รายวิชา คณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค22101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การแปลงทางเรขาคณิต

เรื่อง การสะท้อน

ครูผู้สอน ครูนงค์นุช สุกใส

การสะท้อน

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถ

1) หาภาพที่ได้จากการสะท้อนรูปต้นแบบ

2) หาเส้นสะท้อนของการสะท้อนเมื่อกำหนดรูปต้นแบบ และภาพที่ได้จากการสะท้อน

จะสังเกตได้ว่า ภาพที่ปรากฏในกระจกเงา จะมีรูปร่างและขนาดเท่ากับตัวจริงและภาพที่ได้จะมีลักษณะที่กลับขวาเป็นซ้ายและกลับซ้ายเป็นขวานั่นเอง ซึ่งการส่องกระจกเงานี้เป็นตัวอย่างของการสะท้อนบนระนาบ

การสะท้อนบนระนาบ เป็นการแปลงทางเรขาคณิต ที่มี**การพลิกรูป** โดยมีเส้นในแนวตรงเส้นหนึ่งเป็น **เส้นสะท้อน**

กิจกรรม
สำรวจการสะท้อน

กิจกรรมสำรวจการสะท้อน

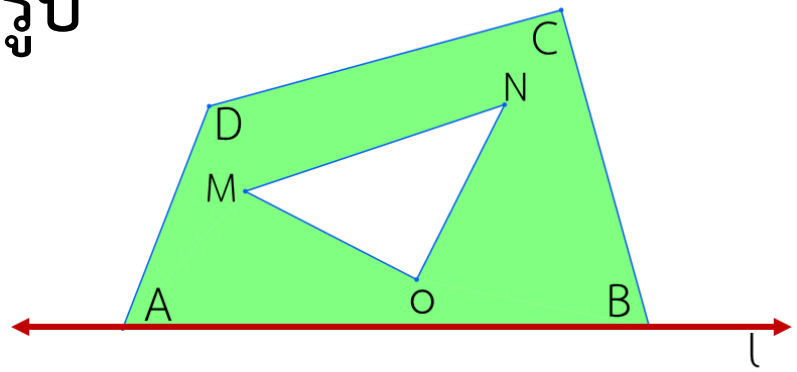
กิจกรรมสำรวจการสะท้อน

1) ให้นักเรียนจับคู่ แล้วรับกระดาษแข็งรูปสี่เหลี่ยม ABCD คู่ละ 1 ชิ้น

2) สร้างเส้นตรง l ยาวพอสมควรบนกระดาษ A4

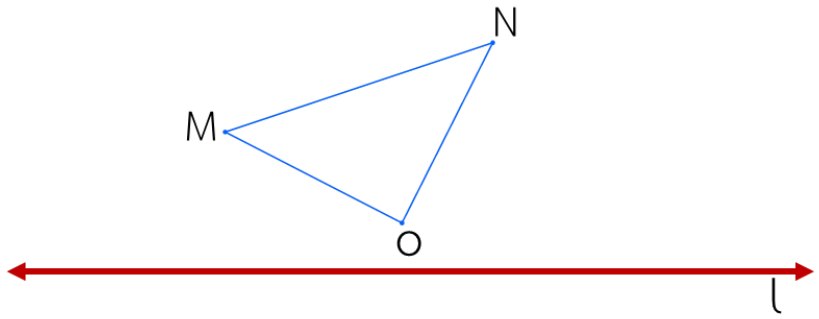
กิจกรรมสำรวจการสะท้อน

3) วางกระดาษแข็งรูปสี่เหลี่ยม ABCD บนกระดาษ A4 ให้ด้าน AB ของ $\square$ABCD แนบชิดกับเส้นตรง l ดังรูป



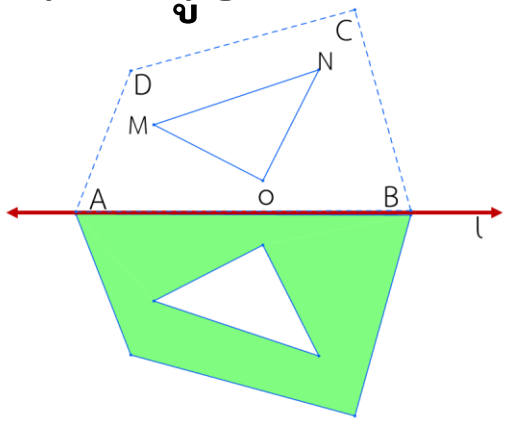
กิจกรรมสำรวจการสะท้อน

4) ใช้ดินสอลากไปตามขอบของรูปสามเหลี่ยมที่เจาะไว้ จากนั้นเขียนชื่อกำกับจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมตามแบบและใช้รูปสามเหลี่ยมที่ได้นี้เป็นรูปต้นแบบ



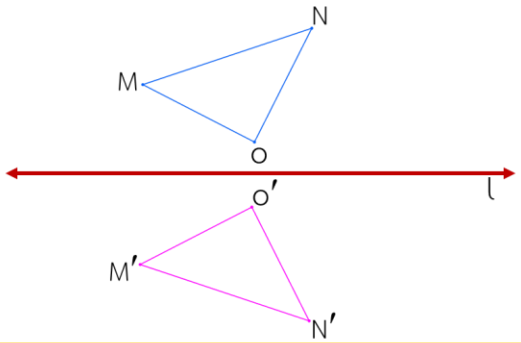
กิจกรรมสำรวจการสะท้อน

5) พลิกกระดาษแข็งรูปสี่เหลี่ยม แล้ววางไว้อีกด้านหนึ่งของเส้นตรง l ให้ด้าน AB ของ $\square$ABCD แนบชิดกับเส้นตรง l ที่ตำแหน่งเดิม ดังรูป



กิจกรรมสำรวจการสะท้อน

6) ใช้ดินสอลากไปตามขอบของรูปสามเหลี่ยมที่เจาะไว้ จากนั้นเขียนชื่อกำกับจุดยอดเป็น M', N' และ O' จะได้ $\Delta M'N'O'$ เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน ΔMNO ดังรูป

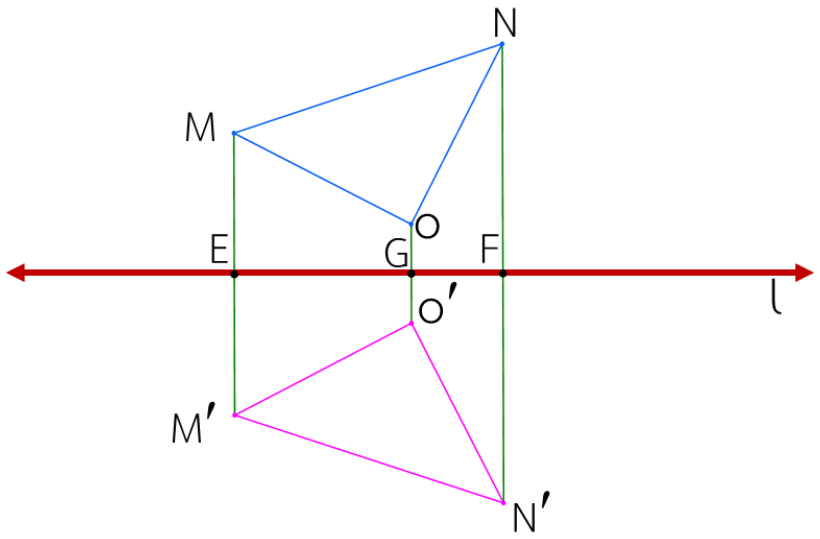


กิจกรรมสำรวจการสะท้อน

7) พับกระดาษตามแนวเส้นตรง l แล้วสังเกตว่า $\Delta M'N'O'$ และ ΔMNO ทับกันสนิทหรือไม่

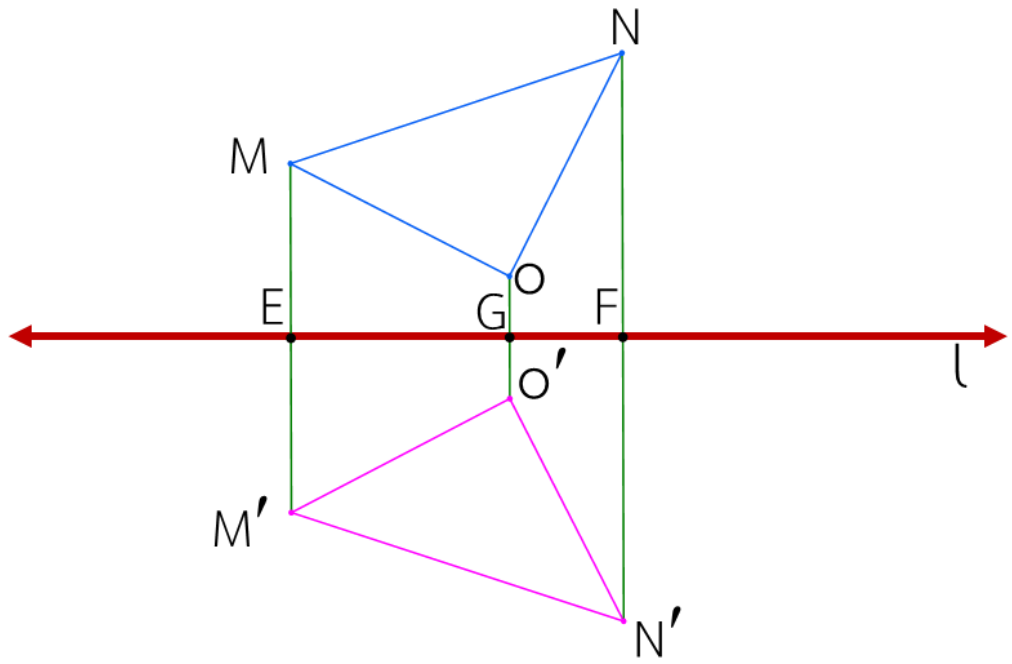
กิจกรรมสำรวจการสะท้อน

8) สร้าง $\overline{MM'}$, $\overline{NN'}$และ $\overline{OO'}$ ตัดกับเส้นตรง l ที่จุด E, F และ G ตามลำดับ ดังรูป



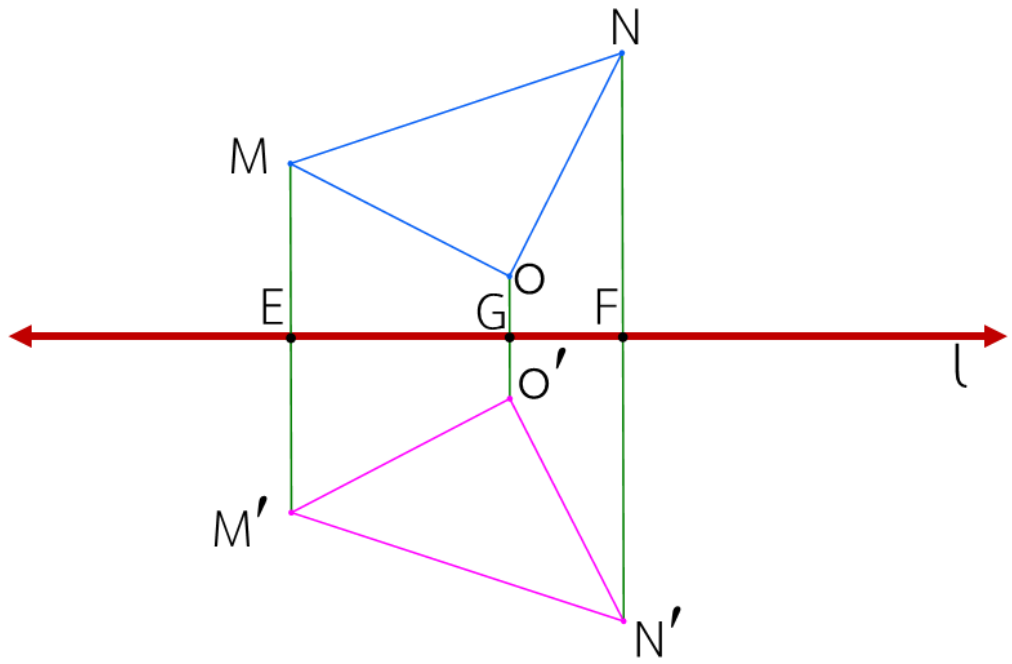
ด้านที่สมนัยกันของ $\Delta M'N'O'$ และ ΔMNO ยาวเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

