รายวิชา คณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค23102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หน่วยที่ 2 วงกลม

เรื่อง มุมในครึ่งวงกลม และรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

ครูผู้สอน ครูสรวงรัตน์ เดชะชาติ

มุมในครึ่งวงกลม และรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

จุดประสงค์การเรียนรู้

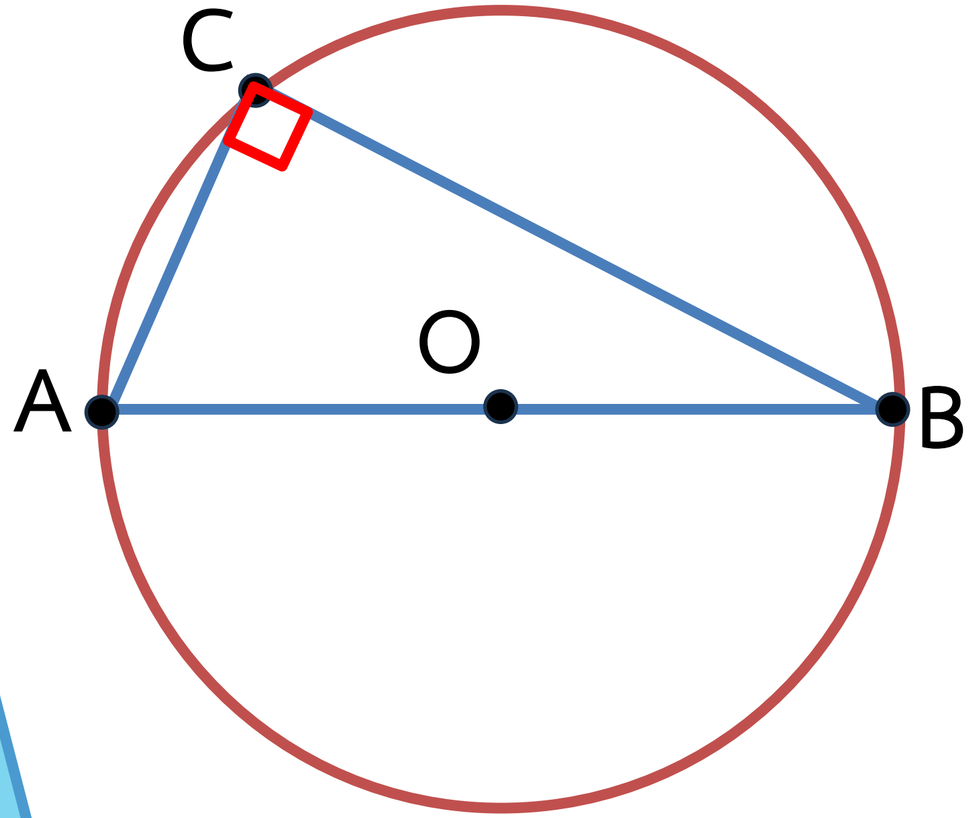
นักเรียนสามารถ

1. นำทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลมไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
2. นำทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมไปใช้ในการแก้ปัญหา

วงกลม

หรรษา

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลม

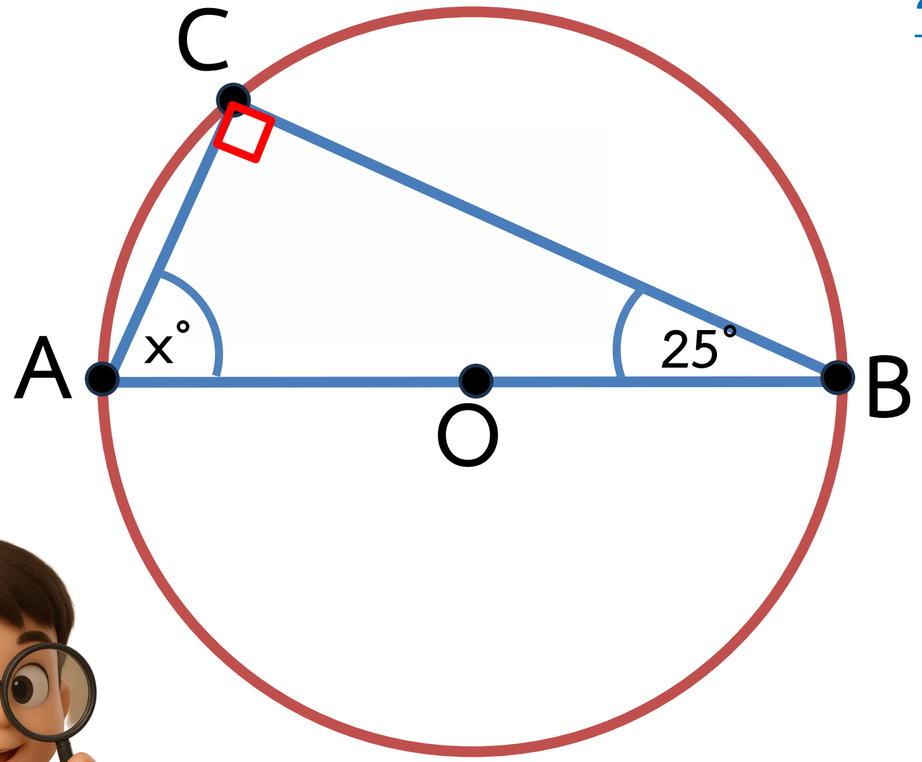


มุมในครึ่งวงกลม

มีขนาด 90 องศา

หรือหนึ่งมุมฉาก

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดวงกลม O ดังรูป จงหาค่า x



วิธีทำ เนื่องจาก $A\hat{B}C = 25^\circ$

และจากทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลม ทำให้ทราบว่า $A\hat{C}B = 90^\circ$

เนื่องจาก $B\hat{A}C + A\hat{B}C + A\hat{C}B = 180^\circ$

$$x + 25 + 90 = 180$$

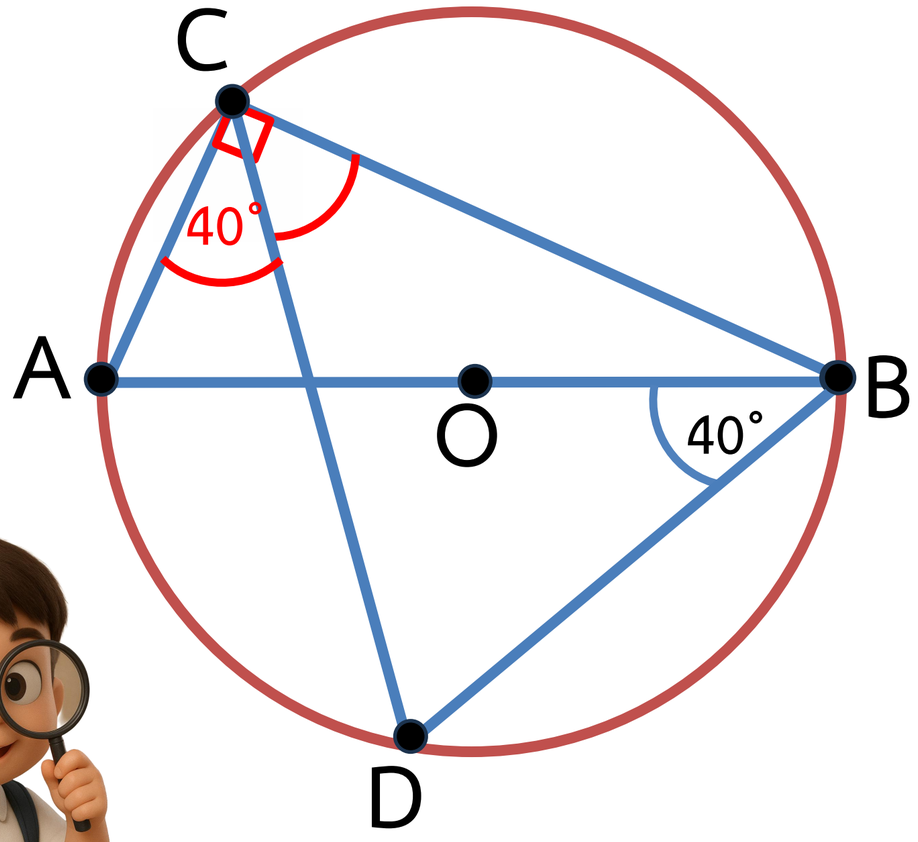
$$x + 115 = 180$$

$$x = 65$$

ดังนั้น $x = 65$

ตัวอย่างที่ 2

กำหนดวงกลม O ดังรูป จงหาขนาดของ $B\hat{C}D$



<u>วิธีทำ</u> เนื่องจาก $A\hat{C}D$ และ $A\hat{B}D$ ต่างก็เป็นมุมที่รองรับด้วยส่วนโค้ง AD

จะได้ว่า $A\hat{C}D = A\hat{B}D$

และจาก $A\hat{B}D = 40°$

ดังนั้น $A\hat{C}D = 40°$

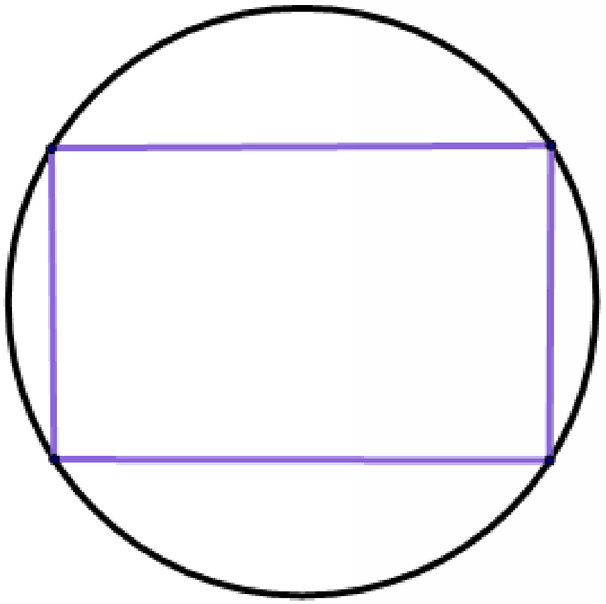
เนื่องจาก $B\hat{C}D + A\hat{C}D = A\hat{C}B$

