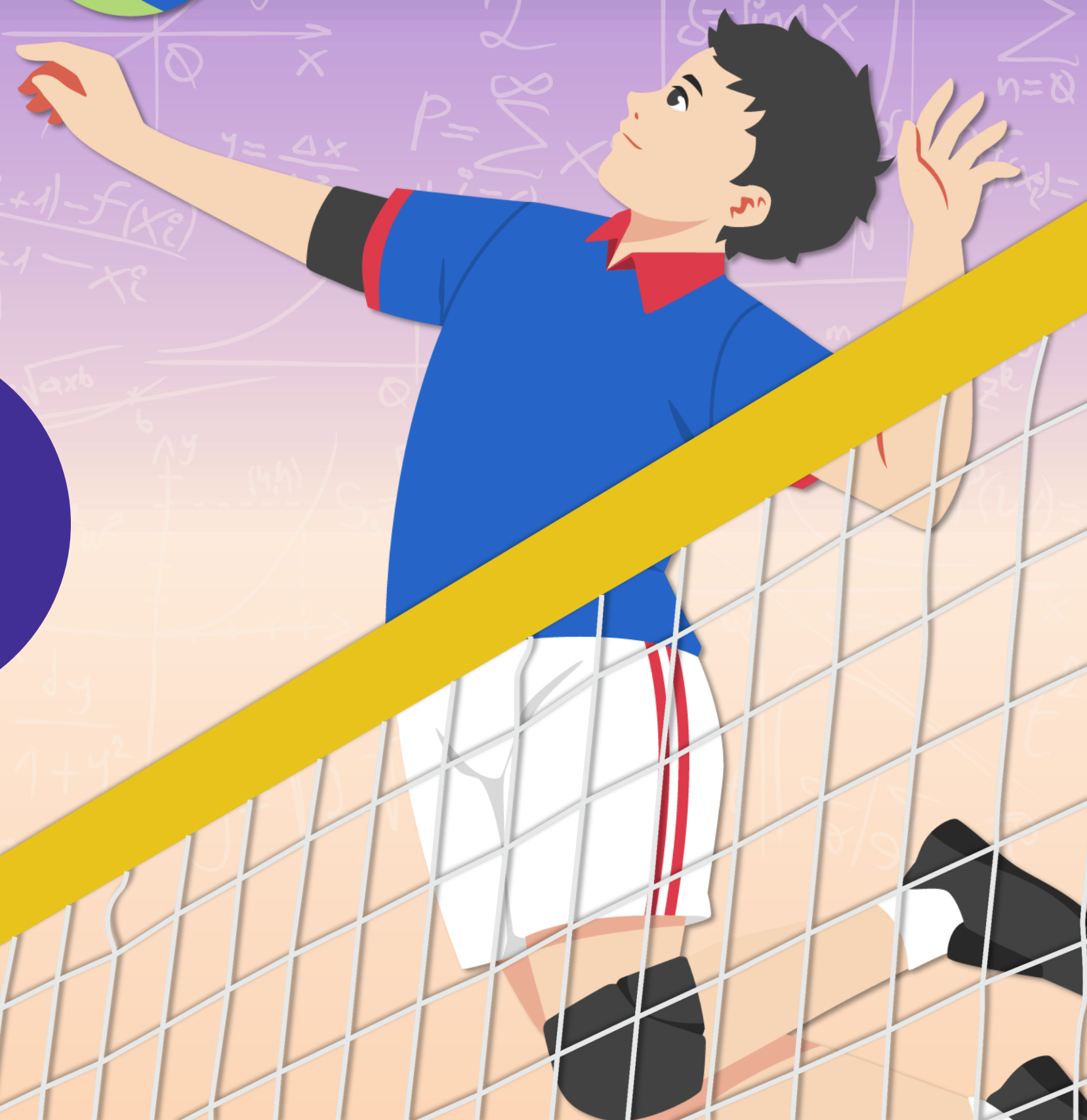


รายวิชา คณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค23101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
หน่วยที่ 5 กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง

เรื่อง พาราโบลาที่กำหนด
ด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$

ครูผู้สอน ครูเกียรติศักดิ์ แสงทอง





จุดประสงค์การเรียนรู้

.....

นักเรียนสามารถอธิบายลักษณะ
ของพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ
 $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ ได้

ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $f(x) = ax^2 + bx + c$ หรือ $y = ax^2 + bx + c$
เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ คือฟังก์ชันชนิดใด

ฟังก์ชันกำลังสอง

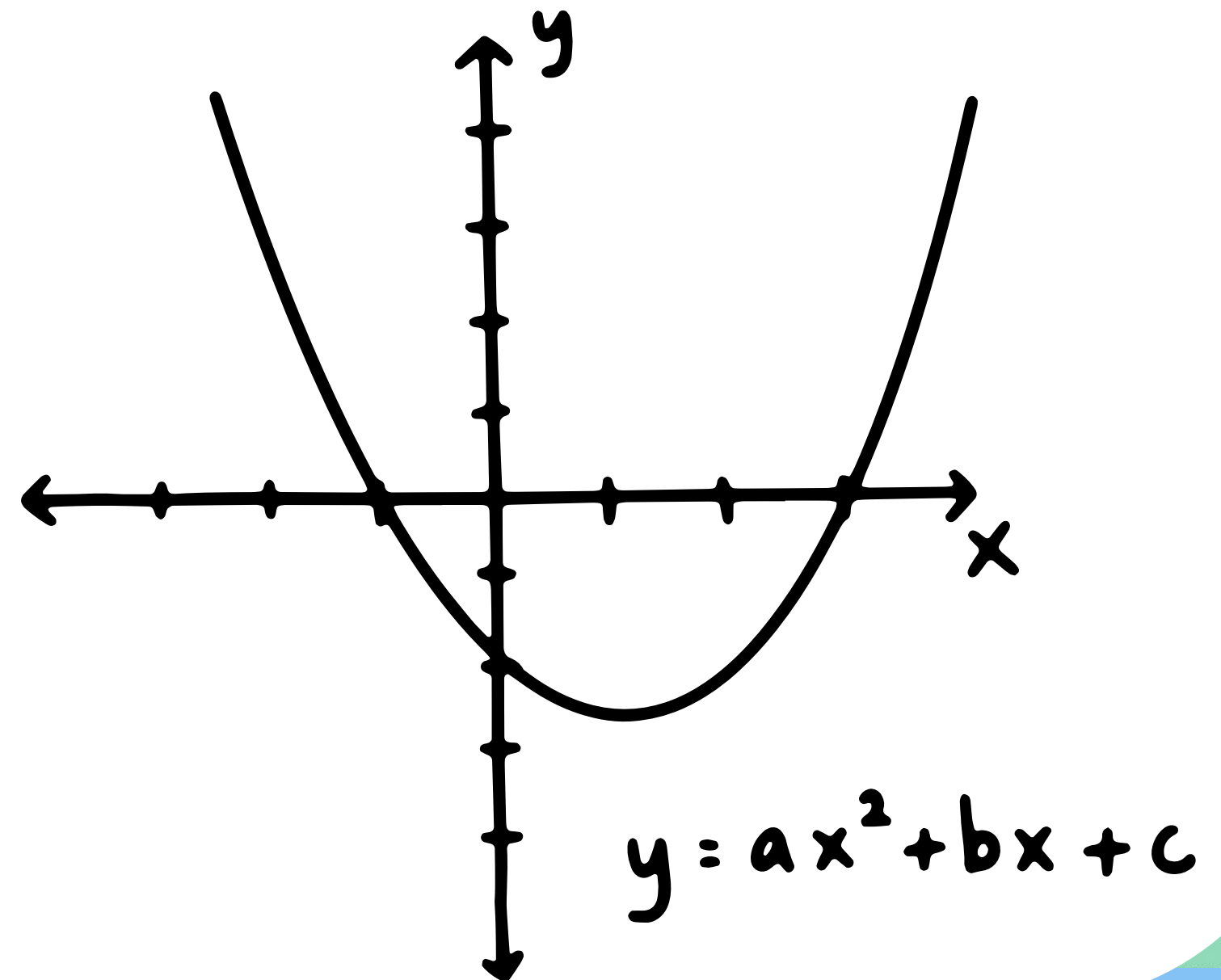
กราฟของฟังก์ชันชนิดนี้
เป็นอย่างไร

เป็นพาราโบลา

สมการของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูป

$$y = ax^2 + bx + c \text{ เรียกว่าอะไร}$$

สมการของพาราโบลา



พาราโบลา ที่กำหนดด้วยสมการของพาราโบลา ที่แตกต่างกัน จะมีลักษณะแตกต่างกันหรือไม่

$$y = 2x^2$$

$$y = -5x^2$$

$$y = 3x^2 + 5x + 1$$

$$y = -(x + 1)^2$$

$$y = (x - 3)^2 + 4$$



$$y = ax^2 + bx + c \text{ เมื่อ } a \neq 0$$

มีค่าคงที่ถึง 3 ค่า ได้แก่ a , b และ c

ถ้า $a \neq 0$, $b = 0$ และ $c = 0$ จะได้สมการของพาราโบลาเป็นอย่างไร

$$y = ax^2$$



ใบกิจกรรม 2

เรื่อง สำรวจกราฟของ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$

สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th



ใบกิจกรรม 2

ตอนที่ 1 กราฟของ $y = ax^2$ เมื่อ $a = 1$

1. ให้นักเรียนศึกษาการเขียนกราฟของพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a = 1$ ดังต่อไปนี้

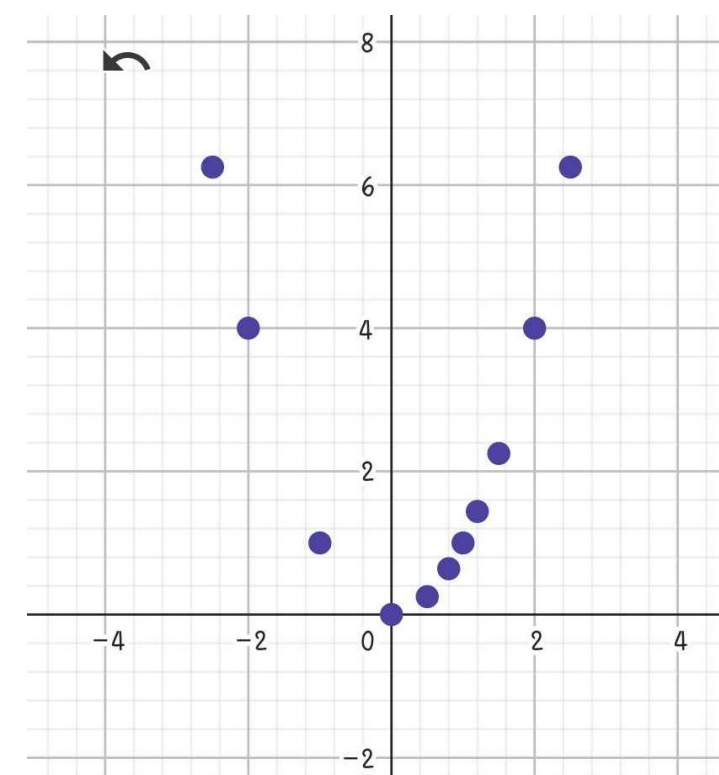
จาก $y = ax^2$ เมื่อ $a = 1$ จะได้ $y = x^2$

