

รายวิชา คณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค23102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
หน่วยที่ 1 ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

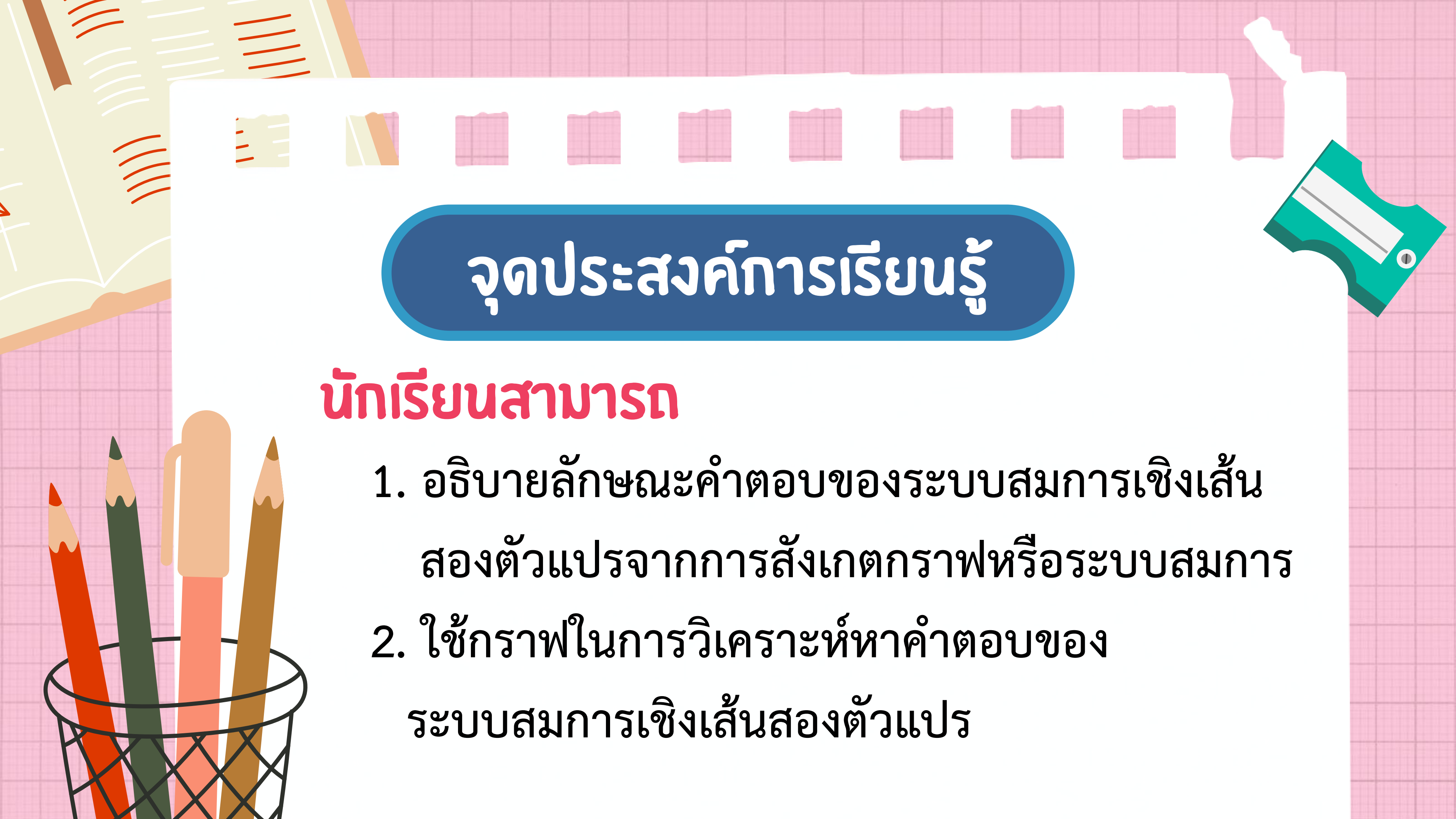
เรื่อง กราฟและคำตอบ ของระบบสมการ

ครูผู้สอน ครูสรวิรัตน์ เดชะชาติ





กราฟและคำตอบ ของระบบสมการ



จุดประสงค์การเรียนรู้

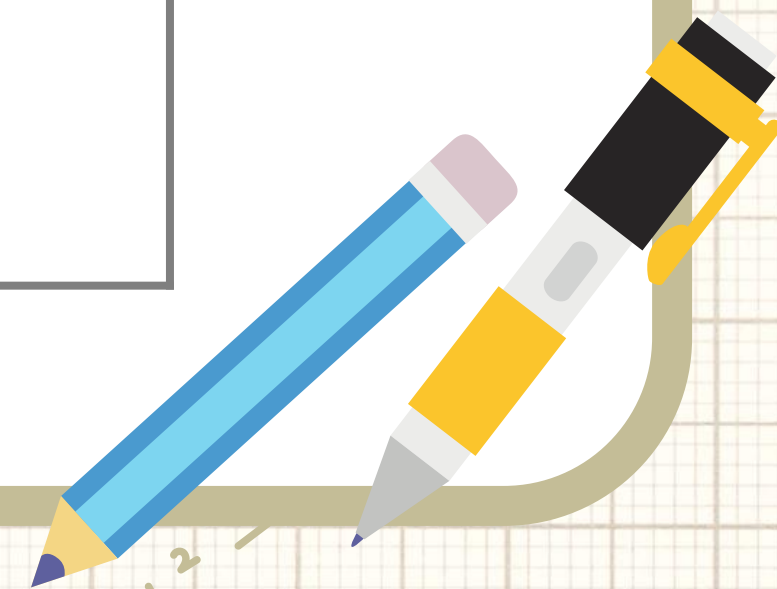
นักเรียนสามารถ

1. อธิบายลักษณะคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากการสังเกตกราฟหรือระบบสมการ
2. ใช้กราฟในการวิเคราะห์หาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ทบทวน การเขียนกราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

$$y = 2x - 1$$

x	-1	0	1
$y = 2x - 1$			

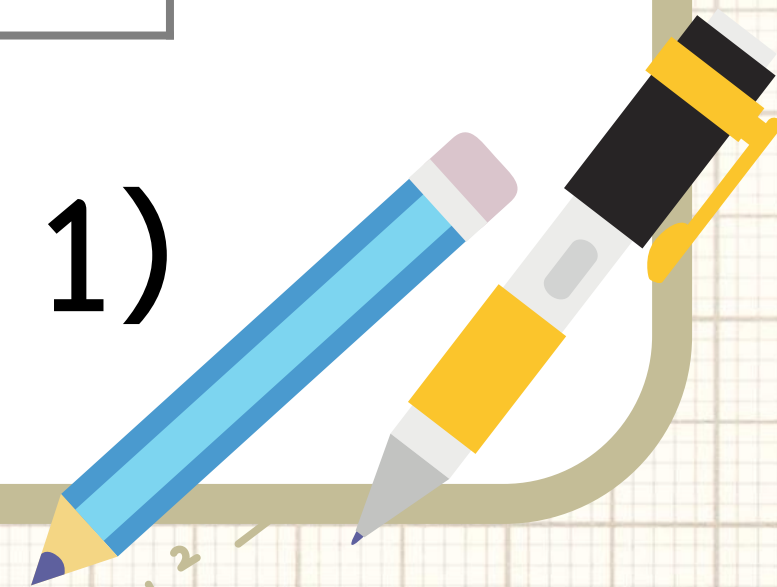


ทบทวน การเขียนกราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

$$y = 2x - 1$$

x	-1	0	1
$y = 2x - 1$	-3	-1	1

จะได้คู่อันดับ $(-1, -3)$, $(0, -1)$ และ $(1, 1)$

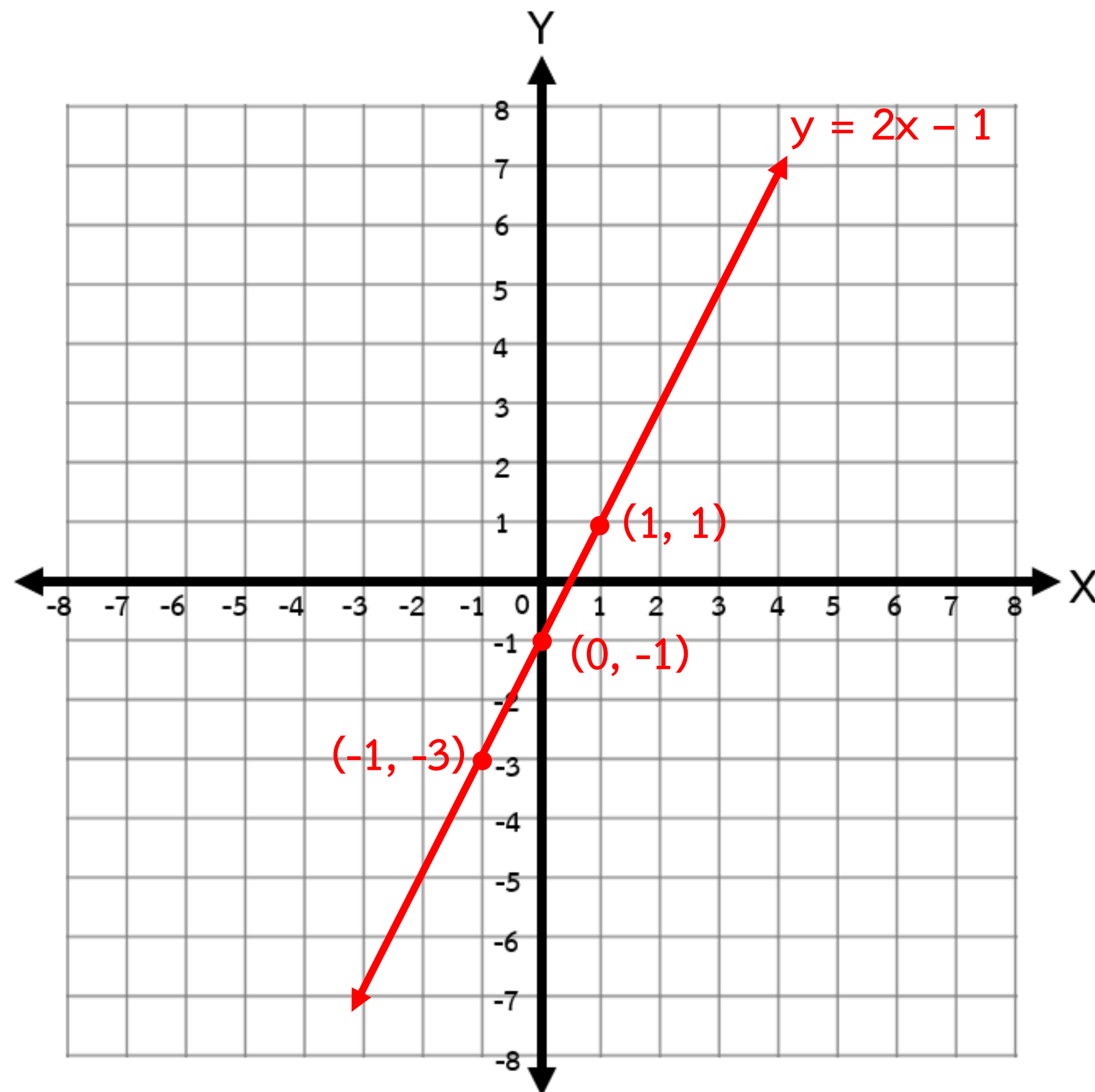


$$y = 2x - 1$$

จะได้คู่อันดับ

$(-1, -3), (0, -1)$

และ $(1, 1)$



ตัวอย่างที่ 1

$$\text{กำหนดให้ } 2x + y = 4 \text{ ----- ①}$$

$$x - y = -1 \text{ ----- ②}$$

จัดรูปใหม่เพื่อความสะดวกในการหาค่าได้เป็น

$$y = 4 - 2x \text{ ----- ①}$$

$$y = x + 1 \text{ ----- ②}$$



ตัวอย่างที่ 1

$$y = 4 - 2x \text{ ----- ①}$$

$$y = x + 1 \text{ ----- ②}$$



กำหนดค่า x และหาค่า y ได้ดังตาราง

x	-1	0	1
$y = 4 - 2x$			
$y = x + 1$			

ตัวอย่างที่ 1

$$y = 4 - 2x \text{ ----- ①}$$

$$y = x + 1 \text{ ----- ②}$$



กำหนดค่า x และหาค่า y ได้ดังตาราง

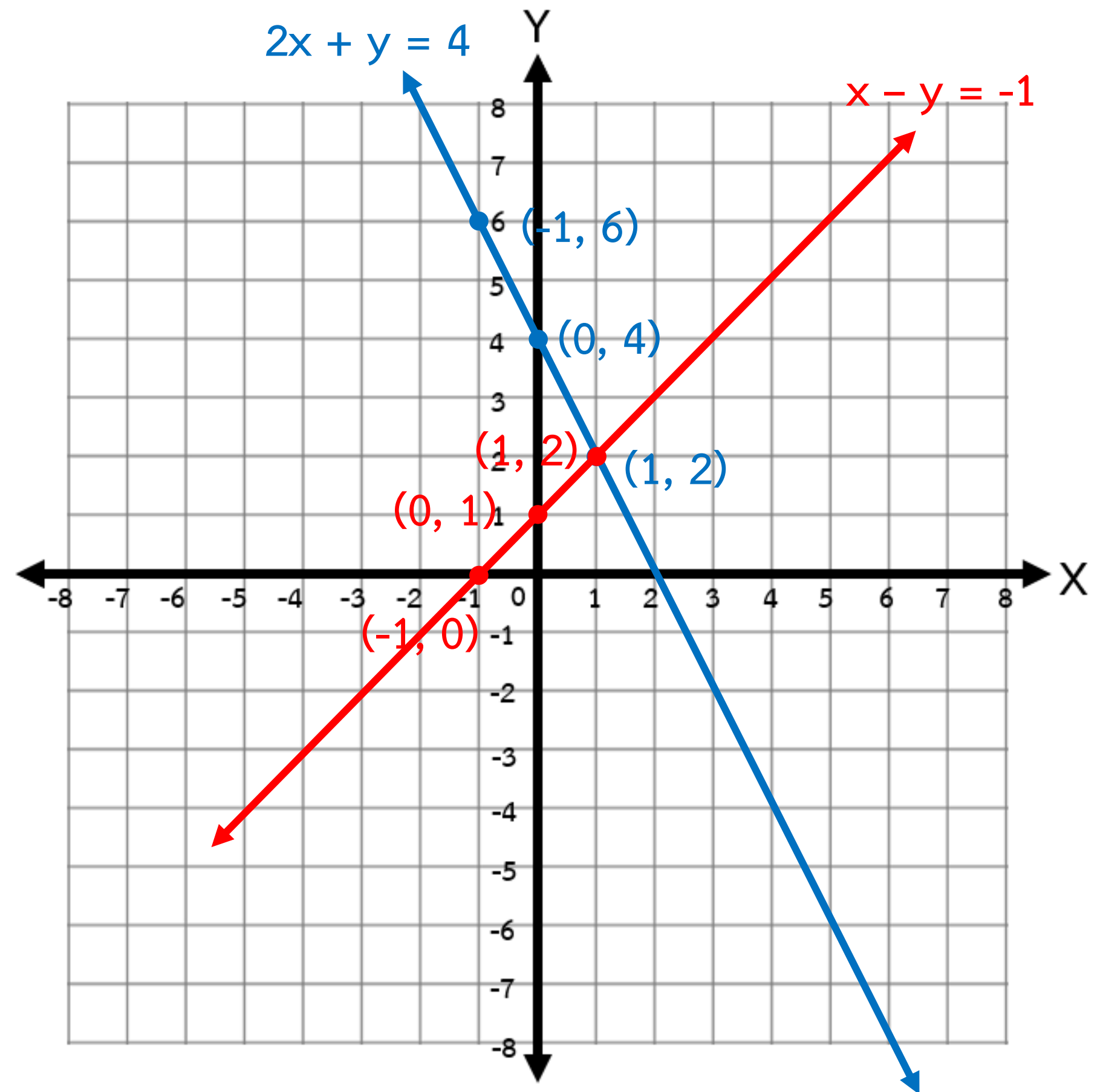
x	-1	0	1
$y = 4 - 2x$	6	4	2
$y = x + 1$	0	1	2