ยาวเท่ากัน เพราะสร้างมาจากรูปสามเหลี่ยมรูปเดียวกัน



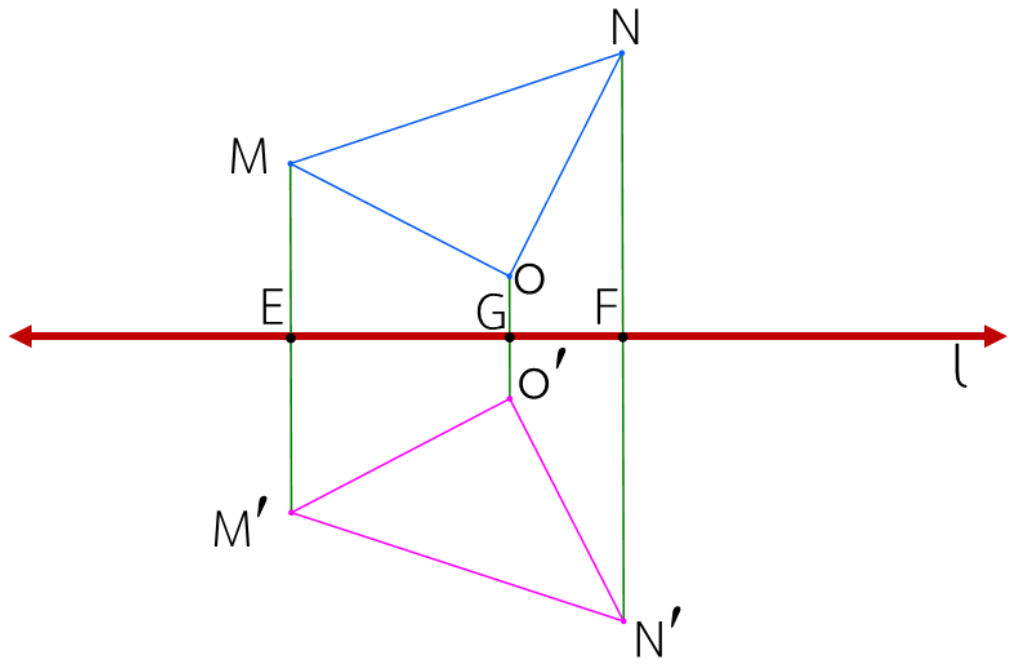
ถ้าเลื่อน $\Delta M'N'O'$ และ ΔMNO มาวางที่ตำแหน่งเดียวกัน รูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปสามารถทับกันสนิทหรือไม่ เพราะเหตุใด

ไม่สามารถทับกันสนิท เพราะการเรียงของจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปมีทิศทางตรงกันข้าม



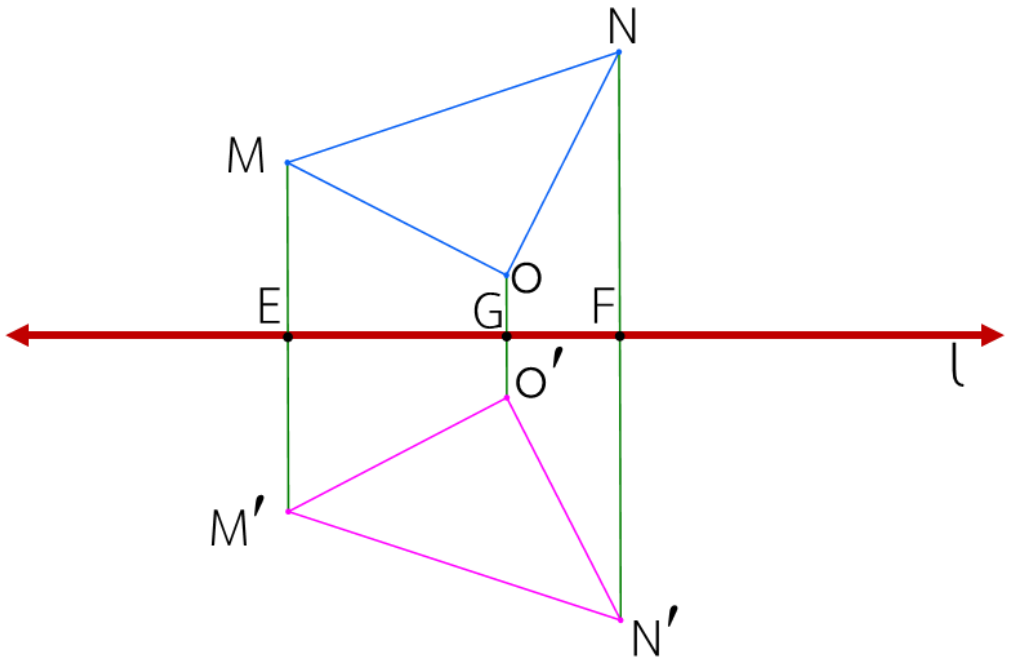
ถ้าจะทำให้ $\Delta M'N'O'$ และ ΔMNO ทับกันสนิท จะต้องทำยังไง

ต้องพลิกรูปใดรูปหนึ่งก่อน



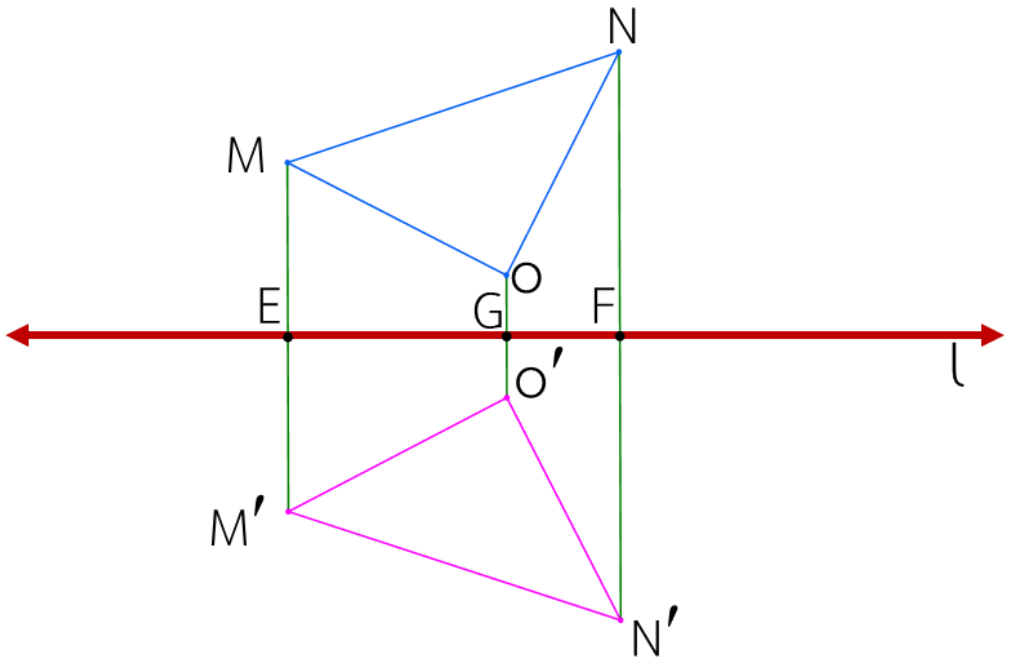
จุด E, F และ G เป็นจุดกึ่งกลาง ของ $\overline{MM'}$, $\overline{NN'}$ และ $\overline{OO'}$ ตามลำดับหรือไม่ เพราะเหตุใด

เป็น เพราะ ME = EM′, NF = FN′ และ OG = GO′



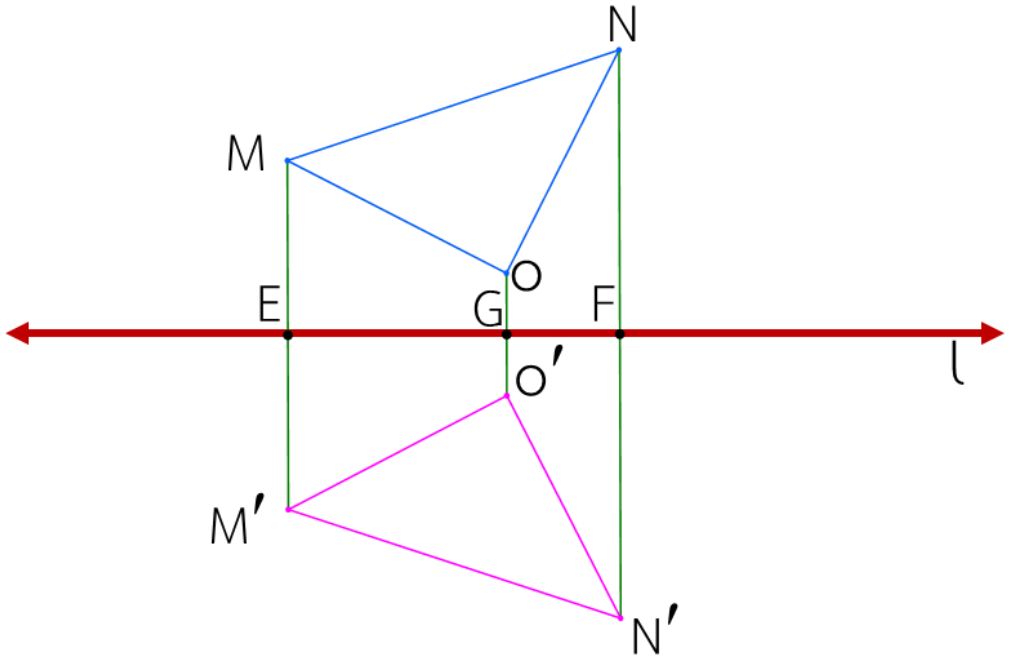
ขนาดของ $G\hat{E}M$, $G\hat{F}N$ และ $E\hat{G}O$ เท่ากันหรือไม่ และเท่ากับเท่าใด

ขนาดของทุกมุมเท่ากัน และเท่ากับ 90 องศา



$\overline{MM'}$, $\overline{NN'}$ และ $\overline{OO'}$ ขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

ขนานกัน เพราะขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด ซึ่งก็คือเส้นสะท้อน l รวมกันเท่ากับ 180 องศา



สมบัติของการสะท้อน

1) รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อน สามารถทับกันได้สนิท โดยต้องพลิกรูปต้นแบบหรือพลิกภาพที่ได้จากการสะท้อนอย่างหนึ่งอย่างใด หรือกล่าวว่า รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อนเท่ากันทุกประการ

สมบัติของการสะท้อน

2) จุดที่สมนัยกันแต่ละคู่จะอยู่ห่างจากเส้นสะท้อนเท่ากัน หรือเส้นสะท้อนจะแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อน

สมบัติของการสะท้อน

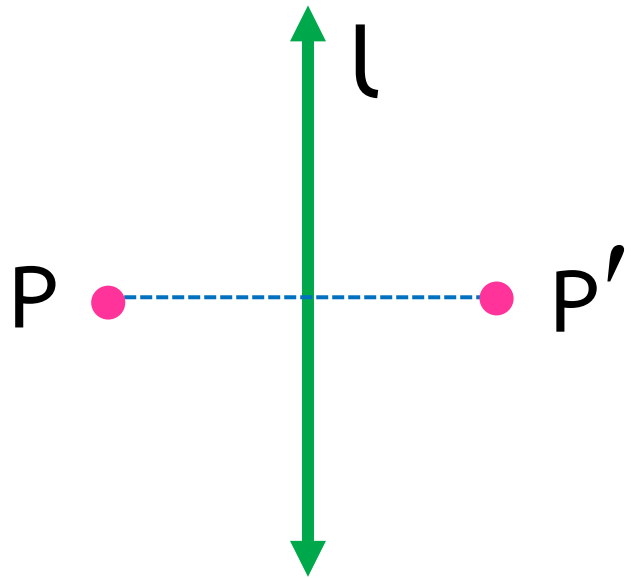
3) ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อนจะขนานกัน

