

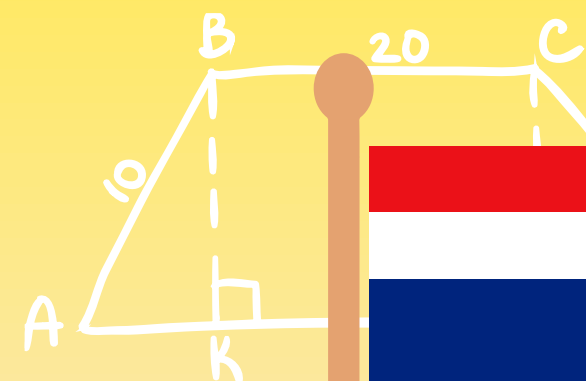
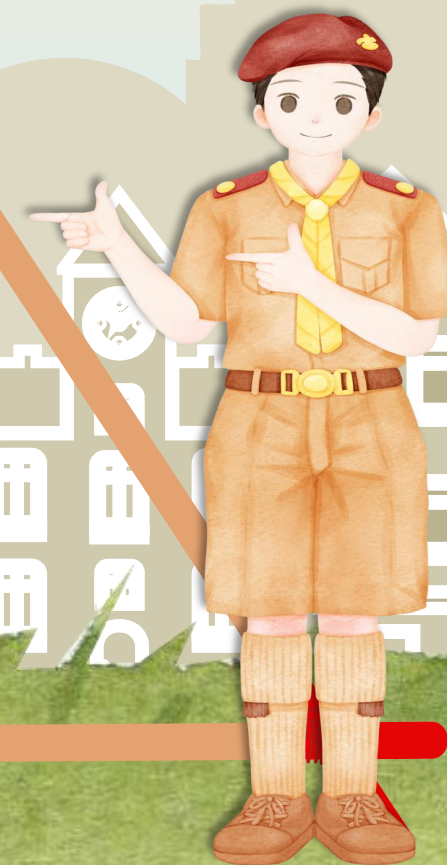
รายวิชา คณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค23101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หน่วยที่ 4 ความคล้าย

เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ที่คล้ายกัน (2)

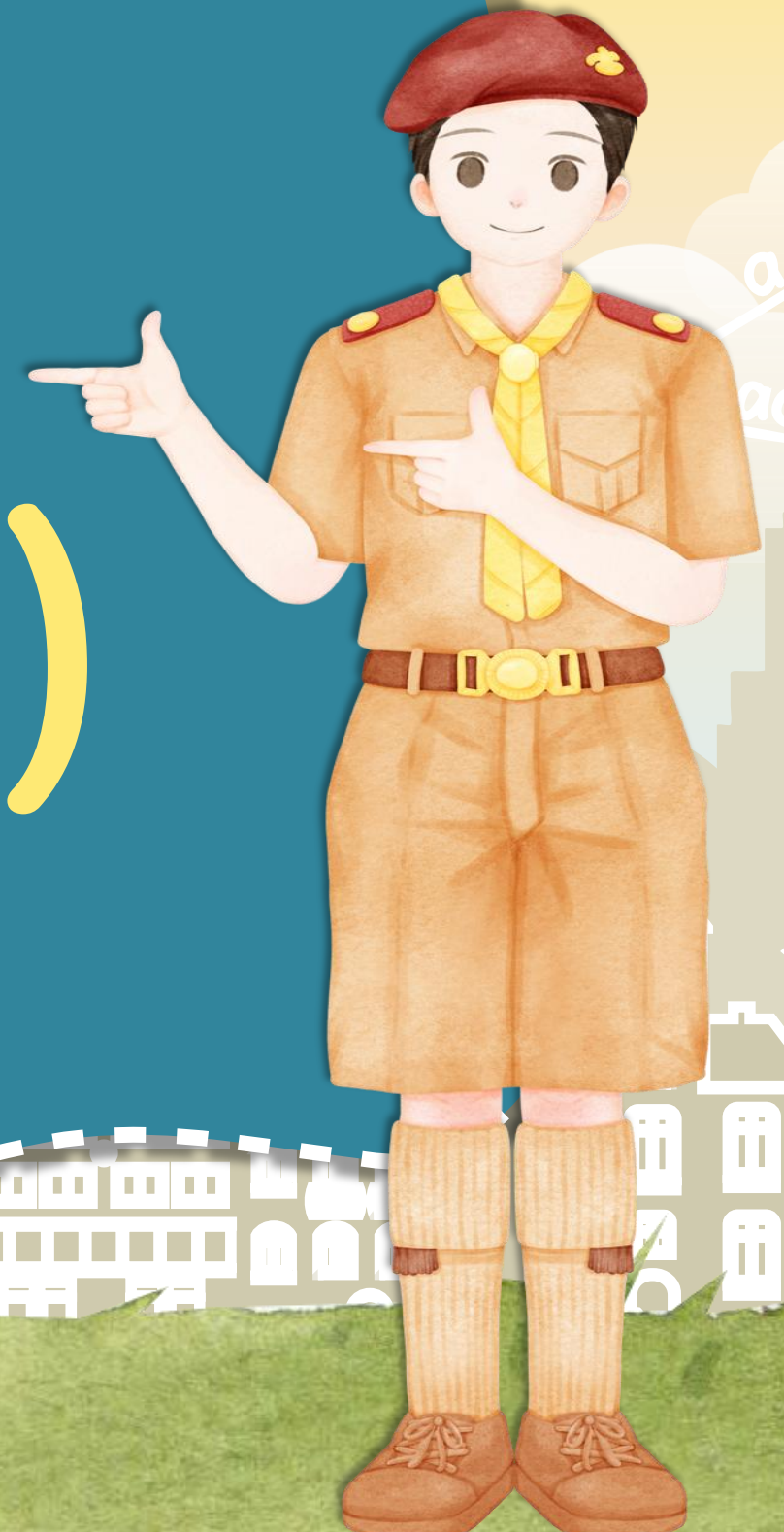
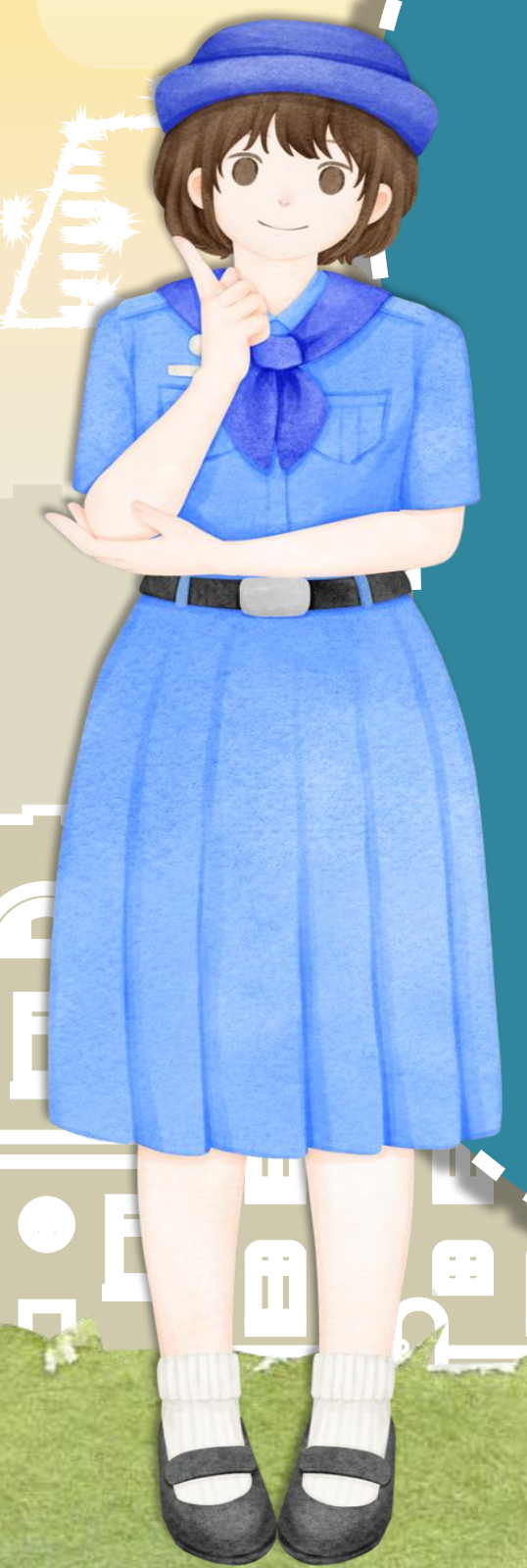
ครูผู้สอน ครูเกียรติศักดิ์ แสงทอง





