

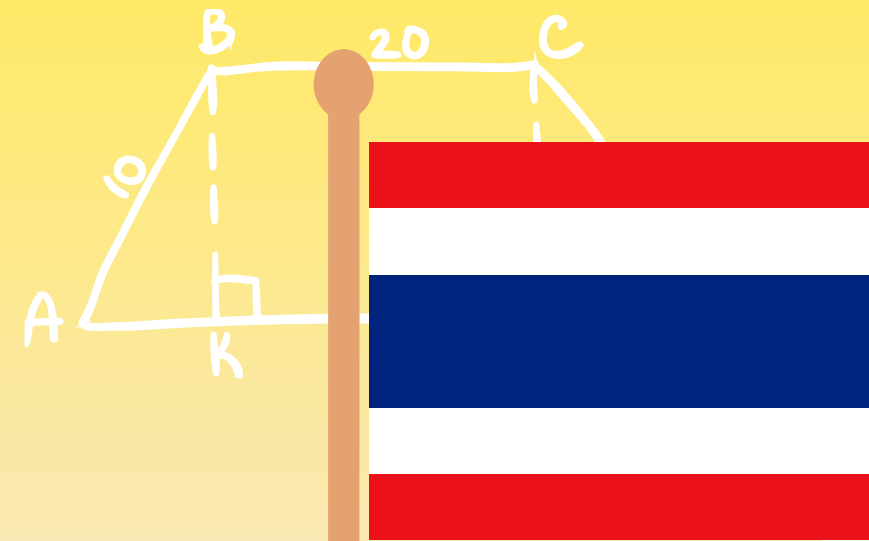
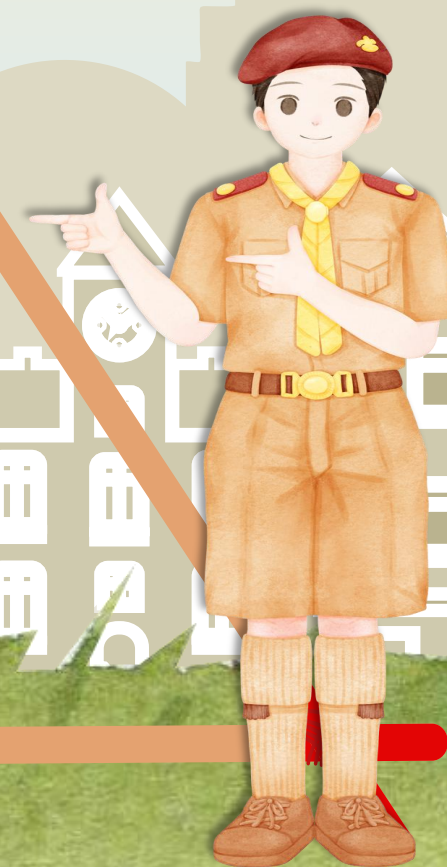
รายวิชา คณิตศาสตร์

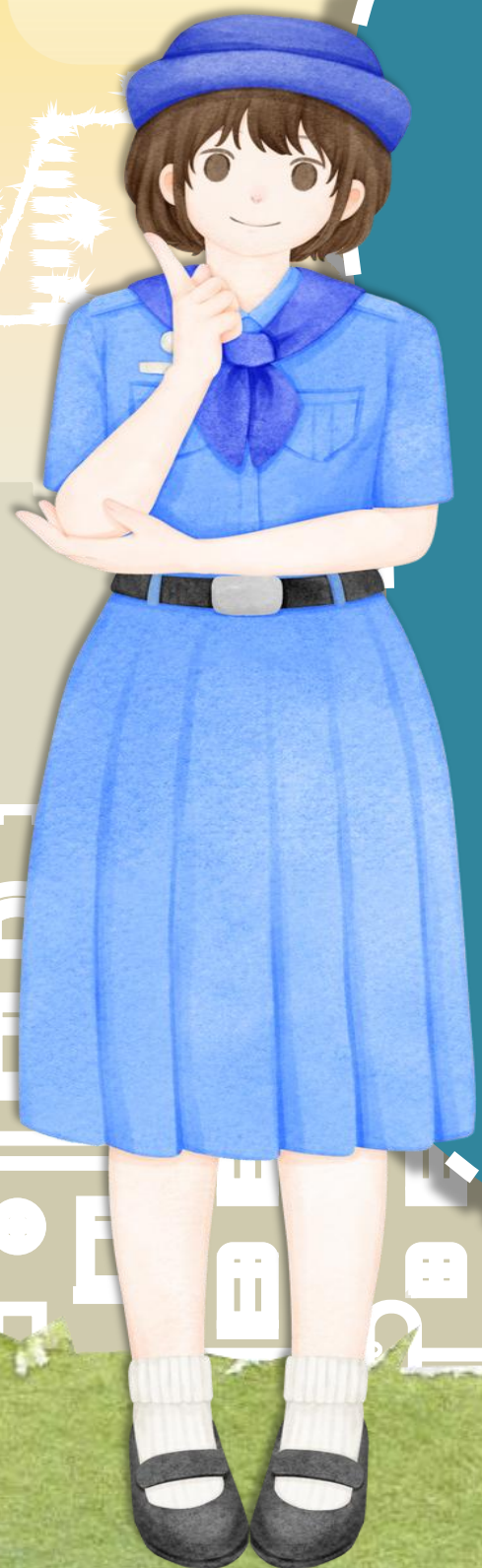
รหัสวิชา ค23101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หน่วยที่ 4 ความคล้าย

เรื่อง รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน

ครูผู้สอน ครูเกียรติศักดิ์ แสงทอง





รูปเรขาคณิต ที่คล้ายกัน

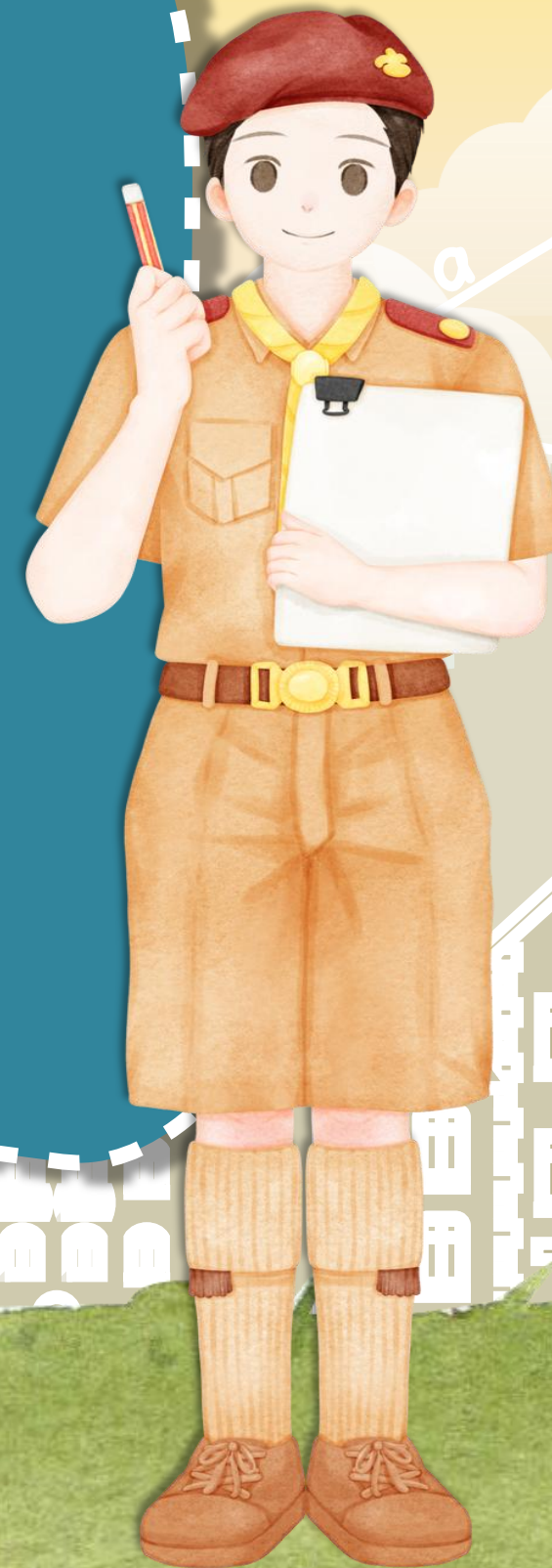




จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถ

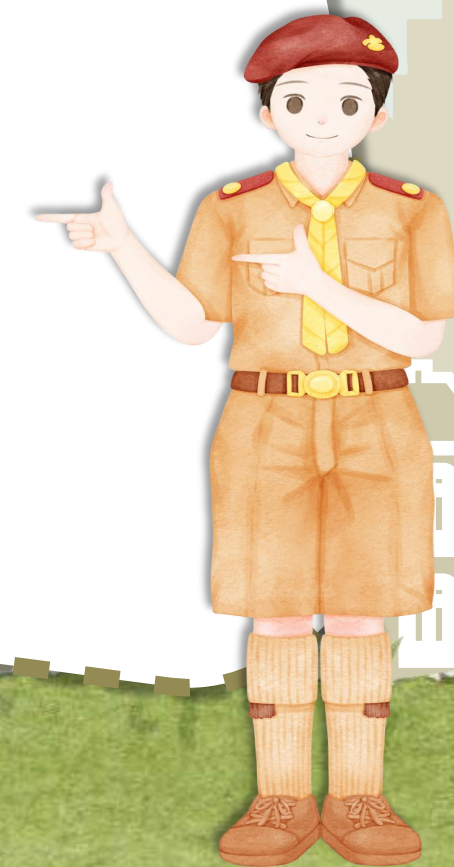
1. ระบุเงื่อนไขที่ทำให้รูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน
 2. ใช้บทนิยามของรูปหลายเหลี่ยมที่คล้ายกัน
- ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์



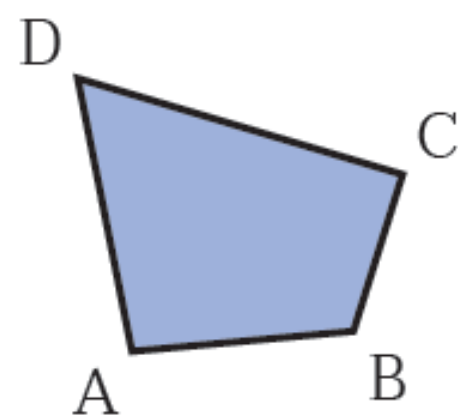
ทบทวน บทนิยามของรูปหลายเหลี่ยมที่คล้ายกัน