ตัวอย่างที่ 1

x	-1	0	1
$y = 4 - 2x$	6	4	2
$y = x + 1$	0	1	2

กราฟของสมการทั้งสองเป็นกราฟ
เส้นตรงสองเส้นซึ่งตัดกันที่จุด

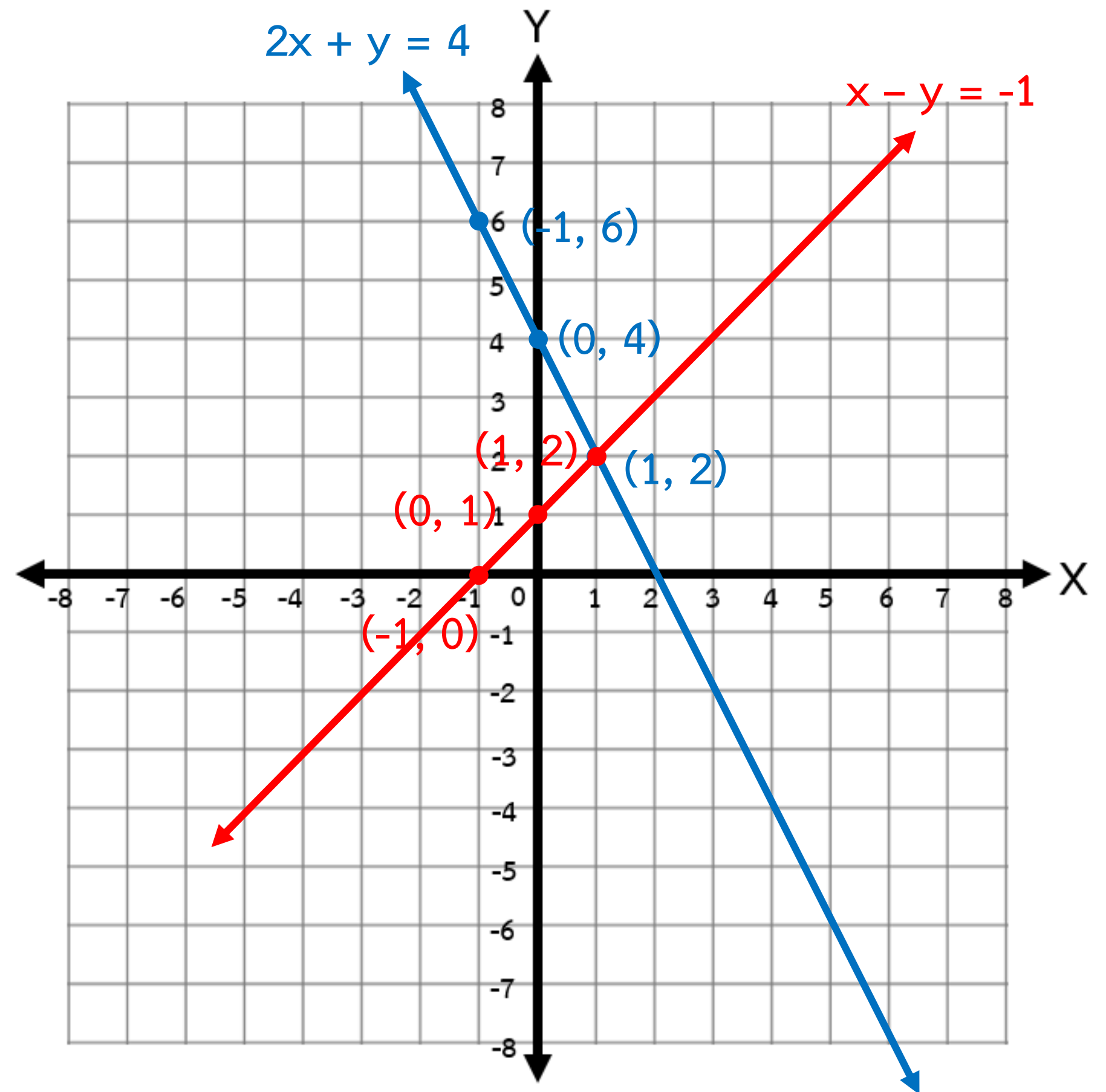
(1, 2)



ตัวอย่างที่ 1

x	-1	0	1
$y = 4 - 2x$	6	4	2
$y = x + 1$	0	1	2

ระบบสมการนี้
มีเพียงคำตอบเดียว
คือ $(1, 2)$



คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 2 สมการ คือ
คู่อันดับ (x, y) ที่สอดคล้องกับสมการทั้งสองของระบบสมการ
หรือกล่าวได้ว่า คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
คือ คู่อันดับ (x, y) ที่ค่า x และค่า y
ทำให้ได้สมการที่เป็นจริงทั้งสองสมการ



ตัวอย่างที่ 2

$$\text{กำหนดให้ } 2x + y = 4 \text{ -----①}$$

$$4x + 2y = 8 \text{ -----②}$$

จัดรูปใหม่เพื่อความสะดวกในการหาค่าได้เป็น

$$y = 4 - 2x \text{ -----①}$$

$$y = \frac{8 - 4x}{2} \text{ -----②}$$



ตัวอย่างที่ 2

$$y = 4 - 2x \text{ ----- ①}$$

$$y = \frac{8 - 4x}{2} \text{ ----- ②}$$



กำหนดค่า x และหาค่า y ได้ดังตาราง

x	-1	0	1
$y = 4 - 2x$	6	4	2
$y = \frac{8 - 4x}{2}$			

ตัวอย่างที่ 2

$$y = 4 - 2x \text{ ----- ①}$$

$$y = \frac{8 - 4x}{2} \text{ ----- ②}$$



กำหนดค่า x และหาค่า y ได้ดังตาราง

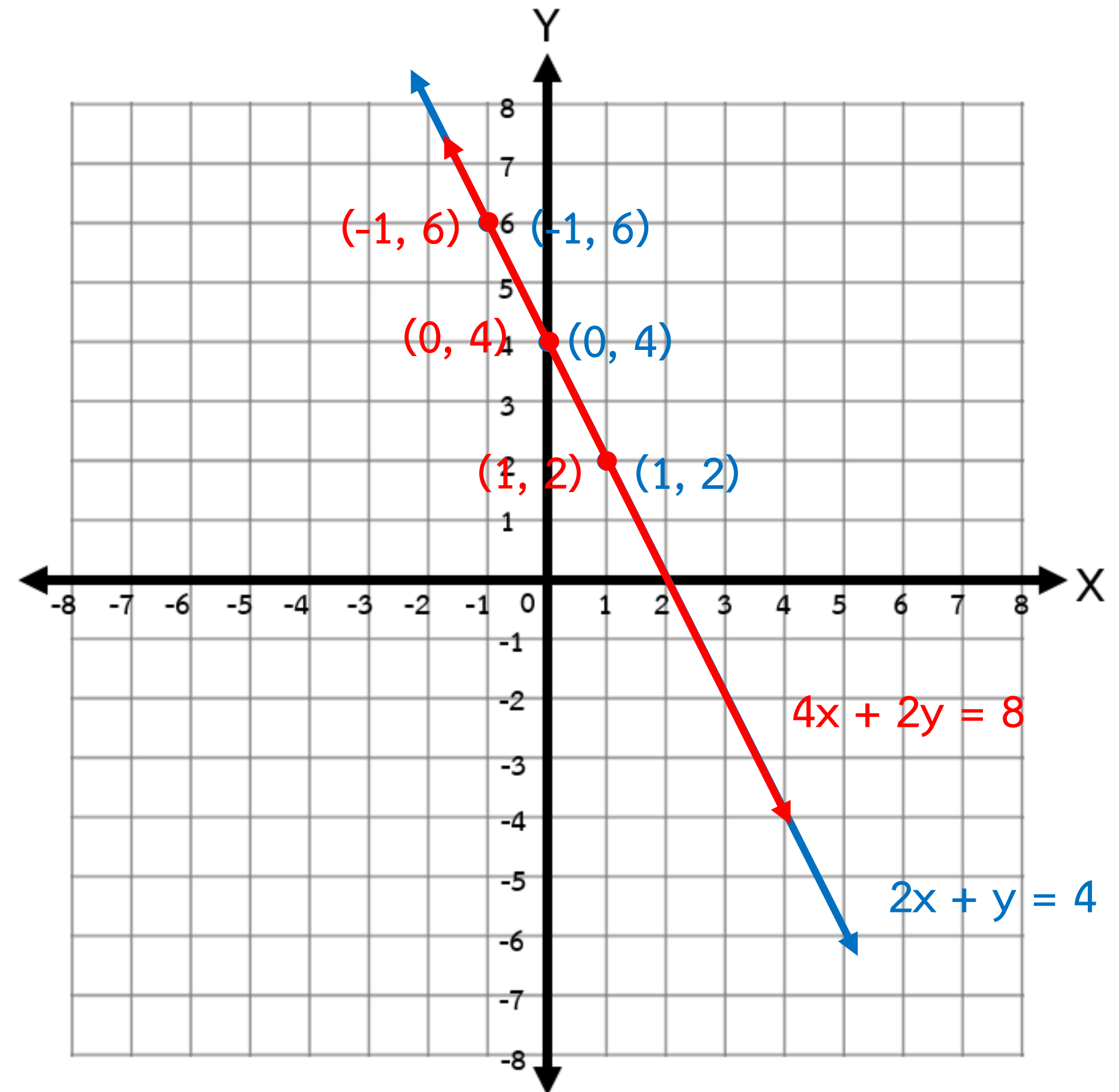
x	-1	0	1
$y = 4 - 2x$	6	4	2
$y = \frac{8 - 4x}{2}$	6	4	2

ตัวอย่างที่ 2

x	-1	0	1
$y = 4 - 2x$	6	4	2
$y = \frac{8 - 4x}{2}$	6	4	2

กราฟของสมการทั้งสองเป็นกราฟเส้นตรง
สองเส้นซึ่งทับกันหรือเป็นเส้นตรงเดียวกัน

แสดงว่าคู่อันดับทุกคู่อันดับที่เป็น
พิกัดของจุดบนเส้นตรงที่ทับกันนี้
เป็นคำตอบของทั้งสองสมการ

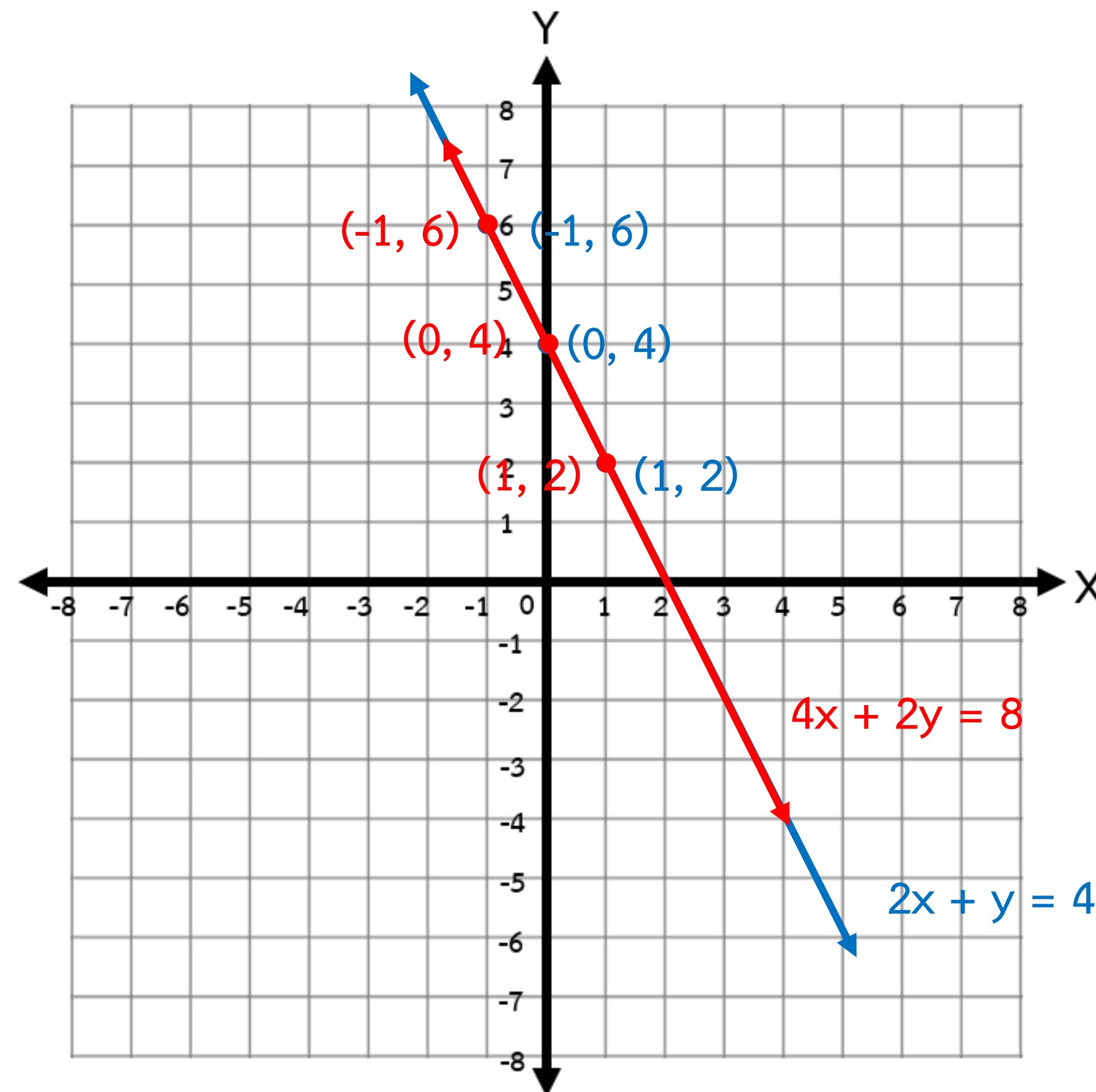


ตัวอย่างที่ 2

กราฟของสมการทั้งสองเป็นกราฟเส้นตรง
สองเส้นซึ่งทับกันหรือเป็นเส้นตรงเดียวกัน

แสดงว่าคู่อันดับทุกคู่อันดับ
ที่เป็นพิกัดของจุดบนเส้นตรงที่ทับกันนี้
เป็นคำตอบของทั้งสองสมการ