เมื่อกำหนดค่า x และหาค่า y จากสมการ $y = x^2$

จะได้ดังในตาราง

x	-2.5	-2	-1	0	0.5	0.8	1	1.2	1.5	2	2.5
$y = x^2$	6.25	4	1	0	0.25	0.64	1	1.44	2.25	4	6.25

เมื่อนำคู่อันดับจากตาราง คือ $(-2.5, 6.25)$, $(-2, 4)$, $(-1, 1)$, $(0, 0)$, $(0.5, 0.25)$, $(0.8, 0.64)$, $(1, 1)$, $(1.2, 1.44)$, $(1.5, 2.25)$, $(2, 4)$, $(2.5, 6.25)$ มาเขียนกราฟ จะได้กราฟของคู่อันดับเป็นดังนี้

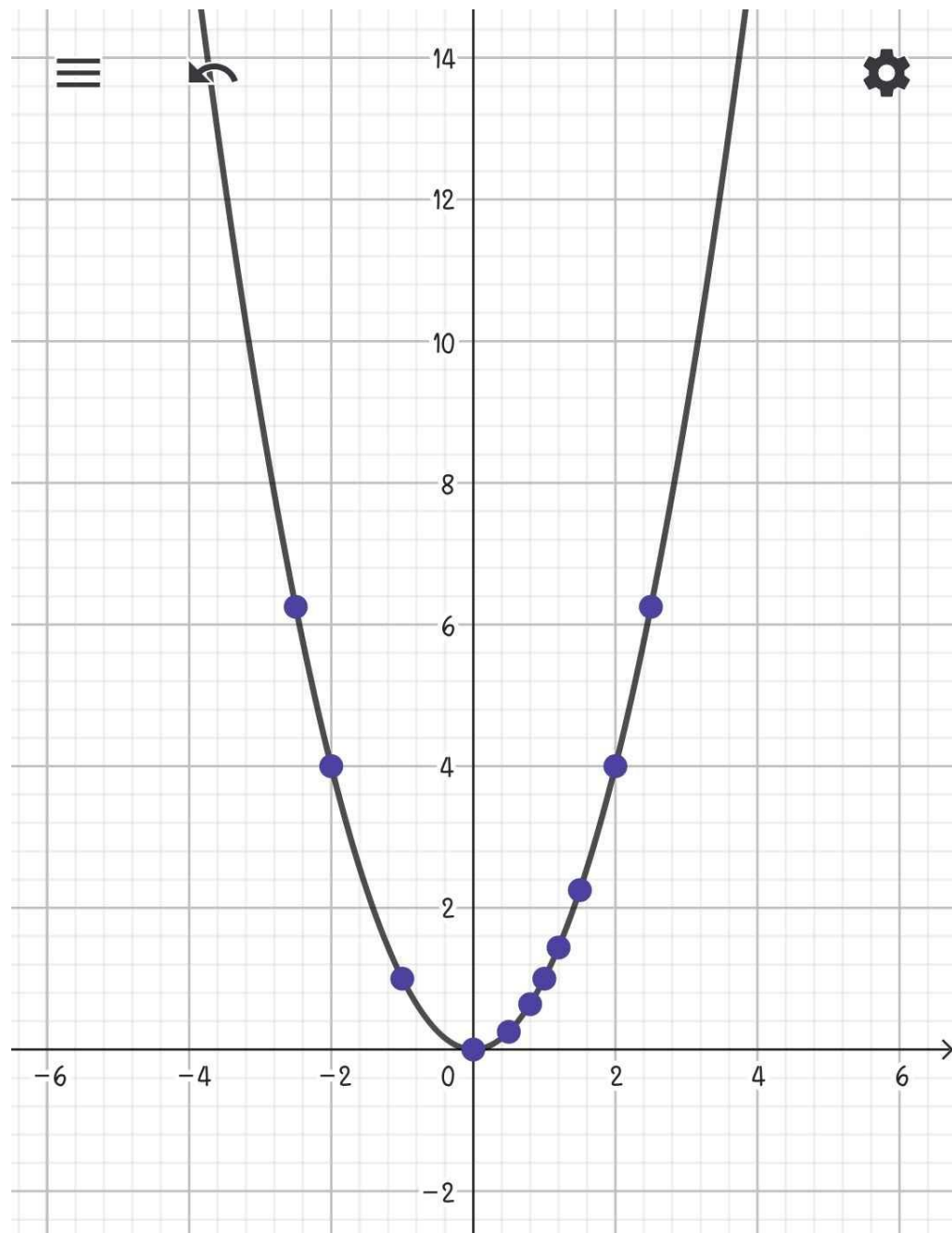


สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th



ใบกิจกรรม 2

ตอนที่ 1 กราฟของ $y = ax^2$ เมื่อ $a = 1$



(ภาพประกอบนี้สร้างโดยใช้โปรแกรม GeoGebra)

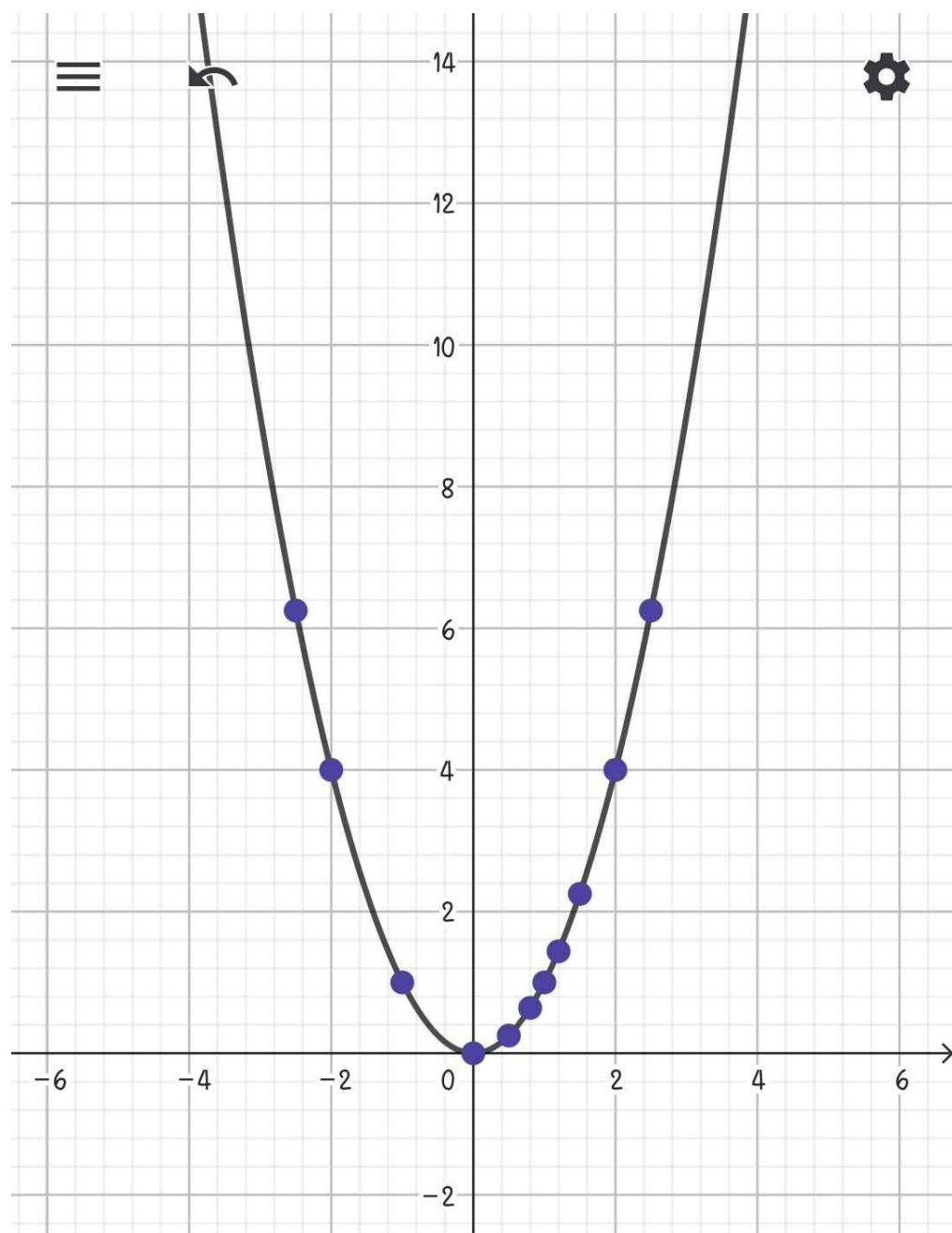
3. นักเรียนจะเห็นว่า กราฟที่ได้เป็นเพียงจุดบางจุด
ทั้งนี้เพราะว่าค่า x ที่กำหนดในตารางเป็นเพียงบางค่าที่เลือกมา
ดังนั้น เมื่อแทน x ในสมการ $y = x^2$ ด้วยจำนวนจริงใด ๆ เพื่อหา
ค่า y จุดทั้งหมดที่เกิดจากคู่อันดับ (x, y) ที่สอดคล้องกับสมการ
จะเรียงกันเป็นเส้นโค้งเรียบ ซึ่งเป็นกราฟของพาราโบลาที่กำหนด
ด้วยสมการ $y = x^2$ ดังรูป

สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th



ใบกิจกรรม 2

ตอนที่ 1 กราฟของ $y = ax^2$ เมื่อ $a = 1$



(ภาพประกอบนี้สร้างโดยใช้โปรแกรม GeoGebra)

4. ให้นักเรียนพิจารณาสมการของพาราโบลาและกราฟที่ได้ในข้อ 3.
แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