เงื่อนไขที่เพียงพอที่จะทำให้รูปหลายเหลี่ยมสองรูป
คล้ายกัน คืออะไร

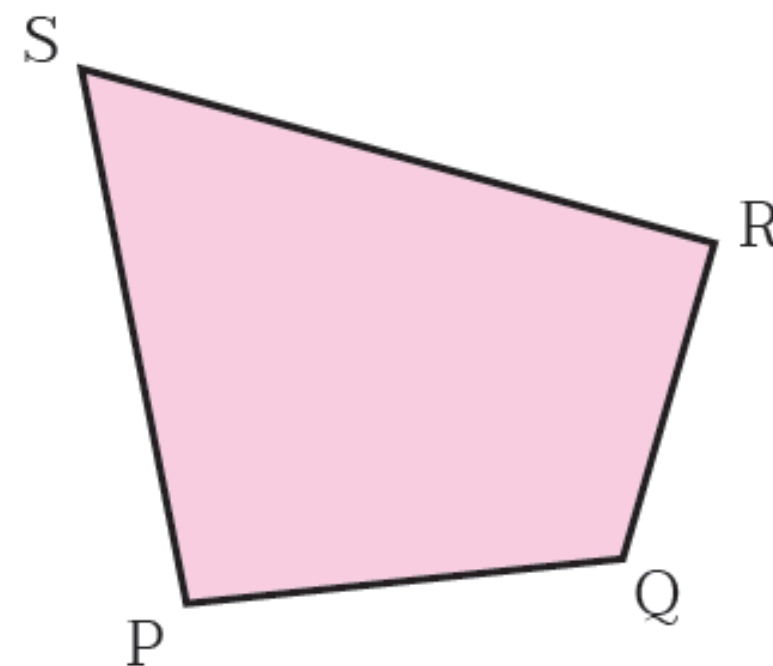
- 1) ขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ ทุกคู่ และ
- 2) อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน
ทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน



สำหรับรูปหลายเหลี่ยม ในการเขียนสัญลักษณ์แสดงการคล้ายกันต้องมีความระมัดระวังเพิ่มมากขึ้น เพื่อสื่อสารให้เข้าใจสัญลักษณ์ได้ตรงกัน

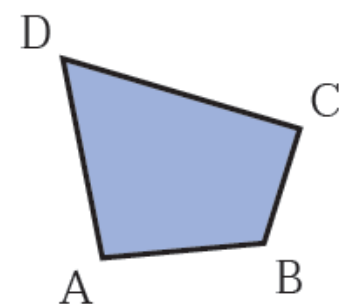


รูปที่ 1

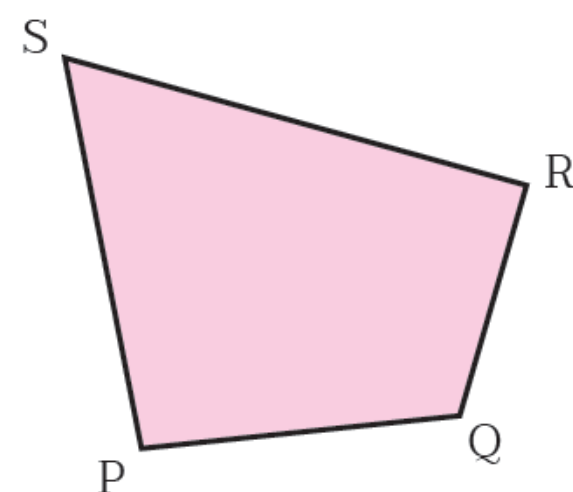


รูปที่ 2

จากรูปจะเห็นว่า รูป $ABCD \sim$ รูป $PQRS$ ซึ่งหมายถึง



รูปที่ 1



รูปที่ 2

จากรูปจะเห็นว่า รูป ABCD $\sim$ รูป PQRS ซึ่งหมายถึง

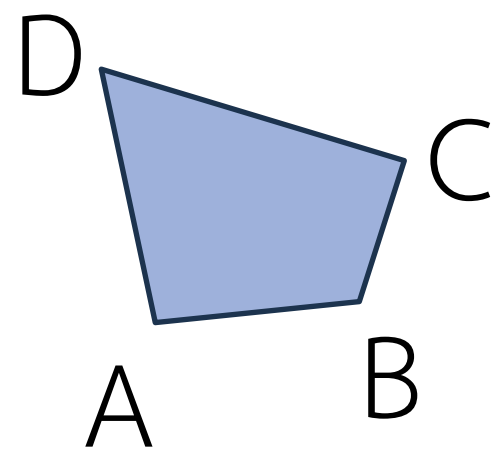
1) มุมคู่ที่สมนัยกันมีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ ทุกคู่ตามลำดับ คือ

$$\hat{A} = \hat{P}, \quad \hat{B} = \hat{Q}, \quad \hat{C} = \hat{R} \text{ และ } \hat{D} = \hat{S}$$

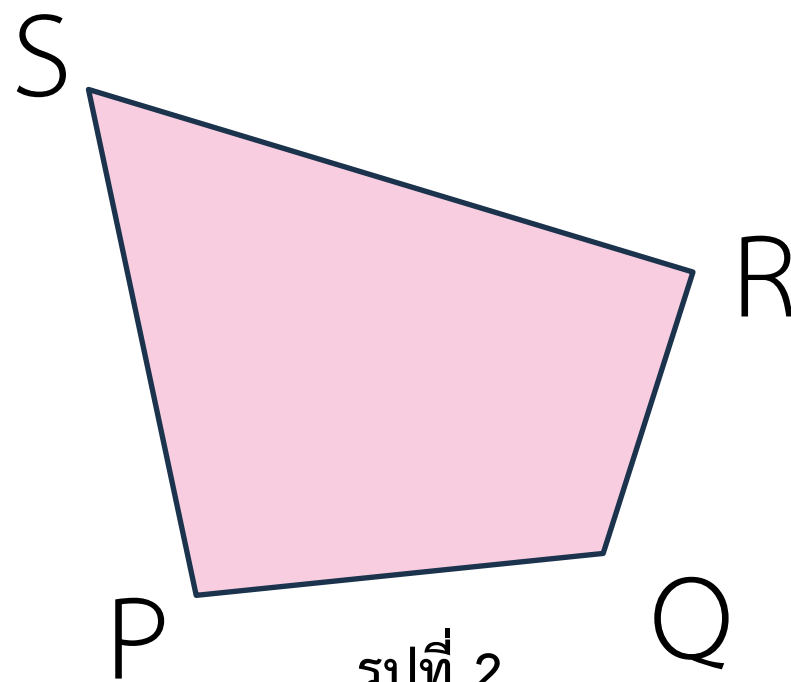
2) อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

คือ
$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CD}{RS} = \frac{DA}{SP}$$





รูปที่ 1



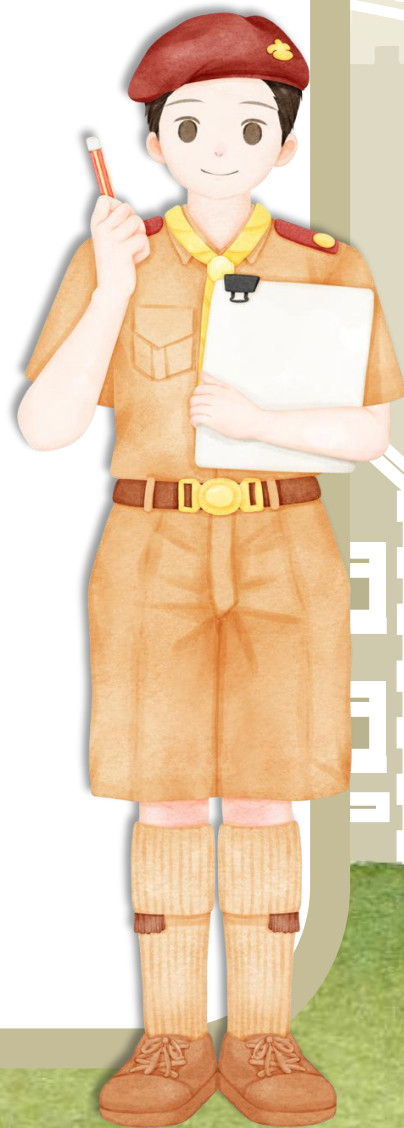
รูปที่ 2

รูป ABCD ~ รูป PQRS

จะเห็นว่า $\hat{A}$ สมนัยกับ $\hat{P}$
 $\hat{B}$ สมนัยกับ $\hat{Q}$
 $\hat{C}$ สมนัยกับ $\hat{R}$
 $\hat{D}$ สมนัยกับ $\hat{S}$

รูป ABCD ~ รูป PQRS

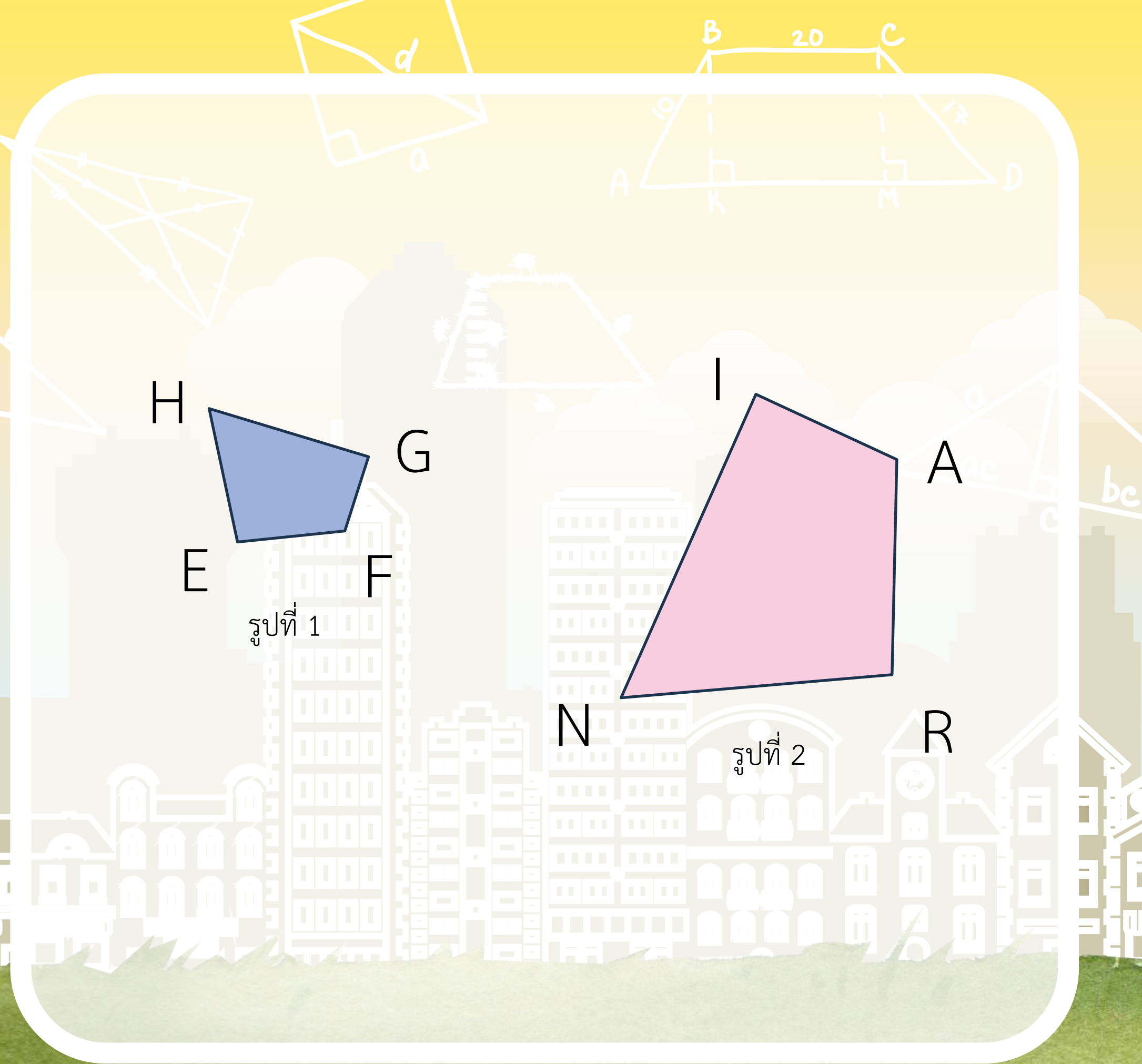
และ $\overline{AB}$ สมนัยกับ $\overline{PQ}$
 $\overline{BC}$ สมนัยกับ $\overline{QR}$
 $\overline{CD}$ สมนัยกับ $\overline{RS}$
 $\overline{DA}$ สมนัยกับ $\overline{SP}$