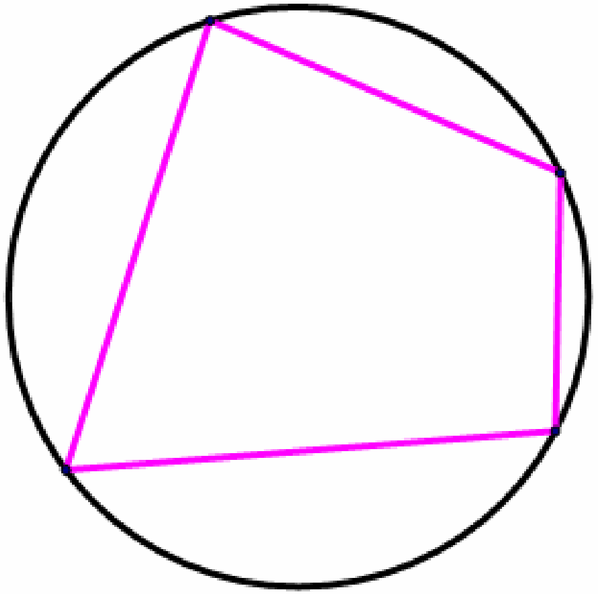
$B\hat{C}D + 40 = 90$

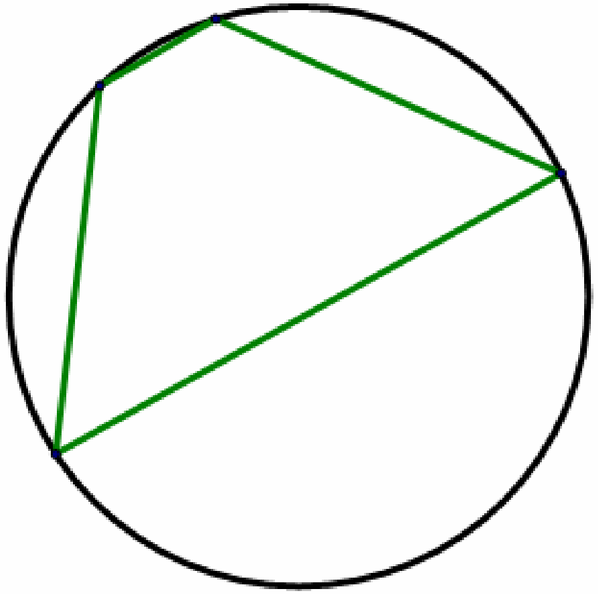
$B\hat{C}D = 50$

ดังนั้น $B\hat{C}D = 50°$

รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

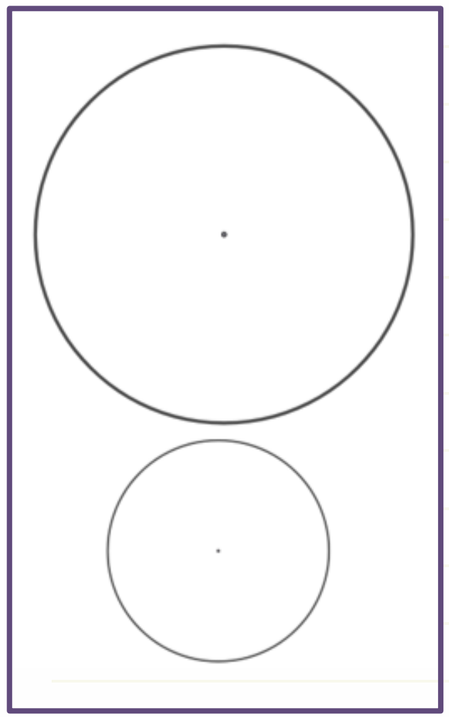


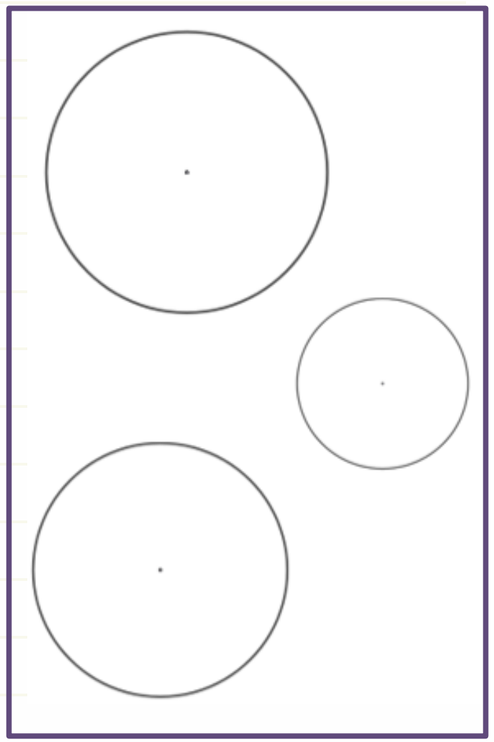




สำรวจรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

บัตรภาพรูปวงกลม



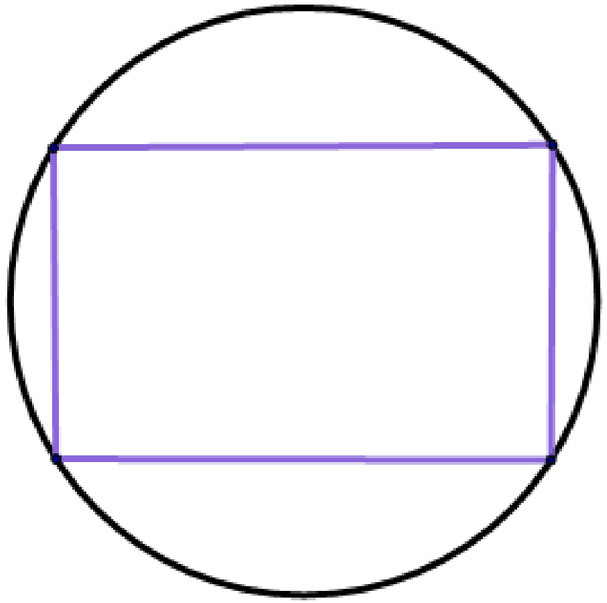


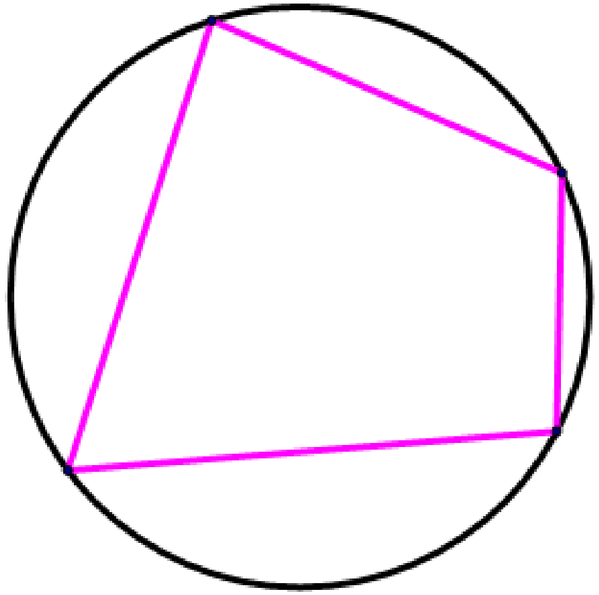
กิจกรรมสำรวจ
รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

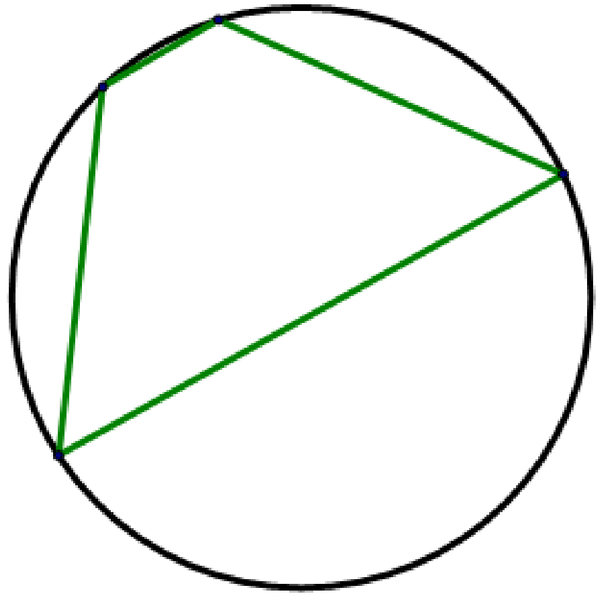
ดาวน์โหลดข้อมูลได้ที่ www.dltv.ac.th

ขั้นตอนการทำกิจกรรม

1. ให้นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมใด ๆ ลงบนกระดาษวงกลมของตนเอง โดยให้จุดยอดทั้งสี่อยู่บนวงกลม