1) กราฟของสมการ $y = x^2$ มีลักษณะเป็นพาราโบลาหงายหรือพาราโบลาคว่ำ

พาราโบลาหงาย

2) ถ้าให้ $x = 3$ แล้วค่า y เป็นเท่าใด

9

3) ถ้าให้ $x = -3$ แล้วค่า y เป็นเท่าใด

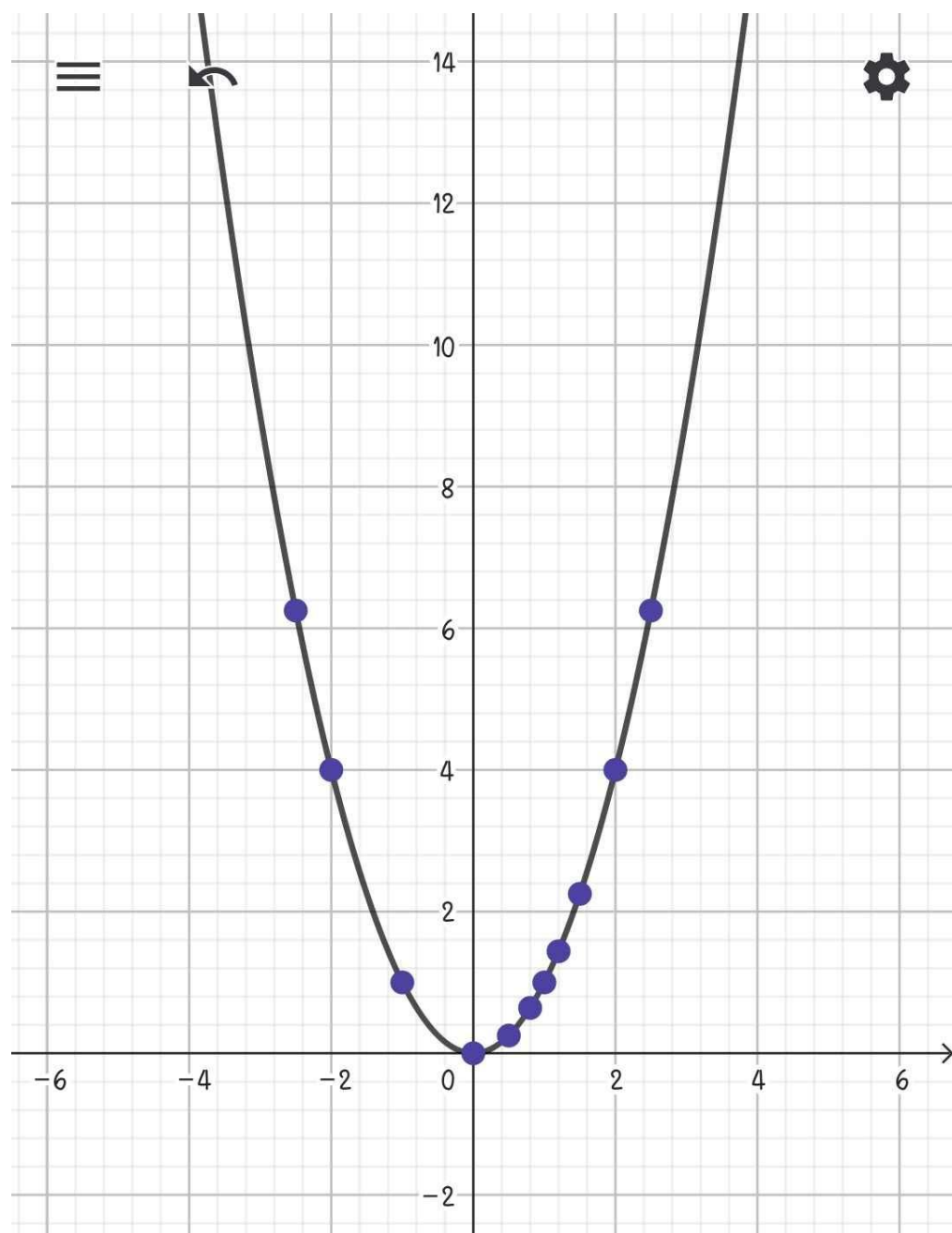
9

สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th



ใบกิจกรรม 2

ตอนที่ 1 กราฟของ $y = ax^2$ เมื่อ $a = 1$



(ภาพประกอบนี้สร้างโดยใช้โปรแกรม GeoGebra)

4. ให้นักเรียนพิจารณาสมการของพาราโบลาและกราฟที่ได้ในข้อ 3.
แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

4) ถ้าให้ $y = 4$ แล้วค่า x เป็นเท่าใด

-2 และ 2

5) กราฟของสมการ $y = x^2$ เป็นรูปสมมาตรหรือไม่ ถ้าเป็น มีเส้นตรงใด
เป็นแกนสมมาตร

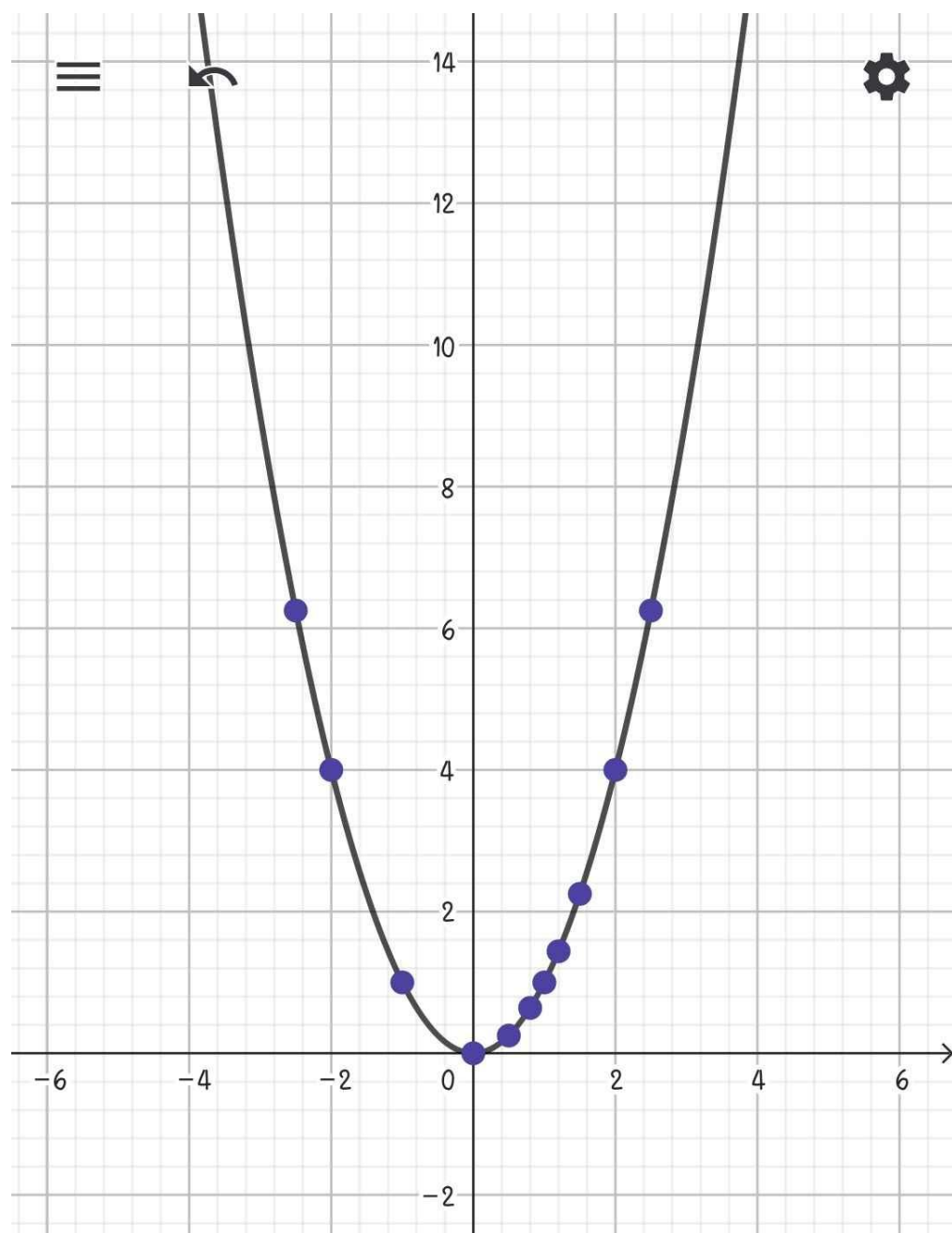
เป็นรูปสมมาตร โดยมีเส้นตรง $x = 0$ หรือแกน Y เป็นแกนสมมาตร

สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th



ใบกิจกรรม 2

ตอนที่ 1 กราฟของ $y = ax^2$ เมื่อ $a = 1$



(ภาพประกอบนี้สร้างโดยใช้โปรแกรม GeoGebra)

4. ให้นักเรียนพิจารณาสมการของพาราโบลาและกราฟที่ได้ในข้อ 3.
แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

6) ถ้า $x > 0$ และมีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ แล้วค่า y จะเปลี่ยนแปลงอย่างไร

ค่า y เพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ

7) ถ้า $x = 0$ แล้วค่า y เป็นเท่าใด

0

8) ถ้า $x < 0$ และมีค่าลดลงเรื่อย ๆ แล้วค่า y จะเปลี่ยนแปลงอย่างไร

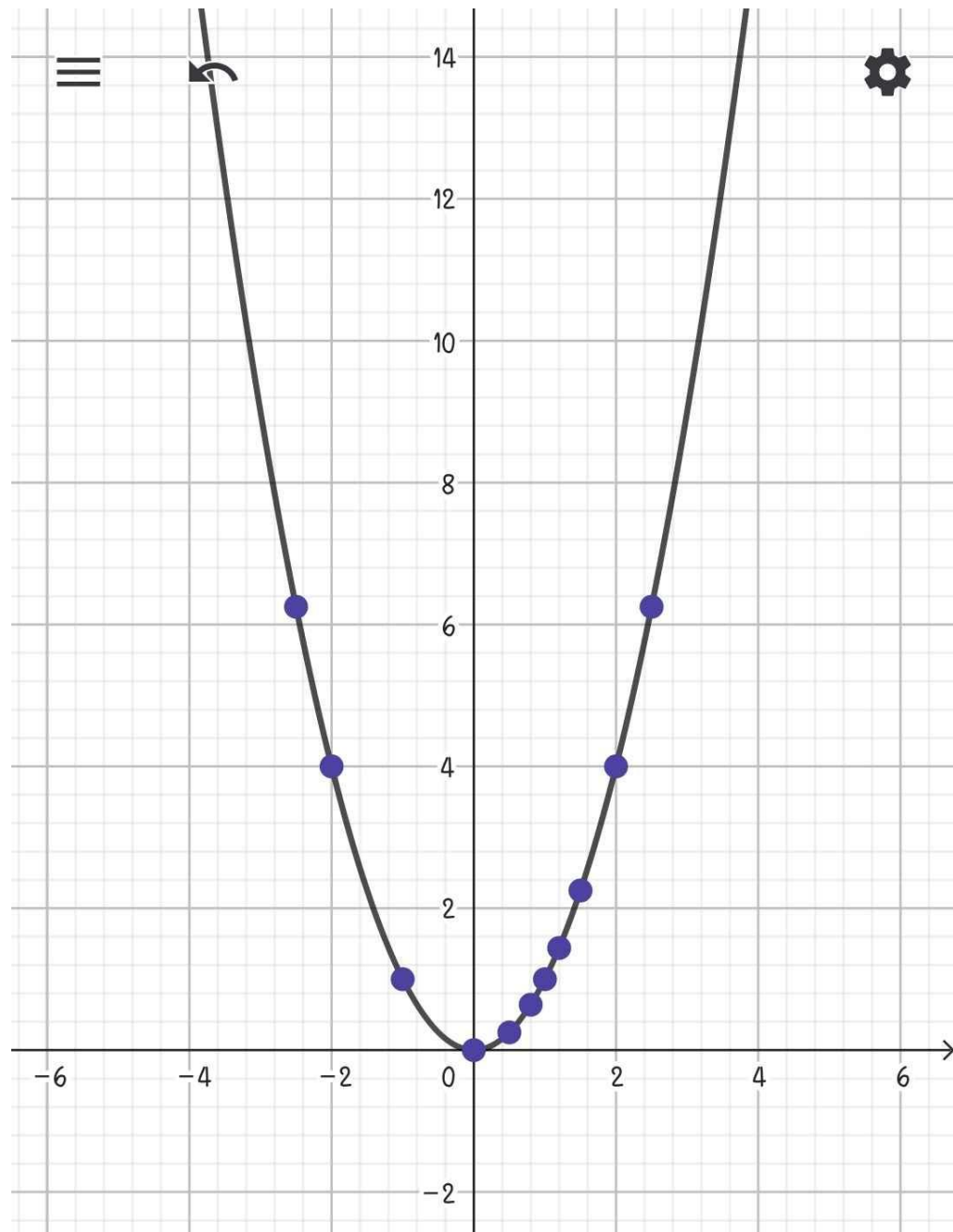
ค่า y เพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ

สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th



ใบกิจกรรม 2

ตอนที่ 1 กราฟของ $y = ax^2$ เมื่อ $a = 1$



(ภาพประกอบนี้สร้างโดยใช้โปรแกรม GeoGebra)

