

รายวิชา คณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค23102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
หน่วยที่ 2 วงกลม

เรื่อง คอร์ดของวงกลม (1)

ครูผู้สอน ครูสรวิรัตน์ เดชะชาติ



คอร์สขอวงกลม (1)



จุดประสงค์การเรียนรู้

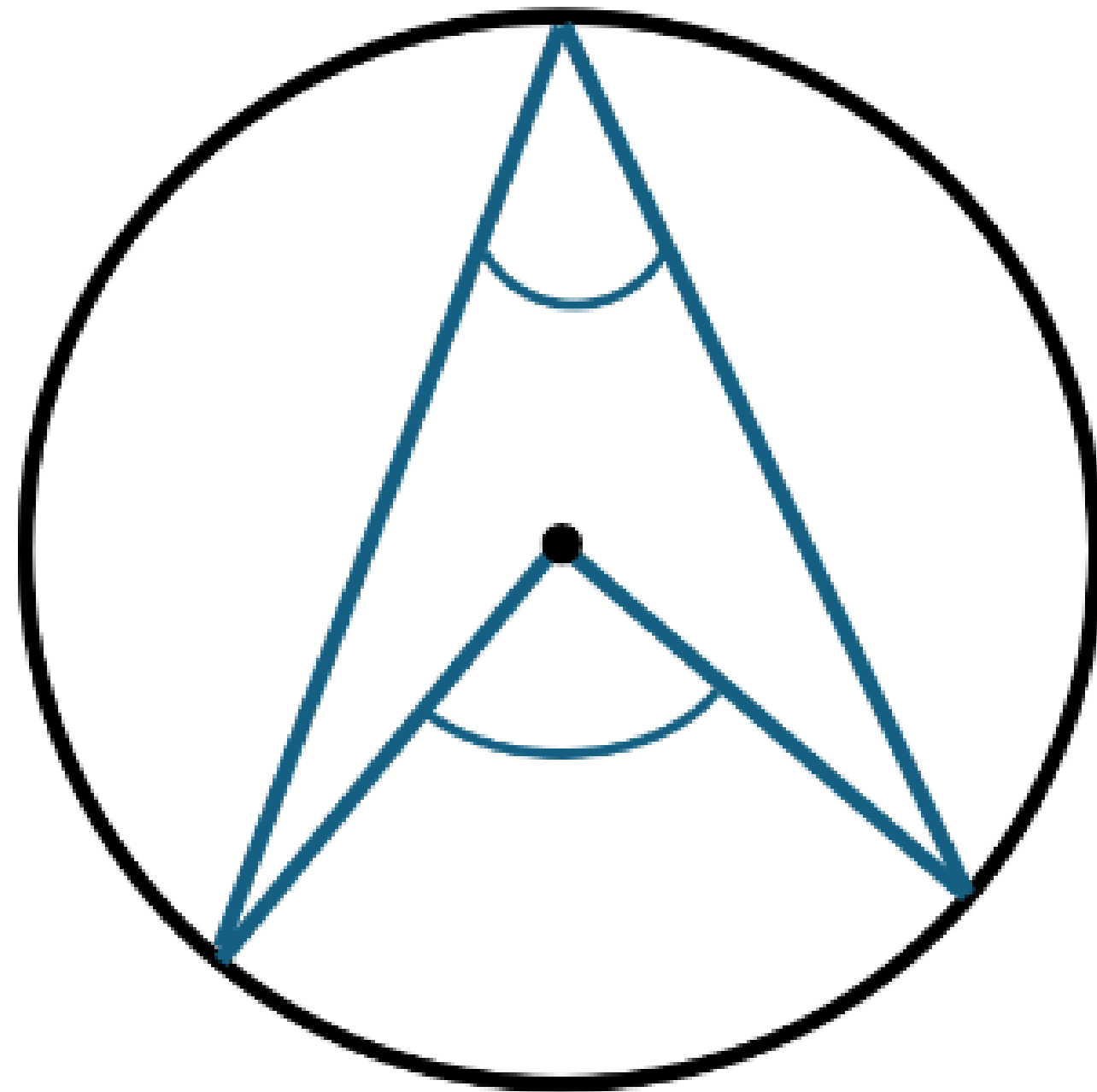


นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบท
เกี่ยวกับคอร์ดของวงกลมไปใช้ในการ
การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