รูปสามเหลี่ยม

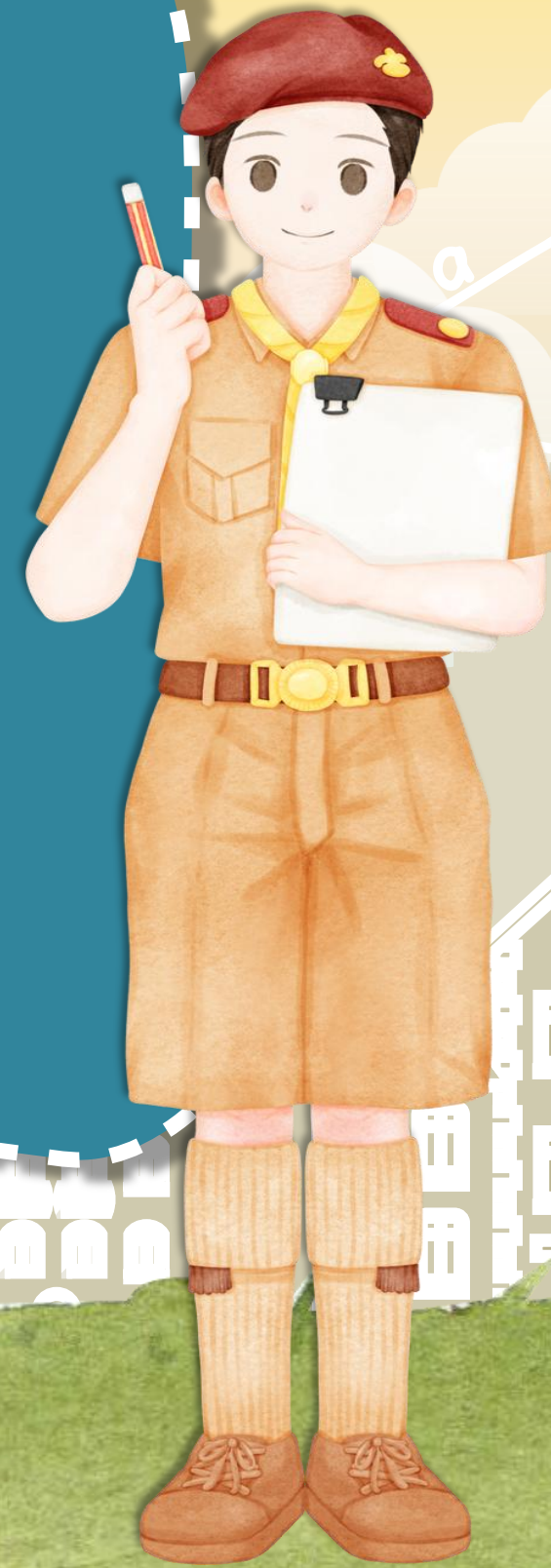
ที่คล้ายกัน (2)





จุดประสงค์การเรียนรู้

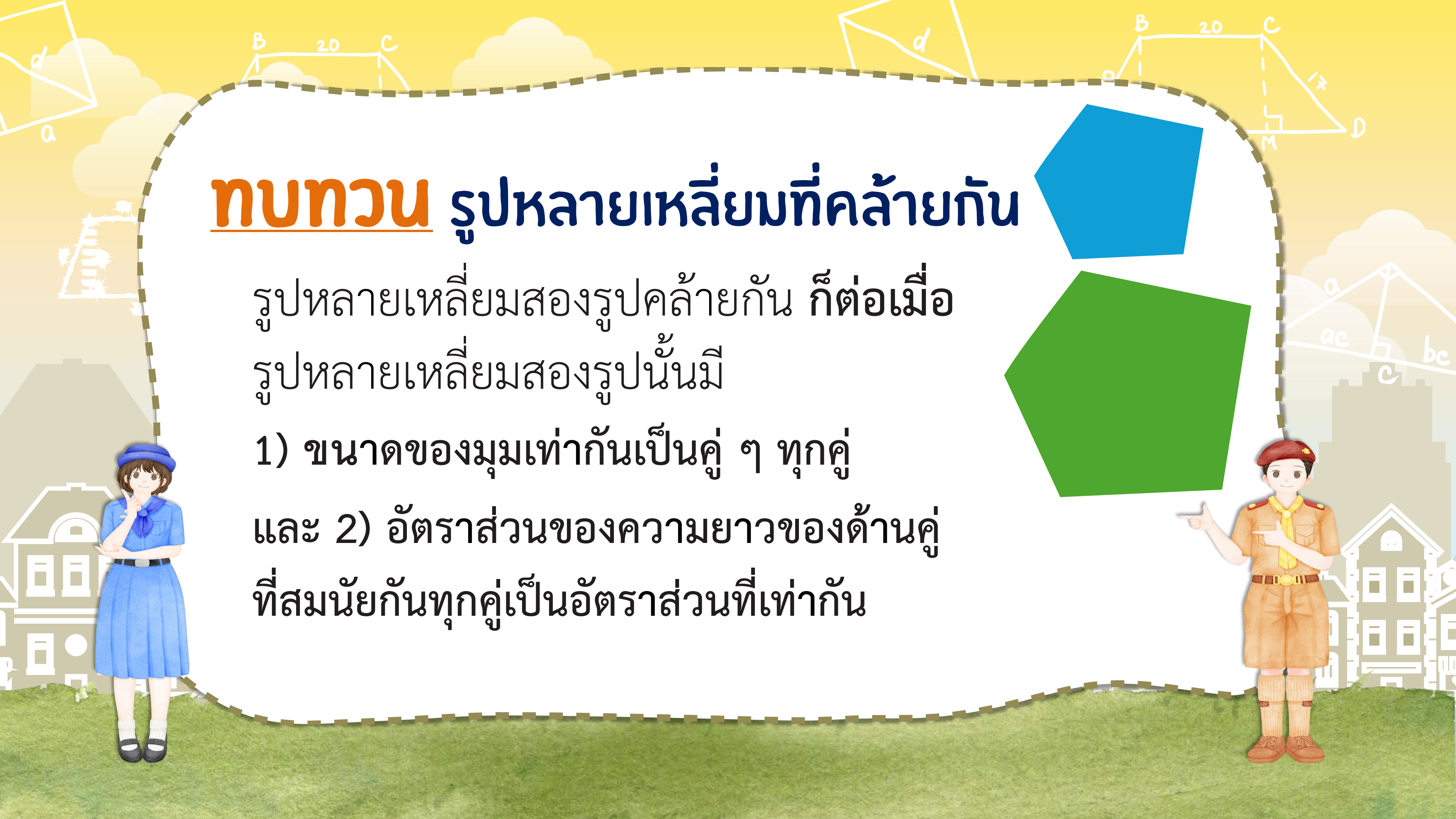
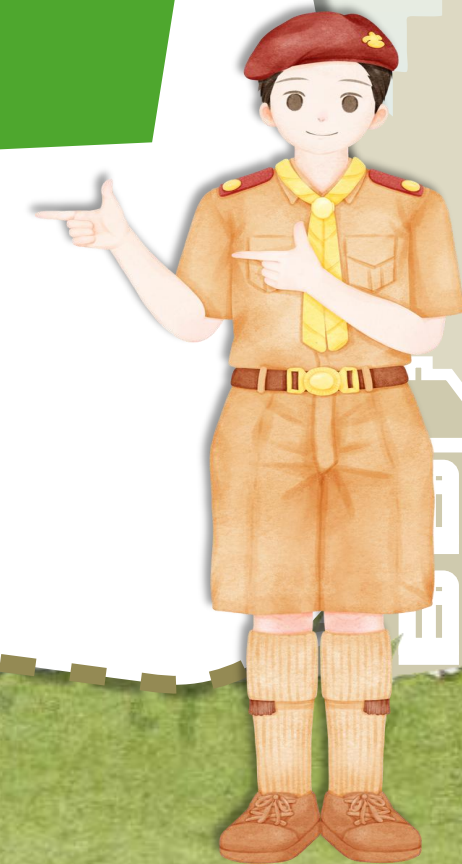
1. นักเรียนสามารถระบุเงื่อนไขที่ทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน
2. นักเรียนสามารถใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันในการให้เหตุผลและการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์



