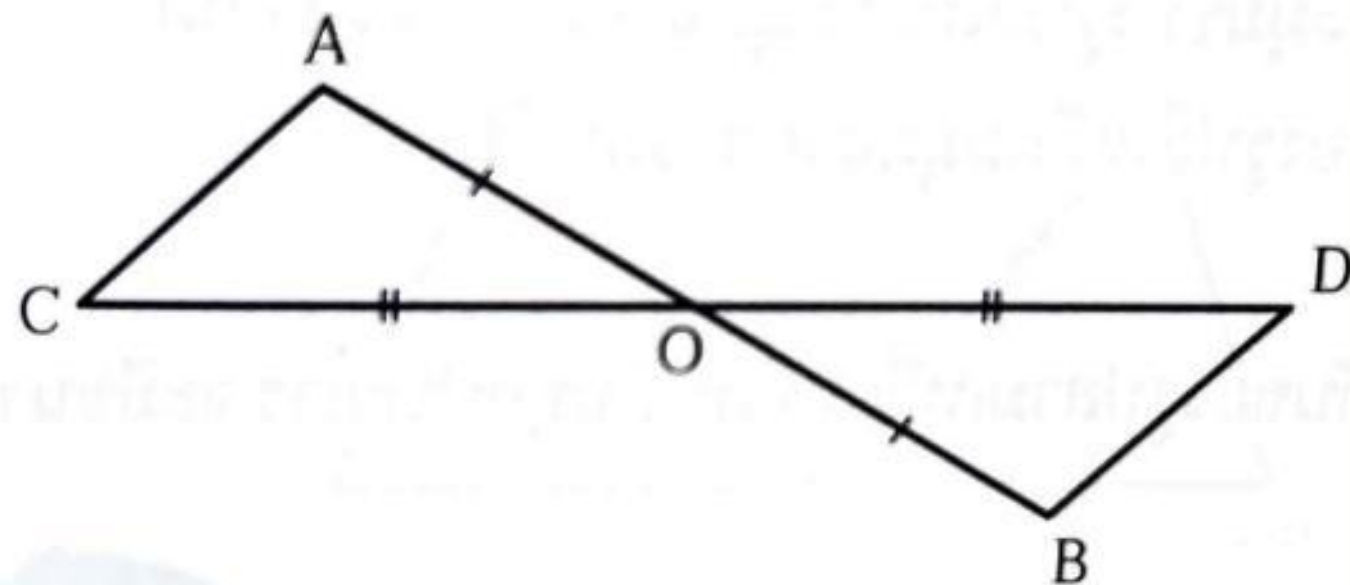
ตัวอย่างที่ 1 จากรูป กำหนดให้ $\overline{AB}$ ตัดกับ $\overline{CD}$ ที่จุด O ทำให้ $AO = BO$ และ $CO = DO$
จงพิสูจน์ว่า $\triangle AOC \cong \triangle BOD$



กำหนดให้ $\overline{AB}$ ตัดกับ $\overline{CD}$ ที่จุด O ทำให้ $AO = BO$ และ $CO = DO$
จงพิสูจน์ว่า $\triangle AOC \cong \triangle BOD$

ตัวอย่างที่ 1

ตัวอย่างที่ 1 จากรูป กำหนดให้ $\overline{AB}$ ตัดกับ $\overline{CD}$ ที่จุด O ทำให้ $AO = BO$ และ $CO = DO$
จงพิสูจน์ว่า $\triangle AOC \cong \triangle BOD$



$$AO = BO \quad (\text{กำหนดให้})$$

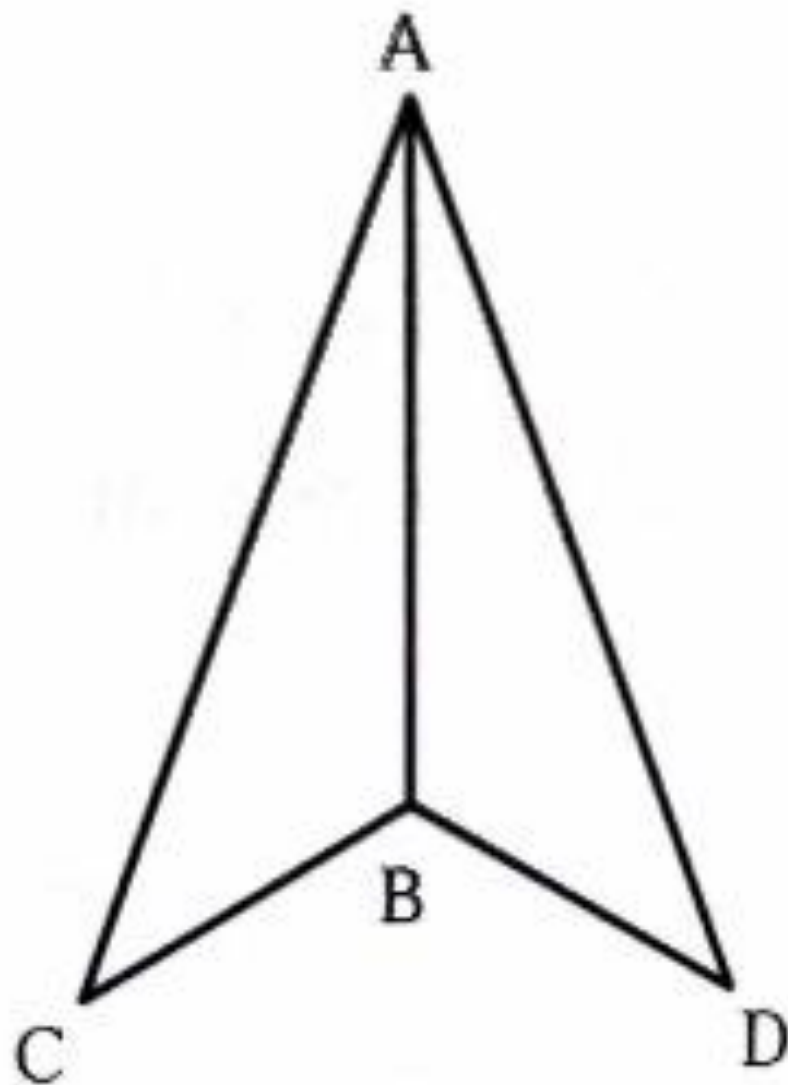
$$\angle AOC = \angle BOD \quad (\text{ถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดกัน แล้วมุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน})$$