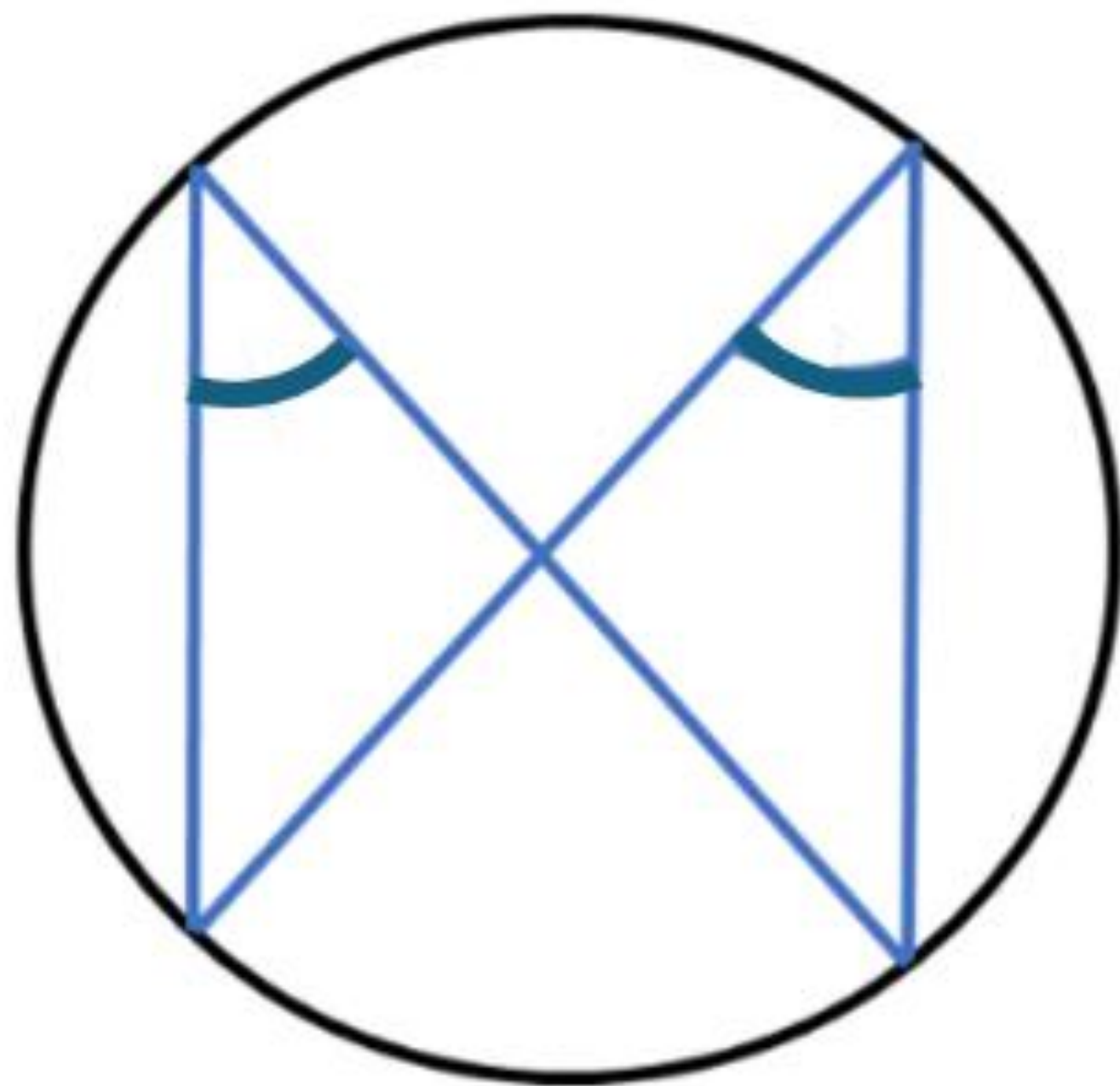


มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม

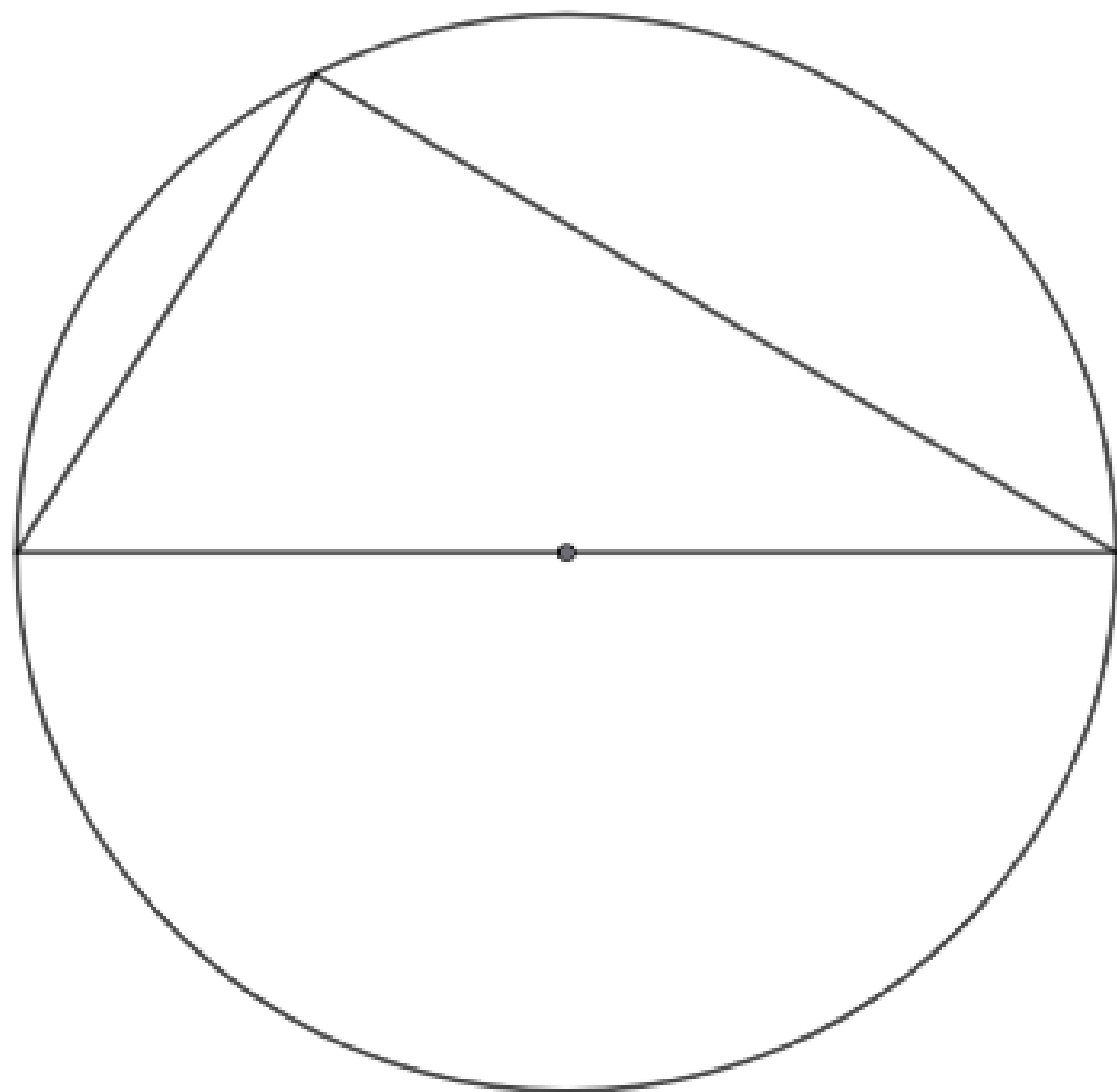
มีความสัมพันธ์กันอย่างไร



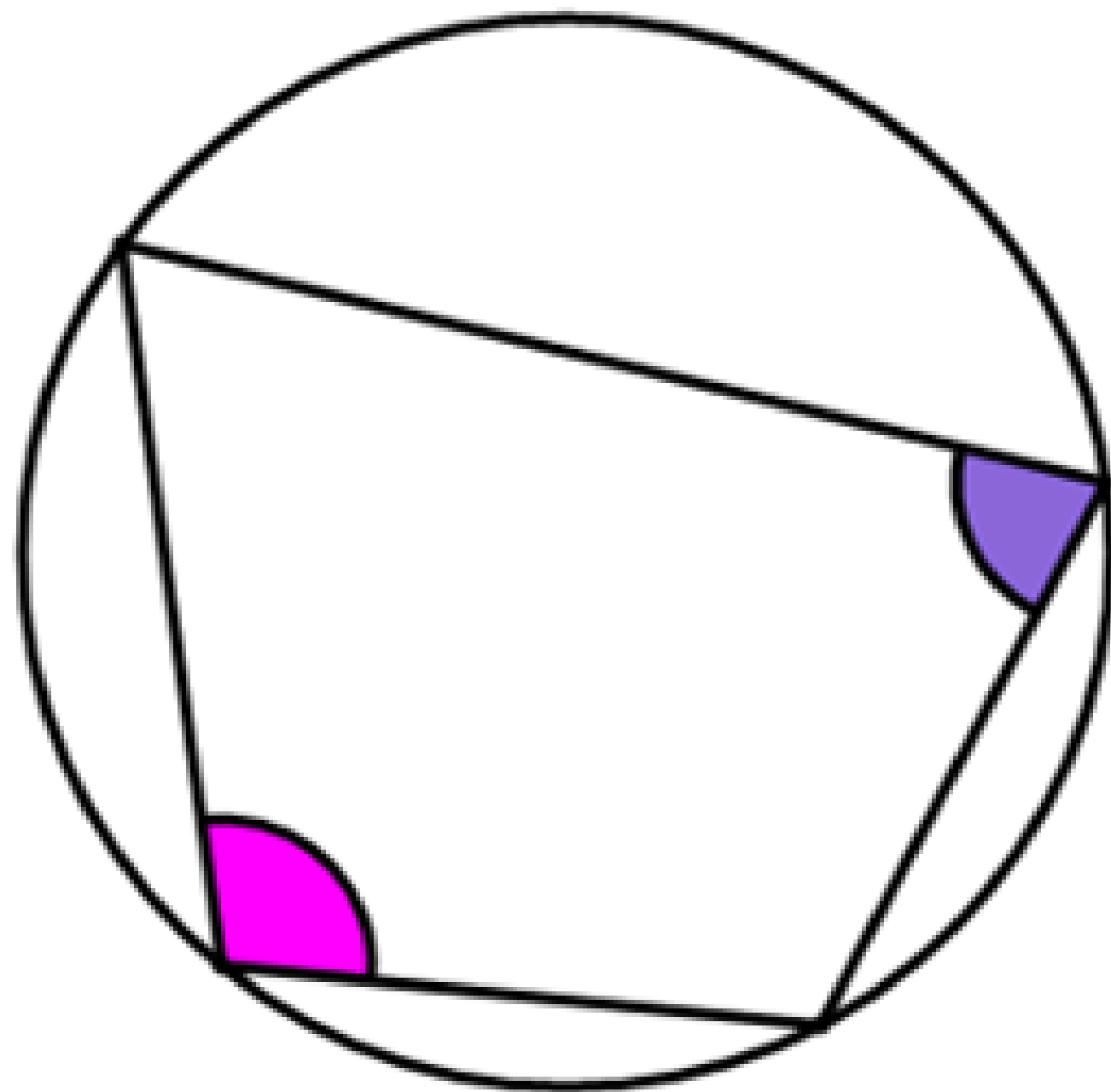
มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน
มีความสัมพันธ์กันอย่างไร



มุมในครึ่งวงกลมมีขนาดเท่าใด

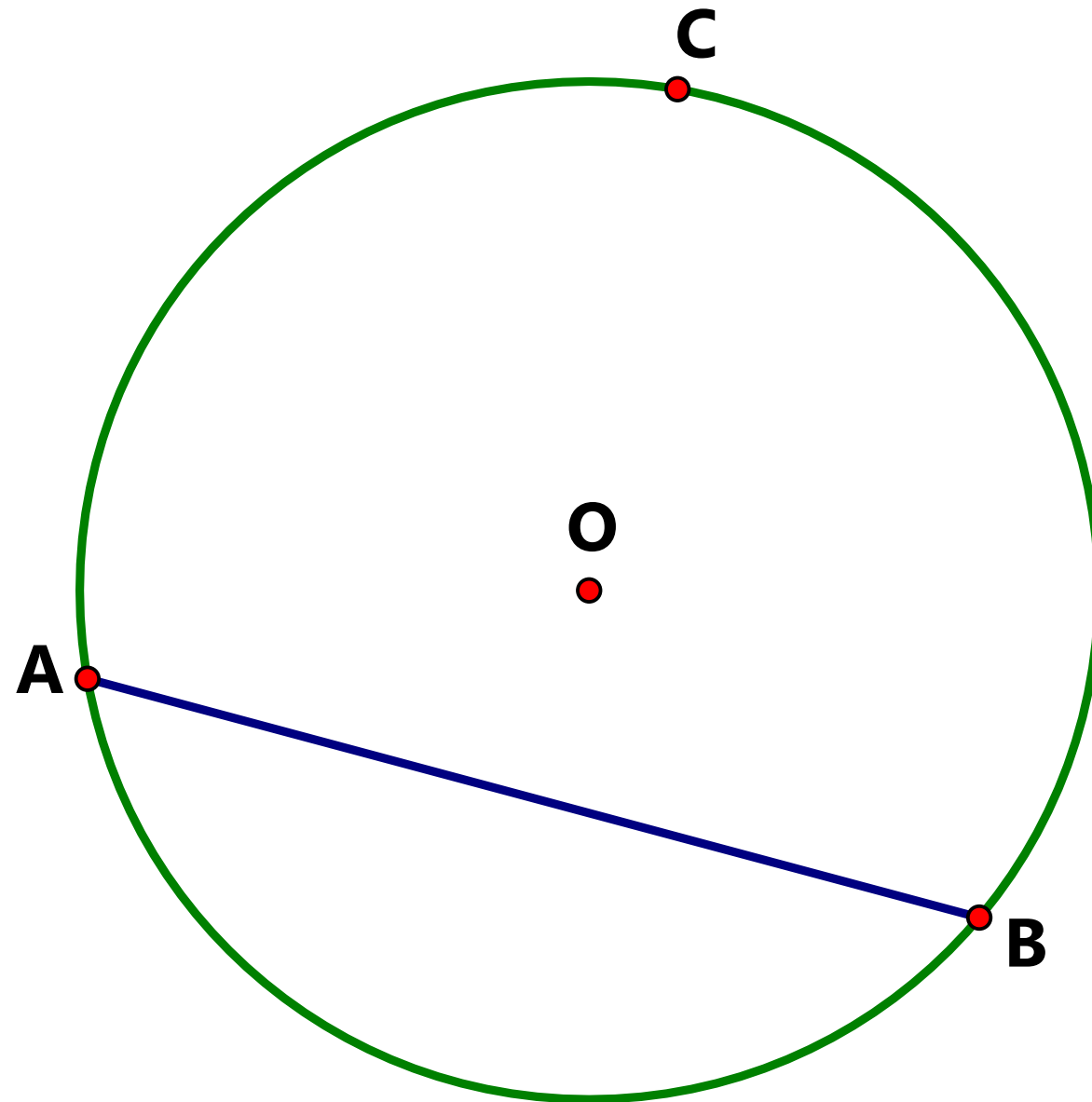


ผลบวกของมุมที่อยู่ตรงข้ามกันของรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม มีขนาดเท่าใด