ทบทวน รูปหลายเหลี่ยมที่คล้ายกัน

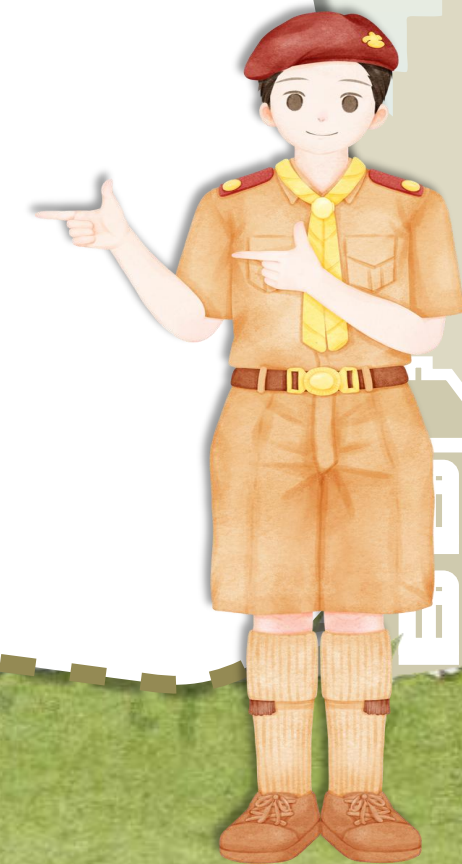
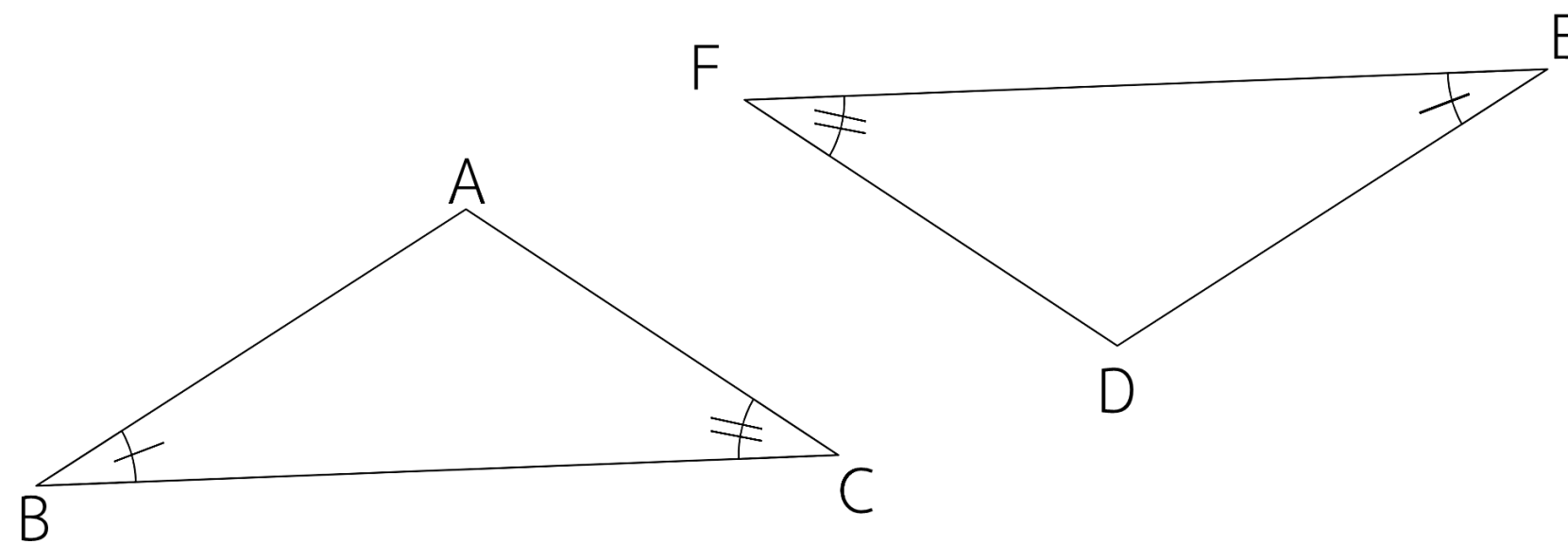
รูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ
รูปหลายเหลี่ยมสองรูปนั้นมี

- 1) ขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ ทุกคู่
- และ 2) อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่
ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน



ทบทวน บทนิยามรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ
รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นมีขนาดของมุมเท่ากัน เป็นคู่ ๆ สามคู่



คำถามชวนคิด

ทบทวน รูปหลายเหลี่ยมที่คล้ายกัน

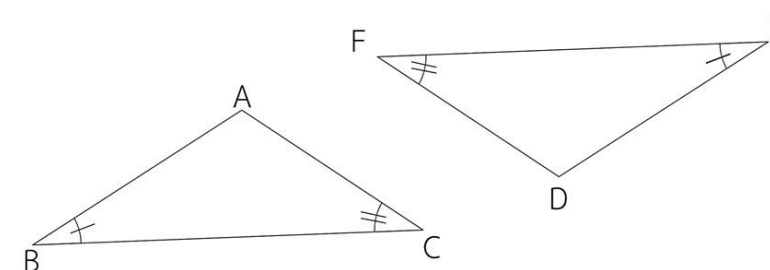
รูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ
รูปหลายเหลี่ยมสองรูปนั้นมี

- 1) ขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ ทุกคู่
- และ 2) อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน



ทบทวน บทนิยามรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ
รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นมีขนาดของมุมเท่ากัน เป็นคู่ ๆ สามคู่



ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะคล้ายกันหรือไม่

ใบกิจกรรม 3 : สำนักรูปสามเหลี่ยม (2)

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง ความคล้าย

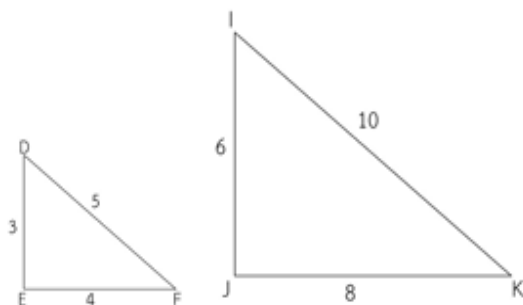
รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค23101 ภาคเรียนที่ 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

อุปกรณ์

1. โพรแทรกเตอร์
2. ไม้บรรทัด
3. วงเวียน

ขั้นตอนการทำกิจกรรม

1. กำหนด $\triangle DEF$ และ $\triangle IJK$ ซึ่งมีความยาวของด้านแต่ละด้าน (เซนติเมตร) ดังรูป



จงเติมข้อมูลเกี่ยวกับความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมทั้งสอง และวัดขนาดของมุมของรูปสามเหลี่ยมทั้งสอง แล้วเติมค่าลงในตาราง

ความยาวของด้านของ $\triangle DEF$ (ซม.)	ความยาวของด้านของ $\triangle IJK$ (ซม.)	อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน	ขนาดของมุมของ $\triangle DEF$ (องศา)	ขนาดของมุมของ $\triangle IJK$ (องศา)
DE =	IJ =	$\frac{DE}{IJ} =$	$\hat{D} =$	$\hat{I} =$
EF =	JK =	$\frac{EF}{JK} =$	$\hat{E} =$	$\hat{J} =$
FD =	KI =	$\frac{FD}{KI} =$	$\hat{F} =$	$\hat{K} =$

2. ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยม PQR 1 รูป มีขนาดตามใจชอบ แล้วสร้างรูปสามเหลี่ยม XYZ อีกรูปหนึ่ง โดยมีความยาวของด้านทุกด้านเป็น a เท่าของความยาวด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมเดิม (เมื่อ a เป็นจำนวนจริงบวก) จากนั้นเติมข้อมูลเกี่ยวกับความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมทั้งสอง และวัดขนาดของมุมของรูปสามเหลี่ยมทั้งสอง แล้วเติมค่าลงในตาราง

ความยาวของด้านของ $\triangle PQR$ (ซม.)	ความยาวของด้านของ $\triangle XYZ$ ที่สมนัยกับด้านของ $\triangle PQR$ (ซม.)	อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน	ขนาดของมุมของ $\triangle PQR$ (องศา)	ขนาดของมุมของ $\triangle XYZ$ ที่สมนัยกับมุมของ $\triangle PQR$ (องศา)
PQ =			$\hat{P} =$	
QR =			$\hat{Q} =$	
RP =			$\hat{R} =$	

3. จากการสำรวข้างต้น ให้นักเรียนคาดการณ์เกี่ยวกับขนาดของมุมที่สมนัยกัน เมื่อบริเวณรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้นมีอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันเท่ากันทุกคู่

4. นักเรียนคิดว่า ถ้าสามเหลี่ยมสองรูปมีอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันเท่ากันทุกคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะคล้ายกันหรือไม่ จงอธิบาย



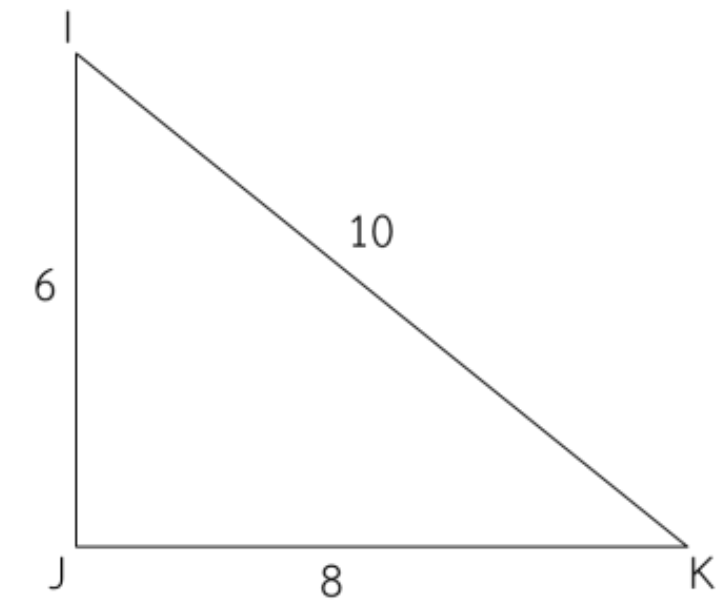
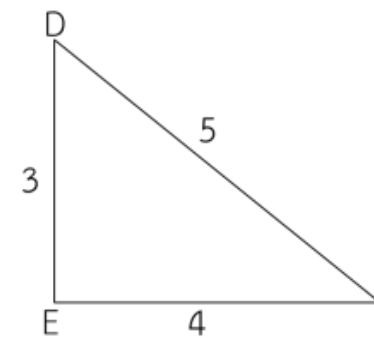
ใบกิจกรรม 3