$$CO = DO \quad (\text{กำหนดให้})$$

$$\text{ดังนั้น } \triangle AOC \cong \triangle BOD \quad (\text{ด.ม.ด})$$

ตัวอย่างที่ 2

ตัวอย่างที่ 2 จากรูป กำหนดให้ $BC = BD$ และ $\widehat{ABC} = \widehat{ABD}$ จงหาขนาดของ $\widehat{BAD}$ ถ้า กำหนดให้ $\widehat{ABC} = 120$ องศา และ $\widehat{ABC} + \widehat{ABD} = 140$ องศา



วิธีทำ พิจารณา $\triangle ABC$ และ $\triangle ABD$

$BC = BD$ (กำหนดให้)

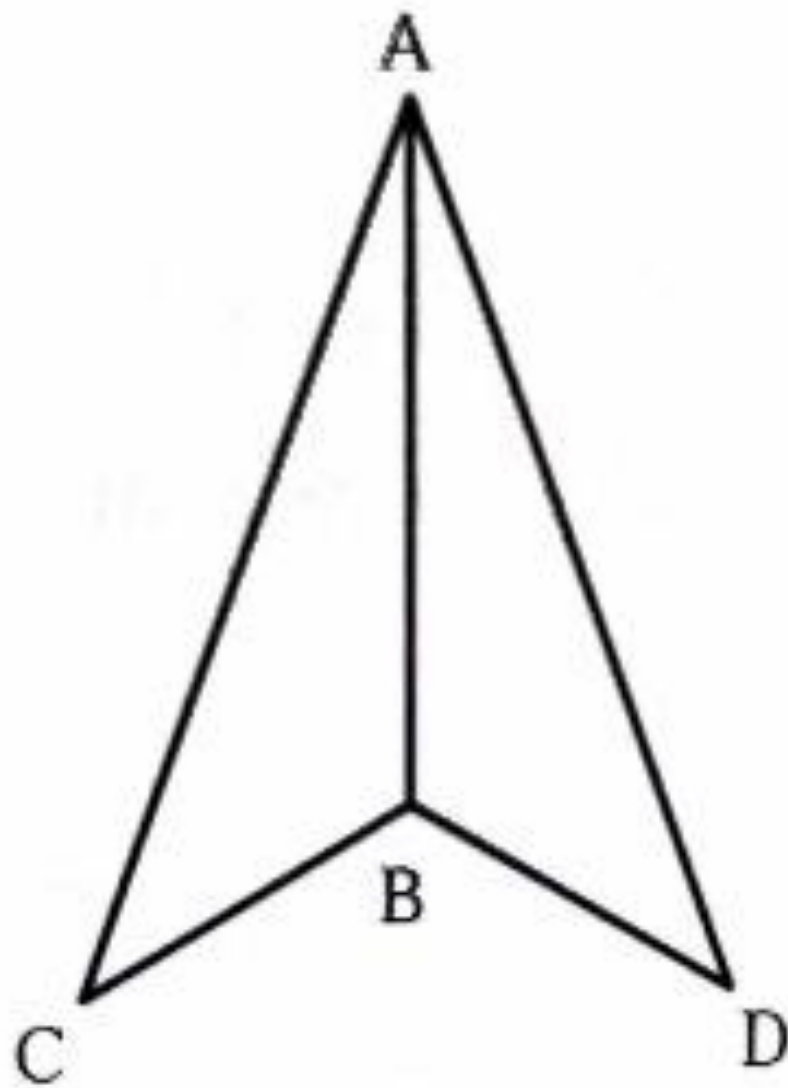
$\widehat{ABC} = \widehat{ABD}$ (กำหนดให้)