คอर्ड

คอर्ड คือ ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลมเดียวกัน



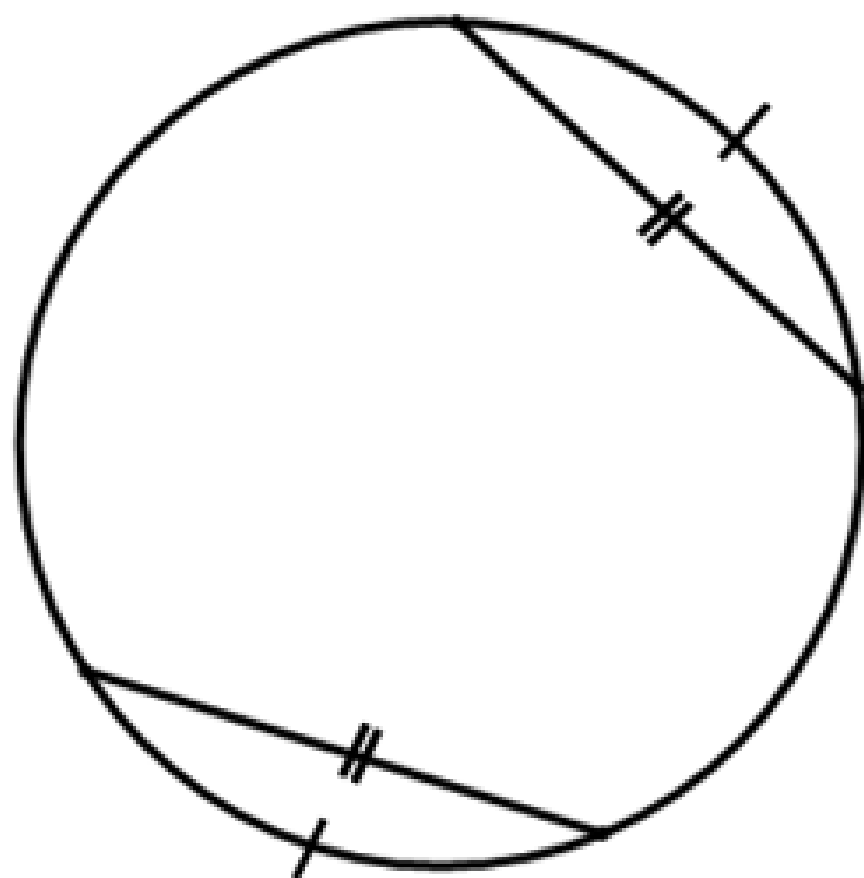


วลีกลม

คู่คิด



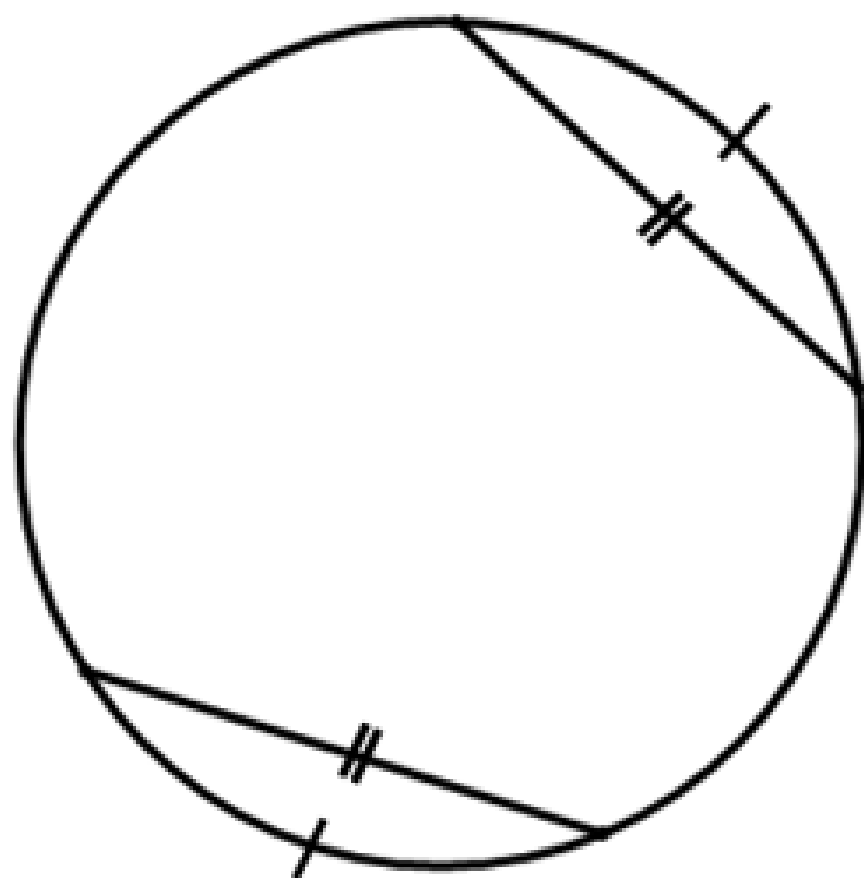
ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของคอร์ด กับความยาวของส่วนโค้งของวงกลม



ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน
ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน
แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาว
เท่ากันและส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน



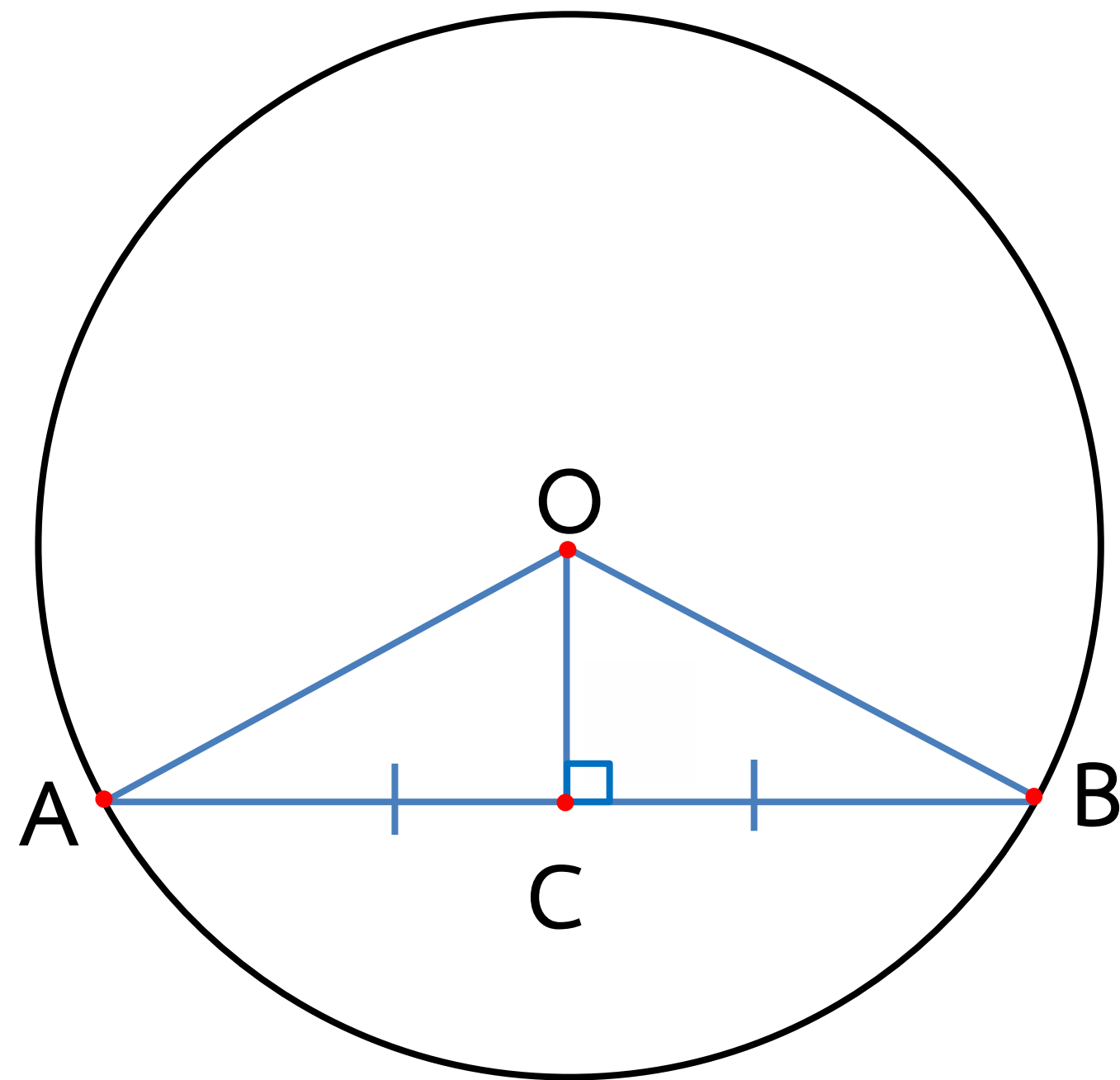
ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของคอร์ด กับความยาวของส่วนโค้งของวงกลม