ลองพิจารณา

รูปที่ 1 คล้ายกับ รูปที่ 2
หรือไม่

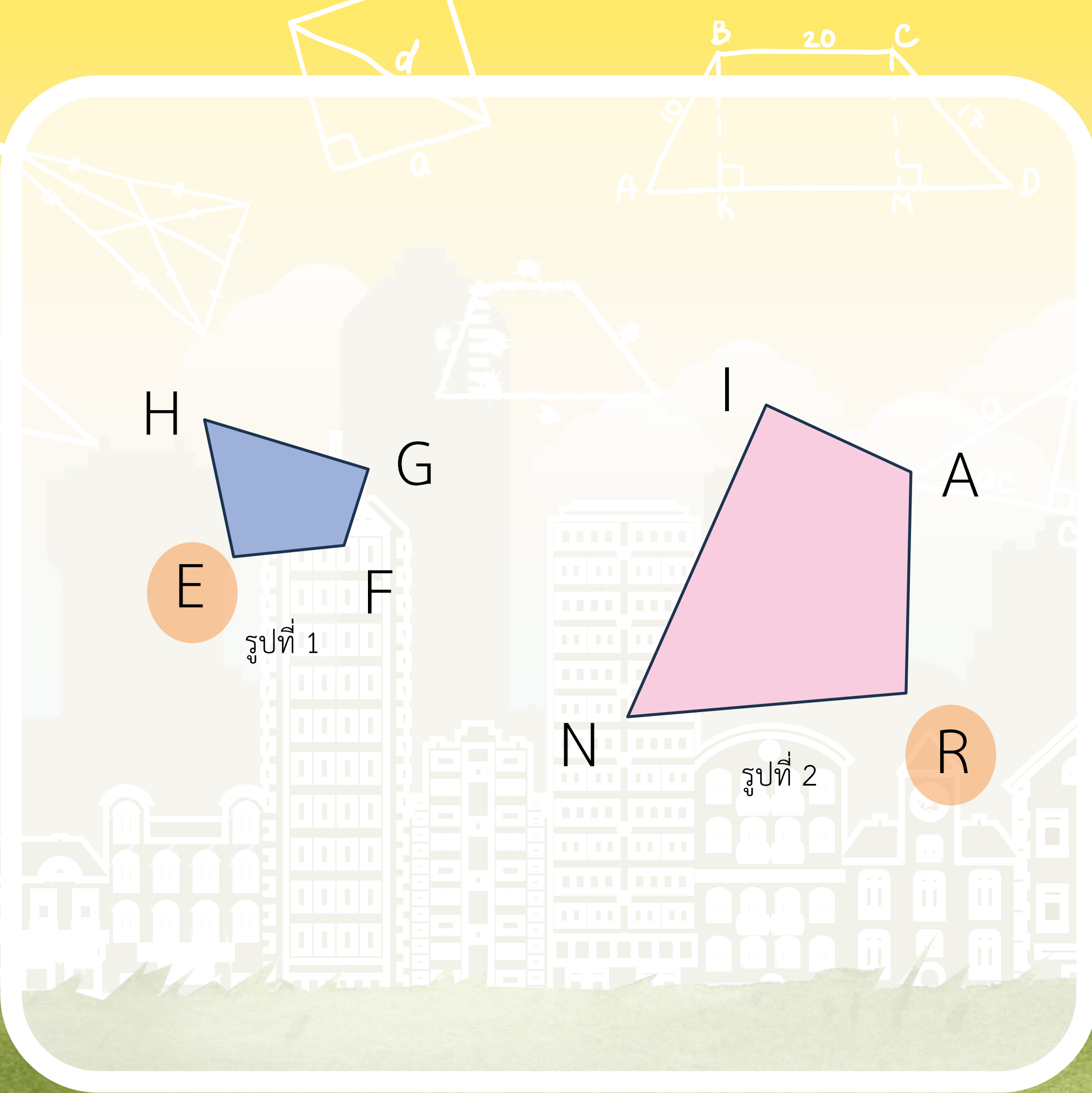
รูปที่ 1 คล้ายกับ รูปที่ 2



ลองพิจารณา

ควรจับคู่มุม E กับมุมใด

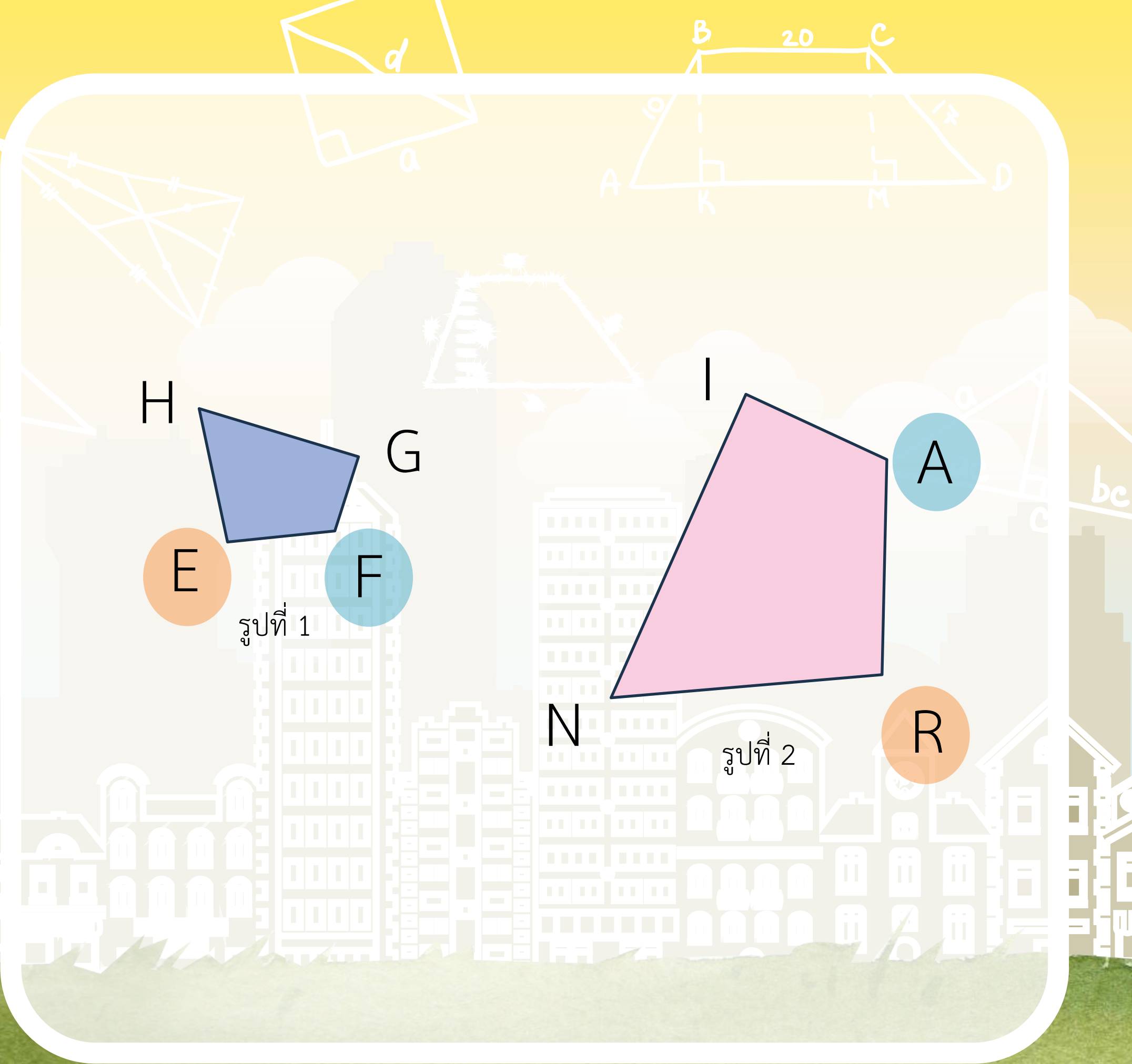
มุม R



ลองพิจารณา

ควรจับคู่มุม F กับมุมใด

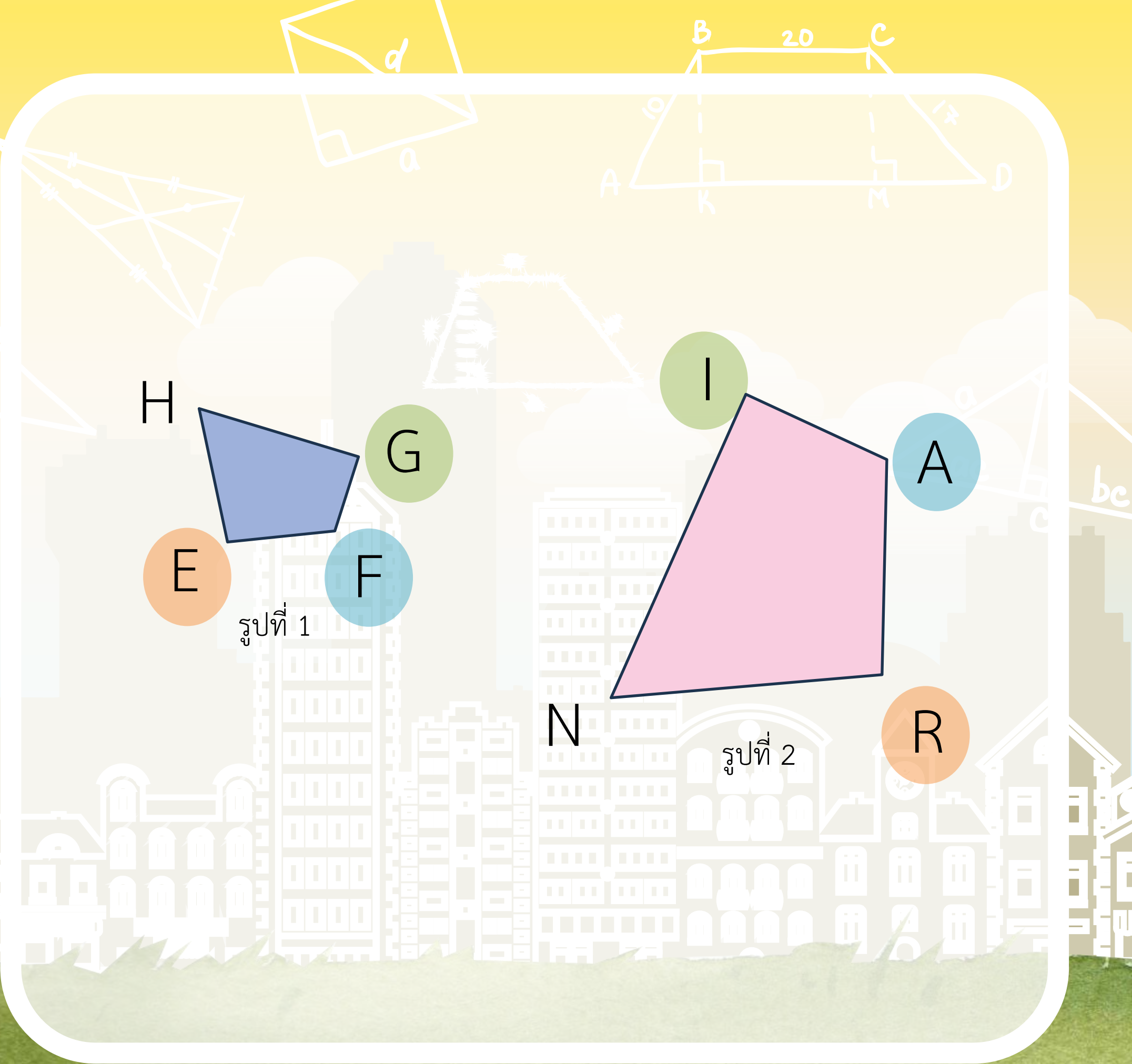
มุม A



ลองพิจารณา

ควรจับคู่มุม G กับมุมใด

