รายวิชา คณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค22101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การแปลงทางเรขาคณิต

เรื่อง การเลื่อนขนานในระบบพิกัดฉาก (1)

ครูผู้สอน ครูนงค์นุช สุกใส

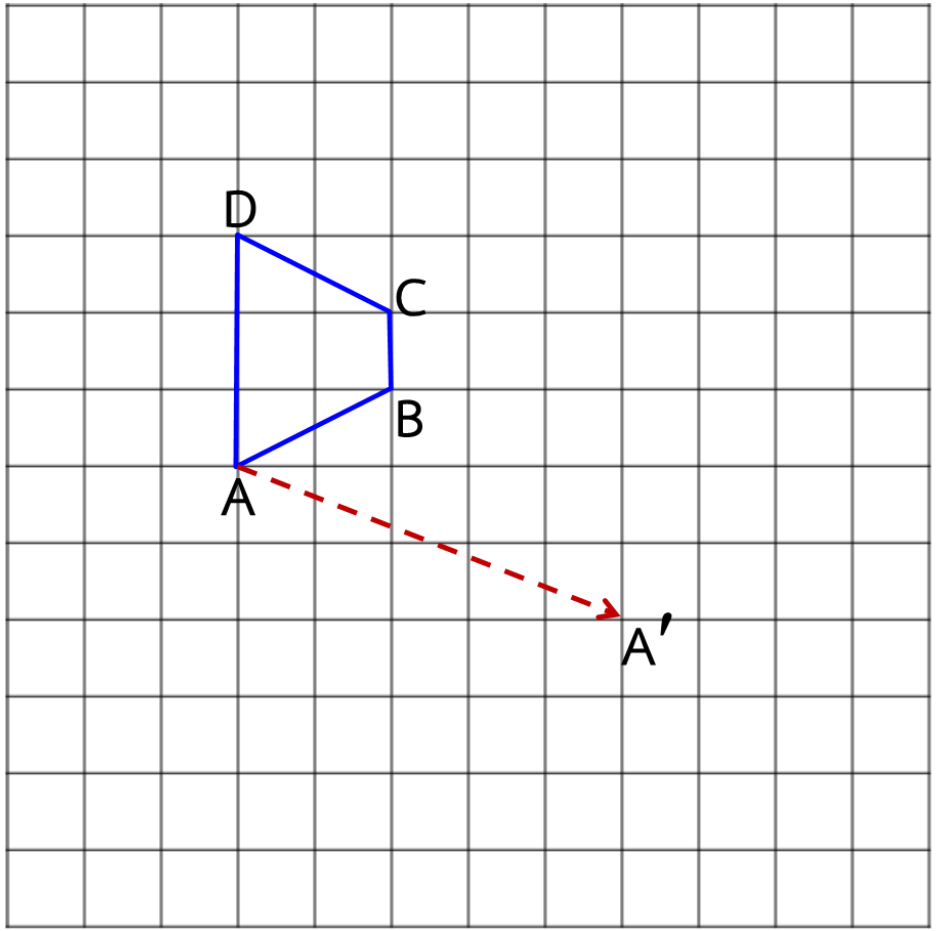
การเลื่อนขนานในระบบพิกัดฉาก (1)

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถ

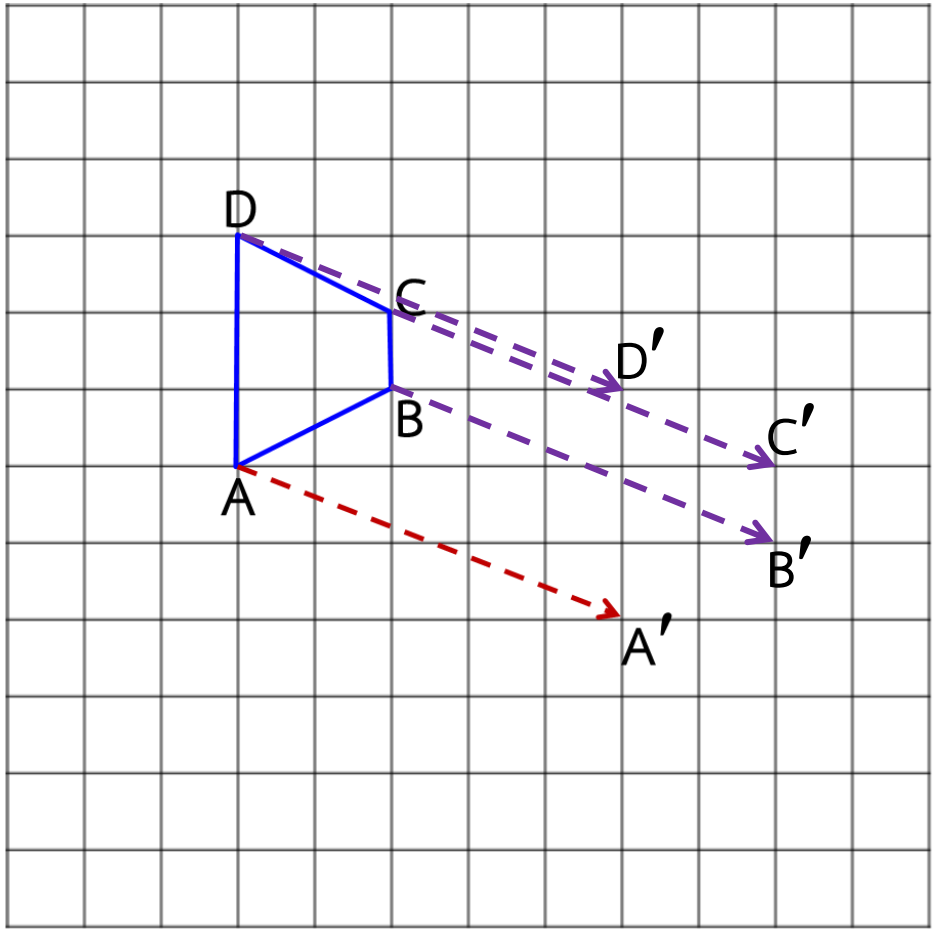
1. หาภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานรูปต้นแบบบนระนาบ
2. บอกพิกัดของจุดบนภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานรูปต้นแบบในระบบพิกัดฉาก

จงหาภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน $\square ABCD$ ด้วย $\overrightarrow{AA'}$



แนวคิด การหาภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน $\square ABCD$ ให้หาจุด A', B', C' และ D' ซึ่งเป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานจุด A, B, C และ D ตามลำดับก็เป็นการเพียงพอที่จะได้ภาพจากการเลื่อนขนาน $\square ABCD$

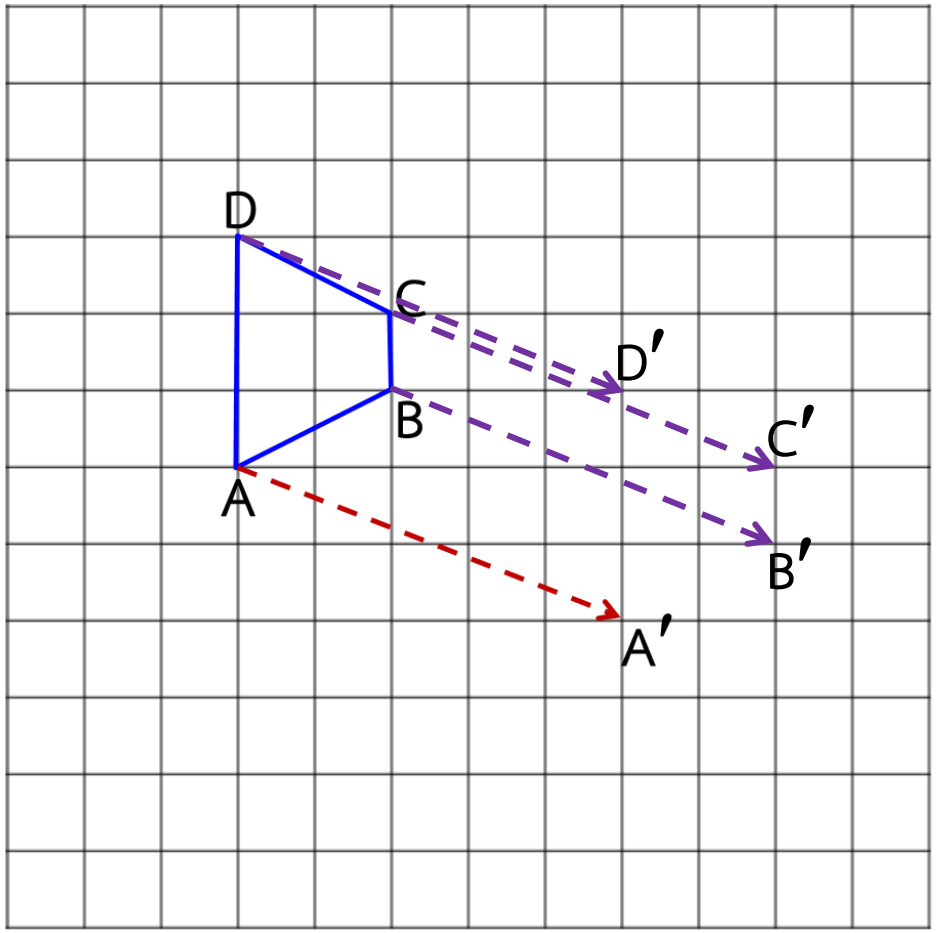
จงหาภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน $\square ABCD$ ด้วย $\overrightarrow{AA'}$



วิธีทำ การหาภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานทำได้ดังนี้

1. ลาก $\overrightarrow{BB'}$, $\overrightarrow{CC'}$ และ $\overrightarrow{DD'}$ ให้มีทิศทางเดียวกับ $\overrightarrow{AA'}$ และยาวเท่ากับขนาดของ $\overrightarrow{AA'}$

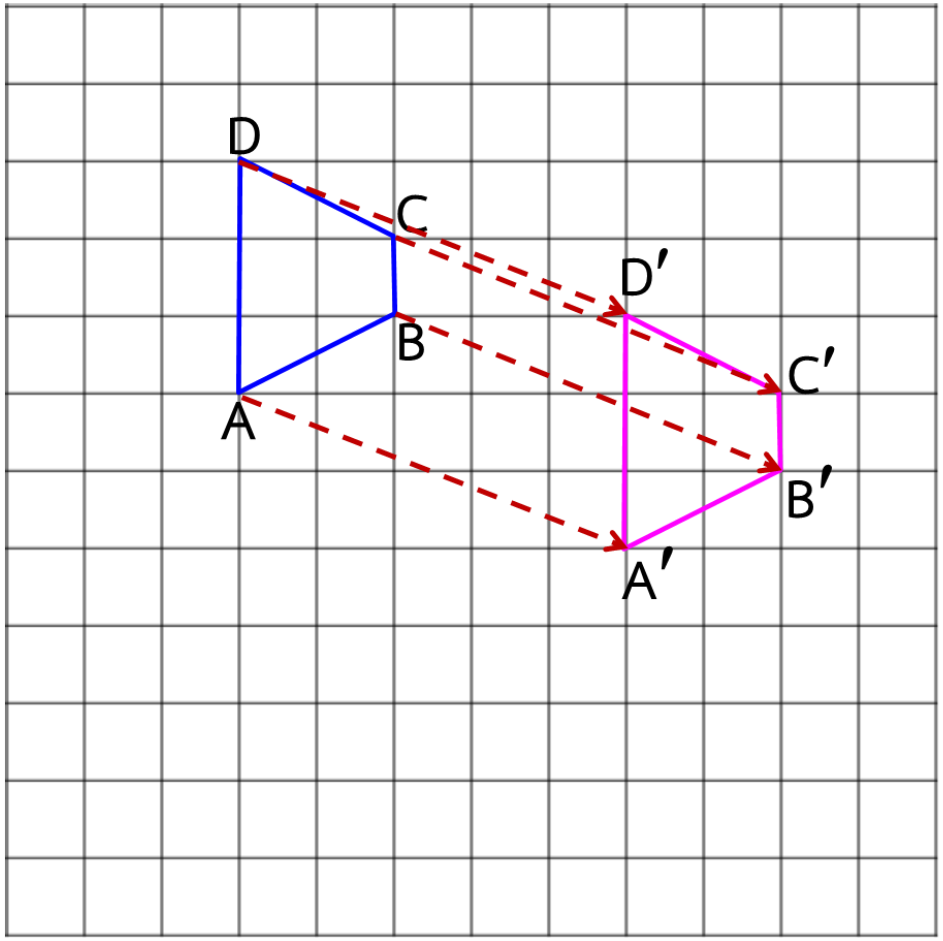
จงหาภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน $\square ABCD$ ด้วย $\overrightarrow{AA'}$



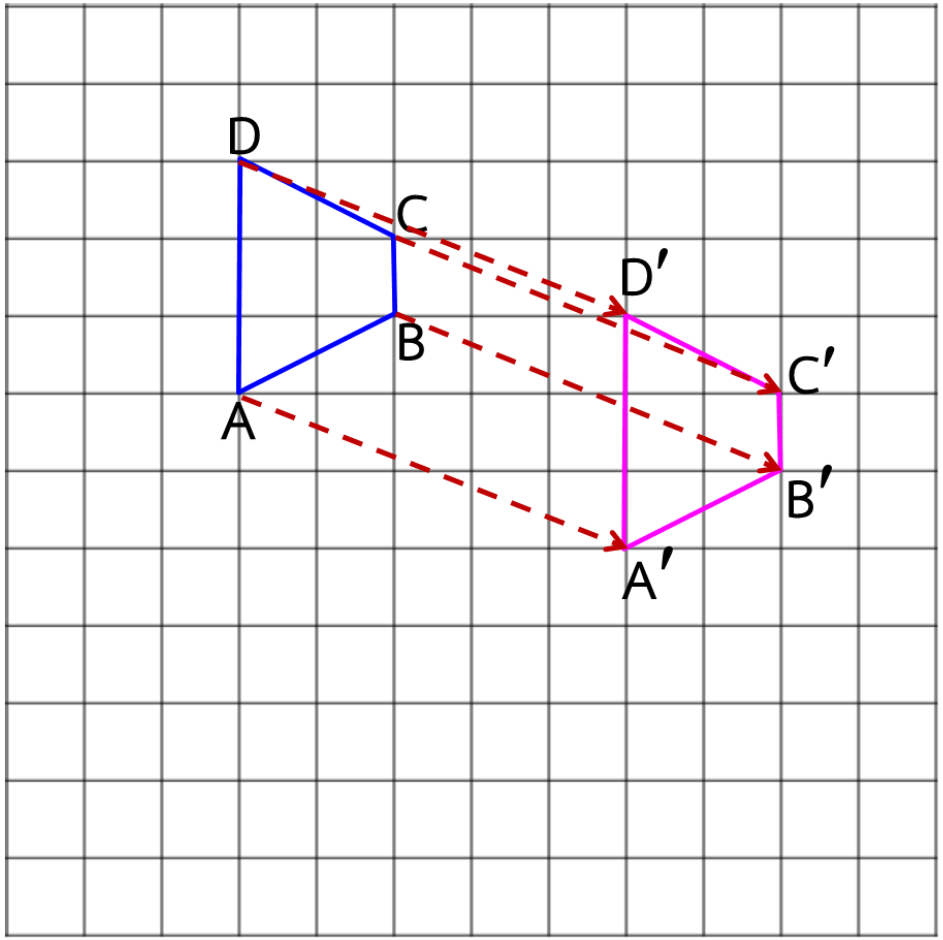
วิธีทำ

2. ลาก $\overline{A'D'}$, $\overline{D'C'}$, $\overline{C'B'}$ และ $\overline{B'A'}$

จงหาภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน $\square ABCD$ ด้วย $\overrightarrow{AA'}$



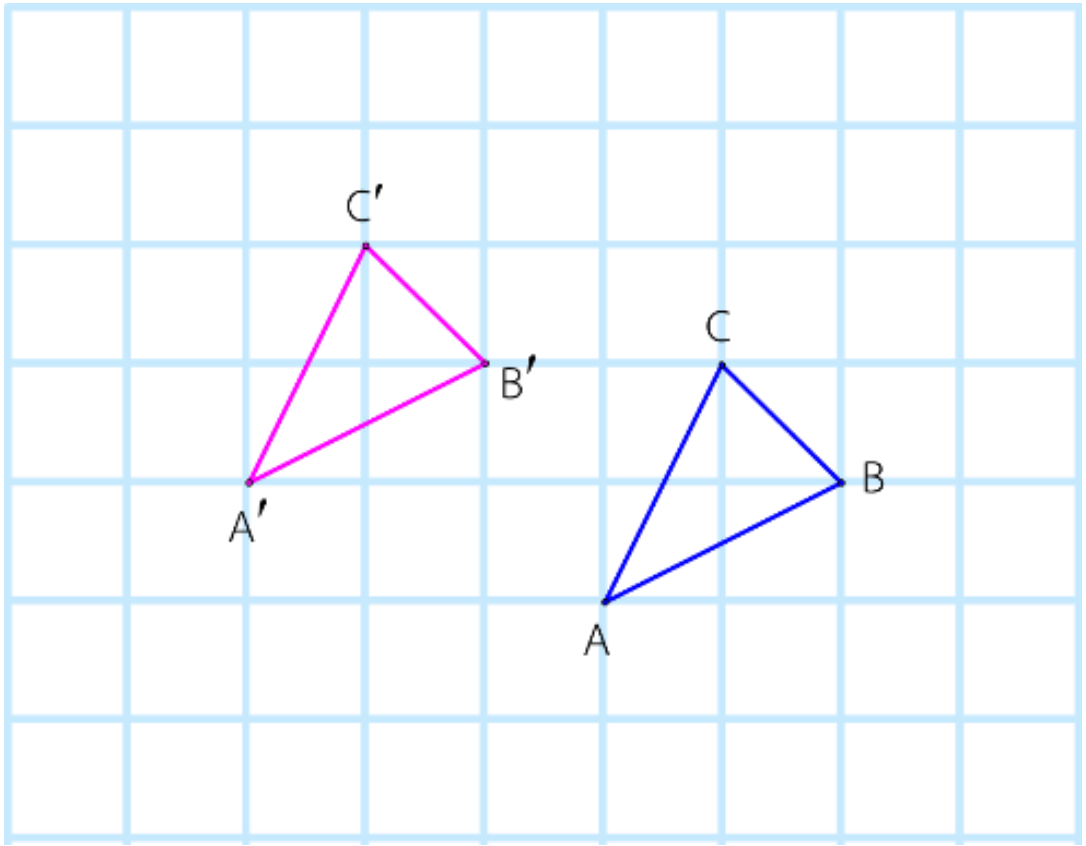
จะได้ $\square A'B'C'D'$ เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน $\square ABCD$ ด้วย $\overrightarrow{AA'}$



จะเห็นว่า เมื่อกำหนดรูปต้นแบบและเวกเตอร์ของการเลื่อนขนานมาให้ จะสามารถหาภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานได้ และในทางกลับกัน ถ้ากำหนดรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน รูปต้นแบบมาให้ ก็สามารถหาเวกเตอร์จากการเลื่อนขนานได้เช่นเดียวกัน

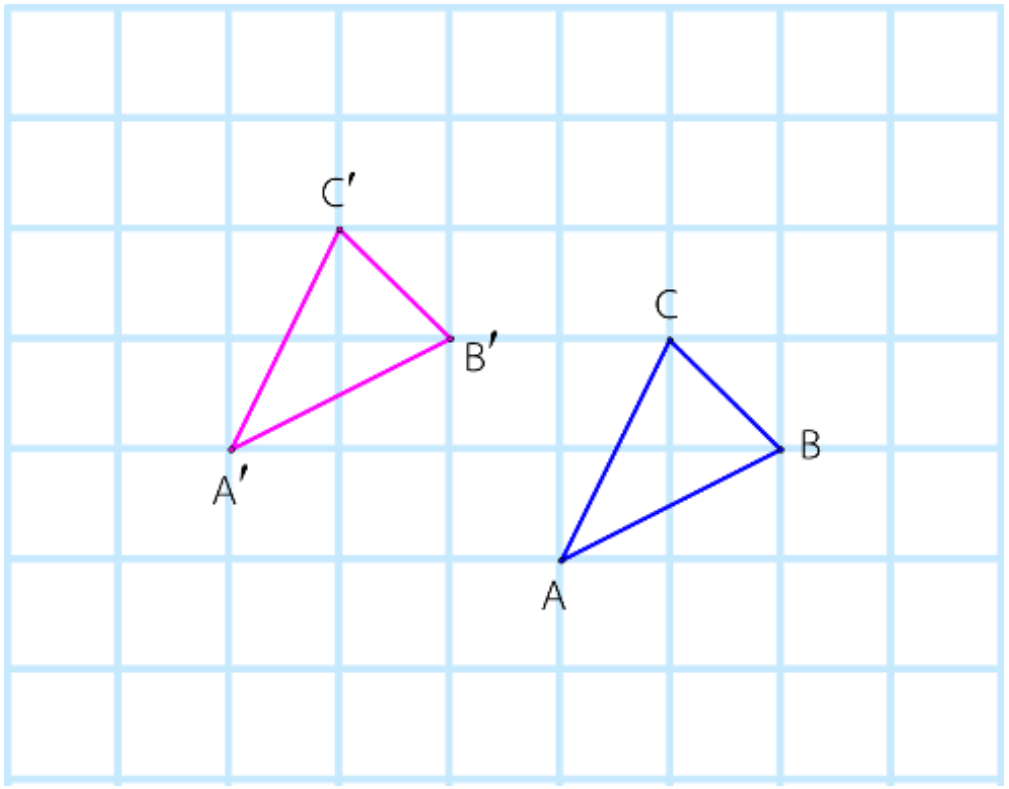
ตัวอย่าง

กำหนดให้ $\Delta A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน ΔABC จงหาเวกเตอร์ของการเลื่อนขนาน ΔABC