เรื่อง สำรวจ

รูปสามเหลี่ยม (2)

สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th

1. กำหนด $\triangle DEF$ และ $\triangle IJK$ ซึ่งมีความยาวของด้านแต่ละด้าน (เซนติเมตร) ดังรูป



ความยาวของด้านของ $\triangle DEF$ (ซม.)	ความยาวของด้านของ $\triangle IJK$ (ซม.)	อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน	ขนาดของมุมของ $\triangle DEF$ (องศา)	ขนาดของมุมของ $\triangle IJK$ (องศา)
DE =	IJ =	$\frac{DE}{IJ} =$	$\hat{D} =$	$\hat{I} =$
EF =	JK =	$\frac{EF}{JK} =$	$\hat{E} =$	$\hat{J} =$
FD =	KI =	$\frac{FD}{KI} =$	$\hat{F} =$	$\hat{K} =$



2. ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยม PQR 1 รูป มีขนาดตามใจชอบ แล้วสร้างรูปสามเหลี่ยม XYZ อีกรูปหนึ่ง โดยมีความยาวของด้านทุกด้านเป็น a เท่าของความยาวด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมเดิม (เมื่อ a เป็นจำนวนจริงบวก)

ความยาวของด้านของ ΔPQR (ซม.)	ความยาวของด้านของ ΔXYZ ที่สมนัยกับด้านของ ΔPQR (ซม.)	อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน	ขนาดของมุมของ ΔPQR (องศา)	ขนาดของมุมของ ΔXYZ ที่สมนัยกับมุมของ ΔPQR (องศา)
PQ =			$\hat{P} =$	
QR =			$\hat{Q} =$	
RP =			$\hat{R} =$	



3. จากการสำรวจข้างต้น ให้นักเรียนคาดการณ์เกี่ยวกับขนาดของมุมที่สมนัยกัน
เมื่อรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้นมีอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันเท่ากันทุกคู่



4. นักเรียนคิดว่า ถ้าสามเหลี่ยมสองรูปมีอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน
เท่ากันทุกคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะคล้ายกันหรือไม่ จงอธิบาย

.....

.....

.....

.....

.....

.....



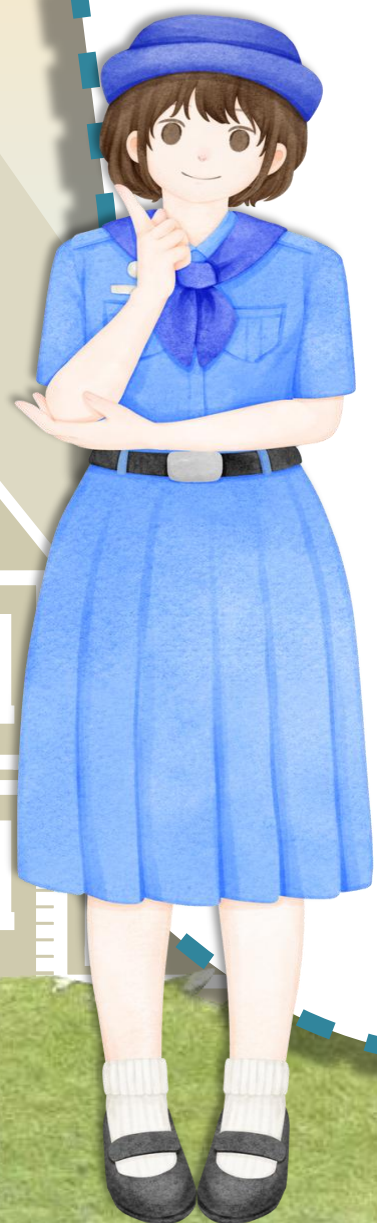
จากทฤษฎี

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่
ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะมีขนาดของมุมเท่ากัน

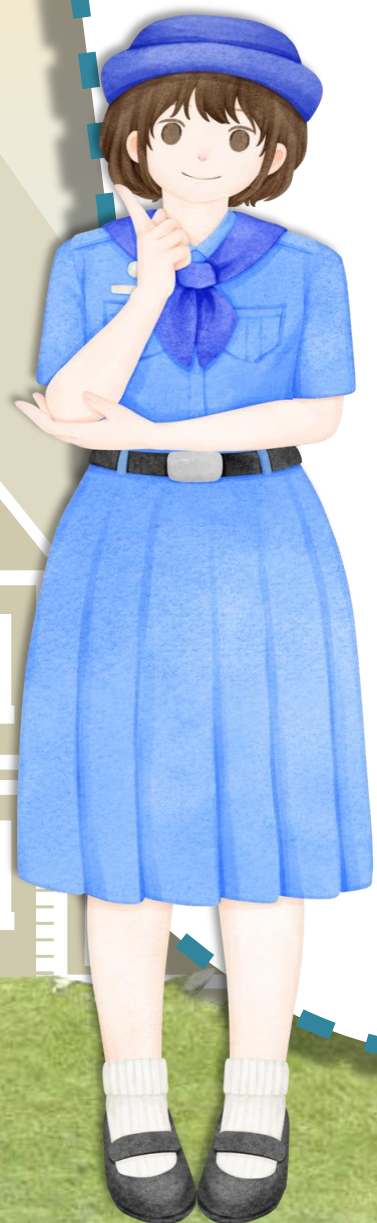
เป็นคู่ ๆ สามคู่

และทำให้ได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยม
ที่คล้ายกัน



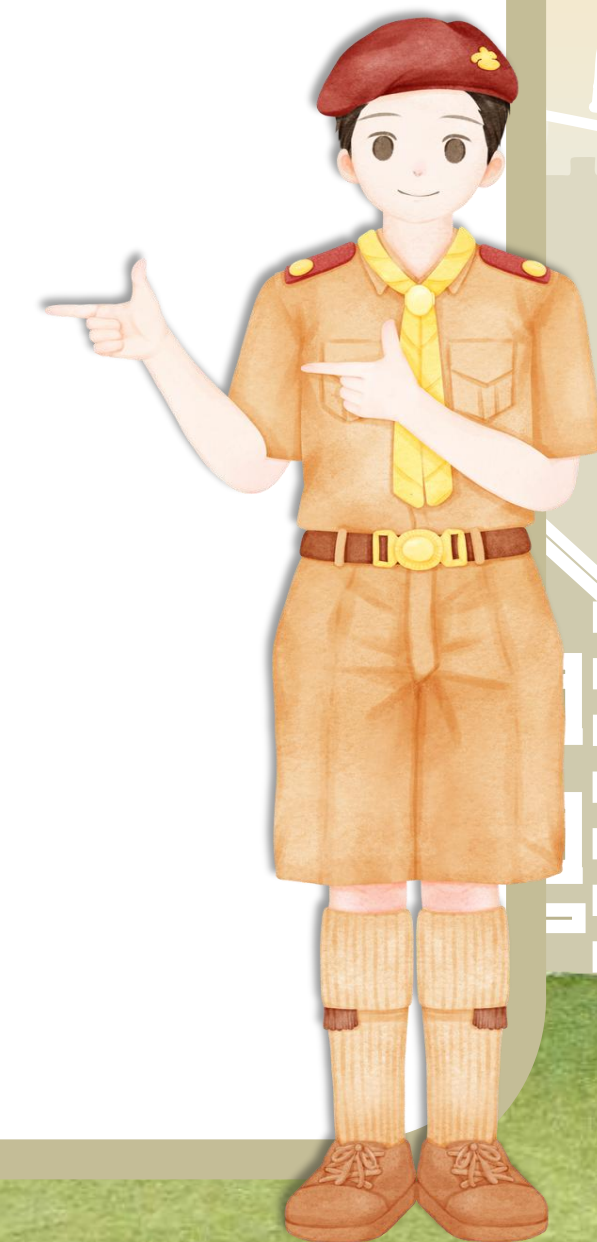
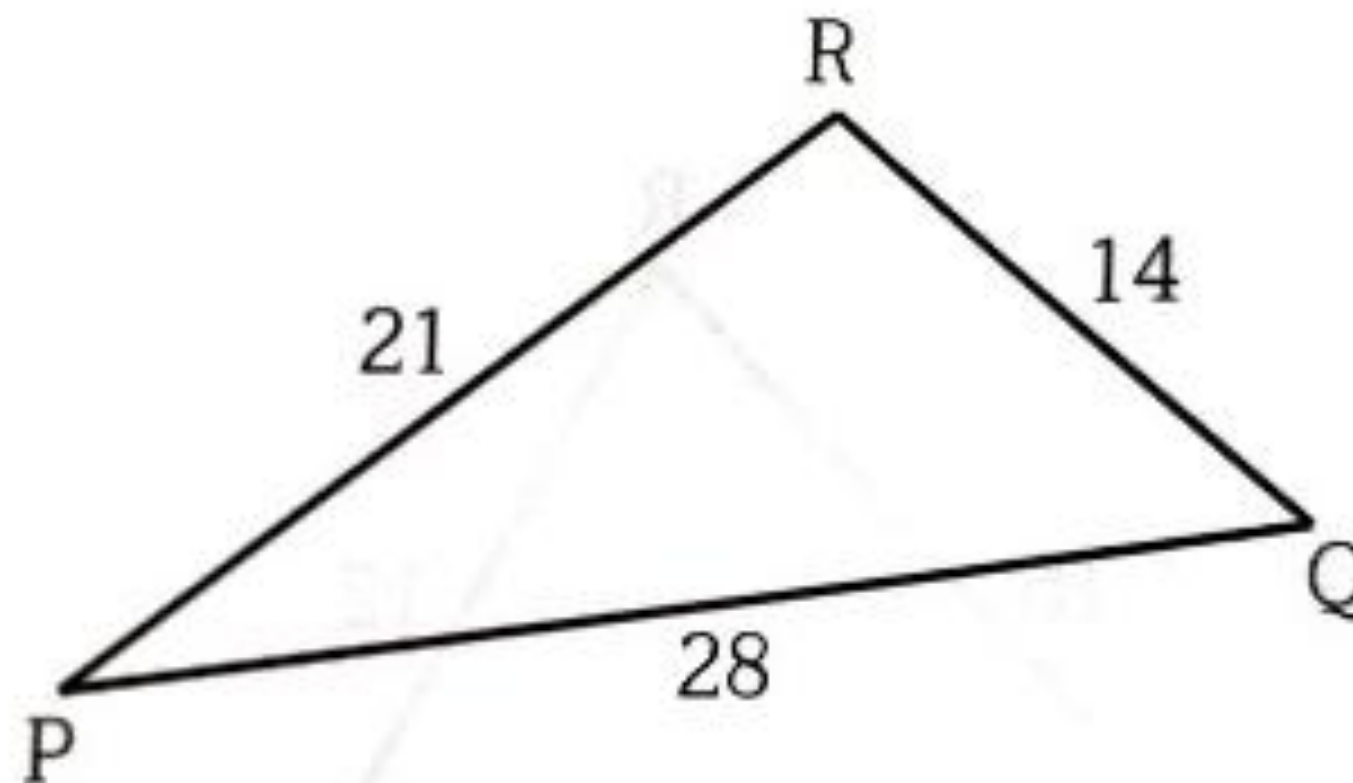
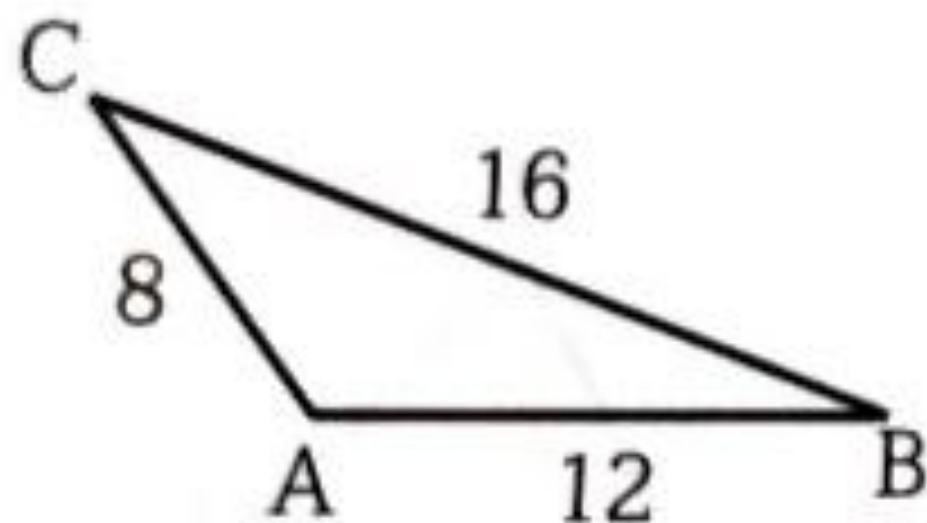
ทฤษฎีบท

ถ้า อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่
ของรูปสามเหลี่ยมสองรูปเป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน
แล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเป็นรูปที่คล้ายกัน



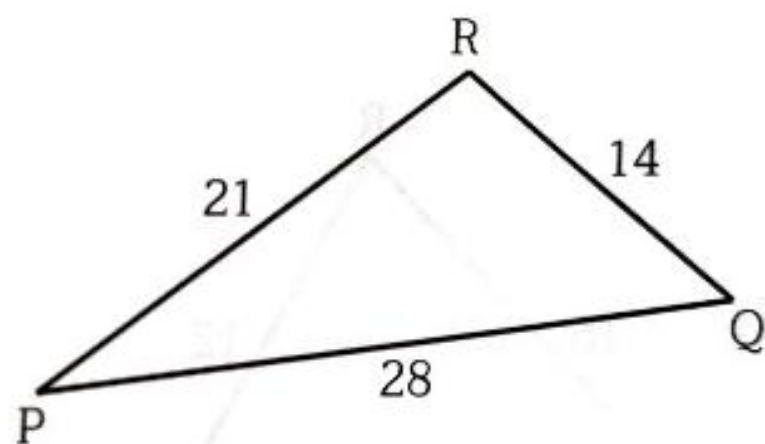
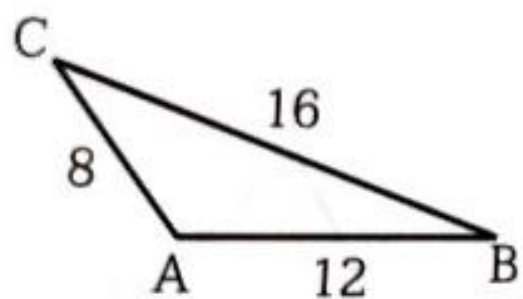
ตัวอย่าง 1

จากรูป รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้
เป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันหรือไม่ จงอธิบาย



ตัวอย่าง 1

จากรูป รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้
เป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันหรือไม่ จงอธิบาย



วิธีทำ เนื่องจาก

$$\frac{AC}{RQ} = \frac{8}{14} = \frac{4}{7}$$

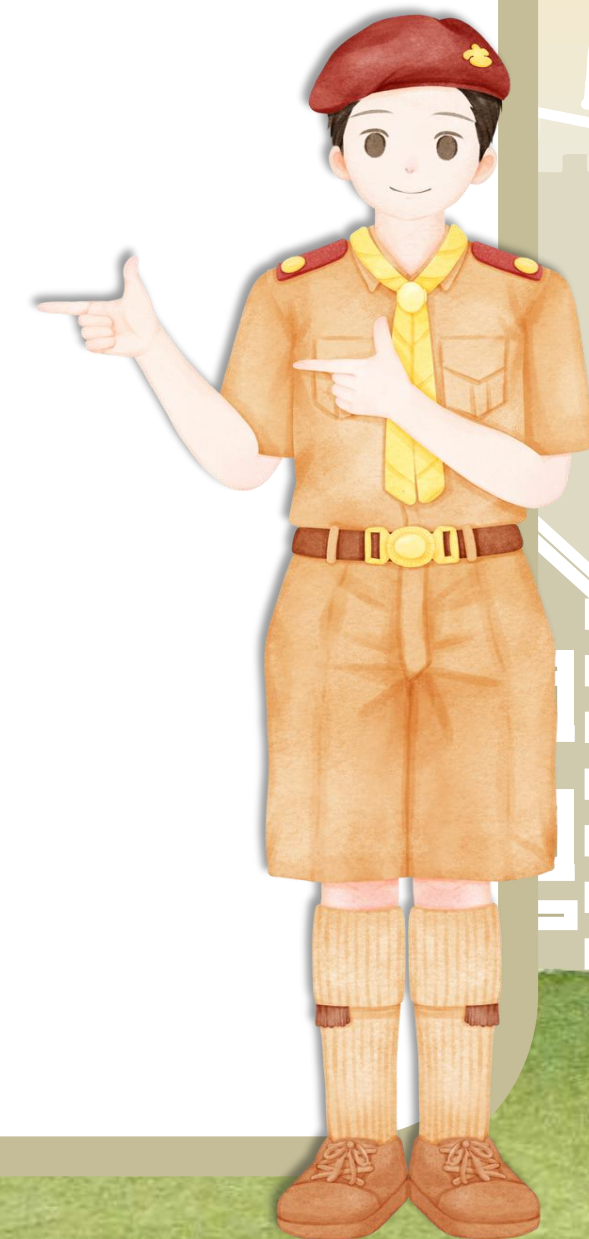
$$\frac{AB}{RP} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$$