ระบบสมการนี้จึงมี
คำตอบมากมายไม่จำกัด



ตัวอย่างที่ 2

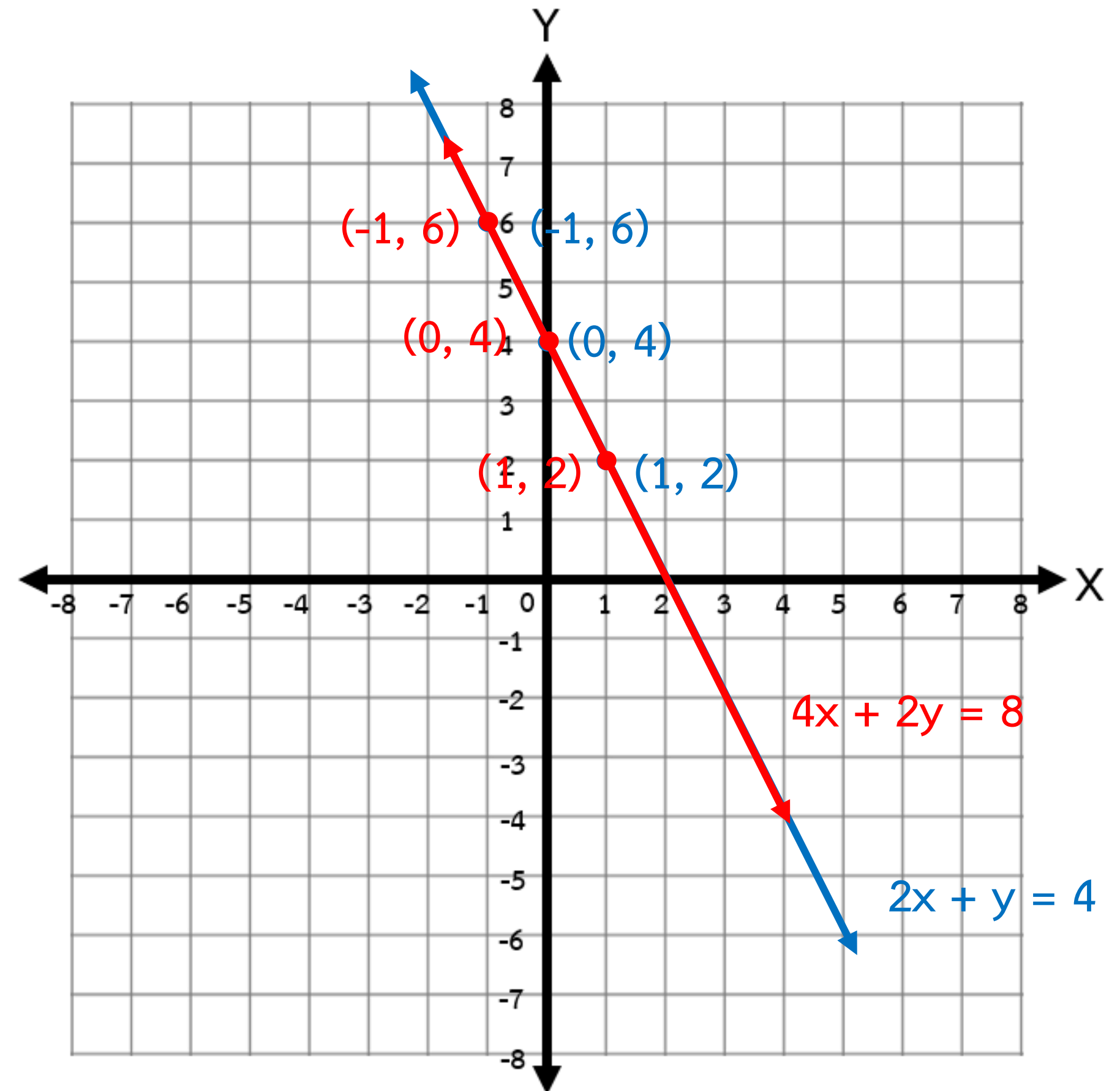
$$2x + y = 4 \text{ ----- ①}$$

$$4x + 2y = 8 \text{ ----- ②}$$

ระบบสมการนี้มี

คำตอบมากมายไม่จำกัด

สมการเชิงเส้นสองตัวแปร
ทั้งสองสมการมีสัมประสิทธิ์
และค่าคงตัวสัมพันธ์กันอย่างไร



ตัวอย่างที่ 2

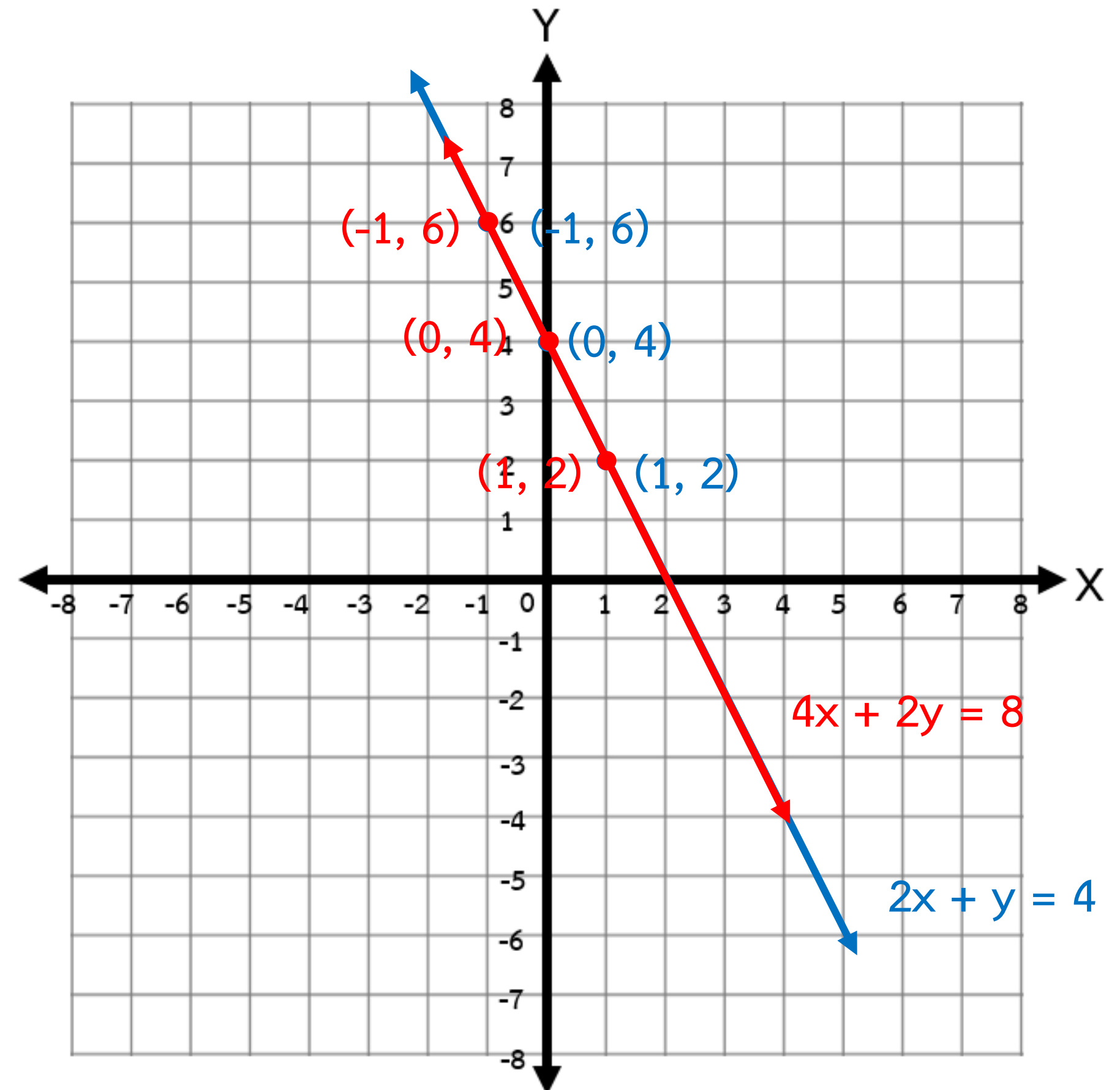
$$2x + y = 4 \text{ ----- ①}$$

$$4x + 2y = 8 \text{ ----- ②}$$

ระบบสมการนี้มี
คำตอบมากมายไม่จำกัด

สมการเชิงเส้นสองตัวแปรทั้งสองสมการ
มีสัมประสิทธิ์และค่าคงตัวสัมพันธ์กันอย่างไร

สมการที่สมมูลกัน



ตัวอย่างที่ 3

$$\text{กำหนดให้ } 2x + y = 4 \text{ -----①}$$

$$2x + y = 8 \text{ -----②}$$

จัดรูปใหม่เพื่อความสะดวกในการหาค่าได้เป็น

$$y = 4 - 2x \text{ -----①}$$

$$y = 8 - 2x \text{ -----②}$$



ตัวอย่างที่ 3

$$y = 4 - 2x \text{ ----- ①}$$

$$y = 8 - 2x \text{ ----- ②}$$



กำหนดค่า x และหาค่า y ได้ดังตาราง

x	-1	0	1
$y = 4 - 2x$	6	4	2
$y = 8 - 2x$			

ตัวอย่างที่ 3

$$y = 4 - 2x \text{ ----- ①}$$

$$y = 8 - 2x \text{ ----- ②}$$



กำหนดค่า x และหาค่า y ได้ดังตาราง

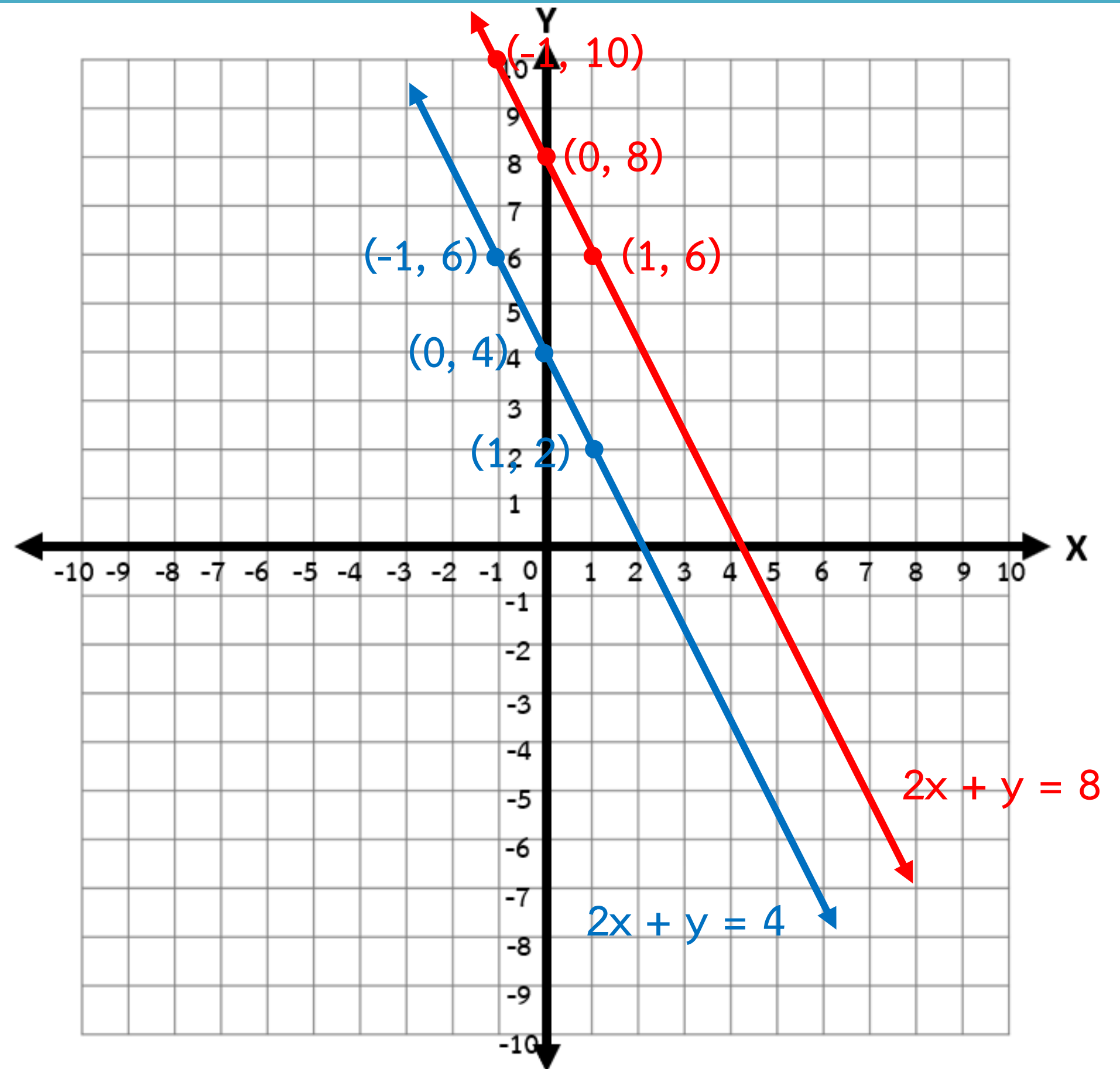
x	-1	0	1
$y = 4 - 2x$	6	4	2
$y = 8 - 2x$	10	8	6

ตัวอย่างที่ 3

x	-1	0	1
$y = 4 - 2x$	6	4	2
$y = 8 - 2x$	10	8	6

กราฟของสมการทั้งสอง
เป็นกราฟเส้นตรงสองเส้น
ซึ่งขนานกัน จึงไม่มีจุดตัด

ดังนั้นจึงไม่มีคำตอบใด
เป็นคำตอบของทั้งสองสมการ



ตัวอย่างที่ 3

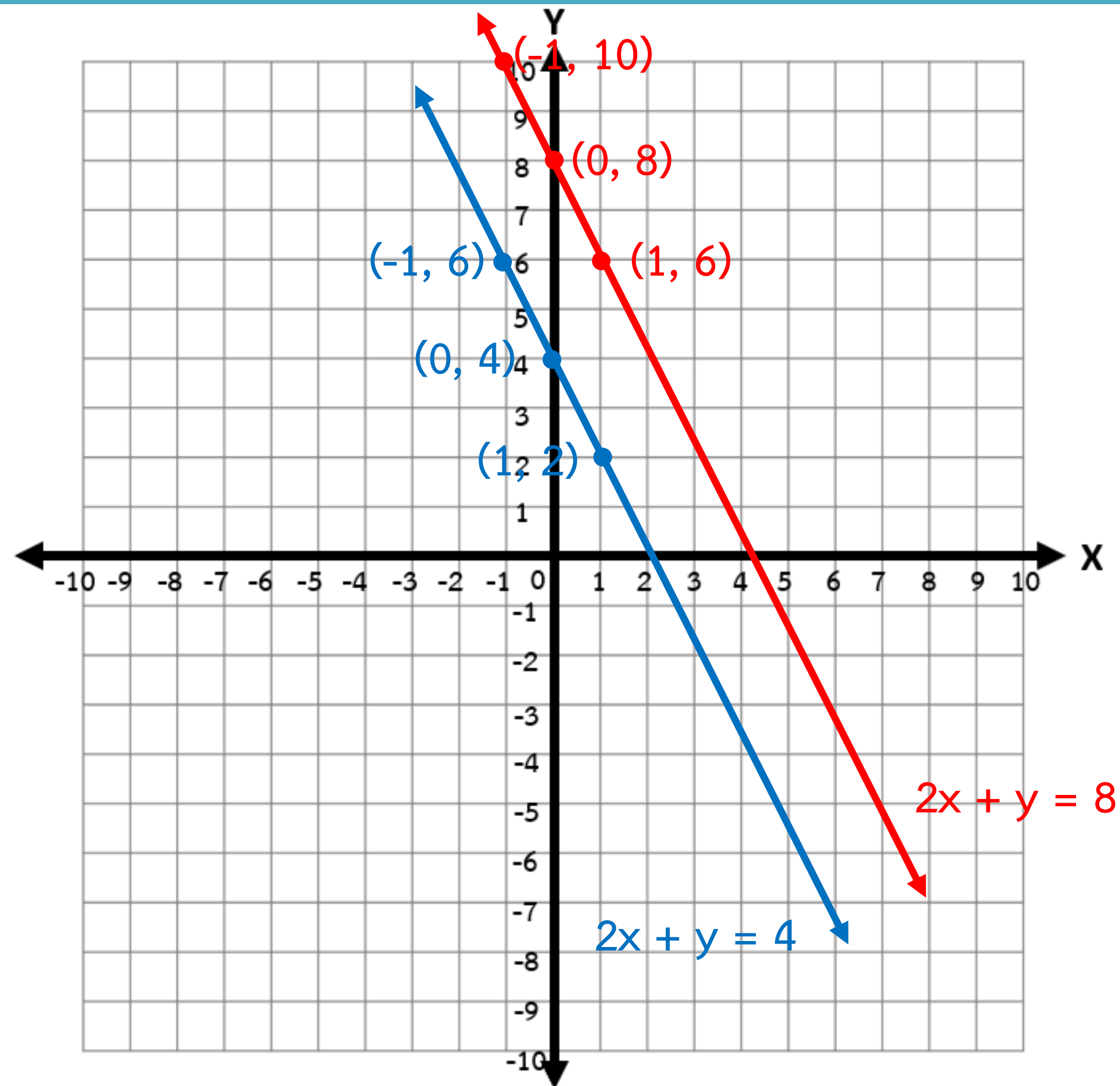
กราฟของสมการทั้งสอง
เป็นกราฟเส้นตรงสองเส้น
ซึ่งขนานกัน จึงไม่มีจุดตัด