การสะท้อนบนระนาบ เป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มี

เส้นตรง l ที่ตรึงเส้นหนึ่งเป็นเส้นสะท้อน แต่ละจุด P บนระนาบ

จะมีจุด P' เป็นจุดคู่สมนัยและเป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนจุด P โดยที่

1) ถ้าจุด P ไม่อยู่บน l เส้นสะท้อน แล้วเส้นสะท้อน l จะแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ $\overline{PP'}$

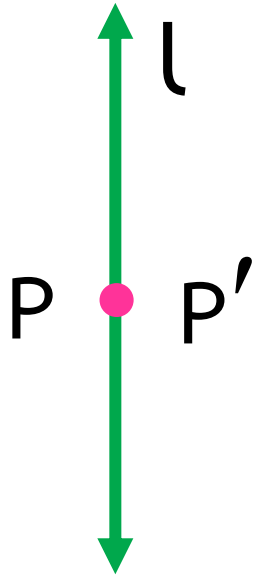


การสะท้อนบนระนาบ เป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มี

เส้นตรง l ที่ตรึงเส้นหนึ่งเป็นเส้นสะท้อน แต่ละจุด P บนระนาบ

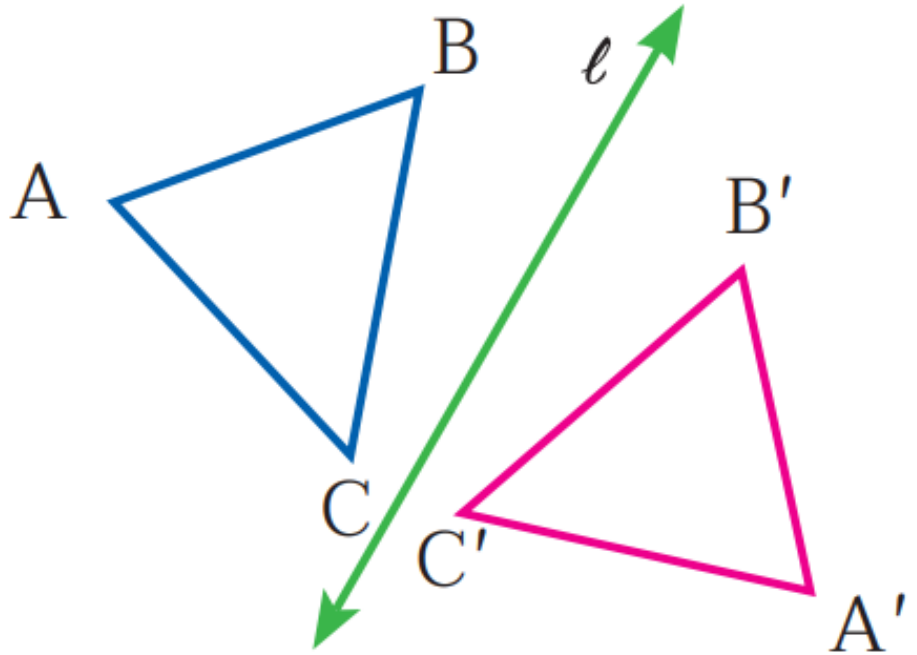
จะมีจุด P′ เป็นจุดคู่สมนัยและเป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนจุด P โดยที่

2) ถ้าจุด P อยู่บน
เส้นสะท้อน แล้วจุด P
และจุด P′ เป็นจุดเดียวกัน



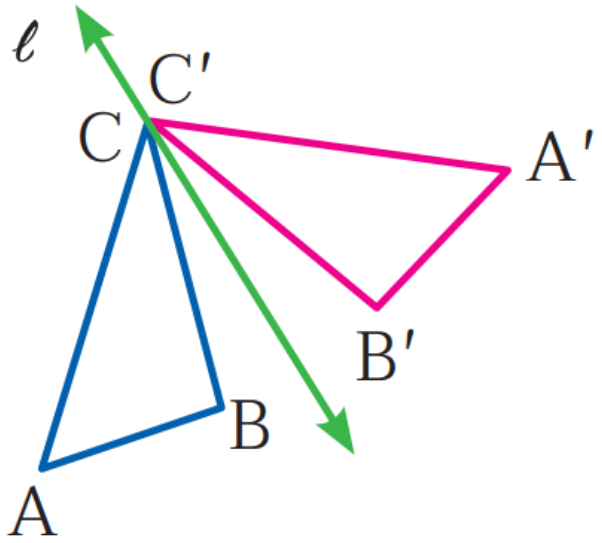
ตัวอย่างของการสะท้อนที่มีเส้นตรง ℓ เป็นเส้นสะท้อน

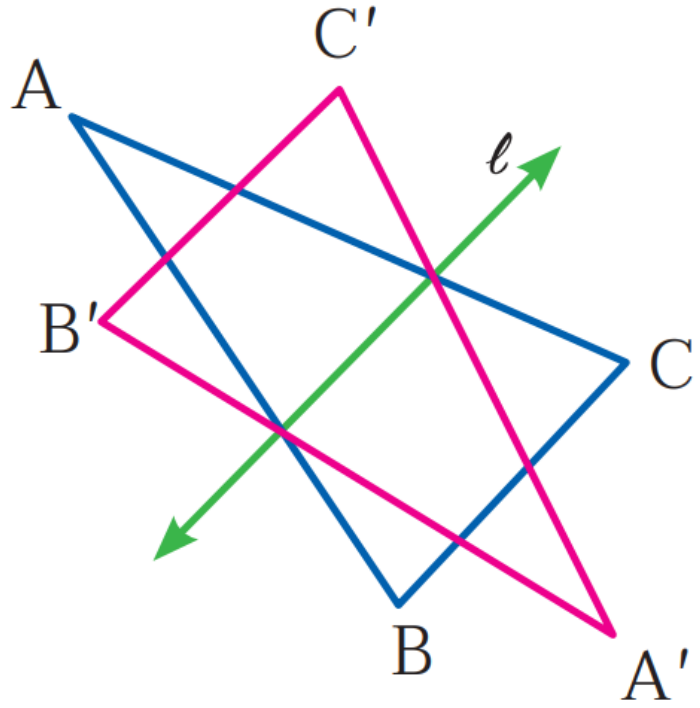
กรณีที่ 1 ทุกจุดบนรูปต้นแบบไม่อยู่บนเส้นตรง ℓ



ตัวอย่างของการสะท้อนที่มีเส้นตรง ℓ เป็นเส้นสะท้อน

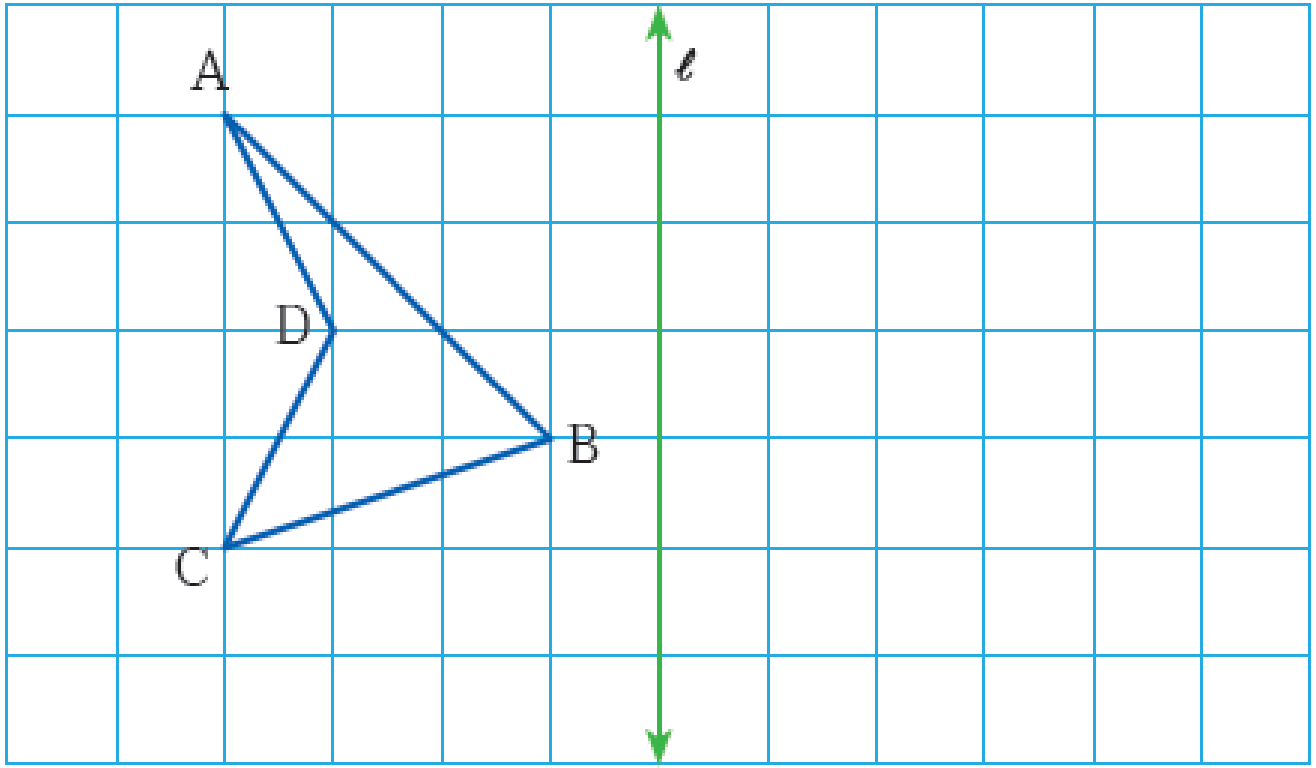
กรณีที่ 2 มีบางจุดบนรูปต้นแบบอยู่บนเส้นตรง ℓ