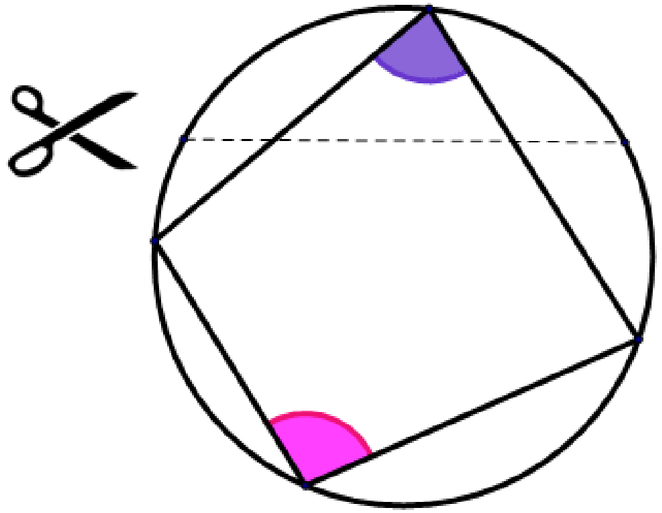


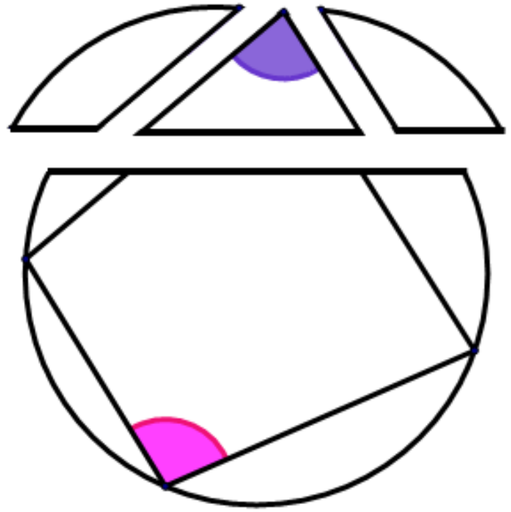


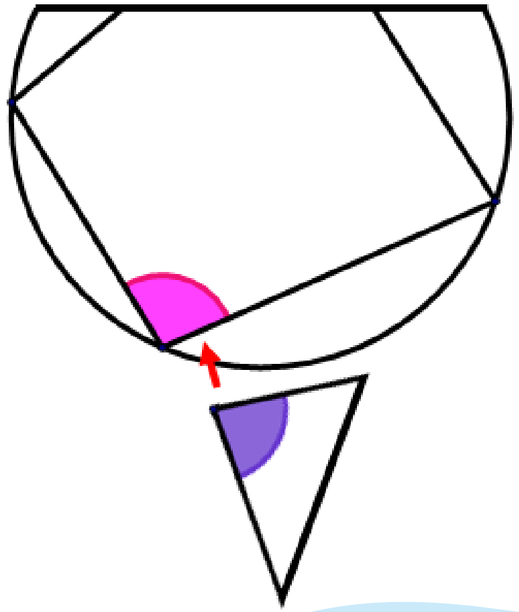


ขั้นตอนการทำกิจกรรม

2. ตัดมุมของรูปสี่เหลี่ยมออกมา 1 มุม แล้วนำไปต่อกับมุมตรงข้ามของมุมนั้น ดังรูป

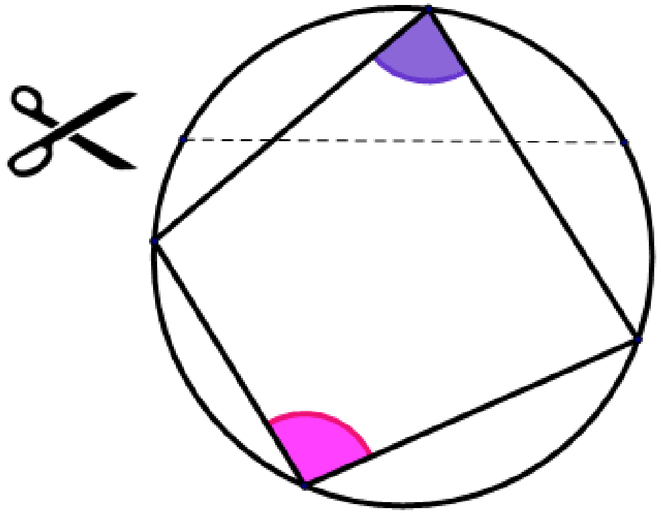


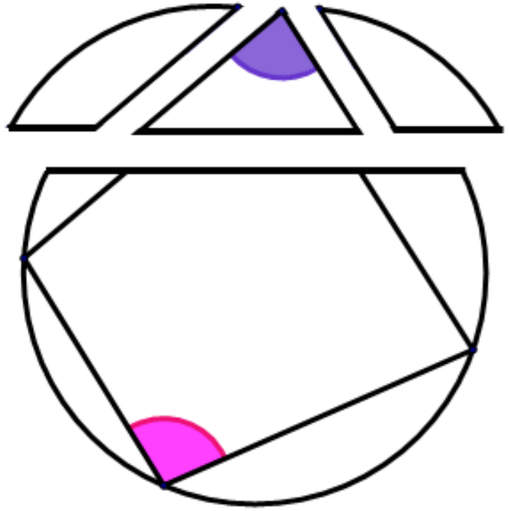


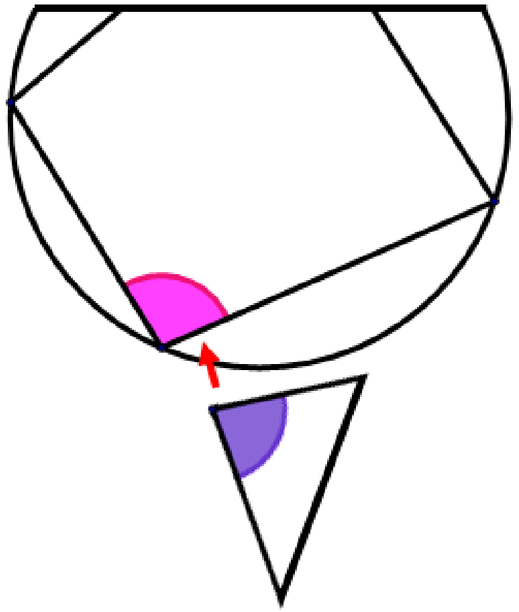


ขั้นตอนการทำกิจกรรม

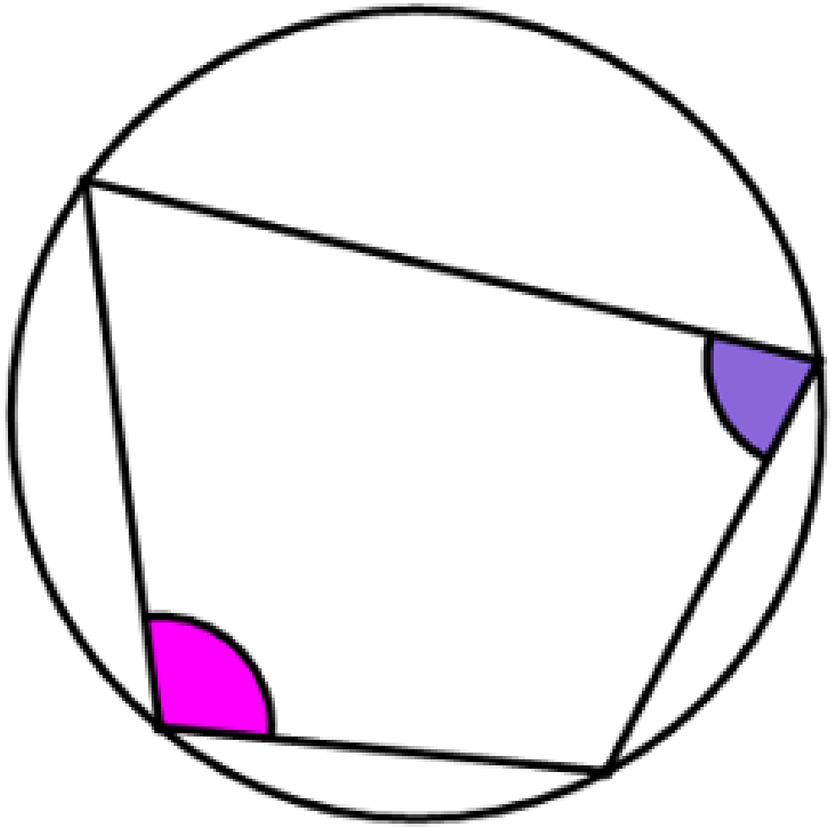
3. ให้นักเรียนสังเกตผลที่ได้แล้วอภิปรายผลที่สังเกตได้กับเพื่อนในกลุ่ม







ทฤษฎีบทของรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม



ถ้ารูปสี่เหลี่ยมใด ๆ
เป็นรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม
แล้วผลบวกของขนาดของมุม
ตรงข้ามจะเท่ากับสองมุมฉาก

