

รายวิชา คณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค22101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การแปลงทางเรขาคณิต

เรื่อง การสะท้อนในระบบพิกัดฉาก (2)

ครูผู้สอน ครุณรงค์ สุขใส





การสะท้อนในระบบ พิกัดฉาก (2)

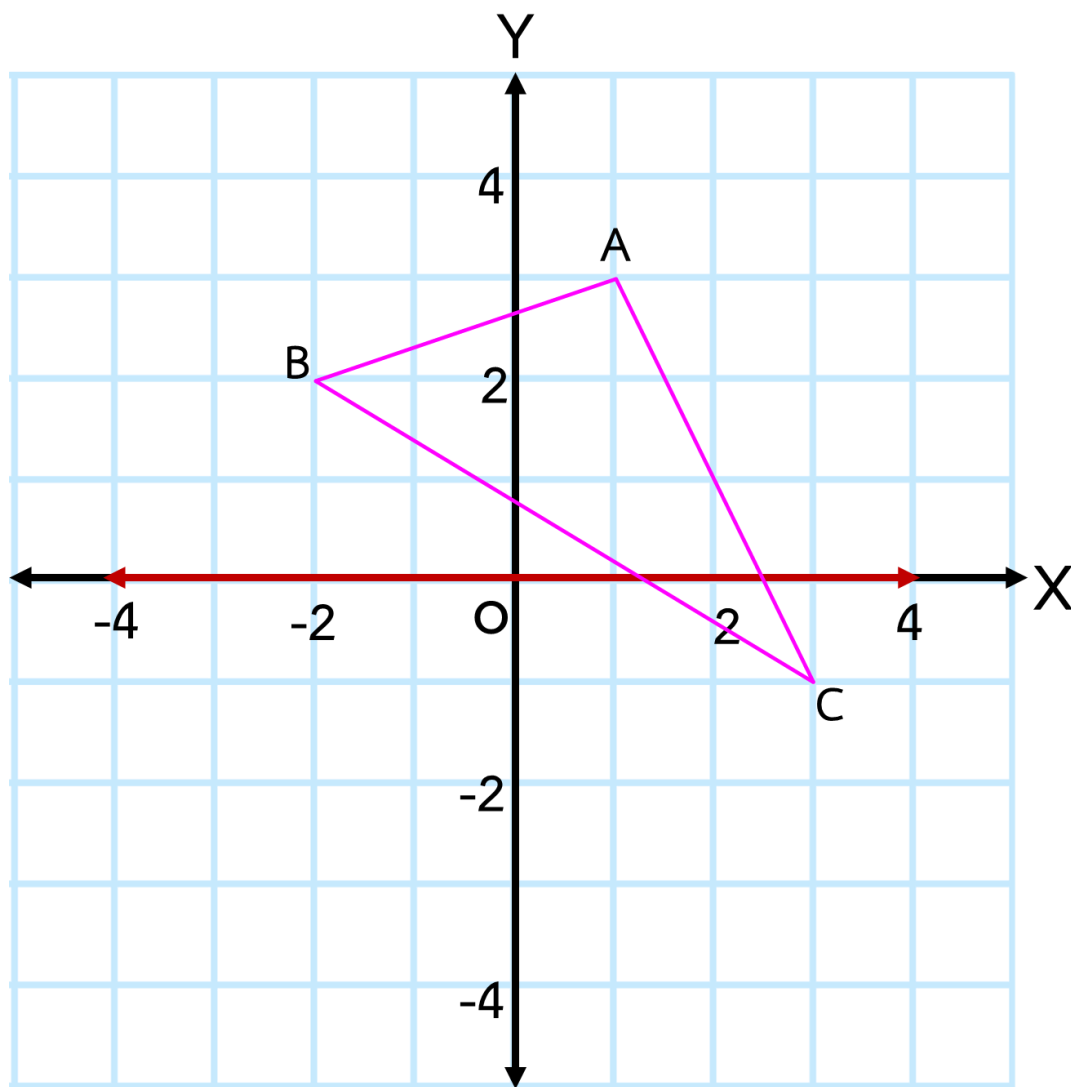




จุดประสงค์การเรียนรู้

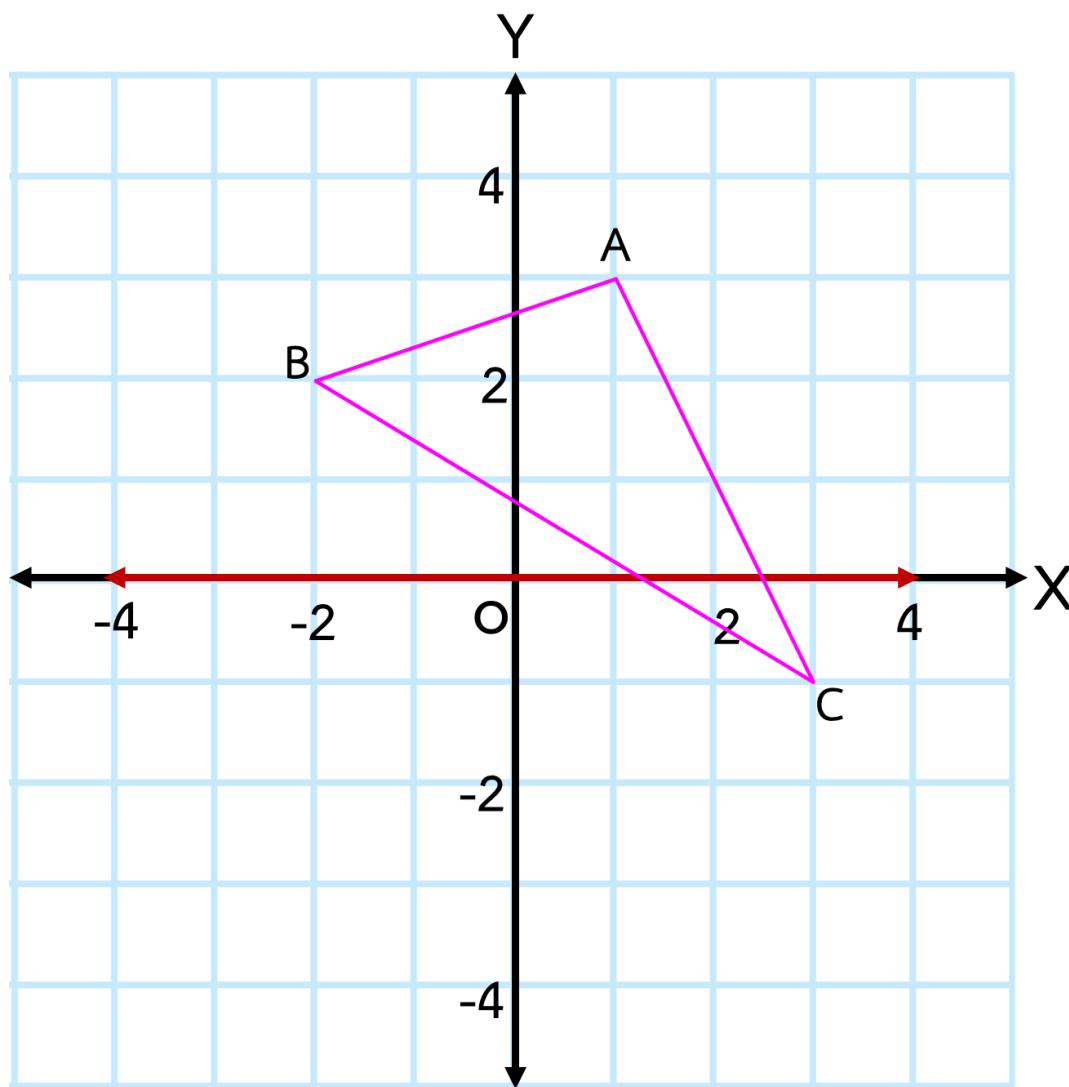
นักเรียนสามารถ

- 1) หาภาพที่ได้จากการสะท้อนรูปต้นแบบ
- 2) นำความรู้เรื่องการสะท้อนไปใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการหาพื้นที่ของรูปเรขาคณิต



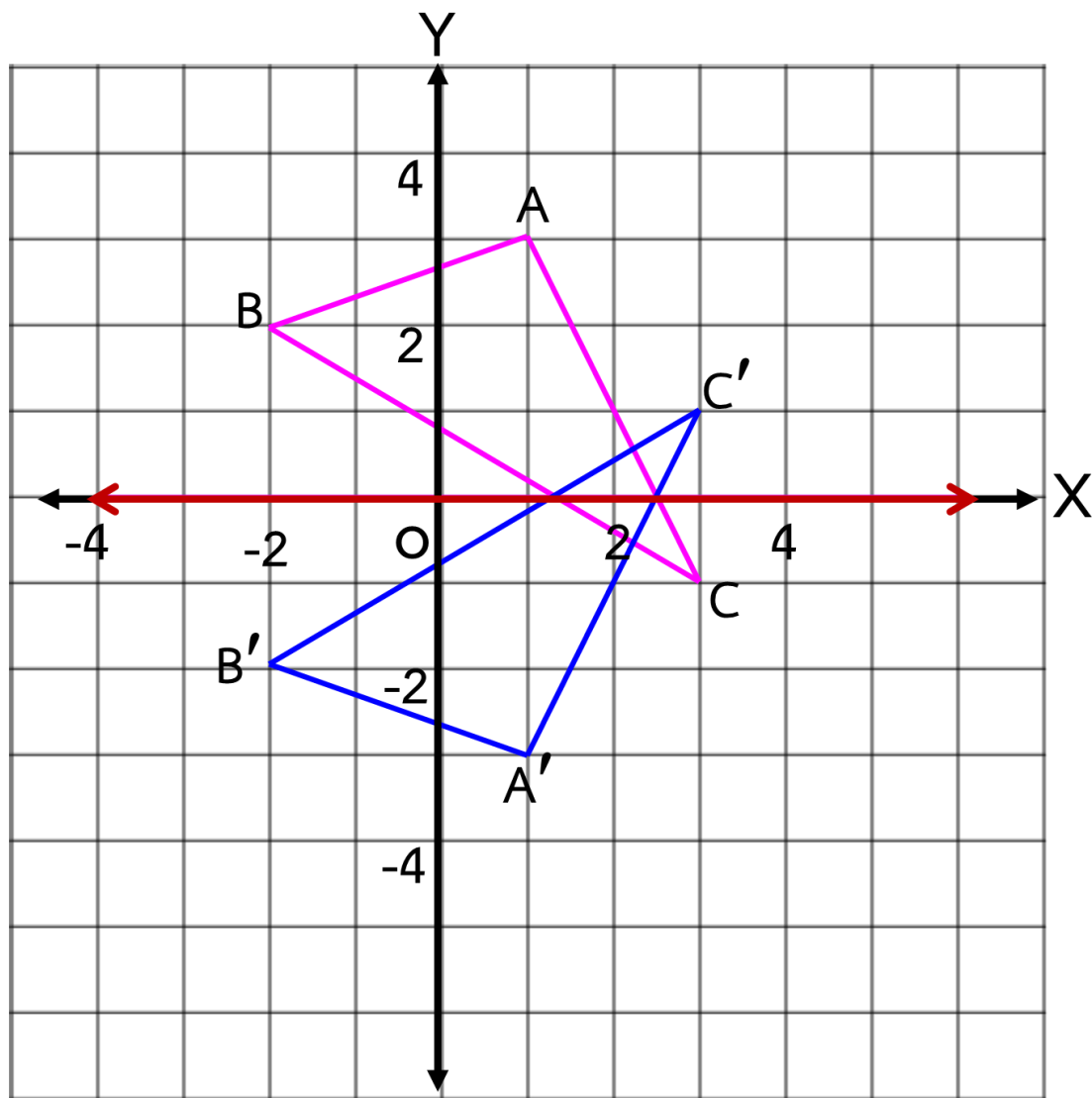
จุด A' , B' และ C' ซึ่งเป็น
ภาพที่ได้จากการสะท้อนจุด A ,
 B และ C จะมีพิกัดเป็นอะไร