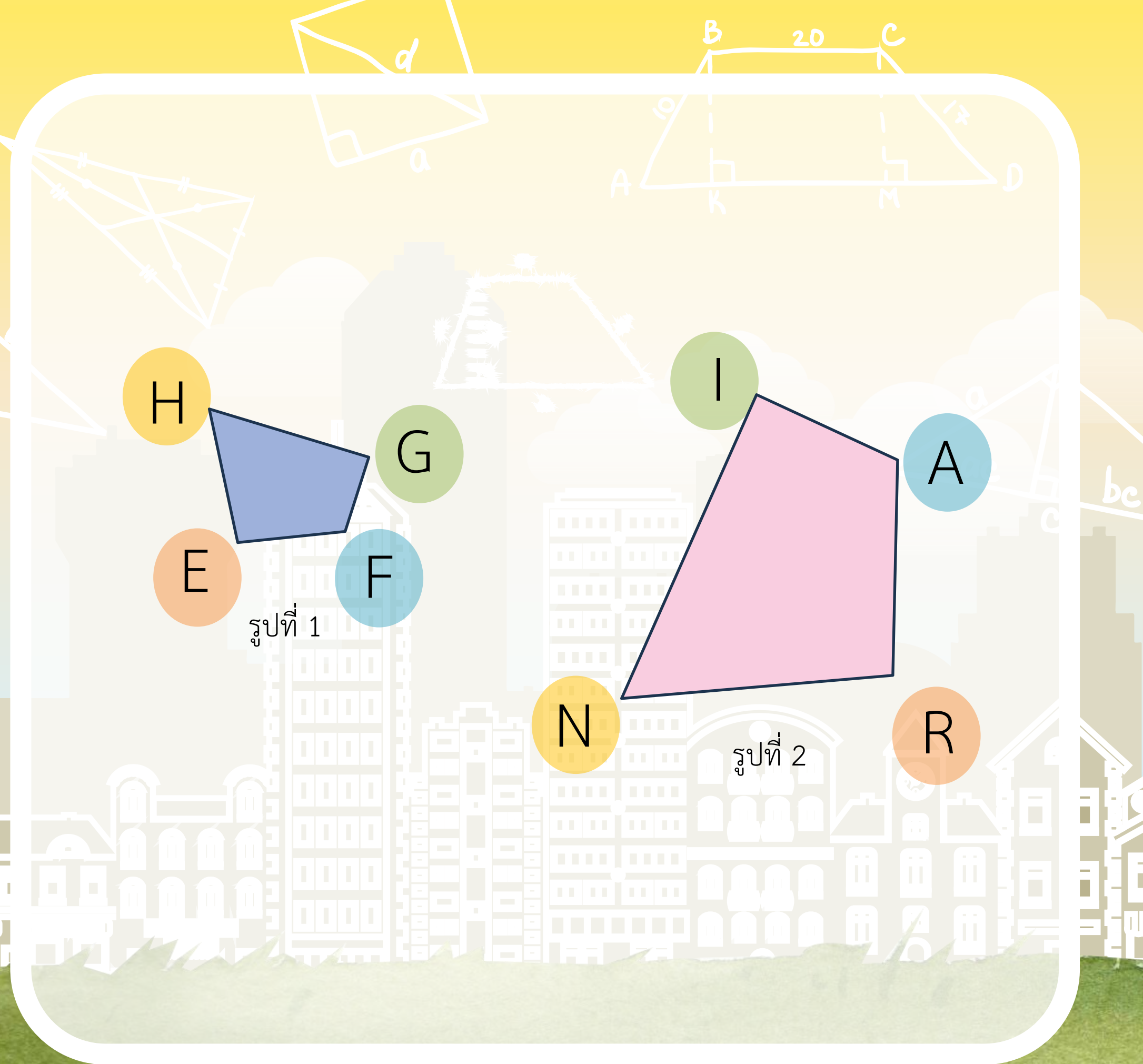
มุม I



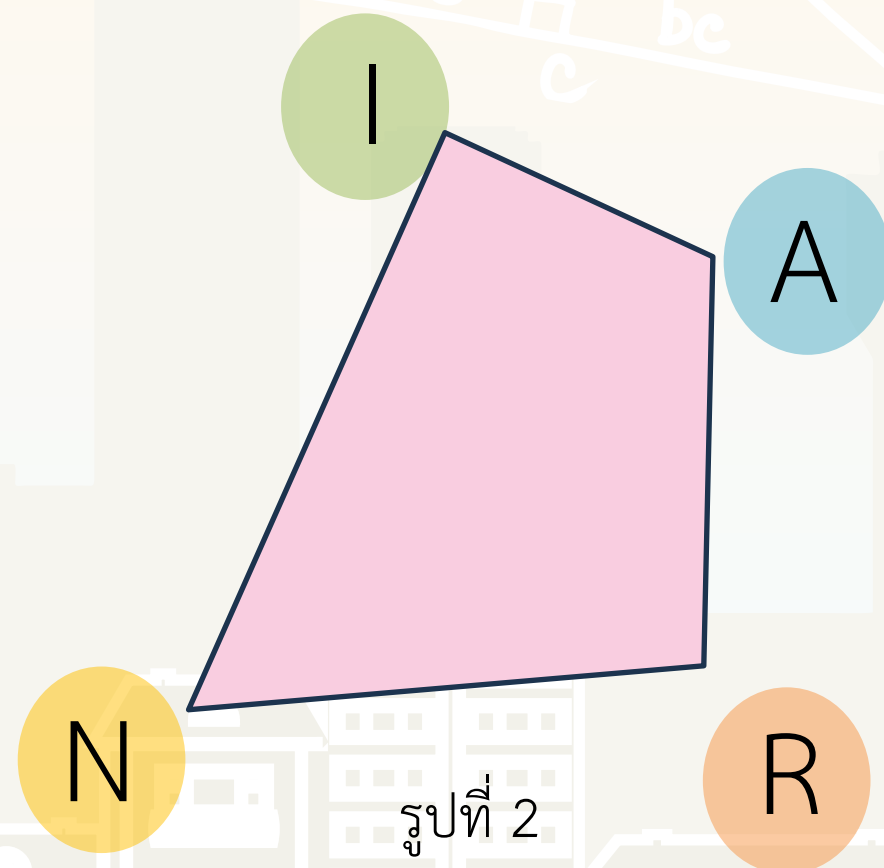
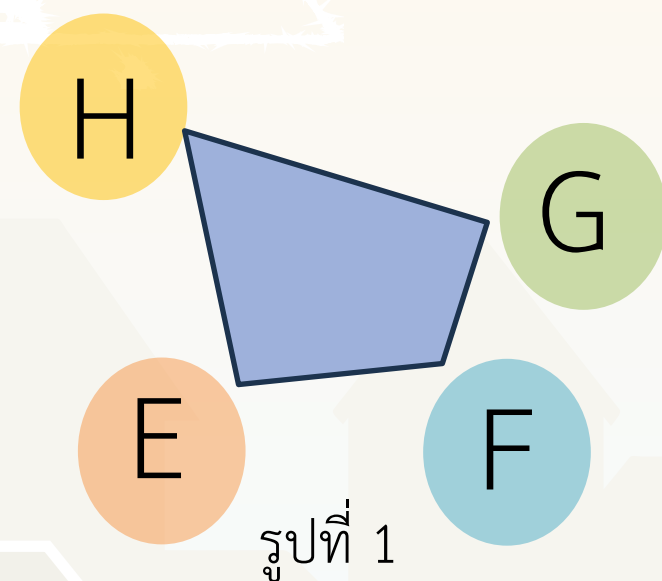
ลองพิจารณา

ควรจับคู่มุม H กับมุมใด

มุม N



ลองพิจารณา



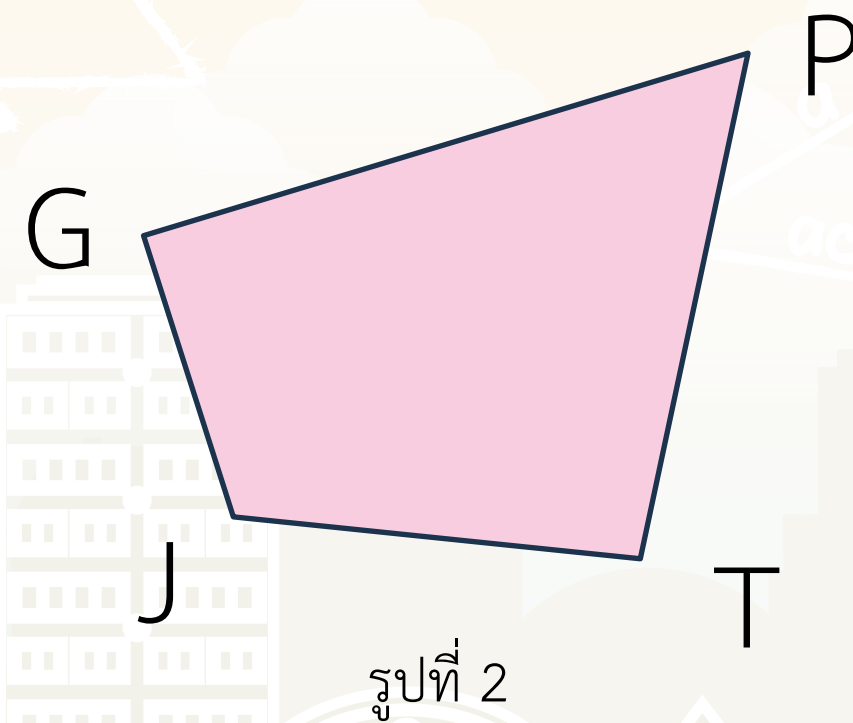
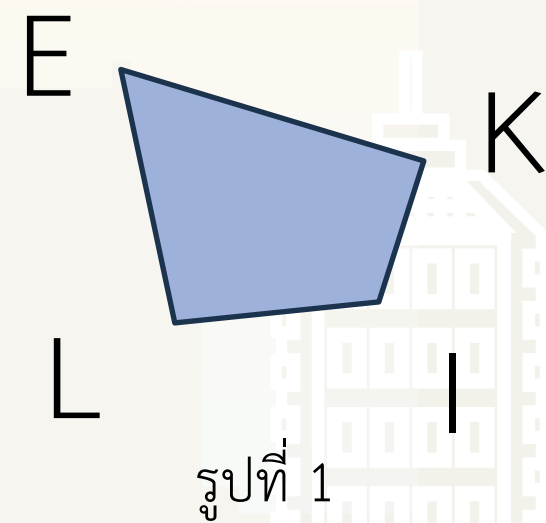
จะเขียนสัญลักษณ์เพื่อ
แสดงว่ารูปสี่เหลี่ยมสองรูปนี้
คล้ายกันได้เป็นอย่างไร