$AB = AB$ ($\overline{AB}$ เป็นด้านร่วม)

ดังนั้น $\triangle ABC \cong \triangle ABD$ (ด.ม.ด)

ตัวอย่างที่ 2

ตัวอย่างที่ 2 จากรูป กำหนดให้ $BC = BD$ และ $\widehat{ABC} = \widehat{ABD}$ จงหาขนาดของ $\widehat{BAC}$ ถ้ากำหนดให้ $\widehat{ABC} = 120$ องศา และ $\widehat{ABC} + \widehat{BAC} = 140$ องศา



จะได้ $\widehat{BAC} = \widehat{BAD}$ (มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยม
ที่เท่ากันทุกประการจะมีขนาดเท่ากัน)

$$\widehat{ABC} + \widehat{BAC} = 140 \quad (\text{กำหนดให้})$$

$$120 + \widehat{BAC} = 140 \quad (\widehat{ABC} = 120 \text{ องศา})$$

$$\text{ดังนั้น } \widehat{BAC} = 20^\circ$$

$$\text{จะได้ } \widehat{BAC} = 20^\circ \quad (\text{สมบัติของการเท่ากัน})$$



แบบฝึกหัดที่ 4

เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กัน

แบบ ด้าน-มุม-ด้าน



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)

แบบฝึกหัดที่ 4 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กับแบบ ด้าน-มุม-ด้าน

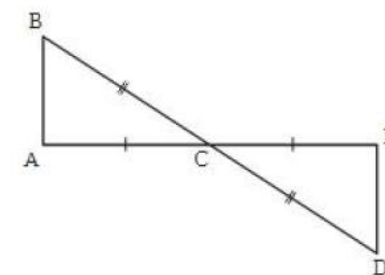
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กับแบบ ด้าน-มุม-ด้าน

รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนแสดงการหาคำตอบลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

1. จากรูป ด้าน AB และด้าน ED ยาวเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด



วิธีทำ _____

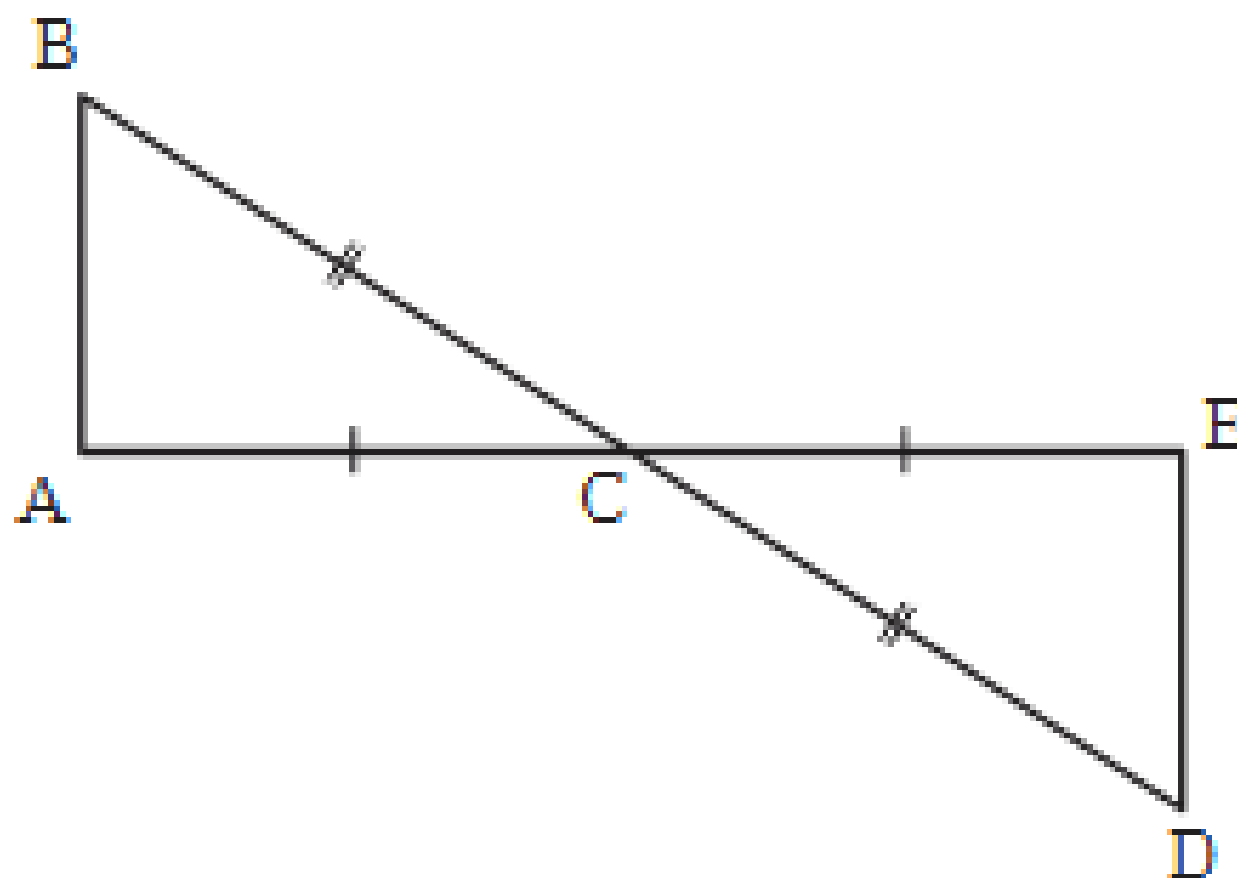




แบบฝึกหัดที่ 4

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนแสดงการหาคำตอบลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