$A'(1, -3)$, $B'(-2, -2)$
และ $C'(3, 1)$



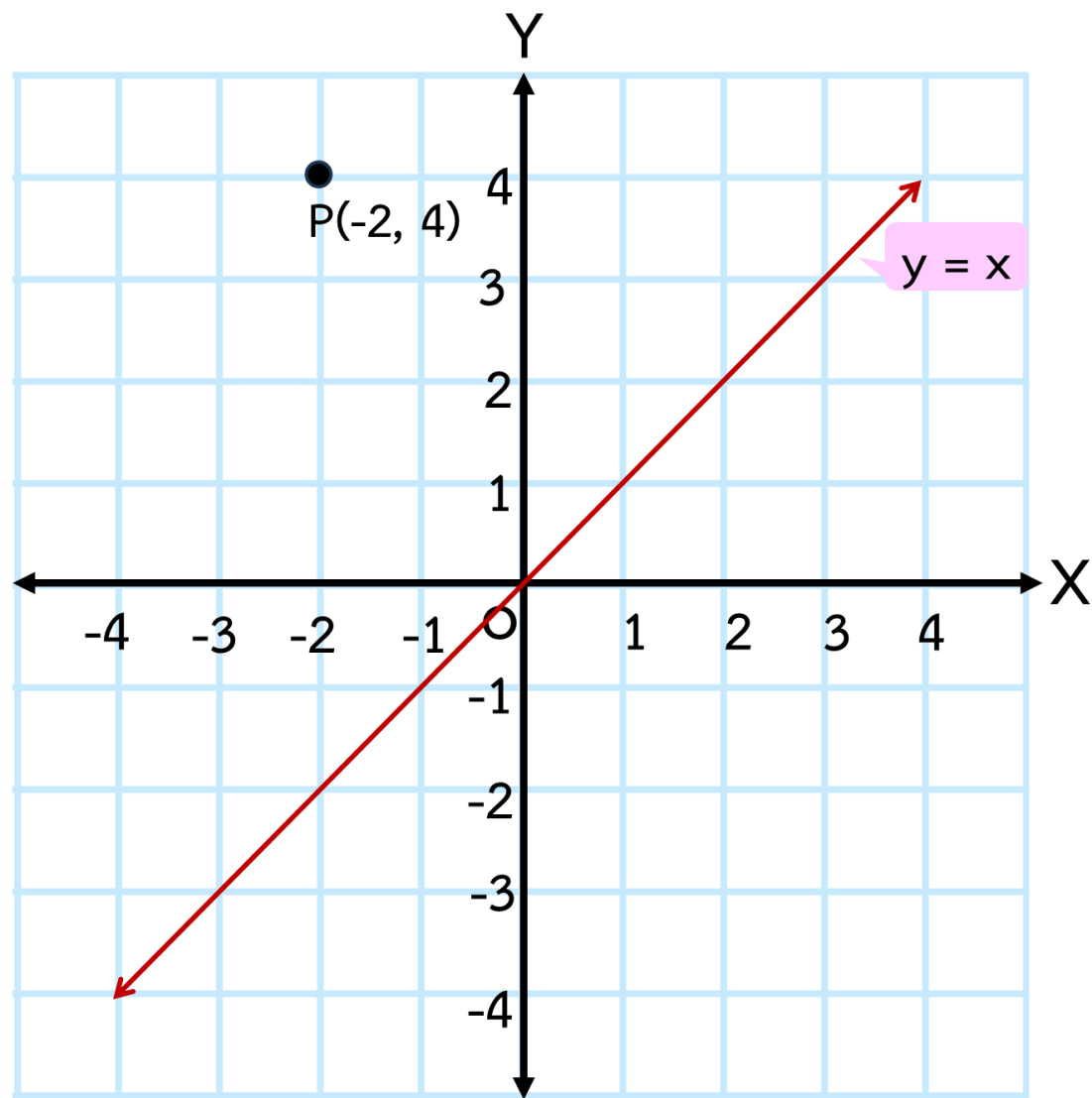
ถ้าพิกัดของจุด C เป็น $(-3, -1)$
แล้วพิกัดของจุด C'
จะเป็นอะไร

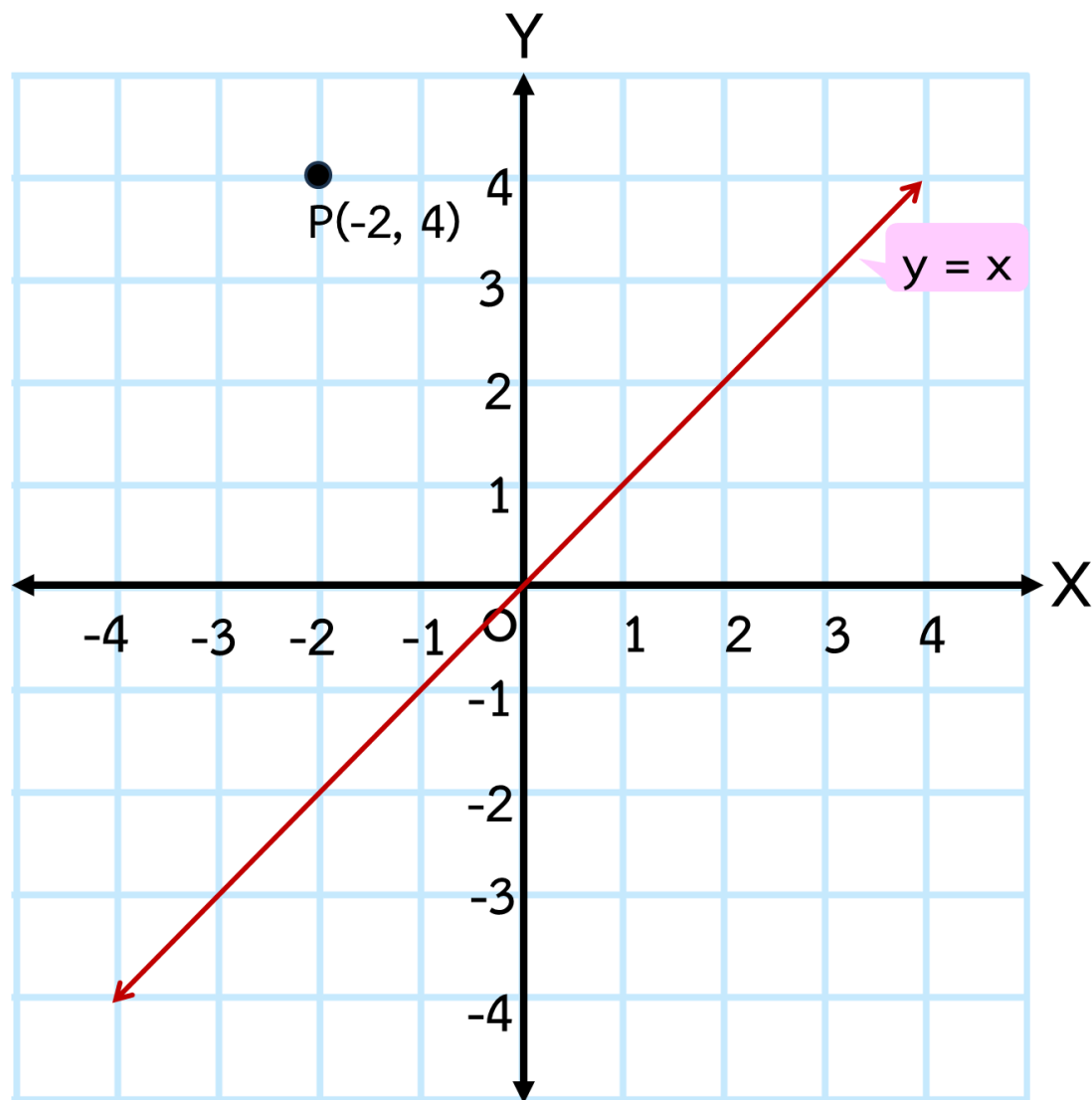
พิกัดของจุด C' คือ
 $(-3, 1)$



ถ้าจุด C และจุด C' เป็น
จุดเดียวกัน แล้วพิกัดของ
จุด C จะเป็นอะไร

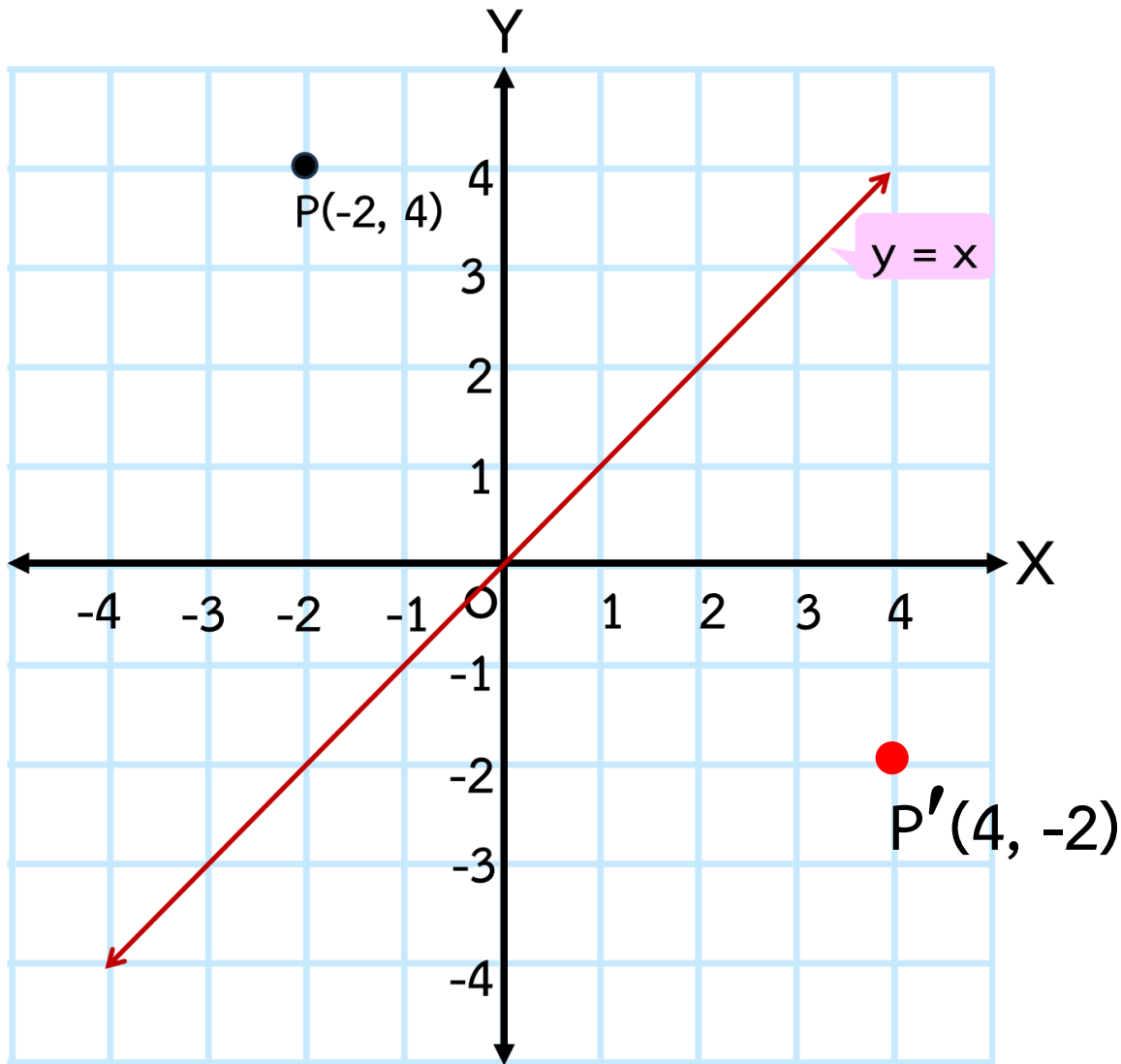
พิกัดของจุด C ที่ทำให้
จุด C และจุด C' เป็น
จุดเดียวกัน คือ $(x, 0)$