ดังนั้นจึงไม่มีคำตอบใด

เป็นคำตอบของทั้งสองสมการ

ระบบสมการนี้จึง

ไม่มีคำตอบ



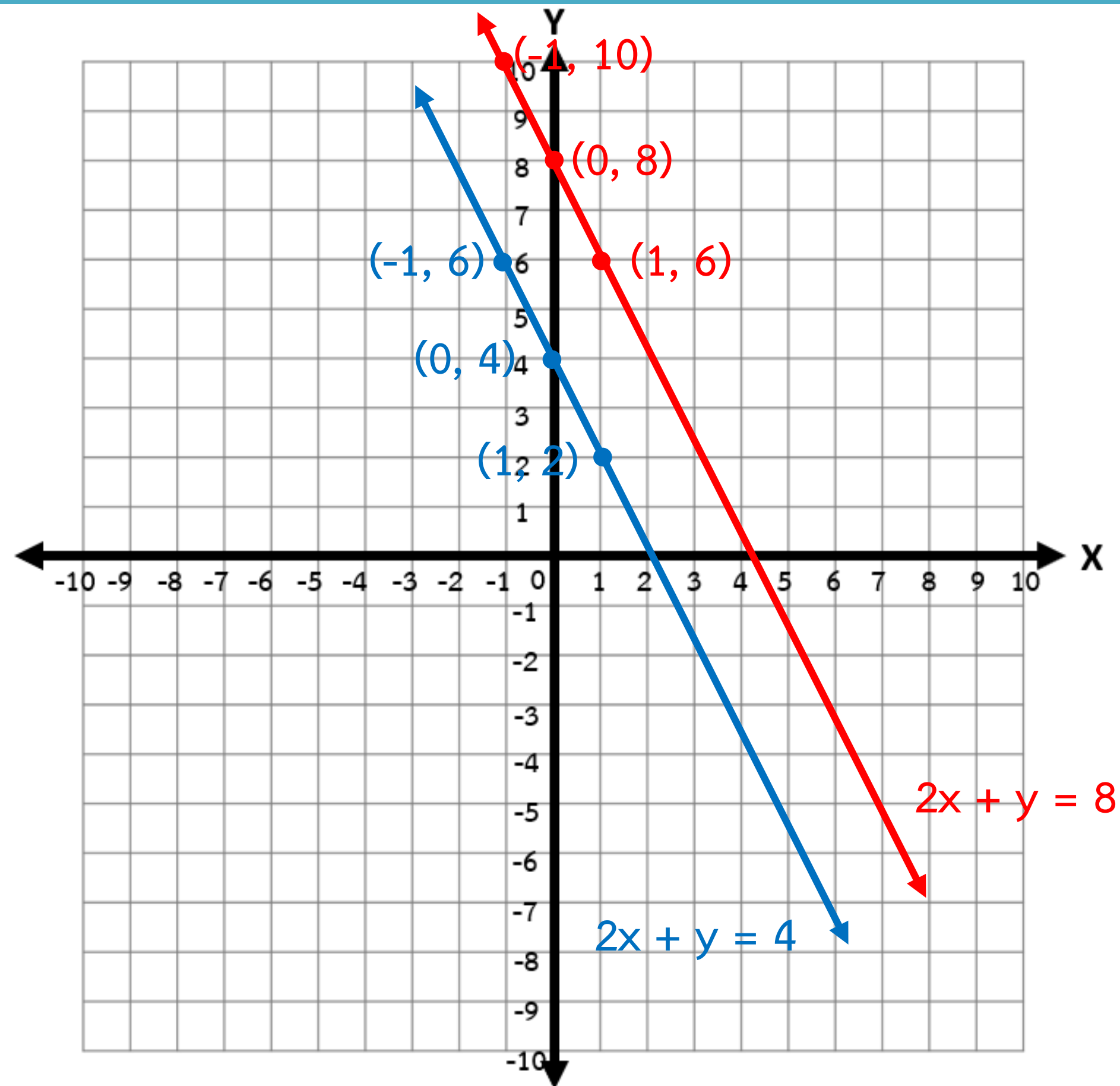
ตัวอย่างที่ 3

$$2x + y = 4 \text{ ----- ①}$$

$$2x + y = 8 \text{ ----- ②}$$

ระบบสมการนี้
ไม่มีคำตอบ

สมการเชิงเส้นสองตัวแปร
ทั้งสองสมการมีสัมประสิทธิ์
และค่าคงตัวสัมพันธ์กันอย่างไร



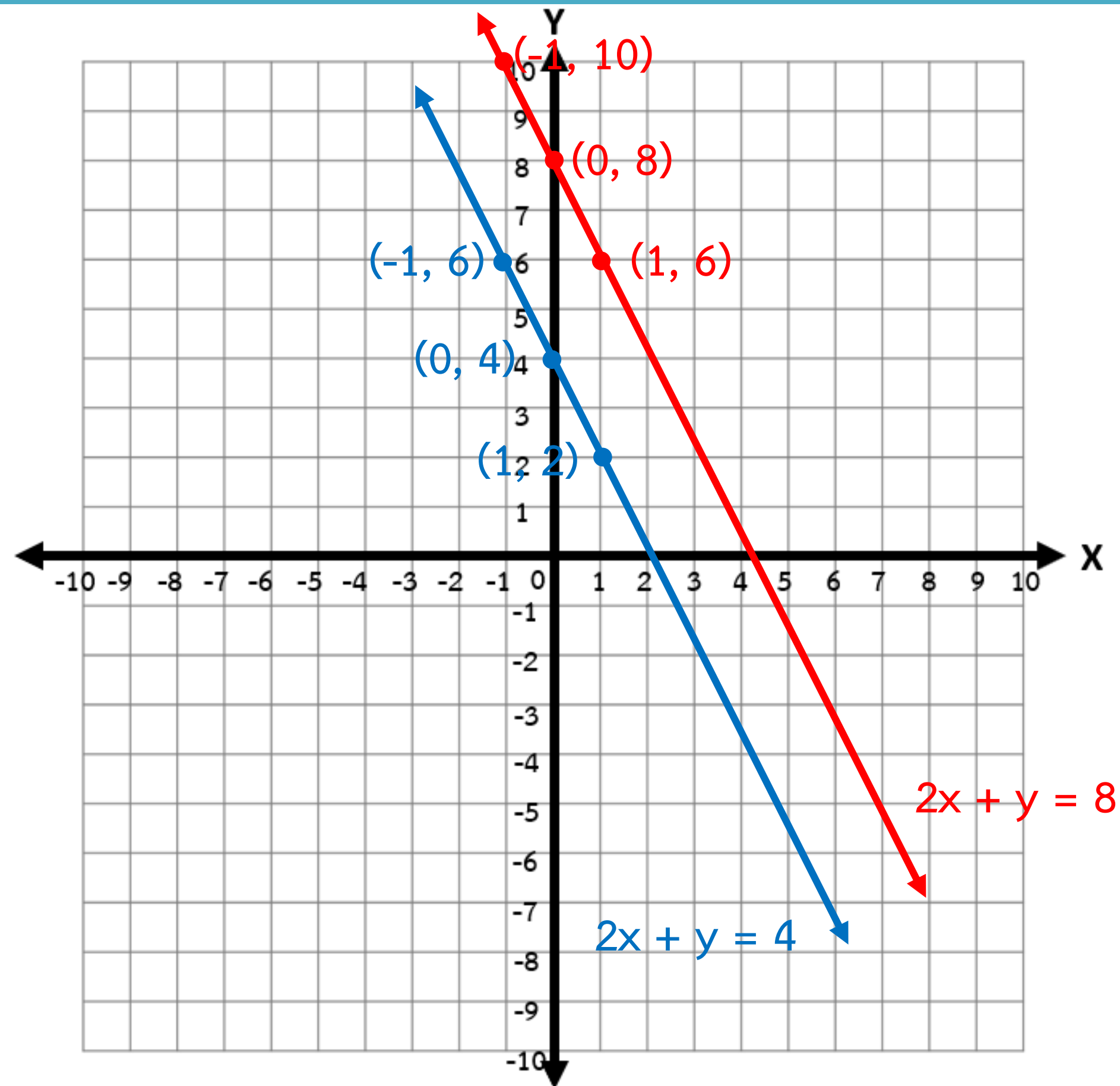
ตัวอย่างที่ 3

$$2x + y = 4 \text{ ----- ①}$$

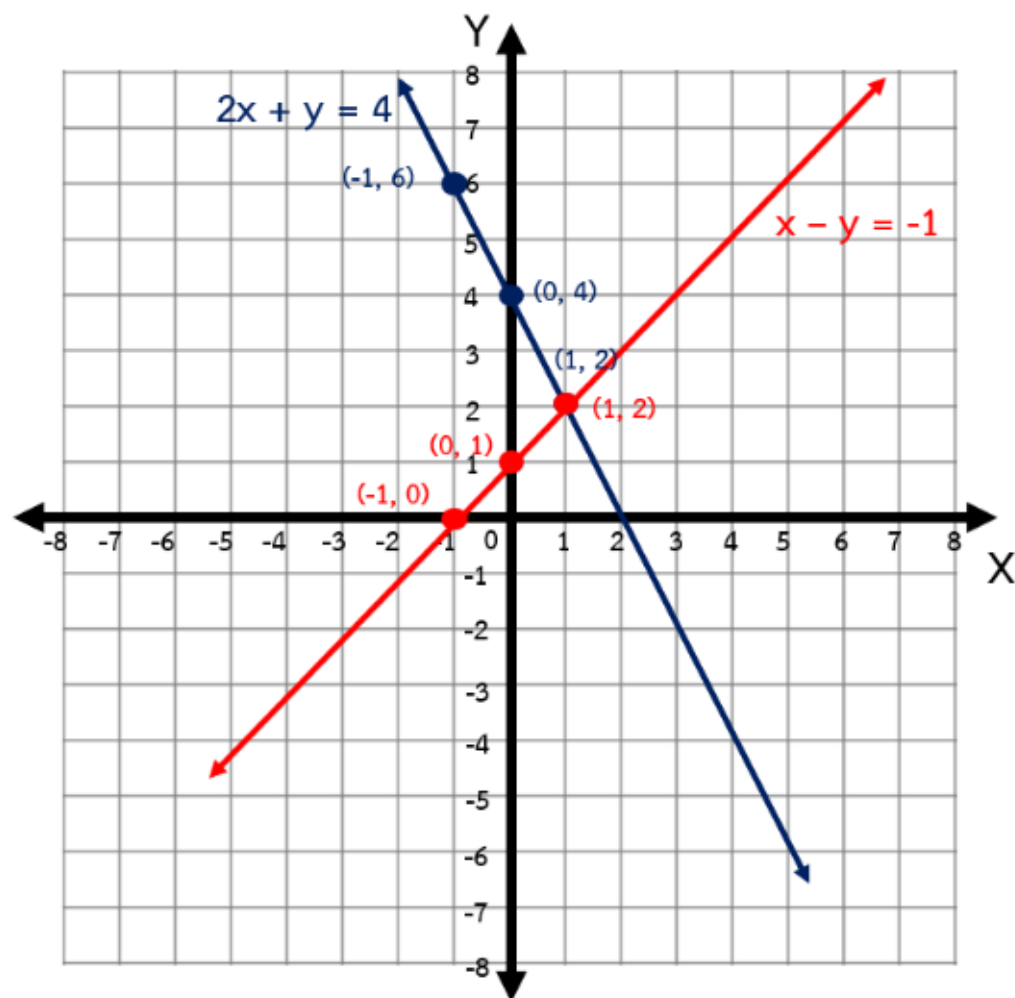
$$2x + y = 8 \text{ ----- ②}$$

ระบบสมการนี้
ไม่มีคำตอบ

สัมประสิทธิ์ของตัวแปรตัวเดียวกัน
ในสมการทั้งสองเท่ากัน
แต่ค่าคงตัวของสมการทั้งสองไม่เท่ากัน