1. จากรูป ด้าน AB และด้าน ED ยาวเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

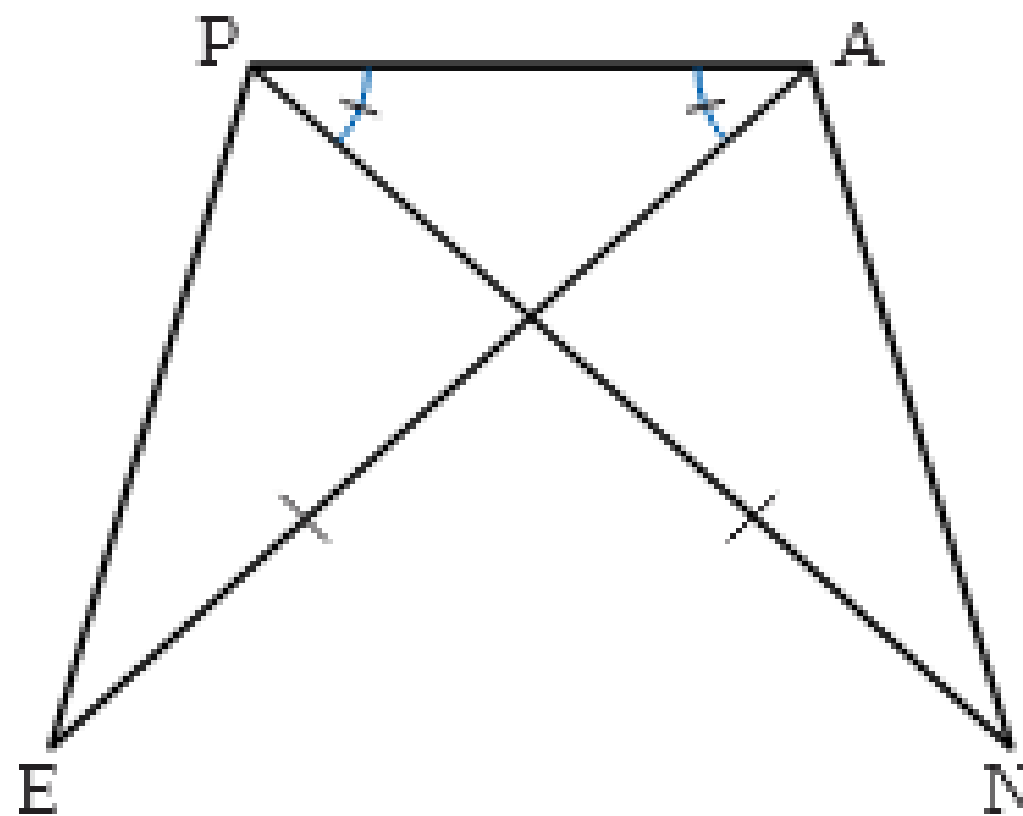




แบบฝึกหัดที่ 4

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนแสดงการหาคำตอบลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

2. จากรูป $\triangle PEA$ มีขนาดเท่ากับ $\triangle ANP$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