ตัวอย่าง

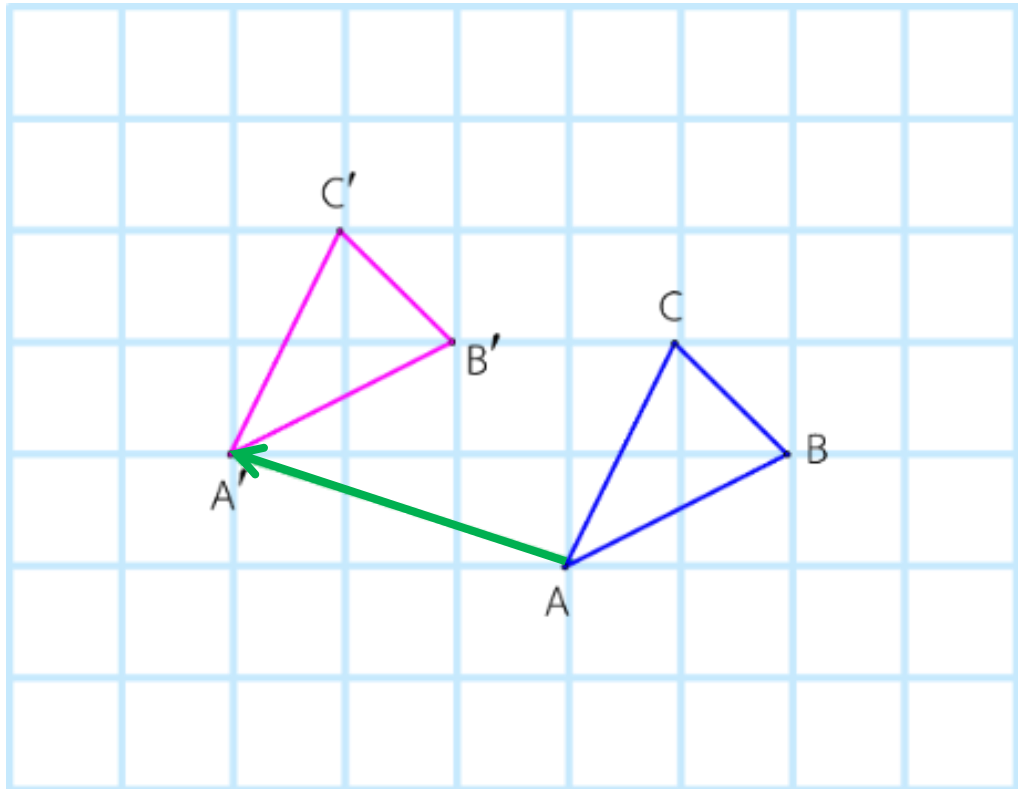
กำหนดให้ $\Delta A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน ΔABC จงหาเวกเตอร์ของการเลื่อนขนาน ΔABC



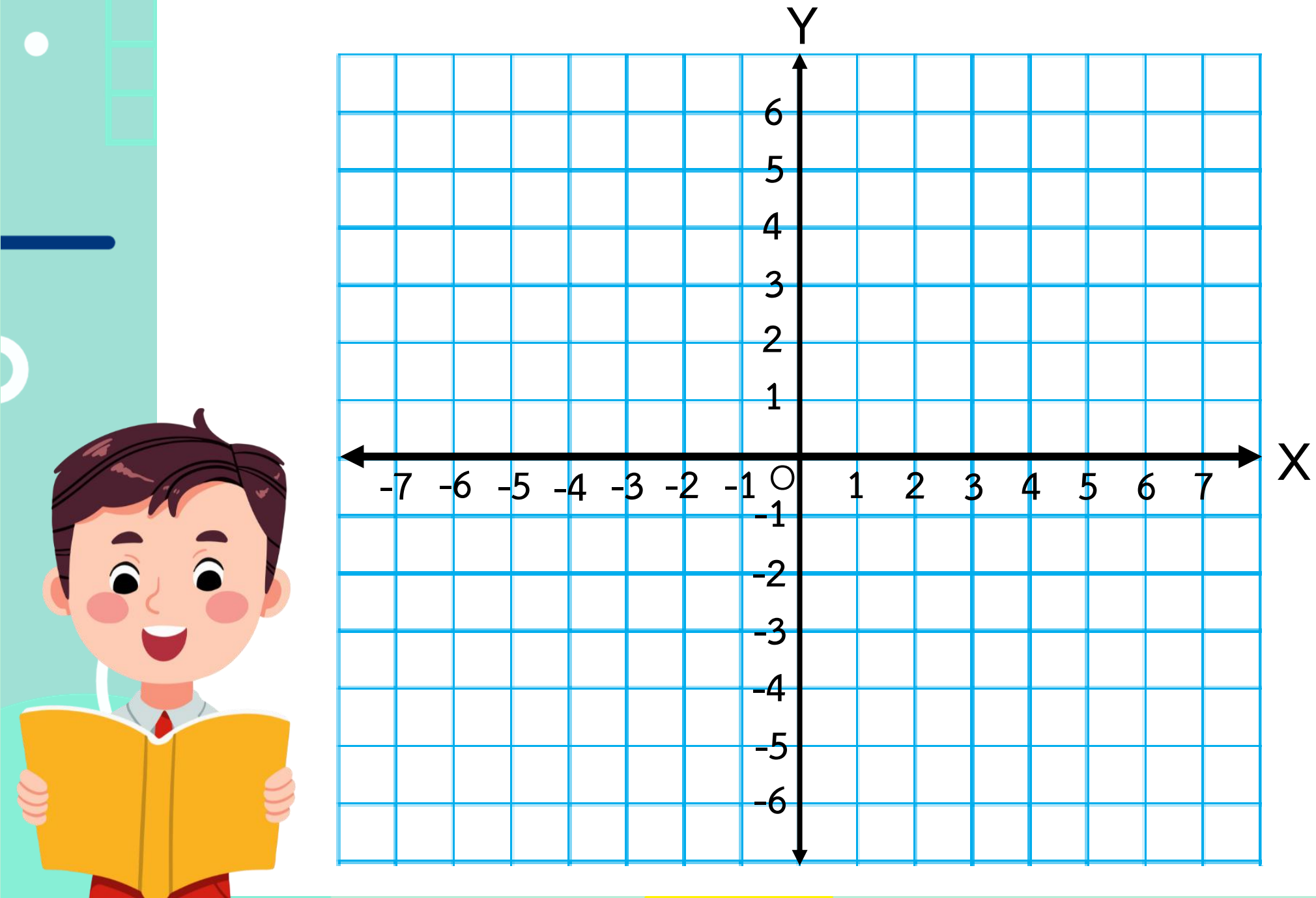
แนวคิด เมื่อต้องการหาเวกเตอร์ของการเลื่อนขนาน ΔABC ก็สามารถทำได้โดยลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันคู่หนึ่งคู่ใดของ ΔABC และ $\Delta A'B'C'$

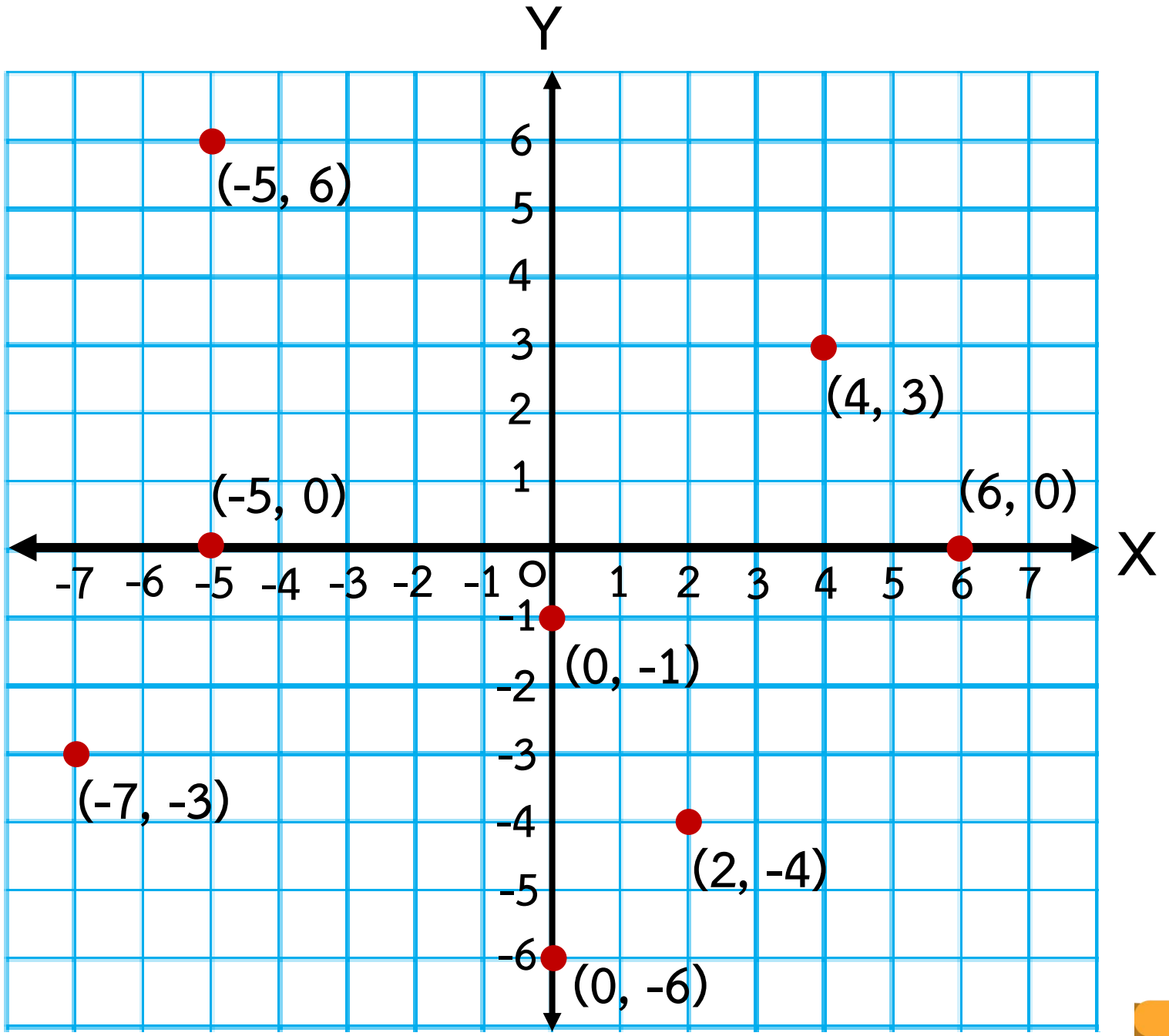
ตัวอย่าง

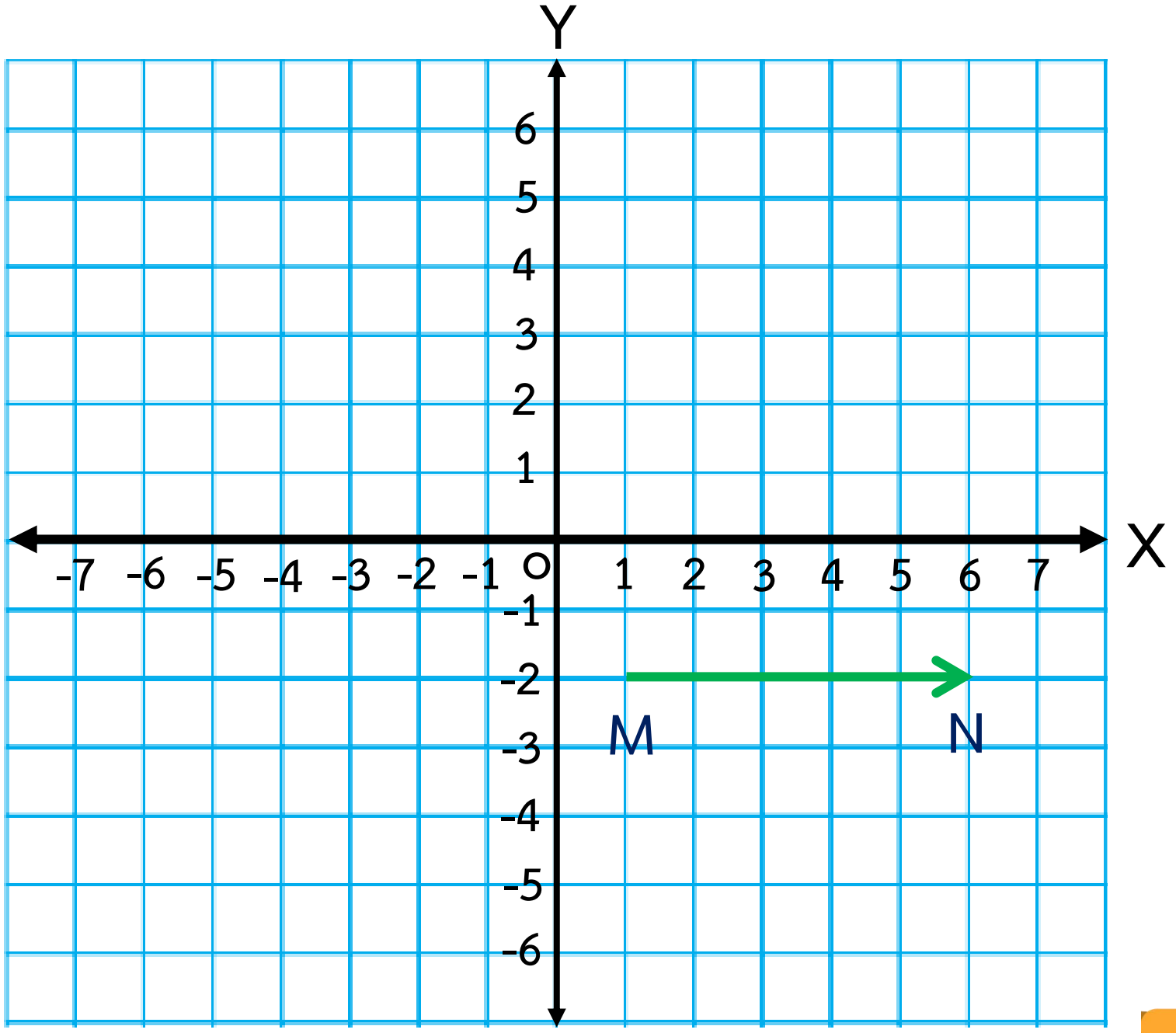
กำหนดให้ $\triangle A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน $\triangle ABC$ จงหาเวกเตอร์ของการเลื่อนขนาน $\triangle ABC$



เช่น ลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุด A และ A′ ก็จะได้ $\overrightarrow{AA'}$ ที่บอกทิศทางและระยะทางของการเลื่อนขนาน $\triangle ABC$ แล้วได้ภาพของการเลื่อนขนานเป็น $\triangle A'B'C'$ ตามต้องการ

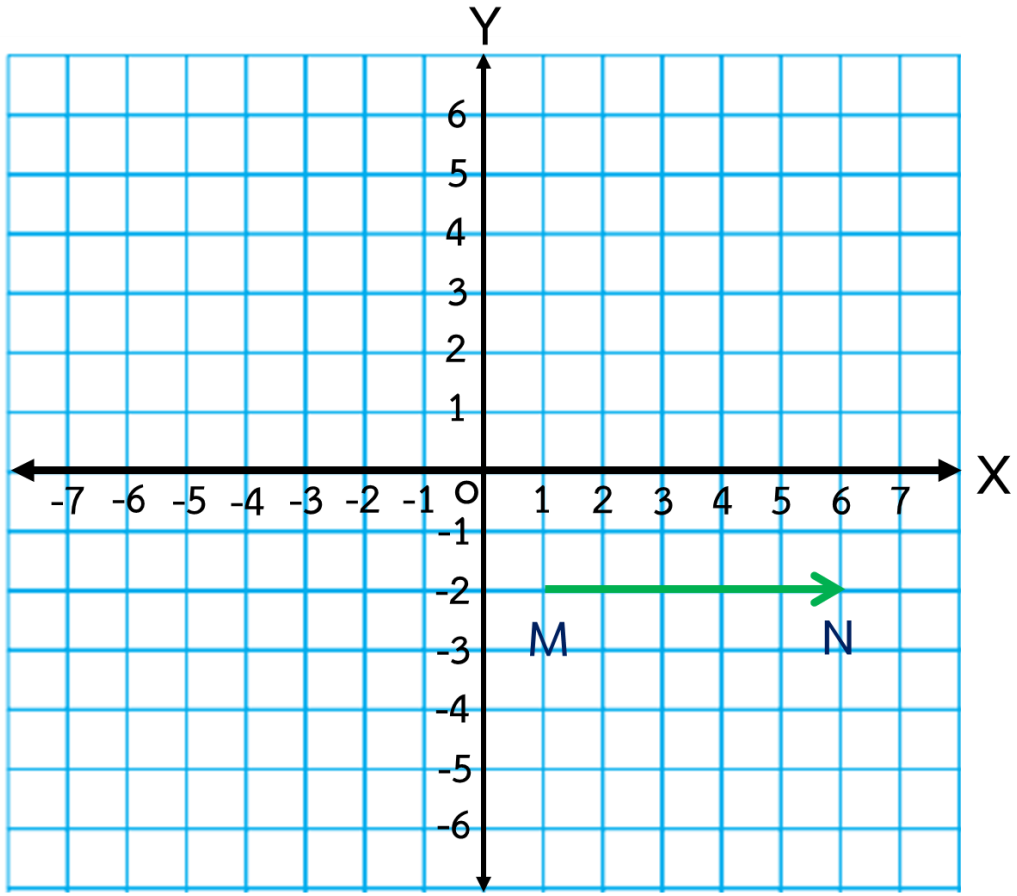

Y
X
6
5
4
3
2
1
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 O 1 2 3 4 5 6 7


Y
X
(-5, 6)
(4, 3)
(-5, 0)
(6, 0)
(0, -1)
(-7, -3)
(2, -4)
(0, -6)


Y
X
O
6
5
4
3
2
1
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
-6
-5
-4
-3
-2
-1
1
2
3
4
5
6
7
M
N

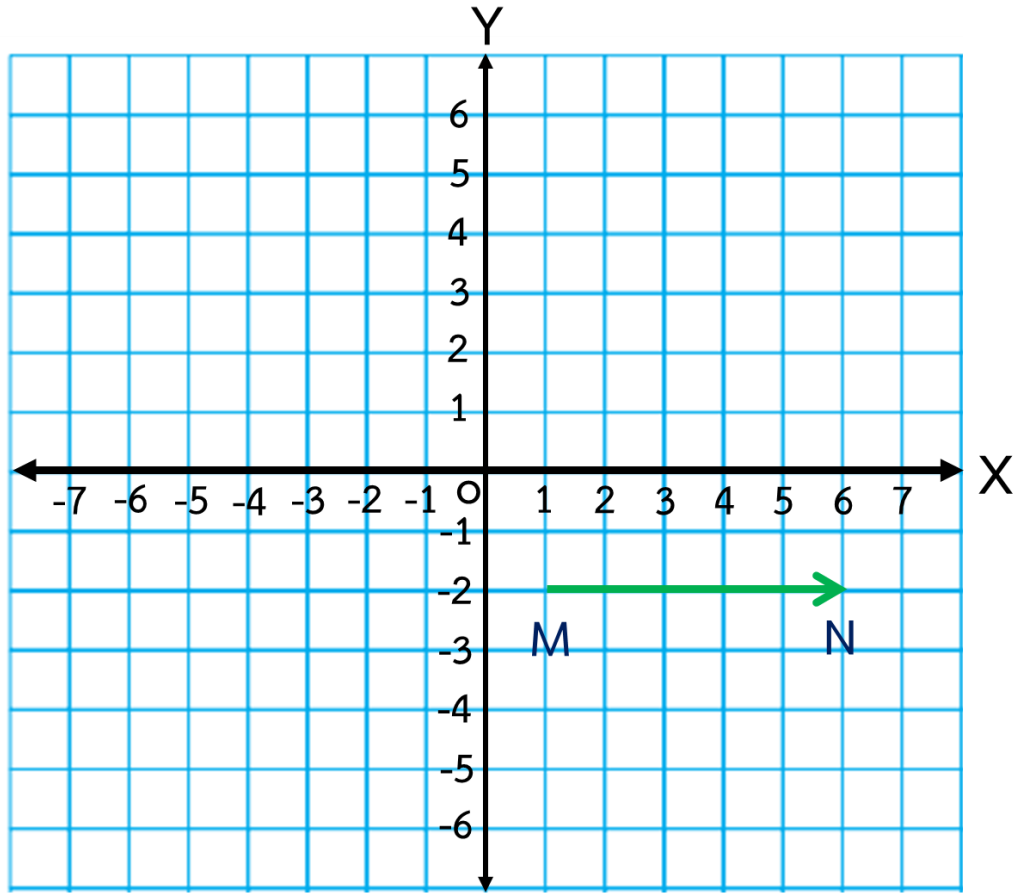
เวกเตอร์ MN แสดงทิศทาง
ในการเลื่อนขนานอย่างไร