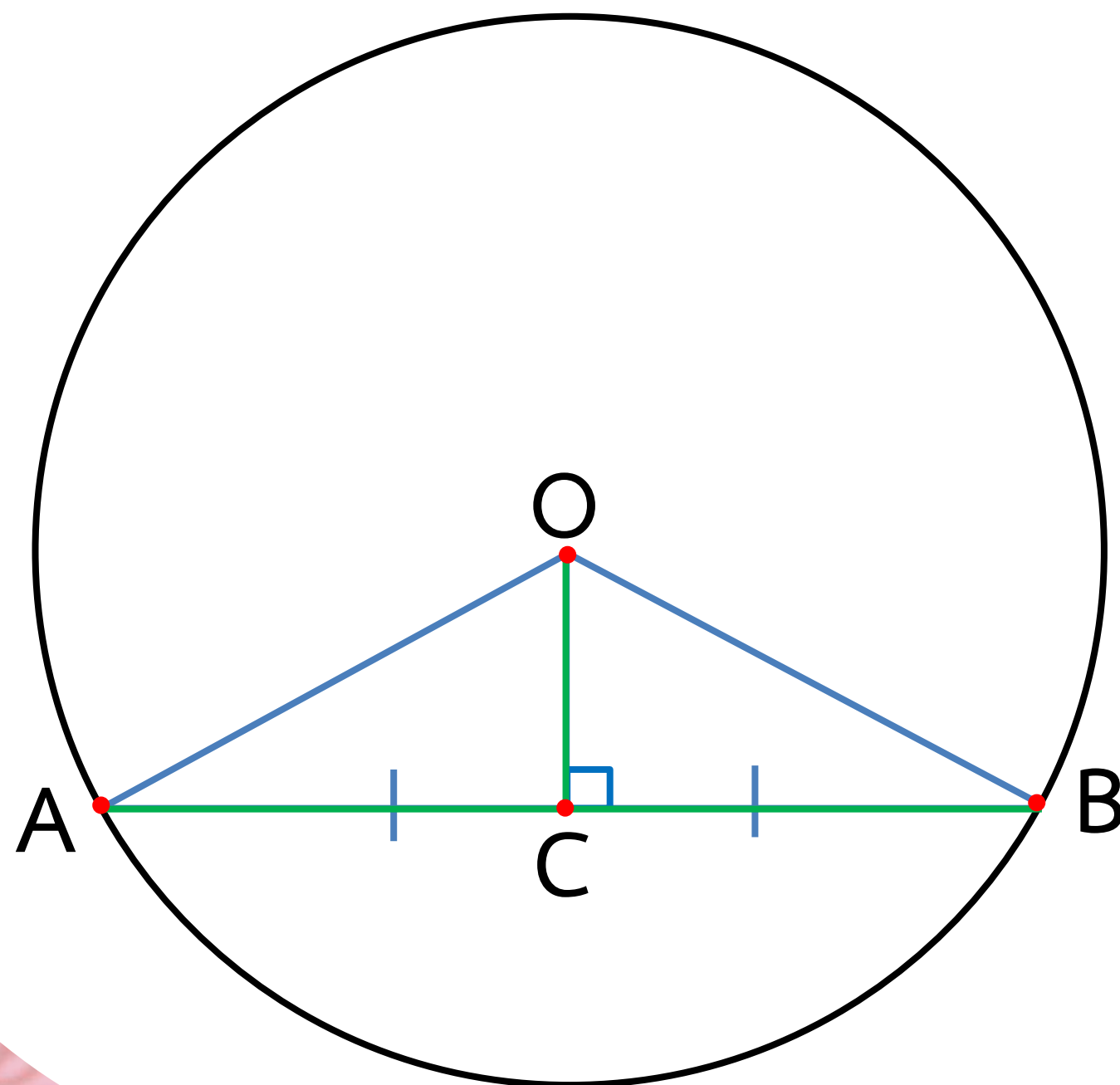
ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน
ถ้าคอร์ดสองเส้นตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน
แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน



ความสัมพันธ์ระหว่างคอร์ดกับส่วนของเส้นตรง
ที่ลากจากจุดศูนย์กลางของวงกลมไปยังคอร์ด



ความสัมพันธ์ระหว่างคอร์ดกับส่วนของเส้นตรง ที่ลากจากจุดศูนย์กลางของวงกลมไปยังคอร์ด



ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม
และตัดกับคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง จะมีสมบัติดังนี้

1) ถ้าส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ด

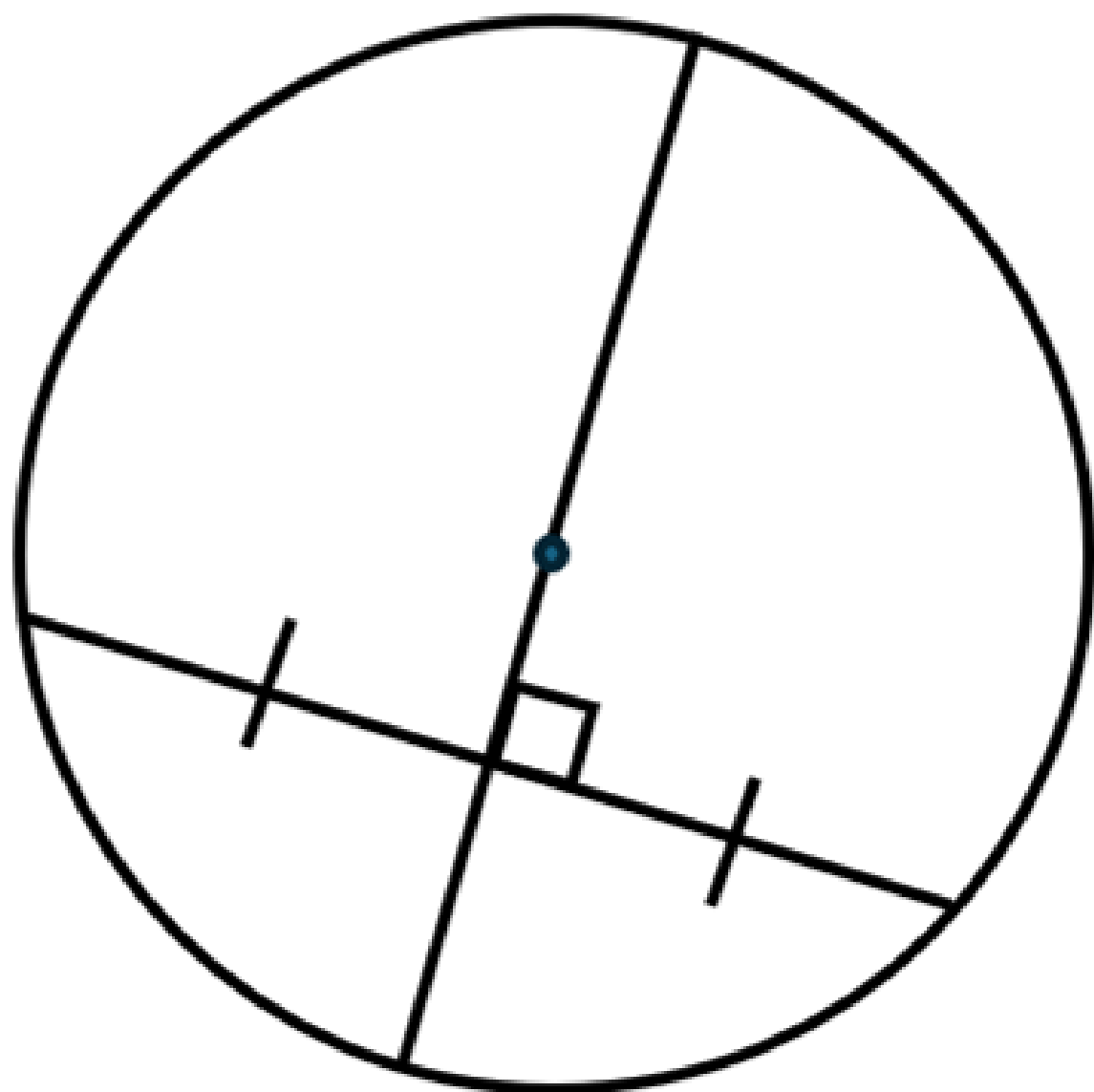
แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด

2) ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด

แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด



ความสัมพันธ์ระหว่างคอร์ดกับส่วนของเส้นตรง ที่ลากจากจุดศูนย์กลางของวงกลมไปยังคอร์ด



ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม และ
ตัดกับคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง จะมีสมบัติดังนี้