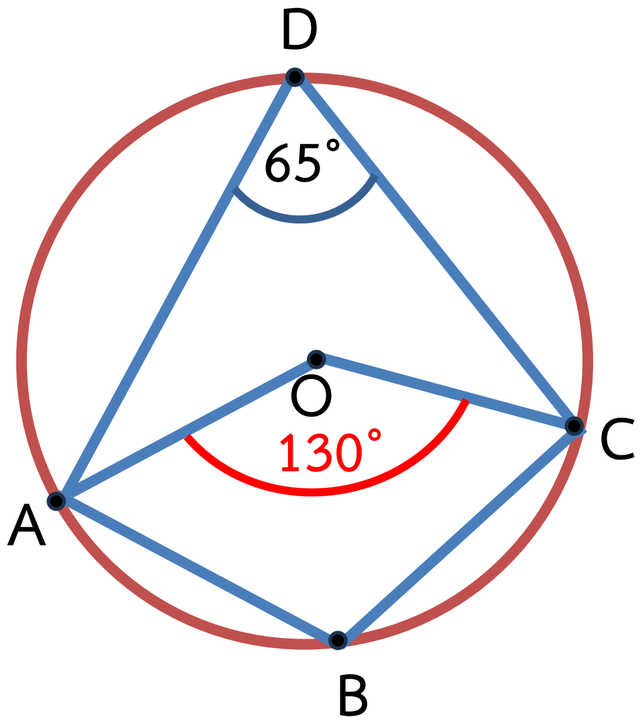
ตัวอย่างที่ 3

จงหาขนาดของมุมต่อไปนี้

1) $A\hat{O}C$

2) มุมกลับ AOC

3) $A\hat{B}C$



วิธีทำ จาก $A\hat{D}C = 65^\circ$ (กำหนดให้)

จะได้ $A\hat{O}C = 130^\circ$ (มุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน)

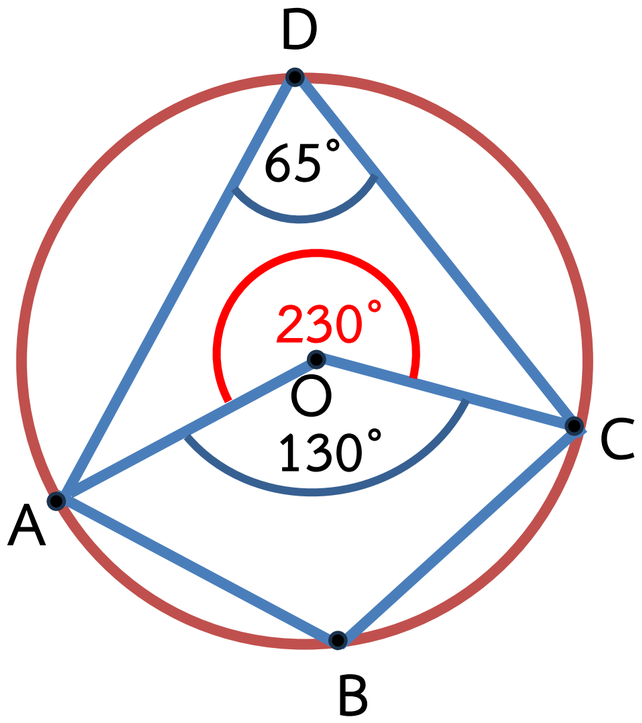
ตัวอย่างที่ 3

จงหาขนาดของมุมต่อไปนี้

1) $A\hat{O}C$

2) มุมกลับ AOC

3) $A\hat{B}C$



ดังนั้น มุมกลับ AOC = 360 – 130

= 230° (ขนาดของมุมรอบจุดเป็น 360°)

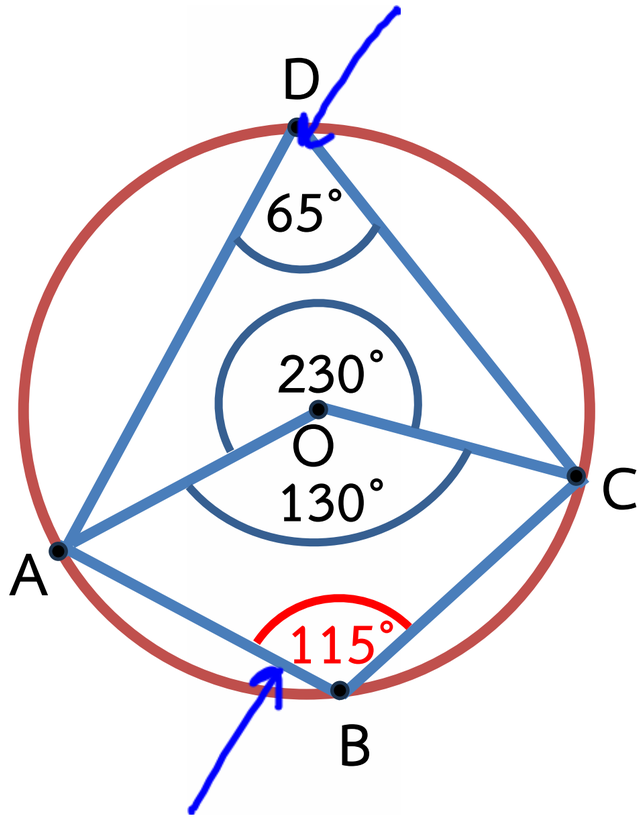
ตัวอย่างที่ 3

จงหาขนาดของมุมต่อไปนี้

1) $A\hat{O}C$

2) มุมกลับ AOC

3) $A\hat{B}C$



และ $A\hat{B}C = 180 - 65$

$= 115^\circ$ (ผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมเป็น 180°)

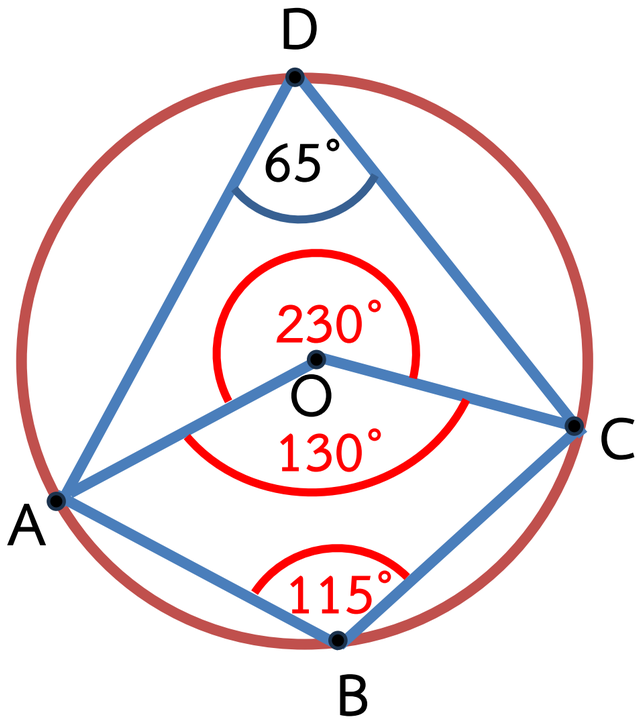
ตัวอย่างที่ 3

จงหาขนาดของมุมต่อไปนี้

1) $A\hat{O}C$

2) มุมกลับ AOC

3) $A\hat{B}C$



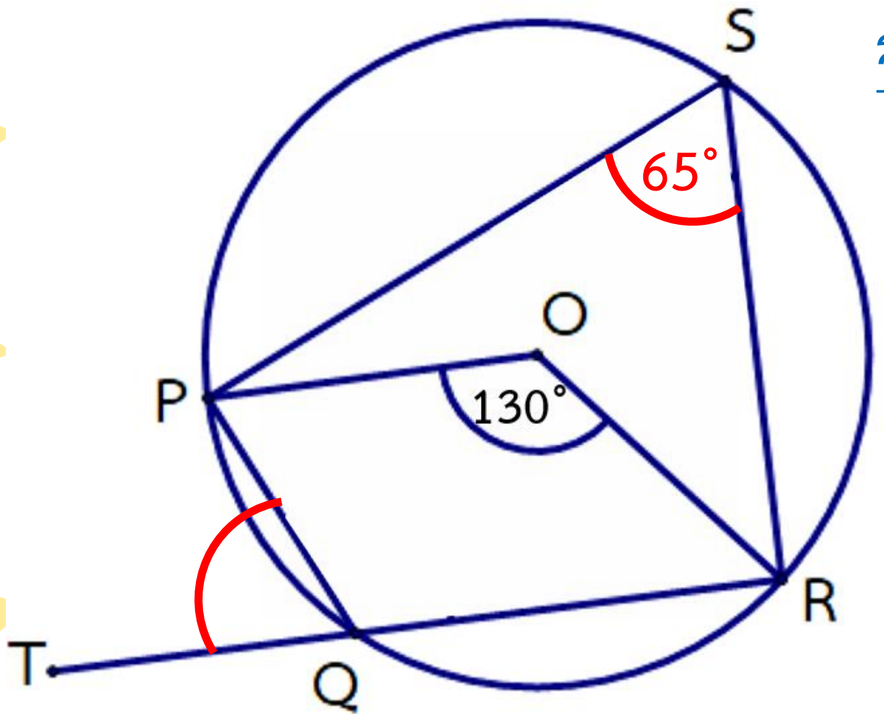
นั่นคือ 1) $A\hat{O}C = 130^\circ$

2) มุมกลับ AOC = 230°

3) $A\hat{B}C = 115^\circ$

ตัวอย่างที่ 4

จากรูปสี่เหลี่ยม PQRS เป็นรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม O และ $P\hat{O}R = 130^\circ$ จงหาขนาดของ $P\hat{Q}T$