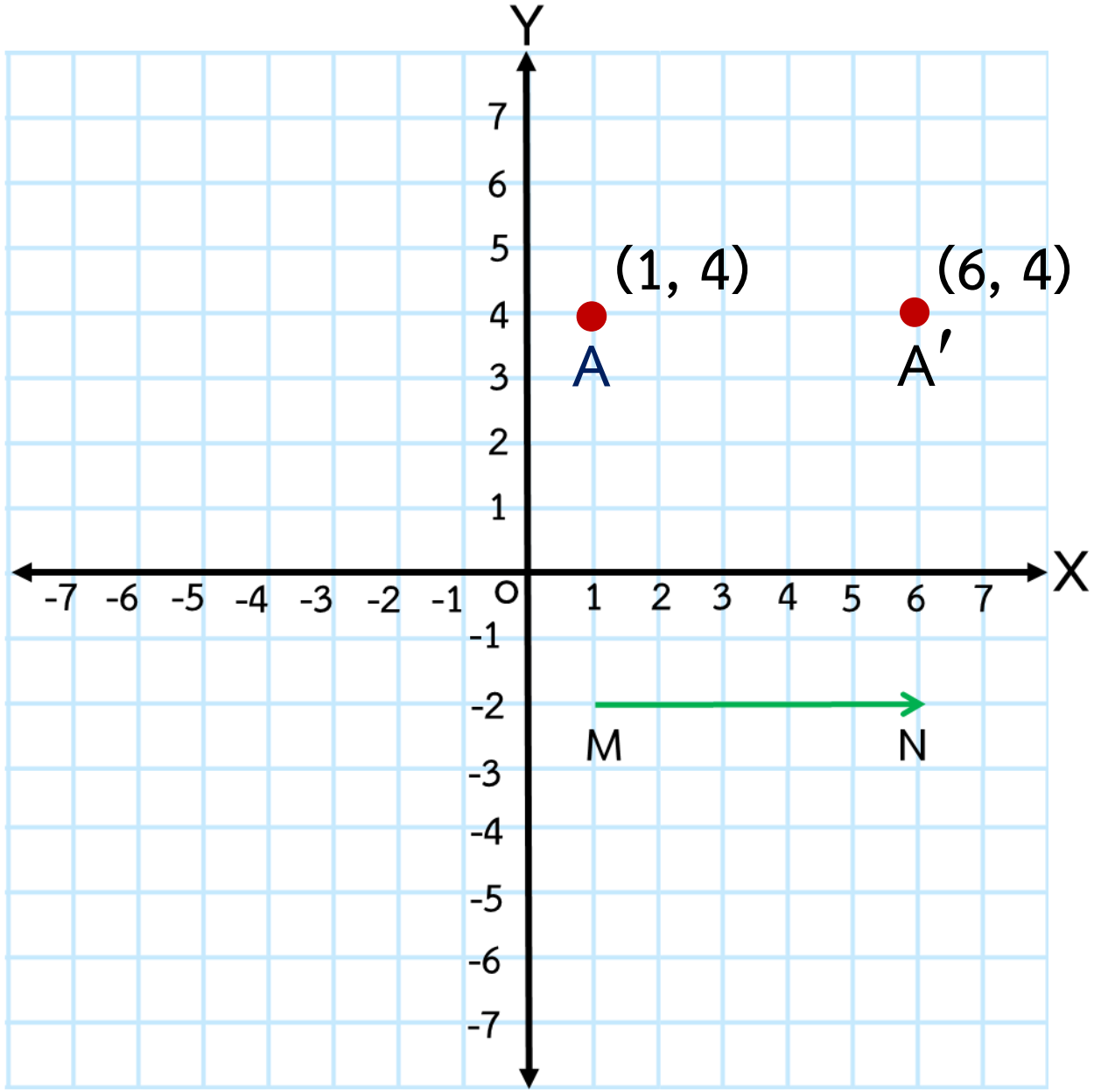
ไปทางขวาตามแนวแกน X

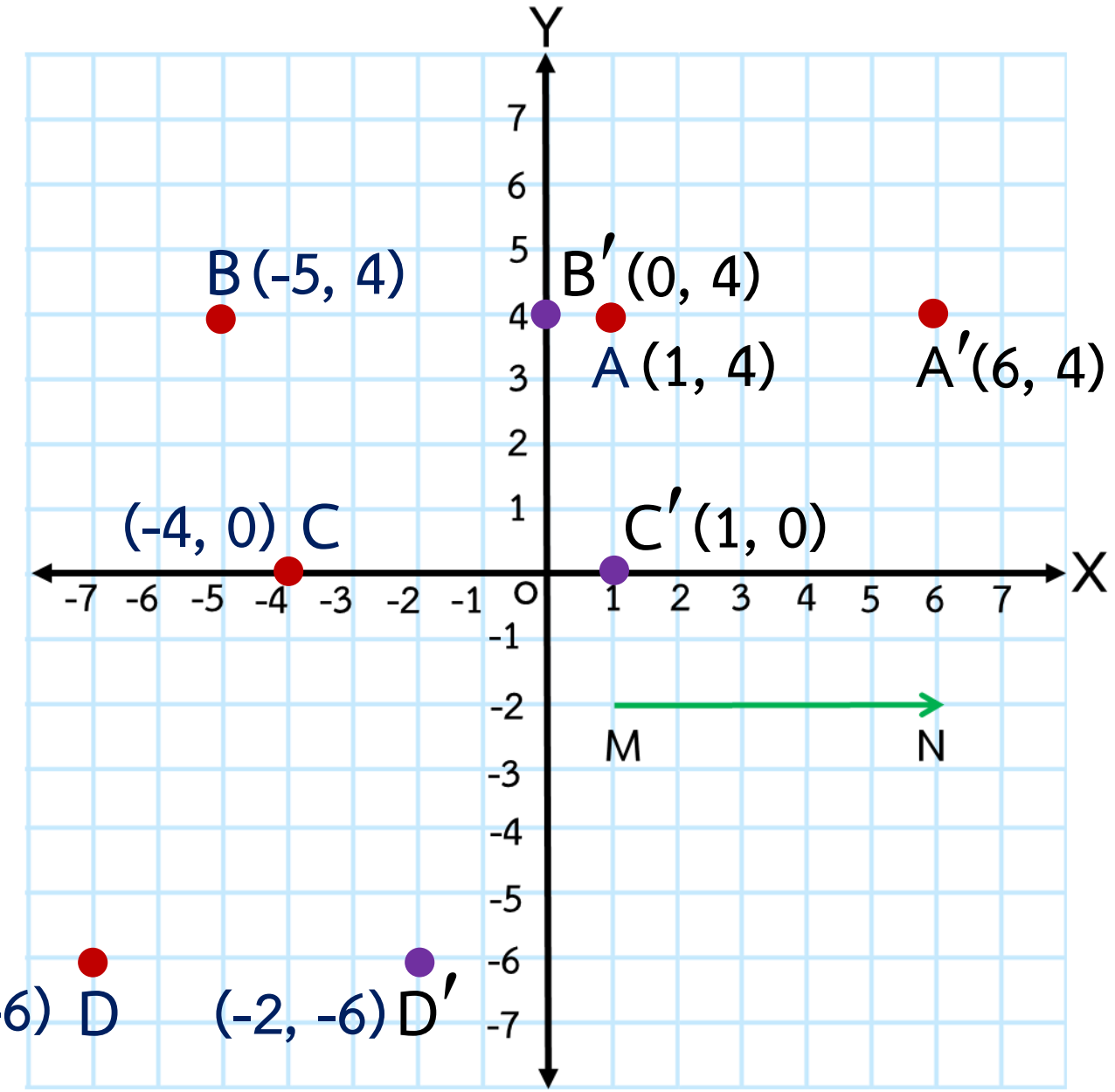


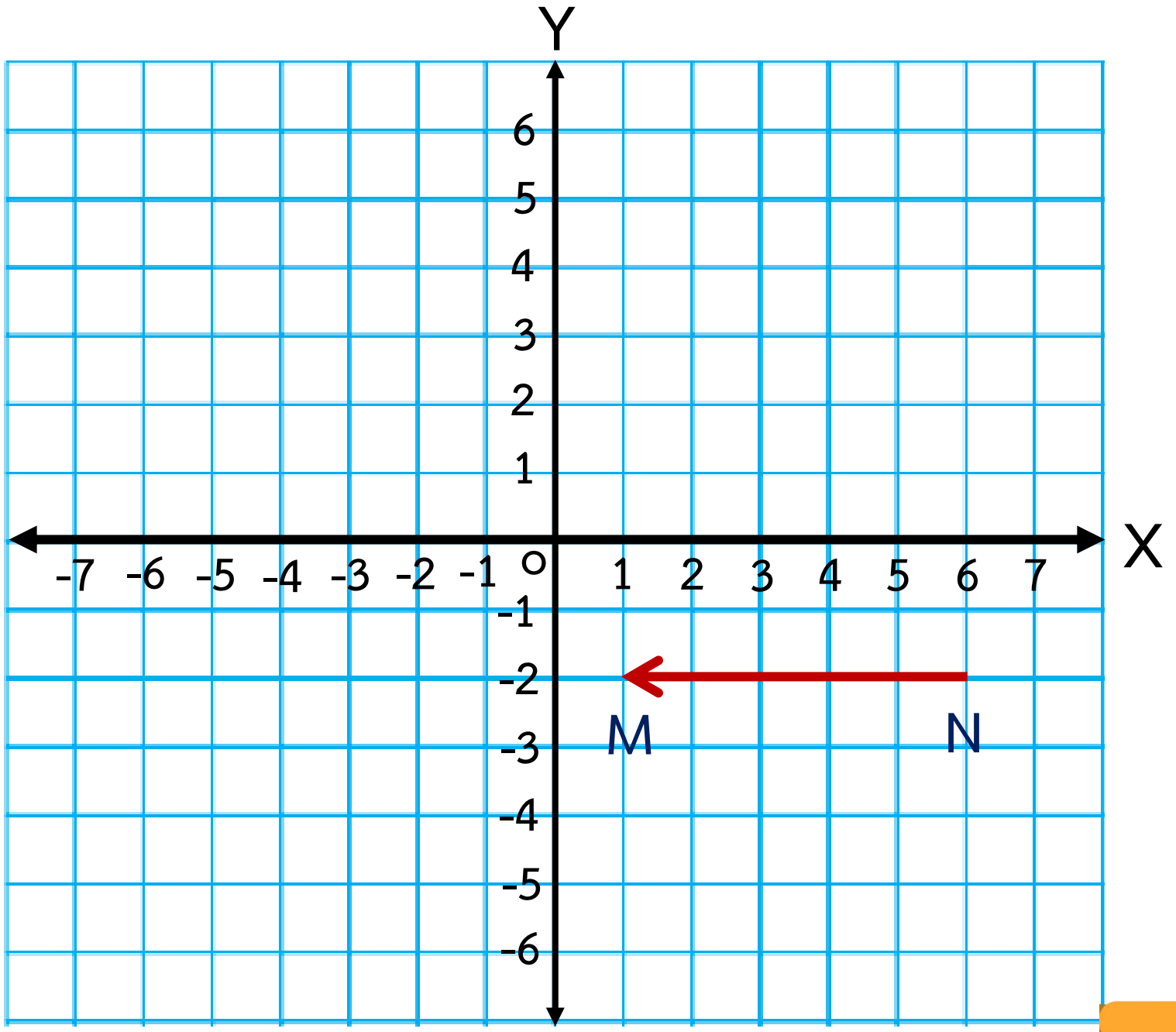
เวกเตอร์ MN แสดงระยะทางในการเลื่อนขนานเท่าใด

5 หน่วย



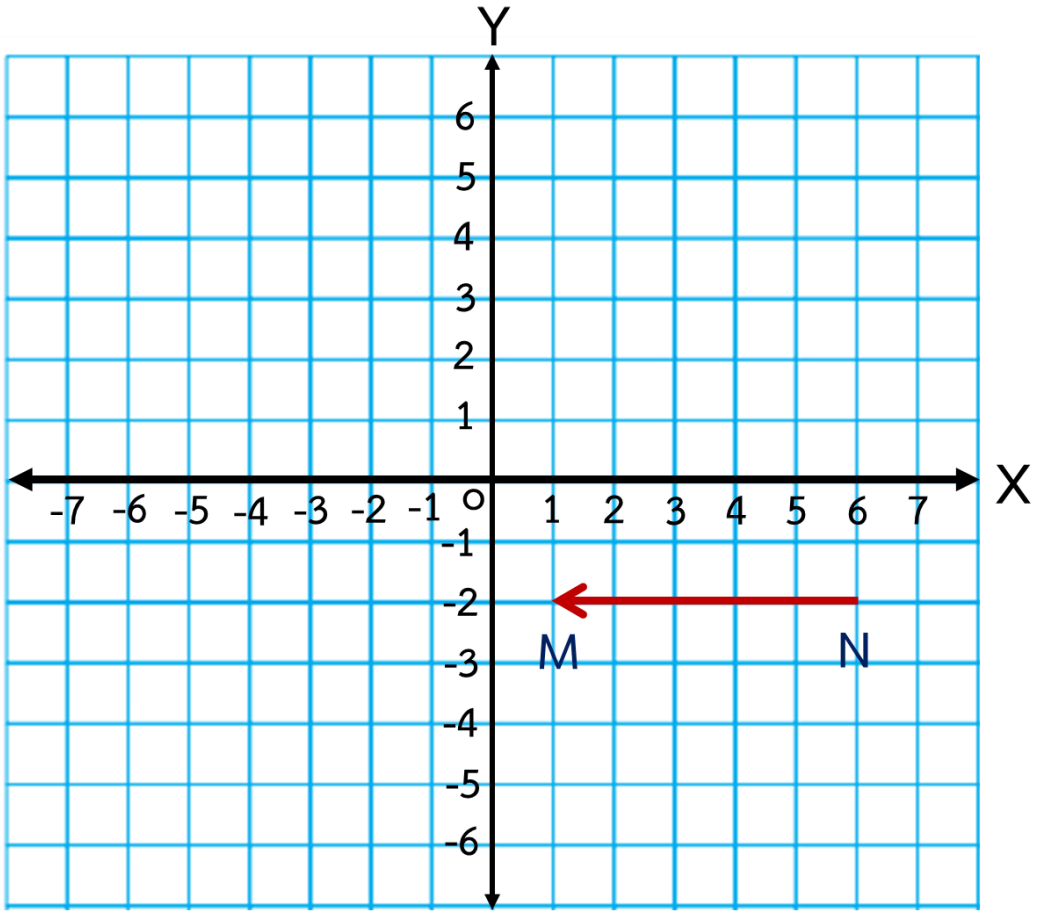

Y
X
O
(1, 4)
(6, 4)
A
A′
M
N
7
6
5
4
3
2
1
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
-7 -6 -5 -4 -3 -2 -1
1 2 3 4 5 6 7


Y
X
O
B (-5, 4)
B′ (0, 4)
A (1, 4)
A′ (6, 4)
(-4, 0) C
C′ (1, 0)
M
N
(-7, -6) D
(-2, -6) D′


Y
X
O
6
5
4
3
2
1
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7 -6 -5 -4 -3 -2 -1
1 2 3 4 5 6 7
M
N

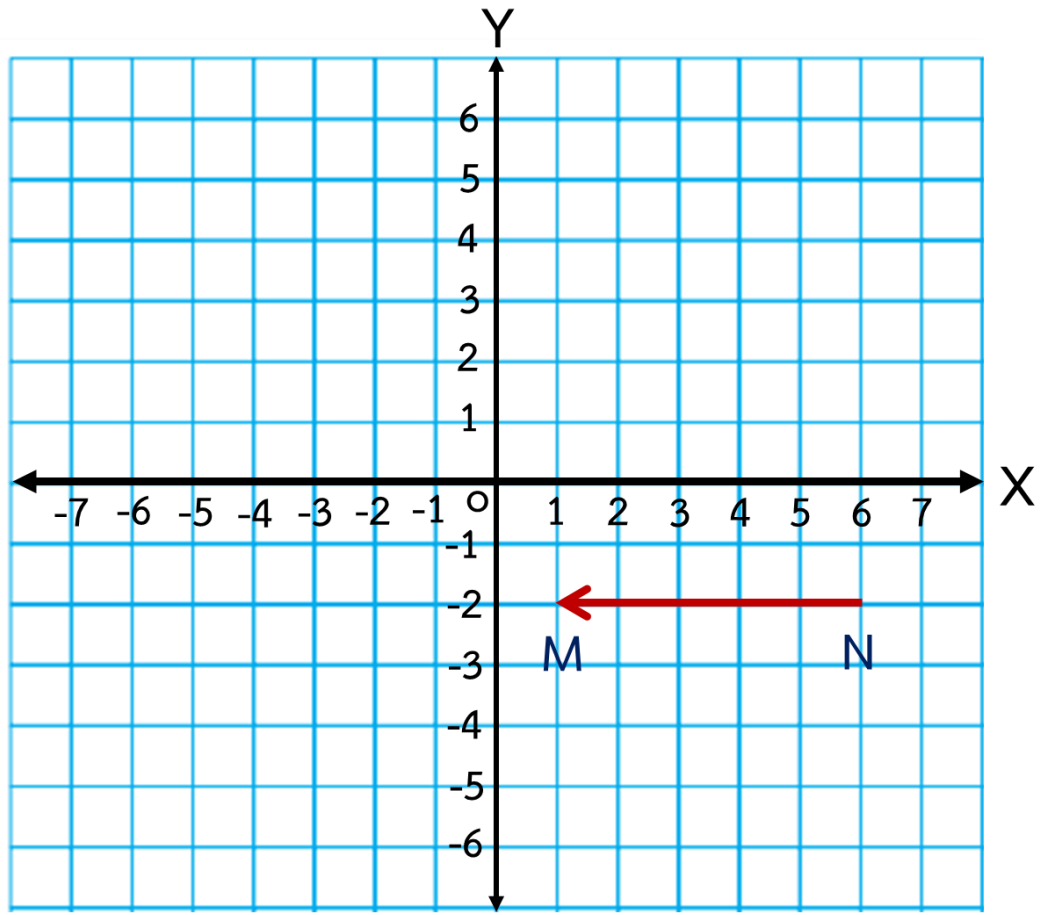
เวกเตอร์ NM มีจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดที่จุดใด

จุดเริ่มต้นอยู่ที่จุด N
และจุดสิ้นสุดอยู่ที่จุด M



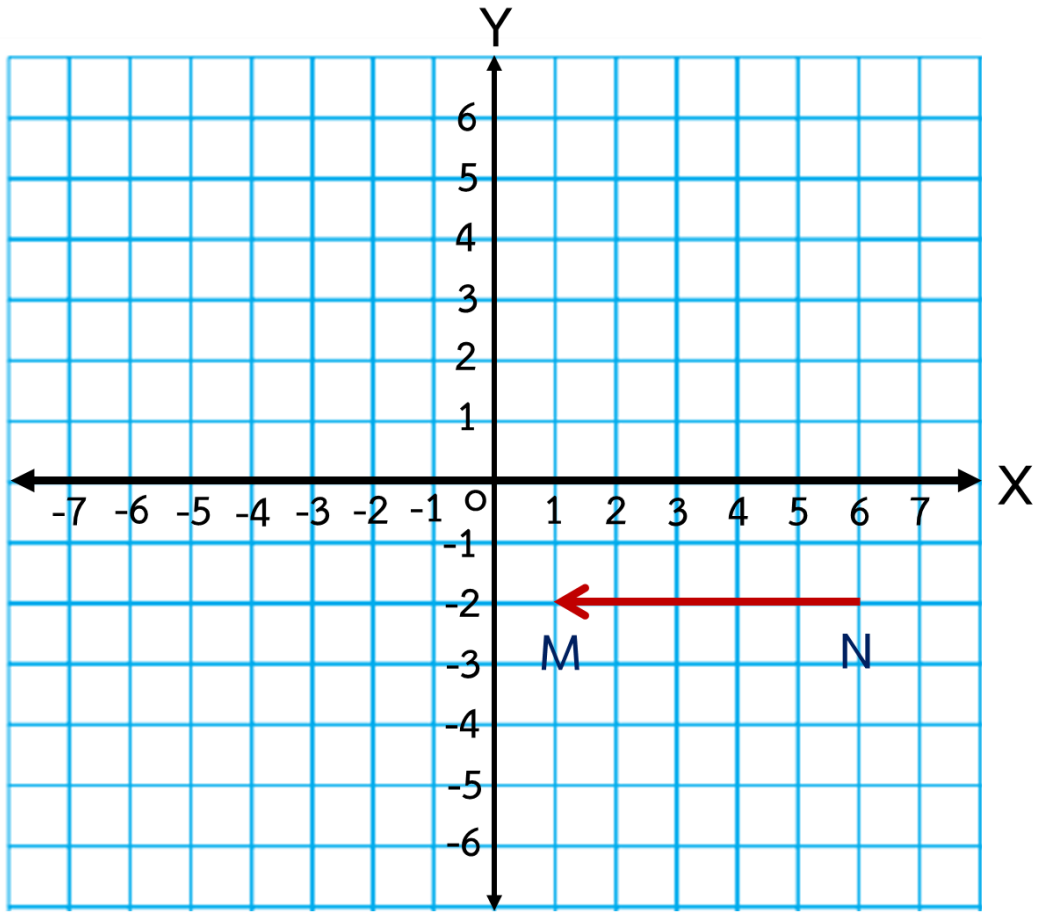
เวกเตอร์ NM แสดงทิศทาง
ในการเลื่อนขนานอย่างไร

ไปทางซ้ายตามแนวแกน X



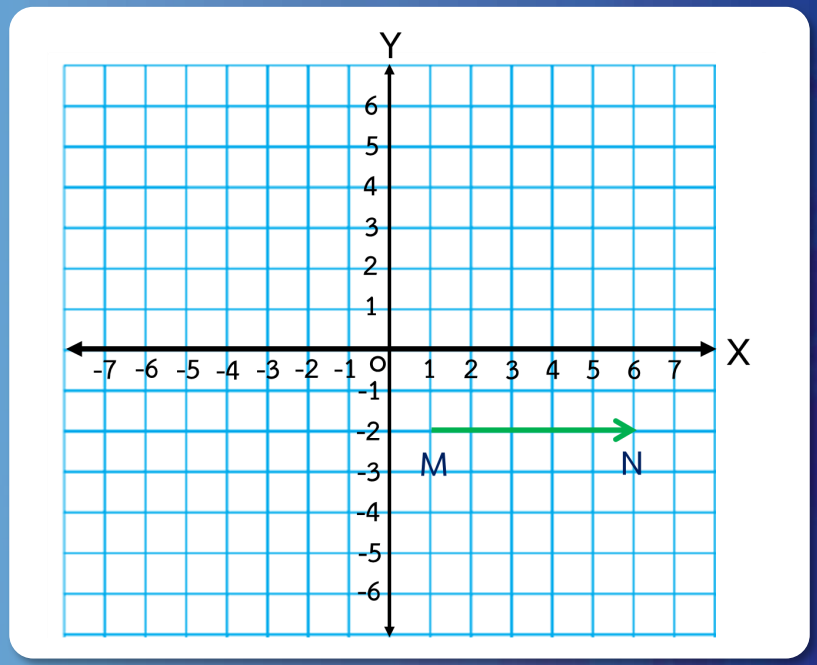
เวกเตอร์ NM แสดงระยะทางในการเลื่อนขนานเท่าใด