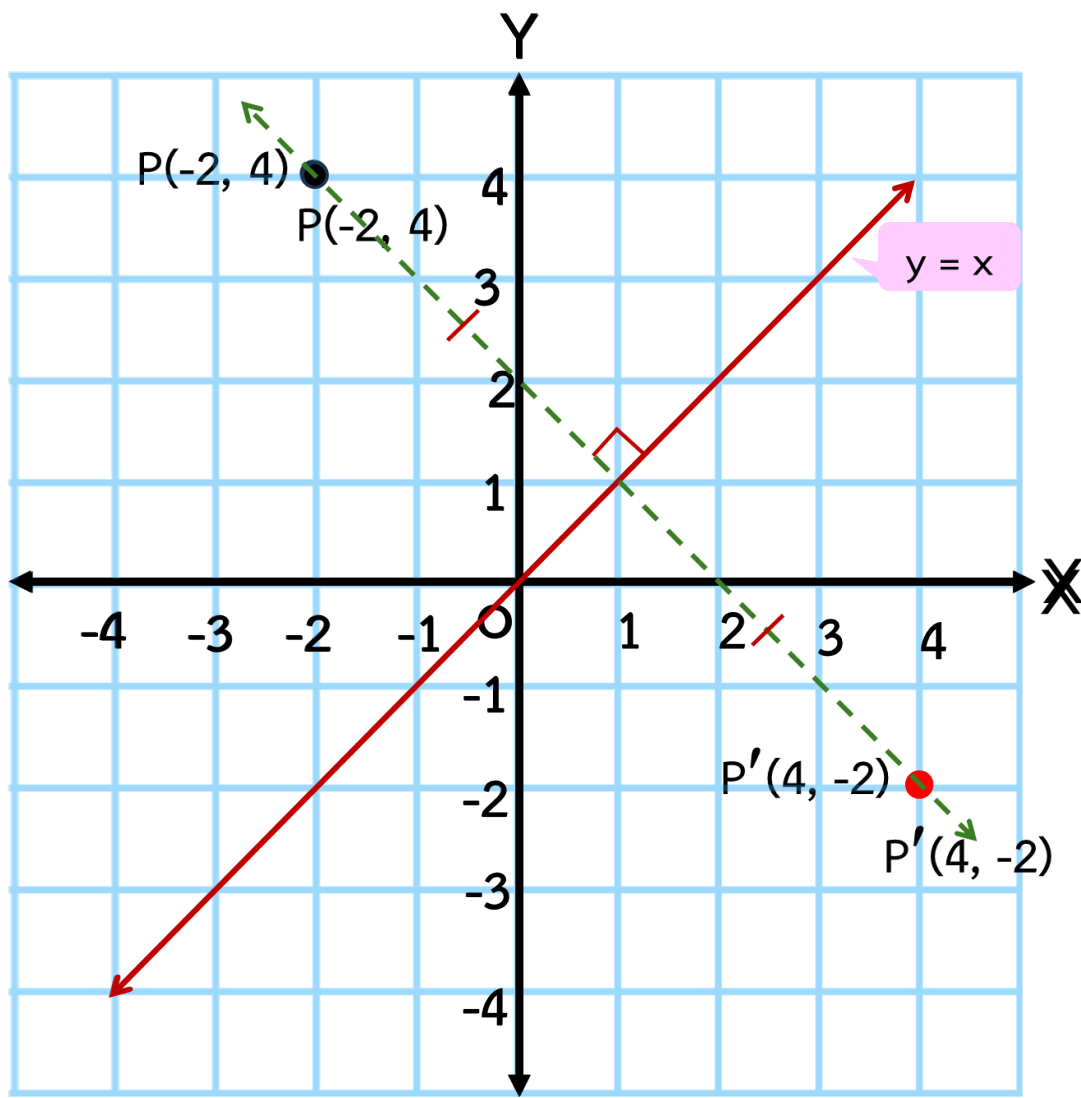
จุด P
อยู่ในจุดภาคใด

จุดภาคที่ 2



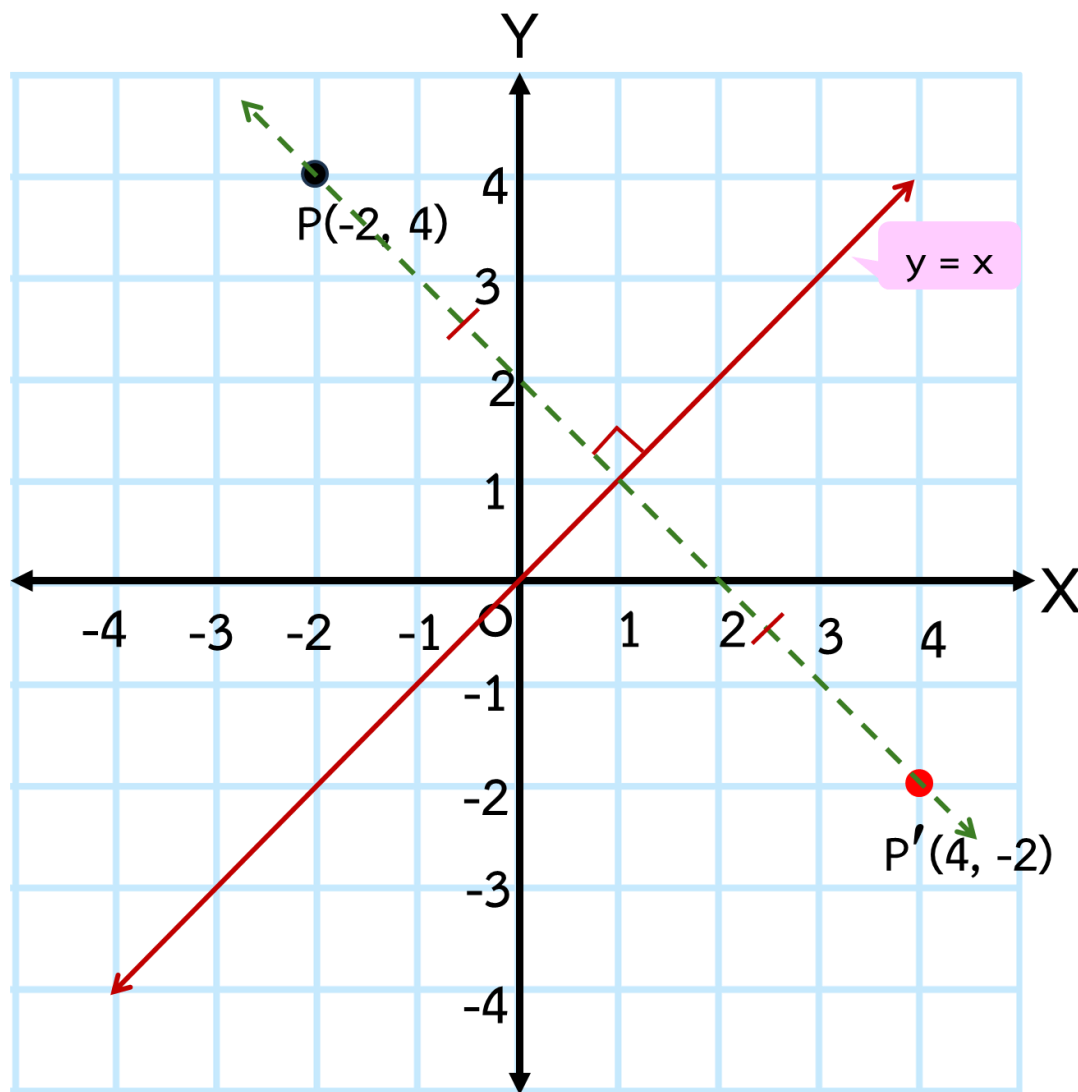
จุด P' ซึ่งเป็นภาพที่ได้
จากการสะท้อนจุด P
น่าจะอยู่ในจตุภาคใด

จตุภาคที่ 4



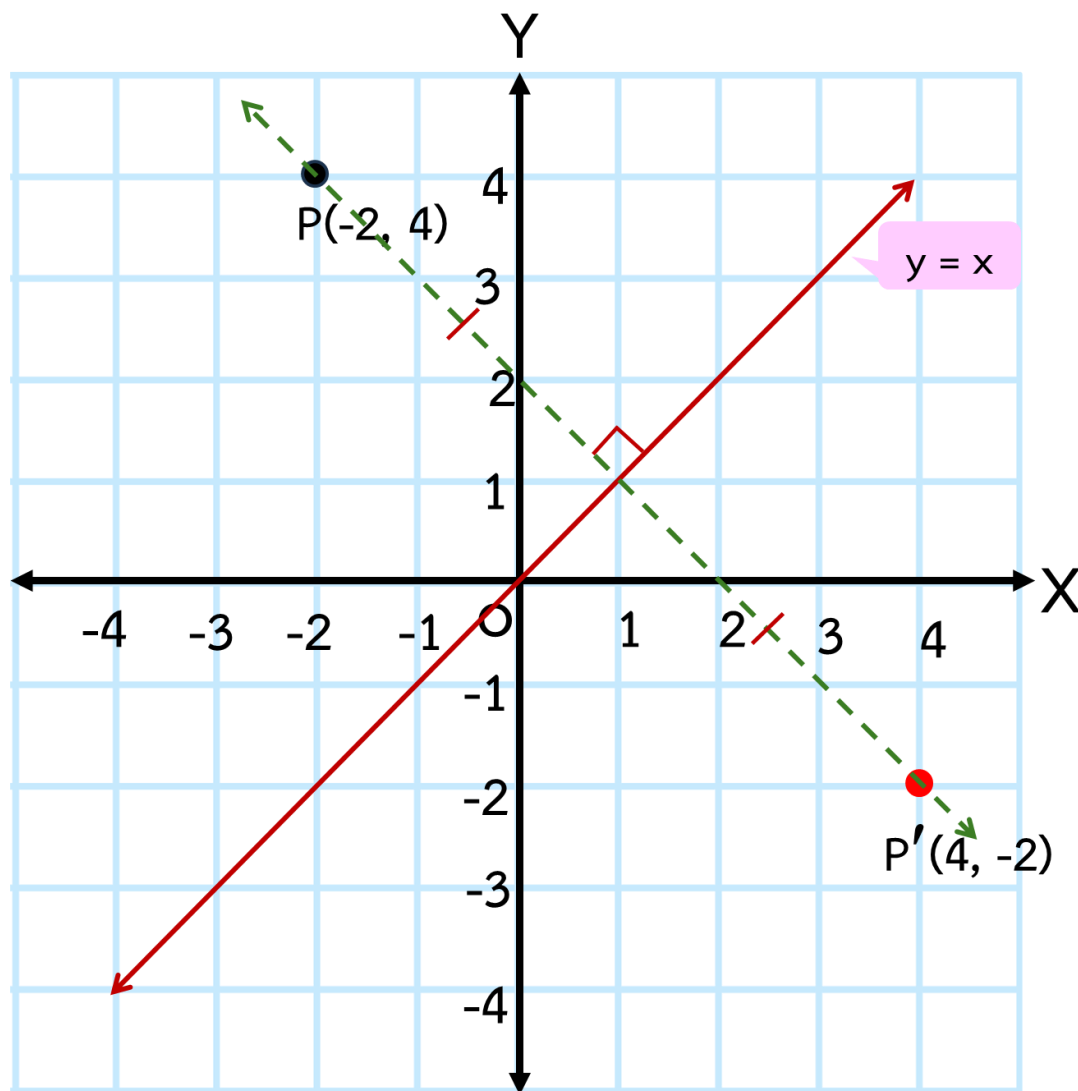
ระยะห่างระหว่างจุด P กับ
เส้นสะท้อน ต้องพิจารณา
อย่างไร

ลากเส้นตรงผ่านจุด P
ให้ตั้งฉากกับเส้นสะท้อน



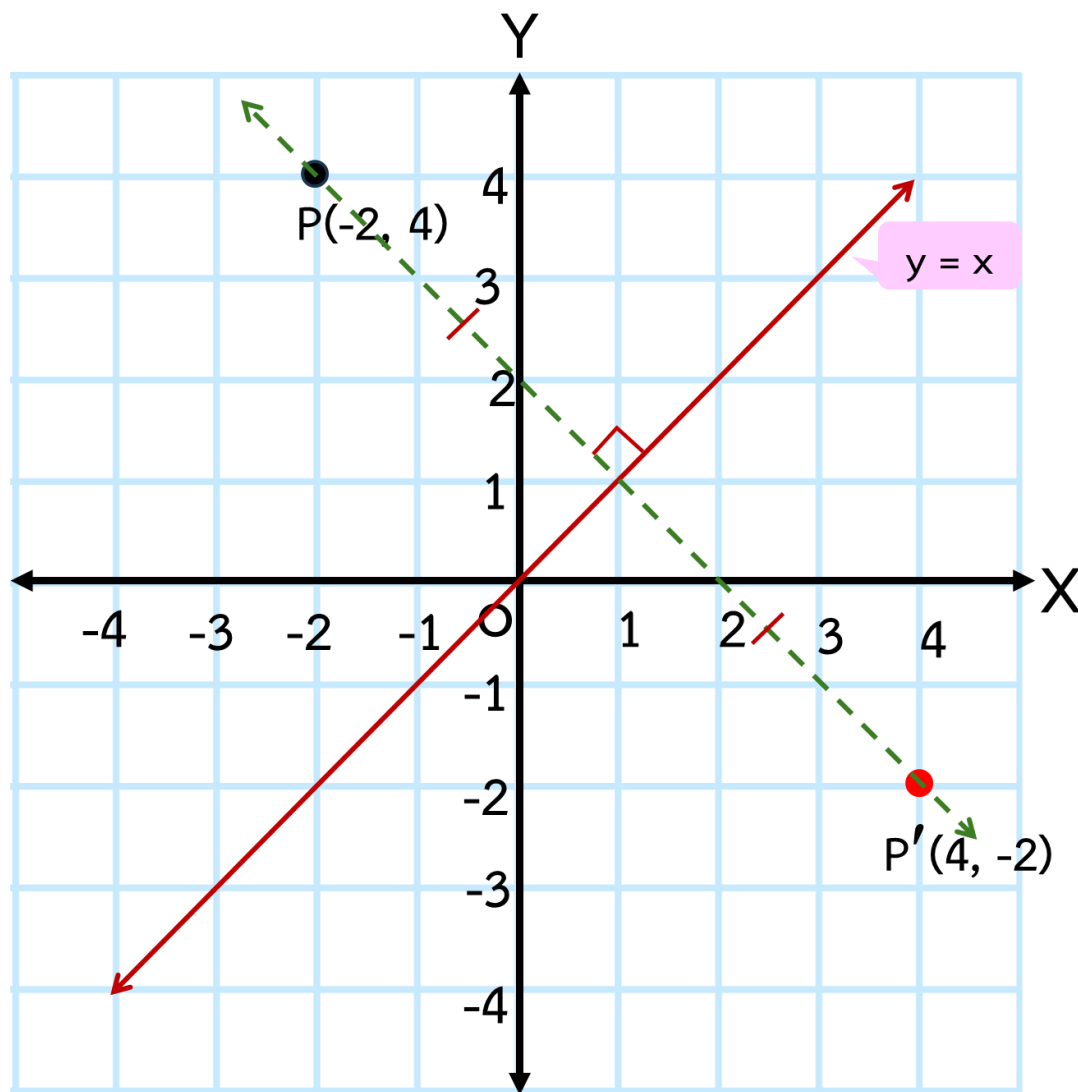
จุด P มีระยะห่างจาก
เส้นสะท้อนกี่ช่อง
ในแนวทแยงมุม