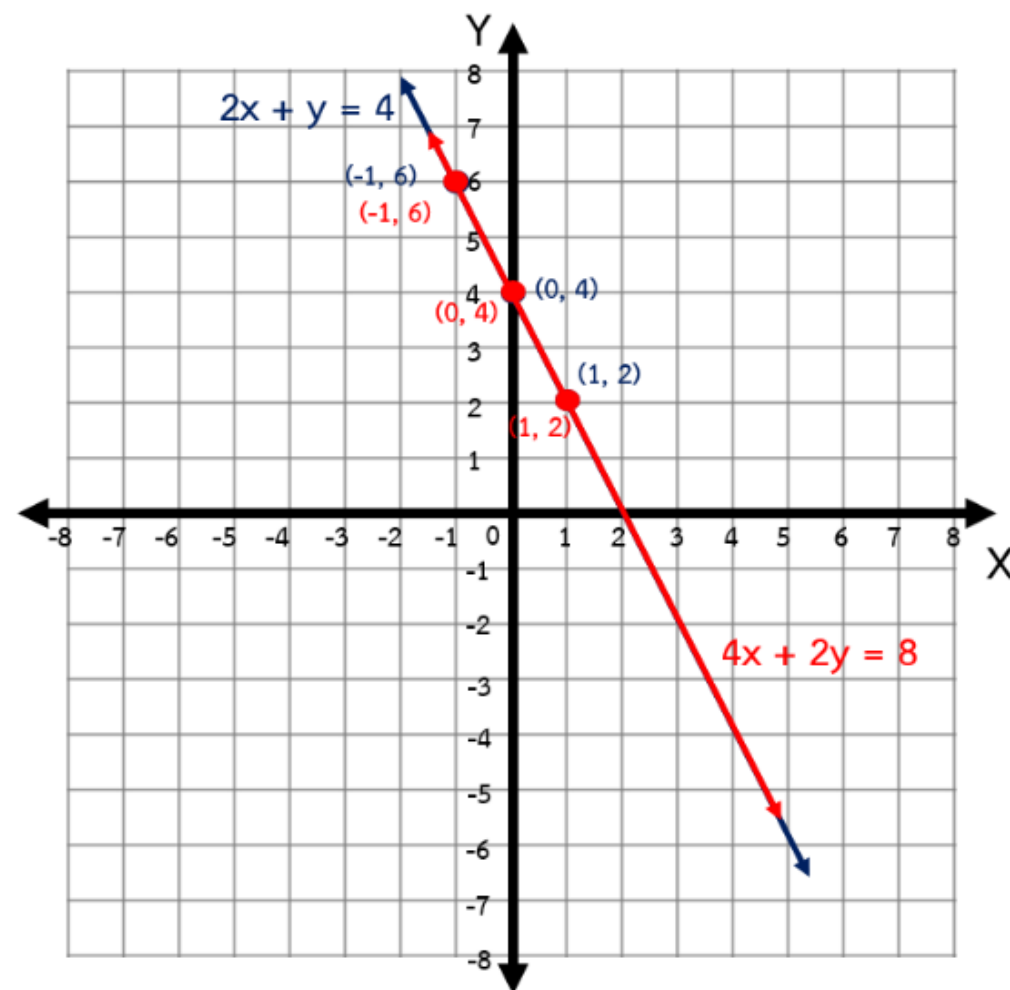


ตัวอย่างที่ 1



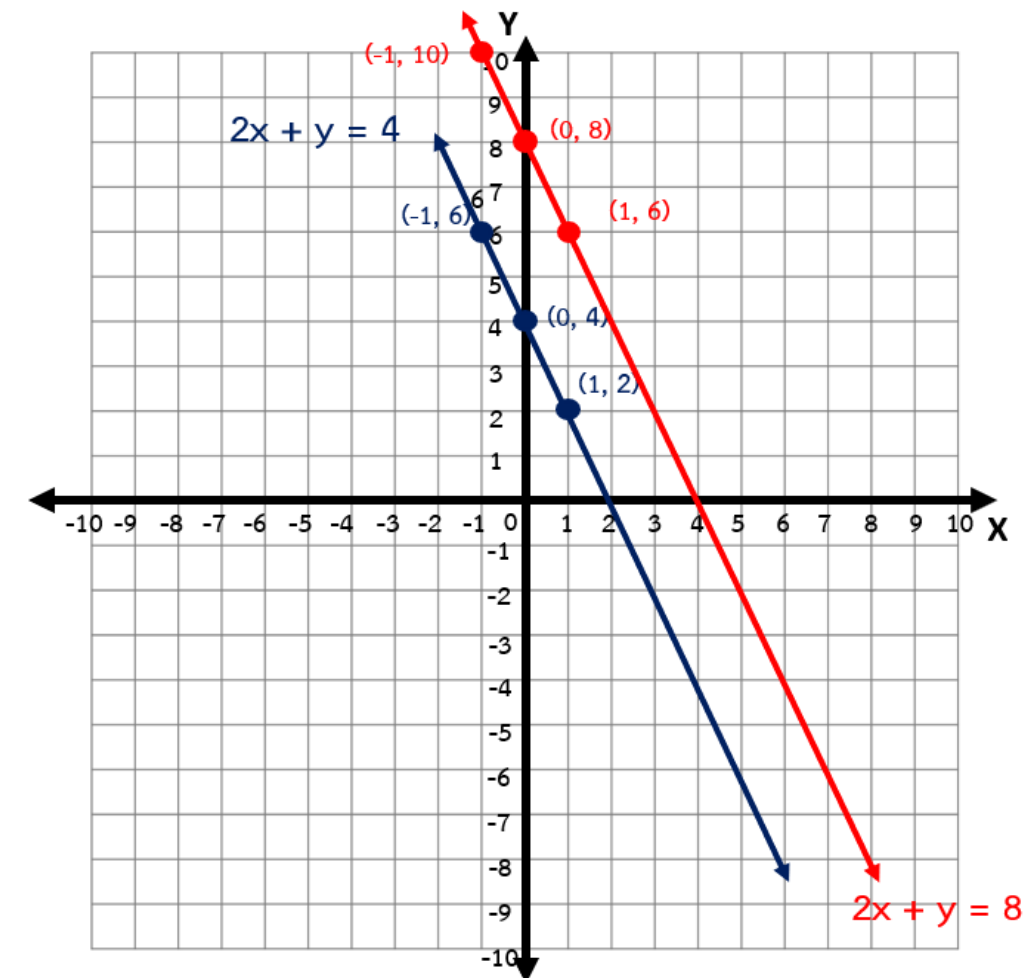
กราฟทั้งสองตัดกัน

ตัวอย่างที่ 2



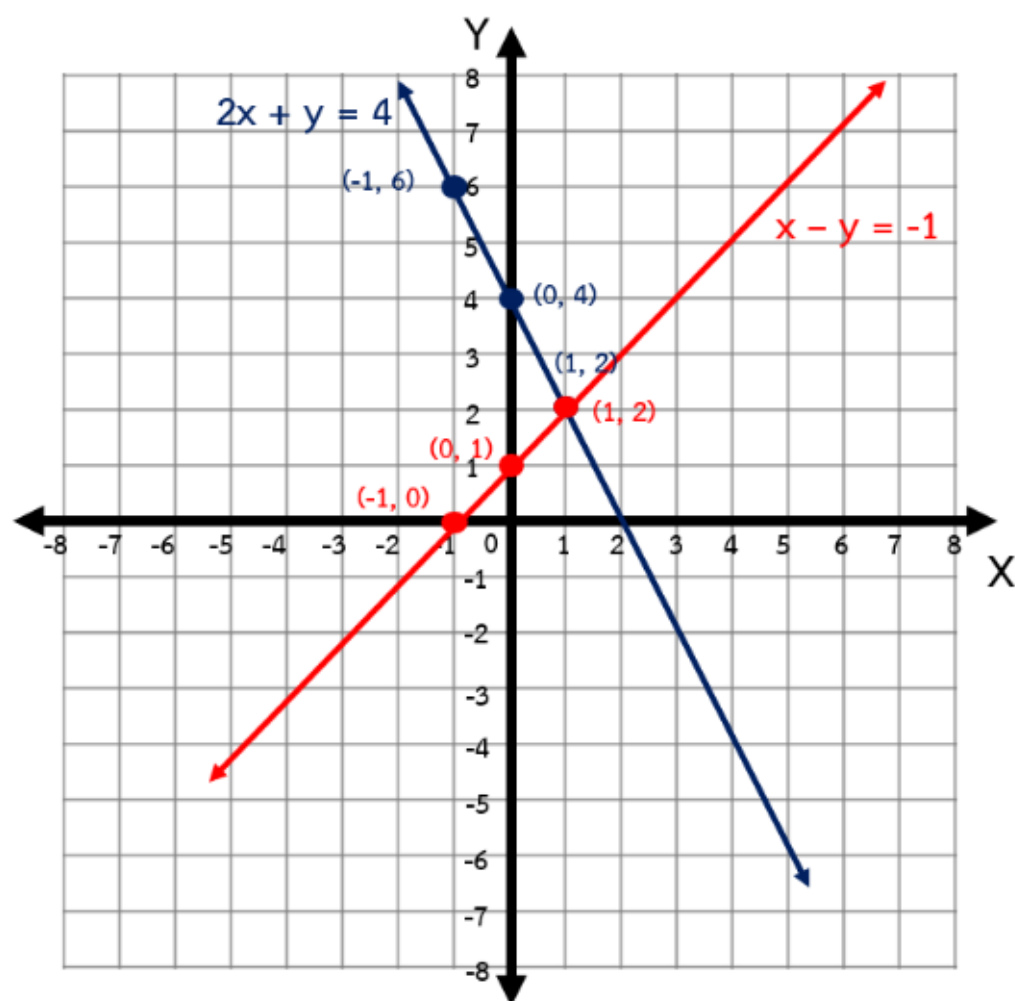
กราฟทั้งสองทับกัน

ตัวอย่างที่ 3



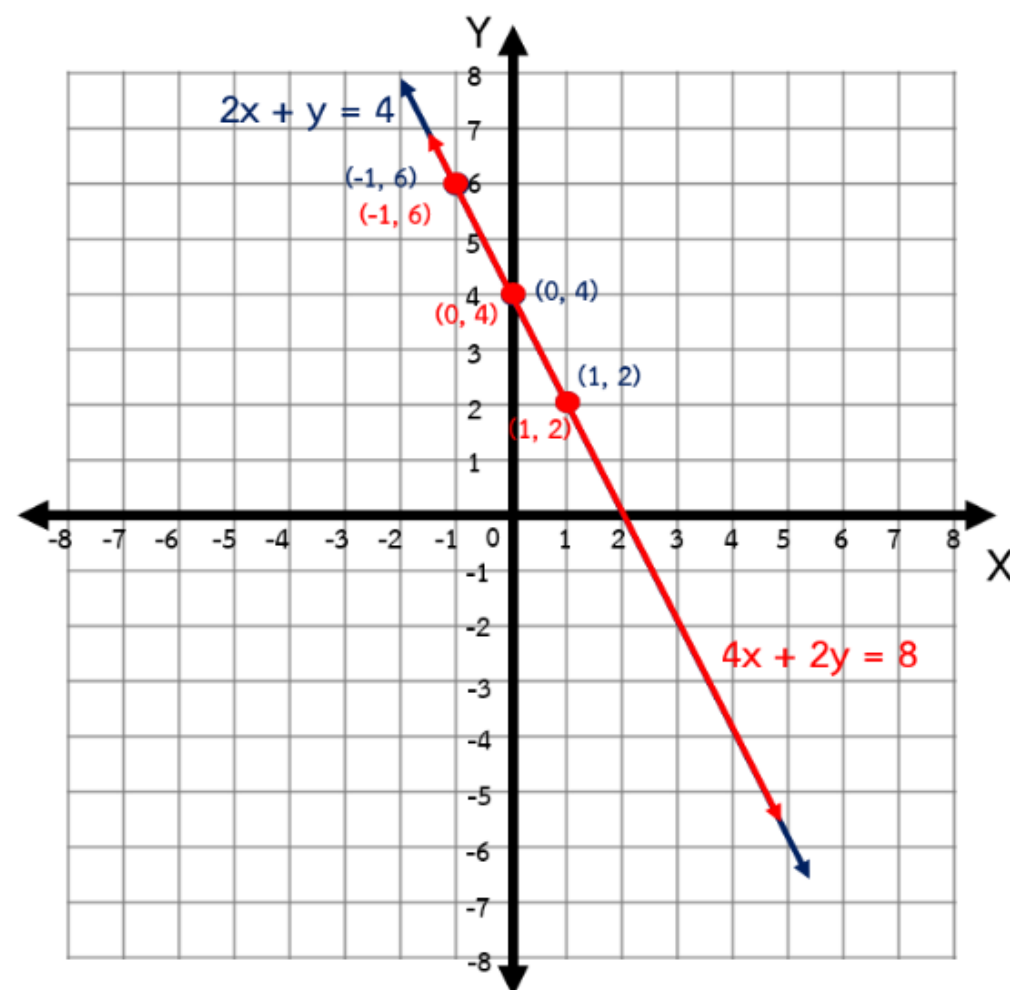
กราฟทั้งสองขนานกัน

กราฟทั้งสองตัดกัน



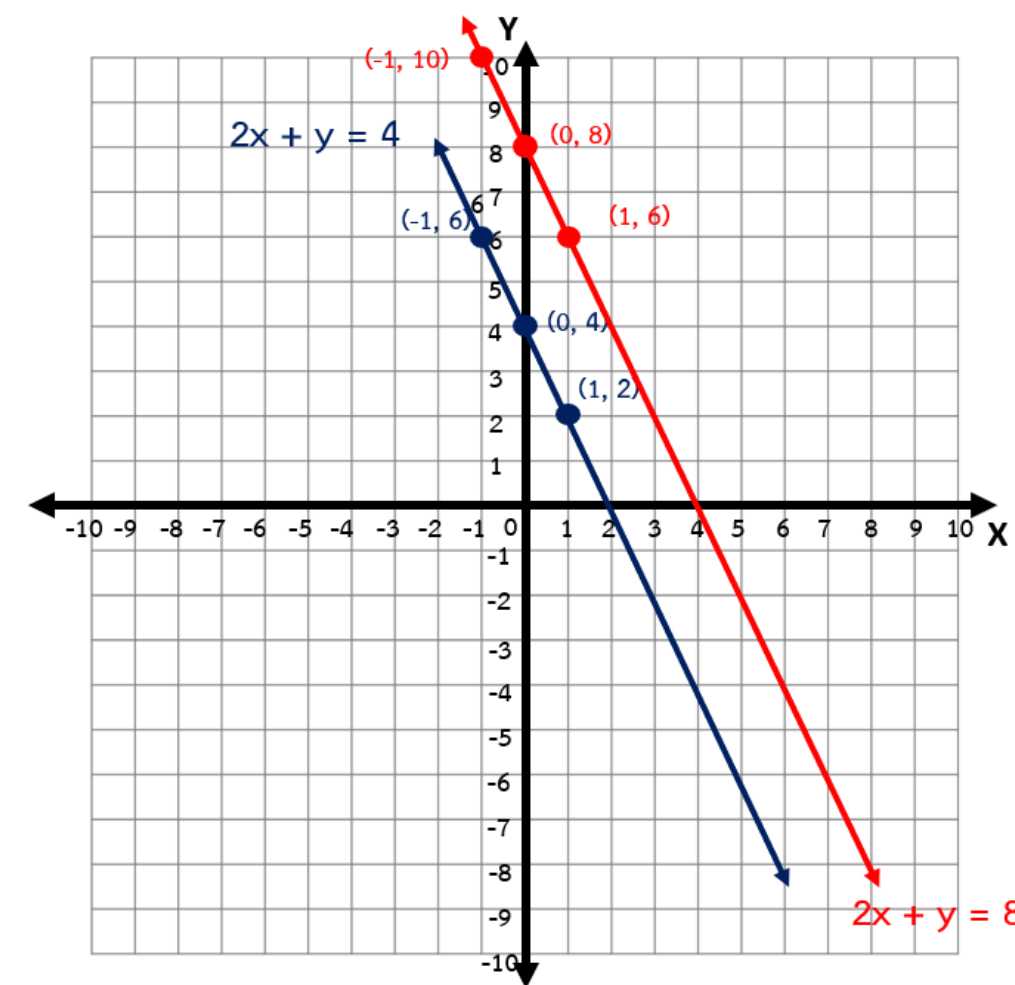
ระบบสมการ
มีเพียงคำตอบเดียว

กราฟทั้งสองทับกัน



ระบบสมการนี้
มีคำตอบมากมายไม่จำกัด

กราฟทั้งสองขนานกัน



ระบบสมการนี้
ไม่มีคำตอบ

แบบฝึกหัดที่ 2

เรื่อง กราฟและคำตอบของระบบสมการ

แบบฝึกหัด 2 : กราฟและคำตอบของระบบสมการ
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค23102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนกราฟของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรต่อไปนี้ พร้อมระบุคำตอบของระบบสมการ (ถ้ามี)

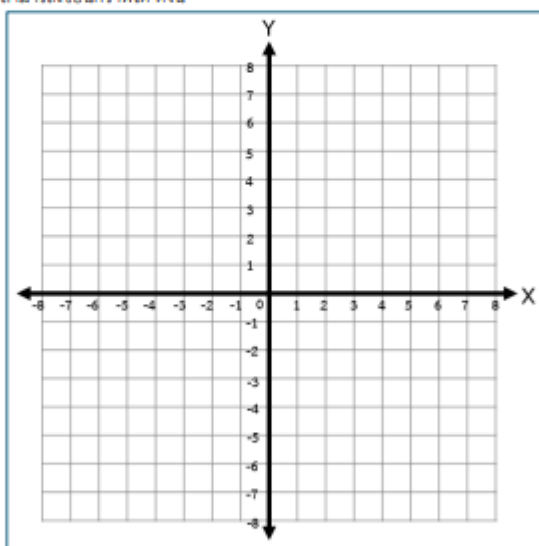
1. กำหนดให้ $x + y = 2$ ①
 $x - y = 4$ ②

วิธีทำ จัดรูปใหม่เพื่อความสะดวกในการหาค่าได้เป็น.....

จะได้

x			

และสามารถเขียนกราฟได้ ดังนี้



- ลักษณะกราฟ ☐ กราฟตัดกัน ☐ กราฟขนานกัน ☐ กราฟทับกัน
- ระบบสมการนี้ ☐ มีคำตอบเดียว คือ
☐ มีคำตอบมากมายไม่จำกัด
☐ ไม่มีคำตอบ

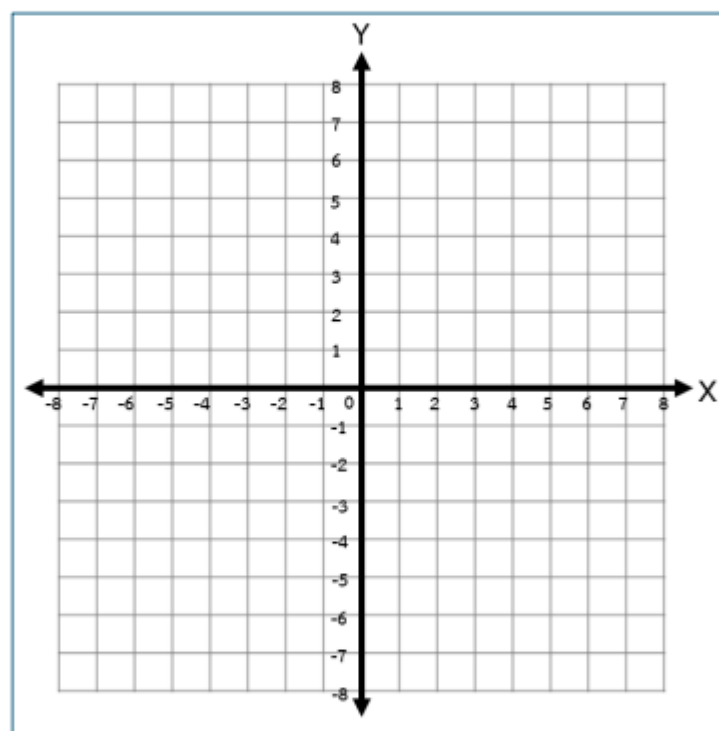
2. กำหนดให้ $x + y = 2$ ①
 $2x + 2y = 4$ ②

วิธีทำ จัดรูปใหม่เพื่อความสะดวกในการหาค่าได้เป็น.....

จะได้

x			

และสามารถเขียนกราฟได้ ดังนี้



- ลักษณะกราฟ ☐ กราฟตัดกัน ☐ กราฟขนานกัน ☐ กราฟทับกัน
- ระบบสมการนี้ ☐ มีคำตอบเดียว คือ
☐ มีคำตอบมากมายไม่จำกัด
☐ ไม่มีคำตอบ

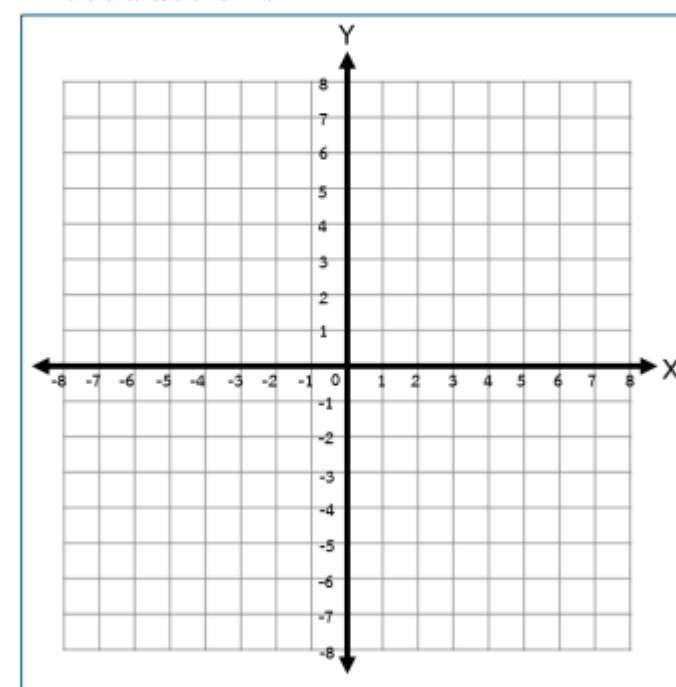
3. กำหนดให้ $x + y = 2$ ①
 $3x + 3y = 3$ ②

วิธีทำ จัดรูปใหม่เพื่อความสะดวกในการหาค่าได้เป็น.....