และ

$$\frac{BC}{PQ} = \frac{16}{28} = \frac{4}{7}$$

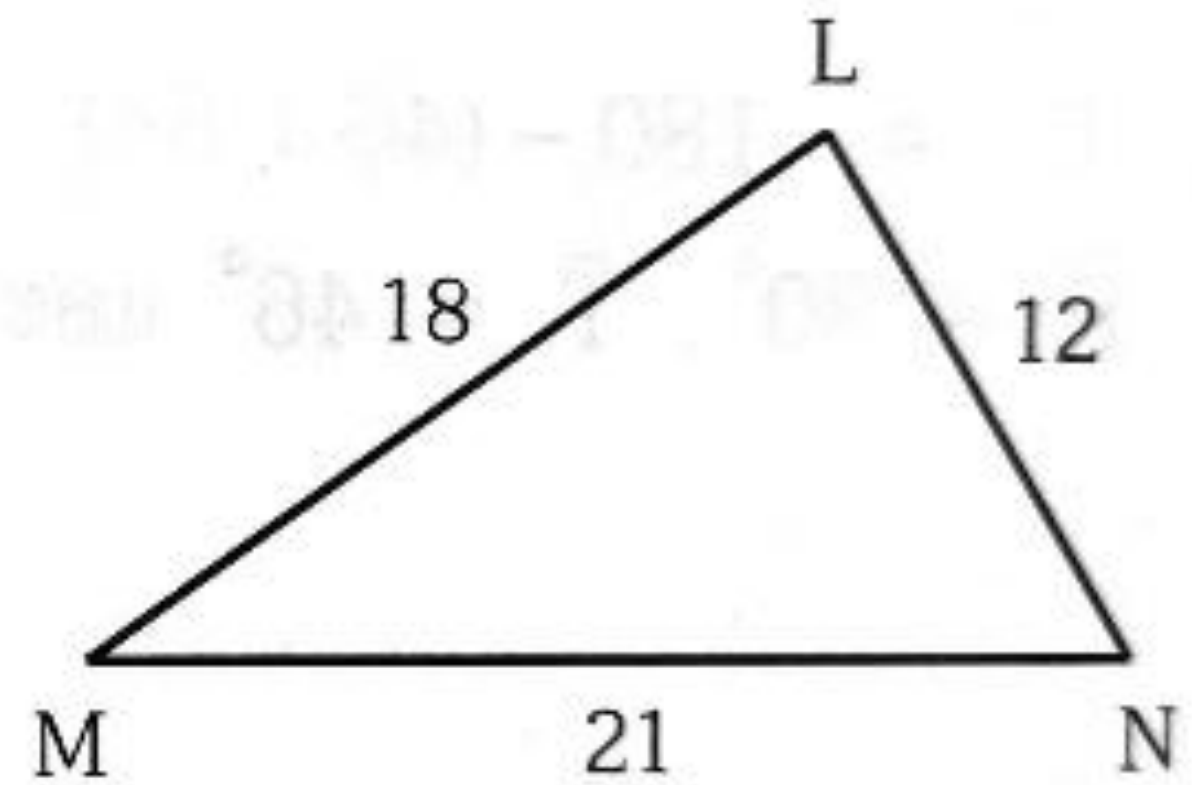
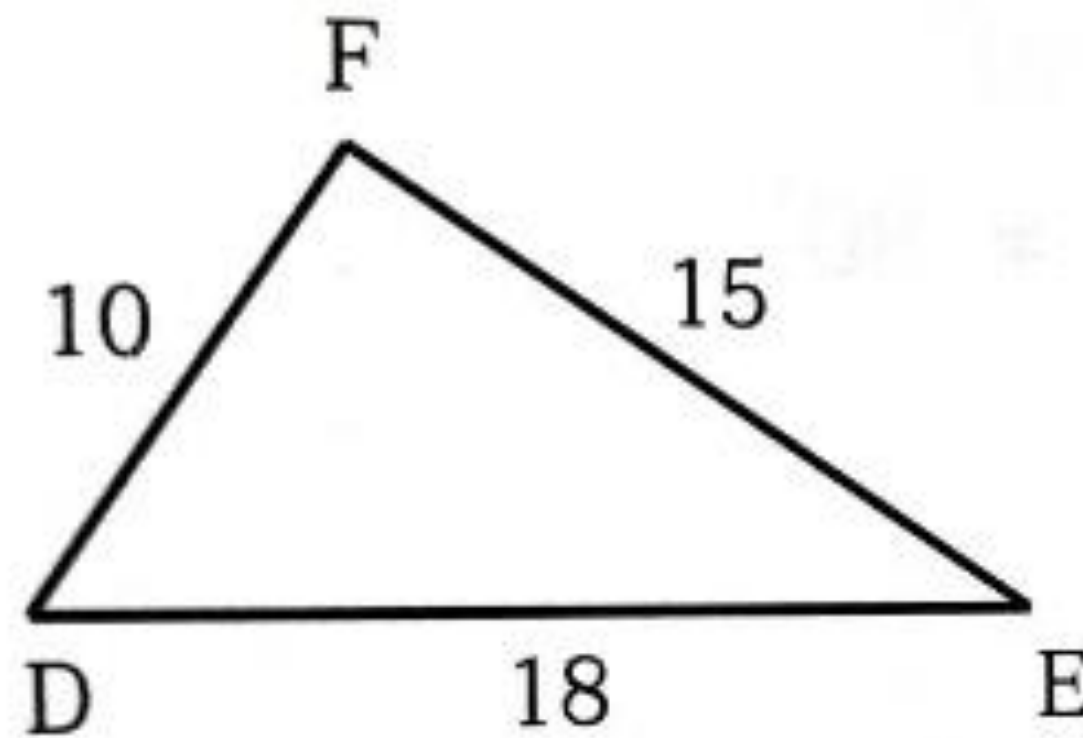
เนื่องจาก อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่ของรูปสามเหลี่ยมสองรูป
เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

ดังนั้น $\triangle ABC \sim \triangle RPQ$



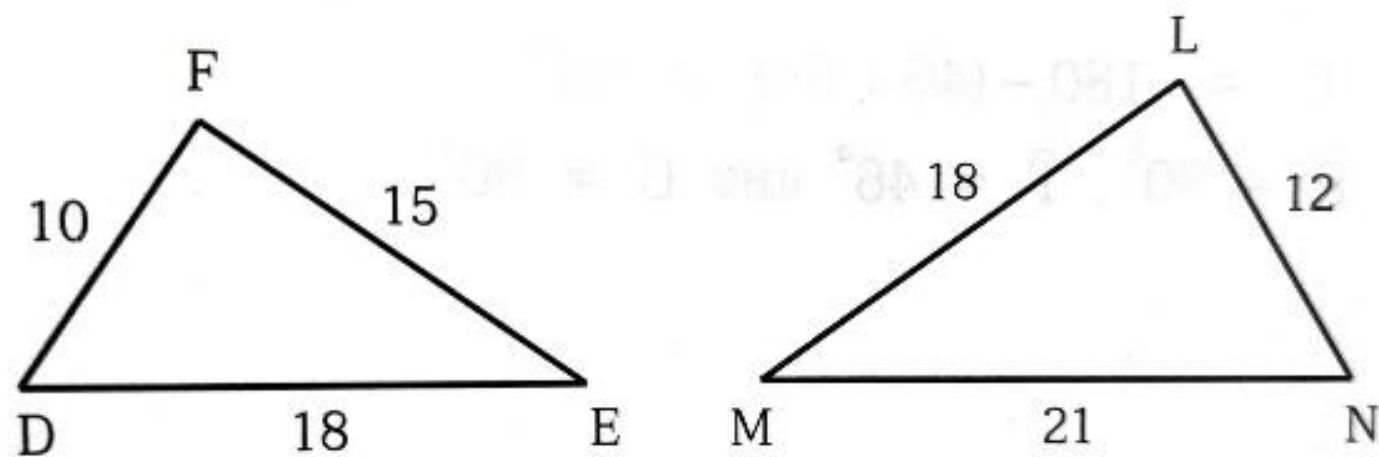
ตัวอย่าง 2

จากรูป รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้
เป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันหรือไม่ จงอธิบาย



ตัวอย่าง 2

จากรูป รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้
เป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันหรือไม่ จงอธิบาย