รูป EFGH ~ รูป RAIN

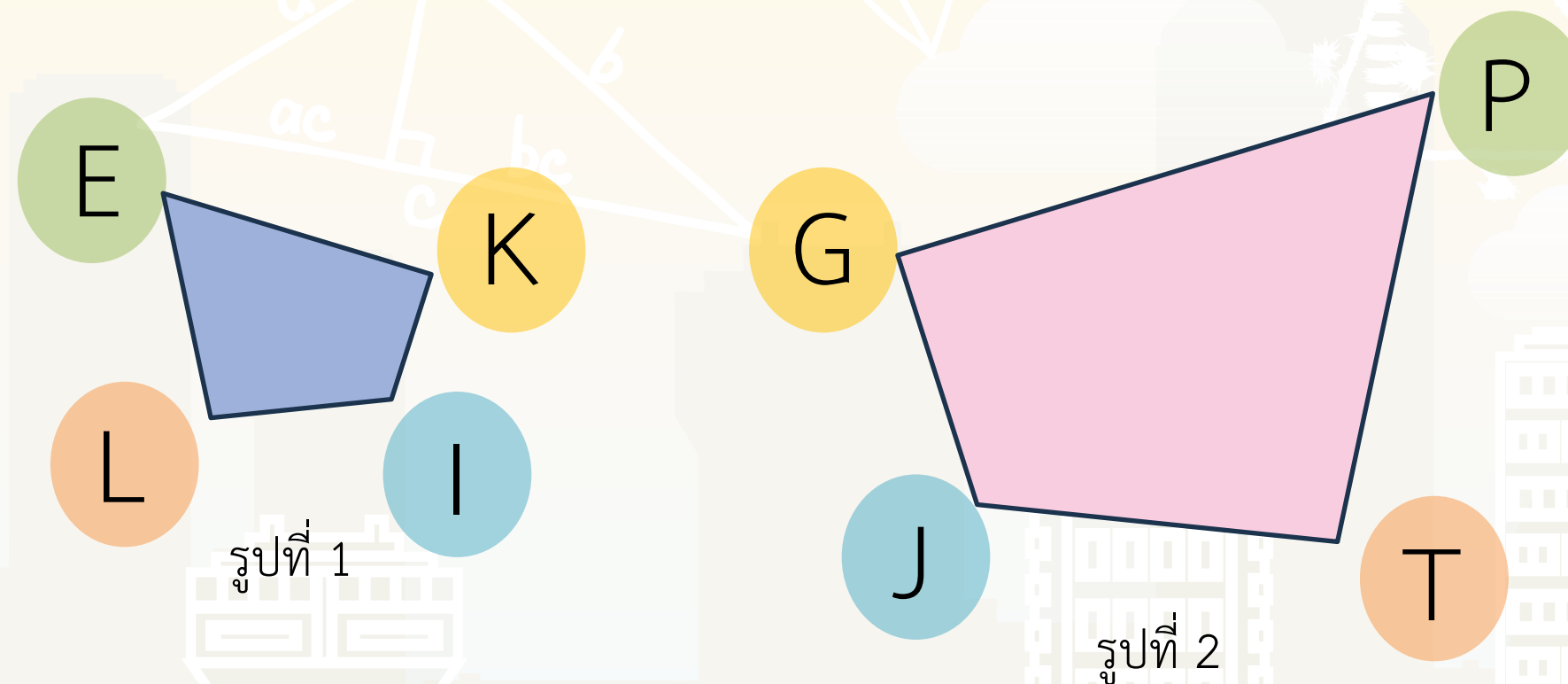
ลองพิจารณา

รูปที่ 1 คล้ายกับ รูปที่ 2
หรือไม่

รูปที่ 1 คล้ายกับ รูปที่ 2



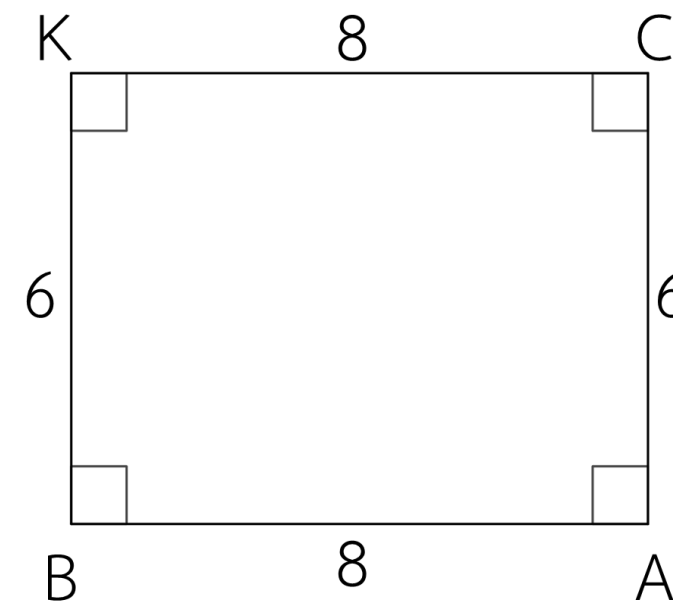
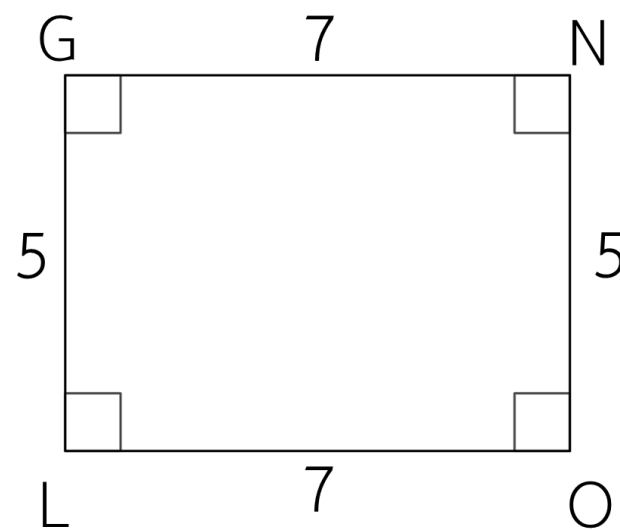
ลองพิจารณา



เขียนสัญลักษณ์เพื่อแสดงว่ารูปสี่เหลี่ยมสองรูปนี้คล้ายกันได้
เป็นอย่างไร

รูป LIKE ~ รูป TJGP

□LONG คล้ายกับ □BACK หรือไม่เพราะเหตุใด



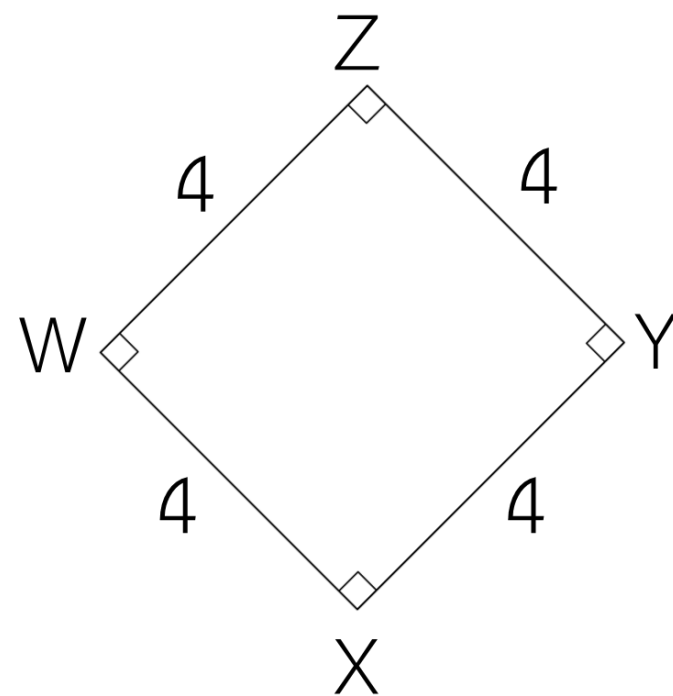
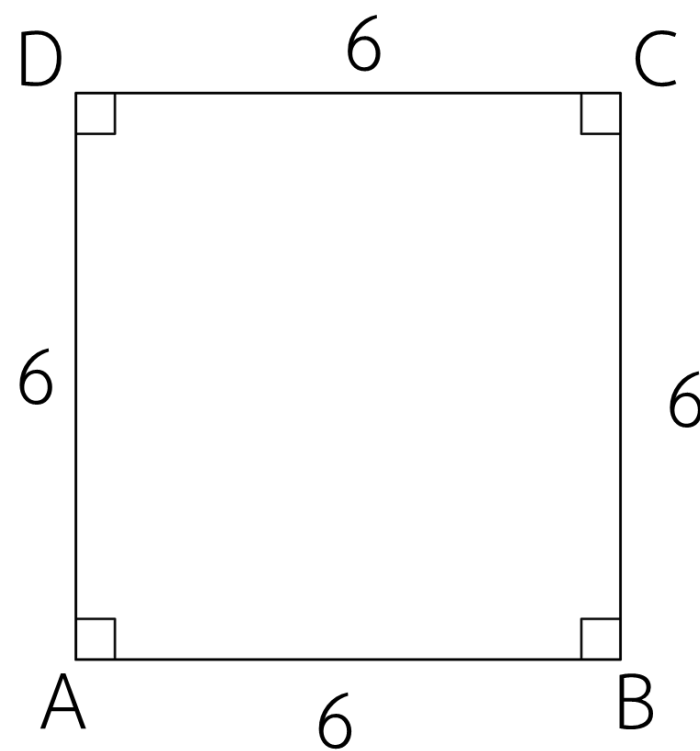
□LONG **ไม่** คล้ายกับ □BACK

เพราะมีอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันบางคู่

ไม่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน เช่น $\frac{LO}{BA} = \frac{7}{8}$ แต่ $\frac{LG}{BK} = \frac{5}{6}$