จะได้

x			

และสามารถเขียนกราฟได้ ดังนี้



- ลักษณะกราฟ ☐ กราฟตัดกัน ☐ กราฟขนานกัน ☐ กราฟทับกัน
- ระบบสมการนี้ ☐ มีคำตอบเดียว คือ
☐ มีคำตอบมากมายไม่จำกัด
☐ ไม่มีคำตอบ

ดาวน์โหลดข้อมูลได้ที่ www.dltv.ac.th

คำชี้แจง

ให้นักเรียนเขียนกราฟของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรต่อไปนี้
พร้อมระบุคำตอบของระบบสมการ (ถ้ามี)

แบบฝึกหัด 2 : กราฟและคำตอบของระบบสมการ
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค23102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนกราฟของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรต่อไปนี้ พร้อมระบุคำตอบของระบบสมการ (ถ้ามี)

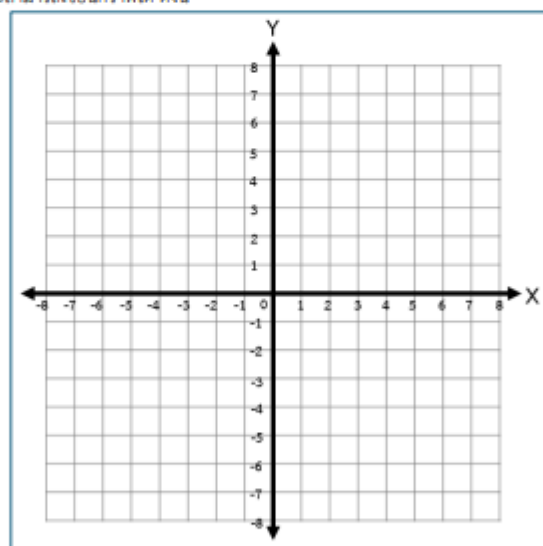
1. กำหนดให้ $x + y = 2$ ①
 $x - y = 4$ ②

วิธีทำ จัดรูปใหม่เพื่อความสะดวกในการหาค่าได้เป็น.....

จะได้

x			

และสามารถเขียนกราฟได้ ดังนี้



ลักษณะกราฟ

☐ กราฟตัดกัน ☐ กราฟขนานกัน ☐ กราฟทับกัน

ระบบสมการนี้

☐ มีคำตอบเดียว คือ
☐ มีคำตอบมากมายไม่จำกัด
☐ ไม่มีคำตอบ

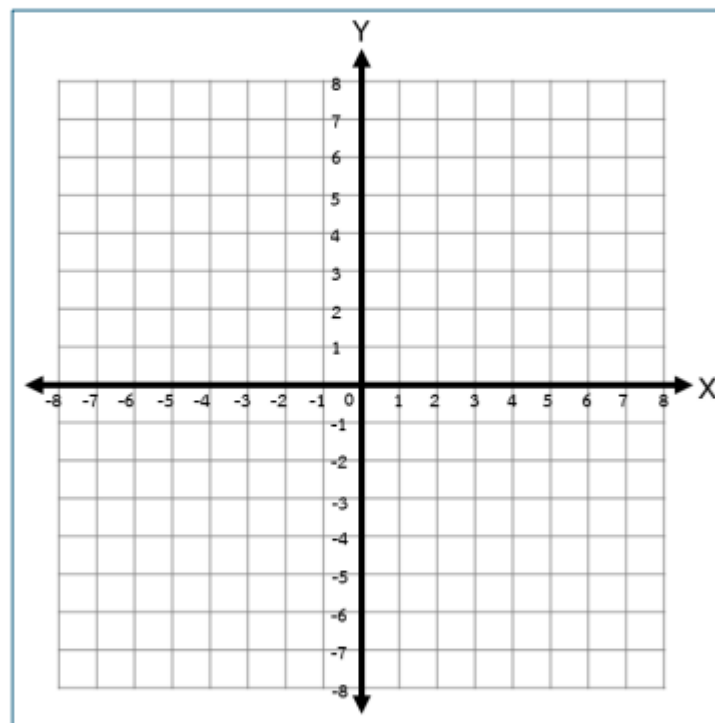
2. กำหนดให้ $x + y = 2$ ①
 $2x + 2y = 4$ ②

วิธีทำ จัดรูปใหม่เพื่อความสะดวกในการหาค่าได้เป็น.....

จะได้

x			

และสามารถเขียนกราฟได้ ดังนี้



ลักษณะกราฟ

☐ กราฟตัดกัน ☐ กราฟขนานกัน ☐ กราฟทับกัน

ระบบสมการนี้

☐ มีคำตอบเดียว คือ
☐ มีคำตอบมากมายไม่จำกัด
☐ ไม่มีคำตอบ

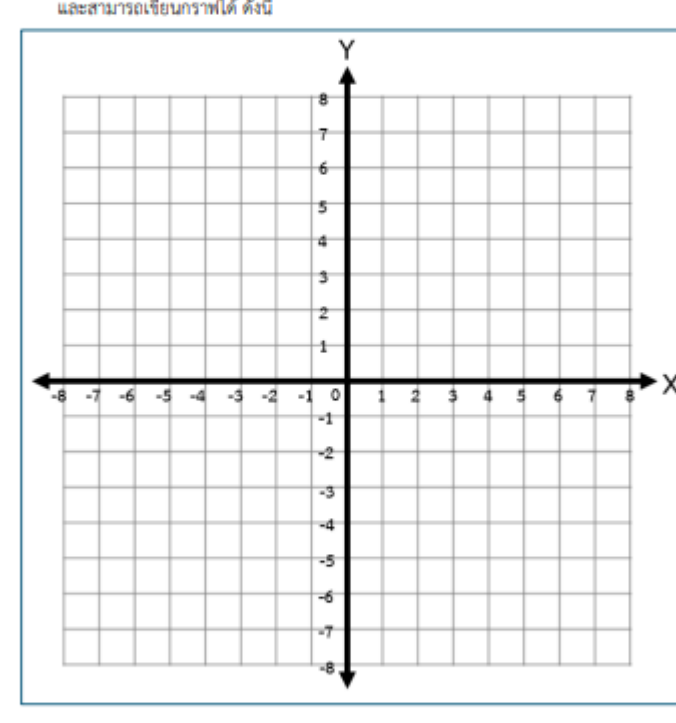
3. กำหนดให้ $x + y = 2$ ①
 $3x + 3y = 3$ ②

วิธีทำ จัดรูปใหม่เพื่อความสะดวกในการหาค่าได้เป็น.....

จะได้

x			

และสามารถเขียนกราฟได้ ดังนี้



ลักษณะกราฟ

☐ กราฟตัดกัน ☐ กราฟขนานกัน ☐ กราฟทับกัน

ระบบสมการนี้

☐ มีคำตอบเดียว คือ
☐ มีคำตอบมากมายไม่จำกัด
☐ ไม่มีคำตอบ

ดาวน์โหลดข้อมูลได้ที่ www.dltv.ac.th



ข้อที่ 1



1. กำหนดให้ $x + y = 2$ ----- ①

$x - y = 4$ ----- ②

วิธีทำ จัดรูปใหม่เพื่อความสะดวกในการหาค่าได้เป็น.....

จะได้

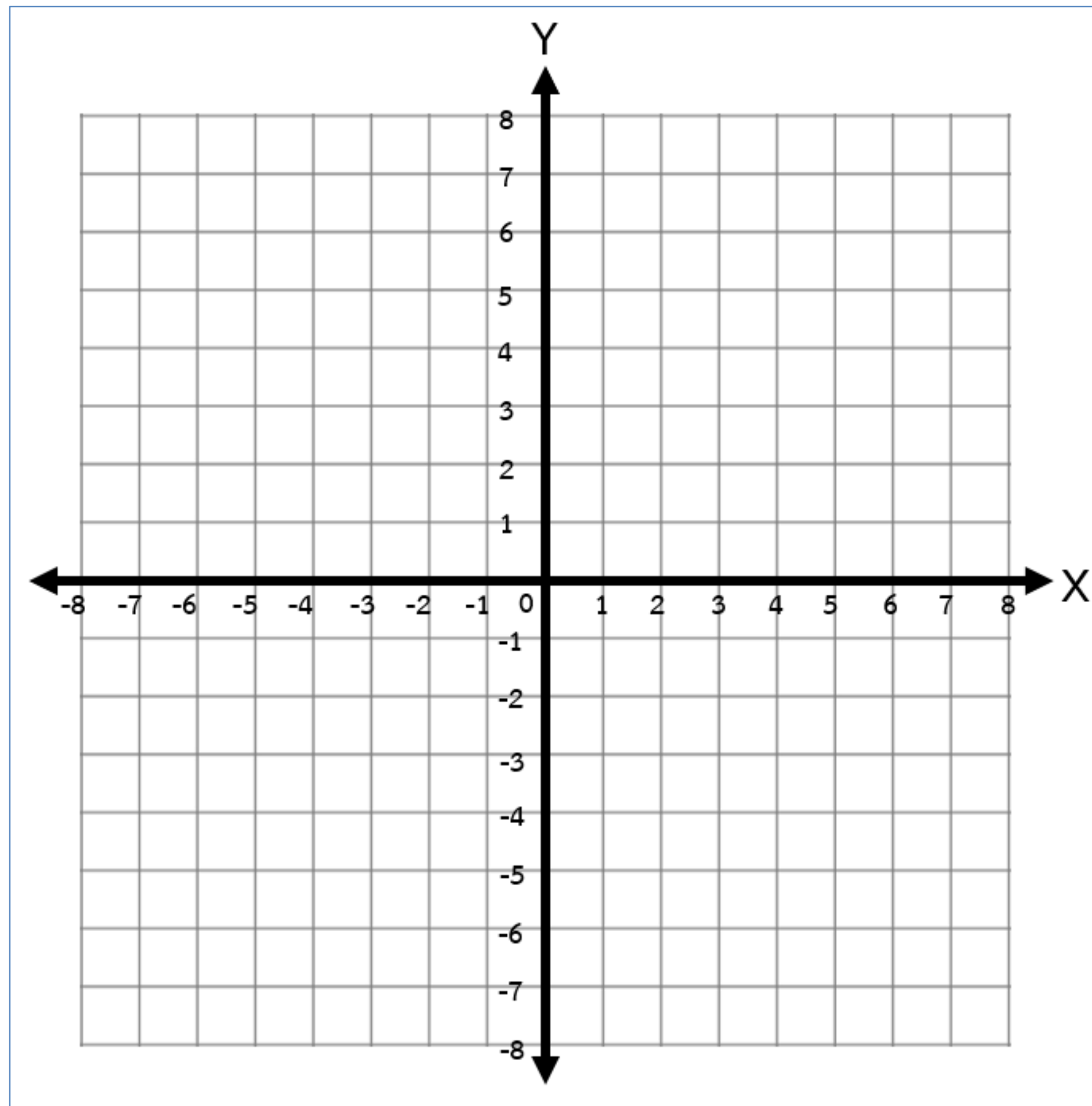
x			

ข้อที่ 1



$$x + y = 2 \text{ ----- ①}$$

$$x - y = 4 \text{ ----- ②}$$



ข้อที่ 1



$$x + y = 2 \text{ ----- ①}$$

$$x - y = 4 \text{ ----- ②}$$

ลักษณะกราฟ

☐ กราฟตัดกัน

☐ กราฟขนานกัน

☐ กราฟทับกัน

ระบบสมการนี้

☐ มีคำตอบเดียว คือ

☐ มีคำตอบมากมายไม่จำกัด

☐ ไม่มีคำตอบ





ข้อที่ 2



2. กำหนดให้ $x + y = 2$ ----- ①

$2x + 2y = 4$ ----- ②

วิธีทำ จัดรูปใหม่เพื่อความสะดวกในการหาค่าได้เป็น.....

.....

จะได้

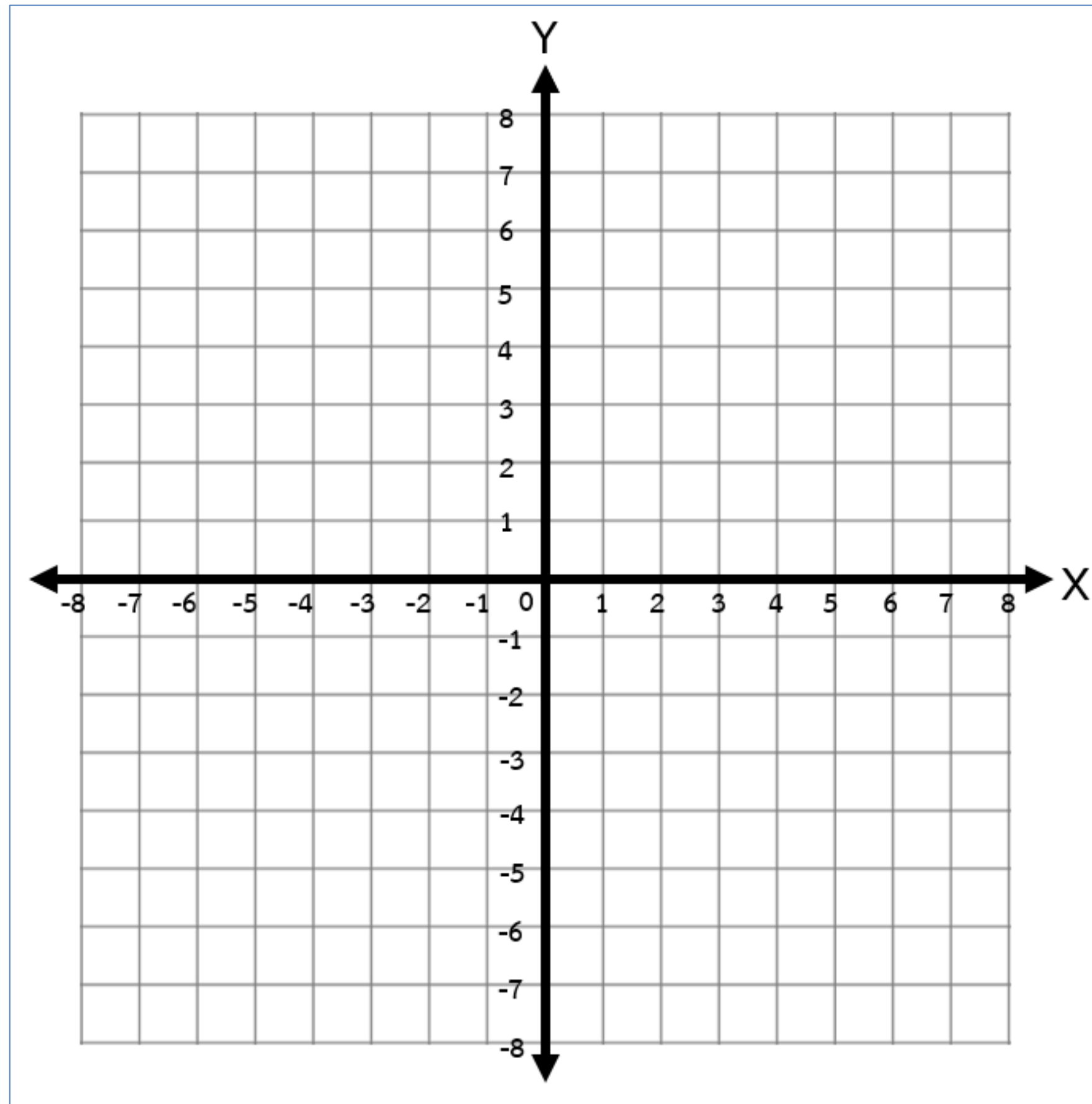
x			

ข้อที่ 2



$$x + y = 2 \text{ ----- ①}$$

$$2x + 2y = 4 \text{ ----- ②}$$



ข้อที่ 2

$$x + y = 2 \text{ ----- ①}$$

$$2x + 2y = 4 \text{ ----- ②}$$

ลักษณะกราฟ

☐ กราฟตัดกัน

☐ กราฟขนานกัน

☐ กราฟทับกัน

ระบบสมการนี้

☐ มีคำตอบเดียว คือ

☐ มีคำตอบมากมายไม่จำกัด

☐ ไม่มีคำตอบ





ข้อที่ 3



3. กำหนดให้ $x + y = 2$ ----- ①

$3x + 3y = 3$ ----- ②

วิธีทำ จัดรูปใหม่เพื่อความสะดวกในการหาค่าได้เป็น.....