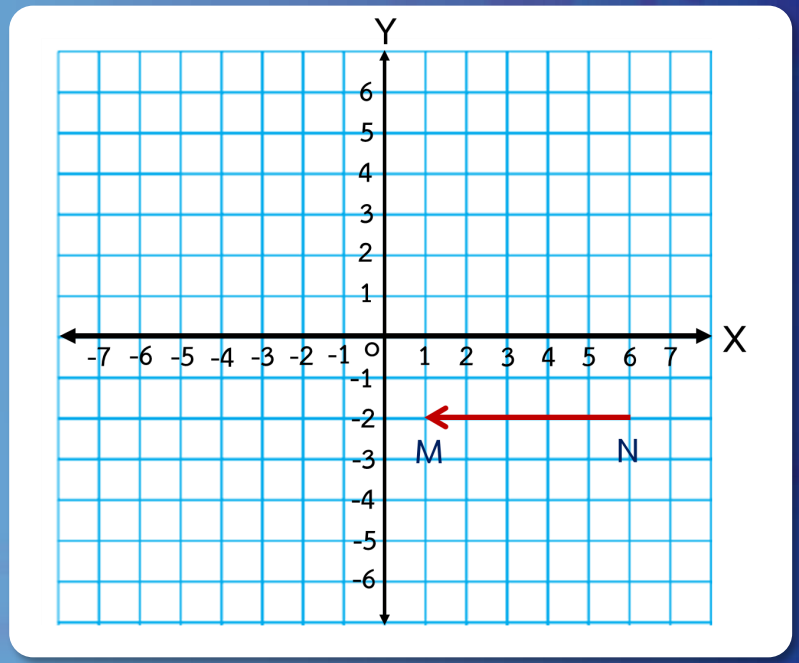
5 หน่วย

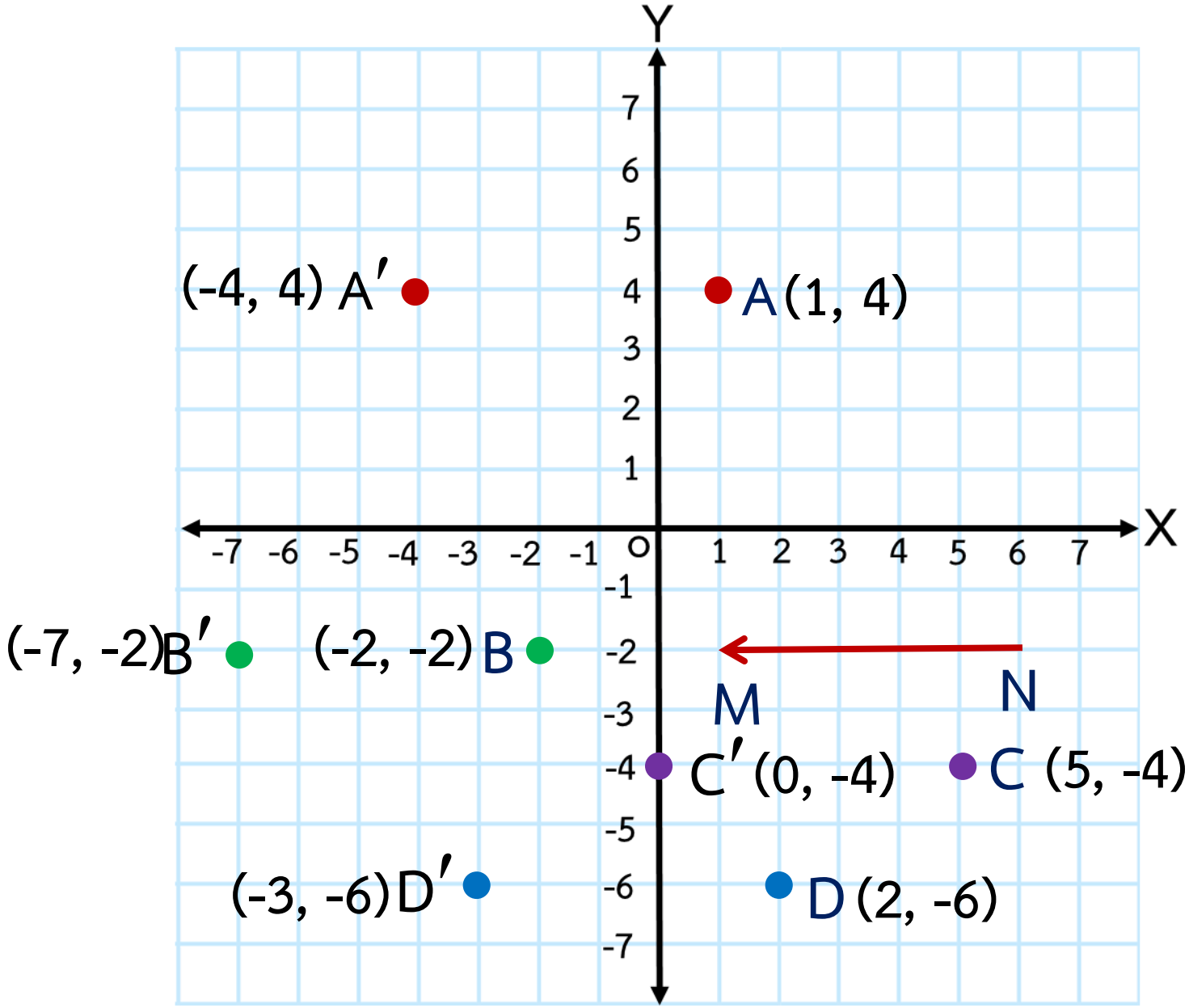


เวกเตอร์ NM และเวกเตอร์ MN เหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร

เวกเตอร์ทั้งสองเลื่อนขนานไปด้วยระยะทางที่เท่ากัน แต่ทิศทางตรงข้ามกัน หรือมีจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดแตกต่างกัน

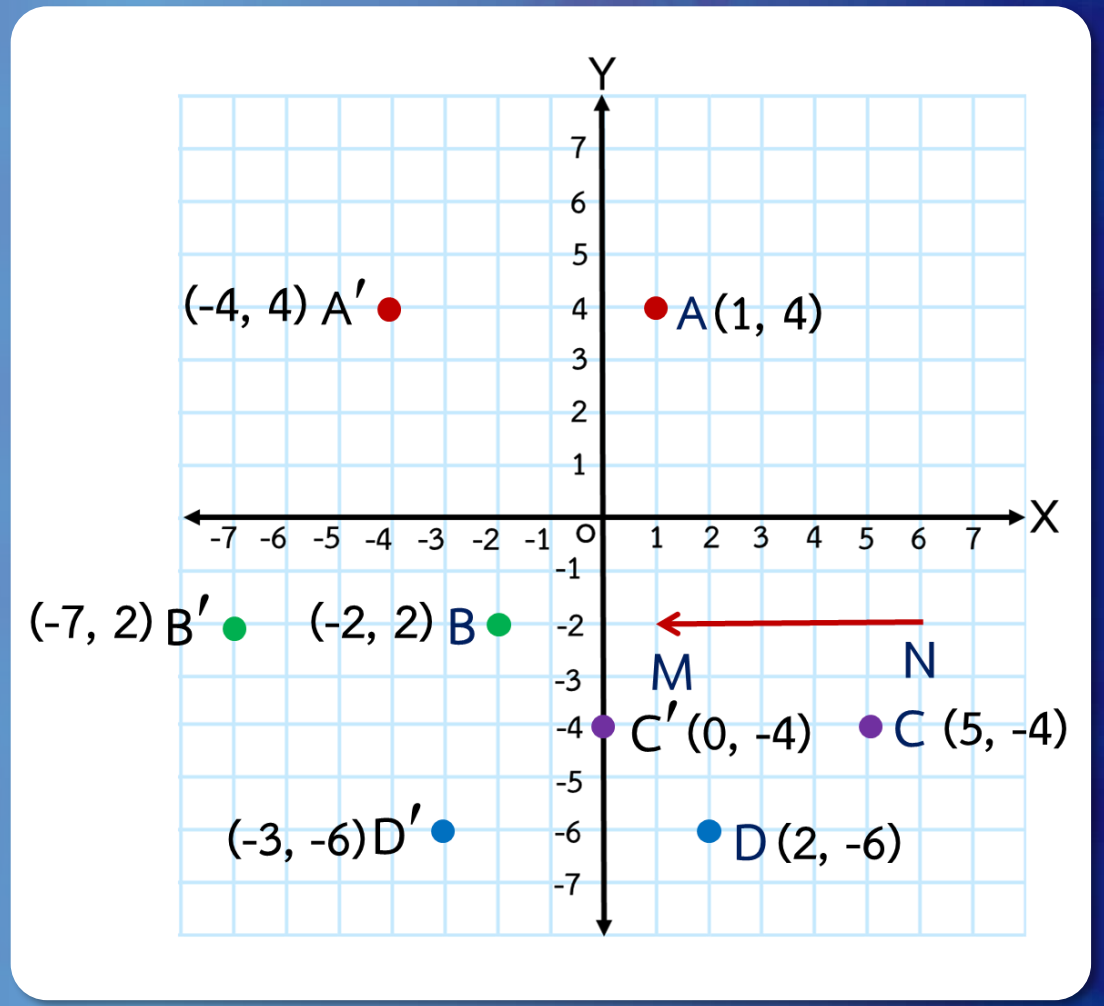


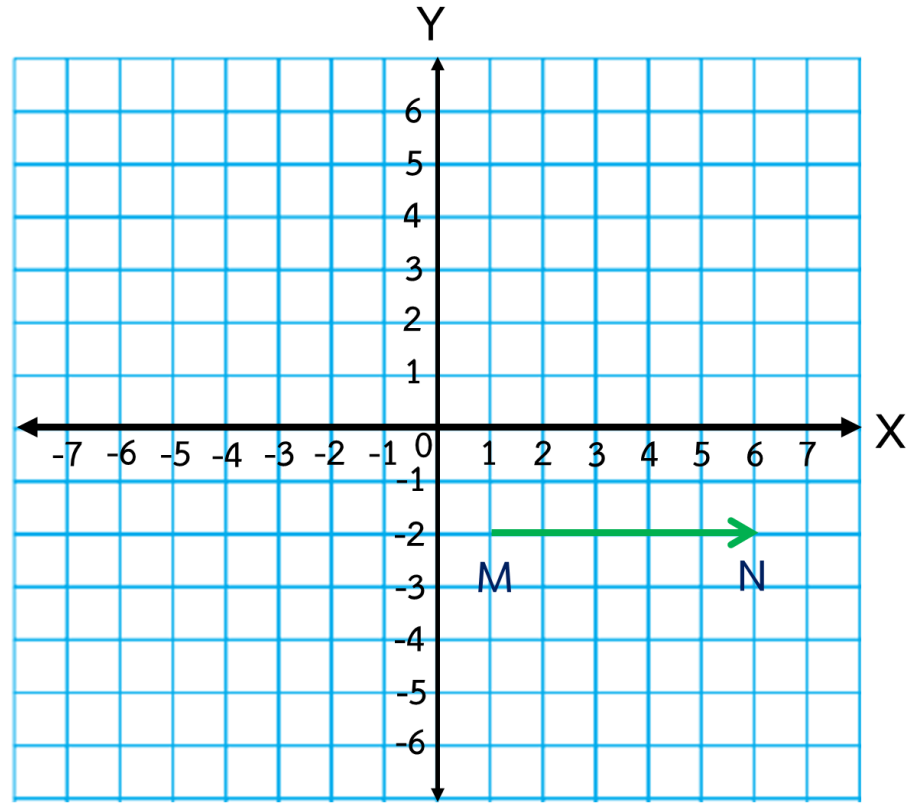


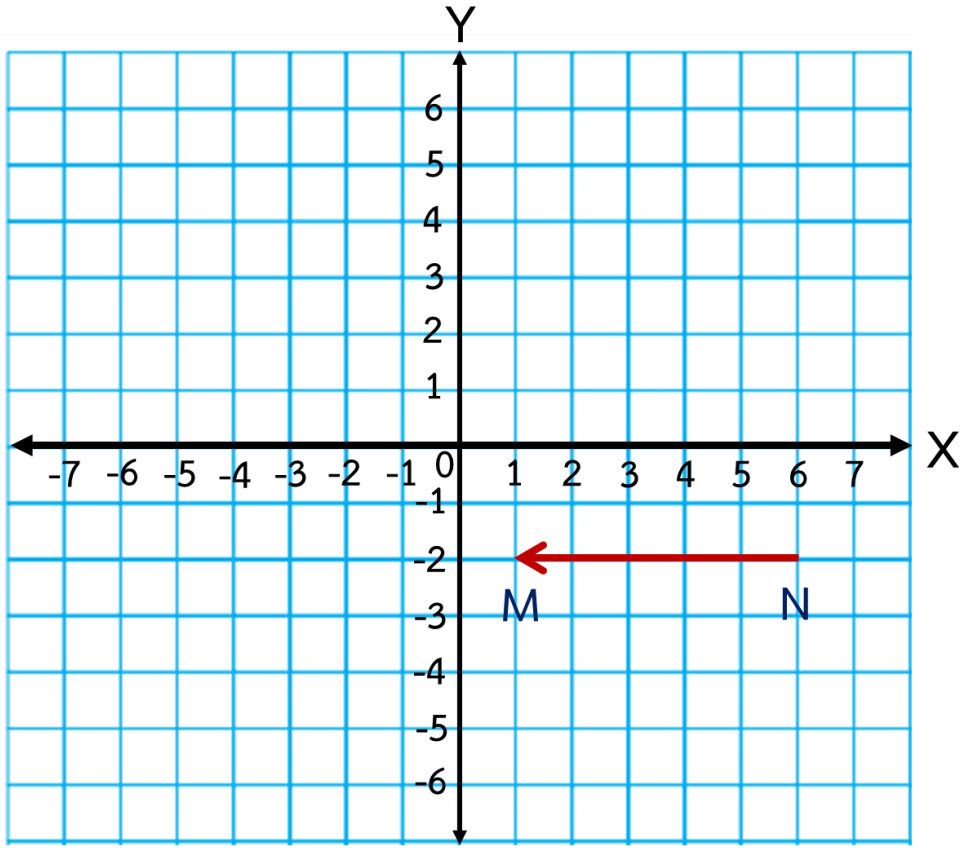

Y
X
O
7
6
5
4
3
2
1
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
-7 -6 -5 -4 -3 -2 -1
1 2 3 4 5 6 7
(-4, 4) A′
A (1, 4)
(-7, -2) B′
(-2, -2) B
M
N
C′ (0, -4)
C (5, -4)
(-3, -6) D′
D (2, -6)

ในการเลื่อนขนานที่มีเวกเตอร์ของการเลื่อนขนานไปตามแนวแกน X พิกัดที่หนึ่ง (x) และพิกัดที่สอง (y) ของจุดบนภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน เปลี่ยนแปลงจากพิกัดของจุดบนรูปต้นแบบอย่างไร

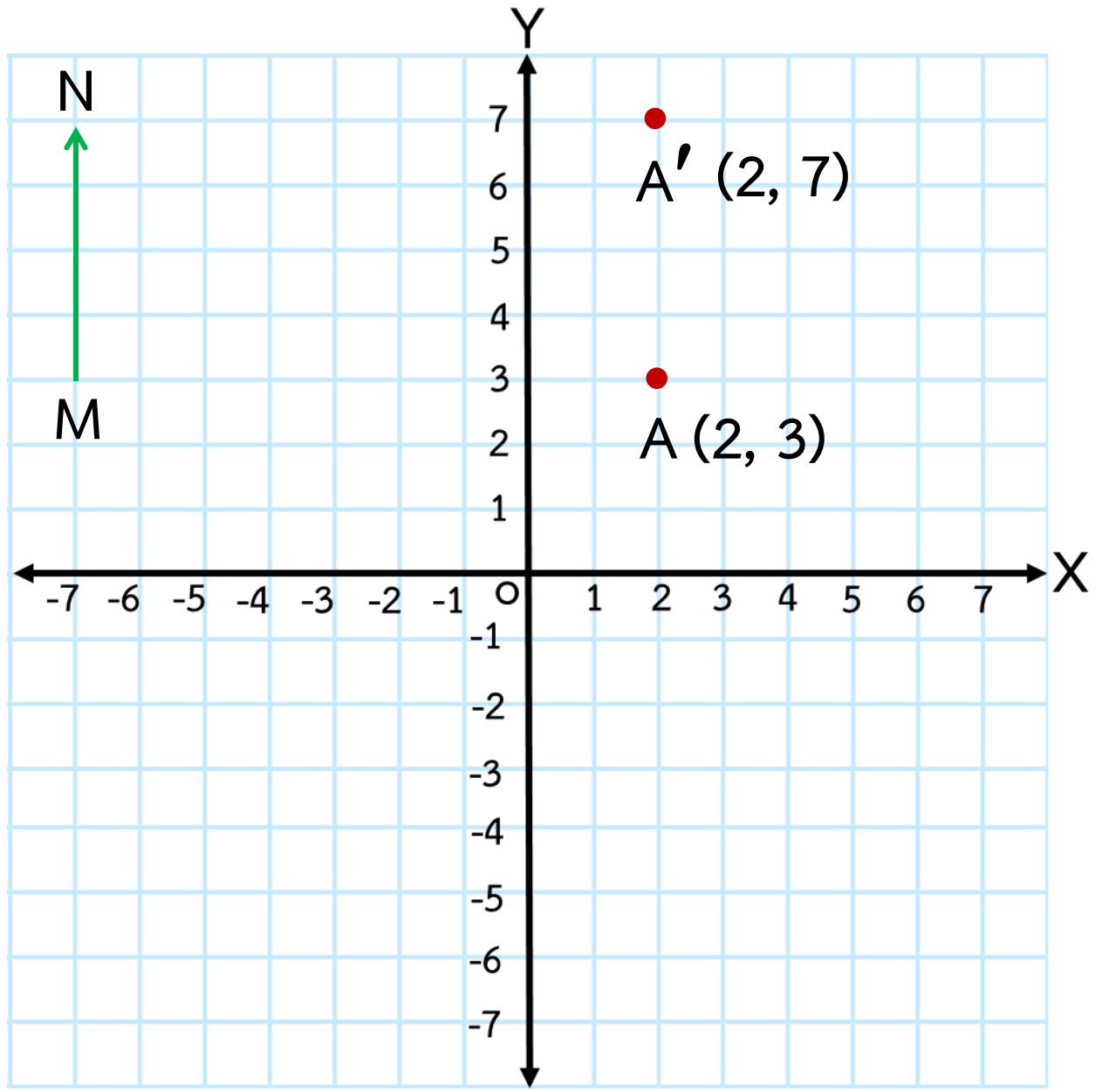
พิกัดที่หนึ่ง (x) เปลี่ยนไป
พิกัดที่สอง (y) เหมือนเดิม





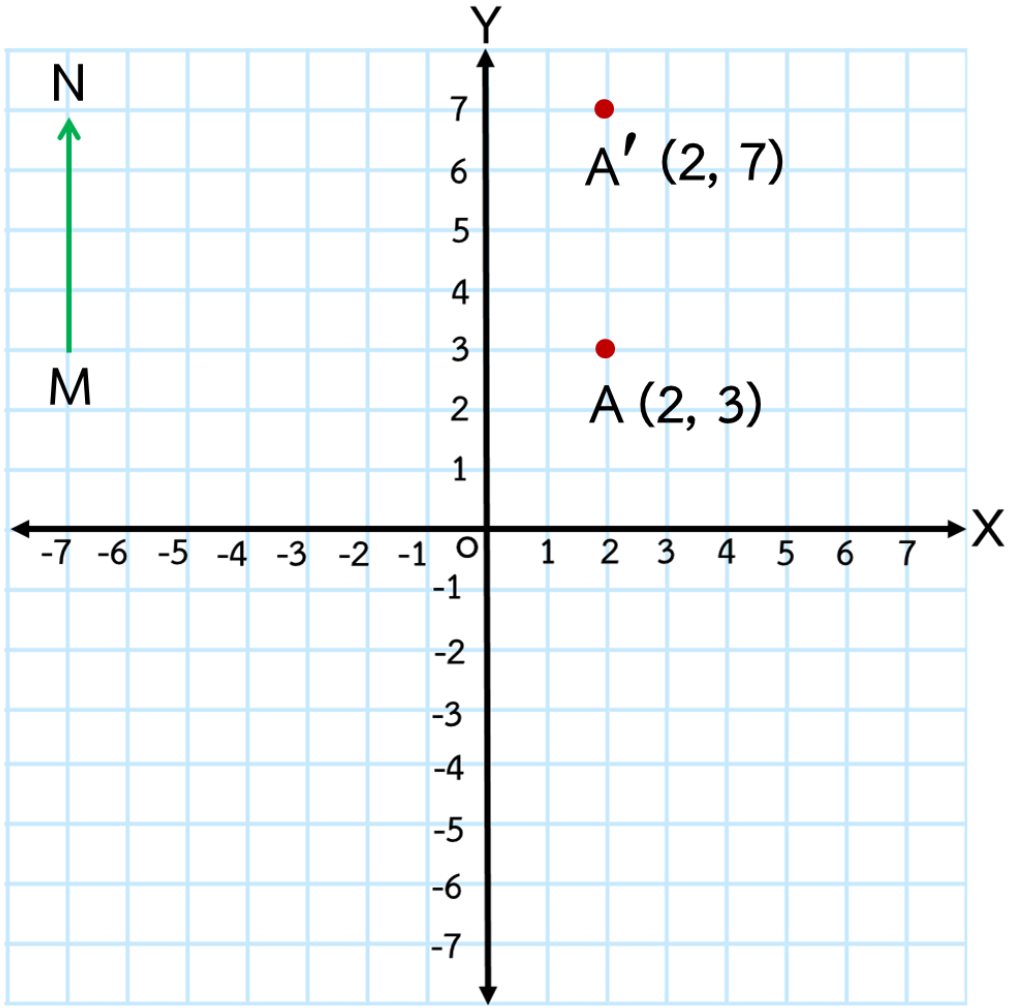


สังเกต เวกเตอร์ให้ดีว่าจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดอยู่ที่ใด


Y
N
M
A′ (2, 7)
A (2, 3)
X
7
6
5
4
3
2
1
-7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 O 1 2 3 4 5 6 7
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7