□ABCD คล้ายกับ □WXYZ หรือไม่ เพราะเหตุใด



□ABCD คล้ายกับ □WXYZ

มีมุมที่มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ ทุกคู่

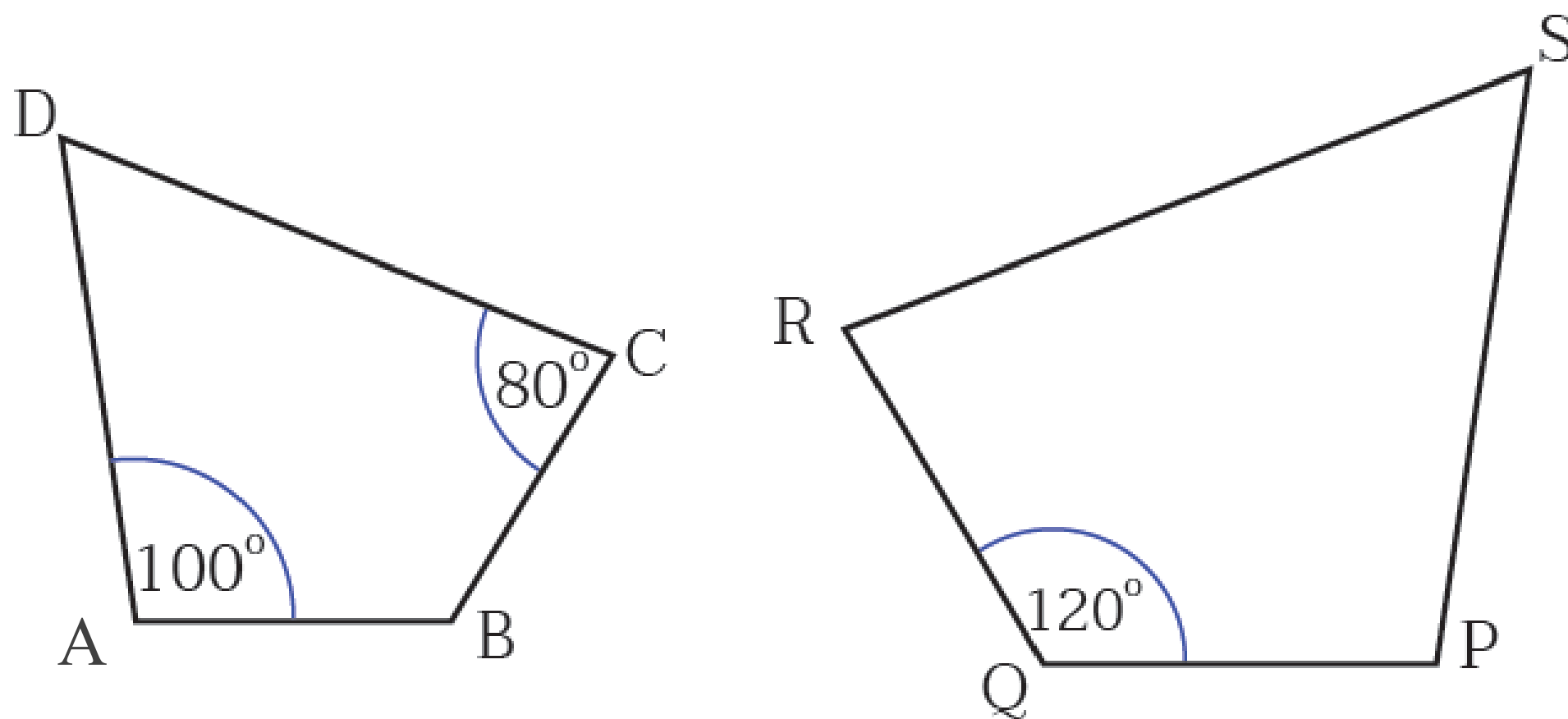
คือ $\hat{A} = \hat{W}$, $\hat{B} = \hat{X}$, $\hat{C} = \hat{Y}$ และ $\hat{D} = \hat{Z}$

อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่

เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน คือ $\frac{AB}{WX} = \frac{BC}{XY} = \frac{CD}{YZ} = \frac{DA}{ZW} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

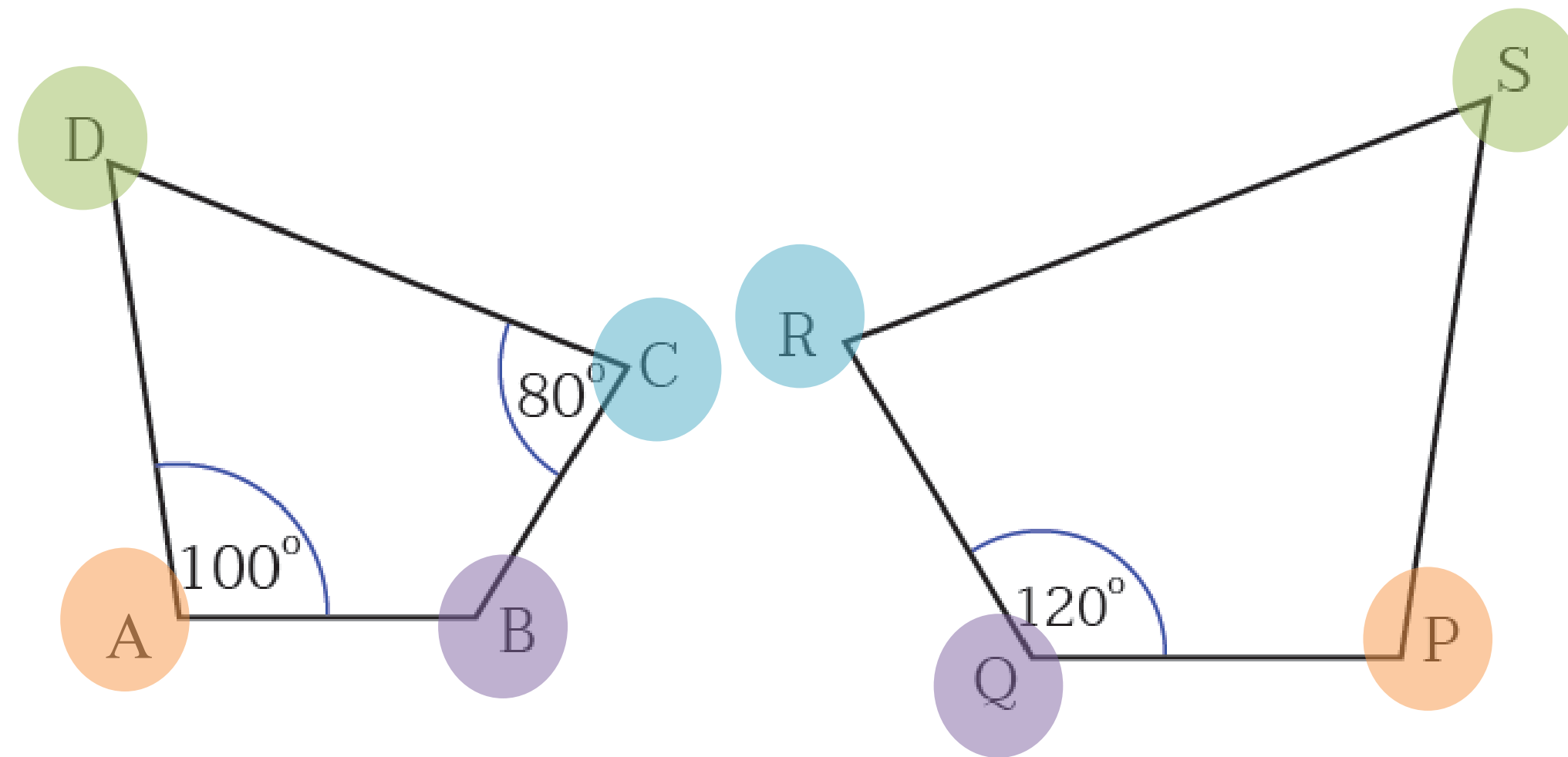


ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้รูป $ABCD \sim$ รูป $PQRS$ ดังรูป



จงหาขนาดของ $\hat{B}$, $\hat{D}$, $\hat{P}$, $\hat{R}$ และ $\hat{S}$





เนื่องจากรูป ABCD ~ รูป PQRS

ดังนั้น

$$\hat{B} = \hat{Q} = 120^\circ$$

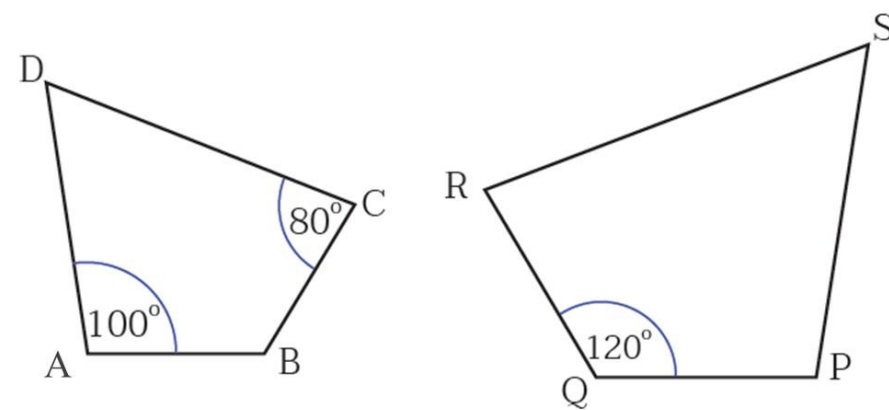
$$\hat{P} = \hat{A} = 100^\circ$$

$$\hat{R} = \hat{C} = 80^\circ$$

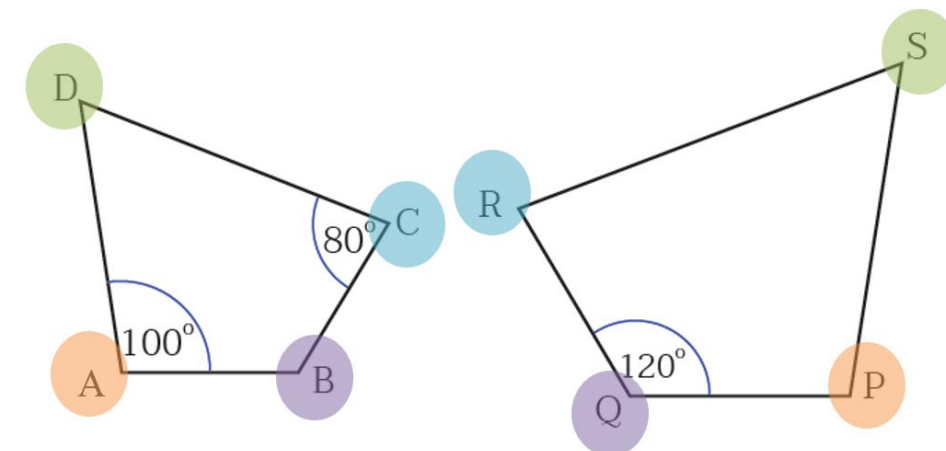
$$\hat{S} = \hat{D} = 60^\circ$$

นั่นคือ $\hat{B} = 120^\circ$, $\hat{D} = 60^\circ$, $\hat{P} = 100^\circ$, $\hat{R} = 80^\circ$ และ $\hat{S} = 60^\circ$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้รูป ABCD ~ รูป PQRS ดังรูป