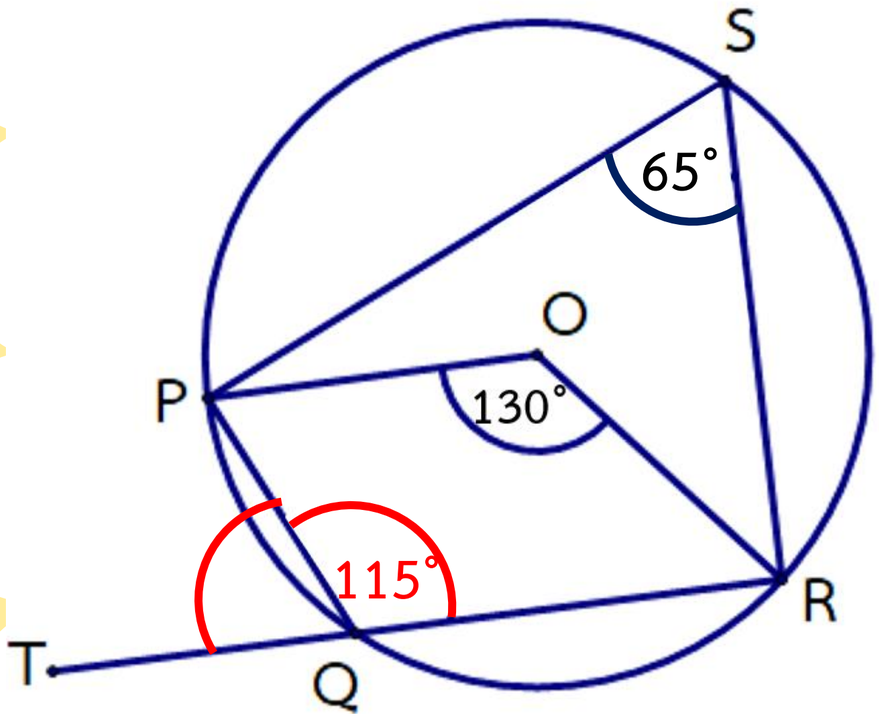


<u>วิธีทำ</u> จาก $P\hat{O}R = 130^\circ$ (กำหนดให้)

จะได้ $P\hat{S}R = 65^\circ$ (มุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่าของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน)

ตัวอย่างที่ 4

จากรูปสี่เหลี่ยม PQRS เป็นรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม O และ $P\hat{O}R = 130^\circ$ จงหาขนาดของ $P\hat{Q}T$

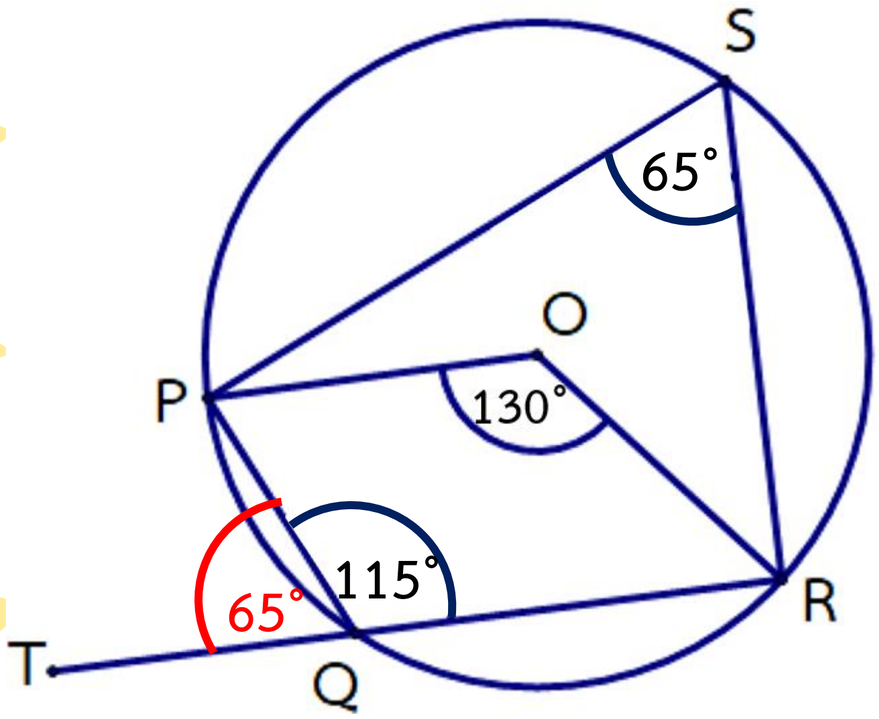


จาก $P\hat{Q}R = 180 - 65$

$= 115^\circ$ (ผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมเป็น 180°)

ตัวอย่างที่ 4

จากรูปสี่เหลี่ยม PQRS เป็นรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม O และ $P\hat{O}R = 130^\circ$ จงหาขนาดของ $P\hat{Q}T$



ดังนั้น $P\hat{Q}T = 180 - 115$

$= 65^\circ$ ($R\hat{Q}T$ เป็นมุมตรง และ $R\hat{Q}P + P\hat{Q}T = 180^\circ$)

นั่นคือ $P\hat{Q}T = 65^\circ$

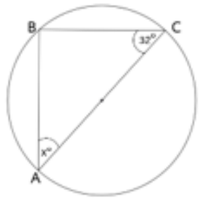
แบบฝึกหัด 4

ดาวน์โหลดข้อมูลได้ที่ www.dltv.ac.th

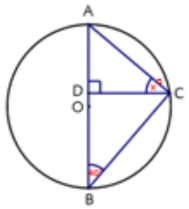
มุมในครึ่งวงกลม

แบบฝึกหัด 4 : มุมในครึ่งวงกลม
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง วงกลม
รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค23102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