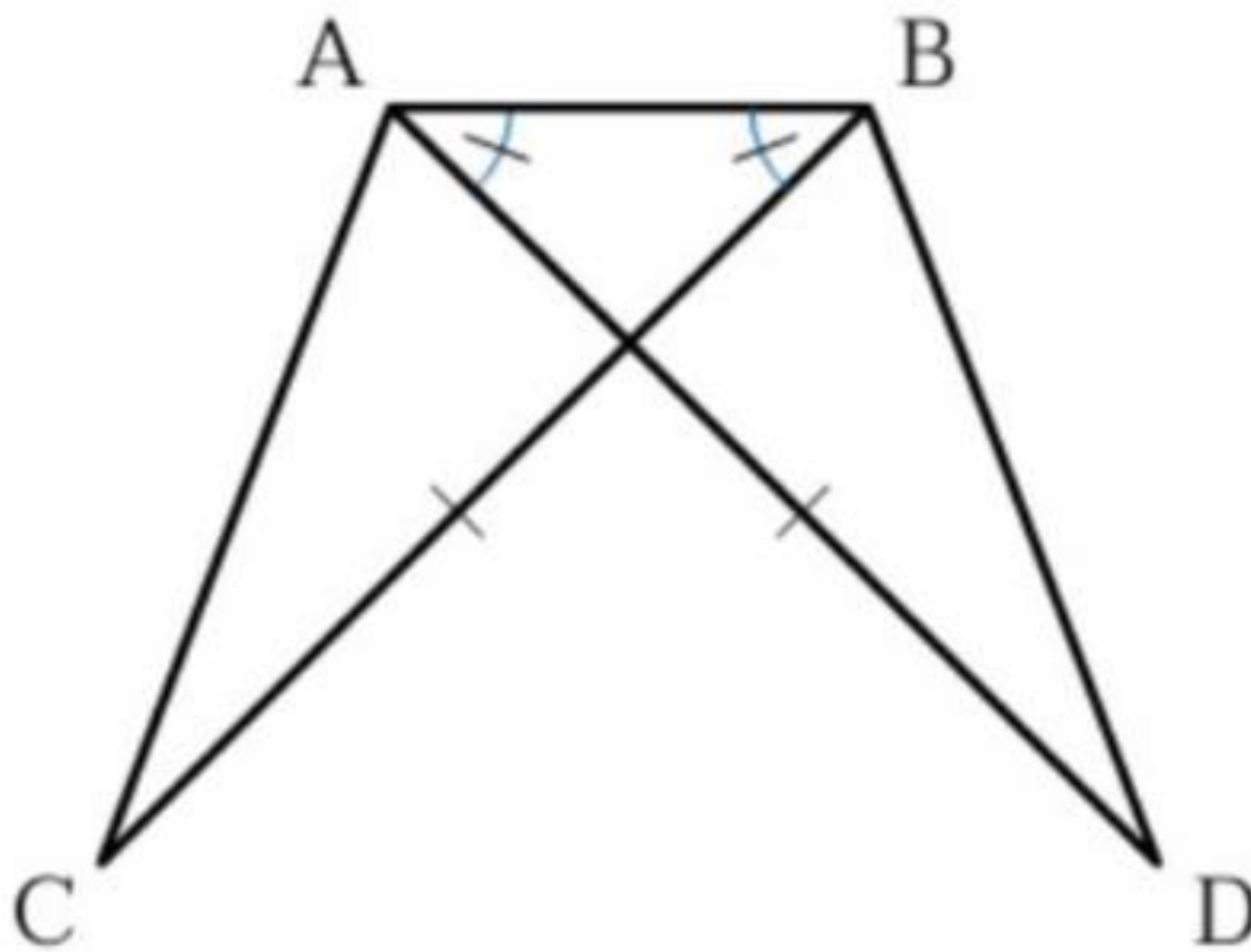




แบบฝึกหัดที่ 4

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนแสดงการหาคำตอบลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

3. จากรูป กำหนดให้ $BC = AD$ และ $\angle ABC = \angle BAD$ ถ้า $\angle BAC = 110^\circ$ จงหาขนาดของ $\angle ABD$

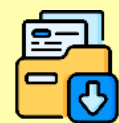




เฉลยแบบฝึกหัดที่ 4

เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กัน

แบบ ด้าน-มุม-ด้าน



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)

แบบฝึกหัดที่ 4 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กับแบบ ด้าน-มุม-ด้าน

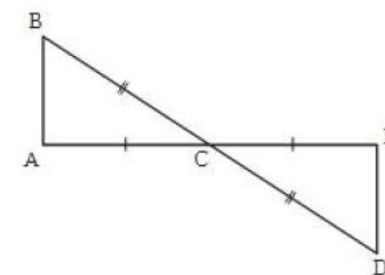
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กับแบบ ด้าน-มุม-ด้าน

รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนแสดงการหาคำตอบลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

1. จากรูป ด้าน AB และด้าน ED ยาวเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด



วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

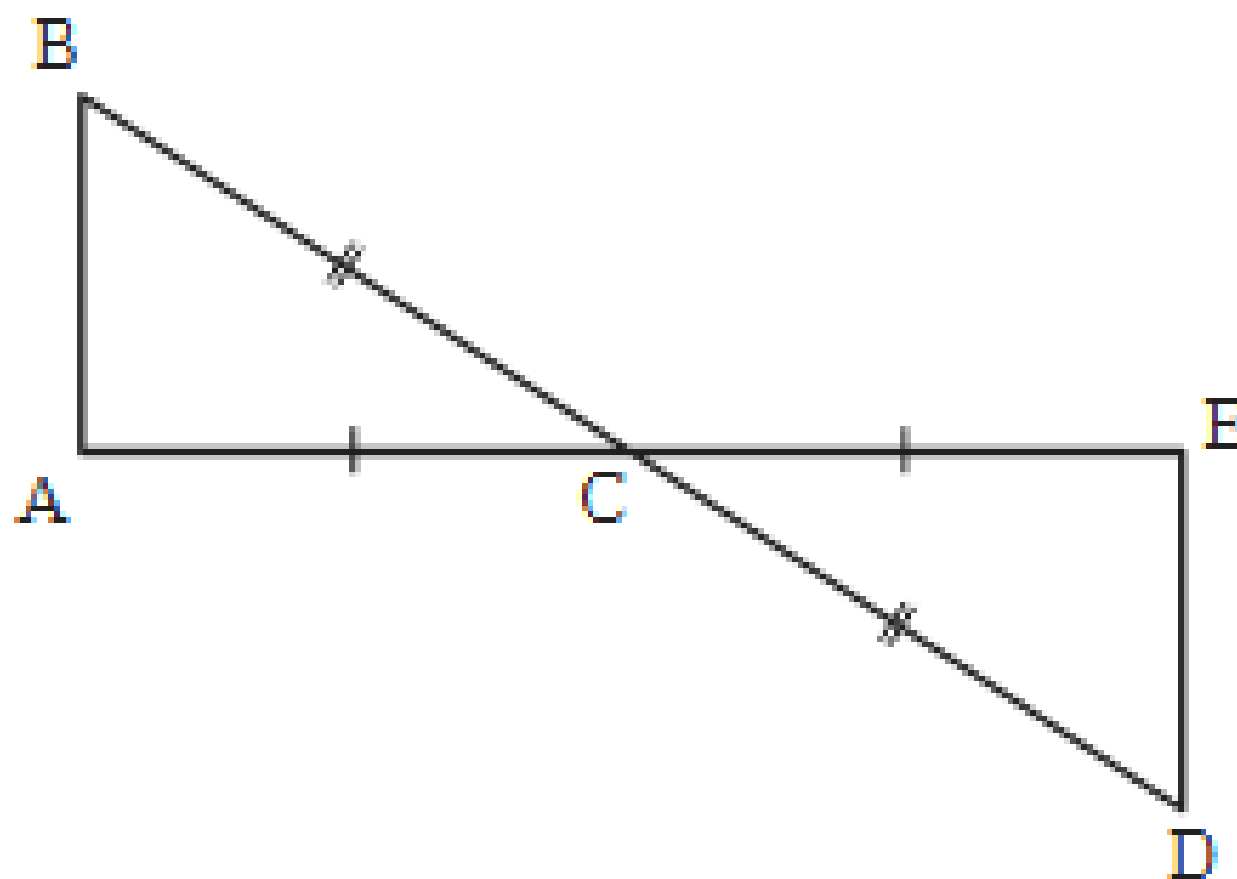




แบบฝึกหัดที่ 4

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนแสดงการหาคำตอบลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

1. จากรูป ด้าน AB และด้าน ED ยาวเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