4. ให้นักเรียนพิจารณาสมการของพาราโบลาและกราฟที่ได้ในข้อ 3.
แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

9) ค่าต่ำสุดของ y เป็นเท่าใด และได้มาจากค่า x ใด

ค่าต่ำสุดของ y เป็น 0 ได้มาจากค่า x เป็น 0

10) ค่าสูงสุดของ y มีหรือไม่ เพราะเหตุใด

ไม่มี เพราะค่า y เพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ ไม่มีที่สิ้นสุด

สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th



ใบกิจกรรม 2

ตอนที่ 2 กราฟของ $y = ax^2$ เมื่อ $a > 0$

ให้นักเรียนพิจารณากราฟของสมการ $y = 2x^2$ และ $y = \frac{1}{2}x^2$ โดยผ่านการทำกิจกรรมตามลำดับ ดังนี้

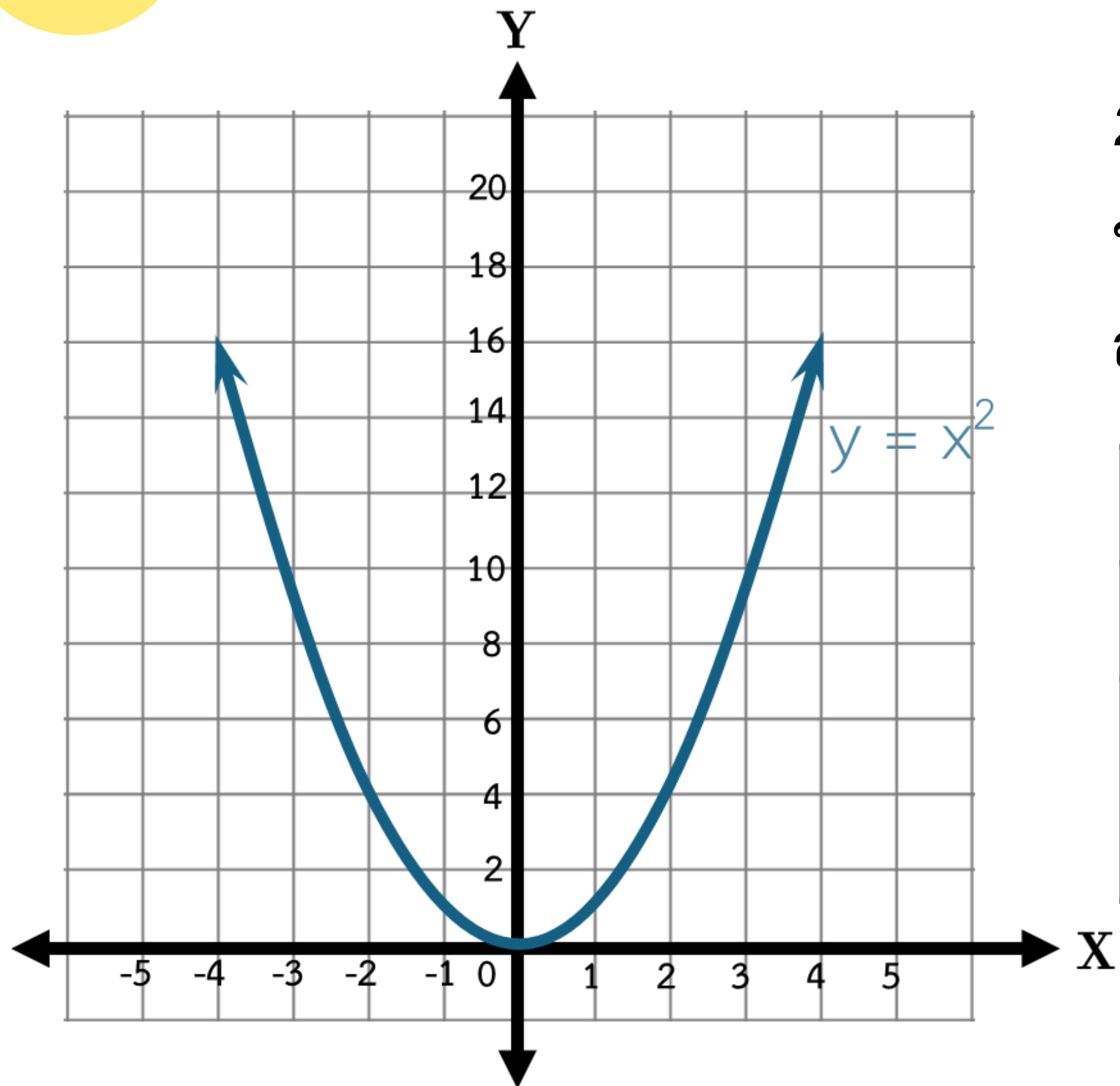
1. กำหนดค่า x ดังในตาราง ให้นักเรียนเติมค่า y ที่สอดคล้องกับสมการที่กำหนดให้ลงในตารางให้ถูกต้อง

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = 2x^2$							
$y = \frac{1}{2}x^2$							



ใบกิจกรรม 2

ตอนที่ 2 กราฟของ $y = ax^2$ เมื่อ $a > 0$



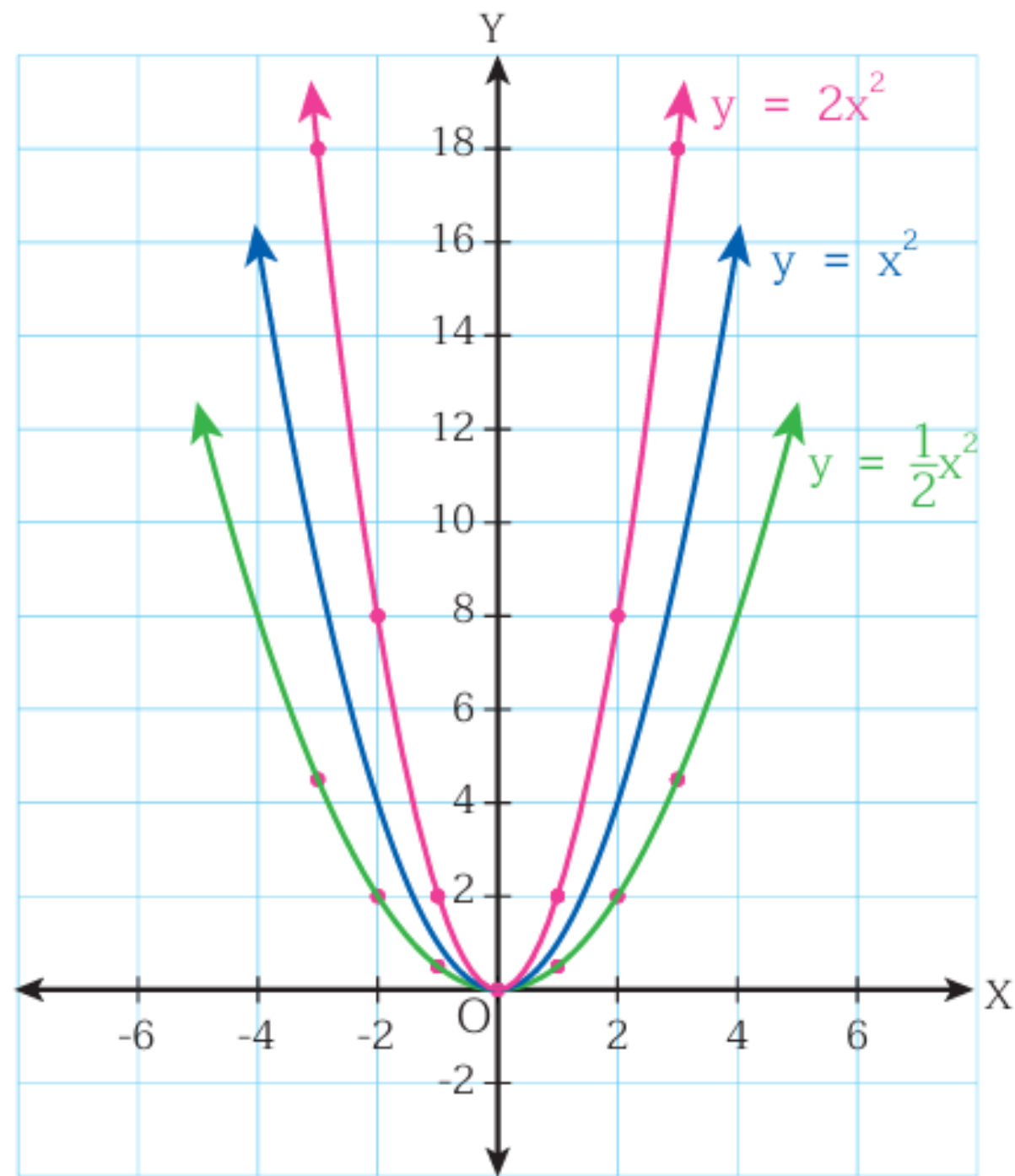
2. นำคู่อันดับ (x, y) จากตารางในข้อ 1 มาเขียนกราฟของแต่ละสมการ โดยใช้แกนคู่เดียวกันกับกราฟของสมการ $y = x^2$ ที่กำหนดให้

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = 2x^2$	18	8	2	0	2	8	18
$y = \frac{1}{2}x^2$	9	2	1	0	1	2	9



ใบกิจกรรม 2

ตอนที่ 2 กราฟของ $y = ax^2$ เมื่อ $a > 0$



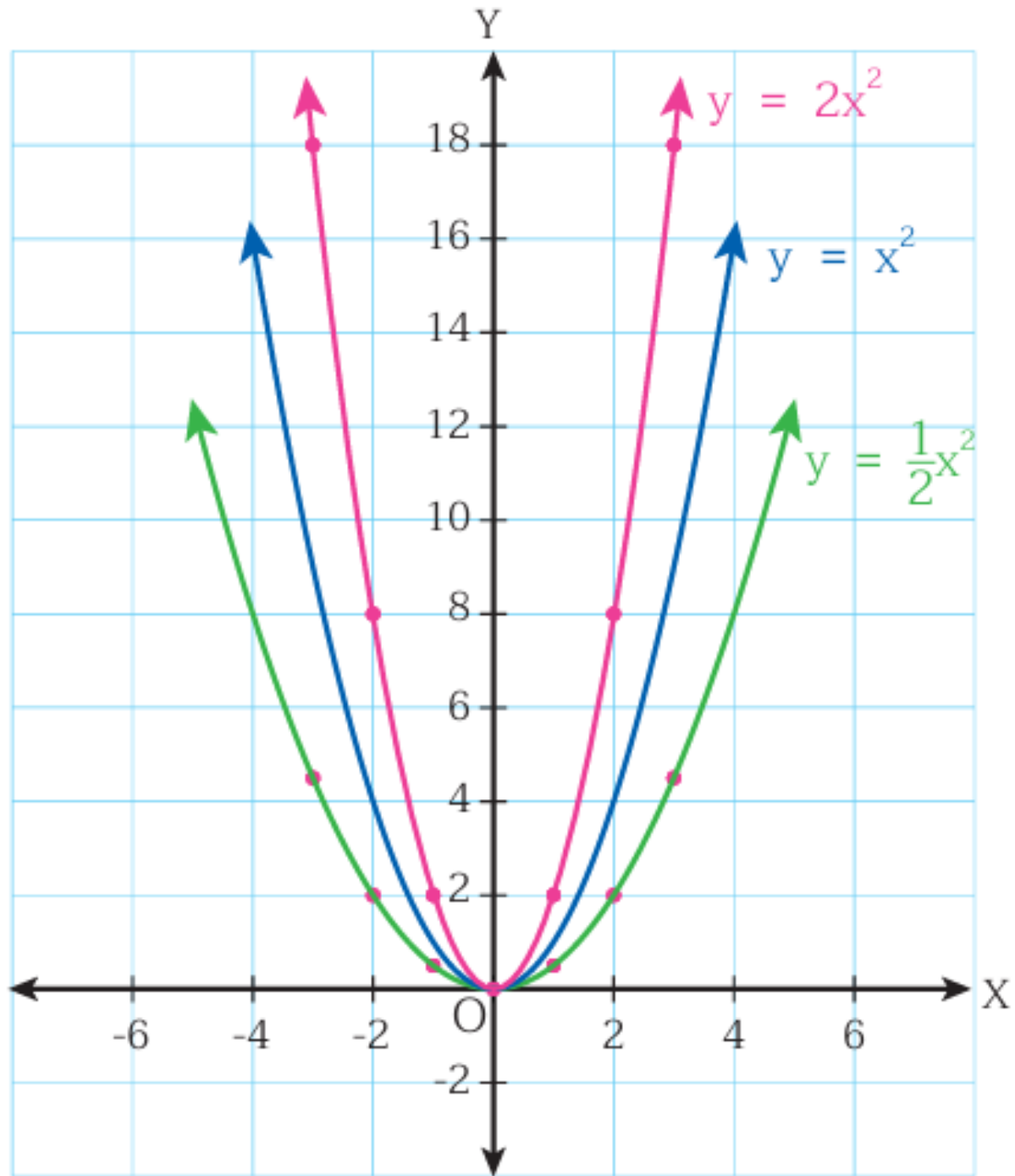
2. นำคู่อันดับ (x, y) จากตารางในข้อ 1 มาเขียนกราฟของแต่ละสมการ โดยใช้แกนคู่เดียวกันกับกราฟของสมการ $y = x^2$ ที่กำหนดให้