จงหาขนาดของ $\hat{B}$, $\hat{D}$, $\hat{P}$, $\hat{R}$ และ $\hat{S}$



เนื่องจากรูป ABCD ~ รูป PQRS

ดังนั้น

$$\hat{B} = \hat{Q} = 120^\circ$$

$$\hat{R} = \hat{C} = 80^\circ$$

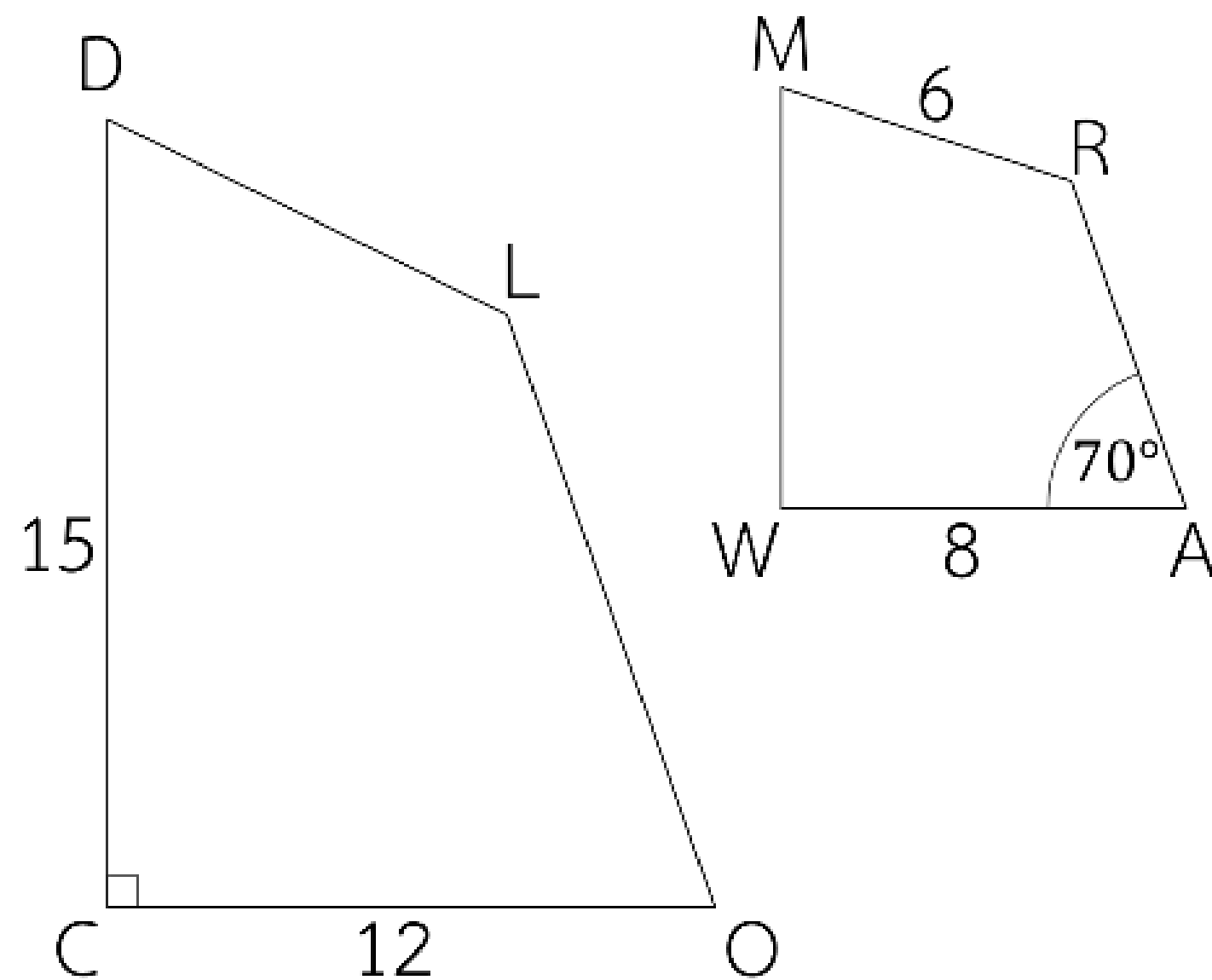
$$\hat{P} = \hat{A} = 100^\circ$$

$$\hat{S} = \hat{D} = 60^\circ$$

นั่นคือ $\hat{B} = 120^\circ$, $\hat{D} = 60^\circ$, $\hat{P} = 100^\circ$, $\hat{R} = 80^\circ$ และ $\hat{S} = 60^\circ$



ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $\square COLD \sim \square WARM$ จงหา (ข้อ 11 แบบฝึกหัด 1)



- 1) ขนาดของ $\widehat{P}$ และ $\widehat{O}$
- 2) ความยาวของด้าน LD และความยาวของด้าน MW
- 3) อัตราส่วนของความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมทั้งสองรูป

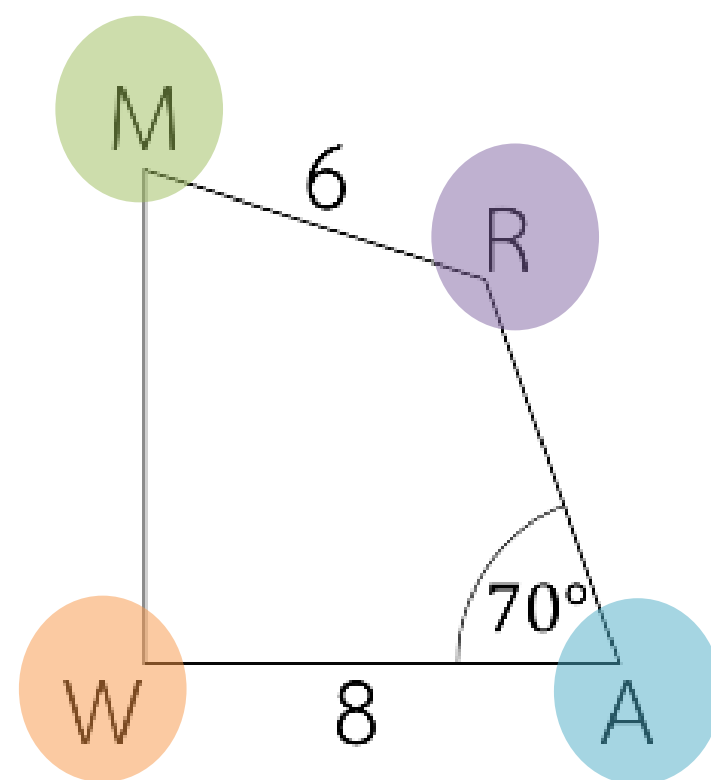
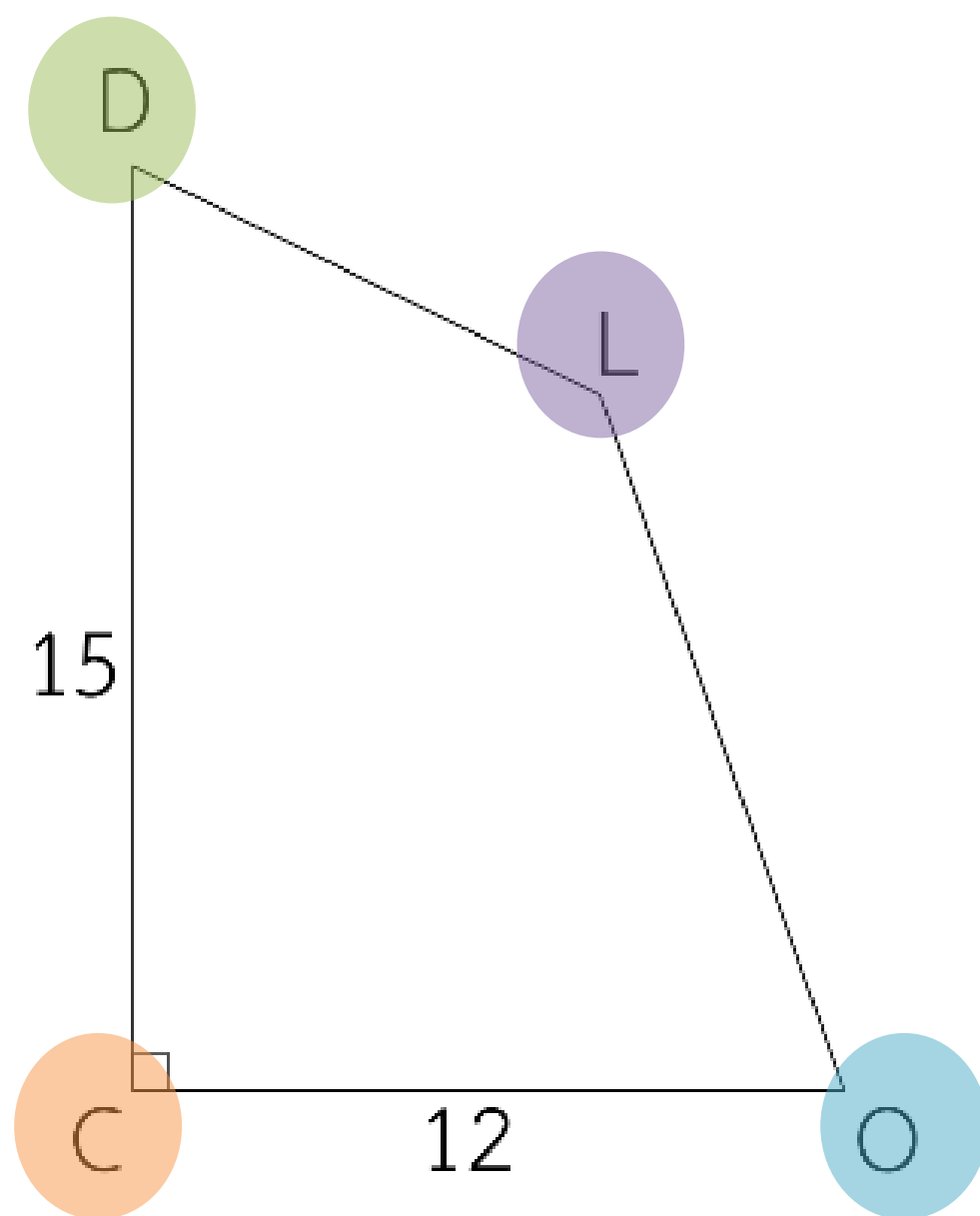