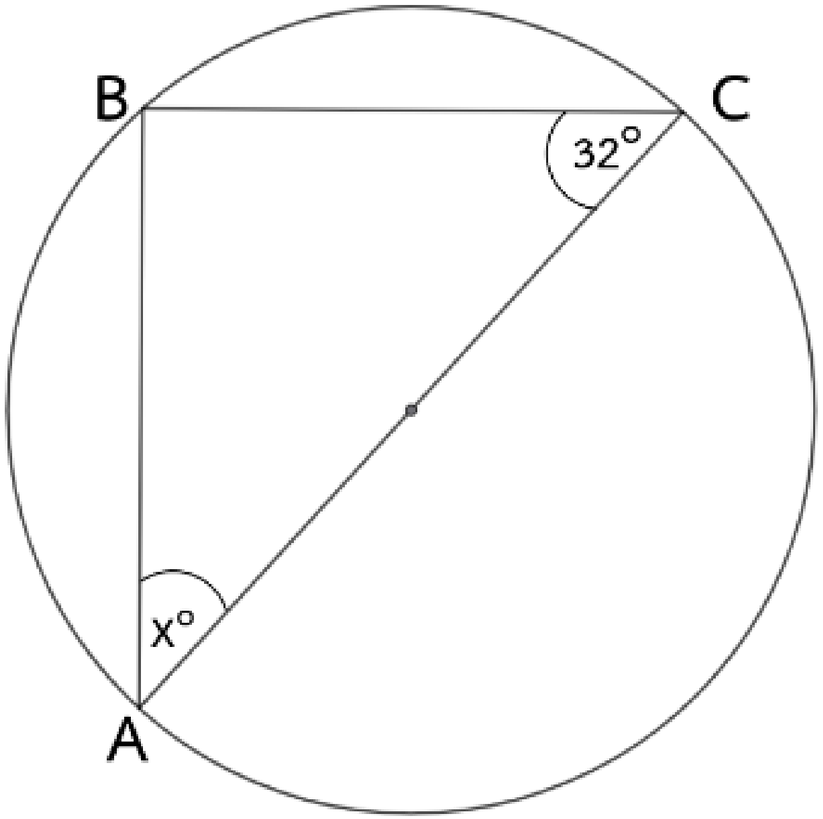
1. จากวงกลม O ที่กำหนดให้ จงหาค่า x



2. จากวงกลม O ที่กำหนดให้ จงหาค่า x

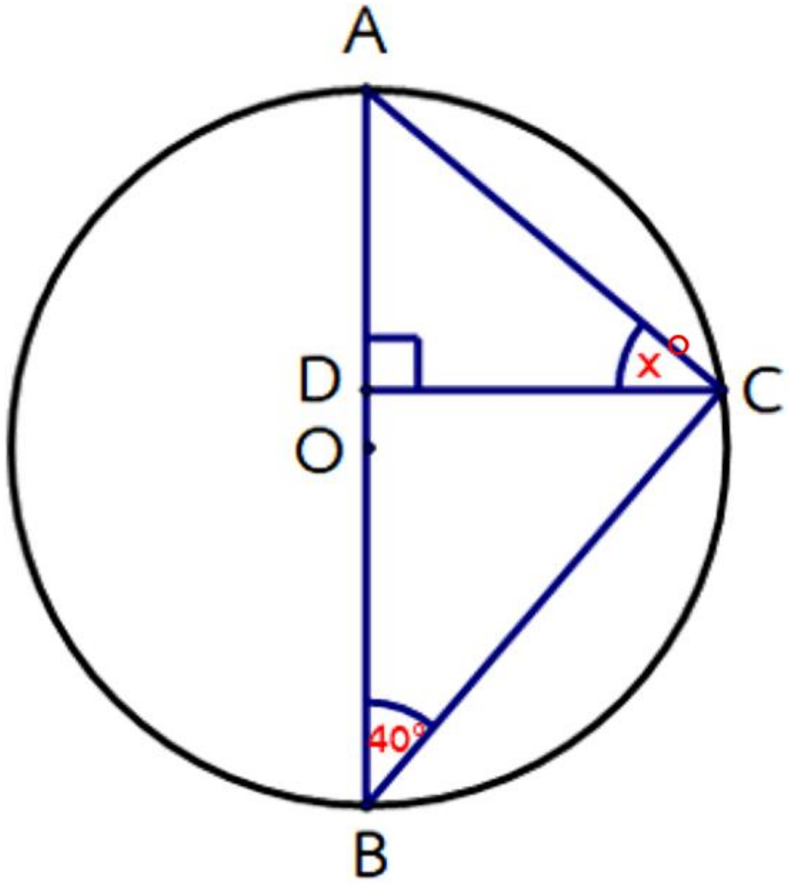


แบบฝึกหัด 4 : มุมในครึ่งวงกลม



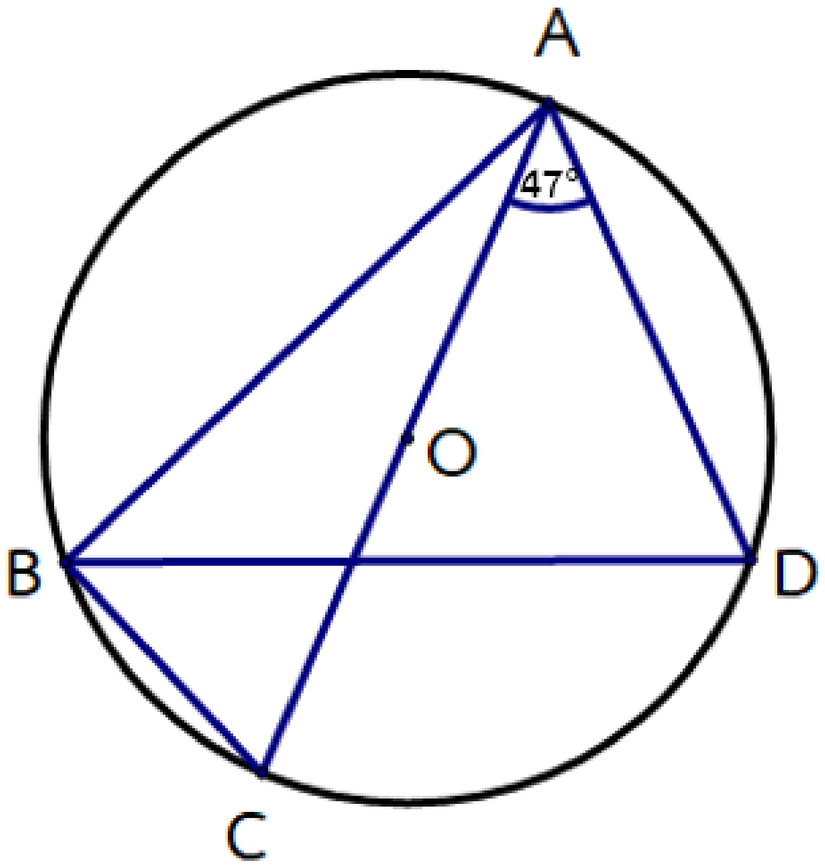
ข้อที่ 1. จากรูปวงกลม O ที่กำหนดให้ จงหาค่า x

แบบฝึกหัด 4 : มุมในครึ่งวงกลม



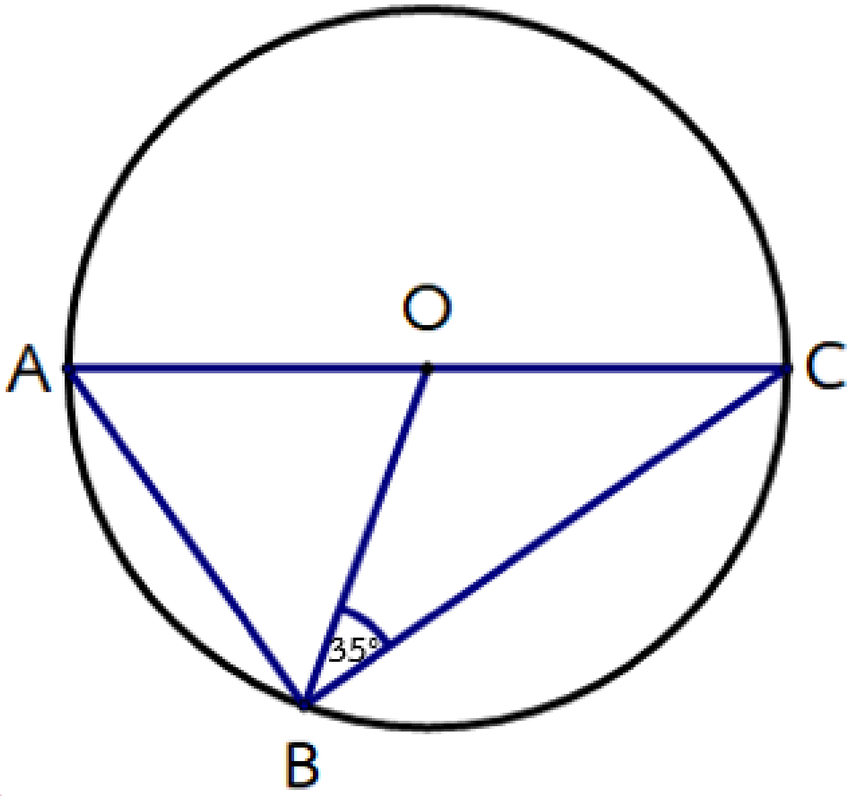
ข้อที่ 2. จากรูปวงกลม O ที่กำหนดให้ จงหาค่า x

แบบฝึกหัด 4 : มุมในครึ่งวงกลม



ข้อที่ 3. จากรูป $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O และ $C\hat{A}D = 47^\circ$ จงหาขนาดของ $A\hat{B}D$

แบบฝึกหัด 4 : มุมในครึ่งวงกลม



ข้อที่ 4. จากรูป $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O และ $C\hat{B}O = 35^\circ$ จงหาขนาดของ $O\hat{A}B$

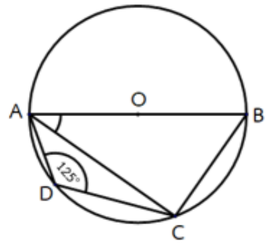
แบบฝึกหัด 5

ดาวน์โหลดข้อมูลได้ที่ www.dltv.ac.th

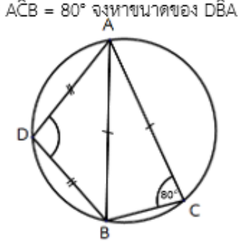
รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

แบบฝึกหัด 5 : รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง วงกลม
รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค23102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

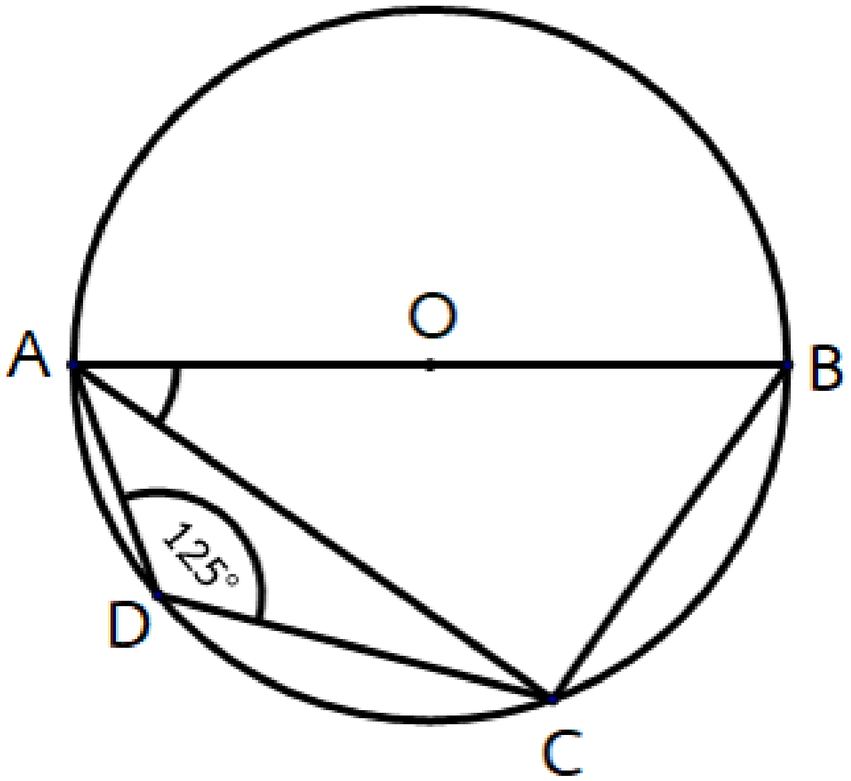
1. จากรูป $\overline{AB}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม ถ้า $A\hat{D}C = 125°$ จงหาขนาดของ $B\hat{A}C$



2. จาก AB = AC , DA = DB และ $A\hat{C}B = 80°$ จงหาขนาดของ $D\hat{B}A$

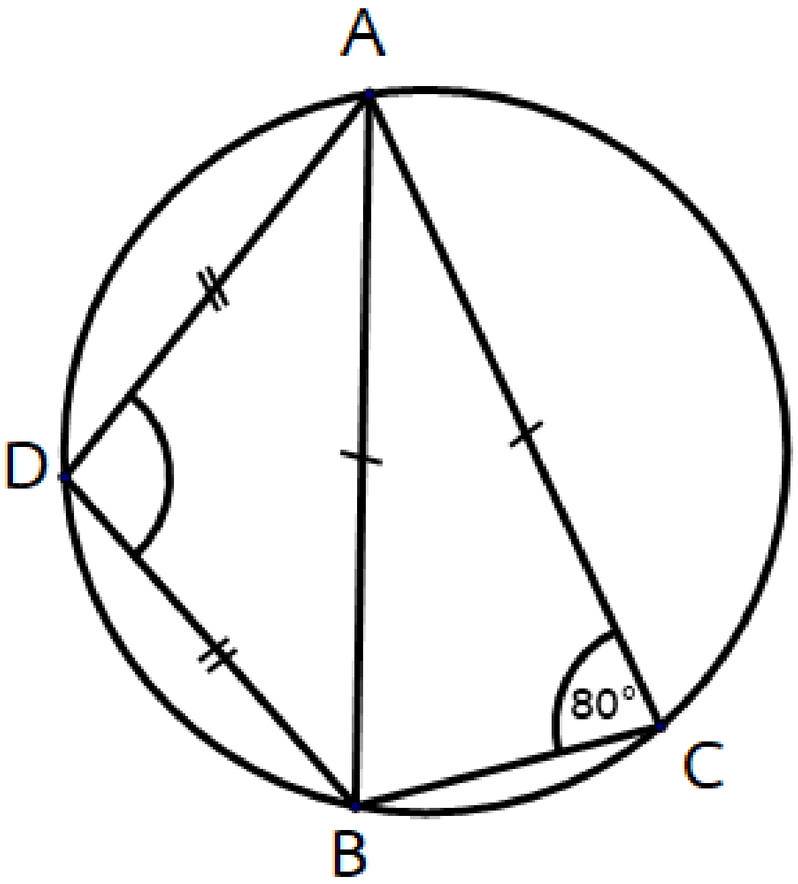


แบบฝึกหัด 5 : รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม



ข้อที่ 1. จากรูป $\overline{AB}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม ถ้า $A\hat{D}C = 125^\circ$ จงหาขนาดของ $B\hat{A}C$