3 ช่อง
ในแนวทแยงมุม



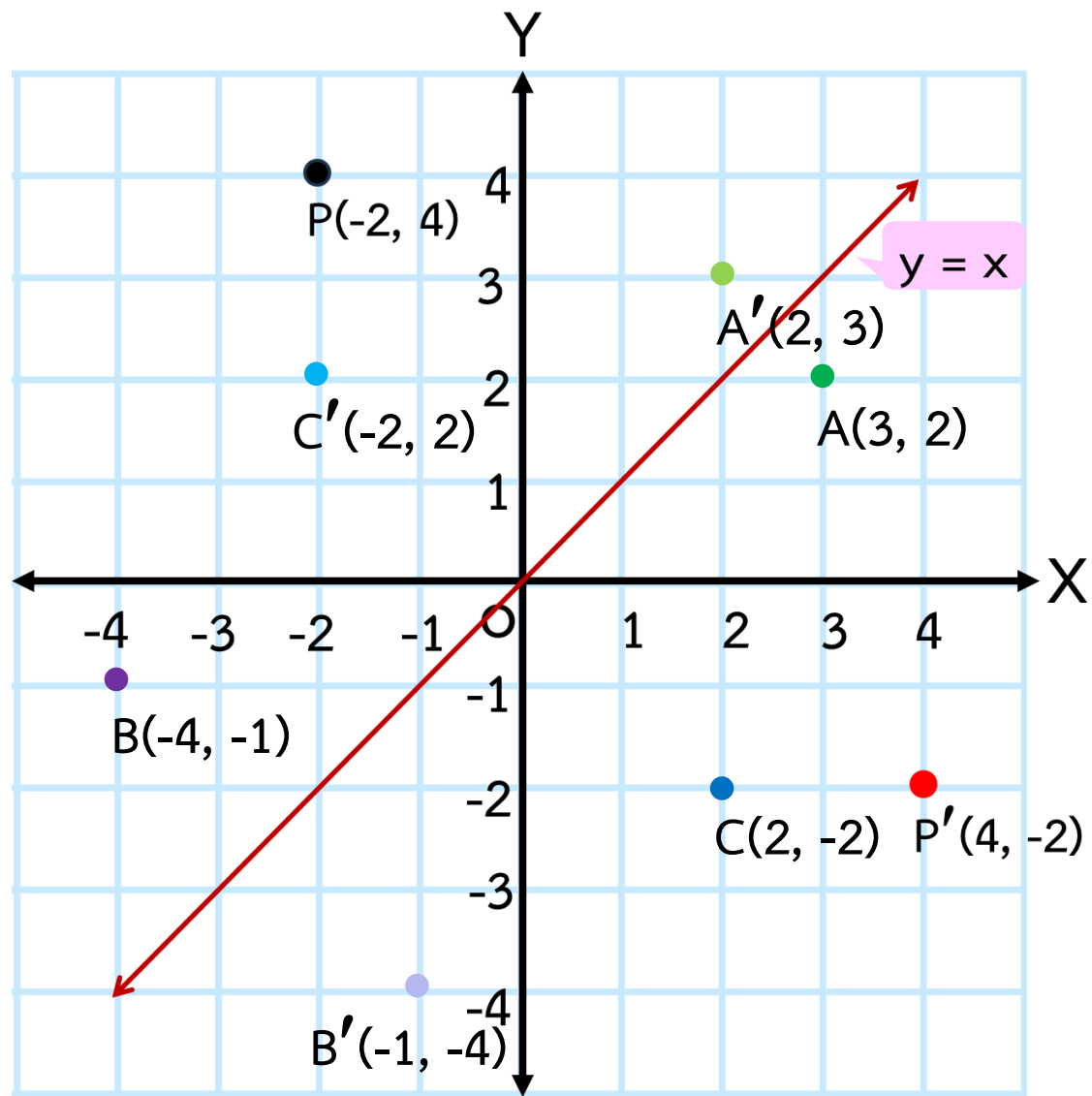
จุด P' มีระยะห่างจาก
เส้นสะท้อนกี่ช่อง
ในแนวทแยงมุม

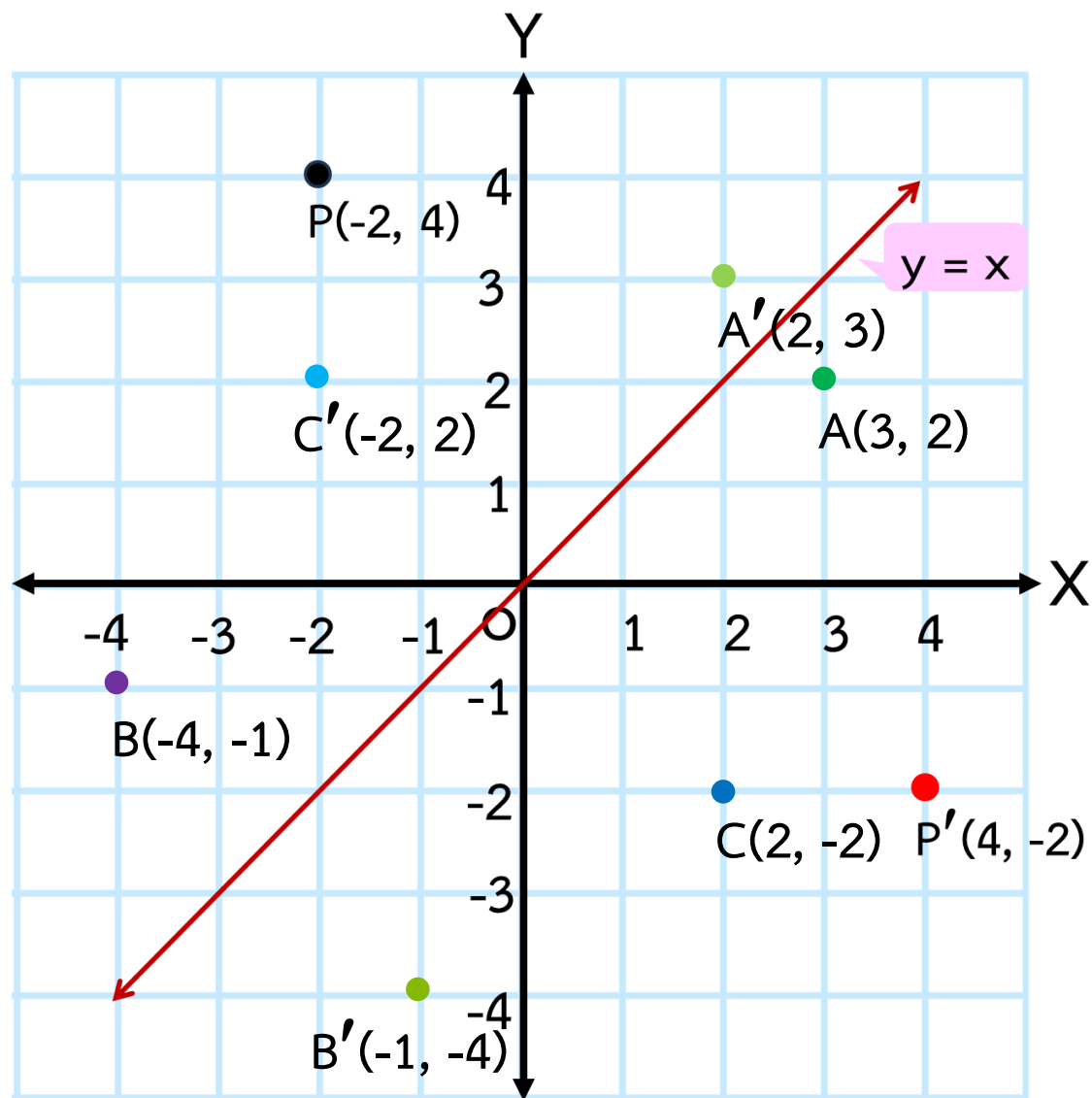
3 ช่อง
ในแนวทแยงมุม



พิกัดของจุด P' เป็นภาพที่ได้
จากการสะท้อนจุด P
คือพิกัดใด

$(4, -2)$





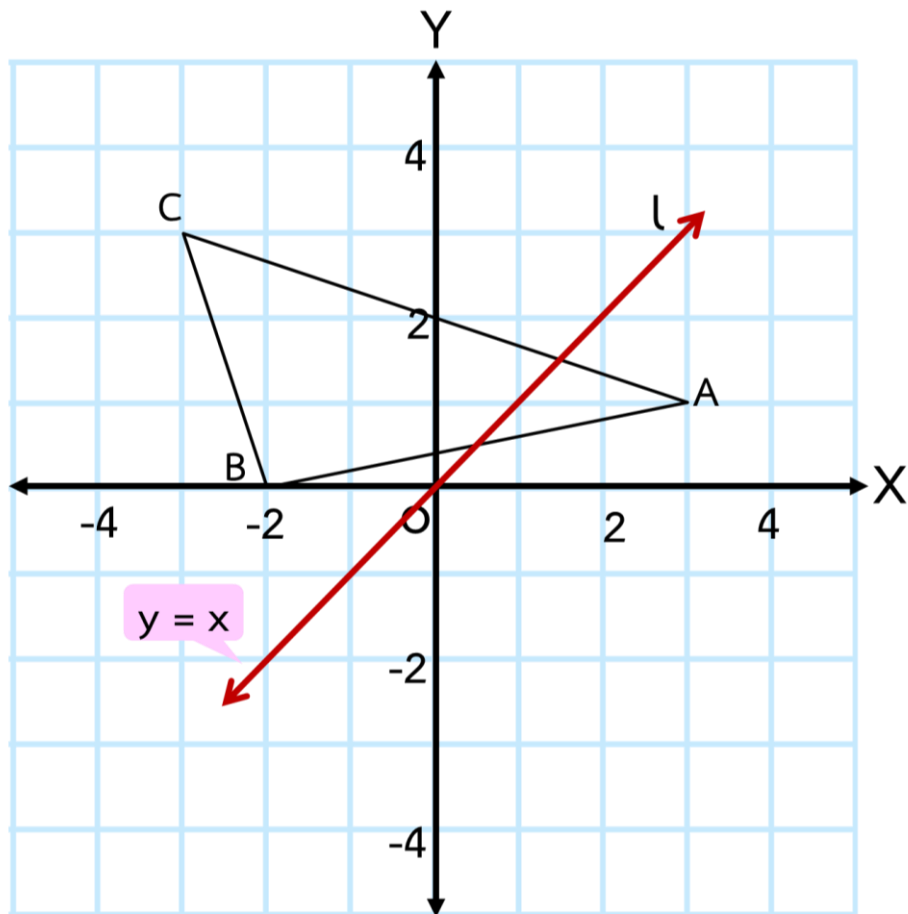
การสะท้อนรูปหลายเหลี่ยม
โดยเส้นสะท้อนไม่ขนานกับแกน X
และไม่ขนานกับแกน Y

พิกัดที่หนึ่ง (x) และพิกัดที่สอง (y)
ของจุดบนภาพที่ได้จาก
การสะท้อนจะเปลี่ยนแปลงไป



ตัวอย่างที่ 1

กำหนด $\triangle ABC$ และให้เส้นตรง l เป็นเส้นสะท้อน ซึ่งมีสมการเป็น $y = x$
จงหา $\triangle A'B'C'$ ภาพที่ได้จากการสะท้อน $\triangle ABC$



วิธีทำ จากสมบัติการสะท้อน
จุดที่สมนัยกันแต่ละคู่จะอยู่ห่างจาก
เส้นตรง l เท่ากัน

จากรูป จุด A มีพิกัดเป็น (3, 1)

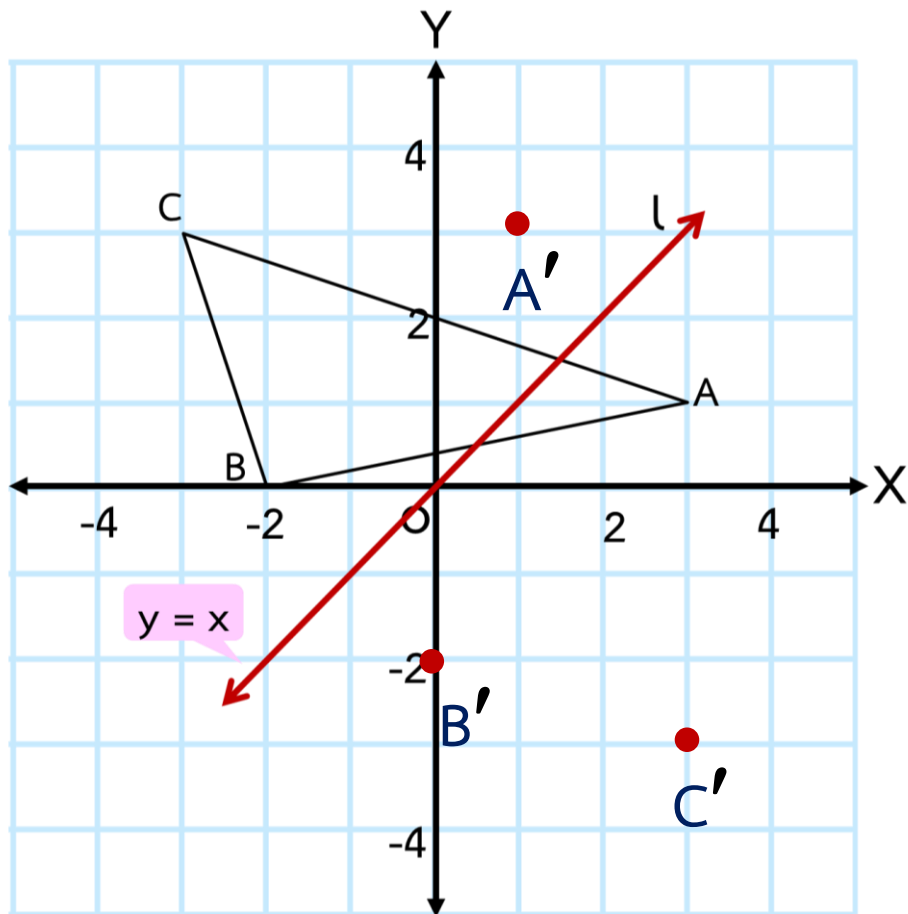
จุด B มีพิกัดเป็น (-2, 0)

จุด C มีพิกัดเป็น (-3, 3)



ตัวอย่างที่ 1

กำหนด $\triangle ABC$ และให้เส้นตรง l เป็นเส้นสะท้อน ซึ่งมีสมการเป็น $y = x$
จงหา $\triangle A'B'C'$ ภาพที่ได้จากการสะท้อน $\triangle ABC$