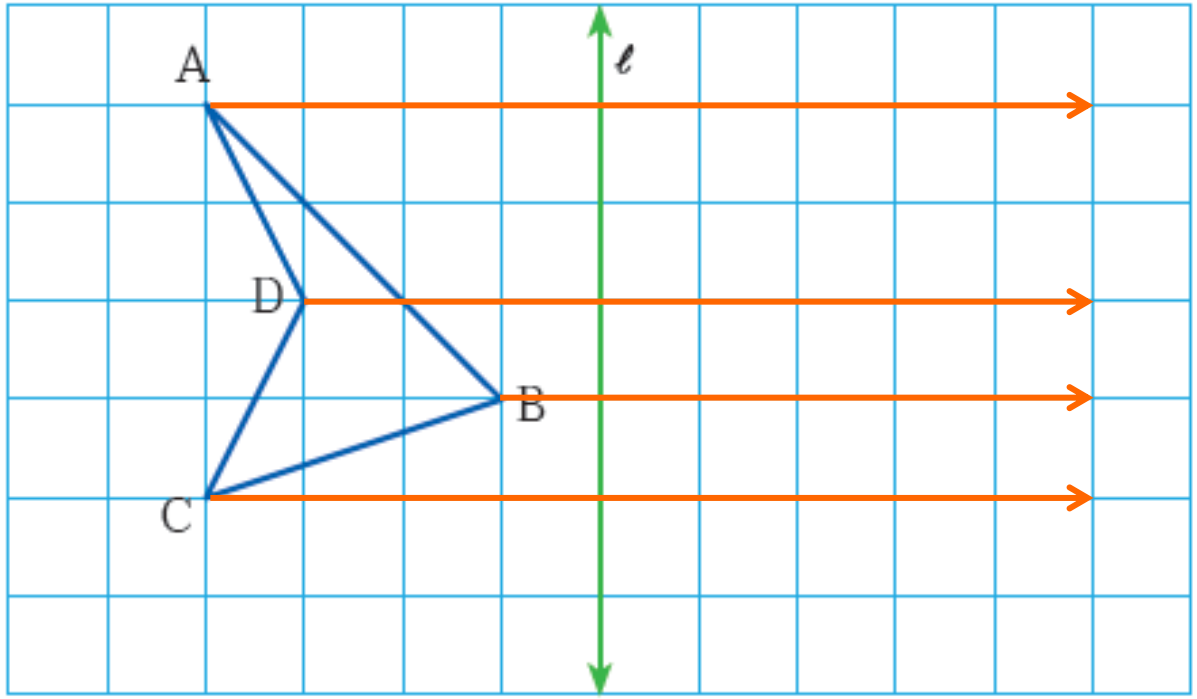
ตัวอย่างที่ 1

จงหาภาพที่ได้จากการสะท้อนรูปสี่เหลี่ยม ABCD โดยมีเส้นตรง l เป็นเส้นสะท้อน



ตัวอย่างที่ 1

จงหาภาพที่ได้จากการสะท้อนรูปสี่เหลี่ยม ABCD โดยมีเส้นตรง l เป็นเส้นสะท้อน

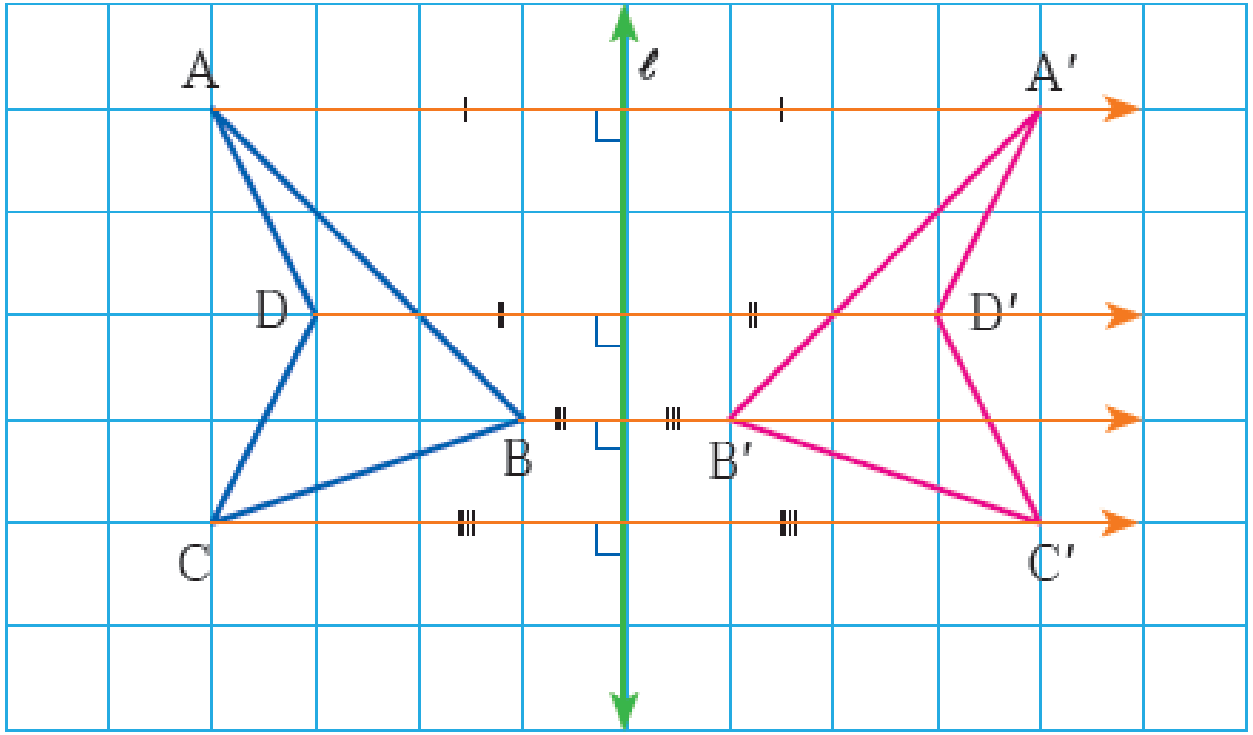


วิธีทำ

เริ่มต้นจากการสร้างรังสีที่มีจุดปลายเป็นจุดบนรูปต้นแบบและตั้งฉากกับเส้นสะท้อน

ตัวอย่างที่ 1

จงหาภาพที่ได้จากการสะท้อนรูปสี่เหลี่ยม ABCD โดยมีเส้นตรง l เป็นเส้นสะท้อน



จะได้ รูปสี่เหลี่ยม $A'B'C'D'$ เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนรูปสี่เหลี่ยม ABCD โดยมีเส้นตรง l เป็นเส้นสะท้อน

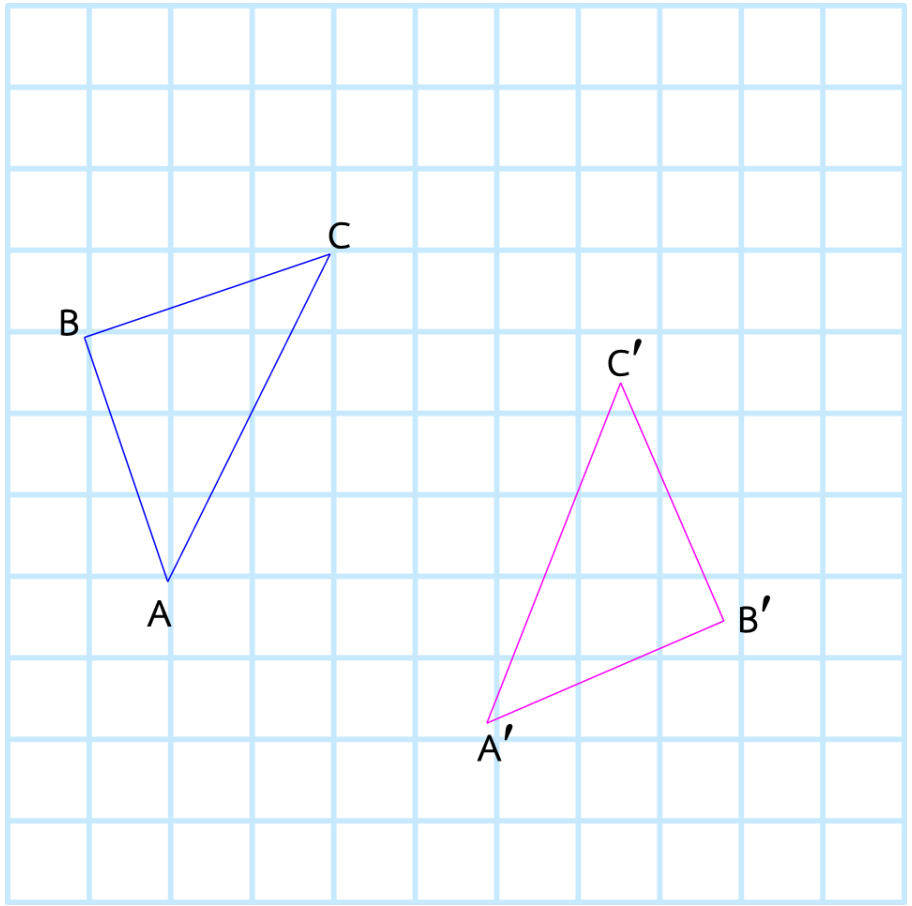
จากตัวอย่างข้างต้นเป็นการสะท้อนบนกริด ซึ่งเส้นสะท้อนเป็นส่วนหนึ่งของเส้นกริด และจุดยอดมุมของรูปต้นแบบอยู่บนจุดตัดของกริด จึงง่ายต่อการสังเกตตำแหน่งของจุดยอดที่อยู่บนภาพที่ได้จากการสะท้อน เนื่องจากส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดคู่ที่สมนัยกัน จะตั้งฉากกับเส้นสะท้อนเสมอ

ดังนั้น การสะท้อนใด ๆ ที่มีลักษณะเดียวกับตัวอย่างข้างต้น เราสามารถหาระยะห่างของจุดกับเส้นสะท้อนได้โดยไม่ต้องสร้างรังสี เพราะจุดบนรูปต้นแบบและจุดบนภาพที่ได้จากการสะท้อนอยู่บนส่วนของเส้นตรงเดียวกัน

สำหรับการสะท้อนบนกริดที่เส้นสะท้อนเป็นแนวเฉียง ยังคงต้องอาศัยการสร้างรังสีจากจุดบนรูปต้นแบบไปตั้งฉากกับเส้นสะท้อน

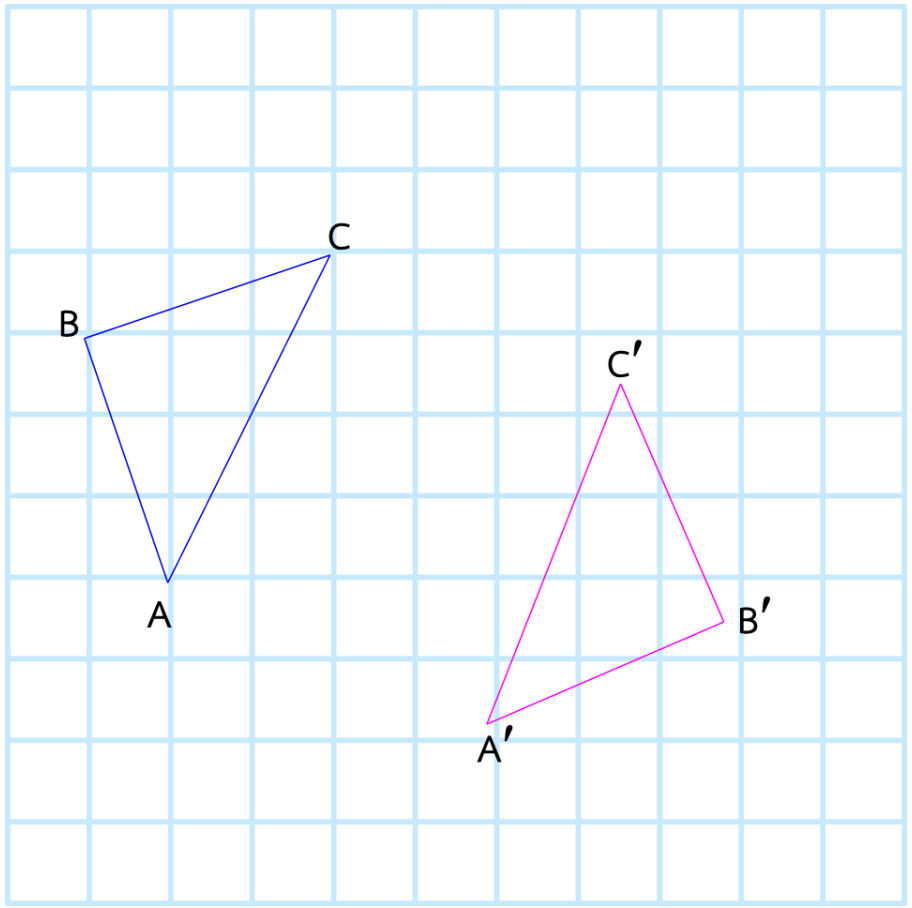
ตัวอย่างที่ 2

ให้ $\Delta A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน ΔABC จงหาเส้นสะท้อน



ตัวอย่างที่ 2

ให้ $\Delta A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนΔABC จงหาเส้นสะท้อน