แบบฝึกหัด 5 : รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

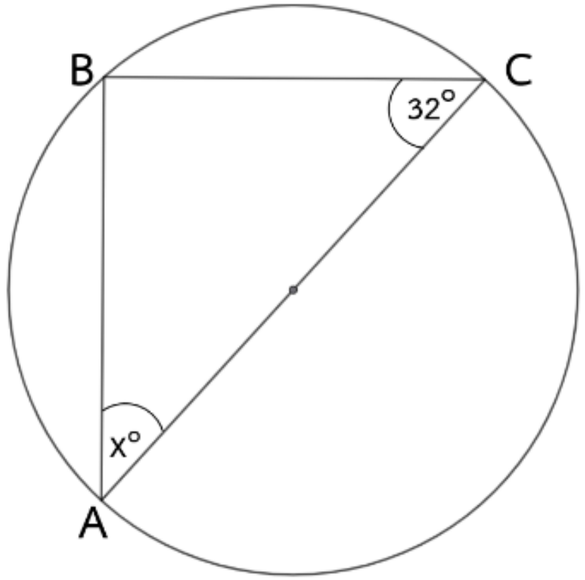


ข้อที่ 2. จาก AB = AC , DA = DB และ $A\hat{C}B = 80^\circ$ จงหาขนาดของ $D\hat{B}A$

เฉลย...
แบบฝึกหัด

แบบฝึกหัด 4 : มุมในครึ่งวงกลม

ข้อที่ 1. จากรูปวงกลม O ที่กำหนดให้ จงหาค่า x



วิธีทำ จาก $A\hat{C}B = 32^\circ$ (กำหนดให้)

และ $A\hat{B}C = 90^\circ$ (ขนาดของมุมในครึ่งวงกลมเป็น 90°)

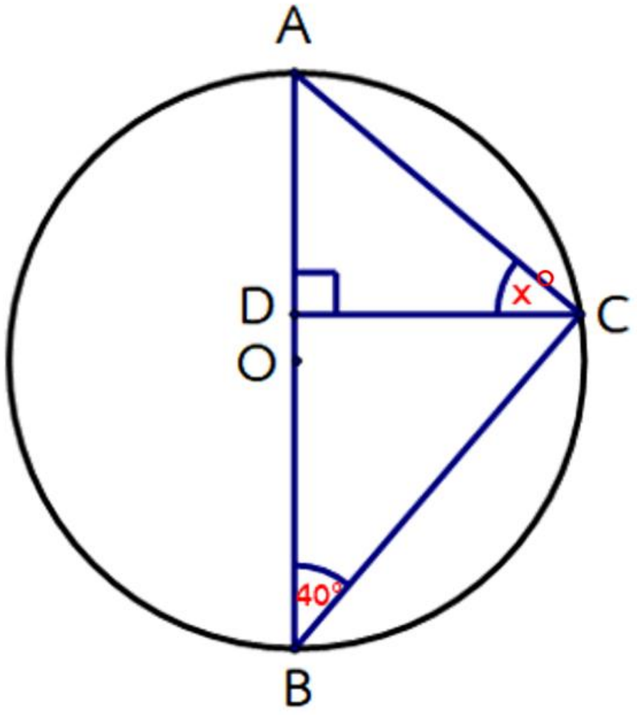
ดังนั้น $B\hat{A}C = 180 - (32 + 90)$ (ขนาดของมุมภายในทั้งสามมุมของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเป็น 180°)

$B\hat{A}C = 58^\circ$

นั่นคือ $x = 58$

แบบฝึกหัด 4 : มุมในครึ่งวงกลม

ข้อที่ 2. จากรูปวงกลม O ที่กำหนดให้ จงหาค่า x



วิธีทำ

จาก $B\hat{D}C = 90^\circ$ (ขนาดของมุมตรงเป็น 180°)

จะได้ $B\hat{C}D = 180 - (90 + 40)$ (ขนาดของมุมภายในทั้งสามมุมของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเป็น 180°)

$B\hat{C}D = 50^\circ$

$A\hat{C}B = 90^\circ$ (ขนาดของมุมในครึ่งวงกลมเป็น 90°)

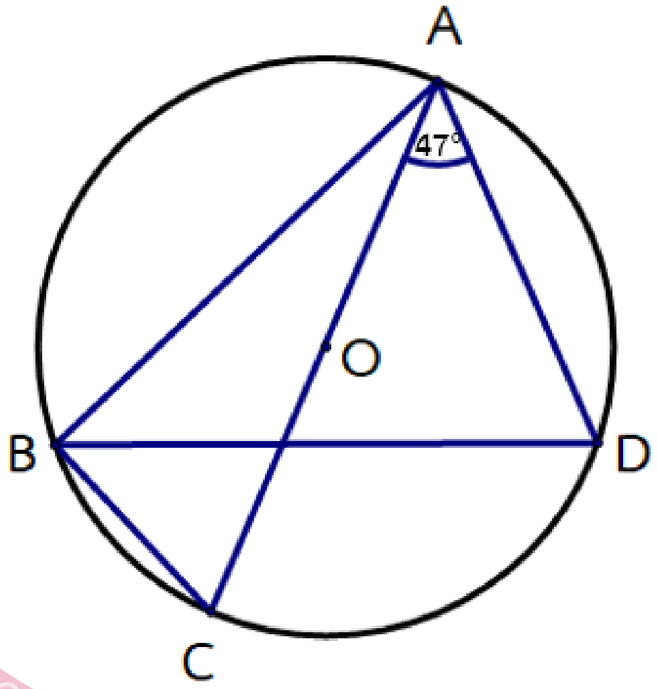
จะได้ $A\hat{C}D = 90 - 50$

$A\hat{C}D = 40^\circ$

ดังนั้น $x = 40$

แบบฝึกหัด 4 : มุมในครึ่งวงกลม

ข้อที่ 3. จากรูป $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O และ $C\hat{A}D = 47^\circ$ จงหาขนาด ของ $A\hat{B}D$



วิธีทำ เนื่องจาก $C\hat{A}D = 47^\circ$ (กำหนดให้)

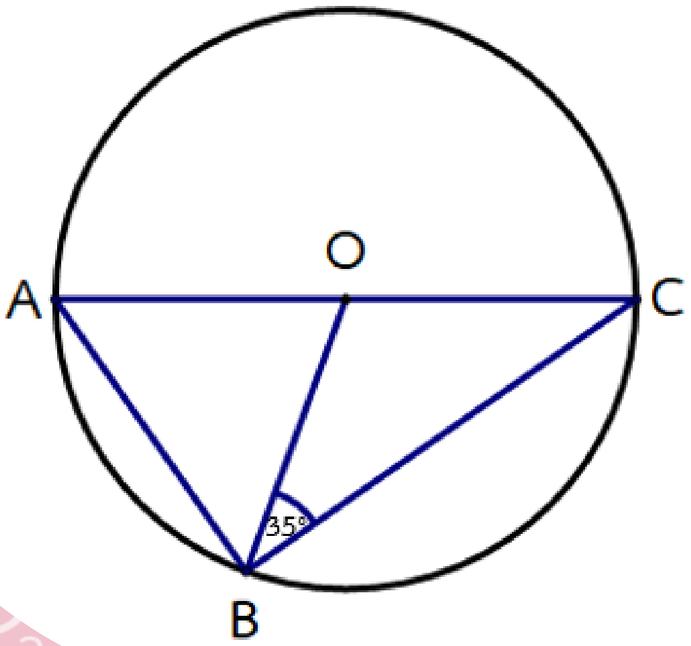
จะได้ $A\hat{B}C = 90^\circ$ (ขนาดของมุมในครึ่งวงกลมเป็น 90°)

และ $C\hat{B}D = 47^\circ$ (มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันมีขนาดเท่ากัน)

จึงได้ว่า $A\hat{B}D = 90 - 47 = 43^\circ$

แบบฝึกหัด 4 : มุมในครึ่งวงกลม

ข้อที่ 4. จากรูป $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O และ $C\hat{B}O = 35^\circ$ จงหาขนาด ของ $O\hat{A}B$