วิธีทำ

จะได้ จุด A' มีพิกัดเป็น $(1, 3)$

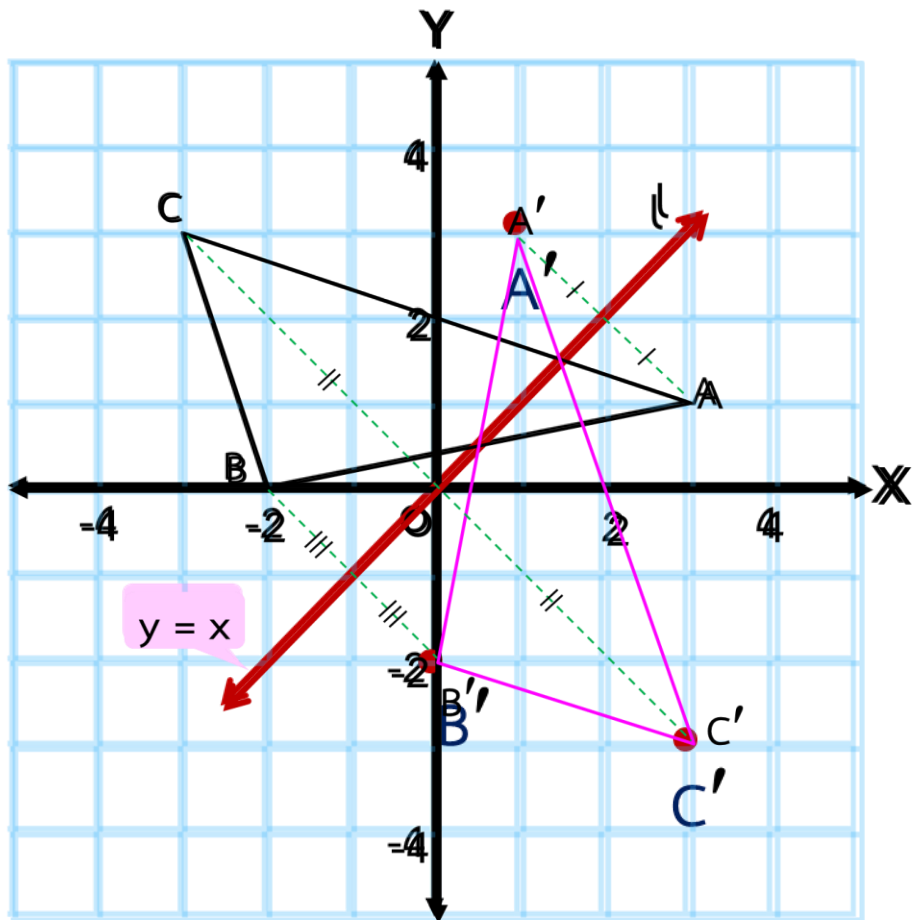
จุด B' มีพิกัดเป็น $(0, -2)$

จุด C' มีพิกัดเป็น $(3, -3)$



ตัวอย่างที่ 1

กำหนด $\triangle ABC$ และให้เส้นตรง l เป็นเส้นสะท้อน ซึ่งมีสมการเป็น $y = x$
จงหา $\triangle A'B'C'$ ภาพที่ได้จากการสะท้อน $\triangle ABC$



วิธีทำ ลาก $\overline{A'B'}$, $\overline{B'C'}$ และ $\overline{C'A'}$

จะได้ $\triangle A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน $\triangle ABC$ ด้วยเส้นสะท้อน l ซึ่งมีสมการเป็น $y = x$

ภาพศิลปะ



ภาพลวดลายประตู













โรงพยาบาลแมคคอร์มิค

ด.พ.รพ.รช



มูลนิธิแห่งสภาคริสตจักรในประเทศไทย

รถฉุกเฉินได้รับอนุญาตแล้ว

ขฉ 7184

เชียงใหม่



AMBULANCE

AMBULANCE

โรงพยาบาลสันทราย จ.เชียงใหม่
เจ็บป่วยฉุกเฉิน โทร. 1669
ตลอด 24 ชม.

ขฉ 8407
เชียงใหม่



เมื่อนักเรียนมองไปที่หน้ารถพยาบาล
สติ๊กเกอร์ที่ติดอยู่หน้ารถพยาบาลมีลักษณะ
เป็นอย่างไร และนักเรียนสามารถอ่านคำนั้น
ได้โดยปกติหรือไม่

คำดังกล่าวมีลักษณะกลับจาก
ซ้ายไปขวา และไม่สามารถอ่าน
ได้ปกติ



ถ้าต้องการอ่านคำที่อยู่หน้า
รถพยาบาลได้ปกติ
ต้องอาศัยการอ่านผ่านสิ่งใด

อ่านผ่านกระจกเงา



สติ๊กเกอร์ที่ติดอยู่หน้า
รถพยาบาลคือคำว่าอะไร



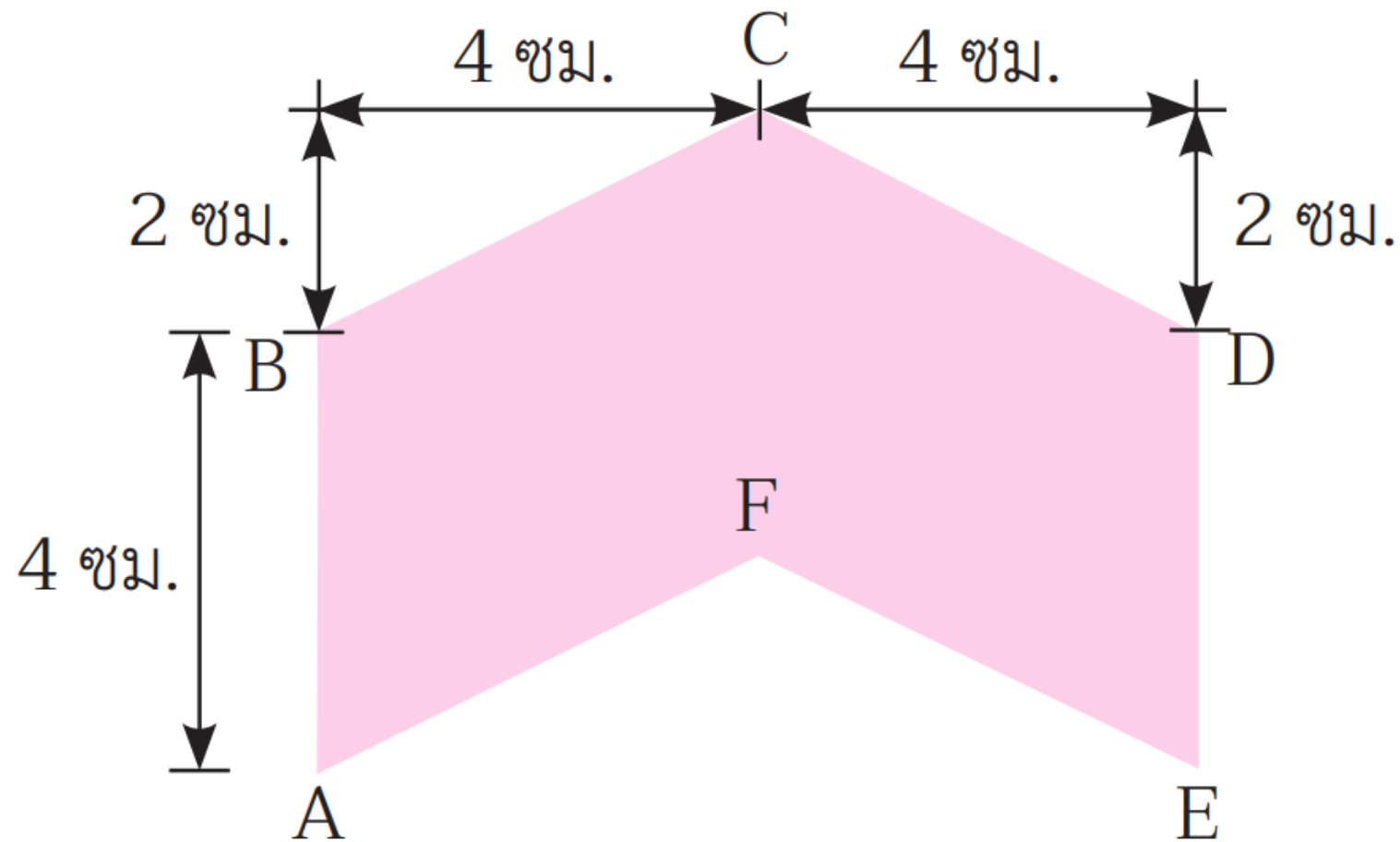
รถพยาบาล และ
AMBULANCE



การเขียนคำให้อยู่ในลักษณะ
กลับจากซ้ายเป็นขวามีประโยชน์อย่างไร

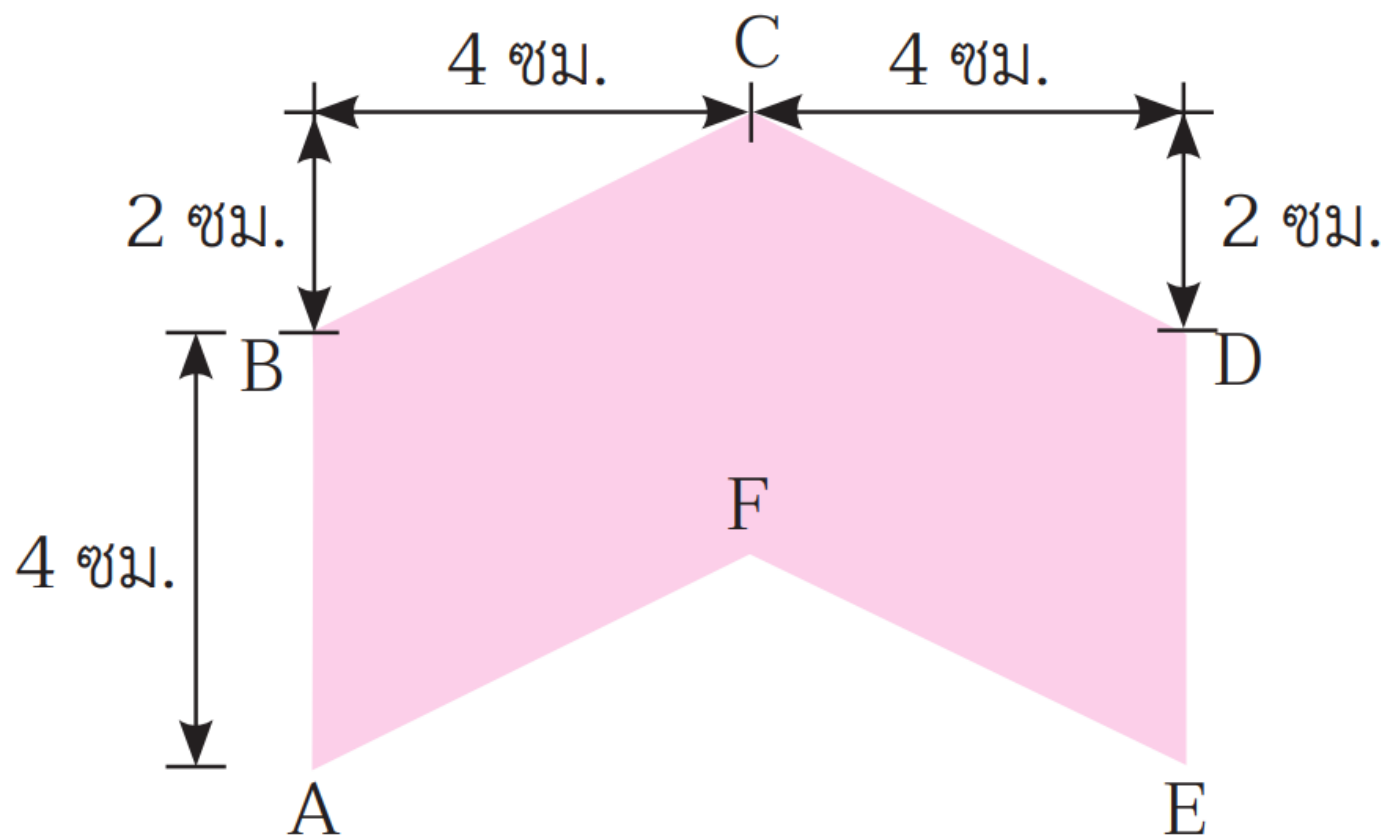
เพื่อให้ผู้ที่ขับรถอยู่ข้างหน้ารถพยาบาล
สามารถมองคำที่ติดอยู่หน้ารถ
ผ่านกระจกมองหลังหรือกระจกข้าง
แล้วอ่านได้ว่าเป็นรถพยาบาล
จะได้รับหลบให้รถพยาบาลไปก่อน