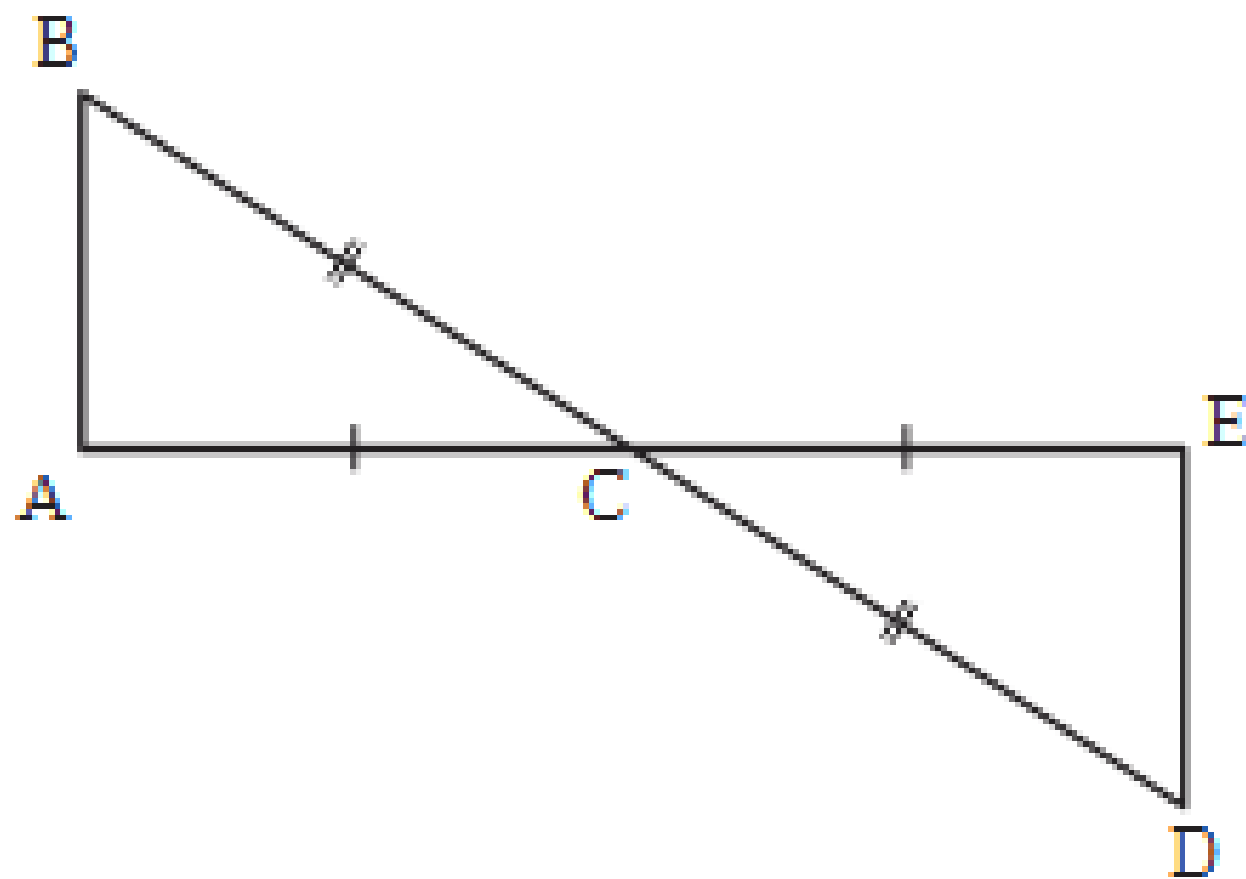




แบบฝึกหัดที่ 4

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนแสดงการหาคำตอบลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

1. จากรูป ด้าน AB และด้าน ED ยาวเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด



พิจารณา $\triangle ABC$ และ $\triangle EDC$

เนื่องจาก $BC = DC$ (กำหนดให้)

$\angle BCA = \angle DCE$ (ถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดกันแล้วมุมตรงข้าม
มีขนาดเท่ากัน)

และ $CA = CE$ (กำหนดให้)

จะได้ว่า $\triangle ABC \cong \triangle EDC$ (ด.ม.ด.)

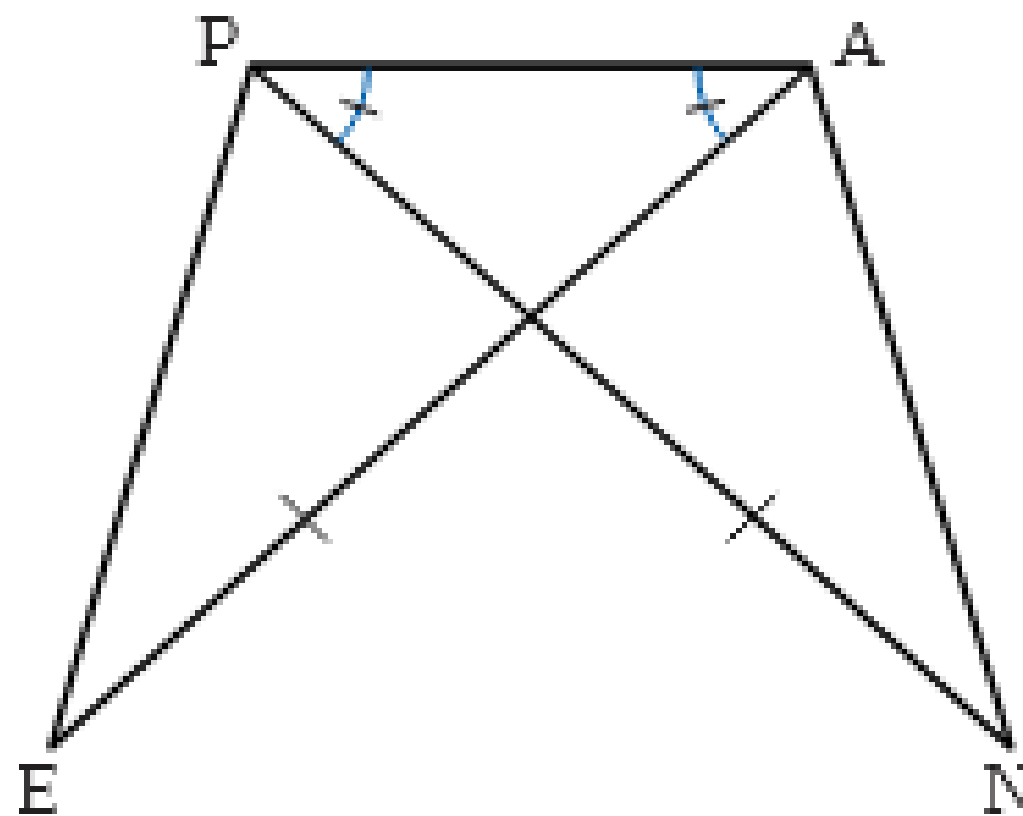
ดังนั้น ด้าน AB ยาวเท่ากับด้าน ED เพราะเป็นด้านคู่ที่สมนัยกันของรูป
สามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการจะยาวเท่ากัน



แบบฝึกหัดที่ 4

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนแสดงการหาคำตอบลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

2. จากรูป $\triangle PEA$ มีขนาดเท่ากับ $\triangle ANP$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