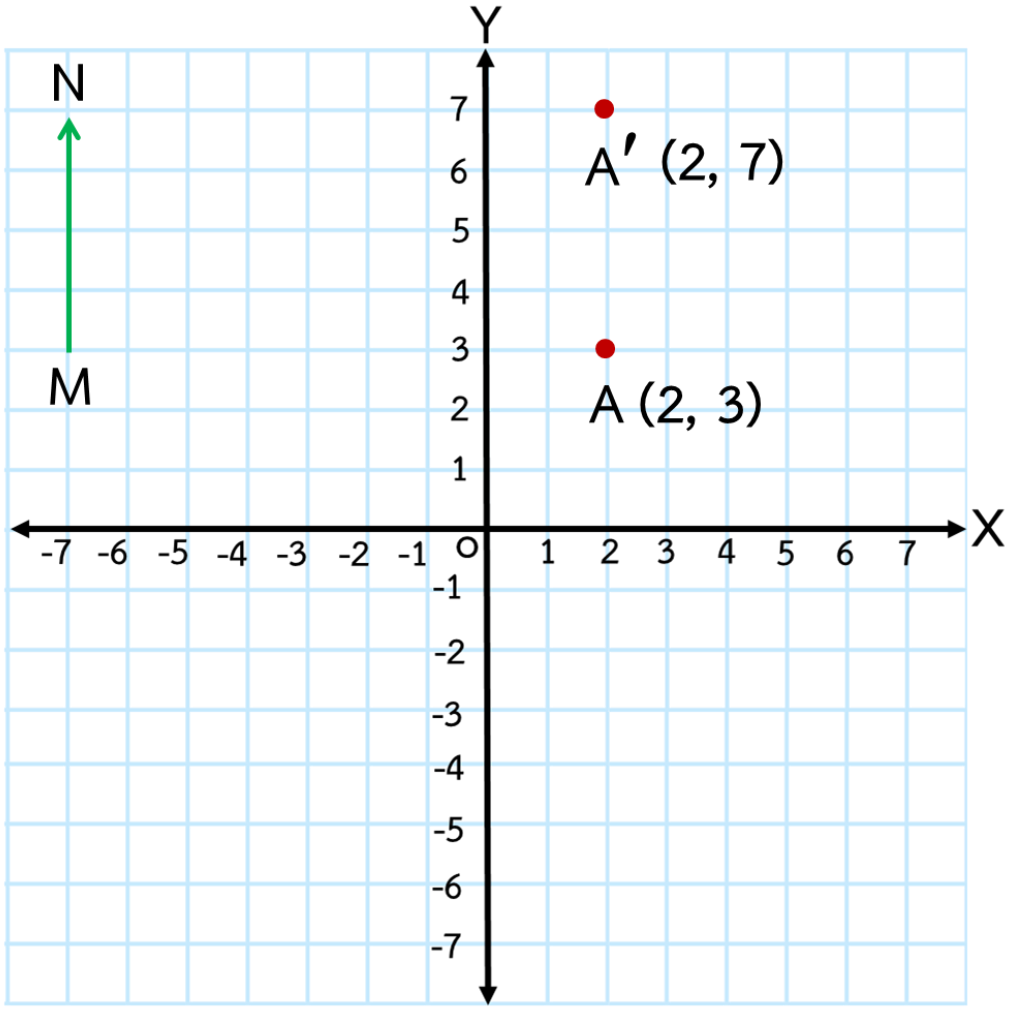
เวกเตอร์ MN
แสดงการเลื่อนขนานอย่างไร

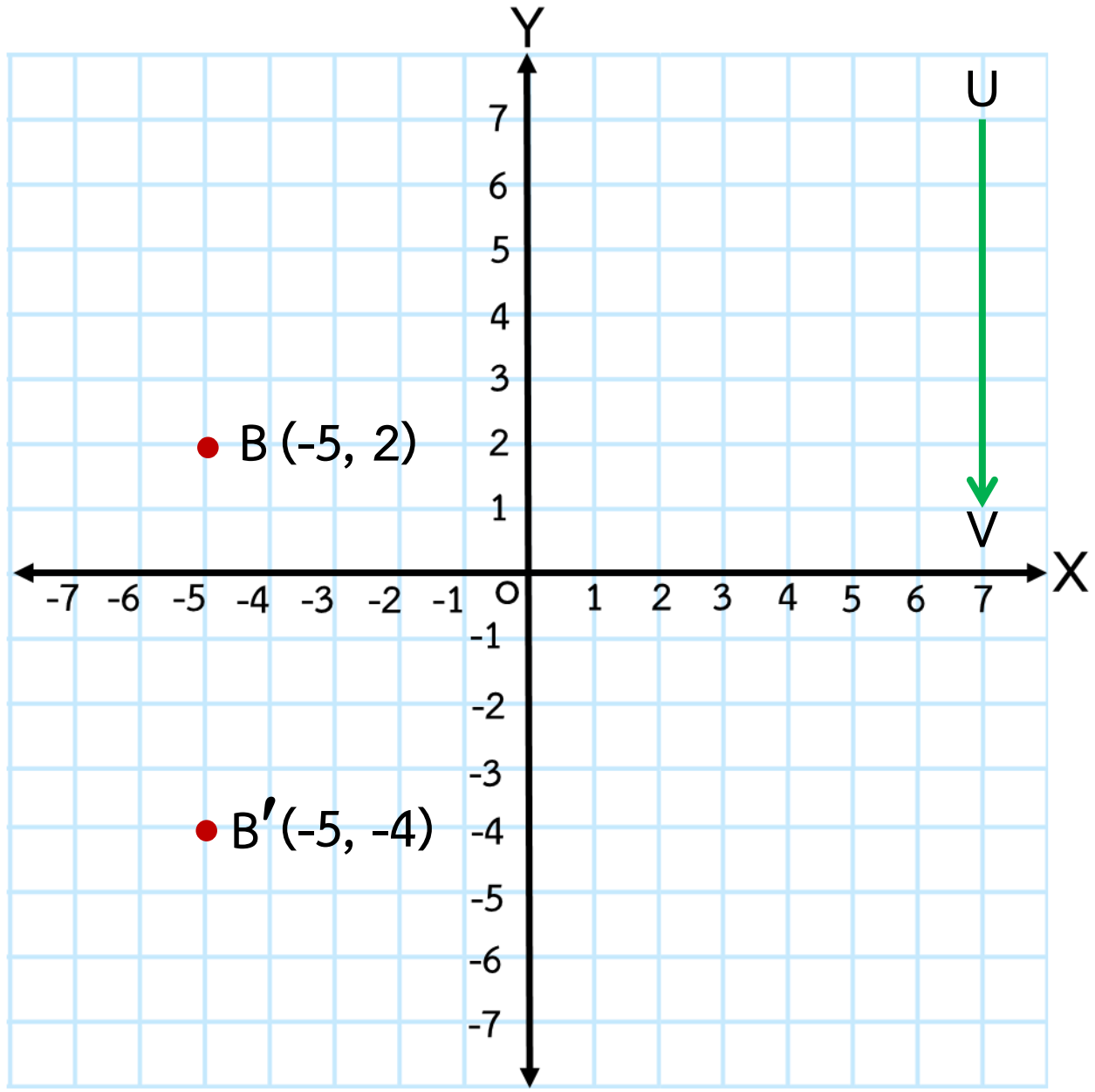
เลื่อนขึ้นไปตามแนวแกน Y
เป็นระยะทาง 4 หน่วย



พิกัดของจุด A′ ที่เป็นภาพที่ได้
จากการเลื่อนขนานจุด A
คือพิกัดใด

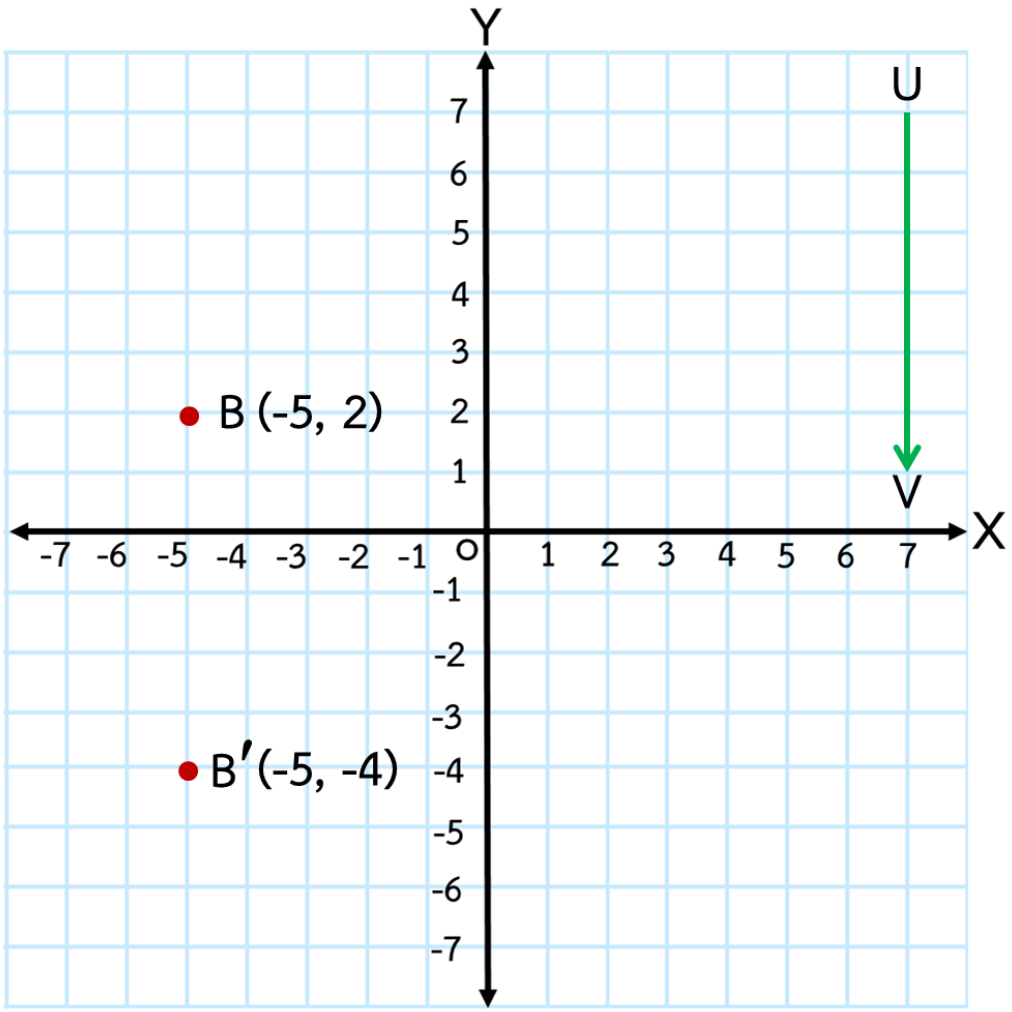
(2, 7)




Y
X
O
U
V
B (-5, 2)
B′(-5, -4)
7
6
5
4
3
2
1
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
-7 -6 -5 -4 -3 -2 -1
1 2 3 4 5 6 7

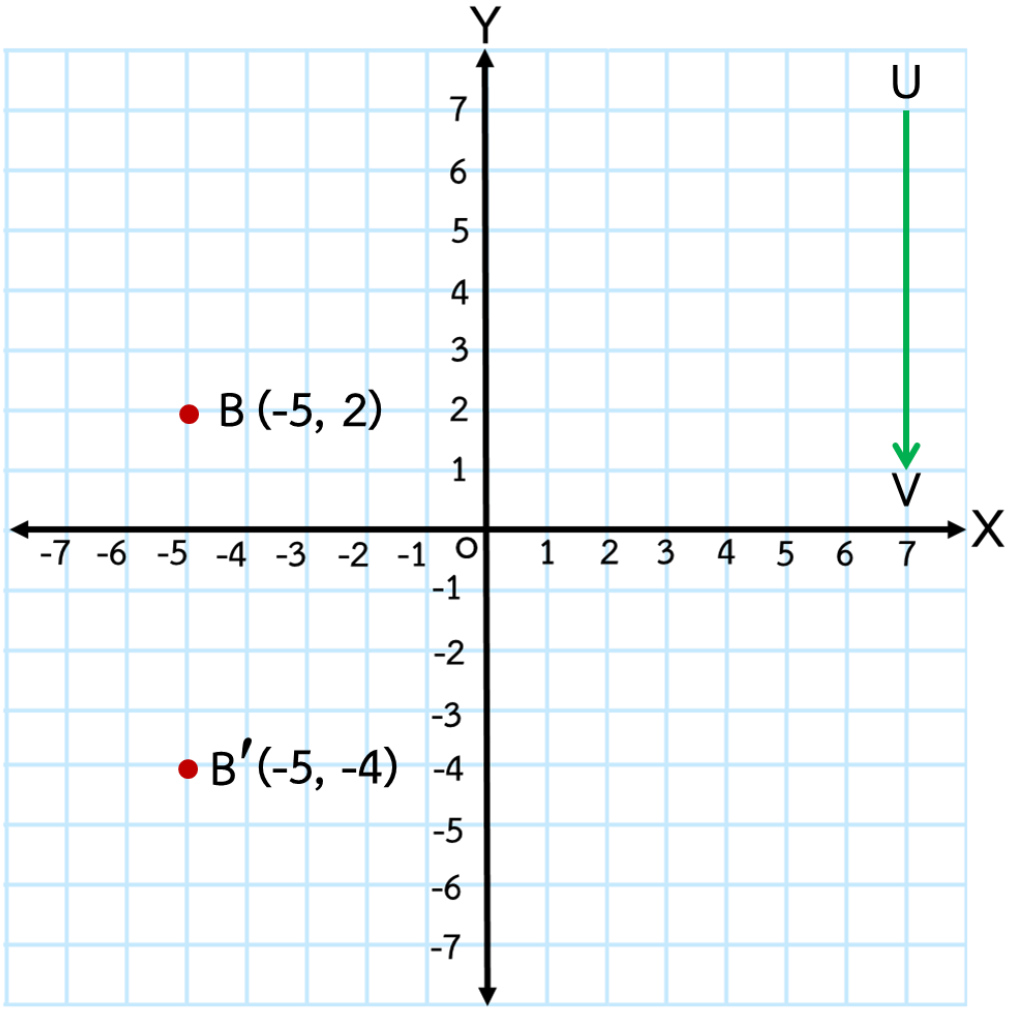
เวกเตอร์ UV
แสดงการเลื่อนขนานอย่างไร

เลื่อนลงมาตามแนวแกน Y
เป็นระยะทาง 6 หน่วย



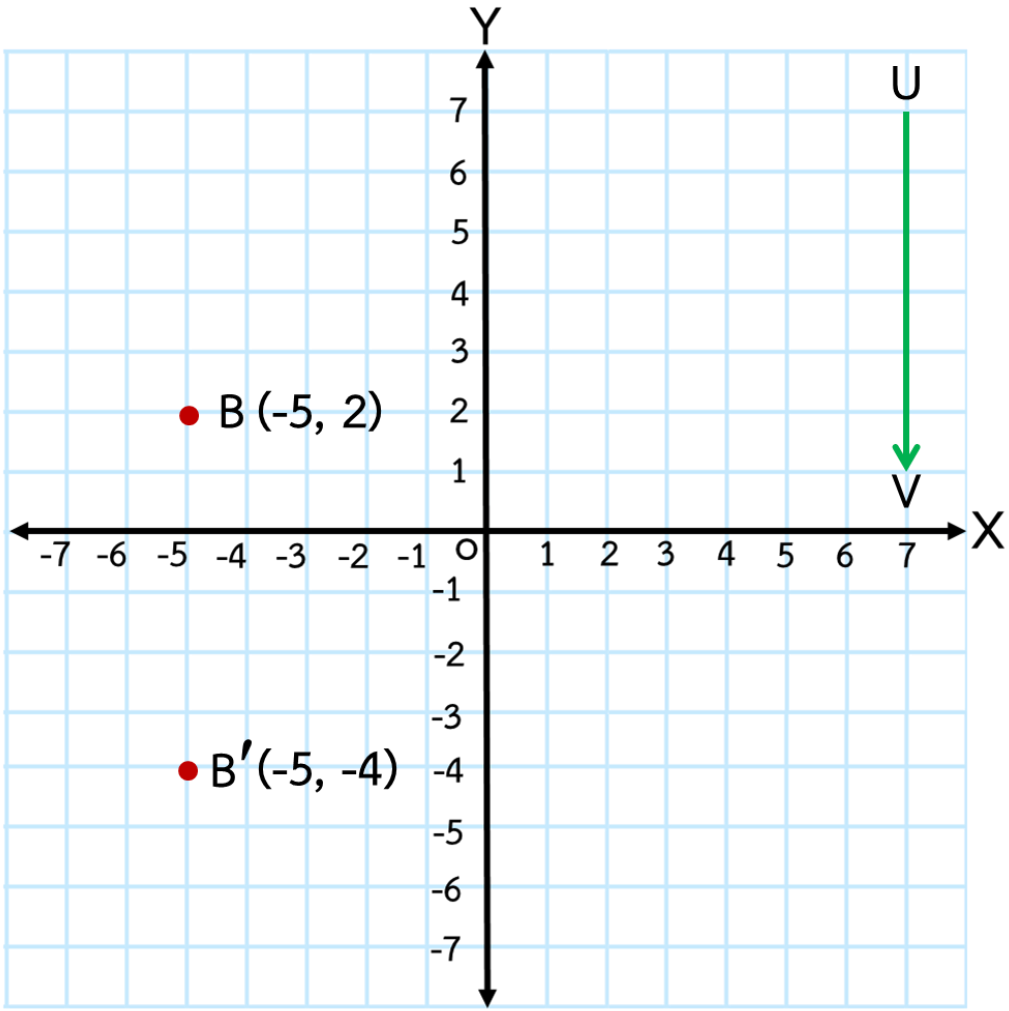
พิกัดของจุด B′ ที่เป็นภาพที่ได้
จากการเลื่อนขนานจุด B
คือพิกัดใด

(-5, -4)



ในการเลื่อนขนานที่มีเวกเตอร์ของการเลื่อนขนานไปตามแนวแกน Y พิกัดที่หนึ่ง (x) และพิกัดที่สอง (y) ของจุดบนภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน เปลี่ยนแปลงจากพิกัดของจุดบนรูปต้นแบบอย่างไร

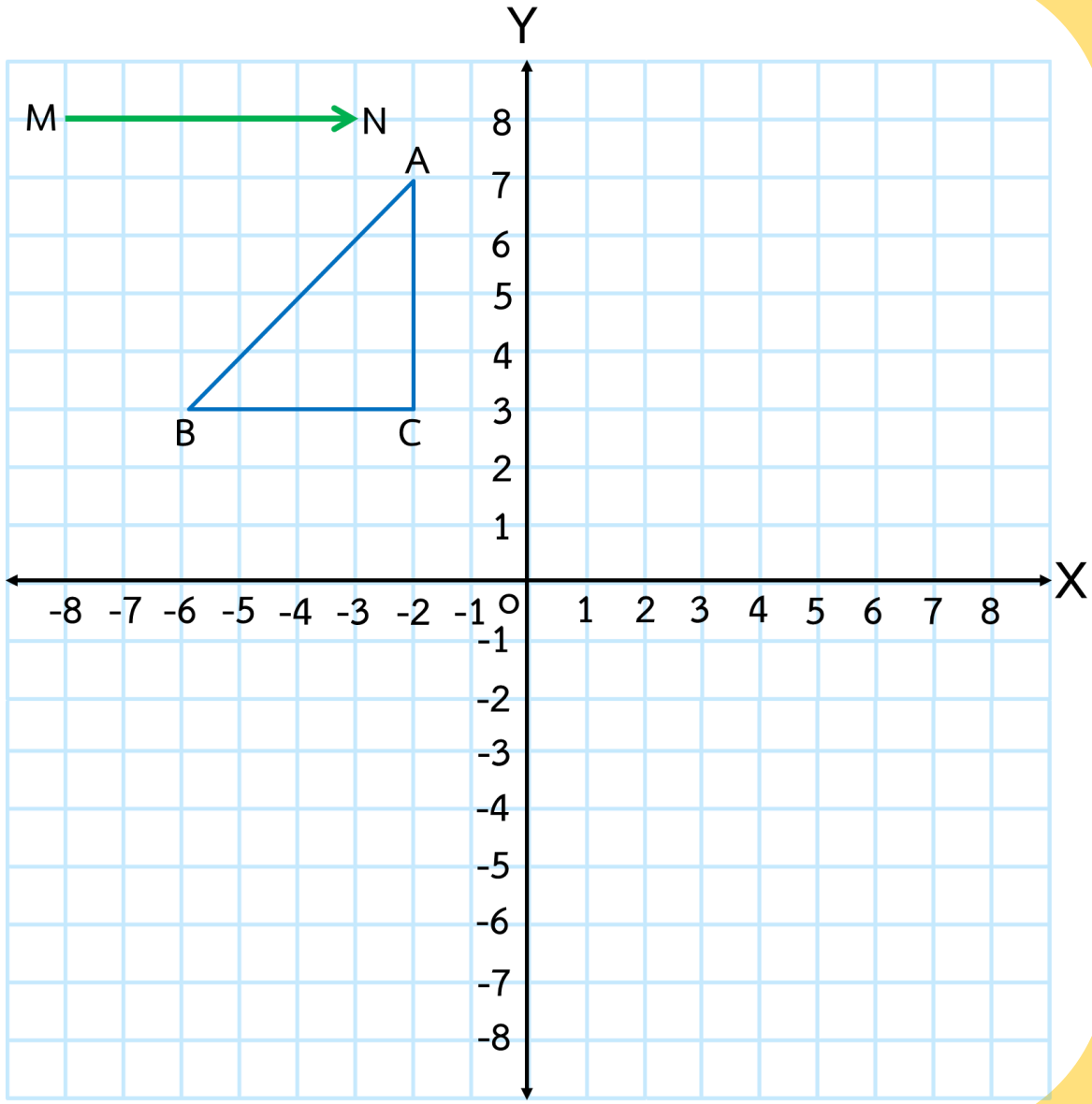
พิกัดที่หนึ่ง (x) เหมือนเดิม
พิกัดที่สอง (y) เปลี่ยนไป



การหาภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานของรูปหลายเหลี่ยมสามารถหาได้โดยการหาภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานของจุดยอดบนรูปต้นแบบ จากนั้น ลากเส้นเชื่อมจุดยอดที่เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน

ตัวอย่างที่ 1

กำหนด ΔABC มีจุด A(-2, 7) จุด B(-6, 3) และจุด C(-2, 3) เป็นจุดยอด จงเลื่อนขนาน ΔABC ด้วย $\overrightarrow{MN}$ และหาพิกัดของจุดยอดของ $\Delta A'B'C'$



ตัวอย่างที่ 1

วิธีทำ

เวกเตอร์ MN แสดงการเลื่อนขนาน

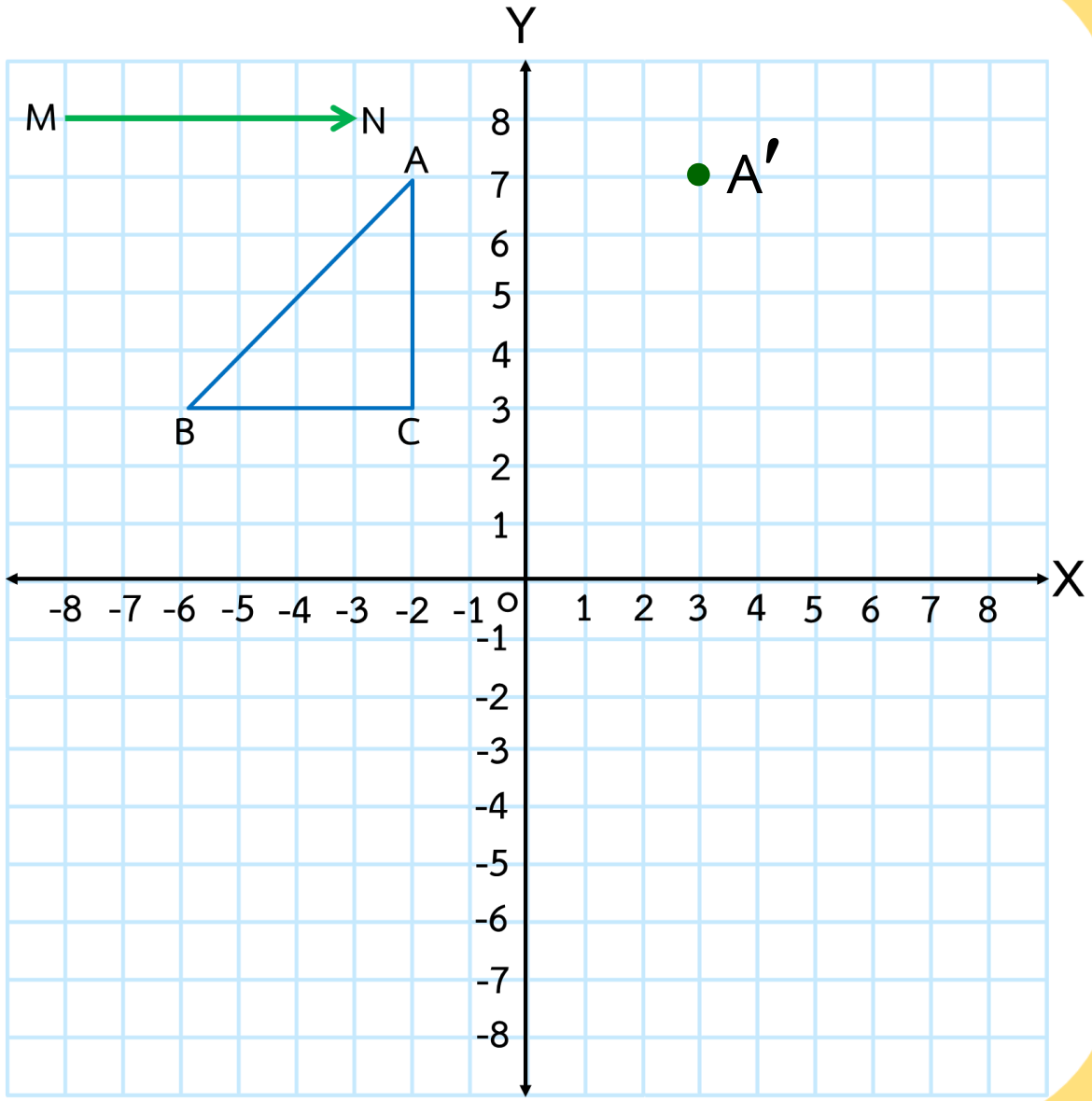
ไปทางขวาตามแนวแกน X

เป็นระยะทาง 5 หน่วย

จากจุด A(-2, 7) เลื่อนจุด A

ไปทางขวาตามแนวแกน X

5 หน่วย จะได้จุด $A'(3, 7)$

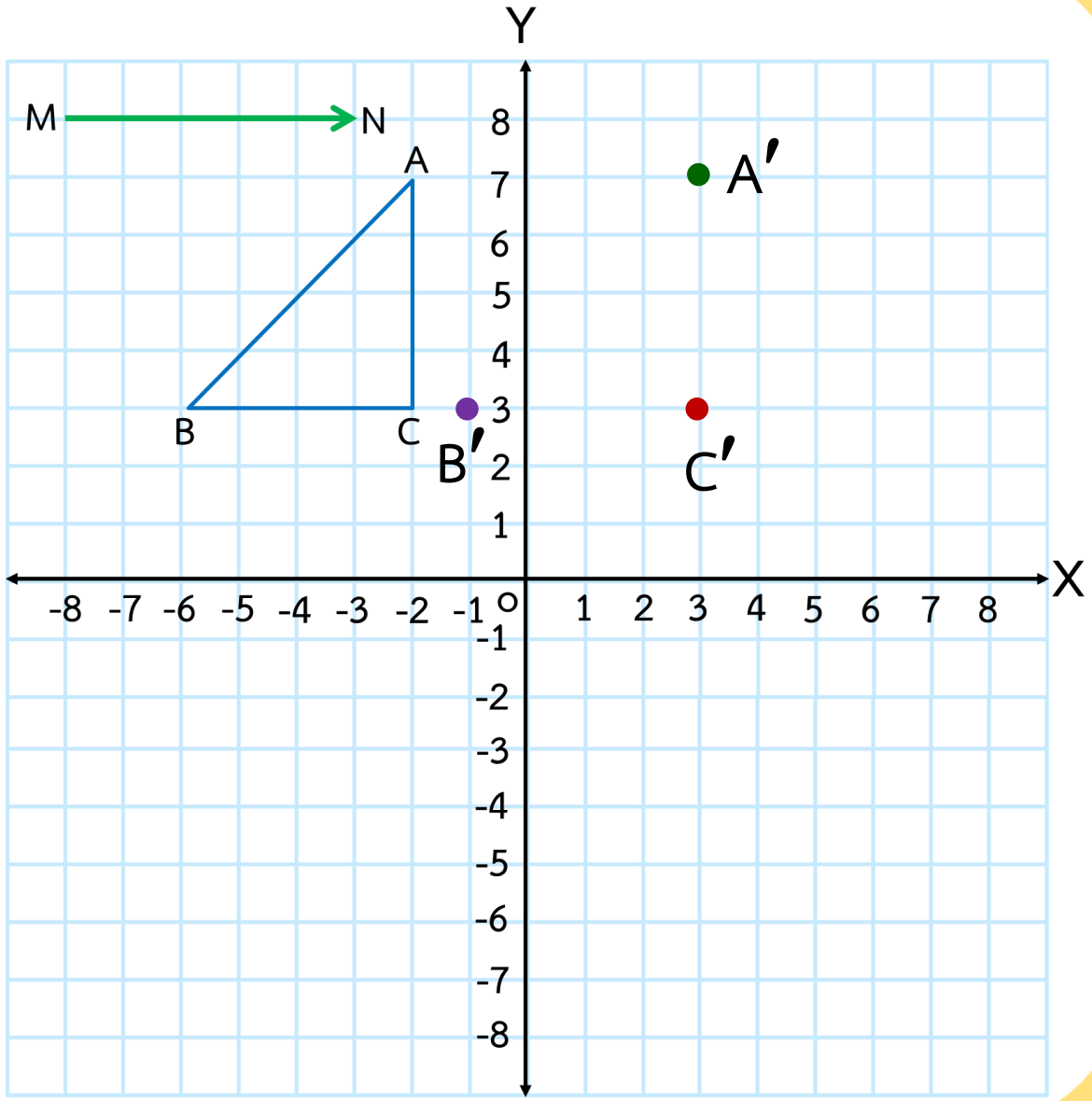


ตัวอย่างที่ 1

วิธีทำ

จากจุด B(-6, 3) เลื่อนจุด B ไปทางขวาตามแนวแกน X 5 หน่วย จะได้จุด $B'(-1, 3)$

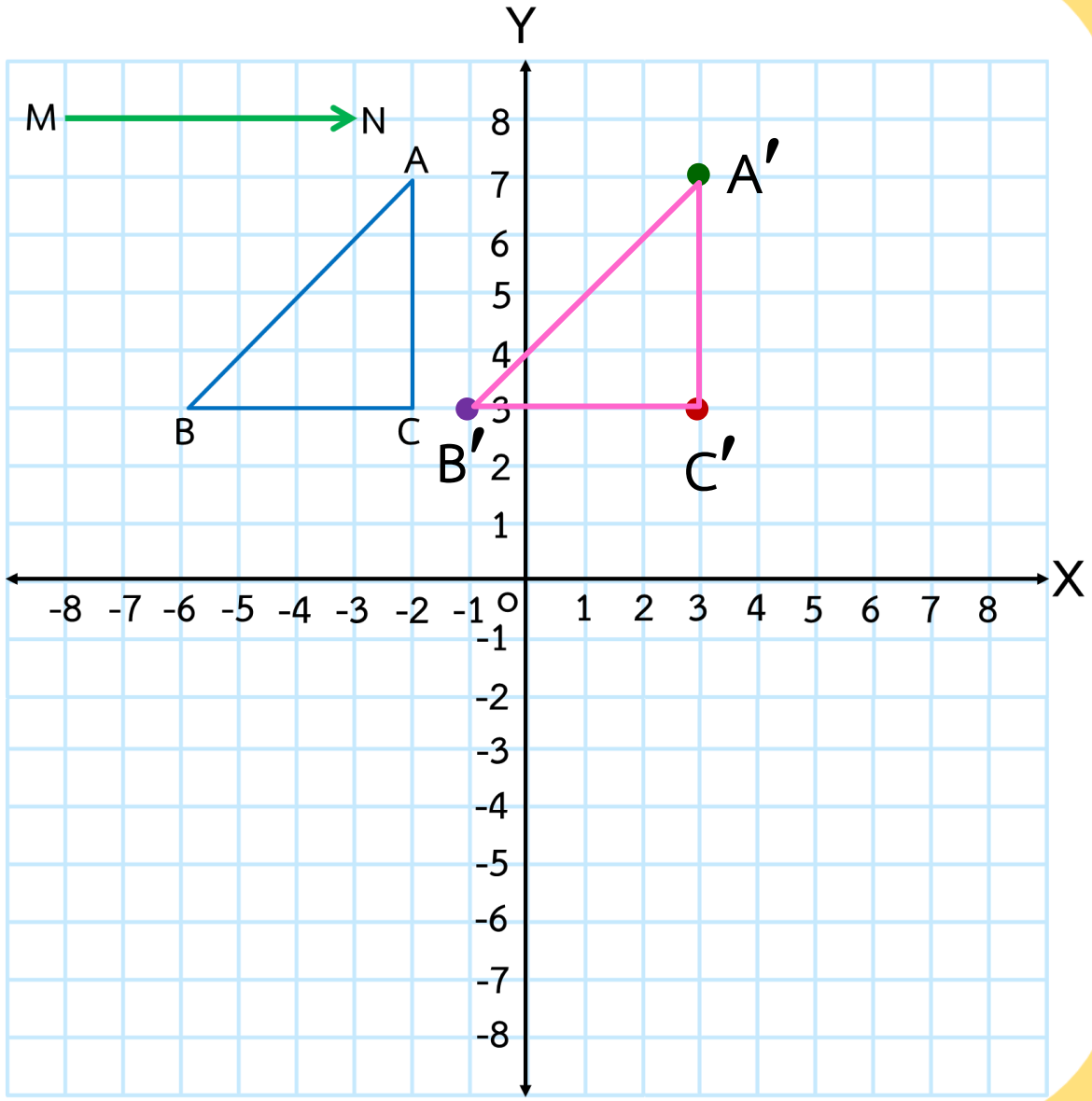
จากจุด C(-2, 3) เลื่อนจุด C ไปทางขวาตามแนวแกน X 5 หน่วย จะได้จุด $C'(3, 3)$



ตัวอย่างที่ 1

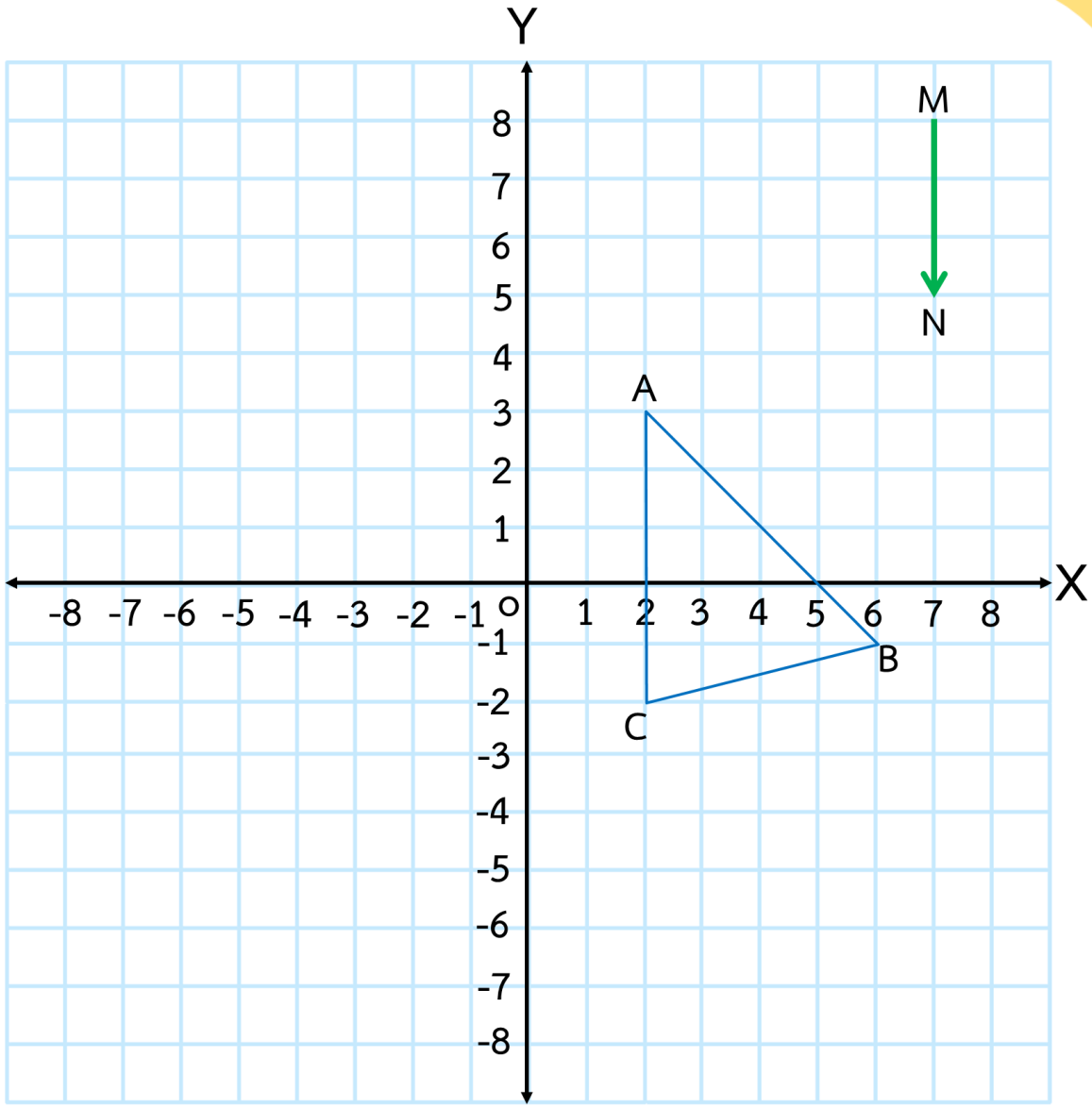
วิธีทำ

ลาก $\overline{A'B'}$, $\overline{B'C'}$ และ $\overline{C'A'}$ จะได้ $\Delta A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน ΔABC ด้วย $\overrightarrow{MN}$ โดยมีจุดยอดเป็น $A'(3, 7)$, $B'(-1, 3)$ และ $C'(3, 3)$



ตัวอย่างที่ 2

กำหนด ΔABC มีจุด A(2, 3) จุด B(6, -1) และจุด C(2, -2) เป็นจุดยอด จงหาภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน ΔABC ด้วย $\overrightarrow{MN}$ และหาพิกัดของจุดยอดของ $\Delta A'B'C'$