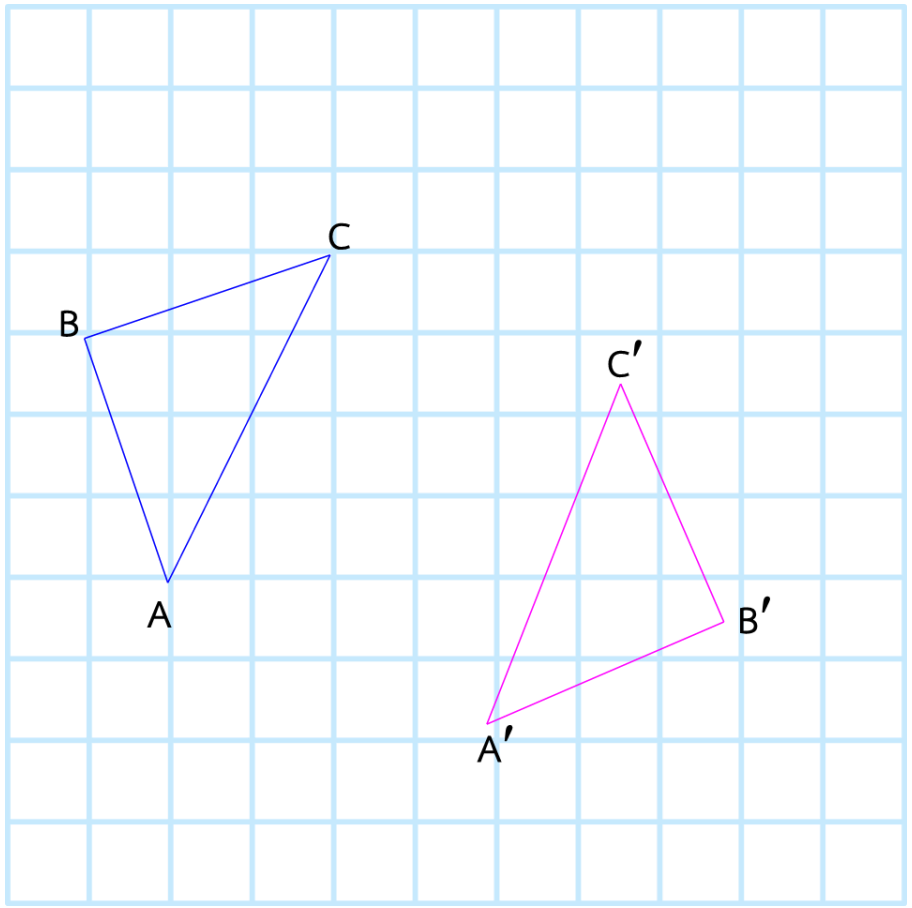


ทำได้โดย

1) ลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันคู่หนึ่งคู่ใดของ ΔABC กับ $\Delta A'B'C'$
2) สร้างเส้นตรงแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงนั้น
3) เส้นตรงที่ได้คือเส้นสะท้อนตามต้องการ

ตัวอย่างที่ 2

ให้ $\Delta A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน ΔABC จงหาเส้นสะท้อน

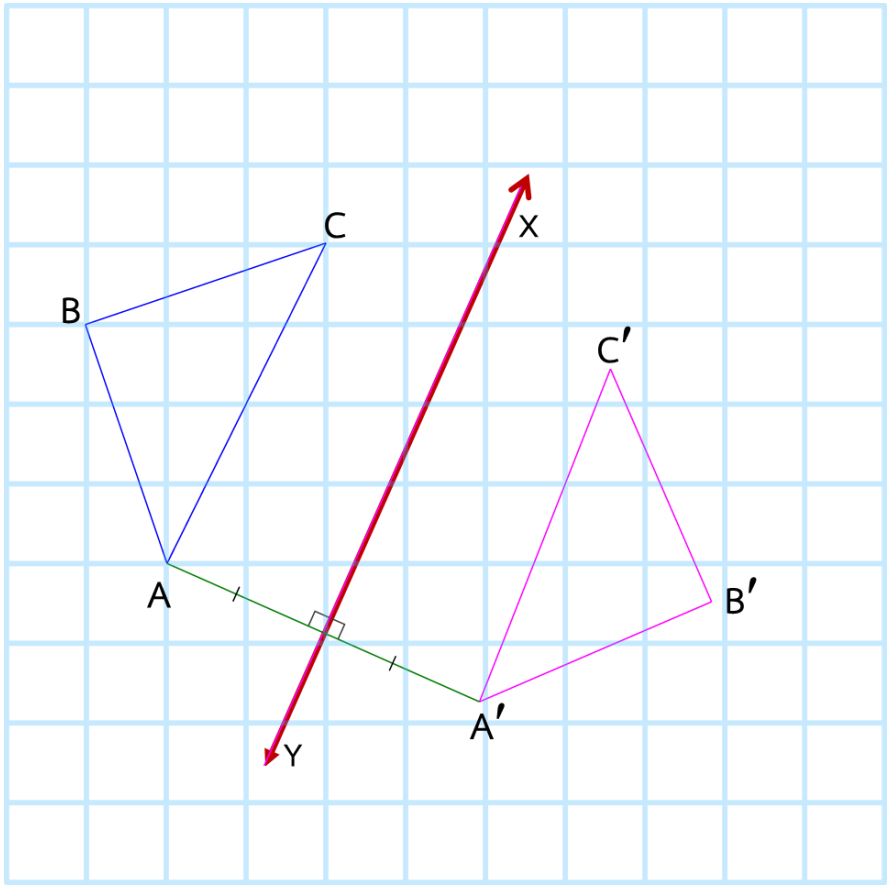


วิธีที่ 1

จากรูป ลาก $\overline{AA'}$ แล้วสร้าง $\overleftrightarrow{XY}$ ให้แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ $\overline{AA'}$ จะได้ $\overleftrightarrow{XY}$ เป็นเส้นสะท้อน

ตัวอย่างที่ 2

ให้ $\Delta A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน ΔABC จงหาเส้นสะท้อน

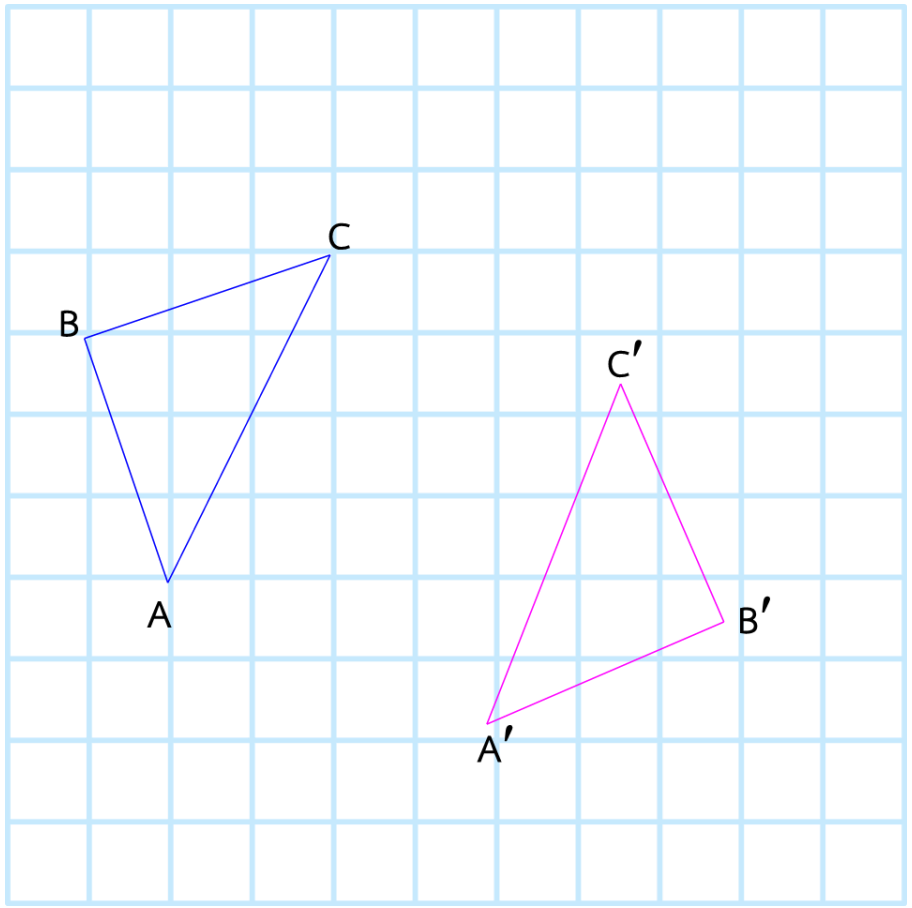


วิธีที่ 1

จากรูป ลาก $\overline{AA'}$ แล้วสร้าง $\overleftrightarrow{XY}$ ให้แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ $\overline{AA'}$ จะได้ $\overleftrightarrow{XY}$ เป็นเส้นสะท้อน

ตัวอย่างที่ 2

ให้ $\Delta A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน ΔABC จงหาเส้นสะท้อน

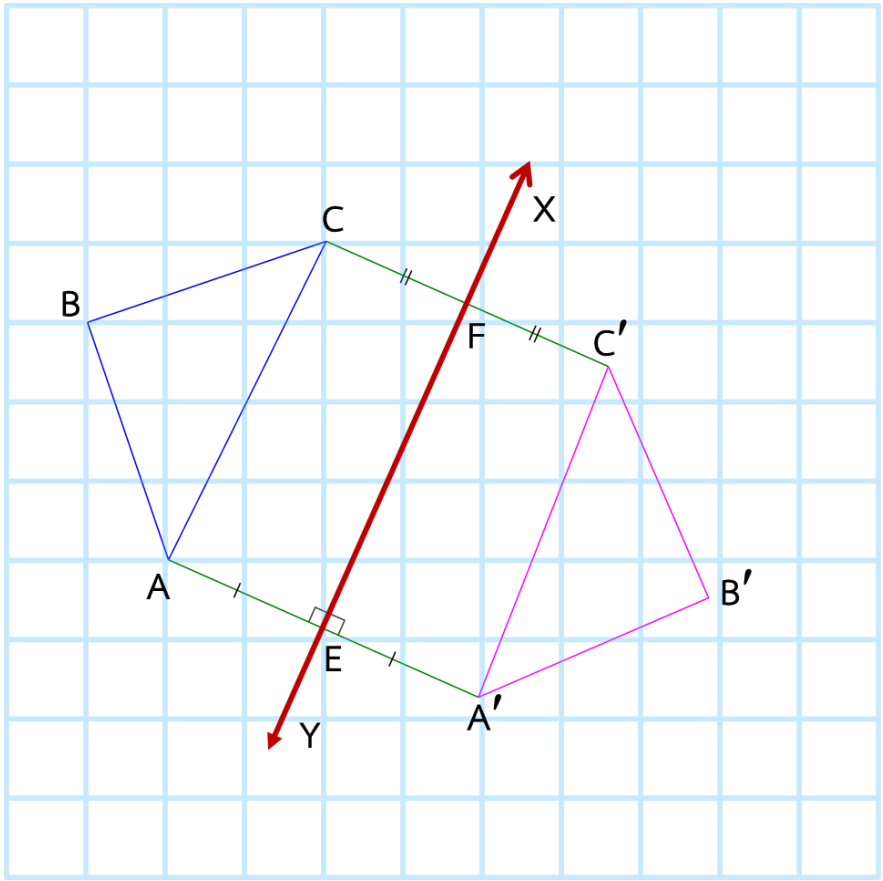


วิธีที่ 2

ลากเส้นตรงผ่านจุดกึ่งกลางของส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกัน 2 คู่

ตัวอย่างที่ 2

ให้ $\Delta A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน ΔABC จงหาเส้นสะท้อน

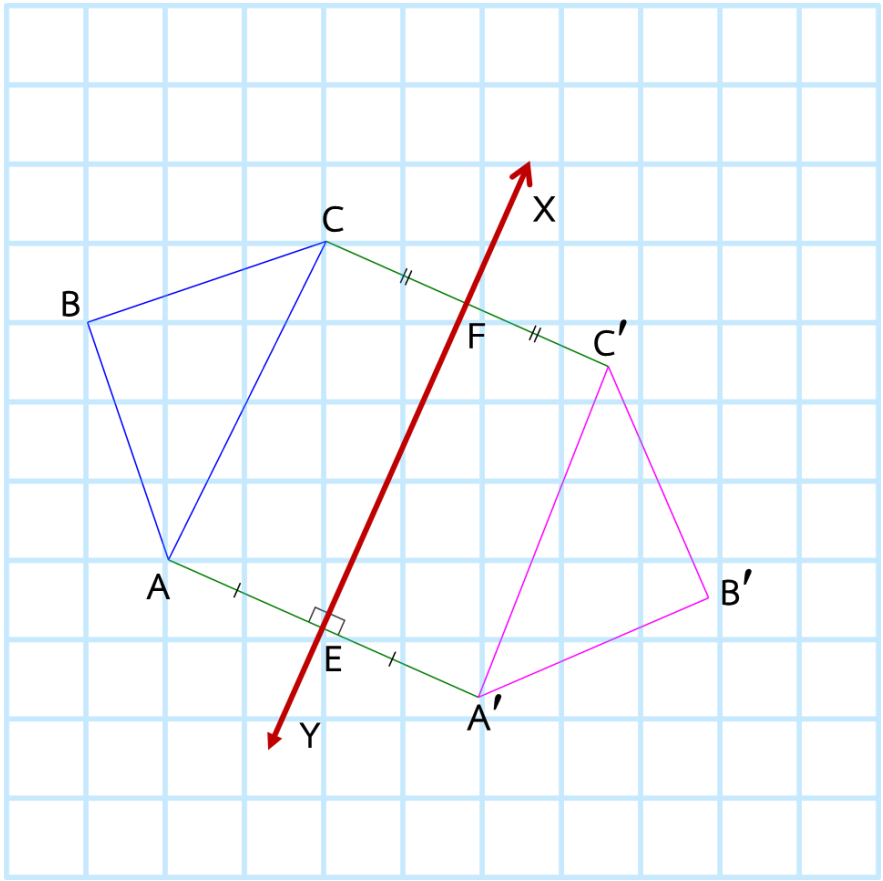


วิธีที่ 2

จุด E และจุด F เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AA'}$ และ $\overline{CC'}$ ตามลำดับ ลาก $\overleftrightarrow{XY}$ ผ่านจุด E และจุด F จะได้ $\overleftrightarrow{XY}$ เป็นเส้นสะท้อน