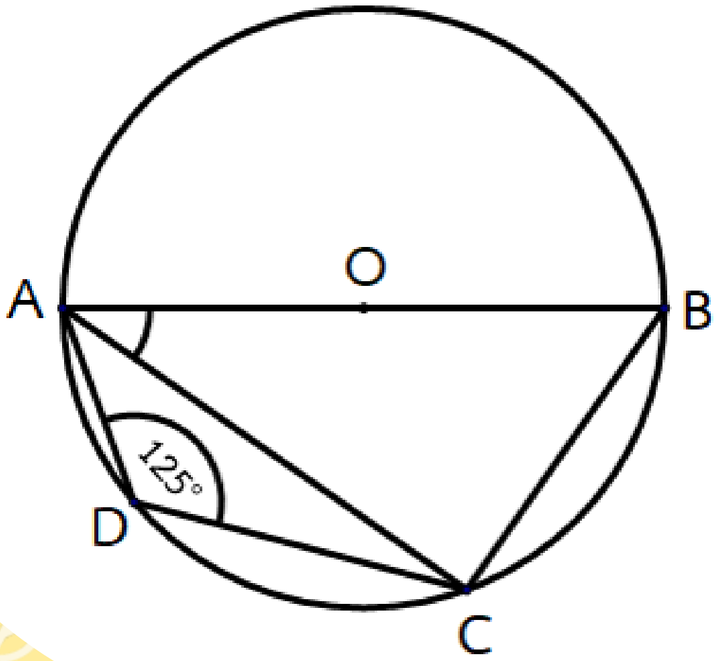


วิธีทำ

จาก	$C\hat{B}O$	=	35°		(กำหนดให้)
และ	$A\hat{B}C$	=	90°		(ขนาดของมุมในครึ่งวงกลมเป็น 90°)
จะได้	$A\hat{B}O$	=	$90 - 35$	= 55°	
ดังนั้น	$O\hat{A}B$	=	55°		(มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน)

แบบฝึกหัด 5 : รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

ข้อที่ 1. จากรูป $\overline{AB}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม ถ้า $A\hat{D}C = 125^\circ$ จงหาขนาดของ $B\hat{A}C$



วิธีทำ จาก $A\hat{D}C = 125^\circ$ (กำหนดให้)

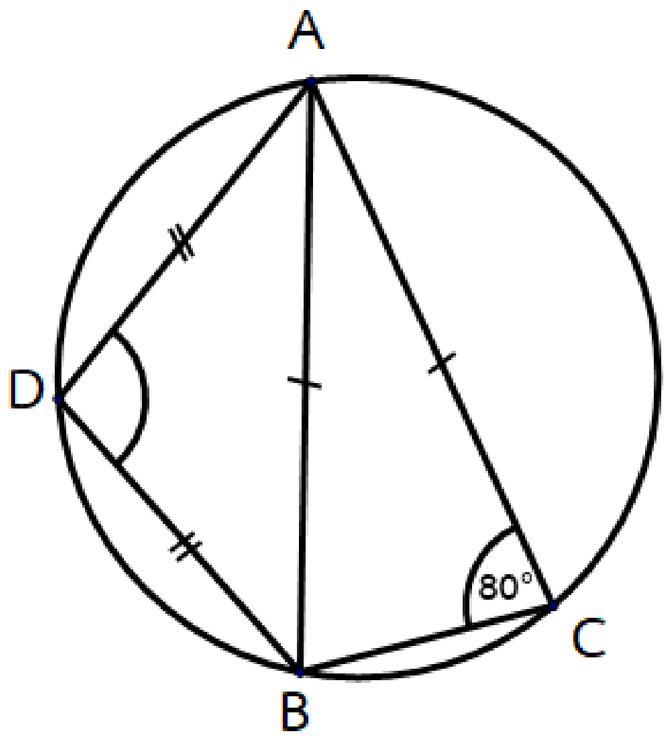
จะได้ $A\hat{B}C = 55^\circ$ (ผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมเป็น 180°)

จาก $A\hat{C}B = 90^\circ$ (ขนาดของมุมในครึ่งวงกลมเป็น 90°)

ดังนั้น $B\hat{A}C = 180 - (90 + 55) = 35^\circ$ (ขนาดของมุมภายในทั้งสามมุมของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเป็น 180°)

แบบฝึกหัด 5 : รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

ข้อที่ 2. จาก AB = AC , DA = DB และ $A\hat{C}B = 80^\circ$ จงหาขนาดของ $D\hat{B}A$



วิธีทำ จาก $A\hat{C}B = 80^\circ$ (กำหนดให้)

จะได้ $A\hat{D}B = 100^\circ$ (ผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมเป็น 180°)

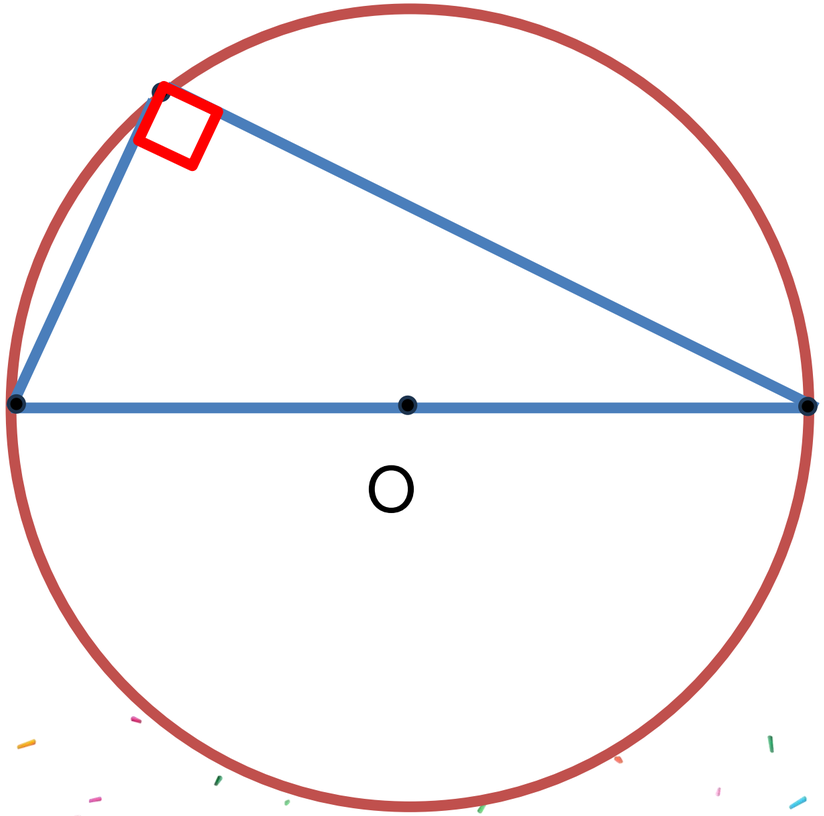
จาก $D\hat{B}A = D\hat{A}B$ (มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน)

$= \frac{1}{2}(180 - 100)$

จะได้ $D\hat{B}A = \frac{1}{2}(80) = 40^\circ$

ดังนั้น $D\hat{B}A$ มีขนาด 40°

สรุปบทเรียน

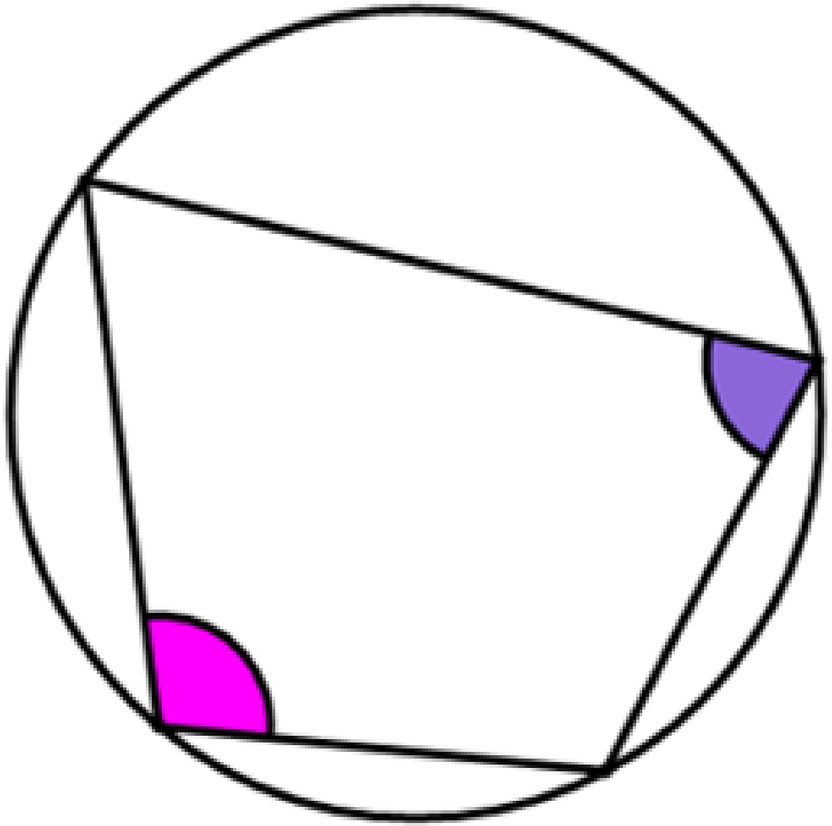


ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุม
ในครึ่งวงกลม

มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศา

หรือหนึ่งมุมฉาก

สรุปบทเรียน



ทฤษฎีบทของรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

ถ้ารูปสี่เหลี่ยมใด ๆ เป็นรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม แล้วผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามจะเท่ากับสองมุมฉาก

บทเรียนครั้งต่อไป

ดาวน์โหลดข้อมูลได้ที่ www.dltv.ac.th

ทฤษฎีบทของมุมในวงกลม

สิ่งที่ต้องเตรียม

ดาวน์โหลดข้อมูลได้ที่ www.dltv.ac.th

แบบฝึกหัด 6 :

ทฤษฎีบทของมุมในวงกลม