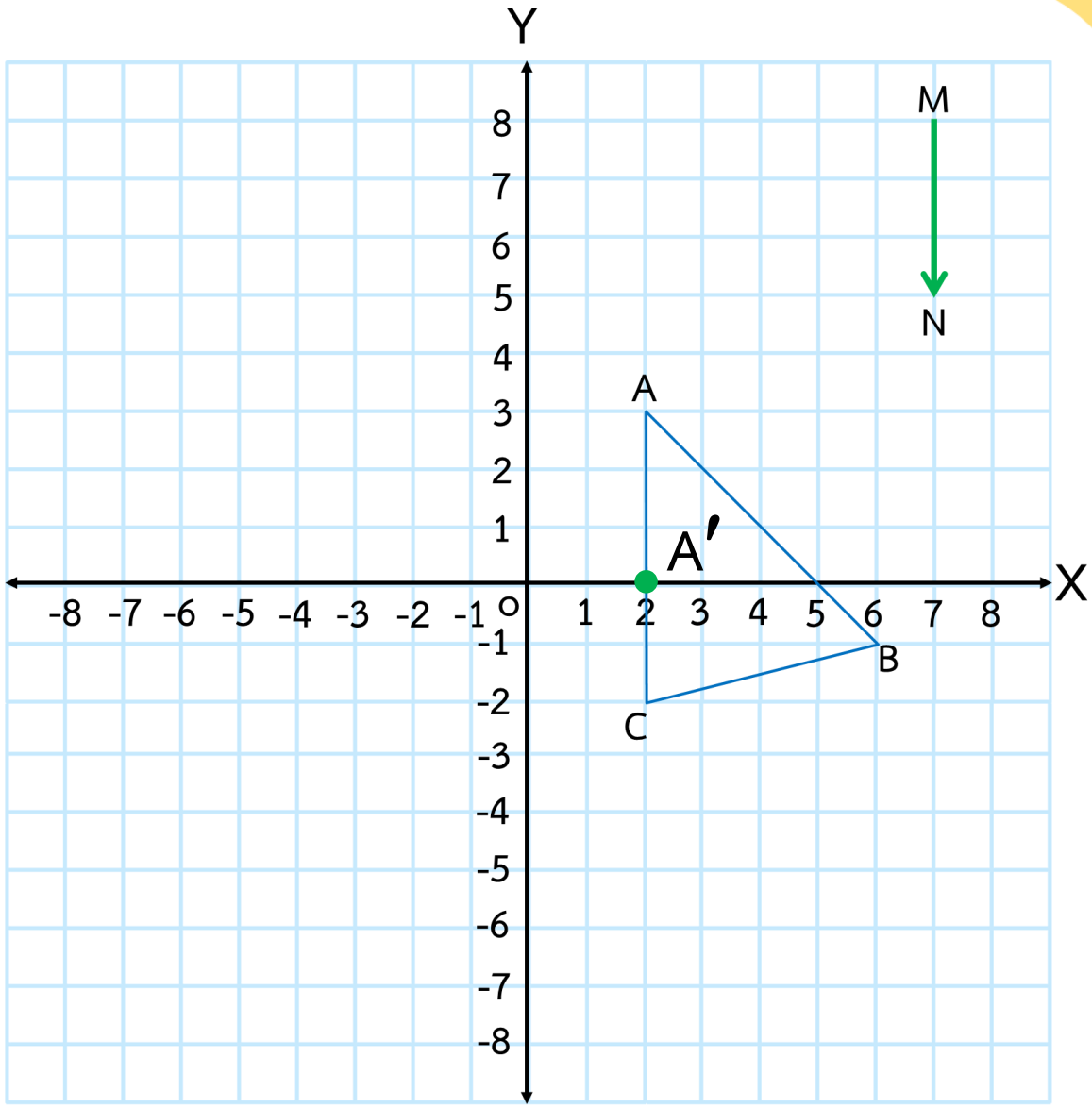


ตัวอย่างที่ 2

วิธีทำ

เวกเตอร์ MN แสดงการเลื่อนขนานลงมาตามแนวแกน Y เป็นระยะทาง 3 หน่วย

จากจุด A(2, 3) เลื่อนจุด A ลงมาตามแนวแกน Y 3 หน่วย จะได้จุด $A'(2, 0)$

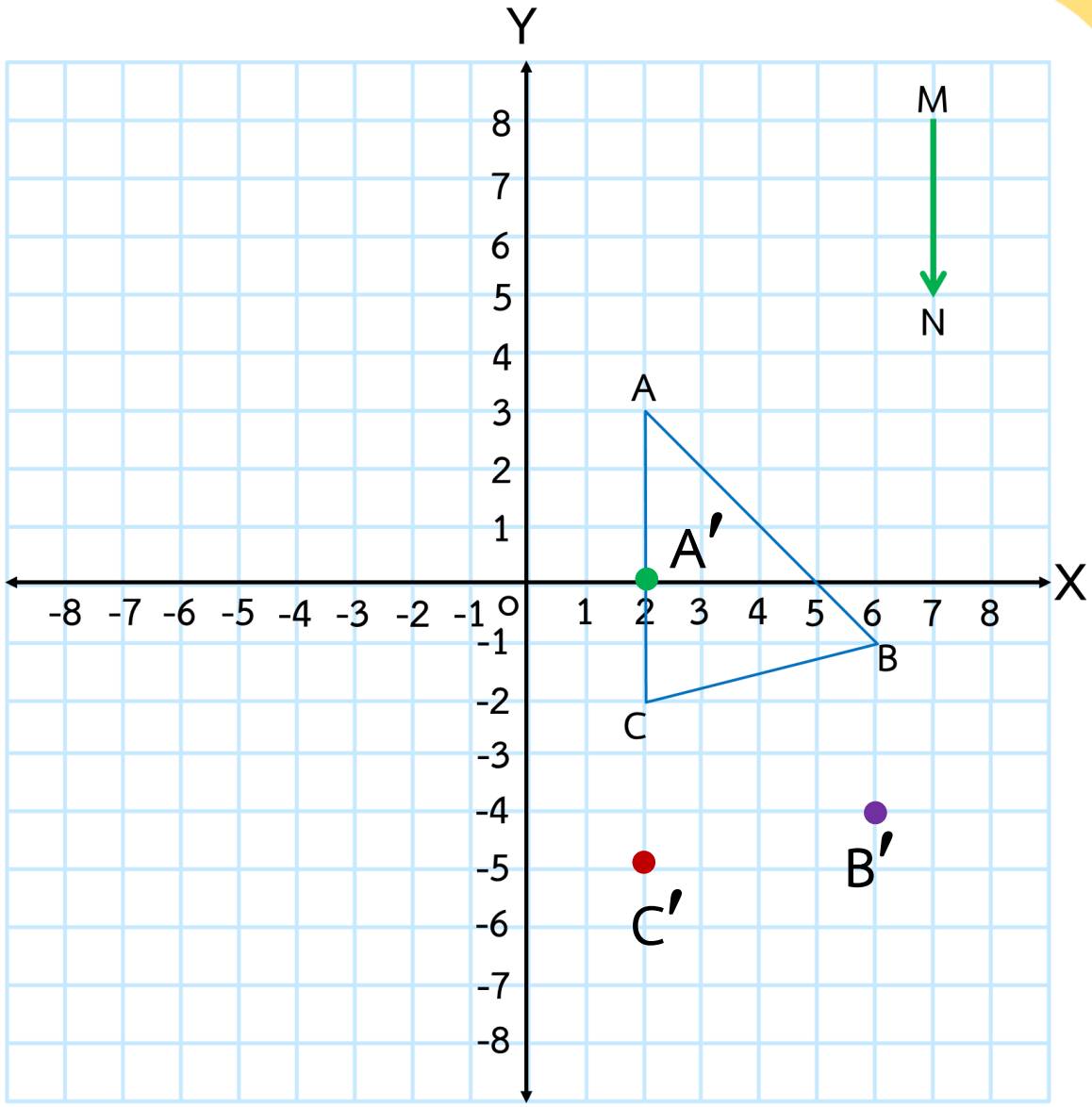


ตัวอย่างที่ 2

วิธีทำ

จากจุด B(6, -1) เลื่อนจุด B ลงมาตามแนวแกน Y 3 หน่วย จะได้จุด $B'(6, -4)$

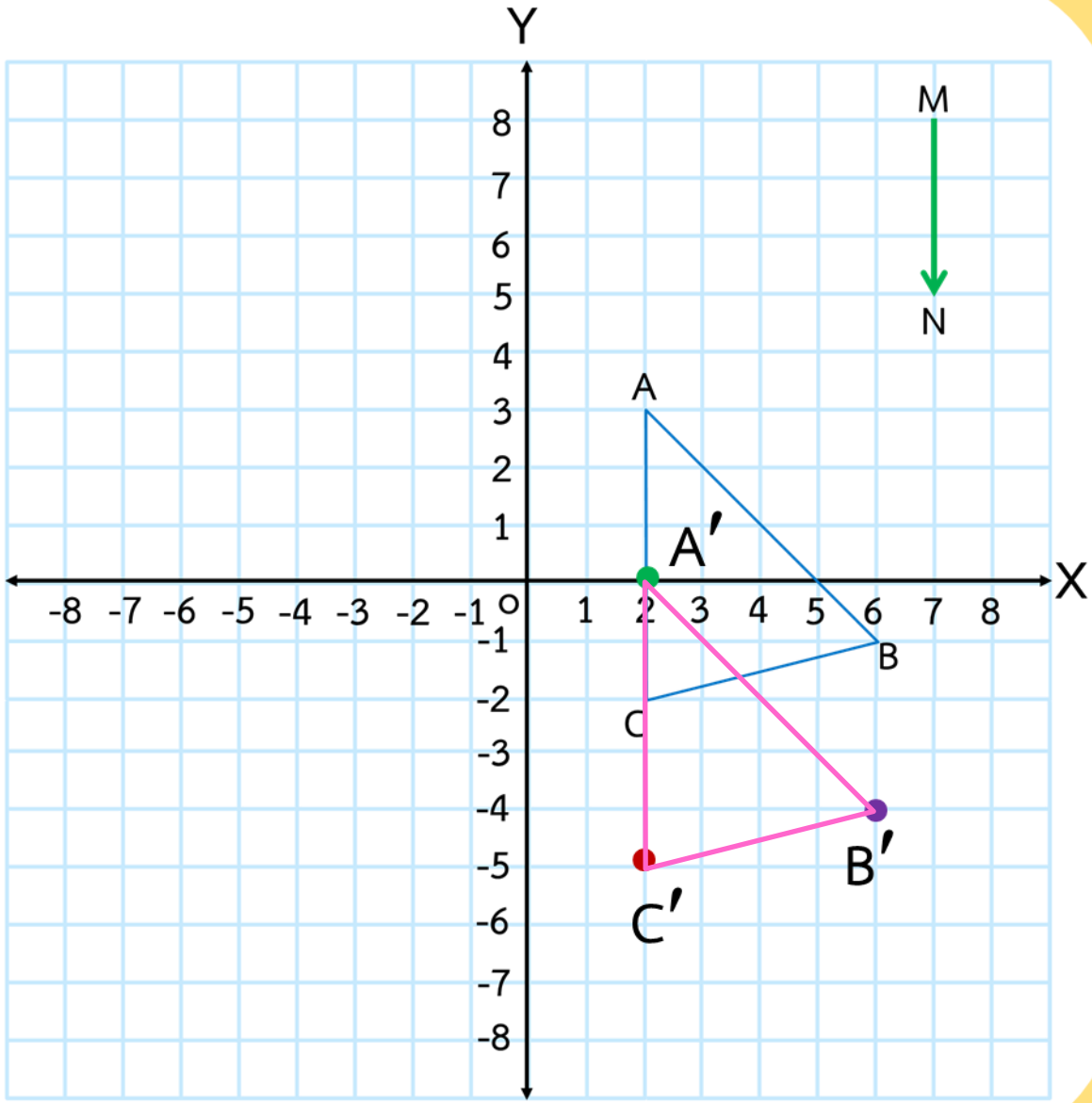
จากจุด C(2, -2) เลื่อนจุด C ลงมาตามแนวแกน Y 3 หน่วย จะได้จุด $C'(2, -5)$



ตัวอย่างที่ 2

วิธีทำ

ลาก $\overline{A'B'}$, $\overline{B'C'}$ และ $\overline{C'A'}$ จะได้ $\Delta A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน ΔABC ด้วย $\overrightarrow{MN}$ โดยมีจุดยอดเป็น $A'(2, 0)$, $B'(6, -4)$ และ $C'(2, -5)$



แบบฝึกหัด 3

การเลื่อนขนาน ในระบบพิกัดฉาก (1)

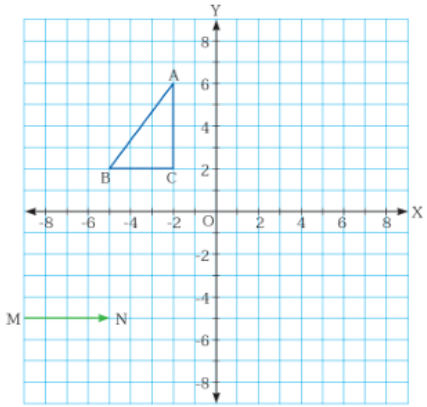
แบบฝึกหัดที่ 3

เรื่อง การเลื่อนขนานบนระบบพิกัดฉาก (1)

(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)

แบบฝึกหัด 3 เรื่อง การเลื่อนขนานในระบบพิกัดฉาก (1)
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง การเลื่อนขนานในระบบพิกัดฉาก (1)
รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค22101 ภาคเรียนที่ 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

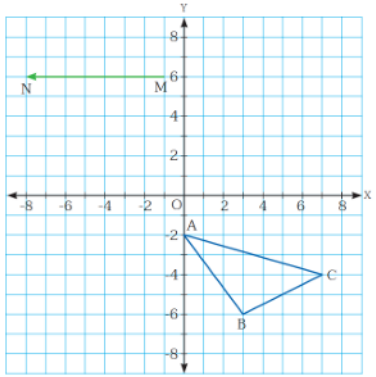
1. กำหนด ΔABC มีจุด A(-2, 6) จุด B(-5, 2) และจุด C(-2, 2) เป็นจุดยอด จงเลื่อนขนาน ΔABC ด้วย $\overrightarrow{MN}$ และหาพิกัดของจุดยอดของ $\Delta A'B'C'$



$\overrightarrow{MN}$ แสดงการเลื่อนขนาน .....

พิกัดของจุด A′ คือ.....
พิกัดของจุด B′ คือ.....
พิกัดของจุด C′ คือ.....

2. กำหนด ΔABC มีจุด A(0, -2) จุด B(3, -6) และจุด C(7, -4) เป็นจุดยอด จงเลื่อนขนาน ΔABC ด้วย $\overrightarrow{MN}$ และหาพิกัดของจุดยอดของ $\Delta A'B'C'$



$\overrightarrow{MN}$ แสดงการเลื่อนขนาน .....

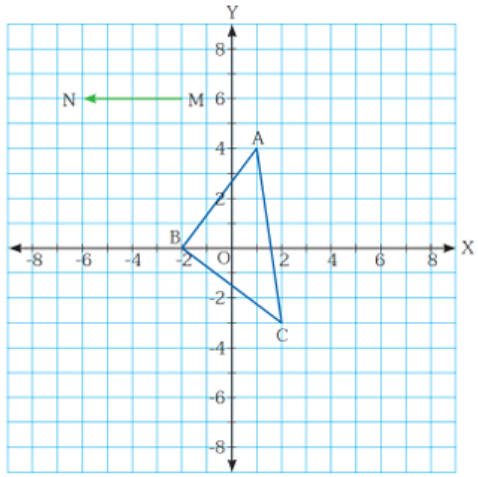
พิกัดของจุด A′ คือ.....
พิกัดของจุด B′ คือ.....
พิกัดของจุด C′ คือ.....

แบบฝึกหัดที่ 3

เรื่อง การเลื่อนขนานบนระบบพิกัดฉาก (1)

(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)

3. กำหนด ΔABC มีจุด A(1, 4) จุด B(-2, 0) และจุด C(2, -3) เป็นจุดยอด จงเลื่อนขนาน ΔABC ด้วย $\overrightarrow{MN}$ และหาพิกัดของจุดยอดของ $\Delta A'B'C'$



$\overrightarrow{MN}$ แสดงการเลื่อนขนาน .....

.....

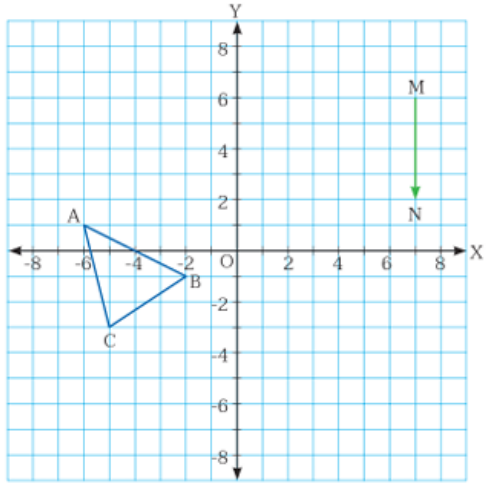
.....

พิกัดของจุด A′ คือ.....

พิกัดของจุด B′ คือ.....

พิกัดของจุด C′ คือ.....

4. กำหนด ΔABC มีจุด A(-6, 1) จุด B(-2, -1) และจุด C(-5, -3) เป็นจุดยอด จงเลื่อนขนาน ΔABC ด้วย $\overrightarrow{MN}$ และหาพิกัดของจุดยอดของ $\Delta A'B'C'$



$\overrightarrow{MN}$ แสดงการเลื่อนขนาน .....

.....

.....

พิกัดของจุด A′ คือ.....

พิกัดของจุด B′ คือ.....

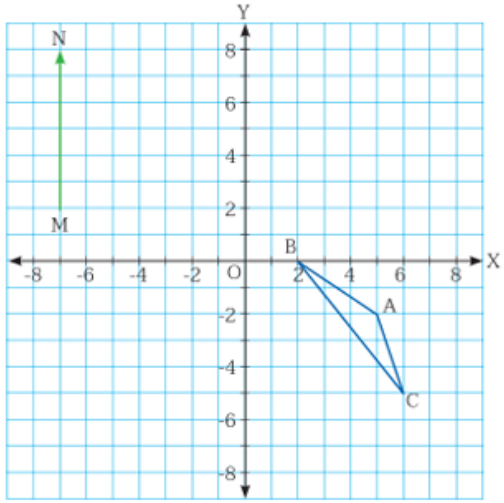
พิกัดของจุด C′ คือ.....

แบบฝึกหัดที่ 3

เรื่อง การเลื่อนขนานบนระบบพิกัดฉาก (1)

(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)

5. กำหนด ΔABC มีจุด A(5, -2) จุด B(2, 0) และจุด C(6, -5) เป็นจุดยอด จงเลื่อนขนาน ΔABC ด้วย $\overrightarrow{MN}$ และหาพิกัดของจุดยอดของ $\Delta A'B'C'$



$\overrightarrow{MN}$ แสดงการเลื่อนขนาน .....

.....

.....

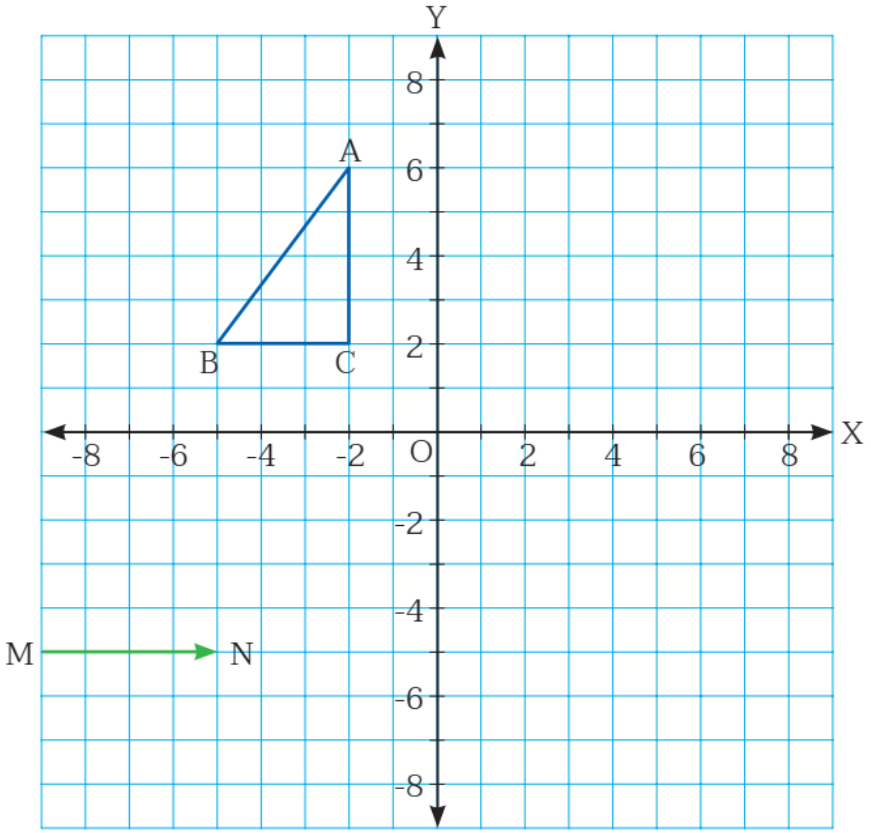
พิกัดของจุด A' คือ.....

พิกัดของจุด B' คือ.....

พิกัดของจุด C' คือ.....

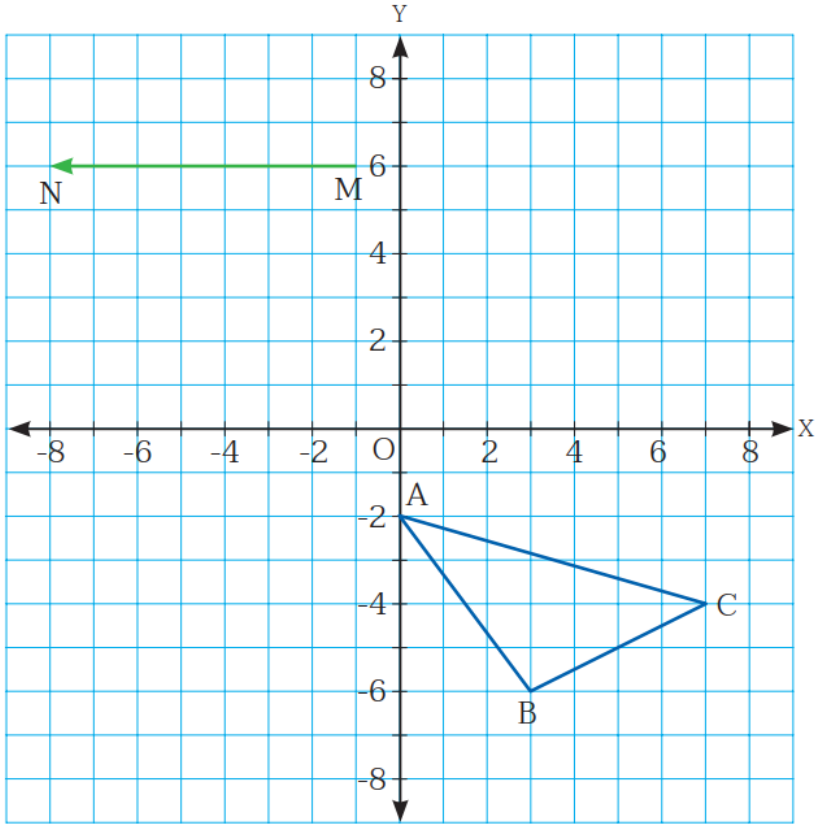
แบบฝึกหัด 3 : การเลื่อนขนานบนระบบพิกัดฉาก (1)

1) กำหนด ΔABC มีจุด A(-2, 6) จุด B(-5, 2) และจุด C(-2, 2) เป็นจุดยอด จงเลื่อนขนาน ΔABC ด้วย $\overrightarrow{MN}$ และหาพิกัดของจุดยอดของ $\Delta A'B'C'$



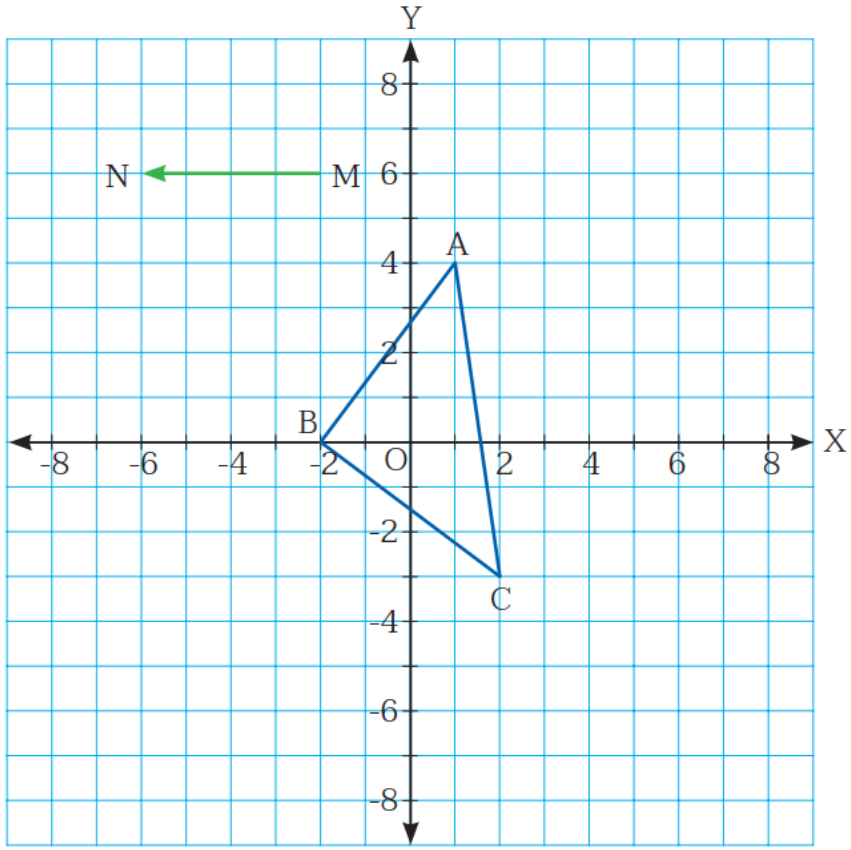
แบบฝึกหัด 3 : การเลื่อนขนานบนระบบพิกัดฉาก (1)

2) กำหนด ΔABC มีจุด A(0, -2) จุด B(3, -6) และจุด C(7, -4) เป็นจุดยอด จงเลื่อนขนาน ΔABC ด้วย $\overrightarrow{MN}$ และหาพิกัดของจุดยอดของ $\Delta A'B'C'$