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = 2x^2$	18	8	2	0	2	8	18
$y = \frac{1}{2}x^2$	9	2	1	0	1	2	9



ใบกิจกรรม 2

ตอนที่ 2 กราฟของ $y = ax^2$ เมื่อ $a > 0$



3. ให้นักเรียนพิจารณาสมการของพาราโบลาและกราฟที่ได้
ในข้อ 2 แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

1) กราฟทั้งสามมีเส้นตรงใดเป็นแกนสมมาตร

เส้นตรง $x = 0$ หรือแกน Y เป็นแกนสมมาตร

2) จุดต่ำสุดของแต่ละกราฟคือจุดใด และค่าต่ำสุดของ y ในแต่ละสมการเป็นเท่าใด

จุดต่ำสุดของกราฟของสมการ $y = 2x^2$ คือ $(0, 0)$ และมีค่าต่ำสุดของ y เป็น 0

จุดต่ำสุดของกราฟของสมการ $y = x^2$ คือ $(0, 0)$ และมีค่าต่ำสุดของ y เป็น 0

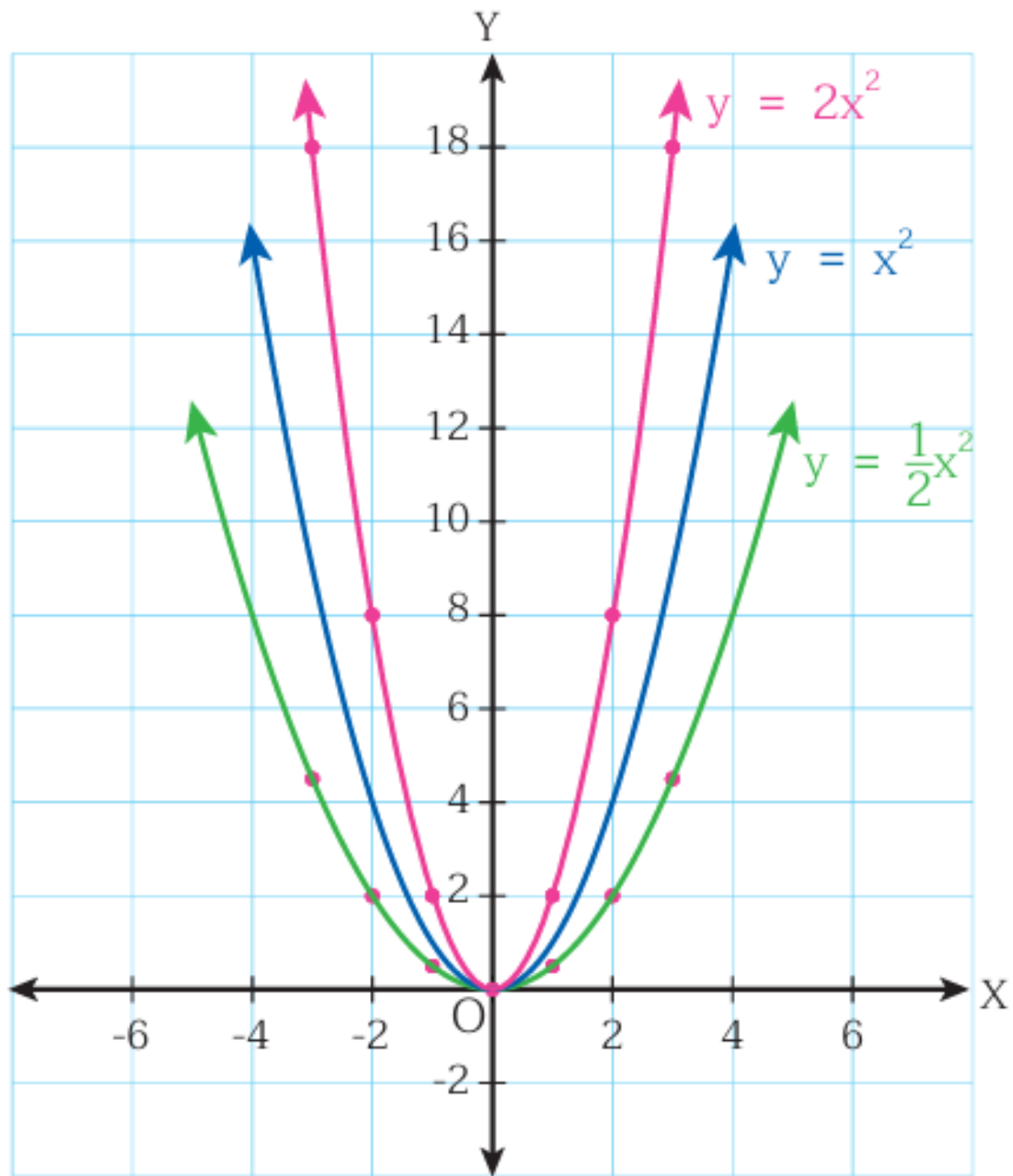
จุดต่ำสุดของกราฟของสมการ $y = \frac{1}{2}x^2$ คือ $(0, 0)$ และมีค่าต่ำสุดของ y เป็น 0

สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th



ใบกิจกรรม 2

ตอนที่ 2 กราฟของ $y = ax^2$ เมื่อ $a > 0$



3. ให้นักเรียนพิจารณาสมการของพาราโบลาและกราฟที่ได้
ในข้อ 2 แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

3) กราฟทั้งสามจะบานน้อยหรือบานมากขึ้นอยู่กับค่าใด อย่างไร

ค่า a กล่าวคือ

ถ้า a มีค่าน้อย กราฟจะบานมาก

แต่ถ้า a มีค่ามาก กราฟจะบานน้อย



ใบกิจกรรม 2

ตอนที่ 3 กราฟของ $y = ax^2$ เมื่อ $a < 0$

ให้นักเรียนพิจารณากราฟของสมการ $y = -x^2$, $y = -2x^2$ และ $y = -\frac{1}{2}x^2$ โดยผ่านการทำกิจกรรมตามลำดับ ดังนี้

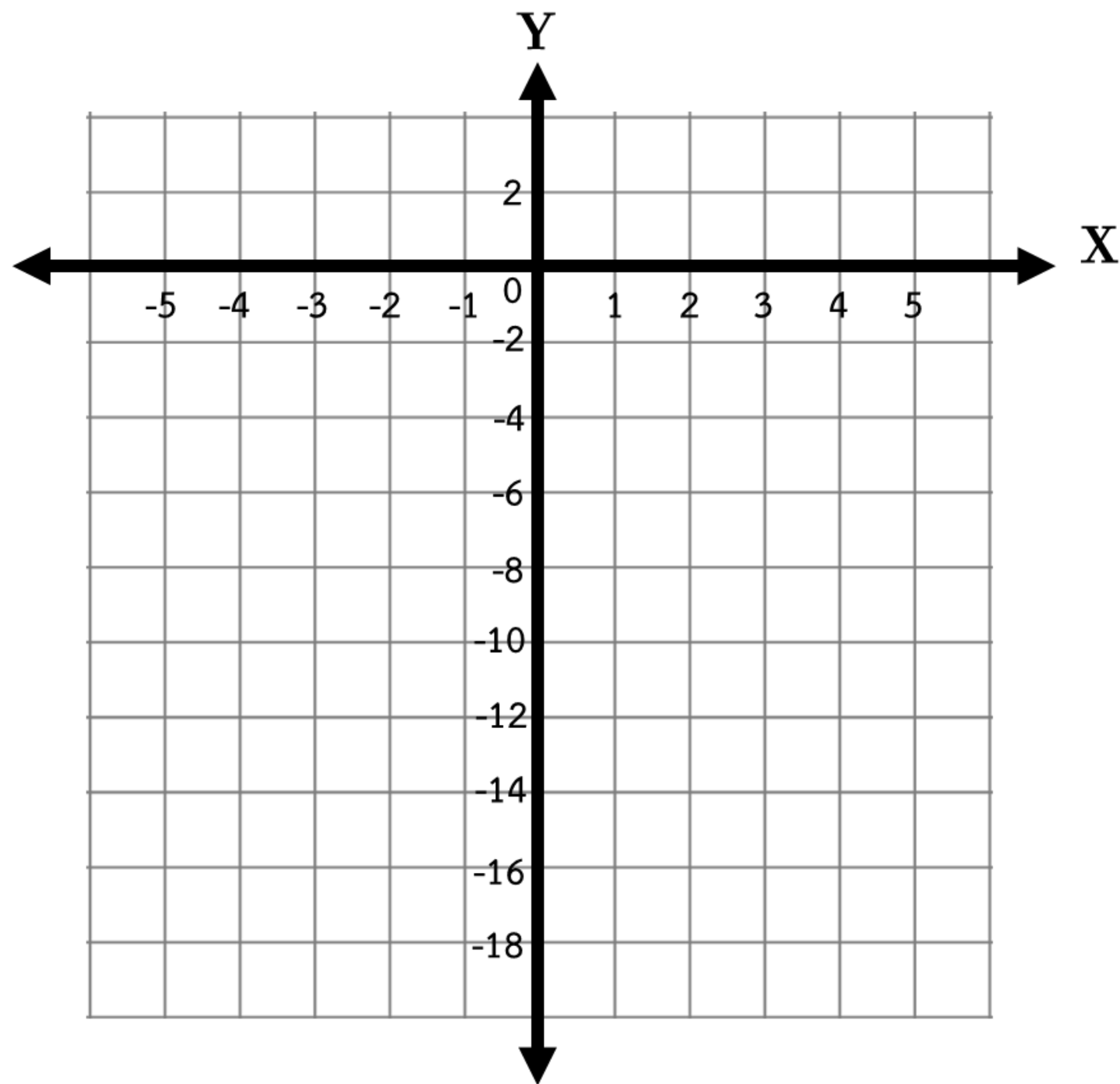
1. กำหนดค่า x ดังในตาราง ให้นักเรียนเติมค่า y ที่สอดคล้องกับสมการที่กำหนดให้ลงในตารางให้ถูกต้อง