1) ถ้าส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ด

แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด

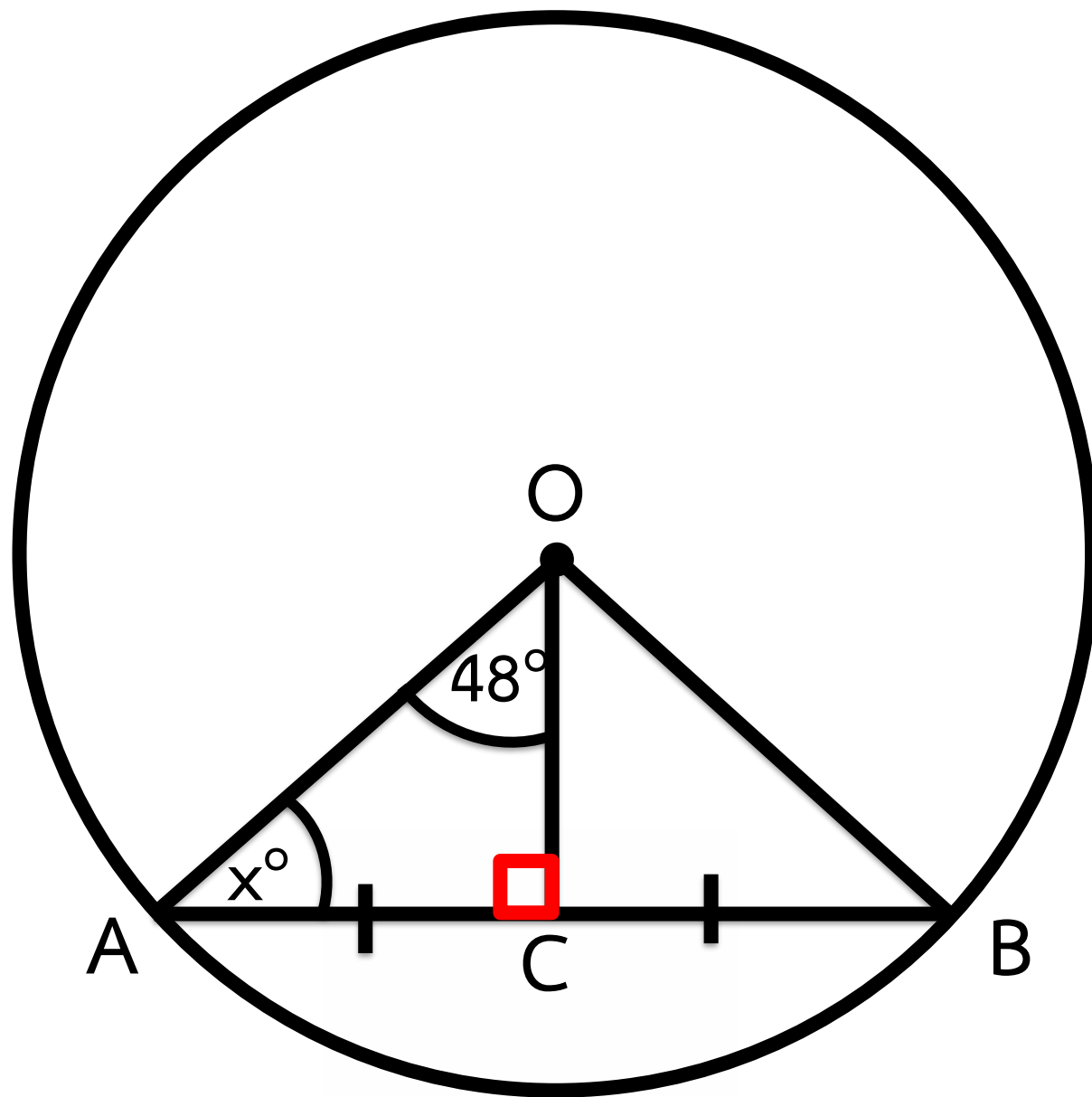
2) ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด

แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด



ตัวอย่างที่ 1

จากรูป $\overline{AB}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O โดยมีจุด C เป็นจุดกึ่งกลางของคอร์ด AB และ $\angle AOC = 48^\circ$ จงหาค่า x