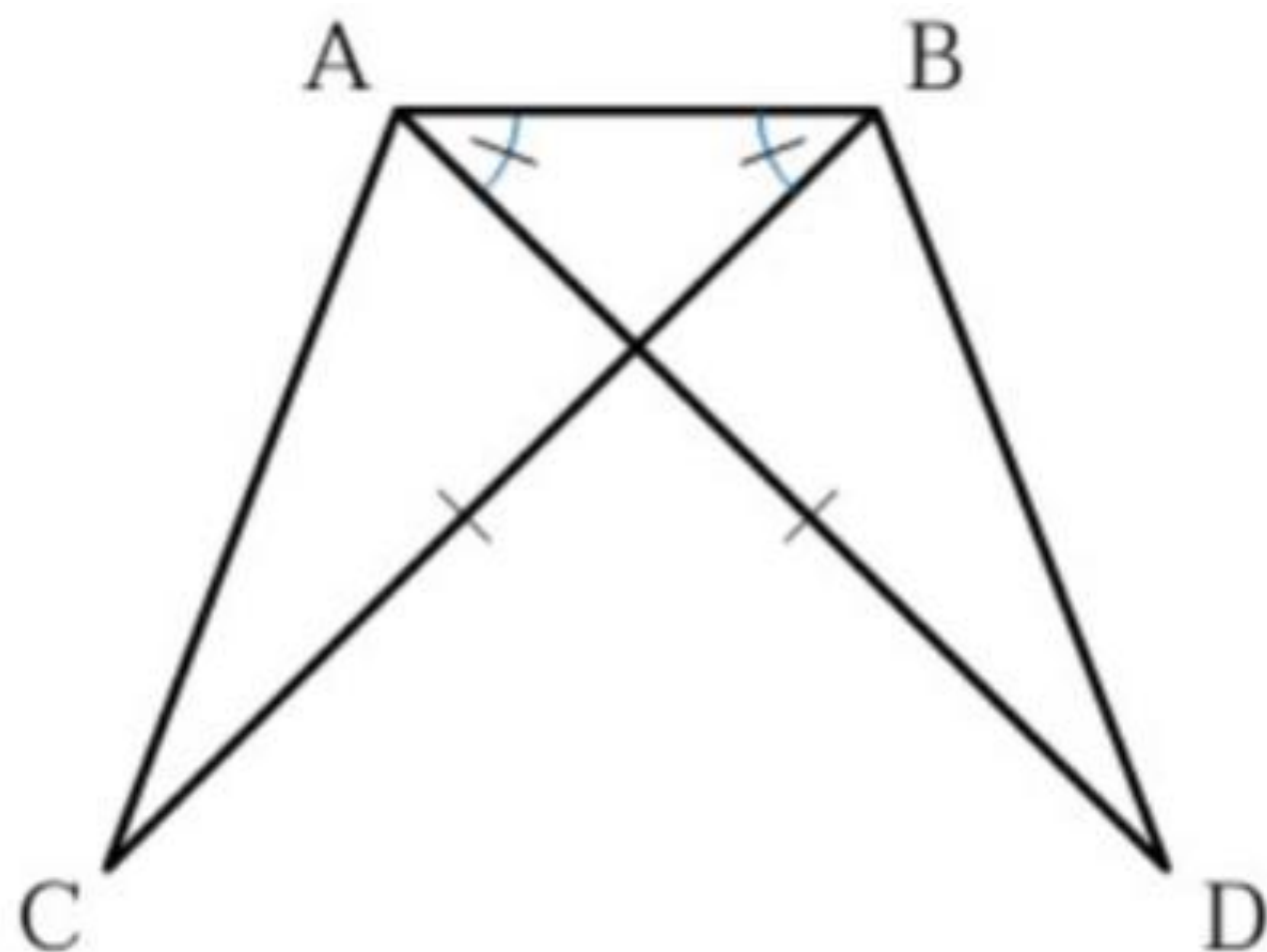




แบบฝึกหัดที่ 4

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนแสดงการหาคำตอบลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

3. จากรูป กำหนดให้ $BC = AD$ และ $\widehat{ABC} = \widehat{BAD}$ ถ้า $\widehat{BAC} = 110^\circ$ จงหาขนาดของ $\widehat{ABD}$



พิจารณา $\triangle ABC$ และ $\triangle ABD$

$$BC = AD \quad (\text{กำหนดให้})$$

$$\widehat{ABC} = \widehat{BAD} \quad (\text{กำหนดให้})$$

$$AB = AB \quad (\overline{AB} \text{ เป็นด้านร่วม})$$

ดังนั้น $\triangle ABC \cong \triangle ABD$ (ด.ม.ด.)

จะได้ $\widehat{BAC} = \widehat{ABD}$ (มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่
เท่ากันทุกประการจะมีขนาดเท่ากัน)

$$\text{ดังนั้น } \widehat{BAC} = 110^\circ$$

$$\text{จะได้ } \widehat{ABC} = 110^\circ \quad (\text{สมบัติของการเท่ากัน})$$



สรุปบทเรียน

สมบัติรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน ดังนี้

“ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (ด.ม.ด) กล่าวคือมีความมิด้านยาวเท่ากันสองคู่ และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ”



บทเรียนครึ่งต่อไป

รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่
www.dltv.ac.th)





สิ่งที่ต้องเตรียม

แบบฝึกหัดที่ 5 : รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ

มุม-ด้าน-มุม



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่
www.dltv.ac.th)