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = -x^2$							
$y = -2x^2$							
$y = -\frac{1}{2}x^2$							



ใบกิจกรรม 2

ตอนที่ 3 กราฟของ $y = ax^2$ เมื่อ $a < 0$



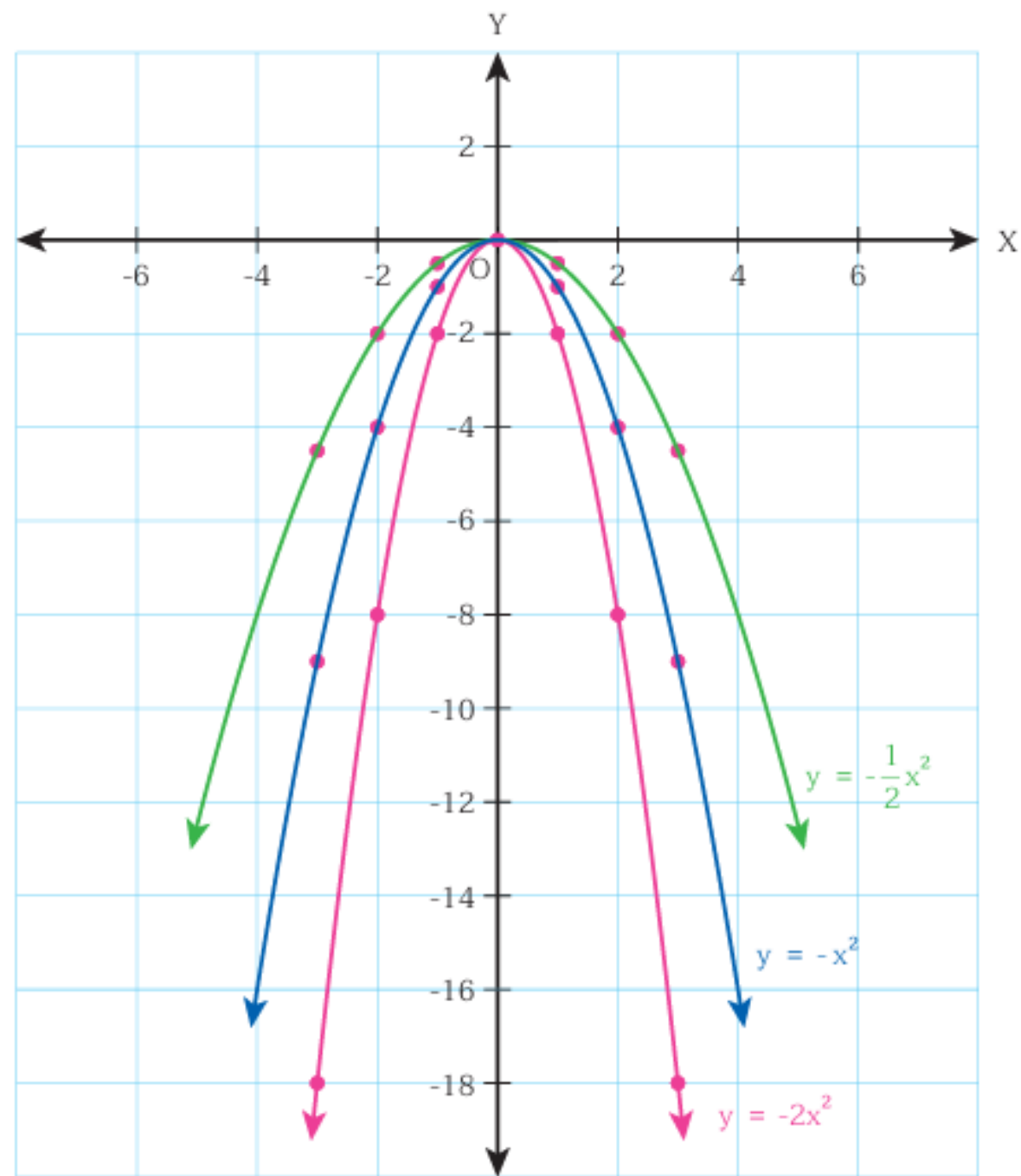
2. นำคู่อันดับ (x, y) จากตารางในข้อ 1 มาเขียนกราฟของแต่ละสมการ โดยใช้แกนคู่เดียวกัน

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = -x^2$	-9	-4	-1	0	-1	-4	-9
$y = -2x^2$	-18	-8	-2	0	-2	-8	-18
$y = -\frac{1}{2}x^2$	$-\frac{9}{2}$	-2	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-2	$-\frac{9}{2}$



ใบกิจกรรม 2

ตอนที่ 3 กราฟของ $y = ax^2$ เมื่อ $a < 0$



3. ให้นักเรียนพิจารณาสมการของพาราโบลาและกราฟที่ได้
ในข้อ 2 แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

1) กราฟทั้งสามมีลักษณะเป็นพาราโบลาคว่ำหรือหงาย

พาราโบลาคว่ำ

2) กราฟทั้งสามเป็นรูปสมมาตรหรือไม่ ถ้าเป็น มีเส้นตรงใดเป็นแกนสมมาตร

เป็นรูปสมมาตร โดยมีเส้นตรง $x = 0$ หรือแกน Y เป็นแกนสมมาตร

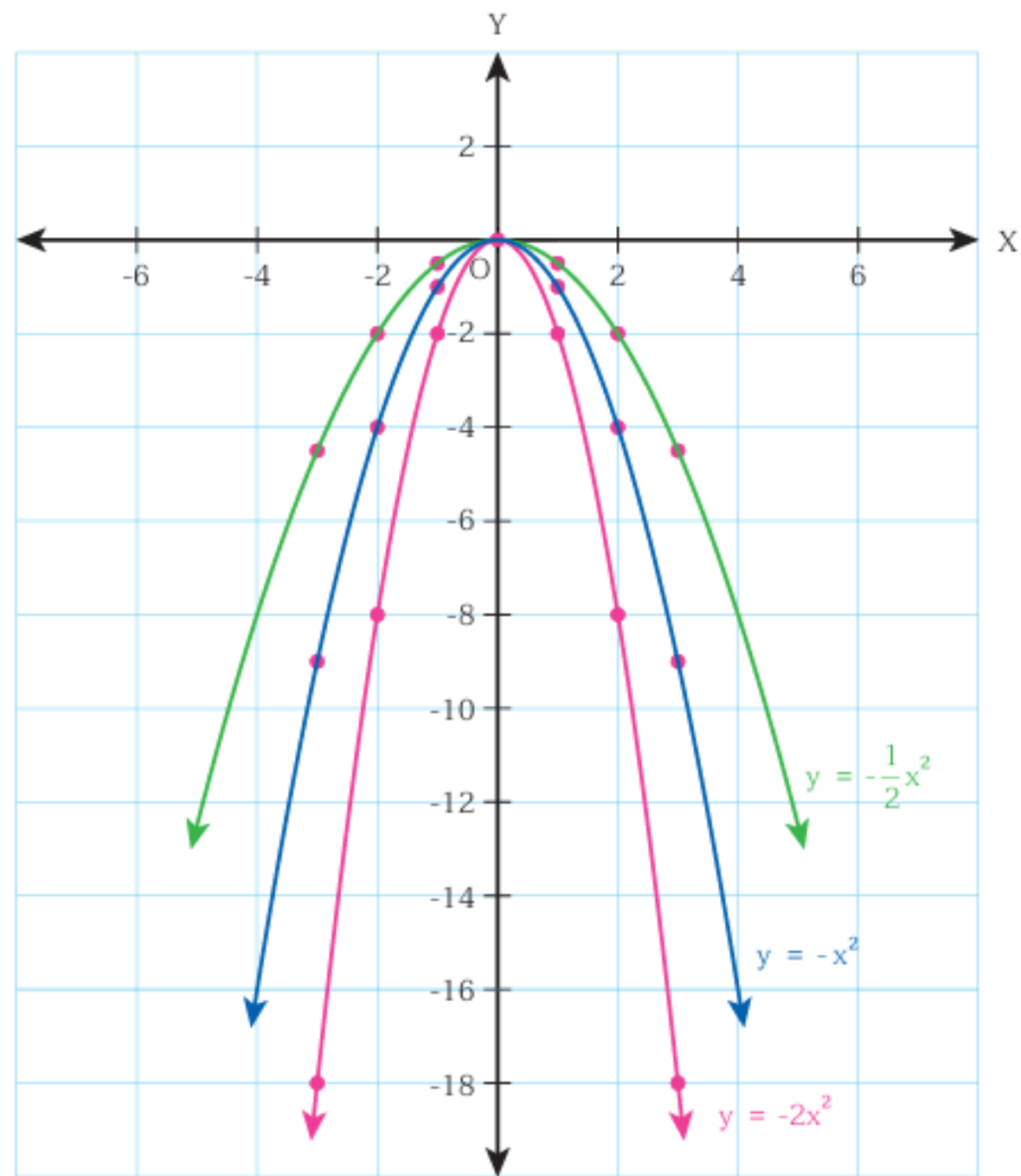
3) ถ้า $x > 0$ และมีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ แล้วค่า y จะเปลี่ยนแปลงอย่างไร

ค่า y ลดลงเรื่อย ๆ



ใบกิจกรรม 2

ตอนที่ 3 กราฟของ $y = ax^2$ เมื่อ $a < 0$



3. ให้นักเรียนพิจารณาสมการของพาราโบลาและกราฟที่ได้
ในข้อ 2 แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