วิธีทำ เนื่องจาก $\angle OAC + \angle AOC + \angle OCA = 180^\circ$

และ $\angle AOC = 48^\circ$

จากทฤษฎีบทเกี่ยวกับคอร์ดของวงกลม

ทำให้ทราบว่า $\angle OCA = 90^\circ$

จะได้ $x + 48 + 90 = 180$

$$x = 180 - (48 + 90)$$

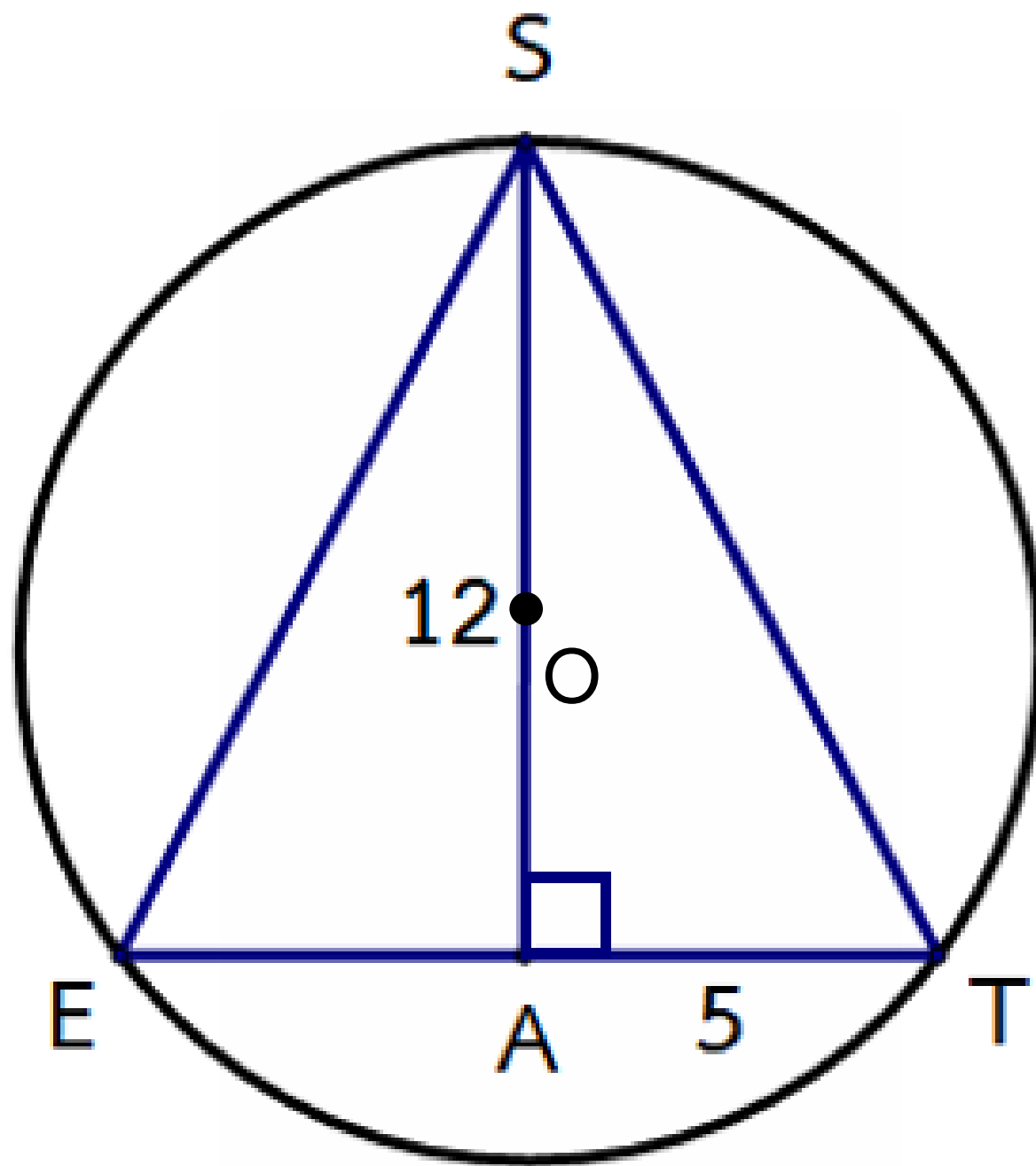
ดังนั้น

$$x = 42$$



ตัวอย่างที่ 2

จากวงกลม O จงหาความยาวรอบรูปของ $\triangle SET$



วิธีทำ จากทฤษฎีบทเกี่ยวกับคอร์ดของวงกลม
จะได้ $EA = AT = 5$ หน่วย

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

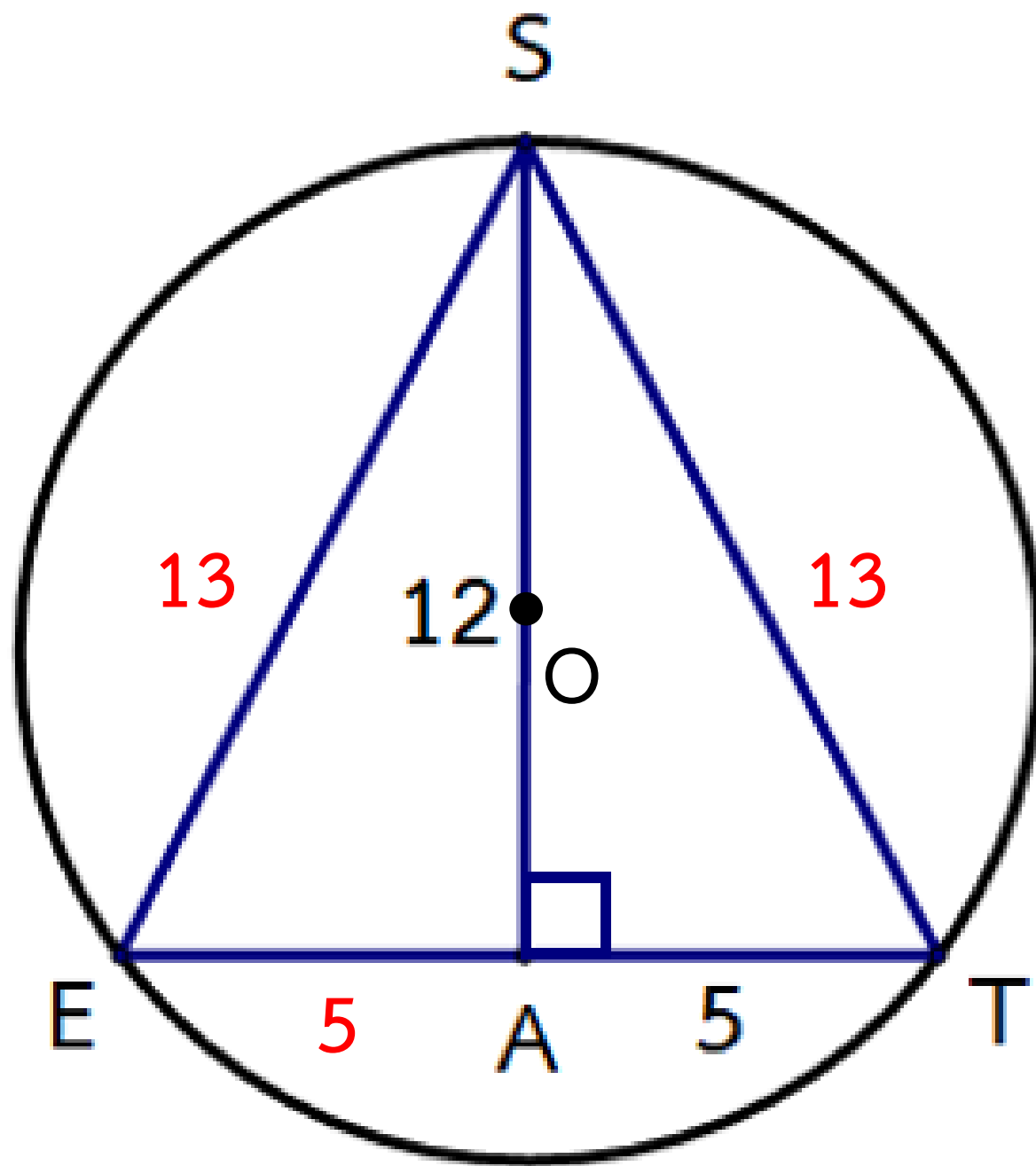
$$\begin{aligned}\text{จะได้ } ST^2 &= SA^2 + AT^2 \\ &= 12^2 + 5^2 \\ &= 169\end{aligned}$$

$$ST = 13$$



ตัวอย่างที่ 2

จากวงกลม O จงหาความยาวรอบรูปของ $\triangle SET$



วิธีทำ

$$ST = 13$$

$$\begin{aligned}\text{และ } SE^2 &= SA^2 + EA^2 \\ &= 12^2 + 5^2 \\ &= 169\end{aligned}$$

$$SE = 13$$

ดังนั้น ความยาวรอบรูปของ $\triangle SET$

$$\begin{aligned}&= 13 + 13 + 5 + 5 \\ &= 36 \text{ หน่วย}\end{aligned}$$

แบบฝึกหัด 7

ดาวน์โหลดข้อมูลได้ที่ www.dltv.ac.th

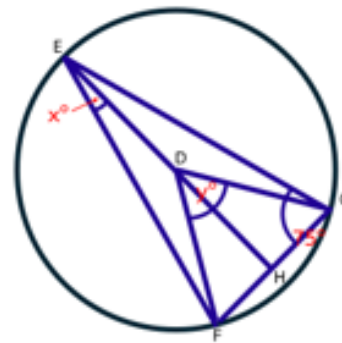
คอร์สของวงกลม



แบบฝึกหัด 7 : คอร์สวงกลม
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง วงกลม
รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค23102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการหาคำตอบแต่ละข้อต่อไปนี้

1. จากวงกลม D จงหาค่า x และ y



วิธีทำ จากทฤษฎีบทที่ว่า เส้นตรงที่ลากจากจุดศูนย์กลางมาแบ่งครึ่งคอร์ดจะ _____

จะได้ว่า _____ - _____ = 90°

พิจารณา $\triangle EFH$ และ $\triangle EGH$

EH - _____ (_____)

EHG - _____ (_____)

HG - _____ (_____)

ดังนั้น $\triangle EFH \cong \triangle EGH$ (_____)

จะได้ว่า $\angle FEH = \angle GEH$ และ $\angle FHE = \angle GHE$

และเนื่องจากขนาดของมุมภายในทั้งสามมุมของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเป็น _____

ดังนั้น $\angle FEH = \angle GEH = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$

นั่นคือ $x = 90^\circ$

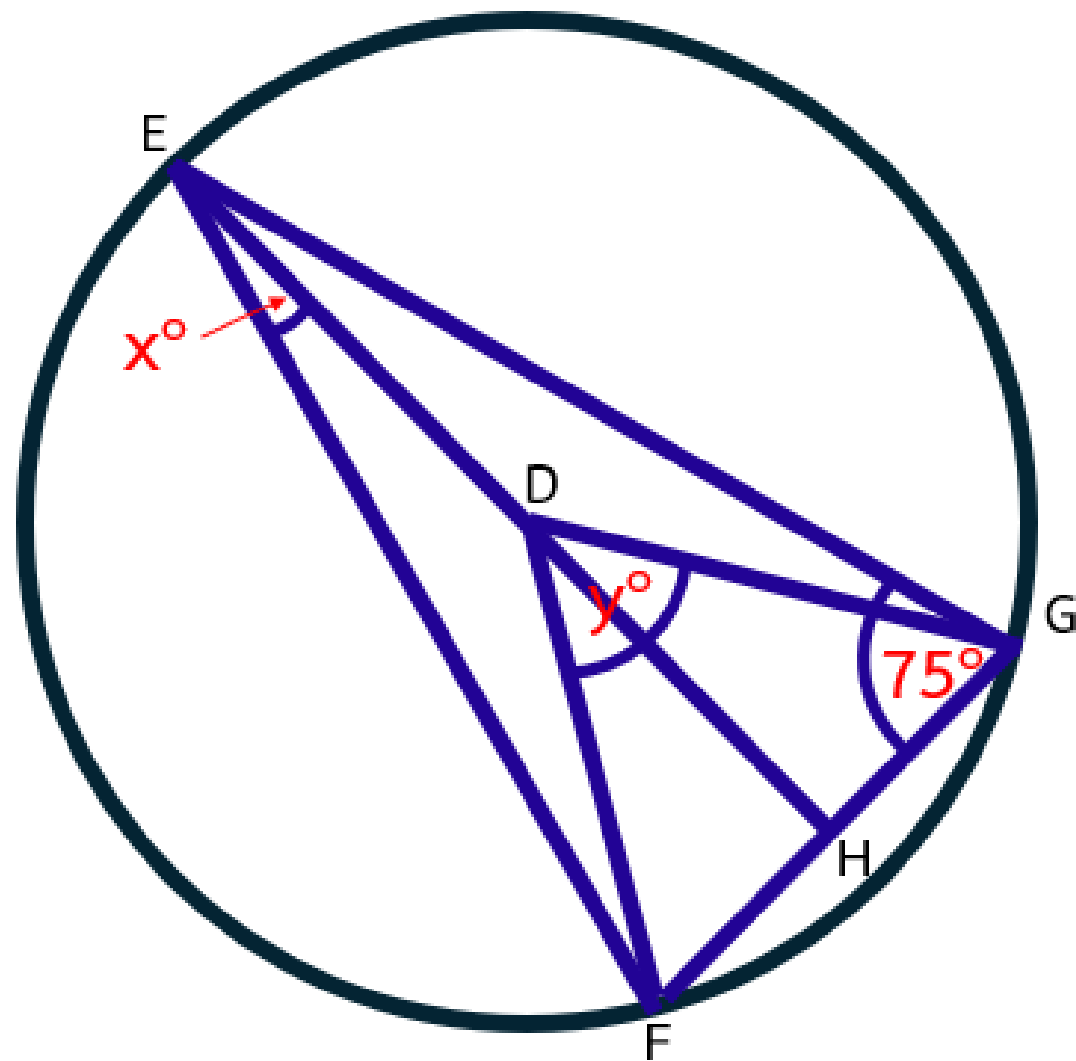
และจากทฤษฎีบทที่ว่า มุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของ _____

ทำให้ได้ว่า $\angle FDG = 2 \times \angle FEH = 180^\circ$

ดังนั้น $y = 180^\circ$

แบบฝึกหัด 7 : คอร์ดของวงกลม

ข้อที่ 1. จากวงกลม D จงหาค่า x และ y



จากทฤษฎีบทที่ว่า เส้นตรงที่ลากจากจุดศูนย์กลางมาแบ่งครึ่งคอร์ดจะ _____

จะได้ว่า _____ = _____ = 90°

พิจารณา $\triangle EFH$ และ $\triangle EGH$

$EH =$ _____ (_____)

$\widehat{EHG} =$ _____ (_____)

$HG =$ _____ (_____)

ดังนั้น $\triangle EFH \cong \triangle EGH$ (_____)