.....

จะได้

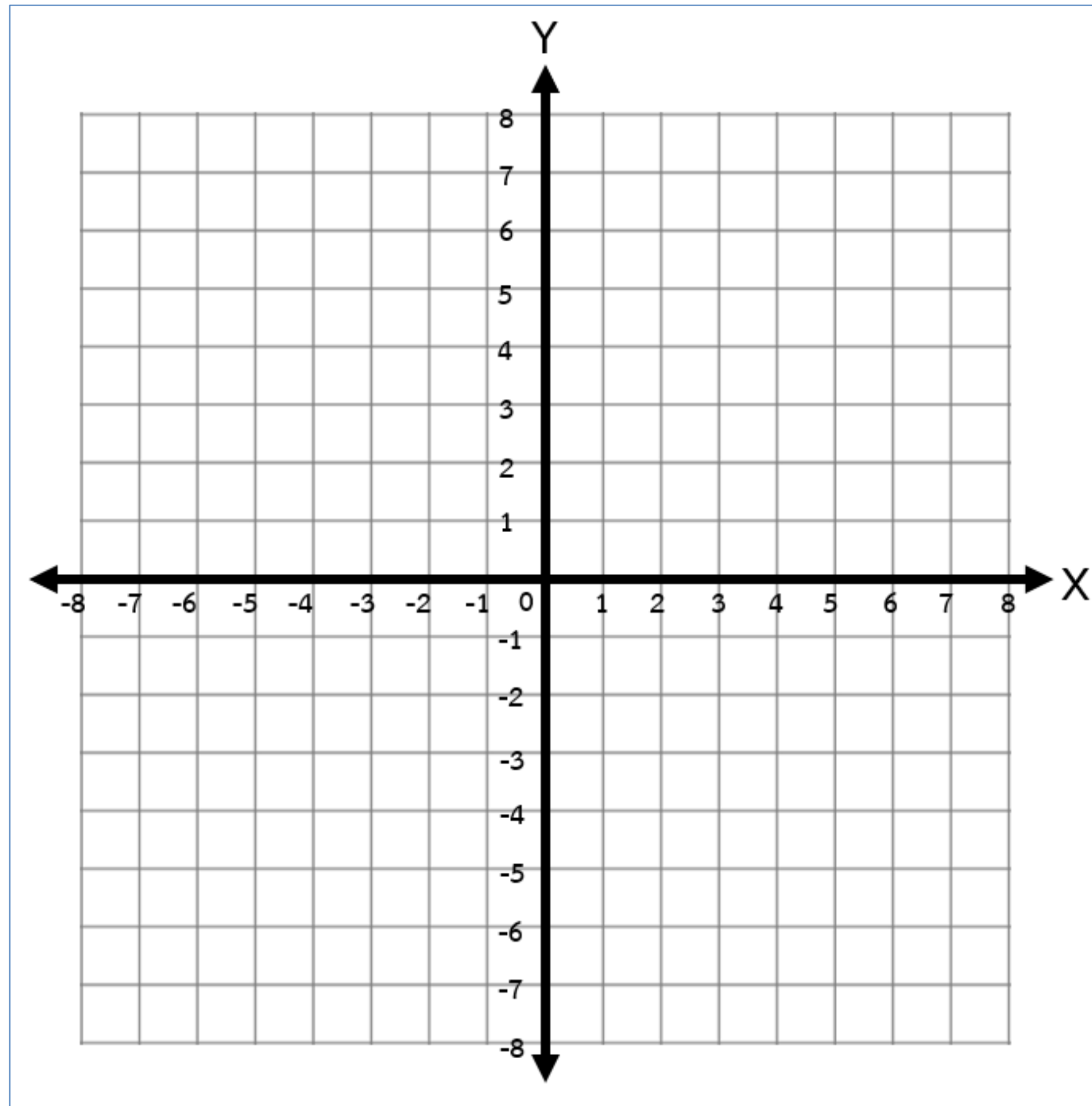
x			

ข้อที่ 3



$$x + y = 2 \text{ ----- ①}$$

$$3x + 3y = 3 \text{ ----- ②}$$



ข้อที่ 3



$$x + y = 2 \text{ ----- ①}$$

$$3x + 3y = 3 \text{ ----- ②}$$

ลักษณะกราฟ

☐ กราฟตัดกัน

☐ กราฟขนานกัน

☐ กราฟทับกัน

ระบบสมการนี้

☐ มีคำตอบเดียว คือ

☐ มีคำตอบมากมายไม่จำกัด

☐ ไม่มีคำตอบ





เฉลย แบบฝึกหัด





ข้อที่ 1



1. กำหนดให้ $x + y = 2$ ----- ①

$x - y = 4$ ----- ②

วิธีทำ จัดรูปใหม่เพื่อความสะดวกในการหาค่าได้เป็น $y = 2 - x$ ----- ①

จะได้ $y = x - 4$ ----- ②

x	-1	0	1
$y = 2 - x$	3	2	1
$y = x - 4$	-5	-4	-3

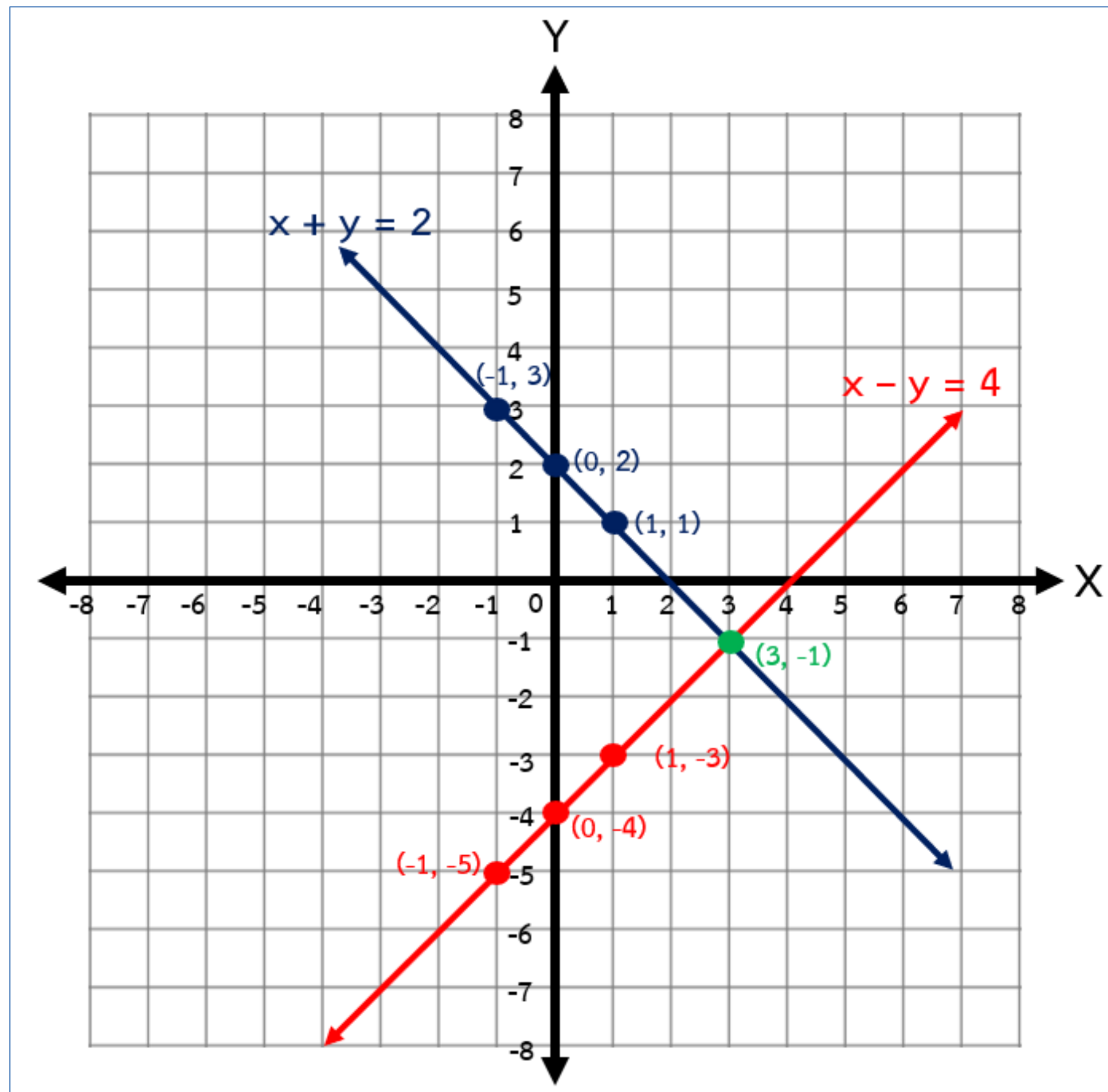
ข้อที่ 1



$$x + y = 2 \text{ ----- ①}$$

$$x - y = 4 \text{ ----- ②}$$

และสามารถเขียนกราฟได้ ดังนี้



ข้อที่ 1



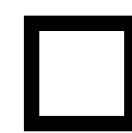
$$x + y = 2 \text{ ----- ①}$$

$$x - y = 4 \text{ ----- ②}$$

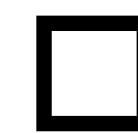
ลักษณะกราฟ



กราฟตัดกัน



กราฟขนานกัน

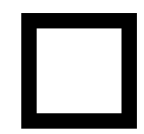


กราฟทับกัน

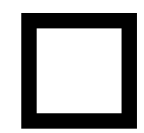
ระบบสมการนี้



มีคำตอบเดียว คือ(3, -1).....



มีคำตอบมากมายไม่จำกัด



ไม่มีคำตอบ





ข้อที่ 2



2. กำหนดให้ $x + y = 2$ ----- ①

$2x + 2y = 4$ ----- ②

วิธีทำ จัดรูปใหม่เพื่อความสะดวกในการหาค่าได้เป็น $y = 2 - x$ ----- ①

จะได้

$y = \frac{4 - 2x}{2}$ ----- ②

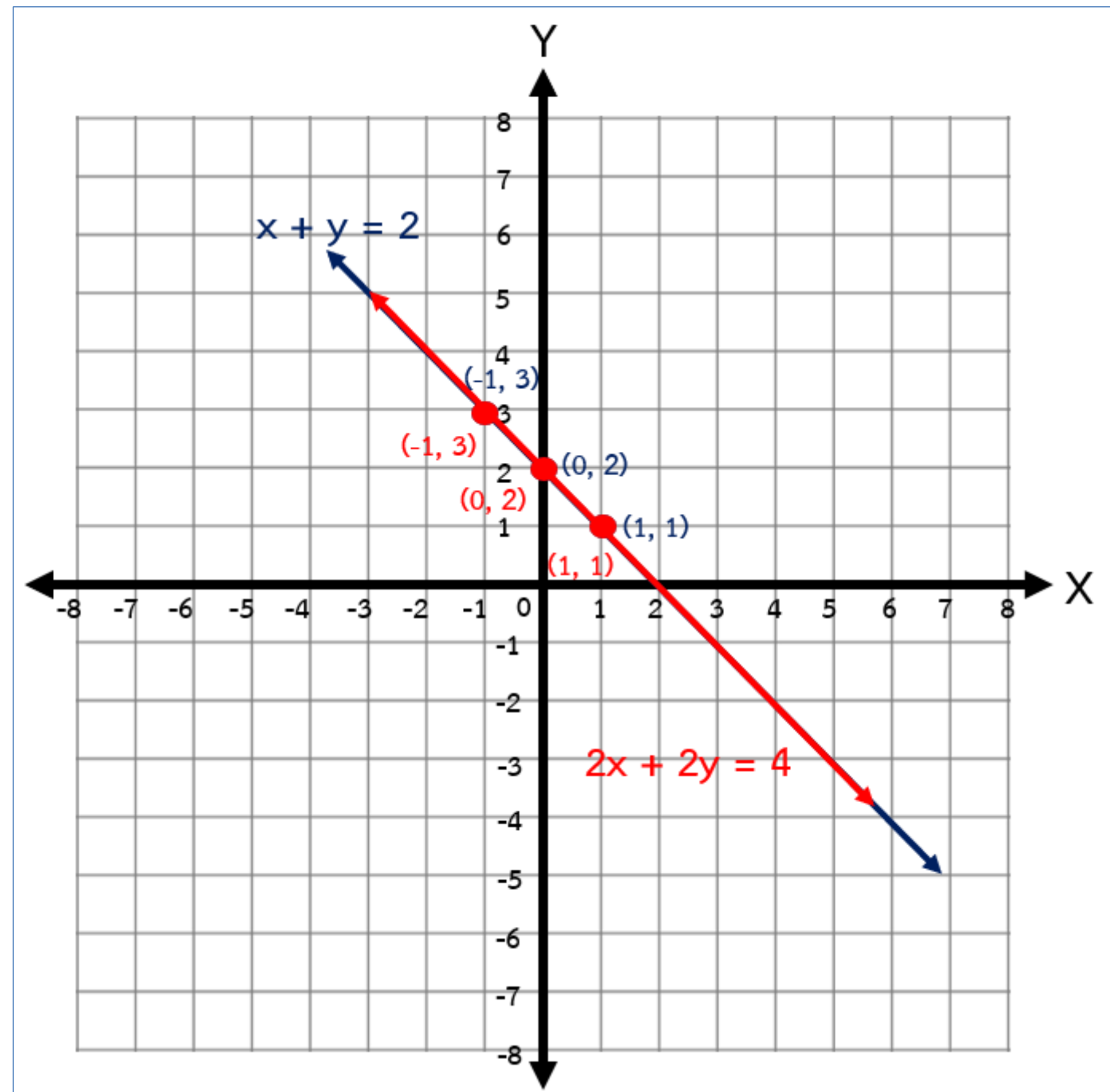
x	-1	0	1
$y = 2 - x$	3	2	1
$y = \frac{4 - 2x}{2}$	3	2	0