ตัวอย่างที่ 2

ให้ $\Delta A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน ΔABC จงหาเส้นสะท้อน



วิธีที่ 2

จุด E และจุด F เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AA'}$ และ $\overline{CC'}$ ตามลำดับ ลาก $\overleftrightarrow{XY}$ ผ่านจุด E และจุด F จะได้ $\overleftrightarrow{XY}$ เป็นเส้นสะท้อน

แบบฝึกหัด 6

การสะท้อน

แบบฝึกหัดที่ 6

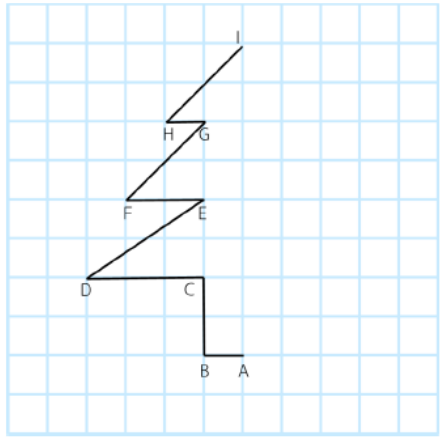
เรื่อง การสะท้อน

(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)

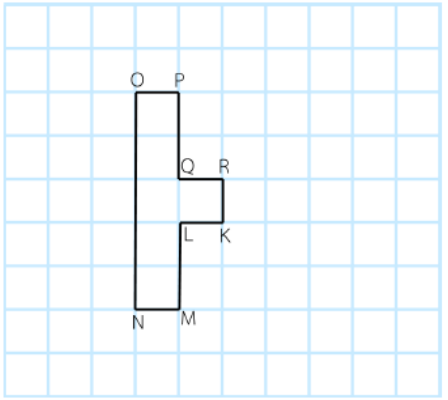
แบบฝึกหัด 6 เรื่อง การสะท้อน
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง การสะท้อน
รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค22101 ภาคเรียนที่ 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนเขียนภาพหรือข้อความที่ได้จากการสะท้อนในแต่ละข้อต่อไปนี้

1. กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AI}$ เป็นเส้นสะท้อน



2. กำหนดให้ $\overleftrightarrow{KR}$ เป็นเส้นสะท้อน

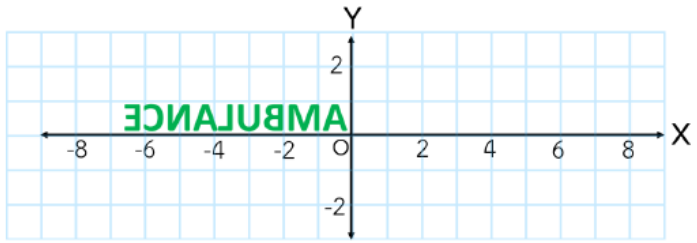


แบบฝึกหัดที่ 6

เรื่อง การสะท้อน

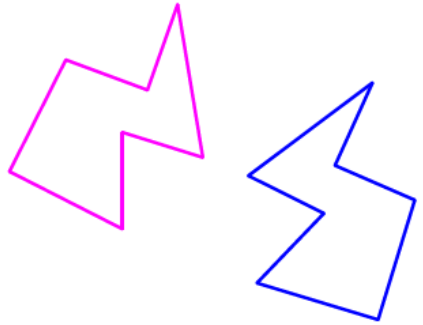
(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)

3. กำหนดให้ Y เป็นเส้นสะท้อน

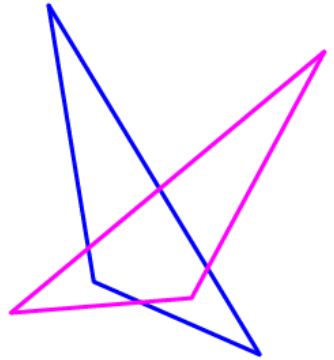


ตอนที่ 2 ให้นักเรียนหาเส้นสะท้อนในแต่ละข้อต่อไปนี้

1)



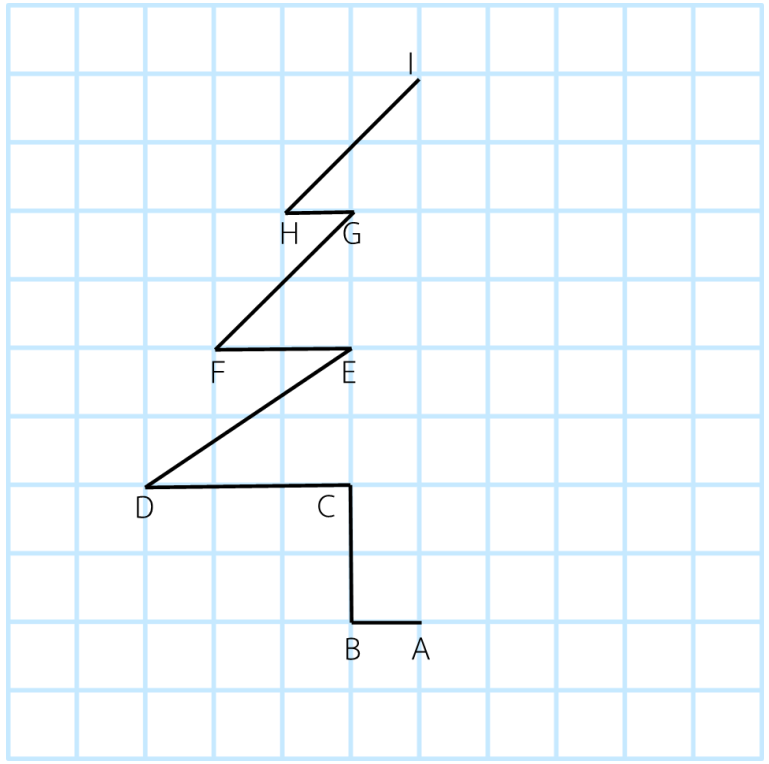
2)



แบบฝึกหัด 6 : การสะท้อน

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนเขียนภาพหรือข้อความที่ได้จากการสะท้อนในแต่ละข้อต่อไปนี้

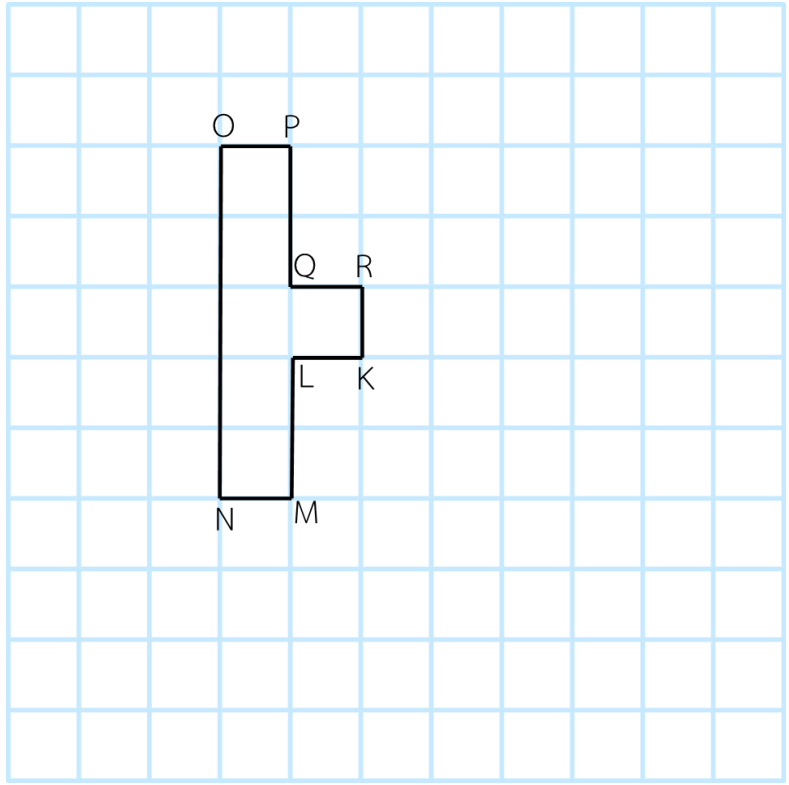
1) กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AI}$ เป็นเส้นสะท้อน



แบบฝึกหัด 6 : การสะท้อน

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนเขียนภาพหรือข้อความที่ได้จากการสะท้อนในแต่ละข้อต่อไปนี้

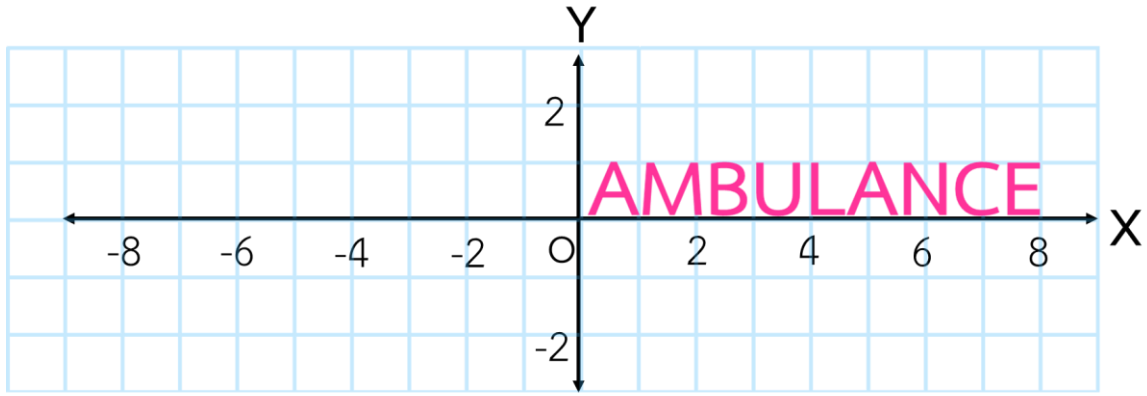
2) กำหนดให้ $\overleftrightarrow{KR}$ เป็นเส้นสะท้อน



แบบฝึกหัด 6 : การสะท้อน

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนเขียนภาพหรือข้อความที่ได้จากการสะท้อนในแต่ละข้อต่อไปนี้