จะได้ว่า $\widehat{EFH} =$ _____ = _____ และ $\widehat{FEH} =$ _____

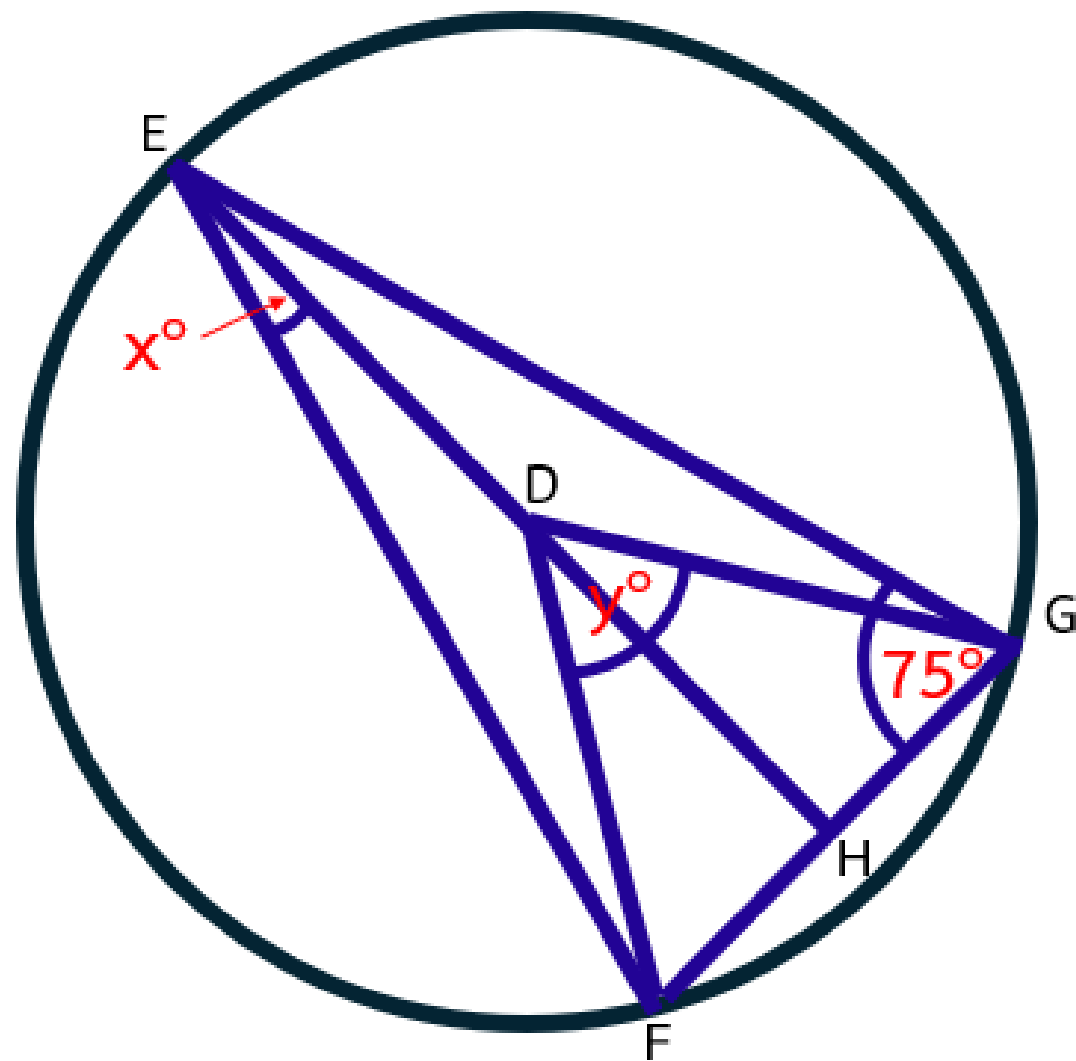
และเนื่องจากขนาดของมุมภายในทั้งสามมุมของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเป็น _____

ดังนั้น $\widehat{FEH} =$ _____

นั่นคือ $x =$ _____

แบบฝึกหัด 7 : คอร์ดของวงกลม

ข้อที่ 1. จากวงกลม D จงหาค่า x และ y



นั่นคือ $x =$ _____

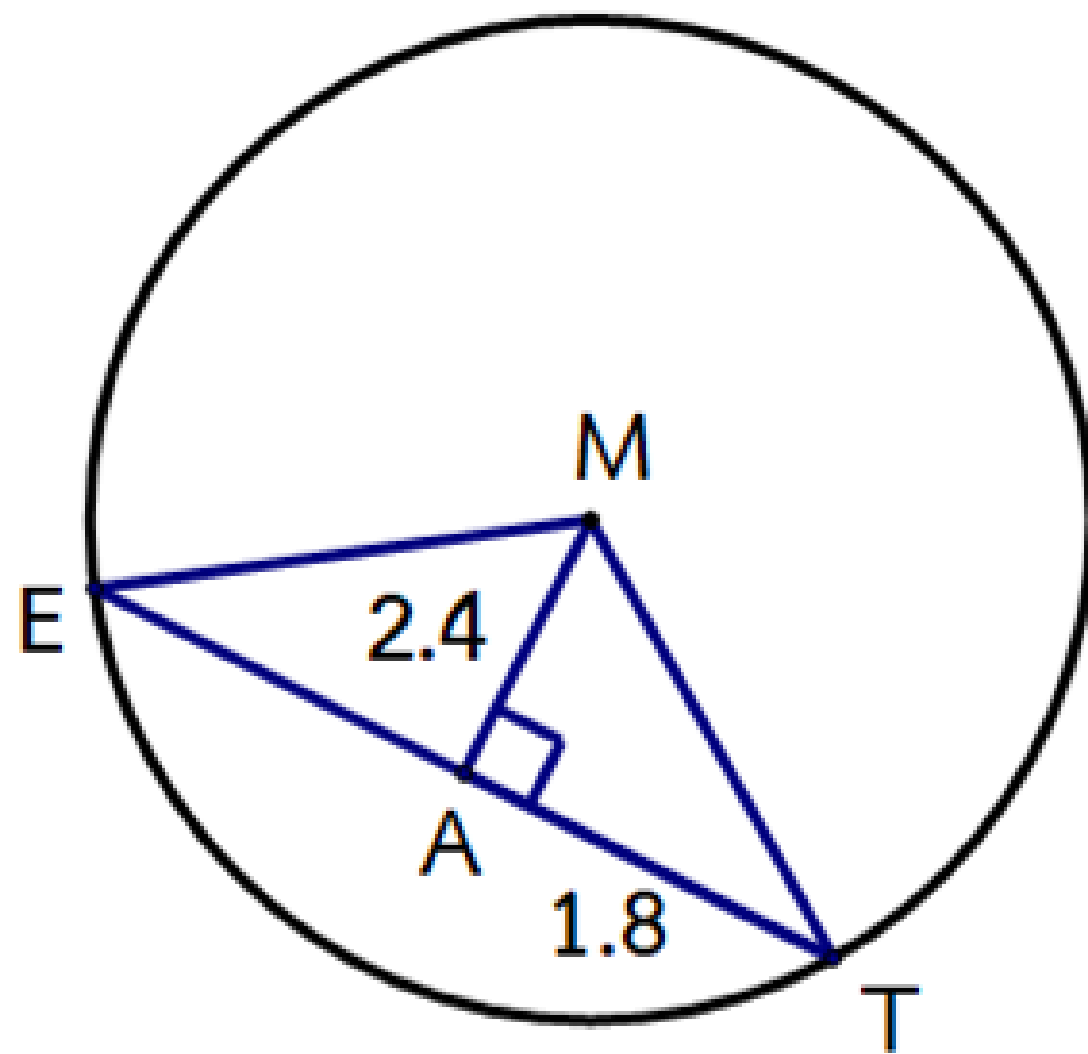
และจากทฤษฎีบทที่ว่า มุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของ _____

ทำให้ได้ว่า $\widehat{FDG} =$ _____

ดังนั้น $y =$ _____

แบบฝึกหัด 7 : คอร์ดของวงกลม

ข้อที่ 2. จากวงกลมที่กำหนดให้ จงหาความยาวรอบรูป $\triangle MET$



จากทฤษฎีบทที่ว่า เส้นตรงที่ลากจากจุดศูนย์กลางมาตั้งฉากกับคอร์ด _____

ดังนั้น $EA =$ _____

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จะได้ _____

เนื่องจาก $\overline{MT}$ และ $\overline{ME}$ ต่างเป็น _____

ดังนั้น $MT = ME =$ _____

ความยาวรอบรูปของ $\triangle MET =$ _____

$=$ _____

เฉลย...