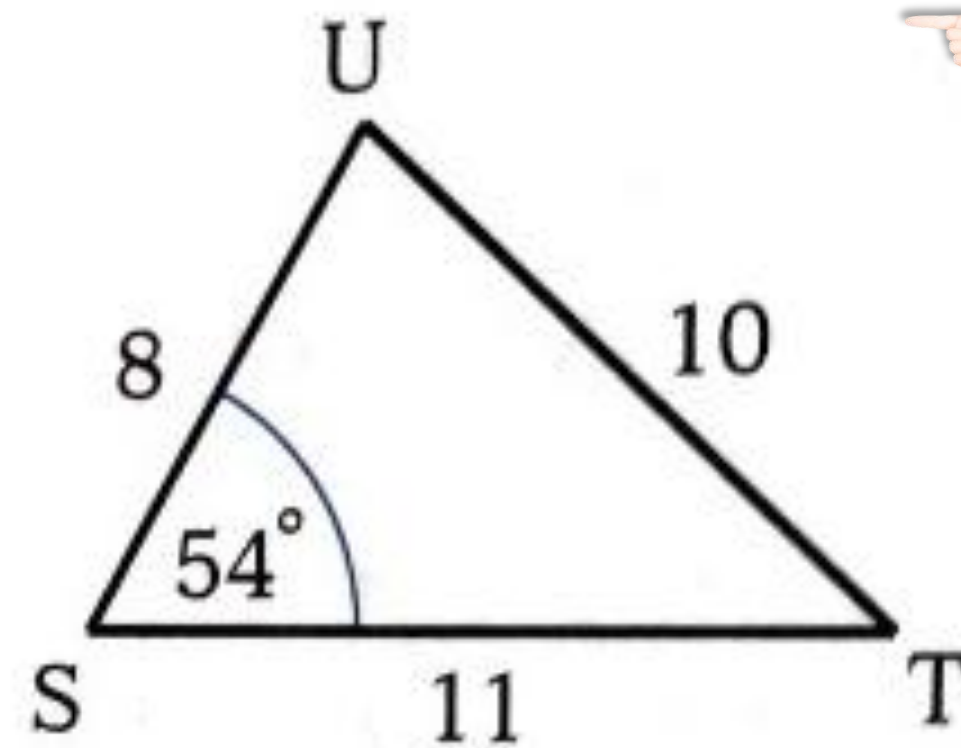
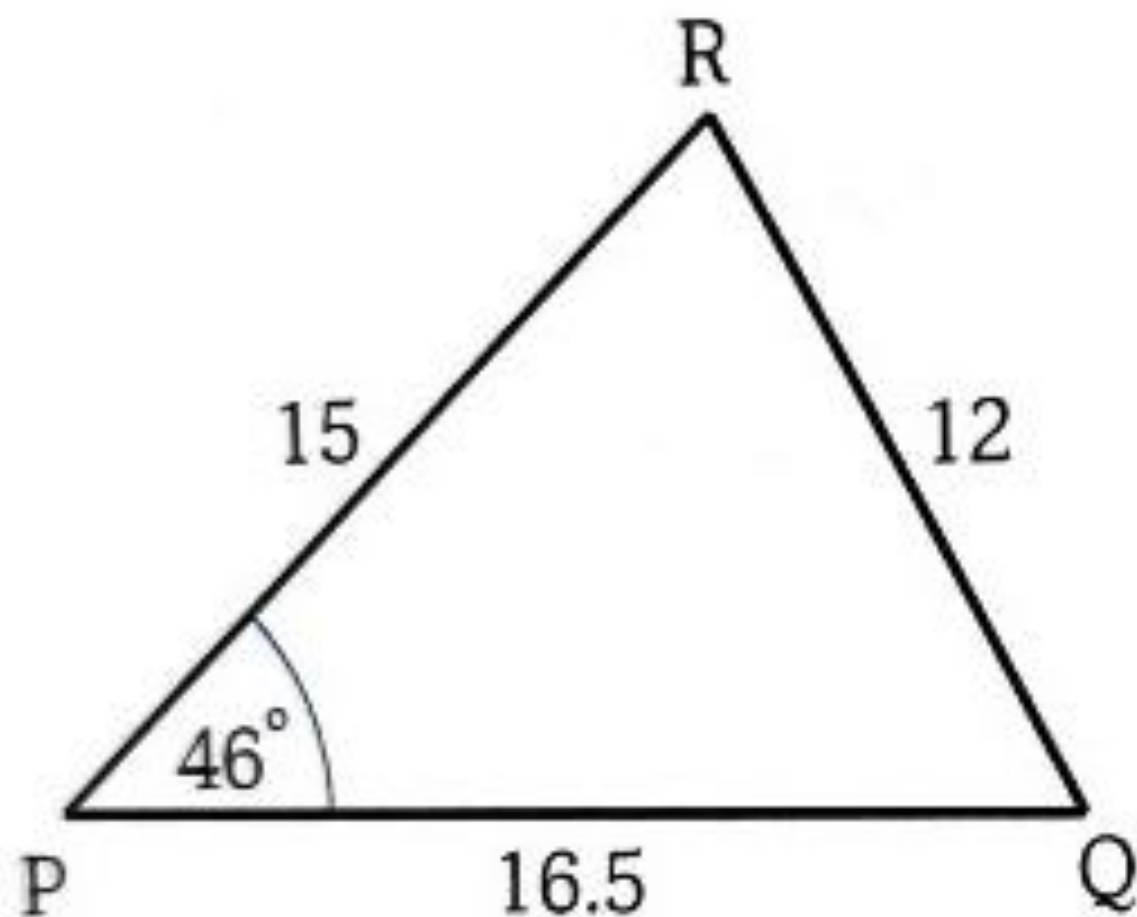
วิธีทำ เนื่องจาก $\frac{DF}{NL} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$
 $\frac{EF}{ML} = \frac{15}{18} = \frac{5}{6}$
และ $\frac{DE}{NM} = \frac{18}{21} = \frac{6}{7}$

เนื่องจาก อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมสองรูป
มีคู่ใดคู่หนึ่งไม่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

ดังนั้น $\triangle DEF$ และ $\triangle NML$ ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

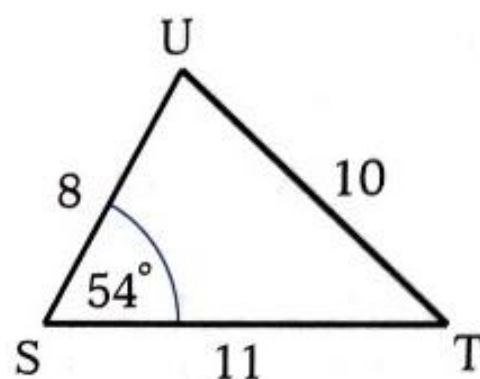
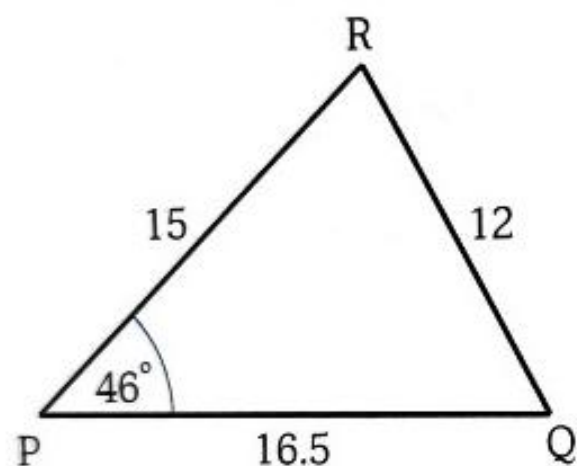
ตัวอย่าง 3

จากรูป รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้ เป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันหรือไม่ และจงหาขนาดของมุมที่เหลือทุกมุม



ตัวอย่าง 3

จากรูป รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้ เป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันหรือไม่ และจงหาขนาดของมุมที่เหลือทุกมุม



จะได้ $\hat{P} = \hat{T} = 46^\circ$

$$\hat{Q} = \hat{S} = 54^\circ$$

และ $\hat{R} = \hat{U} = 180 - (46 + 54) = 80^\circ$

วิธีทำ เนื่องจาก $\frac{QR}{SU} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$

$$\frac{RP}{UT} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$$

และ $\frac{PQ}{TS} = \frac{16.5}{11} = \frac{3}{2}$

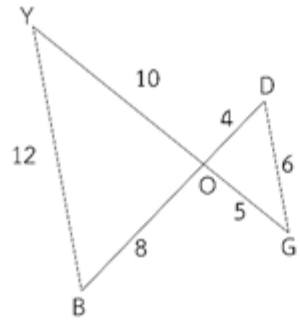
ดังนั้น $\Delta PQR \sim \Delta TSU$



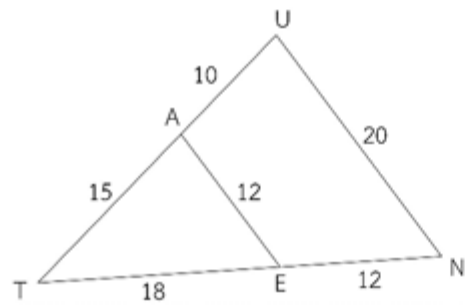
แบบฝึกหัด 6 : รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน (4)
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง ความคล้าย
 รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค23101 ภาคเรียนที่ 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