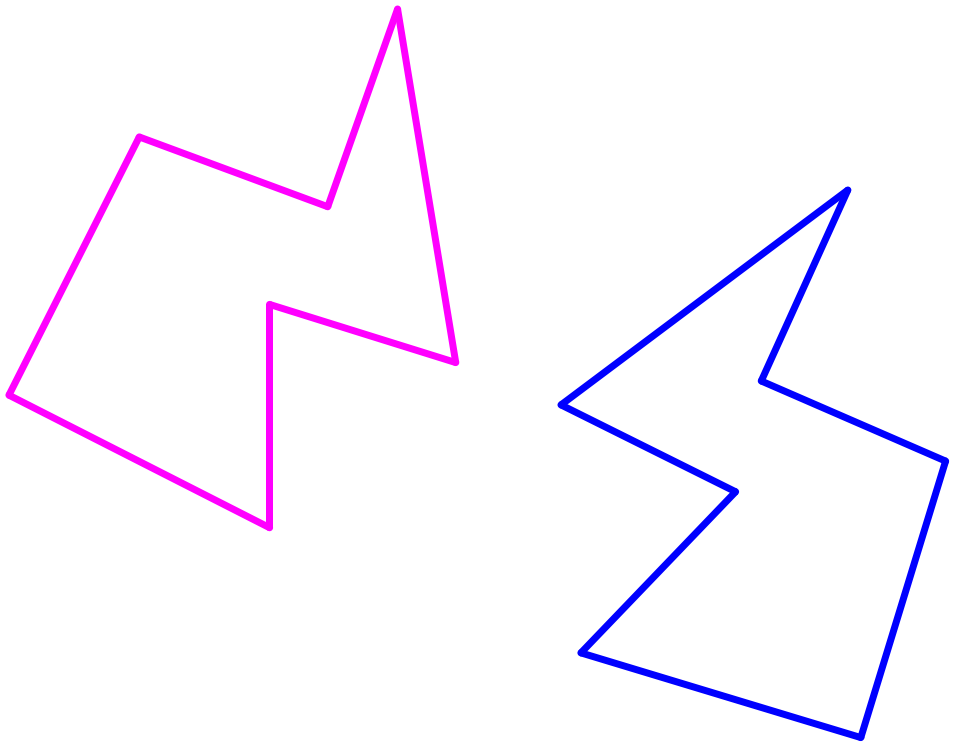
3) กำหนดให้ Y เป็นเส้นสะท้อน



แบบฝึกหัด 6 : การสะท้อน

ตอนที่ 2 ให้นักเรียนหาเส้นสะท้อนในแต่ละข้อต่อไปนี้

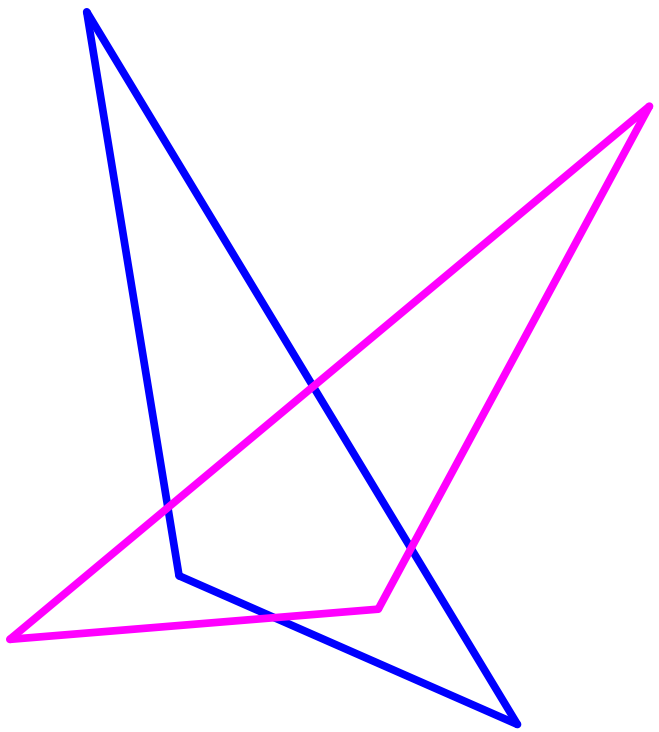
1)



แบบฝึกหัด 6 : การสะท้อน

ตอนที่ 2 ให้นักเรียนหาเส้นสะท้อนในแต่ละข้อต่อไปนี้

2)



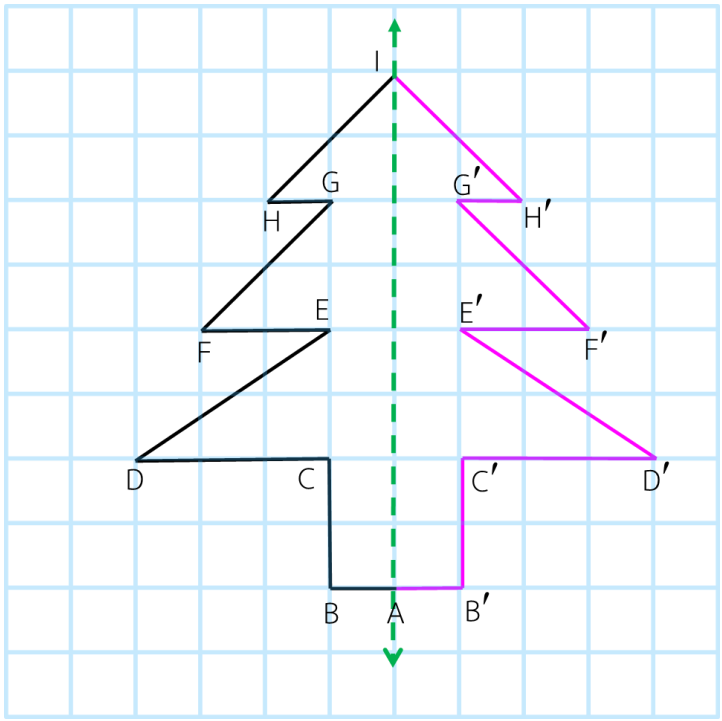
เฉลย แบบฝึกหัด 6

การสะท้อน

แบบฝึกหัด 6 : การสะท้อน

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนเขียนภาพหรือข้อความที่ได้จากการสะท้อนในแต่ละข้อต่อไปนี้

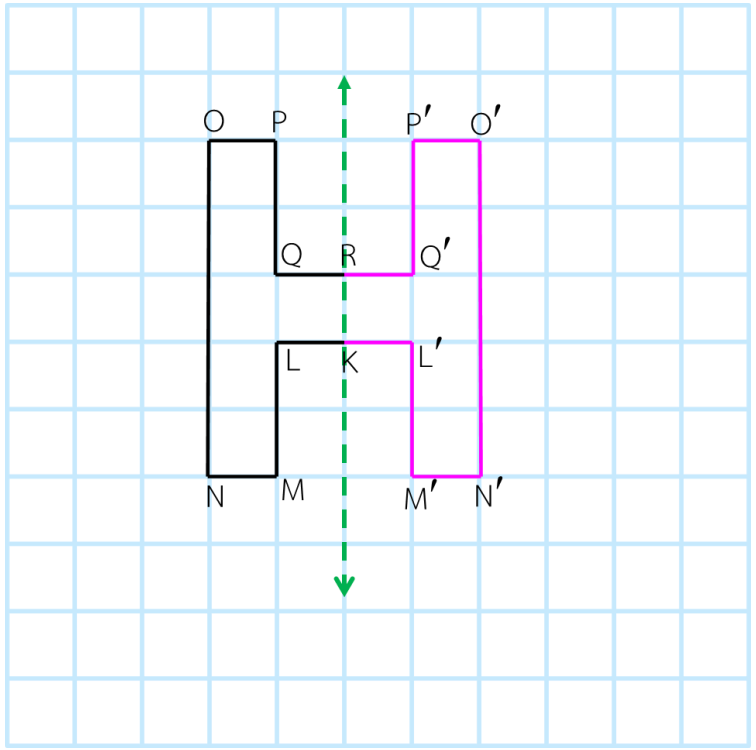
1) กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AI}$ เป็นเส้นสะท้อน



แบบฝึกหัด 6 : การสะท้อน

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนเขียนภาพหรือข้อความที่ได้จากการสะท้อนในแต่ละข้อต่อไปนี้

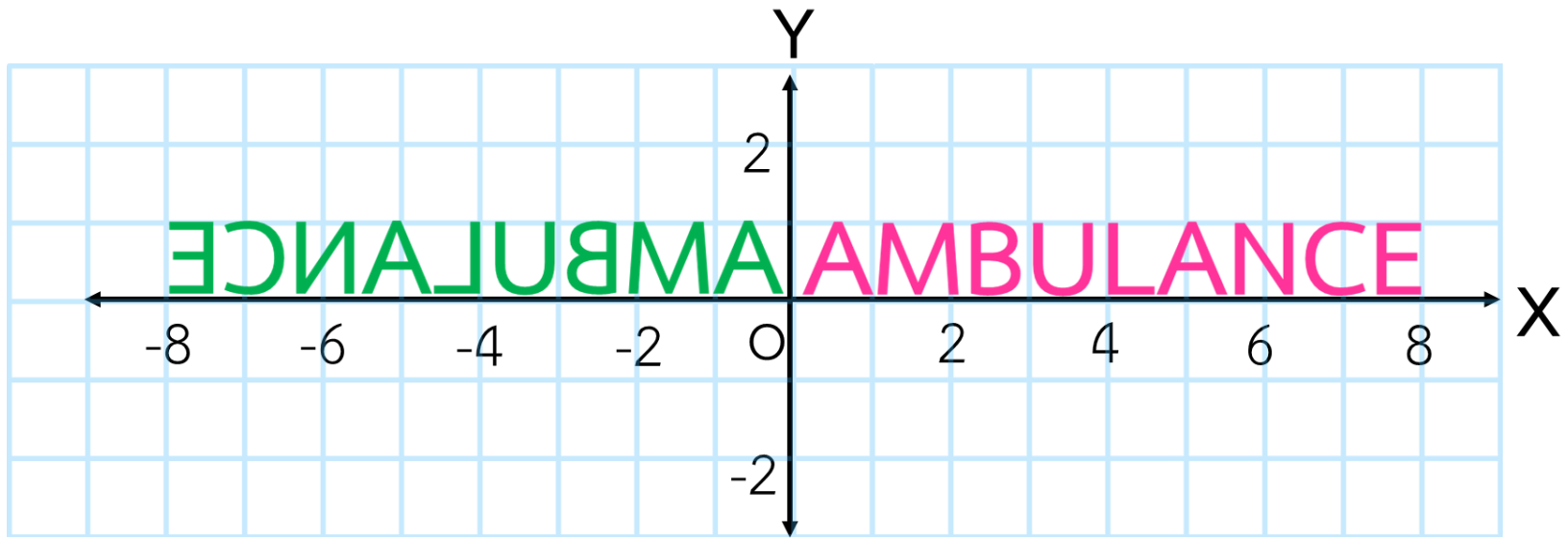
2) กำหนดให้ $\overleftrightarrow{KR}$ เป็นเส้นสะท้อน



แบบฝึกหัด 6 : การสะท้อน

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนเขียนภาพหรือข้อความที่ได้จากการสะท้อนในแต่ละข้อต่อไปนี้