4) ถ้า $x = 0$ แล้วค่า y เป็นเท่าใด

0

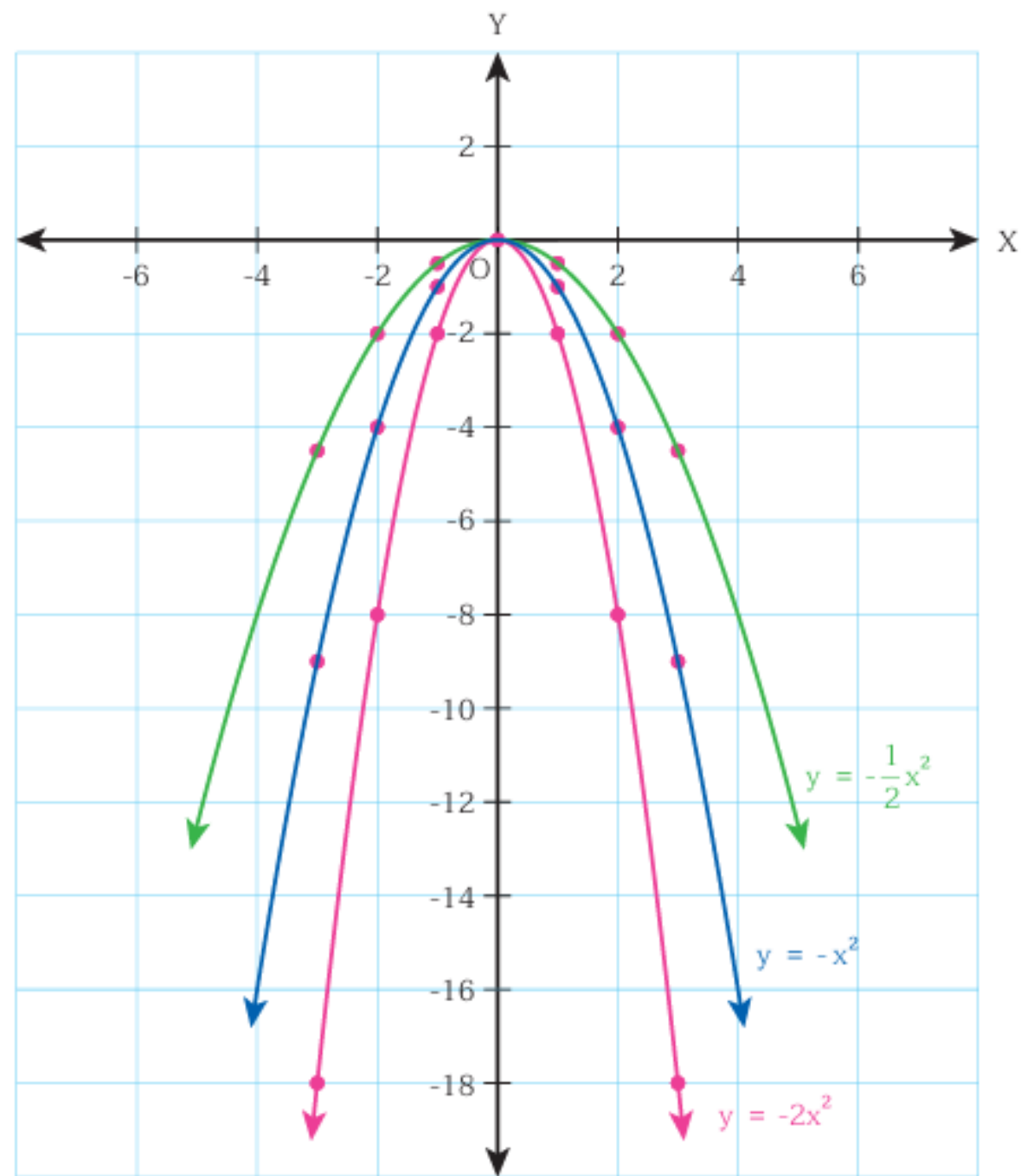
5) ถ้า $x < 0$ และมีค่าลดลงเรื่อย ๆ แล้วค่า y จะเปลี่ยนแปลง
อย่างไร

ค่า y ลดลงเรื่อย ๆ



ใบกิจกรรม 2

ตอนที่ 3 กราฟของ $y = ax^2$ เมื่อ $a < 0$



3. ให้นักเรียนพิจารณาสมการของพาราโบลาและกราฟที่ได้
ในข้อ 2 แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

6) จุดสูงสุดของแต่ละกราฟคือจุดใด และค่าสูงสุดของ y ในสมการเป็นเท่าใด

จุดสูงสุดของกราฟของสมการ $y = -2x^2$ คือ $(0, 0)$ และมีค่าสูงสุดของ y เป็น 0

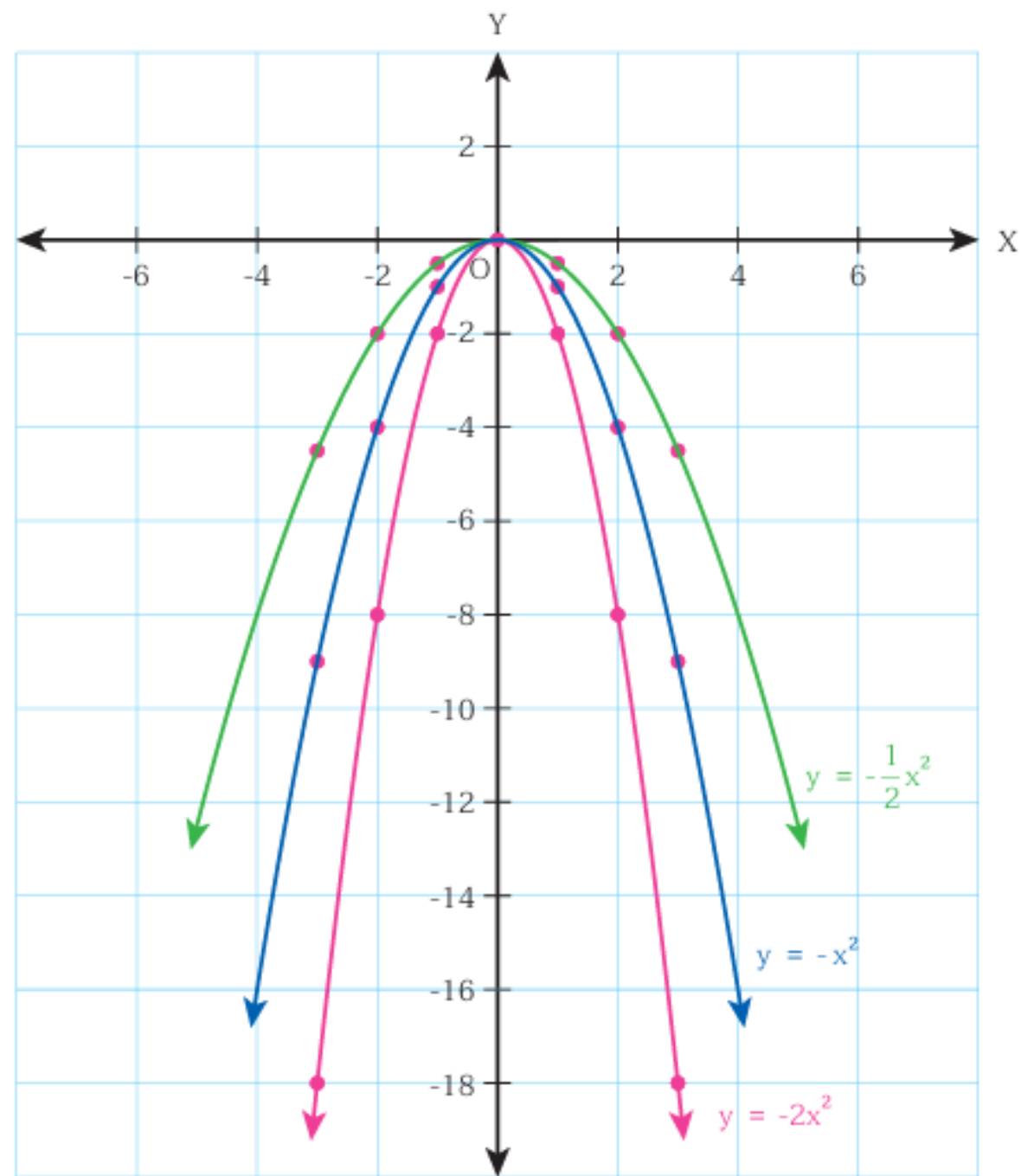
จุดสูงสุดของกราฟของสมการ $y = -x^2$ คือ $(0, 0)$ และมีค่าสูงสุดของ y เป็น 0

จุดสูงสุดของกราฟของสมการ $y = -\frac{1}{2}x^2$ คือ $(0, 0)$ และมีค่าสูงสุดของ y เป็น 0



ใบกิจกรรม 2

ตอนที่ 3 กราฟของ $y = ax^2$ เมื่อ $a < 0$



3. ให้นักเรียนพิจารณาสมการของพาราโบลาและกราฟที่ได้
ในข้อ 2 แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

7) ค่าสูงสุดของ y ได้มาจาก x ค่าใด

ค่าสูงสุดของ y เป็น 0 ได้มาจากค่า x เป็น 0

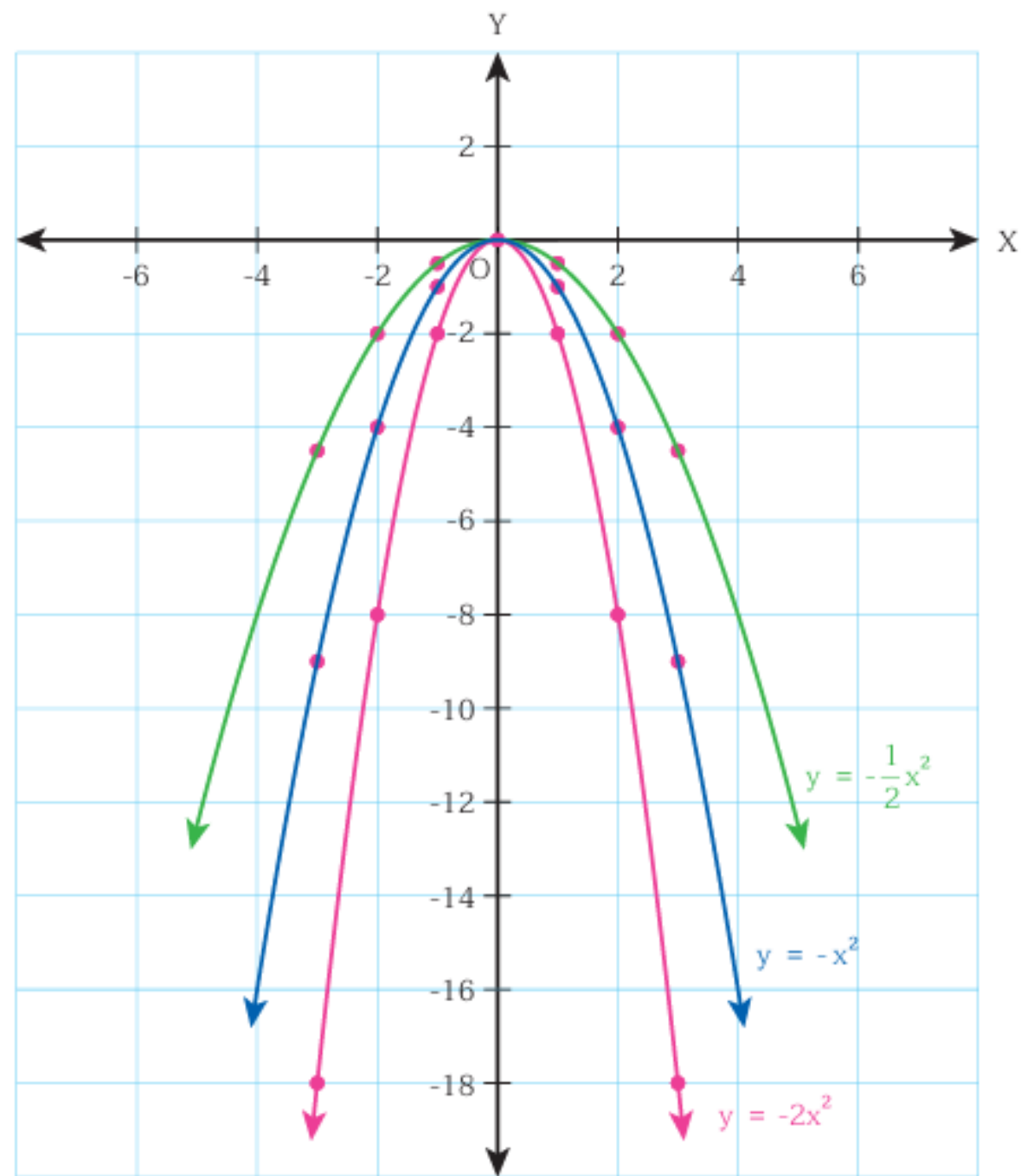
8) ค่าต่ำสุดของ y มีหรือไม่ เพราะเหตุใด

ไม่มี เพราะ ค่า y ลดลงเรื่อย ๆ ไม่มีที่สิ้นสุด



ใบกิจกรรม 2

ตอนที่ 3 กราฟของ $y = ax^2$ เมื่อ $a < 0$



3. ให้นักเรียนพิจารณาสมการของพาราโบลาและกราฟที่ได้
ในข้อ 2 แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