รูปหลายเหลี่ยม ABCDEF



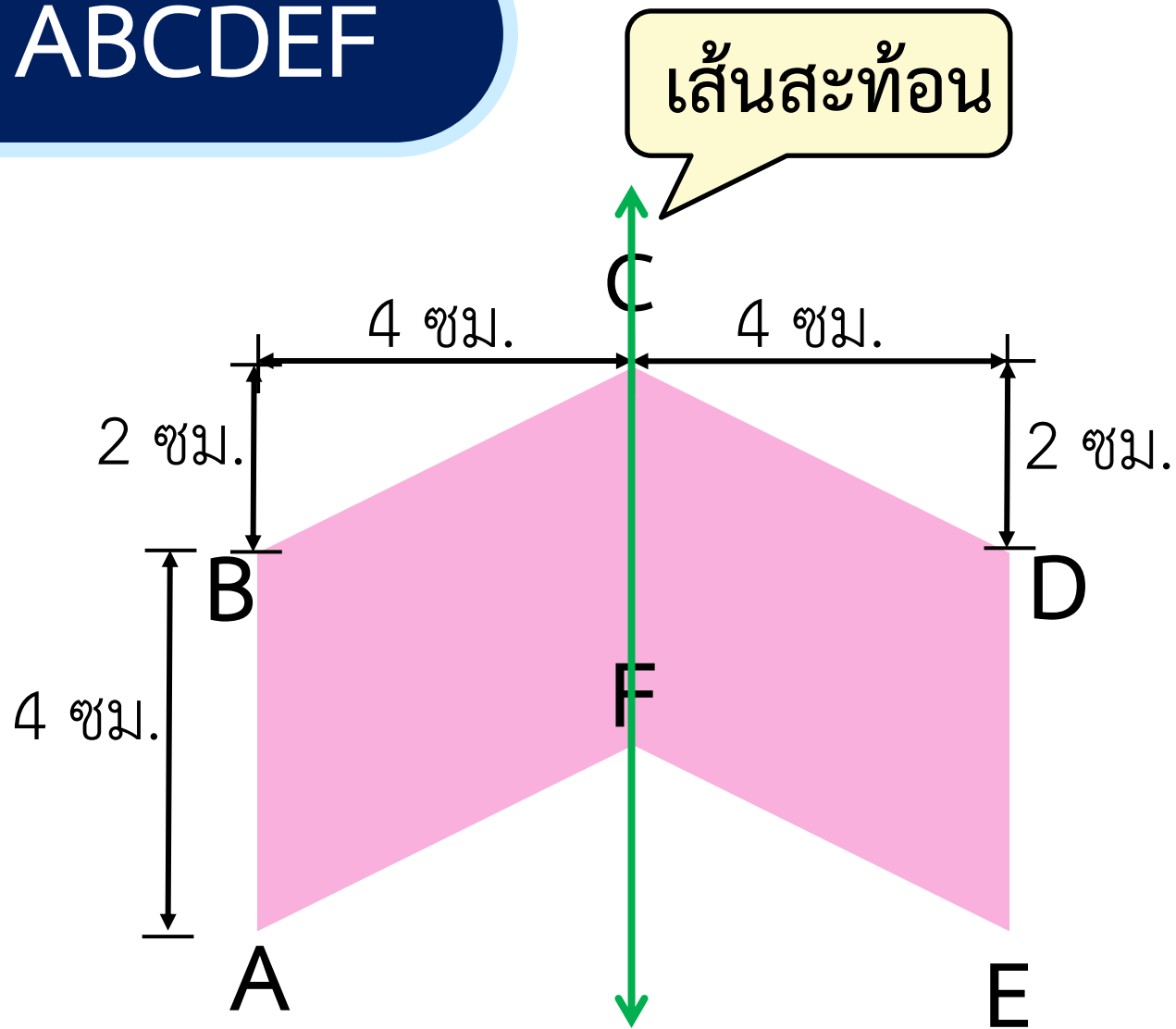
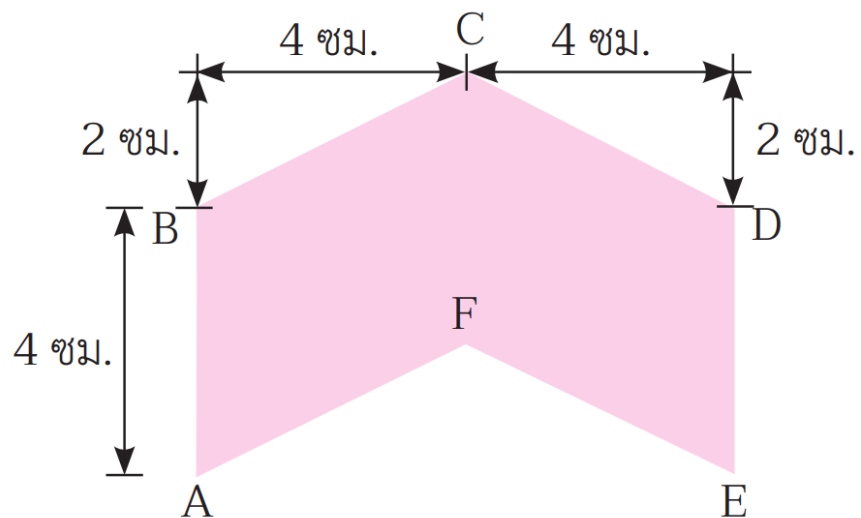


หาพื้นที่ของรูป ABCDEF



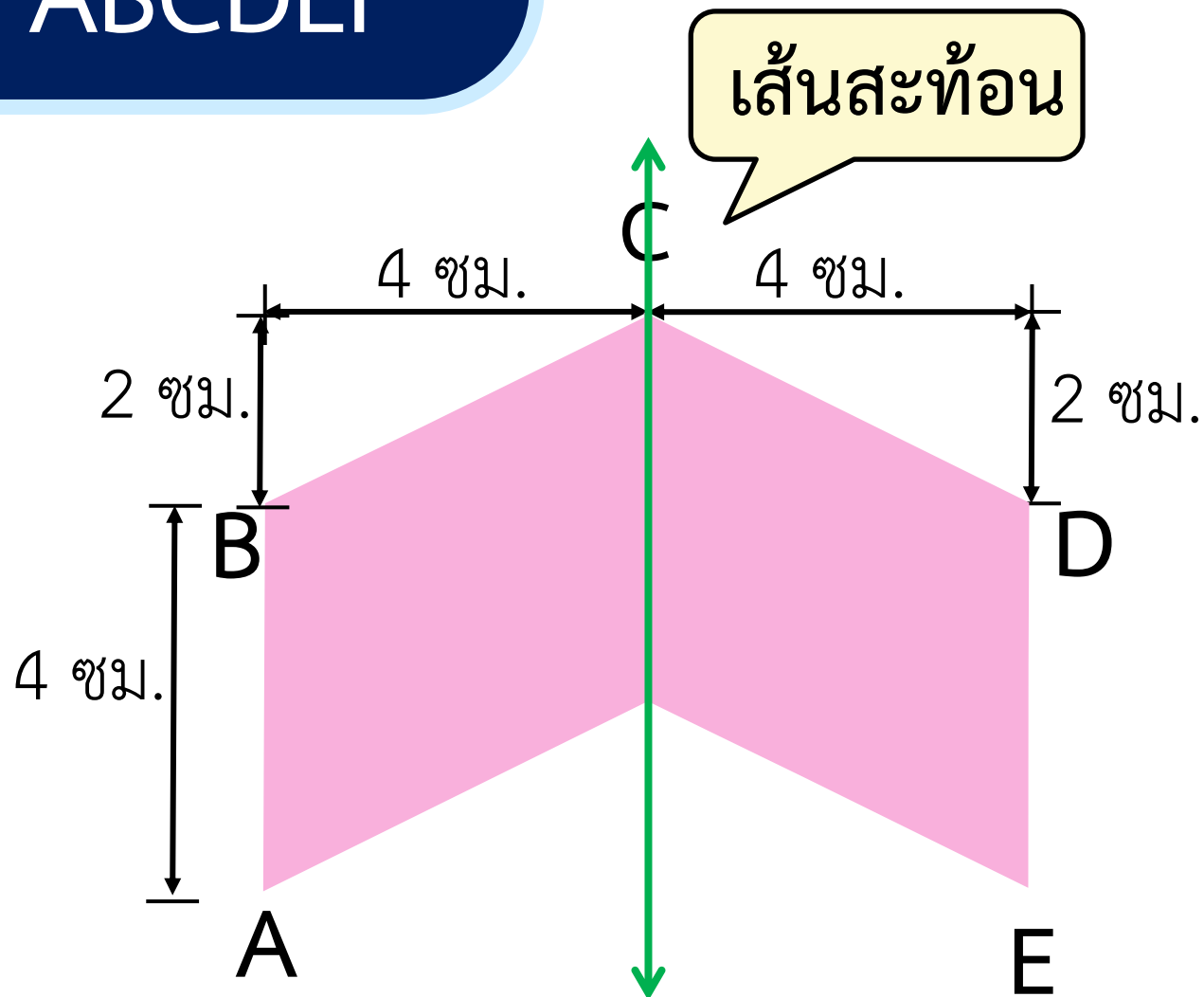
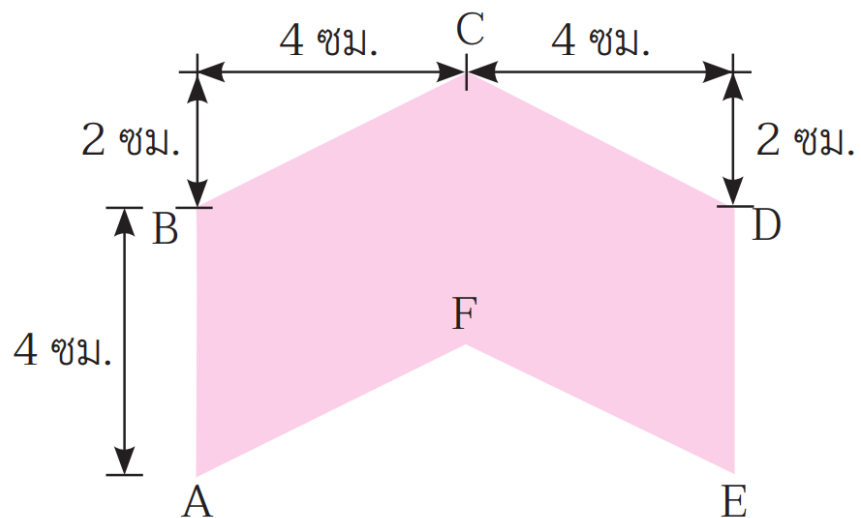


หาพื้นที่ของรูป ABCDEF



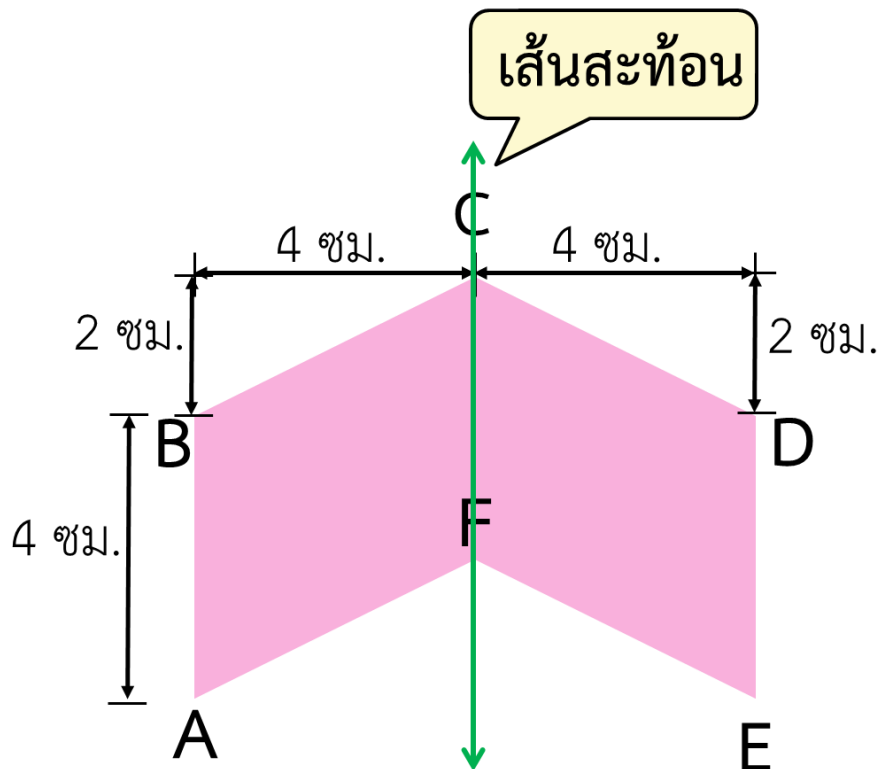


หาพื้นที่ของรูป ABCDEF





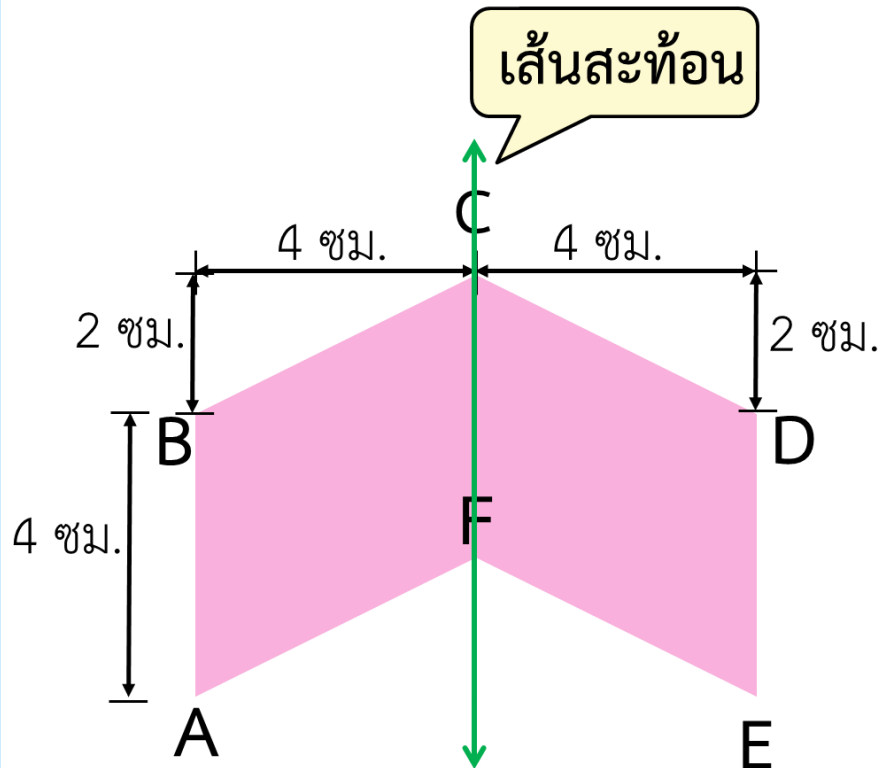
หาพื้นที่ของรูป ABCDEF



สามารถสะท้อนรูปสี่เหลี่ยม ABCF
โดยให้ $\overline{CF}$ เป็นเส้นสะท้อน
ซึ่งจะพบว่า รูปสี่เหลี่ยม ABCF
ทับกับรูปสี่เหลี่ยม EDCF ได้พอดี
ซึ่งจะได้ว่ารูปทั้งสองมีพื้นที่เท่ากัน