แบบฝึกหัด



ข้อที่ 1. จากวงกลม D จงหาค่า x และ y



วิธีทำ จากทฤษฎีบทที่ว่า เส้นตรงที่ลากจากจุดศูนย์กลางมาแบ่งครึ่งคอร์ดจะตั้งฉากกับคอร์ด

$$\text{จะได้ว่า } \angle EHG = \angle EHF = 90^\circ$$

พิจารณา $\triangle EFH$ และ $\triangle EGH$

$$EH = EH \quad (\text{ด้านร่วม})$$

$$\angle EHG = \angle EHF \quad (\text{เส้นตรงที่ลากจากจุดศูนย์กลางมาแบ่งครึ่งคอร์ดจะตั้งฉากกับคอร์ด})$$

$$HG = HF \quad (\text{กำหนดให้})$$

$$\text{ดังนั้น } \triangle EFH \cong \triangle EGH \quad (\text{ด.ม.ด.})$$

$$\text{จะได้ว่า } \angle FHE = \angle GHE = 75^\circ \text{ และ } \angle FEH = \angle GEH$$



ข้อที่ 1. จากวงกลม D จงหาค่า x และ y



และเนื่องจากขนาดของมุมภายในทั้งสามมุมของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเป็น 180°

$$\text{ดังนั้น } \hat{FEH} = \hat{GEH} = 180 - (90 + 75) = 15^\circ$$

$$\text{นั่นคือ } x = 15$$

และจากทฤษฎีบทที่ว่า มุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

$$\text{ทำให้ได้ว่า } \hat{FDG} = 2(\hat{FEG}) = 2(15 + 15) = 60^\circ$$

$$\text{ดังนั้น } y = 60$$



ข้อที่ 2. จากวงกลมที่กำหนดให้ จงหาความยาวรอบรูป $\triangle MET$

วิธีทำ จากทฤษฎีบทที่ว่า เส้นตรงที่ลากจากจุดศูนย์กลางมาตั้งฉากกับคอร์ดจะแบ่งครึ่งคอร์ด

ดังนั้น $EA = AT = 1.8$ หน่วย

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จะได้ $MT^2 = 2.4^2 + 1.8^2 = 9$

$$MT = 3$$

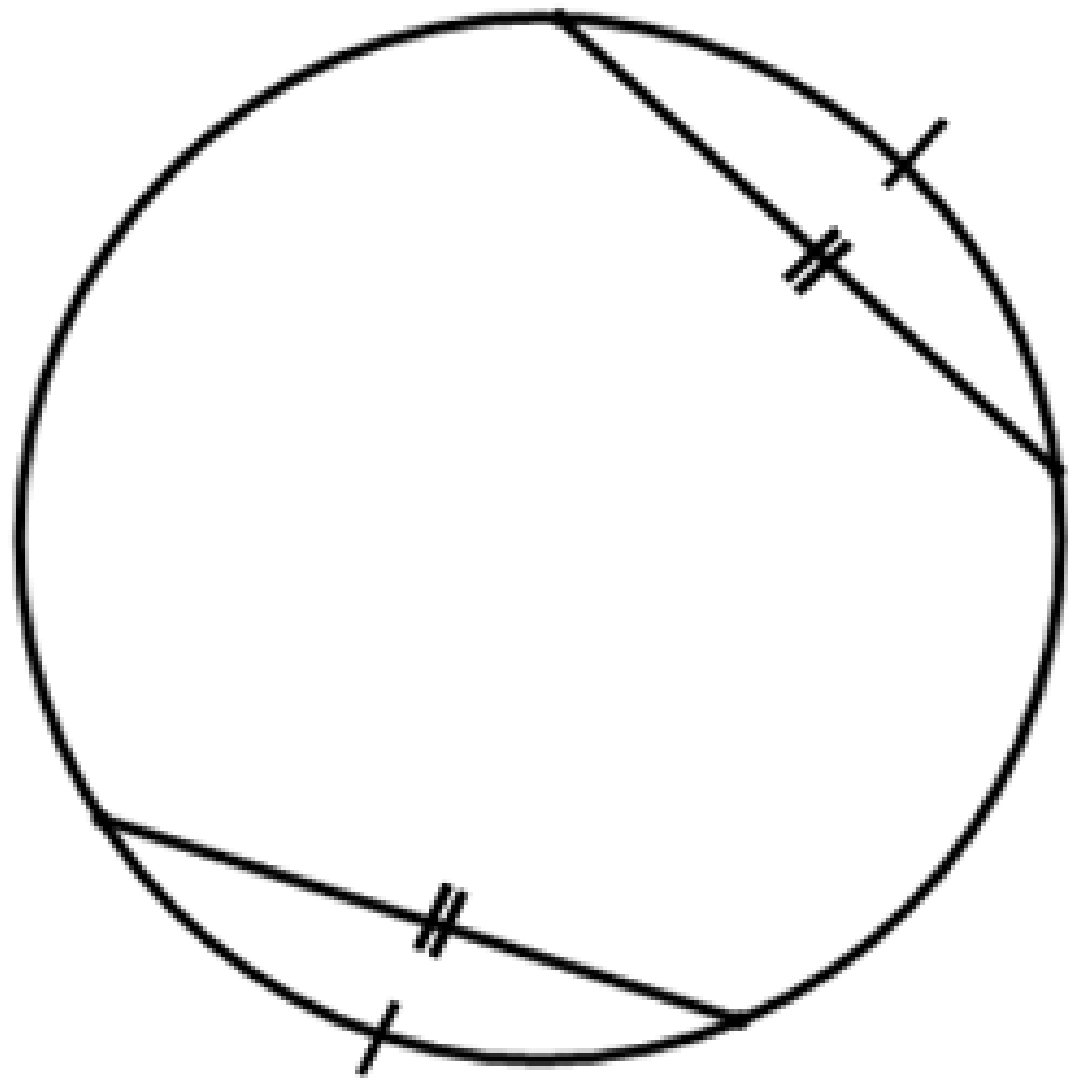
เนื่องจาก $\overline{MT}$ และ $\overline{ME}$ ต่างเป็นรัศมีของวงกลม

ดังนั้น $MT = ME = 3$ หน่วย

$$\begin{aligned} \text{ความยาวรอบรูปของ } \triangle MET &= 3 + 3 + 1.8 + 1.8 \\ &= 9.6 \text{ หน่วย} \end{aligned}$$



สรุปบทเรียน

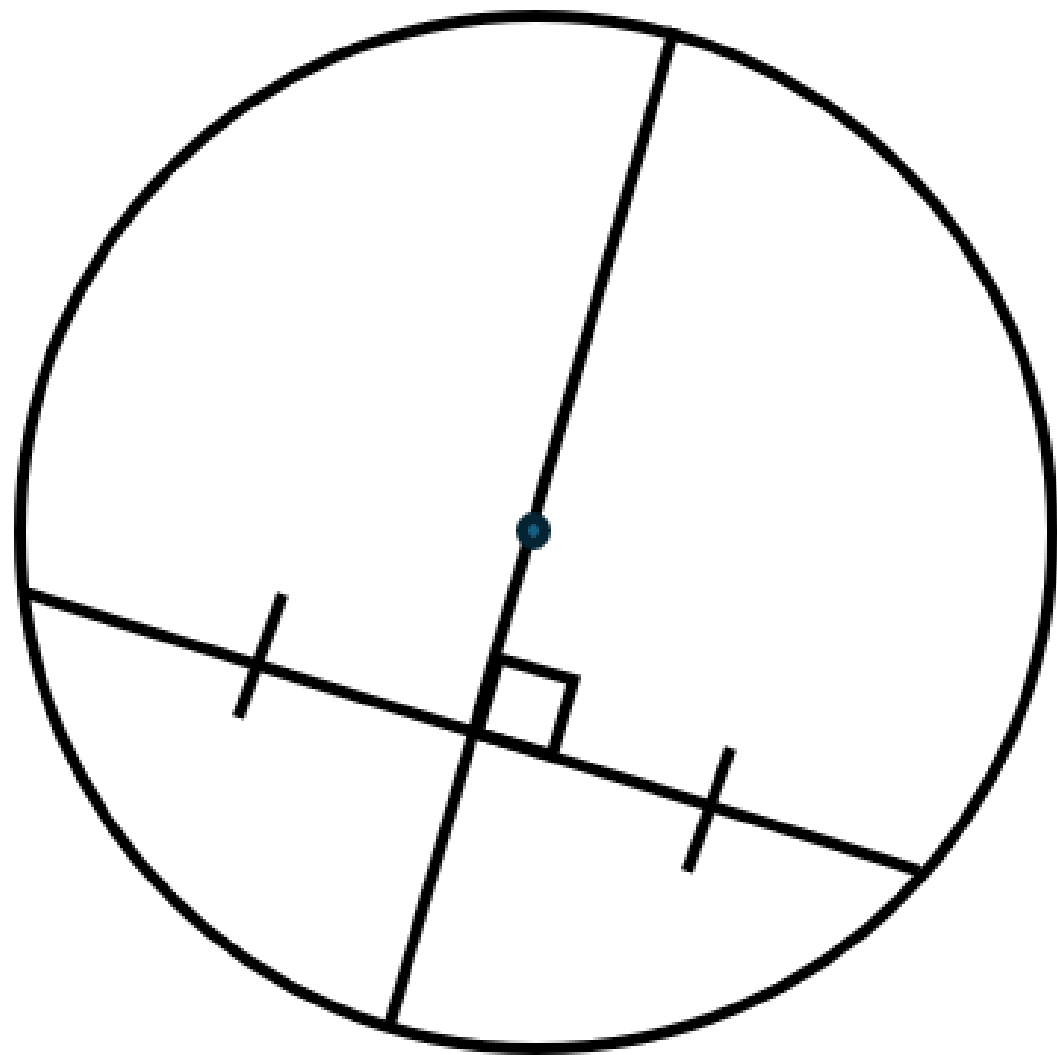


ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน
ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากันแล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลม
ทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากันและส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน

ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน
ถ้าคอร์ดสองเส้นตัดวงกลม ทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน
แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน



สรุปบทเรียน



ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม
และตัดกับคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง จะมีสมบัติดังนี้

- 1) ถ้าส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ด
แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด
- 2) ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด
แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด



บทเรียนครั้งต่อไป

ดาวน์โหลดข้อมูลได้ที่ www.dltv.ac.th

คอร์สดวงกลม (2)



สิ่งที่ต้องเตรียม

ดาวน์โหลดข้อมูลได้ที่ www.dltv.ac.th

- ใบกิจกรรม 2 : คอร์ดกับกับระยะห่างระหว่างจุดศูนย์กลางกับคอร์ด
- ใบกิจกรรม 3 : ตรงไหนคือตรงกลาง
- ภาพรูปวงกลมที่กำหนดจุดศูนย์กลาง