9) กราฟทั้งสามจะบานมากหรือบานน้อยขึ้นอยู่กับค่าใด
อย่างไร

ค่า a กล่าวคือ

ถ้า a มีค่ามาก กราฟจะบานมาก

แต่ถ้า a มีค่าน้อย กราฟจะบานน้อย

สรุปความรู้ที่ได้จากการทำกิจกรรม

จากการสำรวจกราฟของ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ จะเห็นว่า คำตอบที่ได้เป็นไปตามลักษณะทั่วไปของกราฟของสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ ดังนี้

1. กราฟเป็นพาราโบลาที่เป็นรูปสมมาตร โดยมีแกน Y (เส้นตรง $x = 0$) เป็นแกนสมมาตร

❖ ถ้า $a > 0$ กราฟมีลักษณะเป็น _____ มี _____ แต่ไม่มี _____

❖ ถ้า $a < 0$ กราฟมีลักษณะเป็น _____ มี _____ แต่ไม่มี _____

2. กราฟจะบานน้อยหรือมาก ขึ้นอยู่กับค่า a กล่าวคือ

❖ ถ้า $|a|$ มีค่าน้อยลงเรื่อย ๆ กราฟจะบาน _____ ในทางกลับกัน

❖ ถ้า $|a|$ มีค่ามากขึ้นเรื่อย ๆ กราฟจะบาน _____

3. จุดต่ำสุดหรือจุดสูงสุดของกราฟอยู่ที่จุด _____ ค่าต่ำสุดหรือค่าสูงสุดของ y เท่ากับ _____



แบบฝึกหัด 3 : กราฟของ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง
รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค23101 ภาคเรียนที่ 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

จงพิจารณาว่าพาราโบลา C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 และ C_6 เป็นกราฟของสมการใดต่อไปนี้

___ 1) $y = -3x^2$

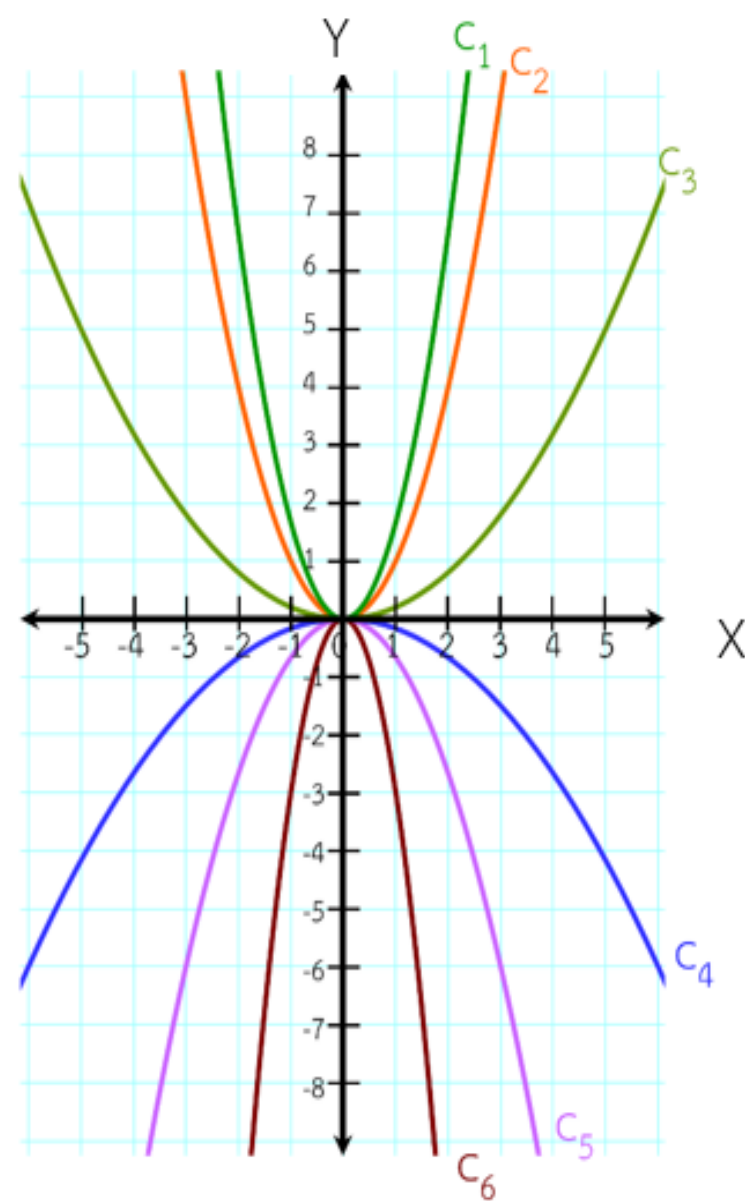
___ 2) $y = x^2$

___ 3) $y = -\frac{2}{3}x^2$

___ 4) $y = \frac{1}{5}x^2$

___ 5) $y = -\frac{1}{6}x^2$

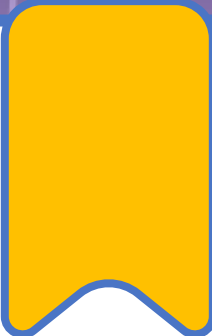
___ 6) $y = \frac{5}{3}x^2$



แบบฝึกหัด 3

เรื่อง กราฟของ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$

สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th



สรุป... กราฟของสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ มีลักษณะดังนี้

1) กราฟเป็นพาราโบลาที่เป็นรูปสมมาตร โดยมีแกน Y (เส้นตรง $x = 0$)

เป็นแกนสมมาตร

ถ้า $a > 0$ กราฟมีลักษณะเป็นพาราโบลาหงาย มีจุดต่ำสุด แต่ไม่มีจุดสูงสุด

ถ้า $a < 0$ กราฟมีลักษณะเป็นพาราโบลาคอว่า มีจุดสูงสุด แต่ไม่มีจุดต่ำสุด

2) กราฟจะบานน้อยหรือมาก ขึ้นอยู่กับค่า a กล่าวคือ

ถ้า $|a|$ มีค่าน้อยลงเรื่อย ๆ กราฟจะบานมากขึ้นเรื่อย ๆ

ถ้า $|a|$ มีค่ามากขึ้นเรื่อย ๆ กราฟจะบานน้อยลงเรื่อย ๆ

3) จุดต่ำสุดหรือจุดสูงสุดของกราฟอยู่ที่จุด $(0, 0)$ ค่าต่ำสุดหรือค่าสูงสุดของ y เท่ากับ 0



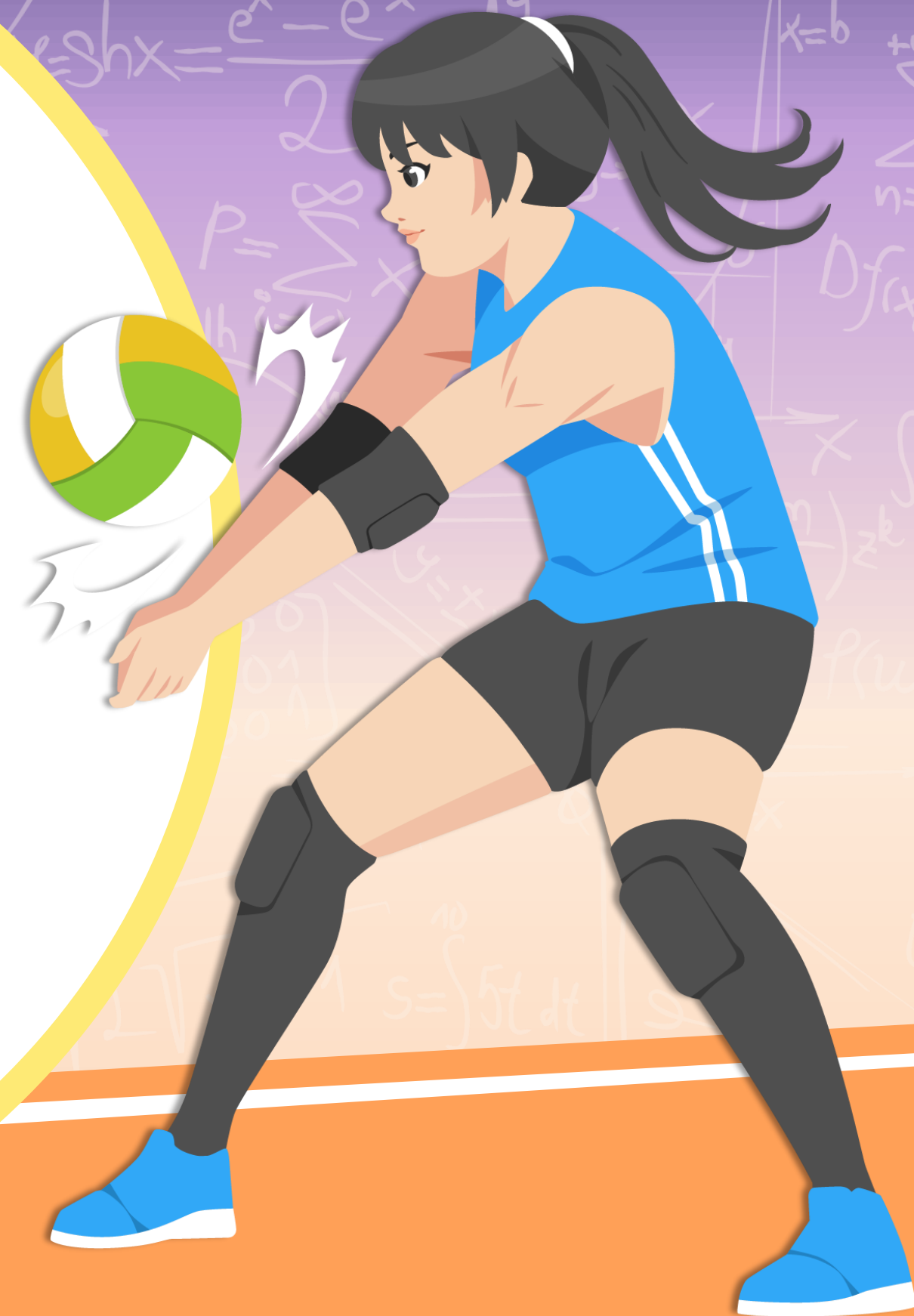
บทเรียนครั้งต่อไป

เรื่อง พาราโบลาที่กำหนด

ด้วยสมการ $y = ax^2 + k$

เมื่อ $a \neq 0$

ดาวน์โหลดเอกสารได้ที่ www.dltv.ac.th





สิ่งที่โรงเรียนปลายทาง ต้องเตรียม

ใบกิจกรรม 3 : สำรองกราฟของ $y = ax^2 + k$

เมื่อ $a \neq 0$

แบบฝึกหัด 4 : กราฟของ $y = ax^2 + k$

เมื่อ $a \neq 0$

ดาวน์โหลดเอกสารได้ที่ www.dltv.ac.th