ข้อที่ 2

$$x + y = 2 \text{ ----- ①}$$

$$2x + 2y = 4 \text{ ----- ②}$$

และสามารถเขียนกราฟได้ ดังนี้



ข้อที่ 2

$$x + y = 2 \text{ ----- ①}$$

$$2x + 2y = 4 \text{ ----- ②}$$

ลักษณะกราฟ

☐ กราฟตัดกัน

☐ กราฟขนานกัน

☒ กราฟทับกัน

ระบบสมการนี้

☐ มีคำตอบเดียว คือ

☒ มีคำตอบมากมายไม่จำกัด

☐ ไม่มีคำตอบ





ข้อที่ 3



3. กำหนดให้ $x + y = 2$ ----- ①

$3x + 3y = 3$ ----- ②

วิธีทำ จัดรูปใหม่เพื่อความสะดวกในการหาค่าได้เป็น $y = 2 - x$ ----- ①

จะได้ $y = \frac{3 - 3x}{3}$ ----- ②

x	-1	0	1
$y = 2 - x$	3	2	1
$y = \frac{3 - 3x}{3}$	2	1	0

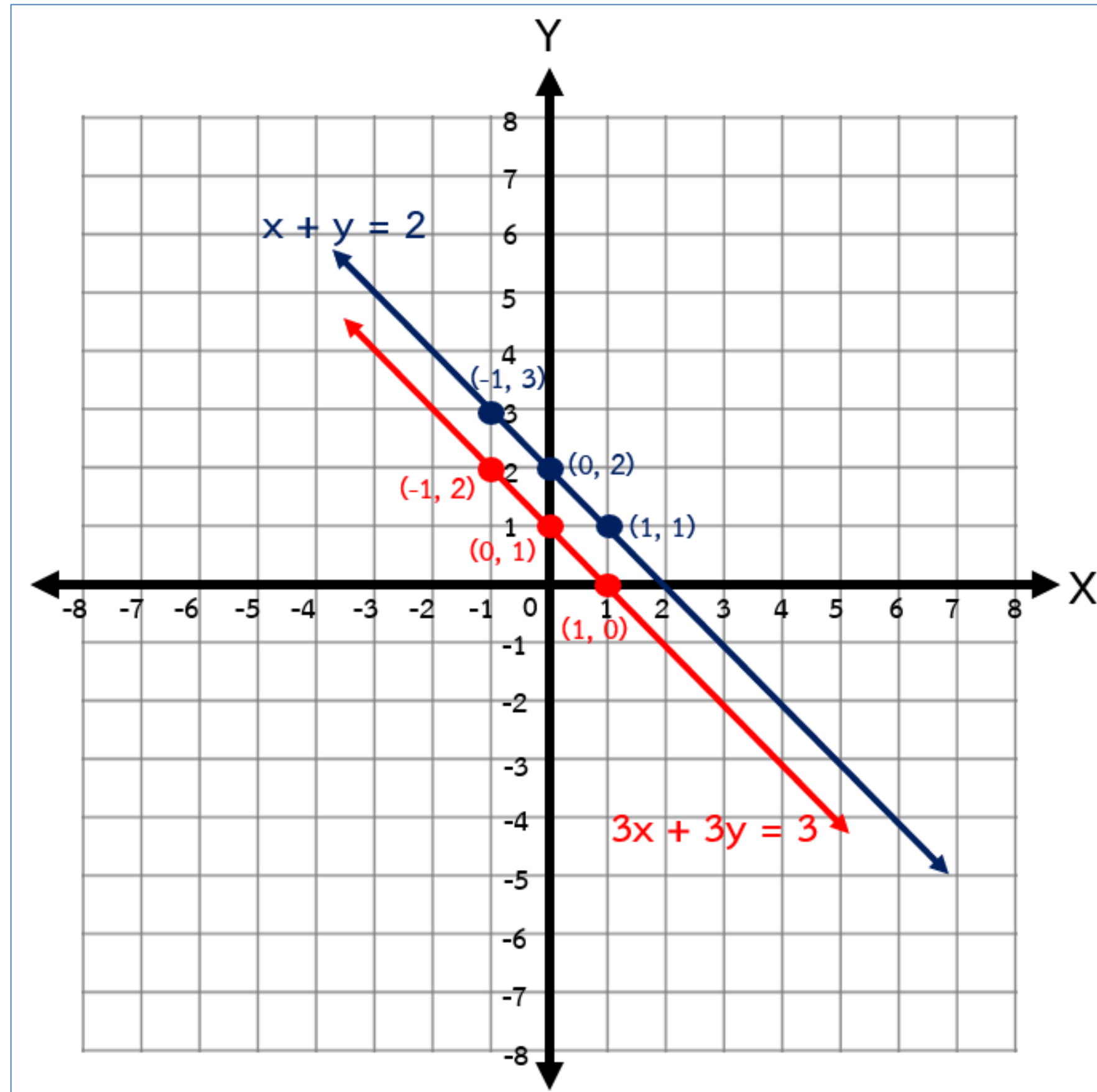
ข้อที่ 3



$$x + y = 2 \text{ ----- ①}$$

$$3x + 3y = 3 \text{ ----- ②}$$

และสามารถเขียนกราฟได้ ดังนี้



ข้อที่ 3



$$x + y = 2 \text{ ----- ①}$$

$$3x + 3y = 3 \text{ ----- ②}$$

ลักษณะกราฟ

☐ กราฟตัดกัน

☒ กราฟขนานกัน

☐ กราฟทับกัน

ระบบสมการนี้

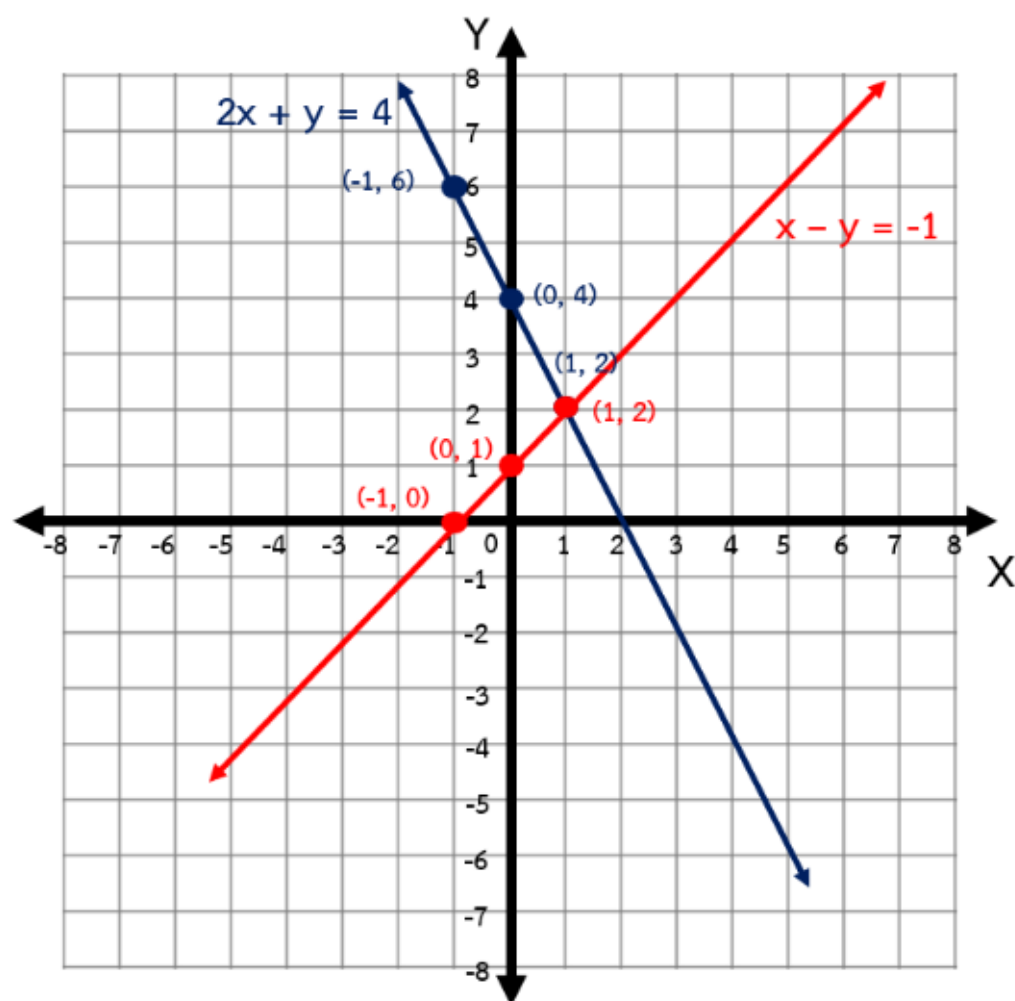
☐ มีคำตอบเดียว คือ

☐ มีคำตอบมากมายไม่จำกัด

☒ ไม่มีคำตอบ

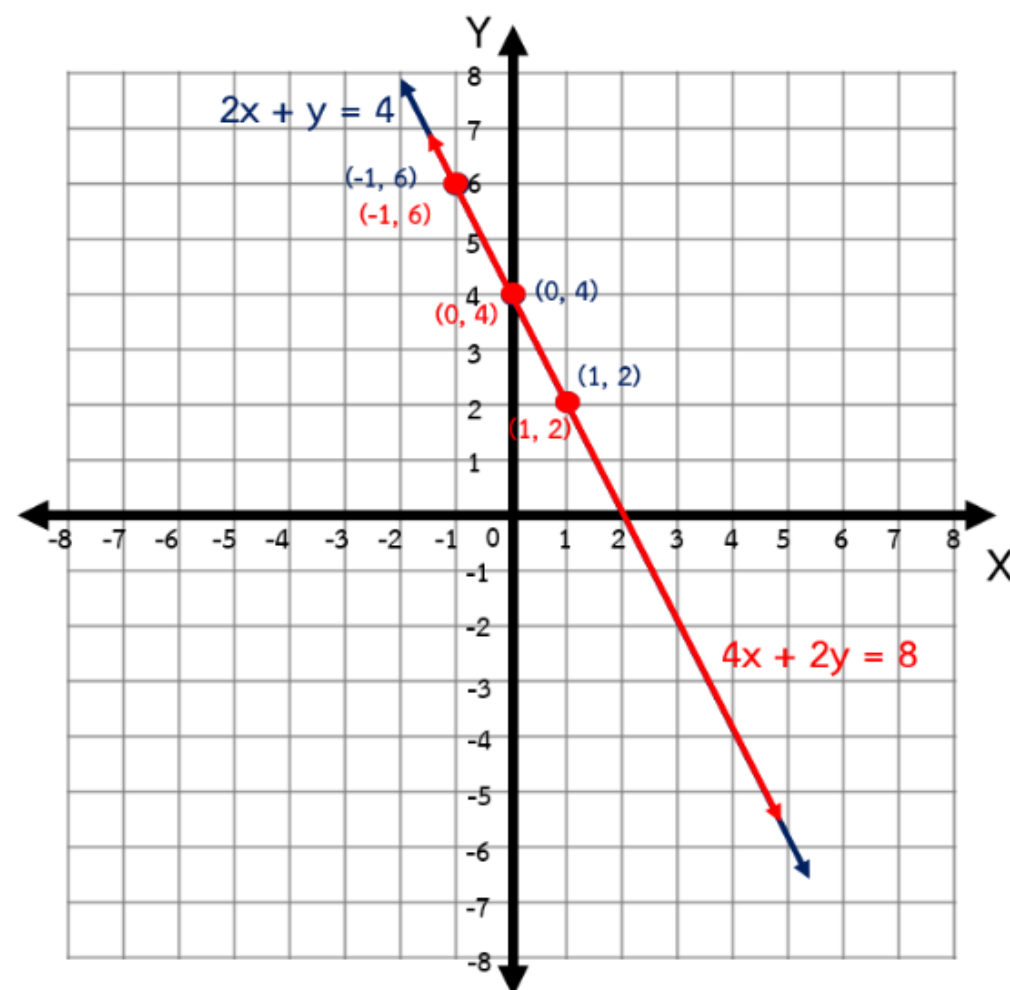


กราฟทั้งสองตัดกัน



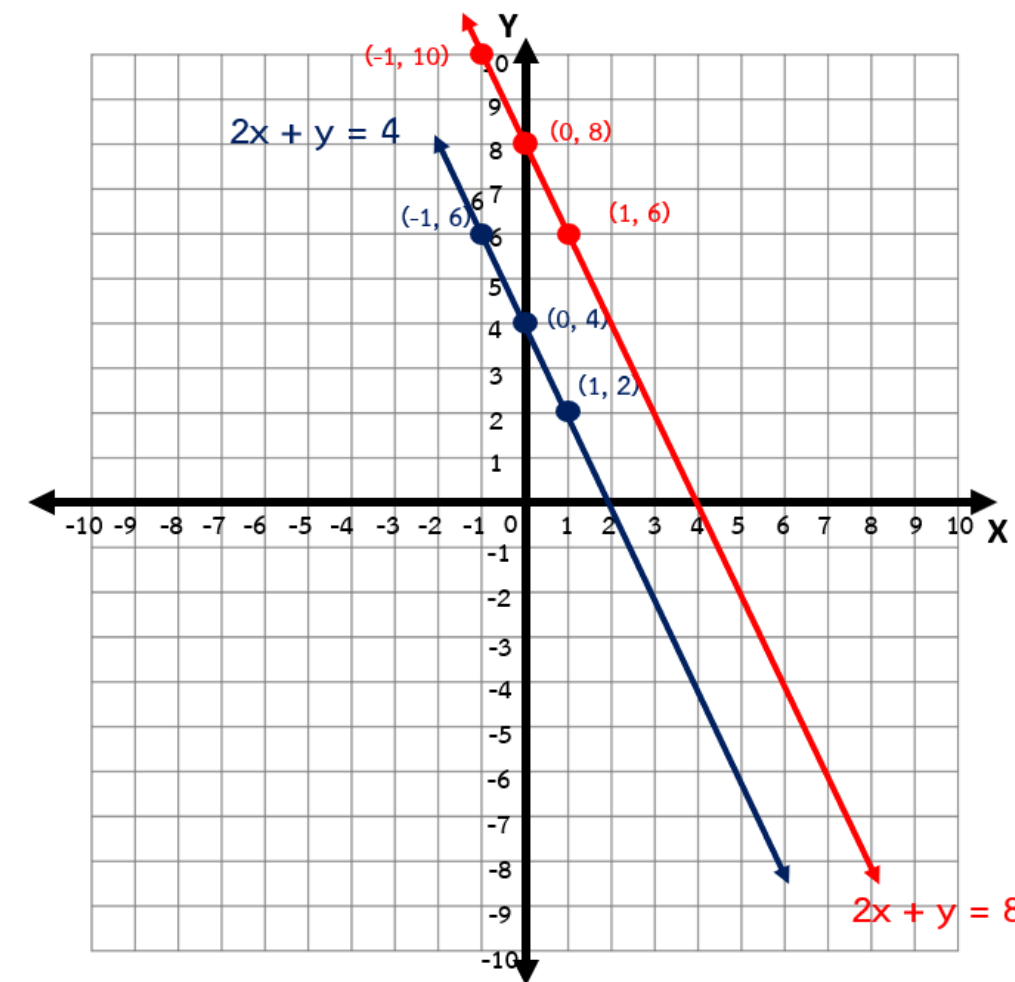
ระบบสมการ
มีเพียงคำตอบเดียว

กราฟทั้งสองทับกัน



ระบบสมการนี้
มีคำตอบมากมายไม่จำกัด

กราฟทั้งสองขนานกัน



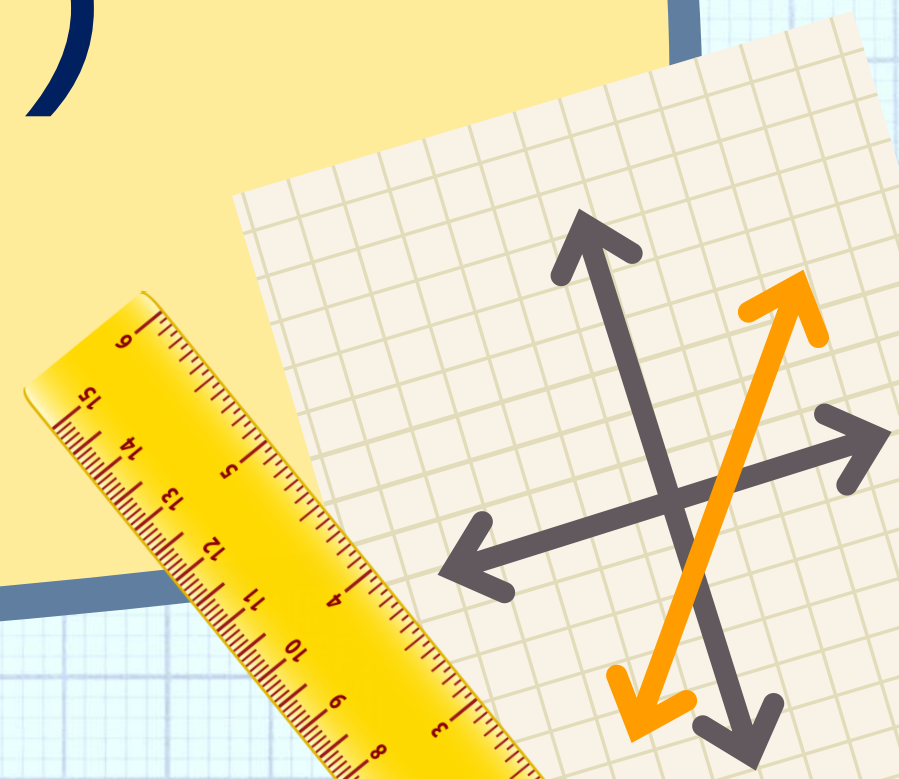
ระบบสมการนี้
ไม่มีคำตอบ



บทเรียนครั้งต่อไป

ดาวน์โหลดข้อมูลได้ที่ www.dltv.ac.th

การแก้ระบบสมการ เชิงเส้นสองตัวแปร (1)



สิ่งที่ต้องเตรียม

ดาวน์โหลดข้อมูลได้ที่ www.dltv.ac.th

แบบฝึกหัด 3 : การแก้ระบบ สมการเชิงเส้นสองตัวแปร (1)