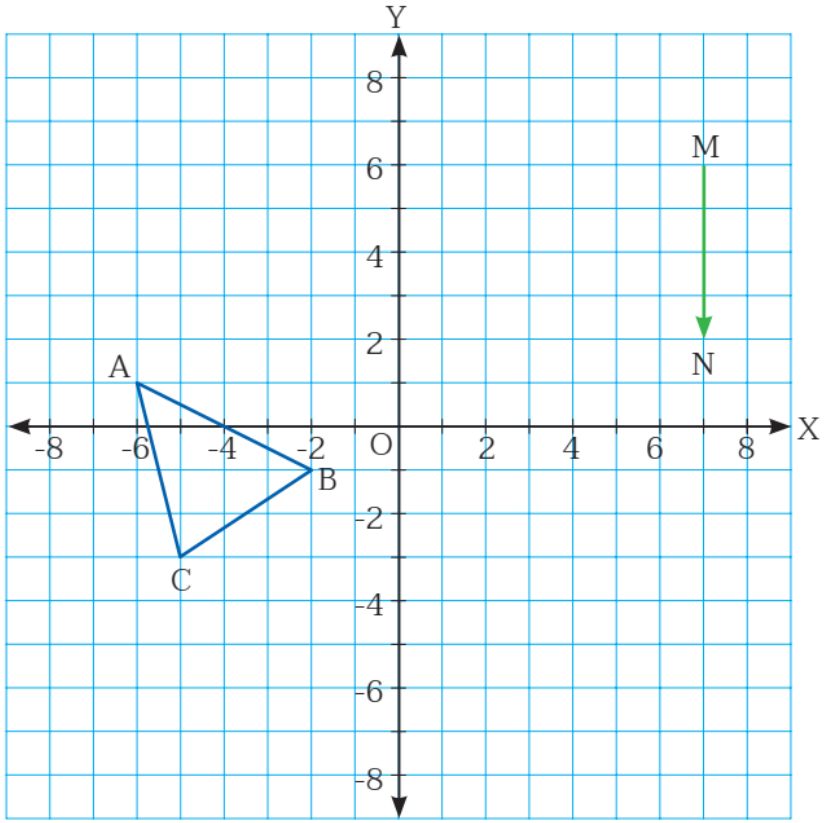
แบบฝึกหัด 3 : การเลื่อนขนานบนระบบพิกัดฉาก (1)

3) กำหนด ΔABC มีจุด A(1, 4) จุด B(-2, 0) และจุด C(2, -3) เป็นจุดยอด จงเลื่อนขนาน ΔABC ด้วย $\overrightarrow{MN}$ และหาพิกัดของจุดยอดของ $\Delta A'B'C'$



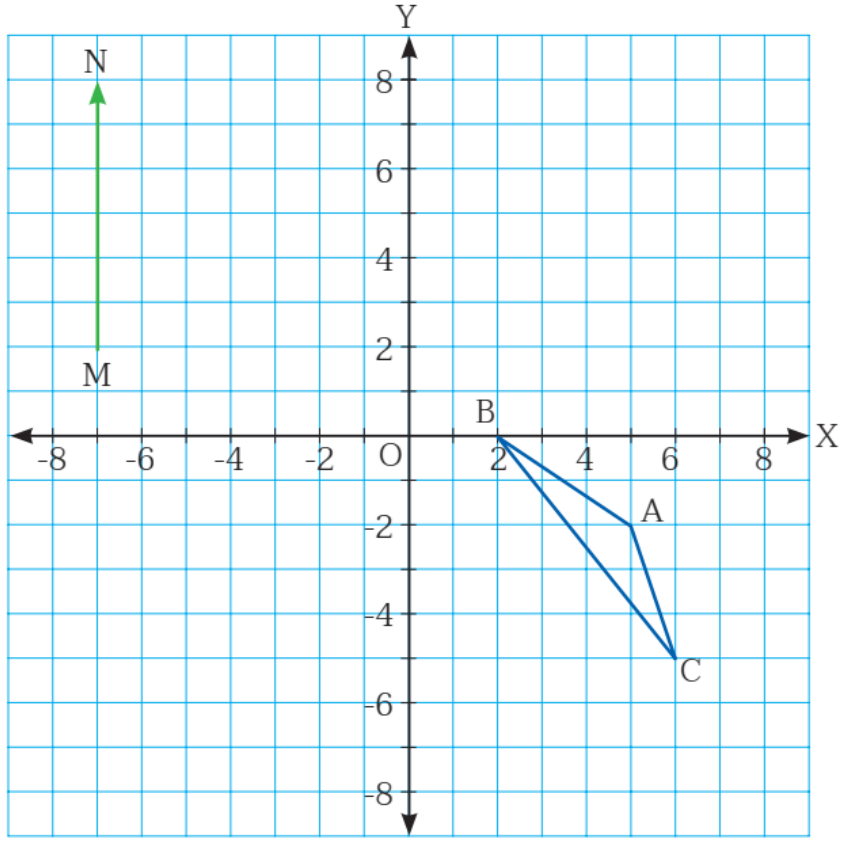
แบบฝึกหัด 3 : การเลื่อนขนานบนระบบพิกัดฉาก (1)

4) กำหนด ΔABC มีจุด A(-6, 1) จุด B(-2, -1) และจุด C(-5, -3) เป็นจุดยอด จงเลื่อนขนาน ΔABC ด้วย $\overrightarrow{MN}$ และหาพิกัดของจุดยอดของ $\Delta A'B'C'$



แบบฝึกหัด 3 : การเลื่อนขนานบนระบบพิกัดฉาก (1)

5) กำหนด ΔABC มีจุด A(5, -2) จุด B(2, 0) และจุด C(6, -5) เป็นจุดยอด จงเลื่อนขนาน ΔABC ด้วย $\overrightarrow{MN}$ และหาพิกัดของจุดยอดของ $\Delta A'B'C'$

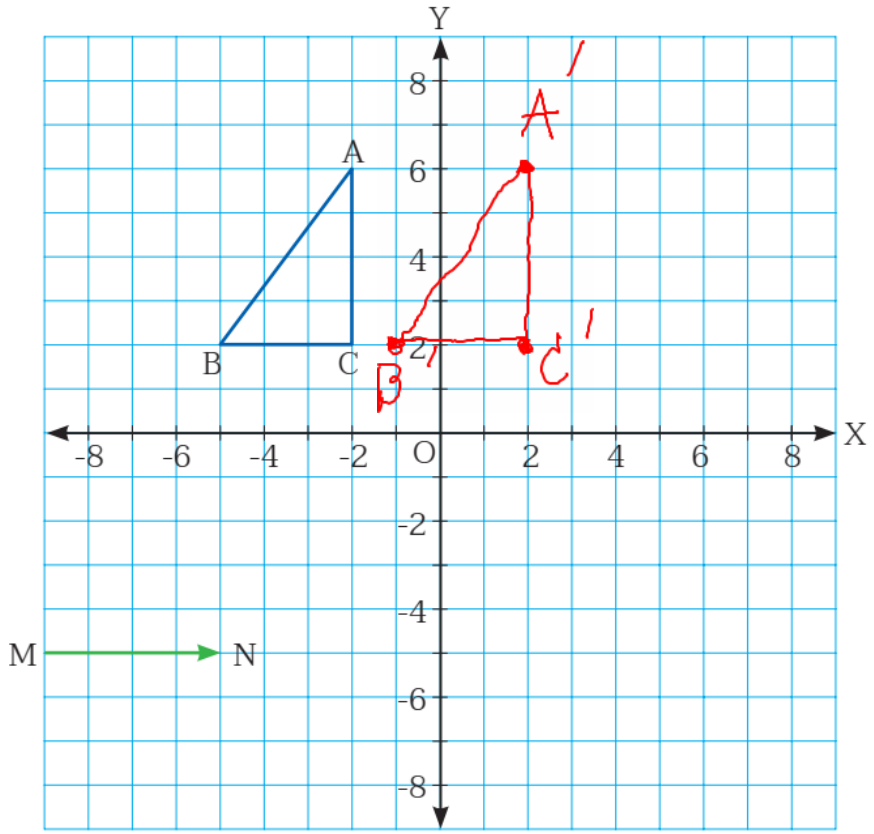


เฉลย แบบฝึกหัด 3

การเลื่อนขนาน ในระบบพิกัดฉาก (1)

แบบฝึกหัด 3 : การเลื่อนขนานบนระบบพิกัดฉาก (1)

1) กำหนด ΔABC มีจุด A(-2, 6) จุด B(-5, 2) และจุด C(-2, 2) เป็นจุดยอด จงเลื่อนขนาน ΔABC ด้วย $\overrightarrow{MN}$ และหาพิกัดของจุดยอดของ $\Delta A'B'C'$



$\overrightarrow{MN}$ แสดงการเลื่อนขนาน

ไปทางขวาตามแนวแกน X

เป็นระยะทาง 4 หน่วย

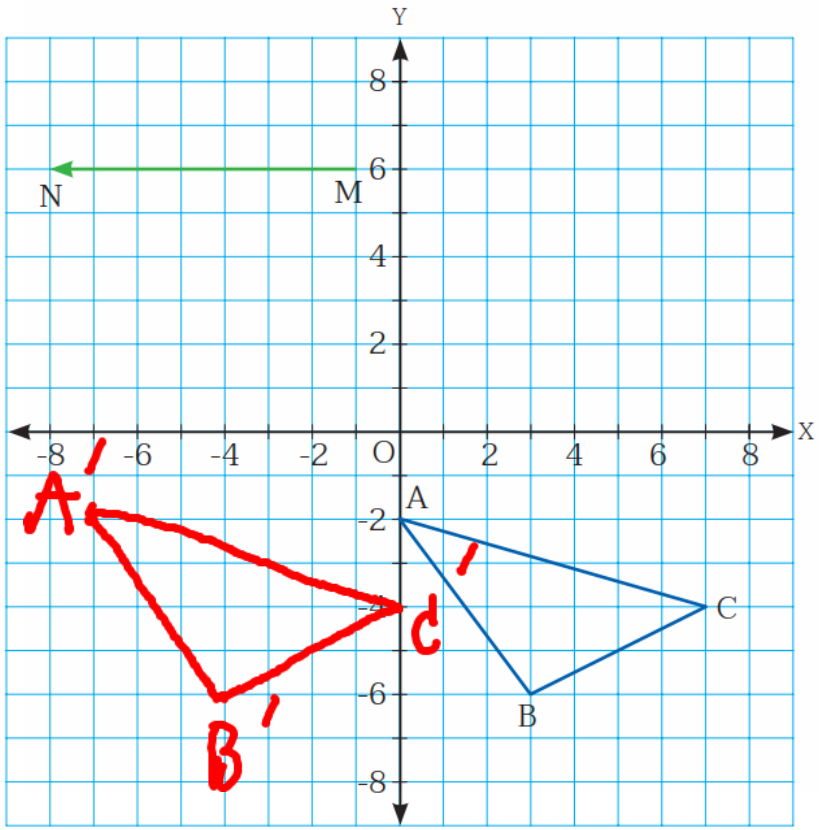
พิกัดของจุด A′ คือ (2, 6)

พิกัดของจุด B′ คือ (-1, 2)

พิกัดของจุด C′ คือ (2, 2)

แบบฝึกหัด 3 : การเลื่อนขนานบนระบบพิกัดฉาก (1)

2) กำหนด ΔABC มีจุด A(0, -2) จุด B(3, -6) และจุด C(7, -4) เป็นจุดยอด จงเลื่อนขนาน ΔABC ด้วย $\overrightarrow{MN}$ และหาพิกัดของจุดยอดของ $\Delta A'B'C'$



$\overrightarrow{MN}$ แสดงการเลื่อนขนาน ไปทางซ้ายตามแนวแกน X ..... 7 หน่วย .....

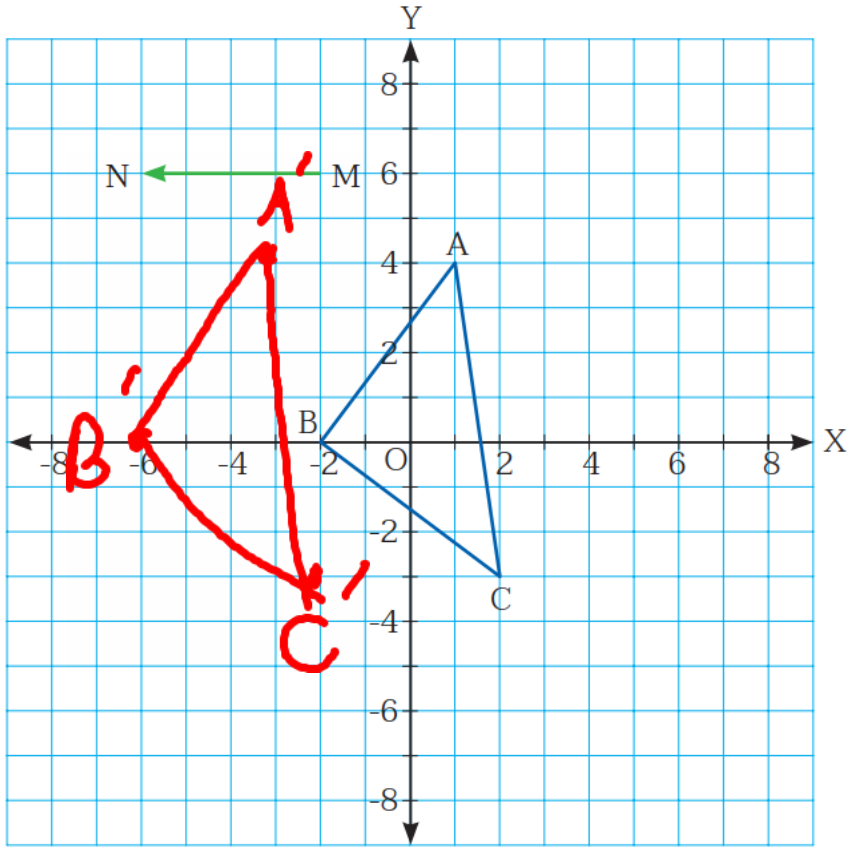
พิกัดของจุด A′ คือ (-7, -2) .....

พิกัดของจุด B′ คือ (-4, -6) .....

พิกัดของจุด C′ คือ (0, -4) .....

แบบฝึกหัด 3 : การเลื่อนขนานบนระบบพิกัดฉาก (1)

3) กำหนด ΔABC มีจุด A(1, 4) จุด B(-2, 0) และจุด C(2, -3) เป็นจุดยอด จงเลื่อนขนาน ΔABC ด้วย $\overrightarrow{MN}$ และหาพิกัดของจุดยอดของ $\Delta A'B'C'$



$\overrightarrow{MN}$ แสดงการเลื่อนขนาน ไปทางซ้ายตามแนวแกน X 4 หน่วย

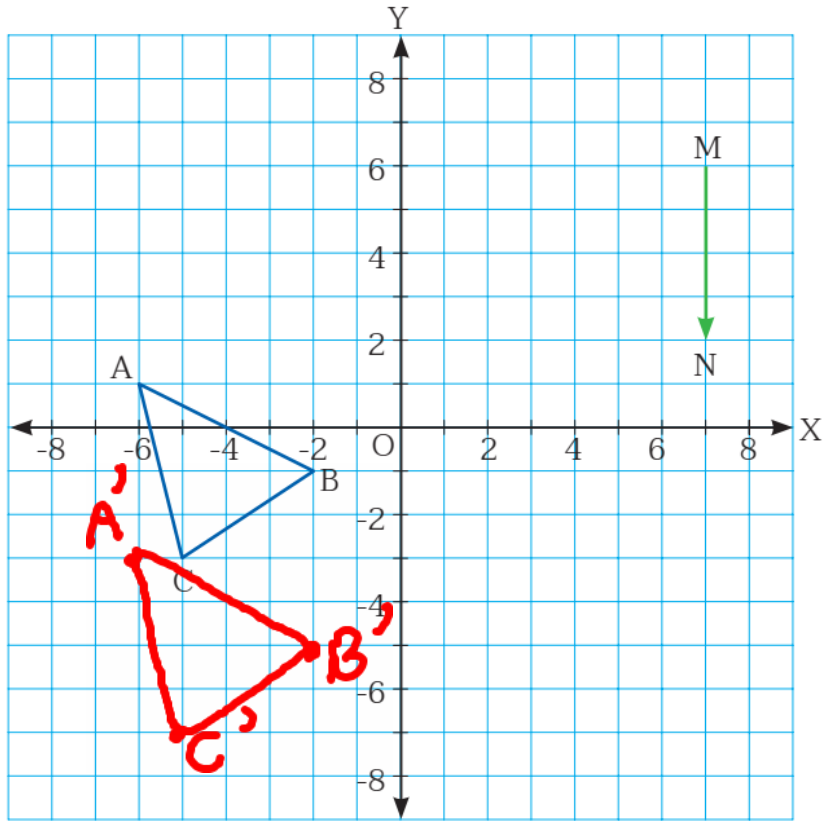
พิกัดของจุด A′ คือ (-3, 4)

พิกัดของจุด B′ คือ (-6, 0)

พิกัดของจุด C′ คือ (-2, -3)

แบบฝึกหัด 3 : การเลื่อนขนานบนระบบพิกัดฉาก (1)

4) กำหนด ΔABC มีจุด A(-6, 1) จุด B(-2, -1) และจุด C(-5, -3) เป็นจุดยอด จงเลื่อนขนาน ΔABC ด้วย $\overrightarrow{MN}$ และหาพิกัดของจุดยอดของ $\Delta A'B'C'$



$\overrightarrow{MN}$ แสดงการเลื่อนขนาน

ลงไปตามแนวแกน Y

4 หน่วย

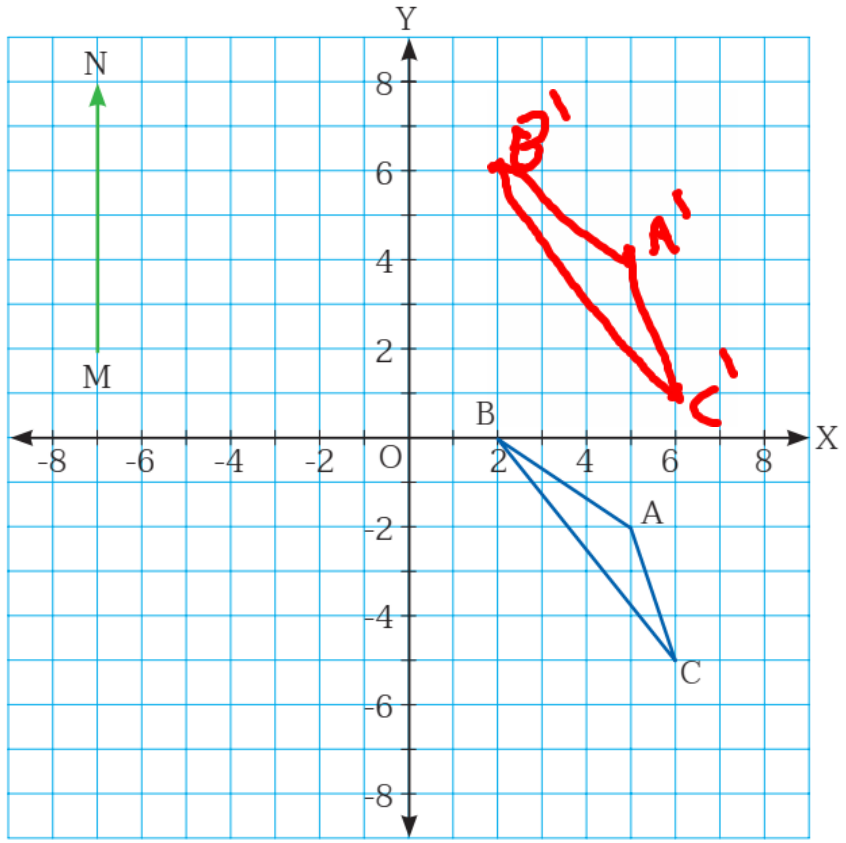
พิกัดของจุด A′ คือ (-6, -3)

พิกัดของจุด B′ คือ (-2, -5)

พิกัดของจุด C′ คือ (-5, -7)

แบบฝึกหัด 3 : การเลื่อนขนานบนระบบพิกัดฉาก (1)

5) กำหนด ΔABC มีจุด A(5, -2) จุด B(2, 0) และจุด C(6, -5) เป็นจุดยอด จงเลื่อนขนาน ΔABC ด้วย $\overrightarrow{MN}$ และหาพิกัดของจุดยอดของ $\Delta A'B'C'$



$\overrightarrow{MN}$ แสดงการเลื่อนขนาน ขึ้นไปตามแนวแกน Y ..... 6 หน่วย .....

พิกัดของจุด A′ คือ (5, 4)

พิกัดของจุด B′ คือ (2, 6)

พิกัดของจุด C′ คือ (6, 1)

สรุปบทเรียน

ความรู้กันหน่อย

การเลื่อนขนานรูปหลายเหลี่ยมที่มีเวกเตอร์ของการเลื่อนขนาน
ที่ขนานกับแกน X พิกัดที่หนึ่ง (x) ของจุดบนภาพที่ได้จาก
การเลื่อนขนานจะเปลี่ยนแปลงไป
แต่พิกัดที่สอง (y) เหมือนเดิม

สรุปบทเรียน

ความรู้กันหน่อย

การเลื่อนขนานรูปหลายเหลี่ยมที่มีเวกเตอร์ของการเลื่อนขนาน
ที่ขนานกับแกน Y พิกัดที่หนึ่ง (x) ของจุดบนภาพที่ได้จาก
การเลื่อนขนานจะเหมือนเดิม แต่พิกัดที่สอง (y) จะเปลี่ยนแปลงไป

สรุปบทเรียน

ความรู้กันหน่อย

การหาภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน จะต้องวิเคราะห์เวกเตอร์
ของการเลื่อนขนานก่อน จากนั้นเลื่อนขนานจุดยอดบน
รูปต้นแบบแล้วลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดยอด
ที่เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานเหล่านั้น

บทเรียนครั้งต่อไป

เรื่อง การเลื่อนขนานในระบบพิกัดฉาก (2)

สิ่งที่ต้องเตรียม

1. แบบฝึกหัด 4 : การเลื่อนขนานในระบบพิกัดฉาก (2)
2. แบบฝึกหัด 5 : การประยุกต์การเลื่อนขนาน

(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)