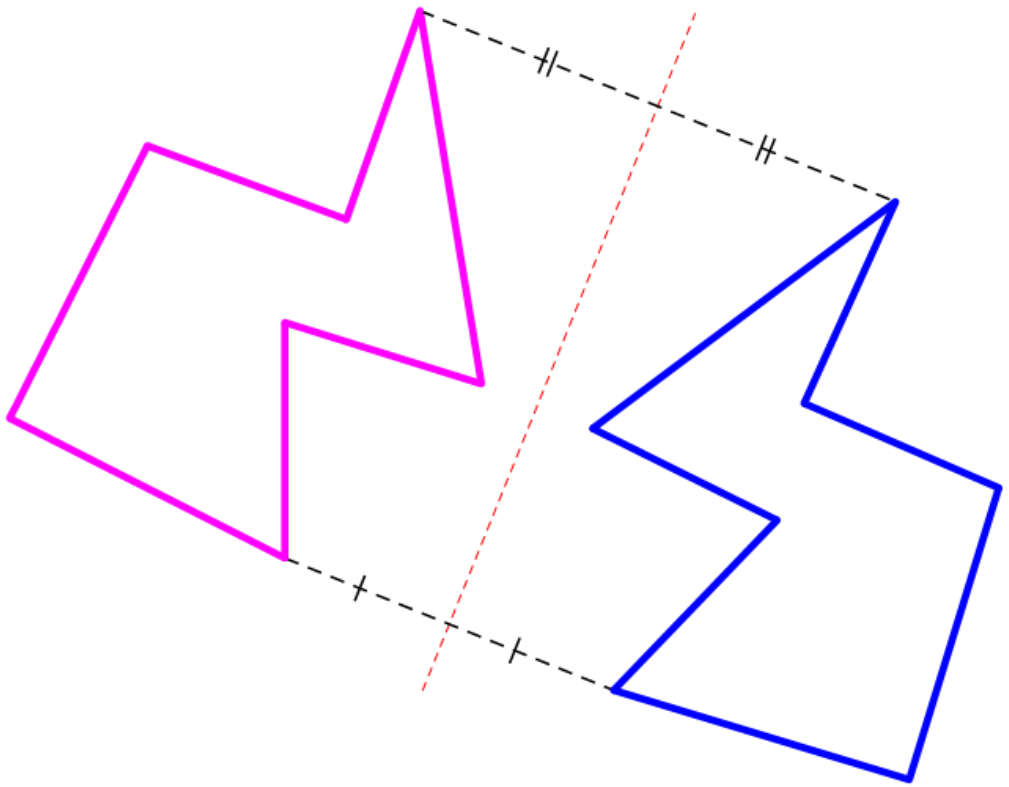
3) กำหนดให้ Y เป็นเส้นสะท้อน



แบบฝึกหัด 6 : การสะท้อน

ตอนที่ 2 ให้นักเรียนหาเส้นสะท้อนในแต่ละข้อต่อไปนี้

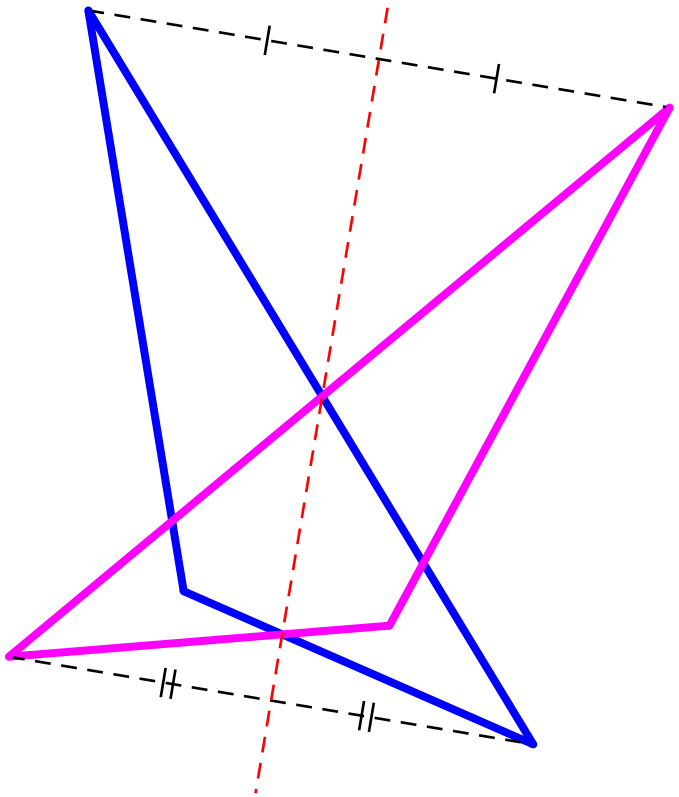
1)



แบบฝึกหัด 6 : การสะท้อน

ตอนที่ 2 ให้นักเรียนหาเส้นสะท้อนในแต่ละข้อต่อไปนี้

2)



สรุปบทเรียน

ความรู้กันหน่อย

การสะท้อนบนระนาบ เป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีการพลิกรูป โดยมีเส้นในแนวตรงเส้นหนึ่งเป็นเส้นสะท้อน ซึ่งอาจจะมีบางจุดอยู่บนเส้นสะท้อนก็ได้

สรุปบทเรียน

ความรู้กันหน่อย

การหาภาพที่ได้จากการสะท้อน ทำได้โดยสร้างรังสีที่มีจุดปลายเป็นจุดบนรูปต้นแบบและตั้งฉากกับเส้นสะท้อน ตำแหน่งของจุดบนภาพที่ได้จากการสะท้อนจะอยู่ห่างจากเส้นสะท้อนเป็นระยะเท่ากับที่จุดบนรูปต้นแบบที่สมนัยกันห่างจากเส้นสะท้อน จากนั้น ลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดที่เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนเหล่านั้น

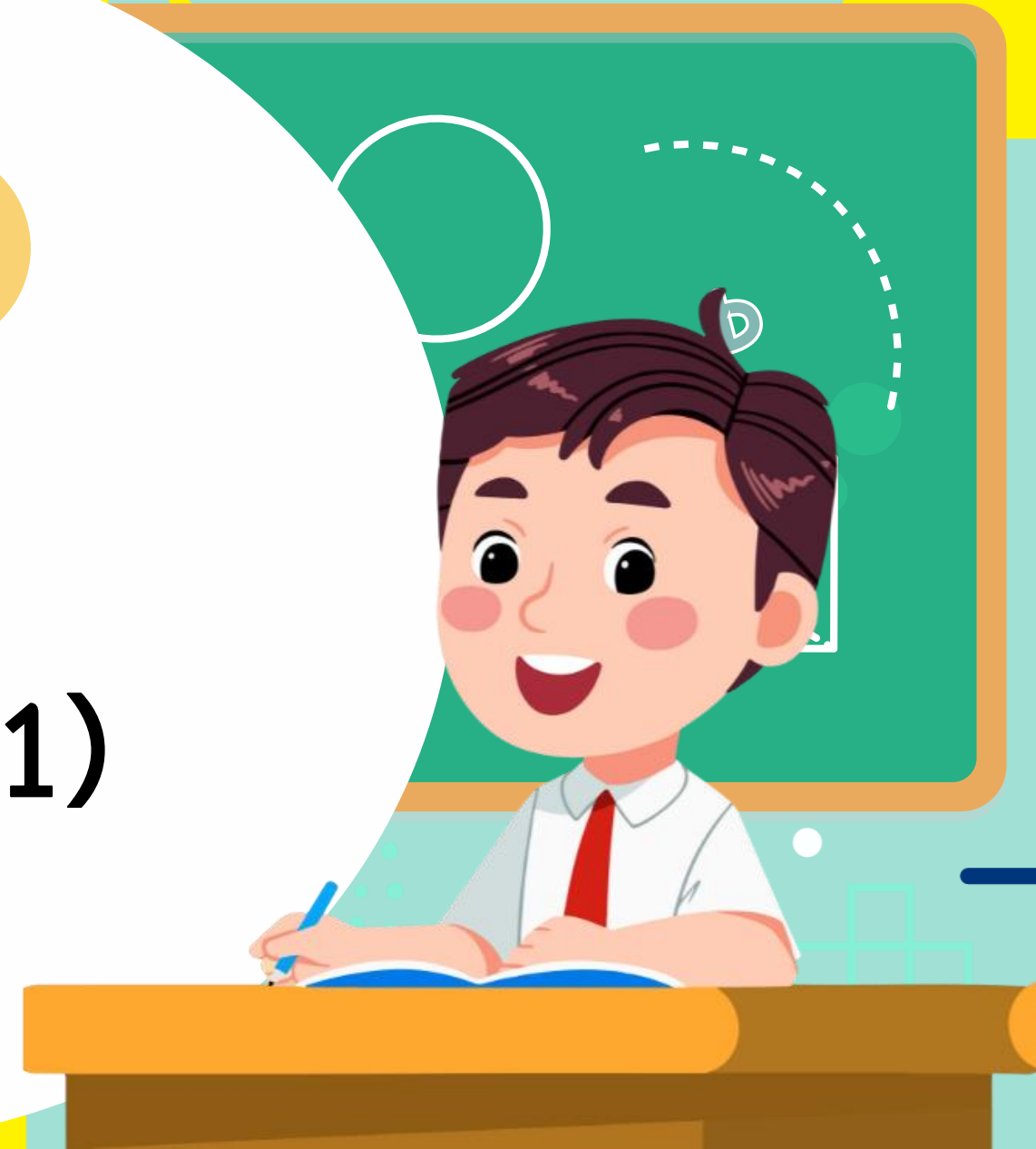
สรุปบทเรียน

ความรู้กันหน่อย

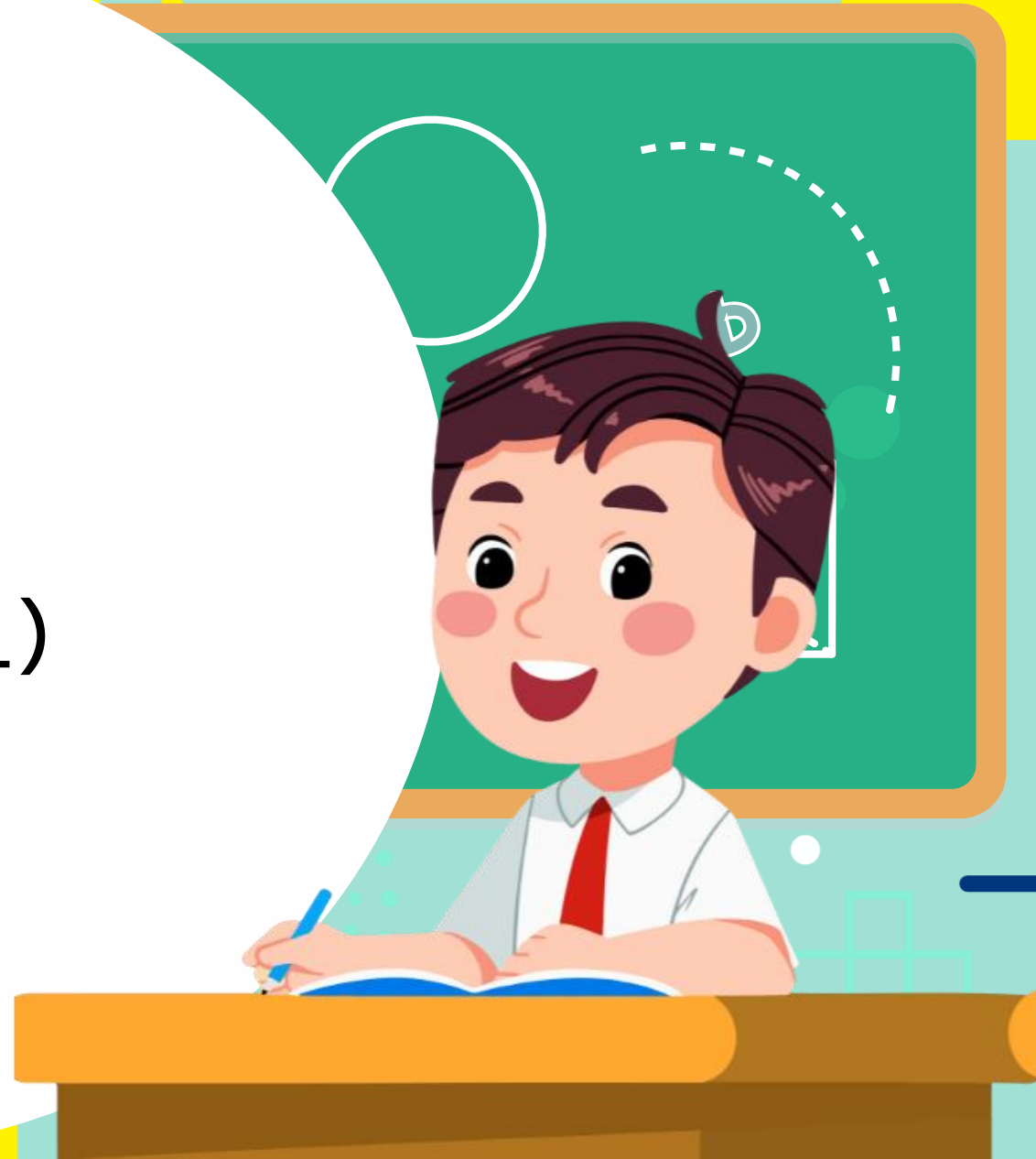
การหาเส้นสะท้อน เมื่อกำหนดรูปต้นแบบและเส้นสะท้อนรูปต้นแบบมาให้ ทำได้โดยลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันคู่หนึ่งคู่ใดของรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการแปลง แล้วสร้างเส้นตรงแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงนั้น เส้นตรงที่ได้คือเส้นสะท้อนตามต้องการ

บทเรียนครั้งต่อไป

เรื่อง การสะท้อนในระบบพิกัดฉาก (1)



สิ่งที่ต้องเตรียม

แบบฝึกหัด 7 :
การสะท้อนในระบบพิกัดฉาก (1)

(สามารถดาวน์โหลดได้ที่
www.dltv.ac.th)