1. รูปสามเหลี่ยมสองรูปในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

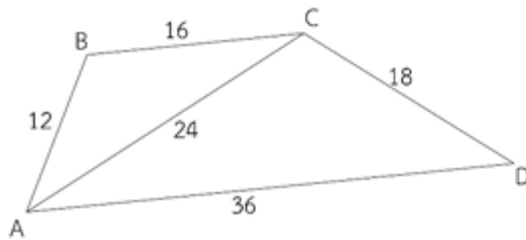
1)



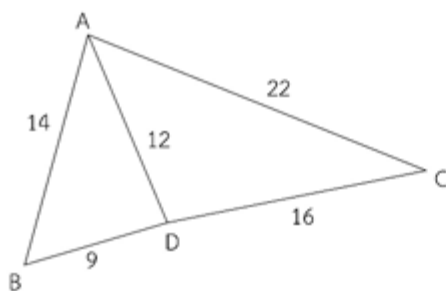
2)



3)



4)

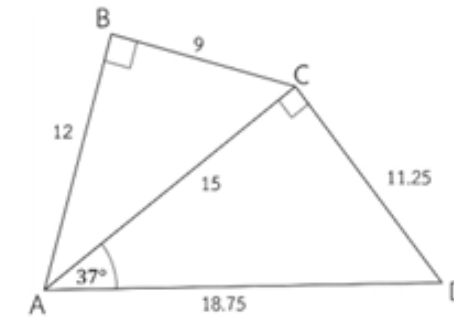




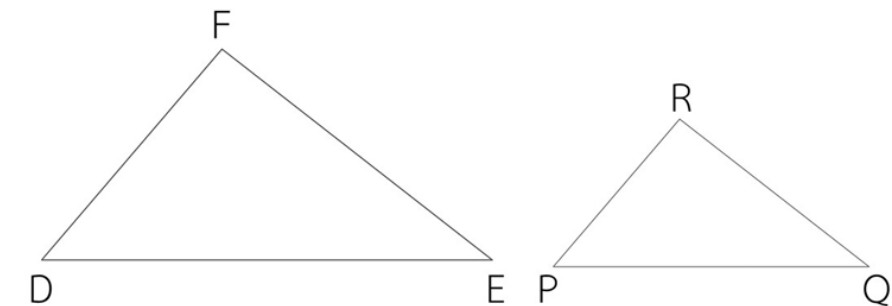
แบบฝึกหัด 6

เรื่อง รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน (4)

2. จากรูป จงหาขนาดของมุมที่เหลือทุกมุม



3. จากรูป กำหนดให้ $\frac{FD}{RP} = \frac{DE}{PQ} = \frac{EF}{QR}$ จงพิสูจน์ว่า $\hat{D} = \hat{P}$



สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th

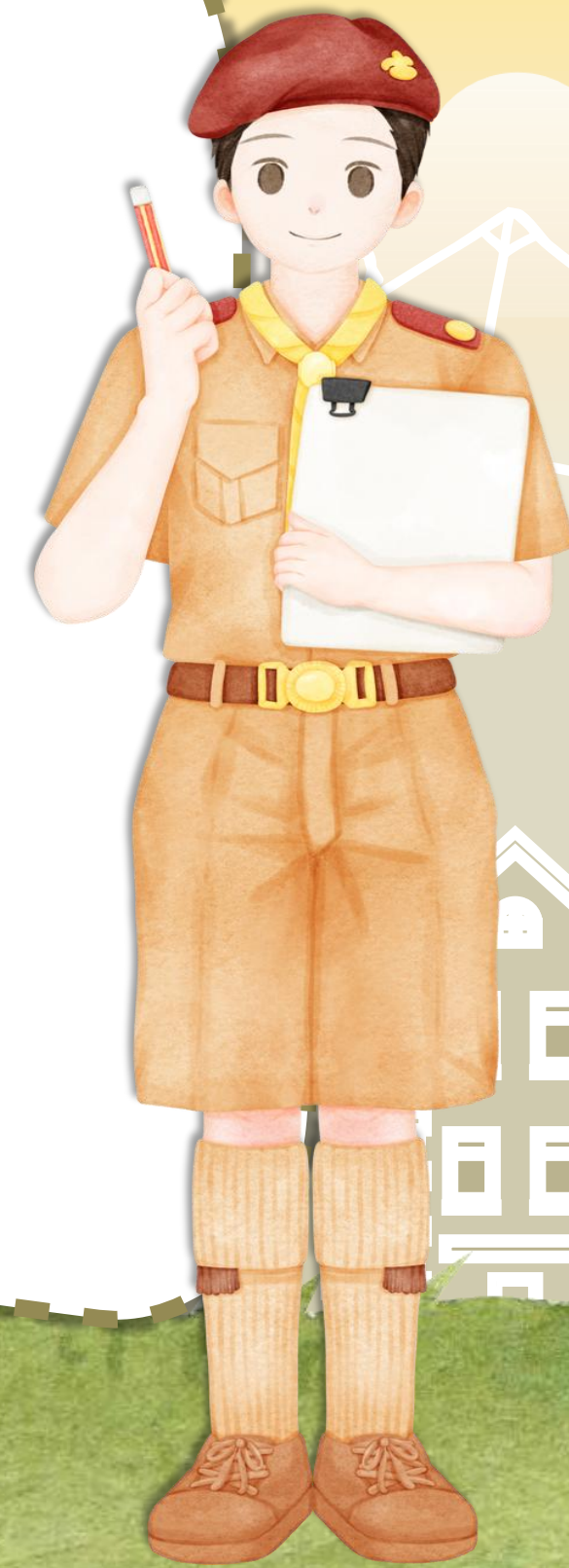


สรุป

ทฤษฎีบทของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเป็นรูปที่ คล้ายกัน

ก็ต่อเมื่อ อัตราส่วนของความยาว ของด้านคู่ที่
สมนัยกันทุกคู่ ของรูปสามเหลี่ยมสองรูป
เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน



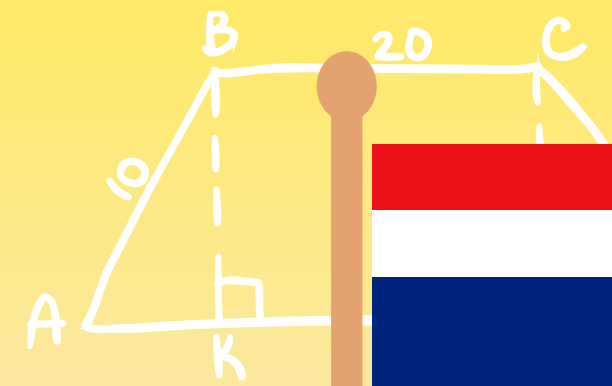
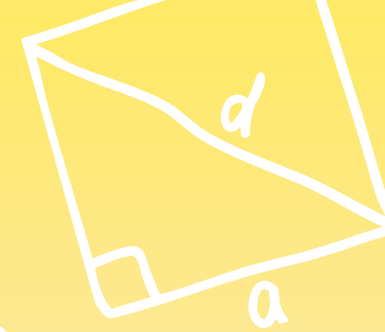
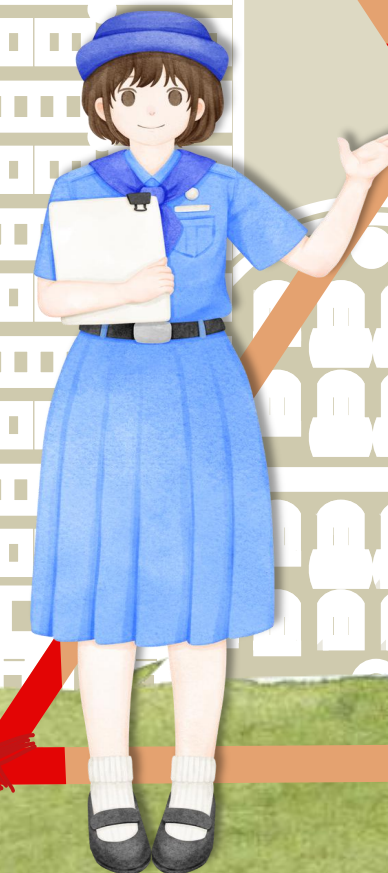


บทเรียนครั้งต่อไป

เรื่อง โจทย์ปัญหา

ความคล้าย

ดาวน์โหลดเอกสารได้ที่ www.dltv.ac.th





สิ่งที่โรงเรียนปลายทาง ต้องเตรียม

ใบกิจกรรม 4 :

ความสูงหาง่ายเพียงใช้เงา

ดาวน์โหลดเอกสารได้ที่ www.dltv.ac.th