หาพื้นที่ของรูป ABCDEF



ดังนั้น

พื้นที่ของรูปหลายเหลี่ยม ABCDEF

$$= 2 \times (\text{พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม ABCF})$$

$$= 2 \times (AB \times \text{ความสูง})$$

$$= 2 \times (4 \times 4)$$

$$= 2 \times 16$$

$$= 32 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$



แบบฝึกหัด 8

การสะท้อนบนระบบ พิกัดฉาก (2)





แบบฝึกหัดที่ 8

เรื่อง การสะท้อนบน ระบบพิกัดฉาก (2)



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)

แบบฝึกหัด 8 เรื่อง การสะท้อนในระบบพิกัดฉาก (2)

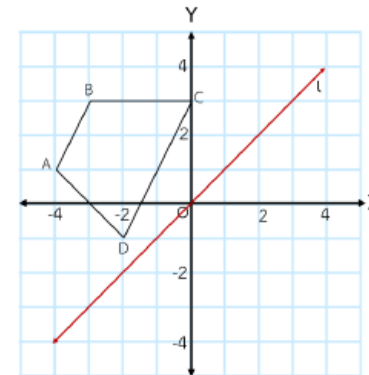
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 เรื่อง การสะท้อนในระบบพิกัดฉาก (2)

รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค22101 ภาคเรียนที่ 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

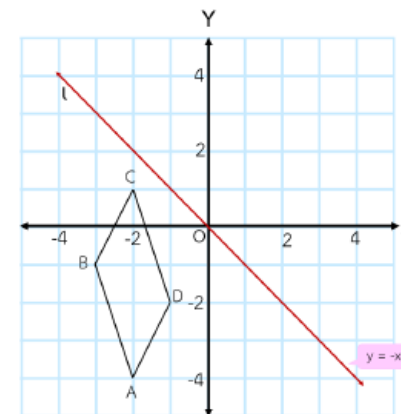
คำชี้แจง ให้นักเรียนหาภาพที่ได้จากการสะท้อน $\square ABCD$ ในแต่ละข้อต่อไปนี้ พร้อมทั้งหาพิกัดของจุดยอดของภาพนั้น

1. กำหนดเส้นตรง l เป็นเส้นสะท้อน จงหาภาพที่ได้จากการสะท้อน $\square ABCD$ พร้อมทั้งหาพิกัดของจุดยอด



พิกัดของจุด A' คือ.....
พิกัดของจุด B' คือ.....
พิกัดของจุด C' คือ.....
พิกัดของจุด D' คือ.....

2. กำหนดเส้นตรง l เป็นเส้นสะท้อน ซึ่งมีสมการเป็น $y = -x$ เป็นเส้นสะท้อน จงหาภาพที่ได้จากการสะท้อน $\square ABCD$ พร้อมทั้งหาพิกัดของจุดยอด



พิกัดของจุด A' คือ.....
พิกัดของจุด B' คือ.....
พิกัดของจุด C' คือ.....
พิกัดของจุด D' คือ.....



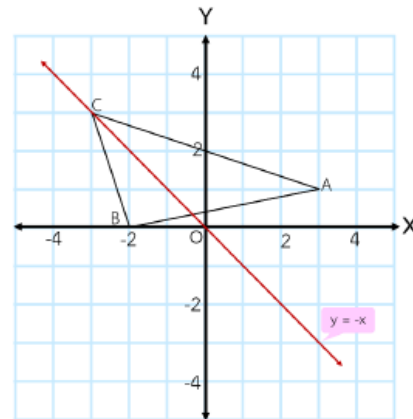
แบบฝึกหัดที่ 8

เรื่อง การสะท้อนบน ระบบพิกัดฉาก (2)



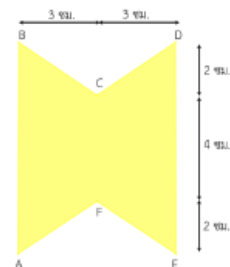
(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)

3. กำหนด $\triangle ABC$ และให้เส้นตรง l เป็นเส้นสะท้อน ซึ่งมีสมการเป็น $y = -x$ เป็นเส้นสะท้อน จงหาภาพที่ได้จากการสะท้อน $\triangle ABC$ พร้อมทั้งหาพิกัดของจุดยอด



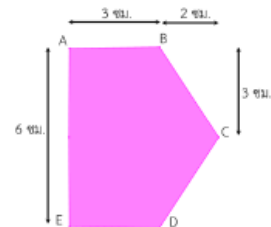
พิกัดของจุด A' คือ.....
พิกัดของจุด B' คือ.....
พิกัดของจุด C' คือ.....

4. จงใช้การสะท้อนในการหาพื้นที่โดยประมาณของรูปหลายเหลี่ยม ABCDEF



.....
.....
.....
.....
.....

5. จงใช้การสะท้อนในการหาพื้นที่โดยประมาณของรูปหลายเหลี่ยม ABCDE



.....
.....
.....
.....
.....

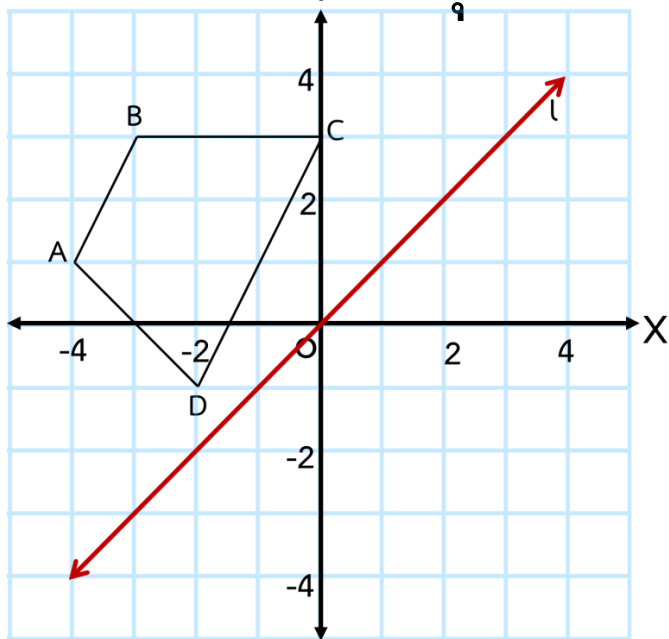


แบบฝึกหัด 8 : การสะท้อนบนระบบพิกัดฉาก (2)

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาภาพที่ได้จากการสะท้อน $\square ABCD$ ในแต่ละข้อต่อไปนี้
พร้อมทั้งหาพิกัดของจุดยอดของภาพนั้น

1) กำหนดเส้นตรง l เป็นเส้นสะท้อน จงหาภาพที่ได้จากการสะท้อน $\square ABCD$

พร้อมทั้งหาพิกัดของจุดยอด



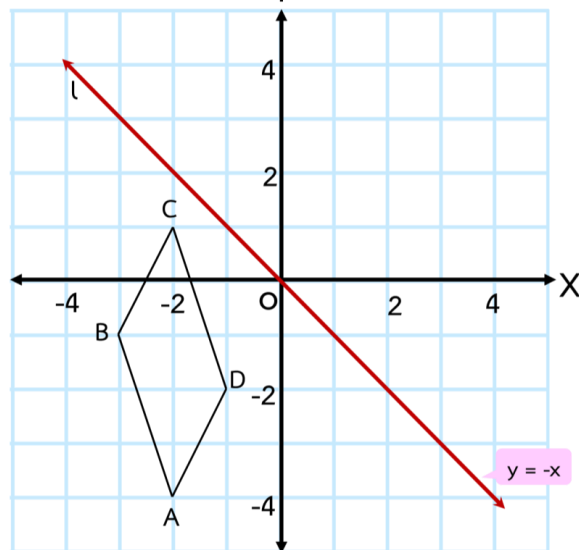


แบบฝึกหัด 8 : การสะท้อนบนระบบพิกัดฉาก (2)

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาภาพที่ได้จากการสะท้อน $\square ABCD$ ในแต่ละข้อต่อไปนี้
พร้อมทั้งหาพิกัดของจุดยอดของภาพนั้น

2) กำหนดเส้นตรง l เป็นเส้นสะท้อน ซึ่งมีสมการเป็น $y = -x$ เป็นเส้นสะท้อน

จงหาภาพที่ได้จากการสะท้อน $\square ABCD$ พร้อมทั้งหาพิกัดของจุดยอด



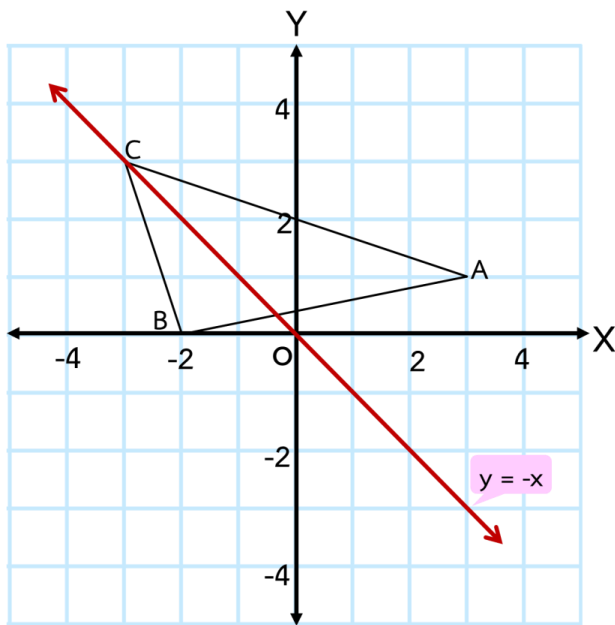


แบบฝึกหัด 8 : การสะท้อนบนระบบพิกัดฉาก (2)

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาภาพที่ได้จากการสะท้อน $\square ABCD$ ในแต่ละข้อต่อไปนี้
พร้อมทั้งหาพิกัดของจุดยอดของภาพนั้น

3) กำหนด $\triangle ABC$ และให้เส้นตรง l เป็นเส้นสะท้อน ซึ่งมีสมการเป็น $y = -x$

เป็นเส้นสะท้อน จงหาภาพที่ได้จากการสะท้อน $\triangle ABC$ พร้อมทั้งหาพิกัดของจุดยอด

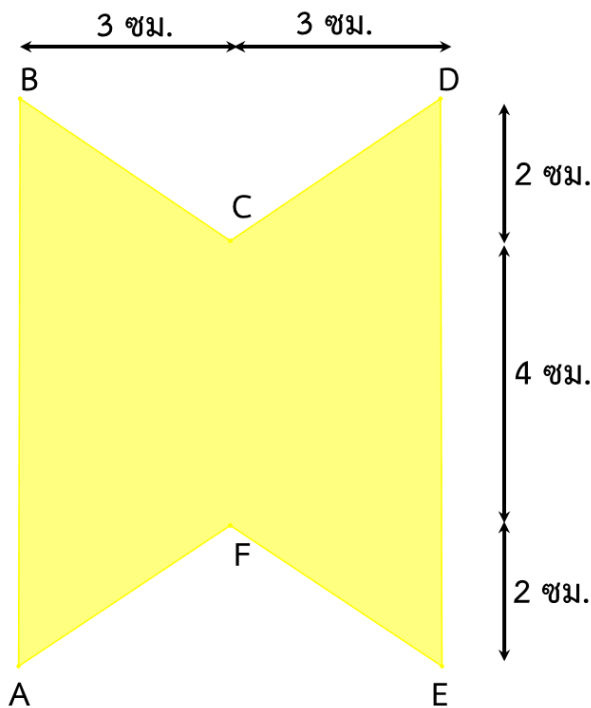




แบบฝึกหัด 8 : การสะท้อนบนระบบพิกัดฉาก (2)

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาภาพที่ได้จากการสะท้อน $\square ABCD$ ในแต่ละข้อต่อไปนี้
พร้อมทั้งหาพิกัดของจุดยอดของภาพนั้น

4) จงใช้การสะท้อนในการหาพื้นที่โดยประมาณของรูปหลายเหลี่ยม ABCDEF

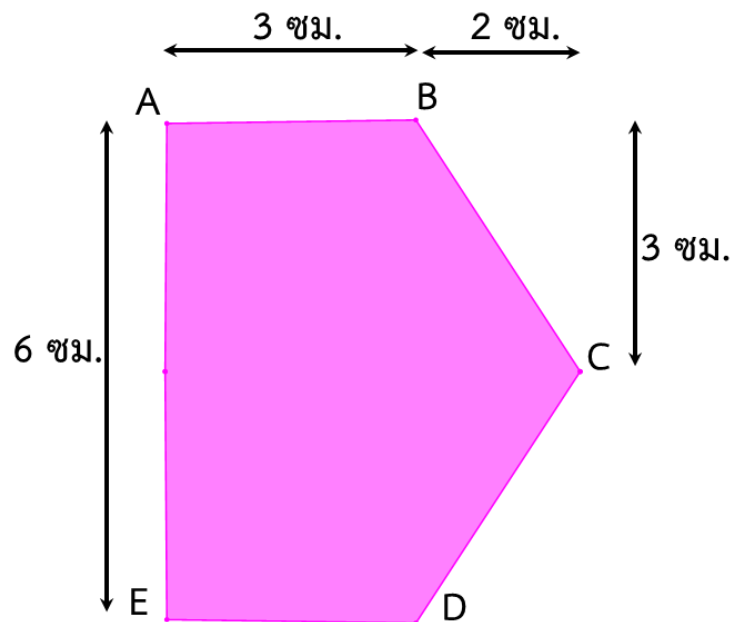




แบบฝึกหัด 8 : การสะท้อนบนระบบพิกัดฉาก (2)

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาภาพที่ได้จากการสะท้อน $\square ABCD$ ในแต่ละข้อต่อไปนี้
พร้อมทั้งหาพิกัดของจุดยอดของภาพนั้น

5) จงใช้การสะท้อนในการหาพื้นที่โดยประมาณของรูปหลายเหลี่ยม ABCDE





เฉลย แบบฝึกหัด 8

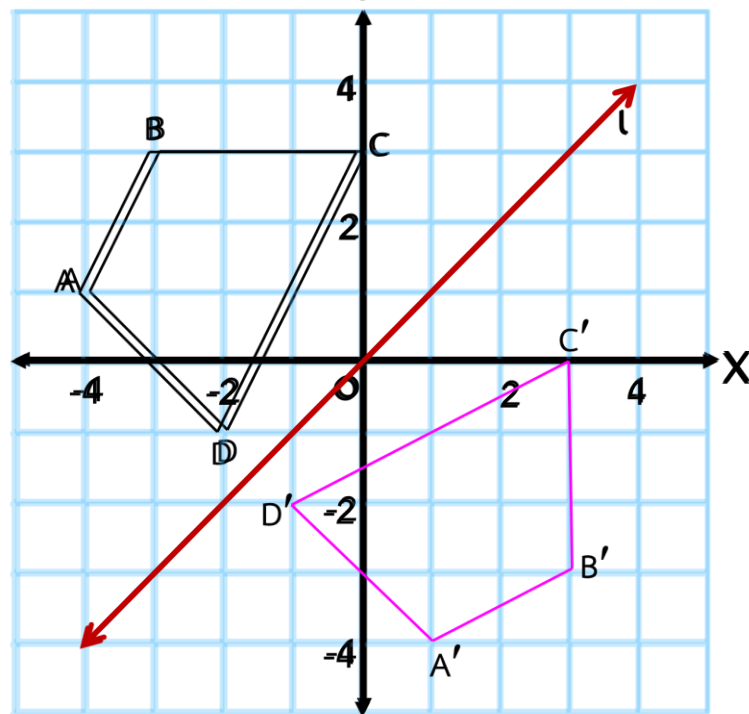
การสะท้อนบนระบบ พิกัดฉาก (2)





แบบฝึกหัด 8 : การสะท้อนบนระบบพิกัดฉาก (2)

1) กำหนดเส้นตรง l เป็นเส้นสะท้อน จงหาภาพที่ได้จากการสะท้อน $\square ABCD$ พร้อมทั้งหาพิกัดของจุดยอด



พิกัดของจุด A' คือ **(1, -4)**

พิกัดของจุด B' คือ **(3, -3)**

พิกัดของจุด C' คือ **(3, 0)**

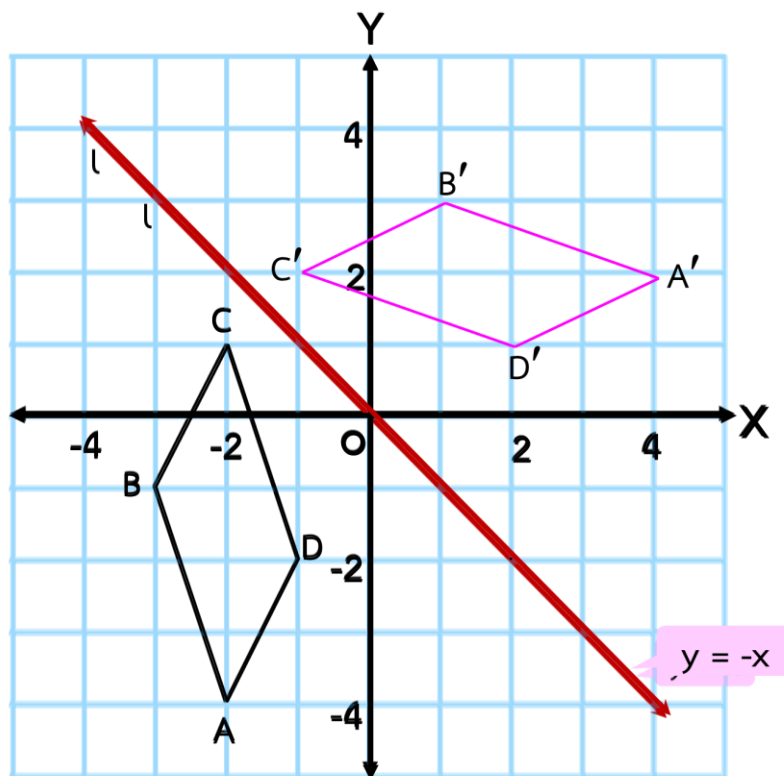
พิกัดของจุด D' คือ **(-1, -2)**



แบบฝึกหัด 8 : การสะท้อนบนระบบพิกัดฉาก (2)

2) กำหนดเส้นตรง l เป็นเส้นสะท้อน ซึ่งมีสมการเป็น $y = -x$ เป็นเส้นสะท้อน

จงหาภาพที่ได้จากการสะท้อน $\square ABCD$ พร้อมทั้งหาพิกัดของจุดยอด



พิกัดของจุด A' คือ **(4, 2)**

พิกัดของจุด B' คือ **(1, 3)**

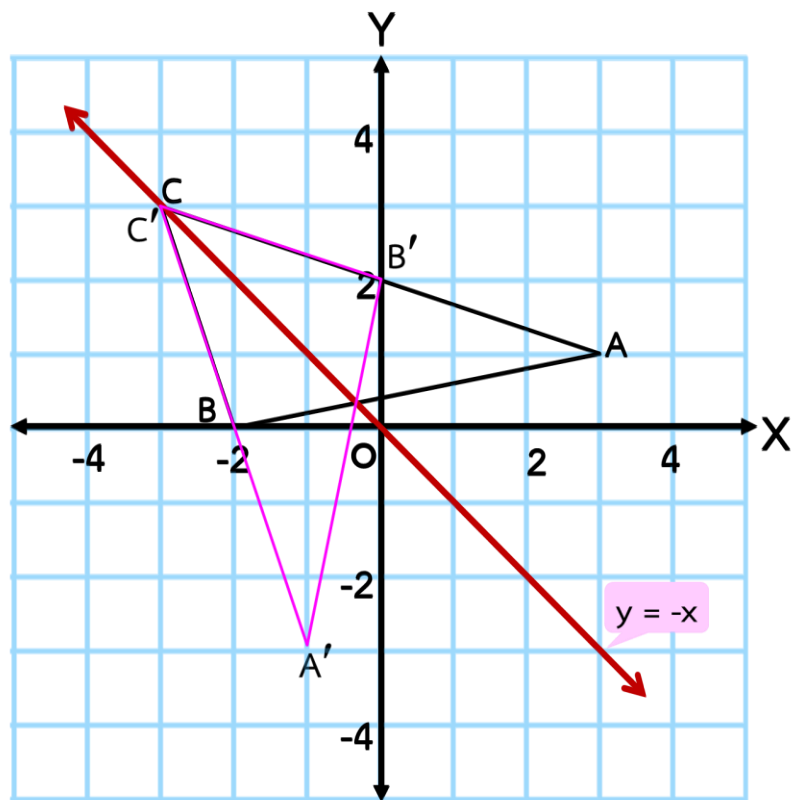
พิกัดของจุด C' คือ **(-1, 2)**

พิกัดของจุด D' คือ **(2, 1)**



แบบฝึกหัด 8 : การสะท้อนบนระบบพิกัดฉาก (2)

- 3) กำหนด $\triangle ABC$ และให้เส้นตรง l เป็นเส้นสะท้อน ซึ่งมีสมการเป็น $y = -x$
เป็นเส้นสะท้อน จงหาภาพที่ได้จากการสะท้อน $\triangle ABC$ พร้อมทั้งหาพิกัดของจุดยอด



พิกัดของจุด A' คือ $\dots(-1, -3)\dots$

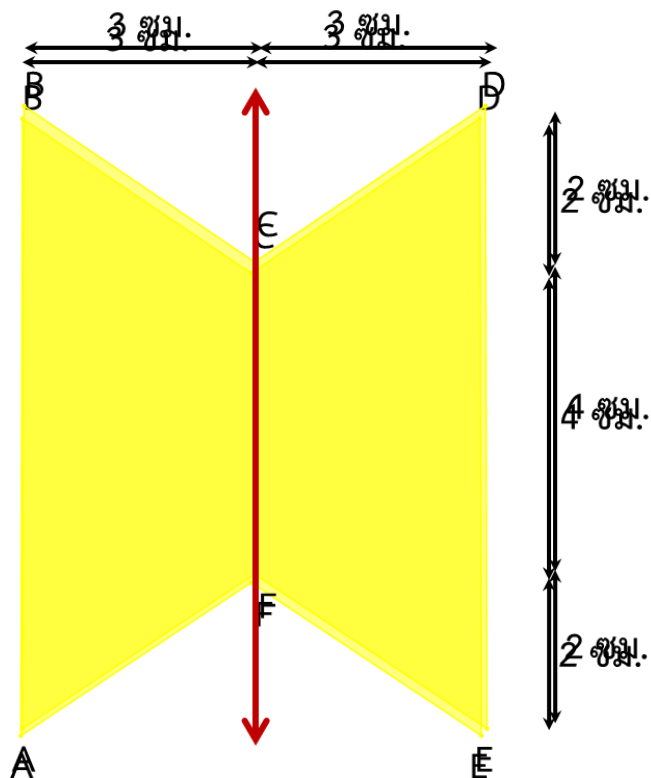
พิกัดของจุด B' คือ $\dots(0, 2)\dots$

พิกัดของจุด C' คือ $\dots(-3, 3)\dots$



แบบฝึกหัด 8 : การสะท้อนบนระบบพิกัดฉาก (2)

4) จงใช้การสะท้อนในการหาพื้นที่โดยประมาณของรูปหลายเหลี่ยม ABCDEF



พื้นที่โดยประมาณของรูปหลายเหลี่ยม

ABCDEF

$$= 2 \times (\text{พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม } ABCF)$$

$$= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times (4 + 8) \times 3 \right)$$

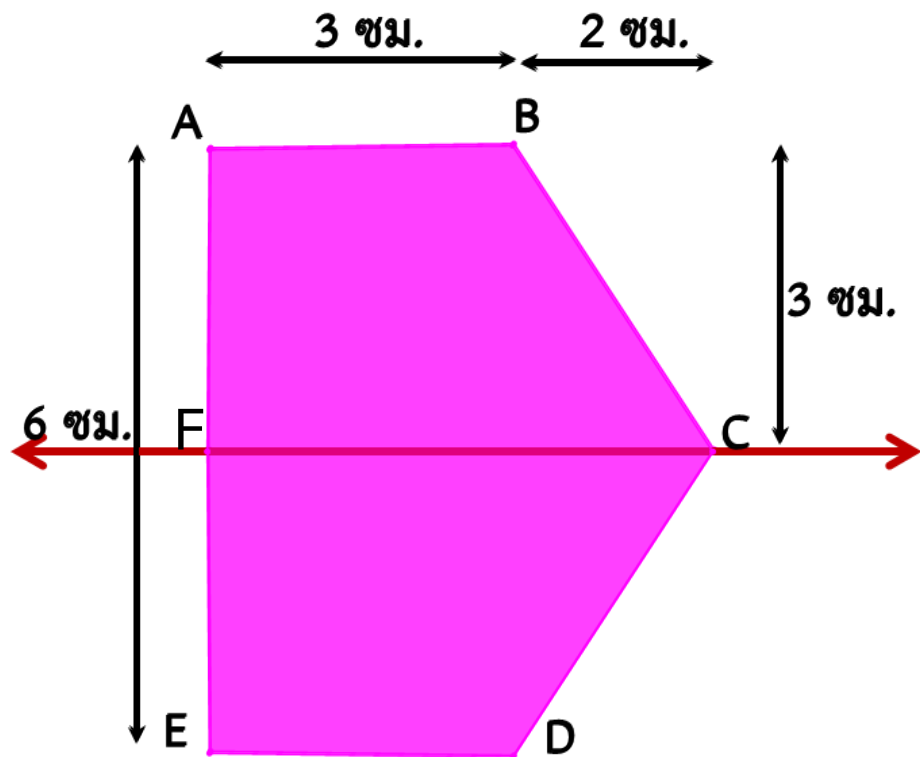
$$= 2 \times (6 \times 3)$$

$$= 36 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$



แบบฝึกหัด 8 : การสะท้อนบนระบบพิกัดฉาก (2)

5) จงใช้การสะท้อนในการหาพื้นที่โดยประมาณของรูปหลายเหลี่ยม ABCDE



พื้นที่โดยประมาณของรูปหลายเหลี่ยม
ABCDE

$$= 2 \times (\text{พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม } ABCF)$$

$$= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times (3 + 5) \times 3 \right)$$

$$= 2 \times (4 \times 3)$$

$$= 24 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$



สรุปบทเรียน

ความรู้กันหน่อย

เราสามารถสร้างลวดลายของสิ่งของต่าง ๆ โดยใช้สมบัติของ
การสะท้อนได้ โดยต้องทราบว่าส่วนใดของลวดลาย
เป็นรูปต้นแบบและมีเส้นสะท้อนอยู่ในตำแหน่งใด



สรุปบทเรียน

ความรู้กันหน่อย

การหาพื้นที่โดยอาศัยความรู้เรื่องการสะท้อน จะต้องสังเกตลักษณะ
ของรูปต้นแบบและรูปที่จะพลิกไปทับว่าจะต้องทับกันได้สนิท
จึงจะสามารถหาพื้นที่ได้ถูกต้อง



บทเรียนครั้งต่อไป

เรื่อง การหมუნ (1)





สิ่งที่ต้องเตรียม

แบบฝึกหัด 9 เรื่อง การหมุน (1)



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่
www.dltv.ac.th)