กำหนดให้ $\square COLD \sim \square WARM$

1) ขนาดของ $\widehat{W}$ และ $\widehat{O}$

$$\widehat{W} = \widehat{C} = 90^\circ$$

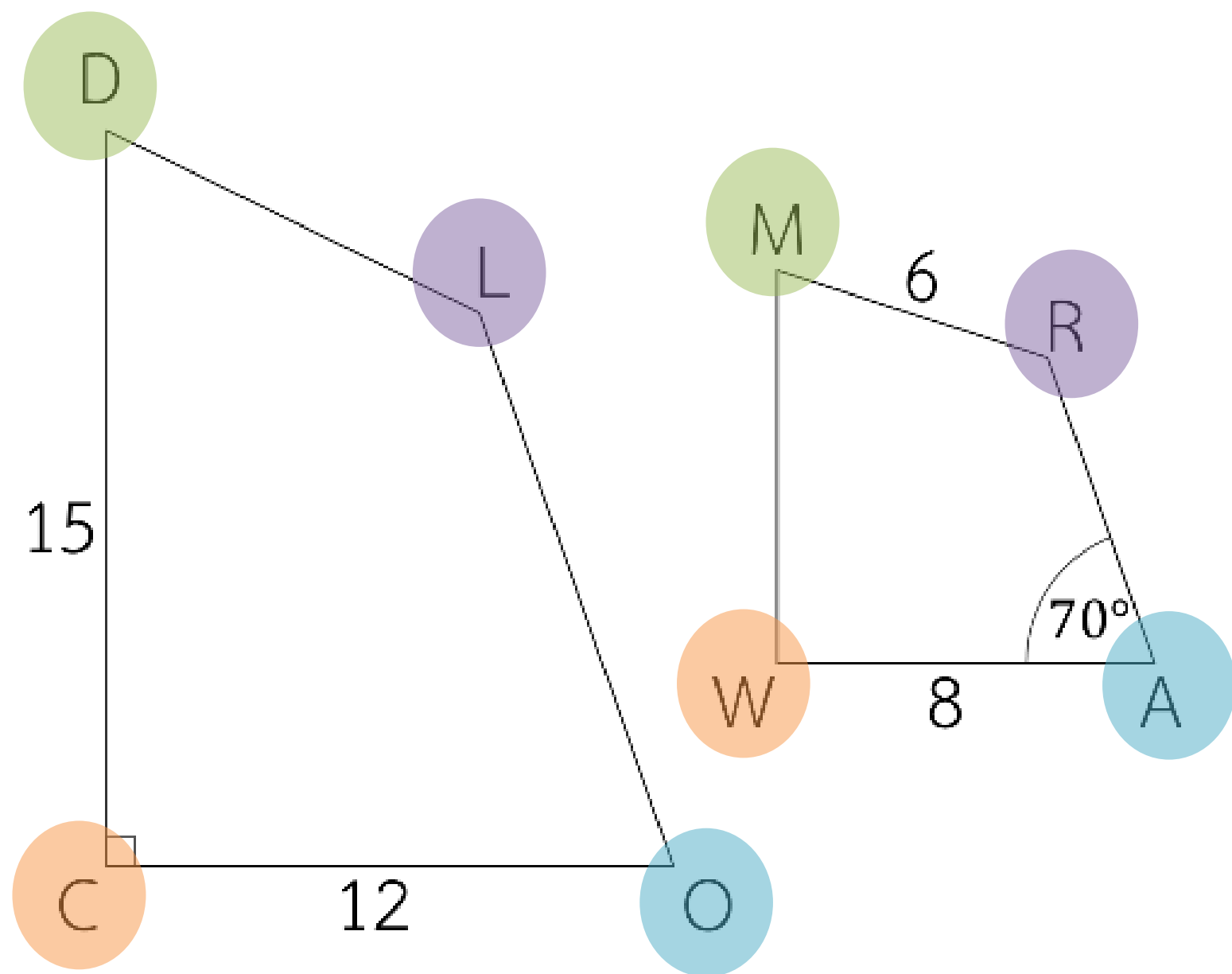
$$\text{และ } \widehat{A} = \widehat{O} = 70^\circ$$



2) ความยาวของด้าน LD และความยาวของด้าน MW

เนื่องจาก $\square COLD \sim \square WARM$

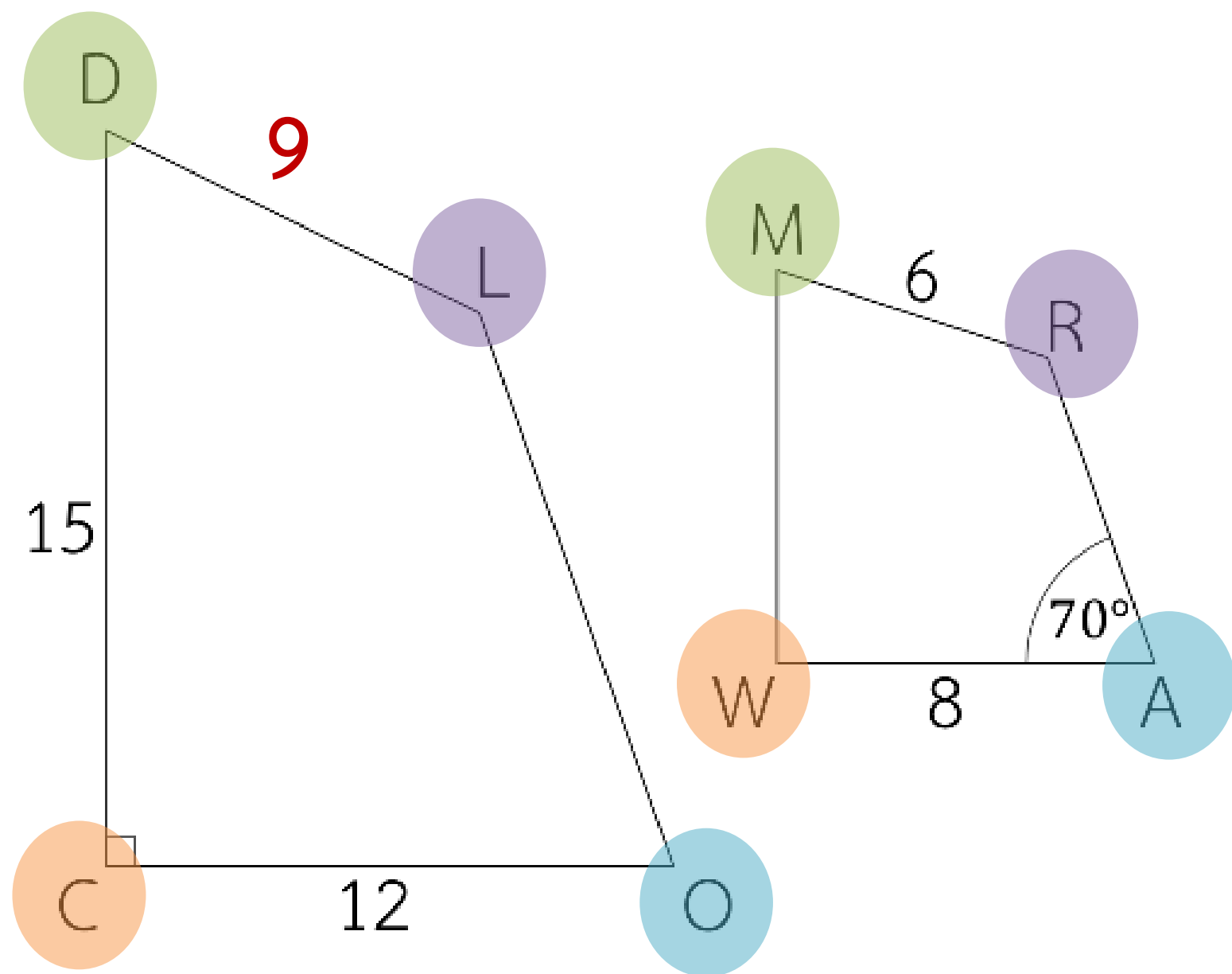
จะได้อัตราส่วนของความยาวของด้าน
คู่ที่สมนัยเท่ากันคือ



$$\frac{CO}{WA} = \frac{OL}{AR} = \frac{LD}{RM} = \frac{DC}{MW}$$



2) ความยาวของด้าน LD และความยาวของด้าน MW



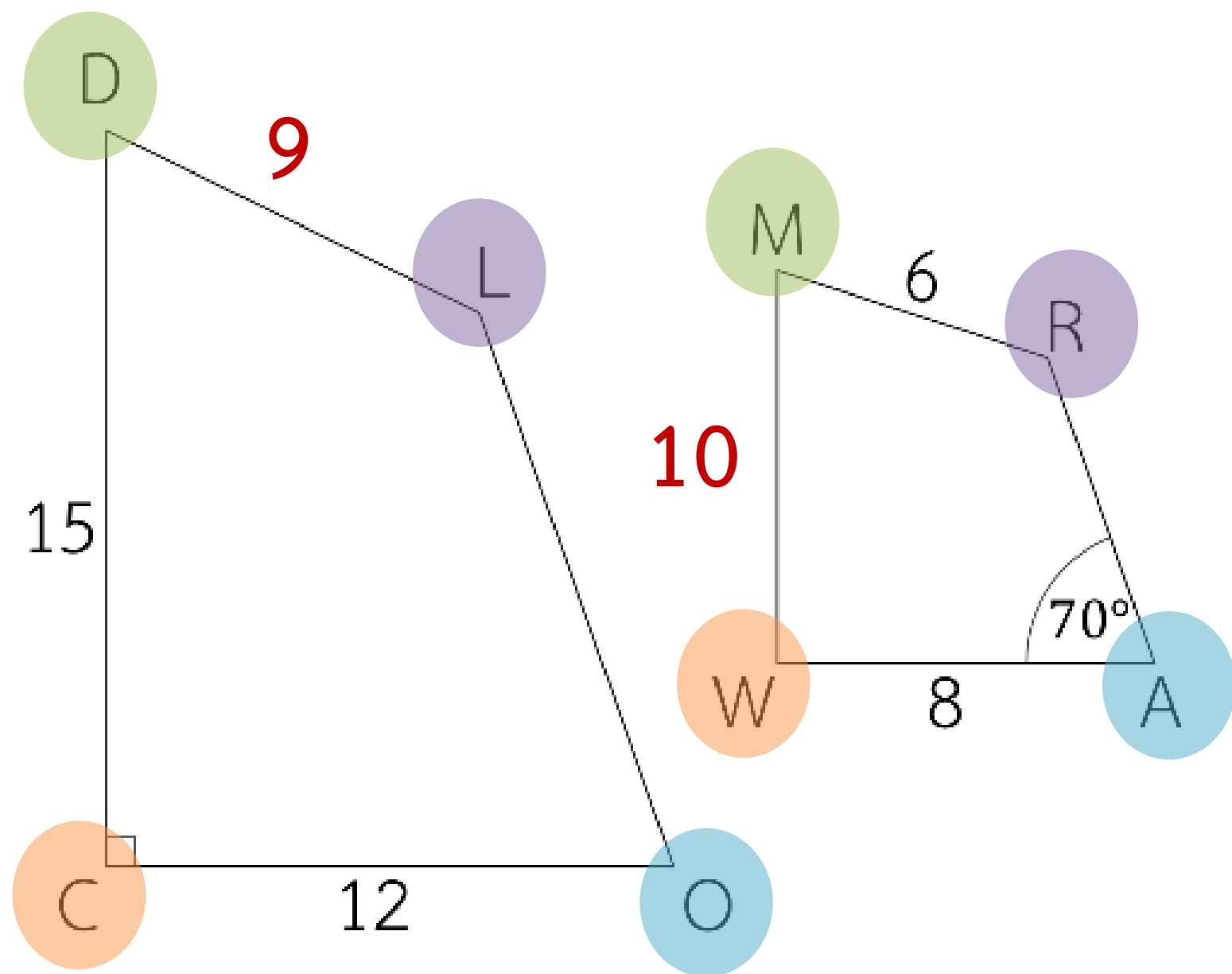
จาก $\frac{CO}{WA} = \frac{LD}{RM}$

จะได้ $\frac{12}{8} = \frac{LD}{6}$

$LD = 9$ หน่วย



2) ความยาวของด้าน LD และความยาวของด้าน MW



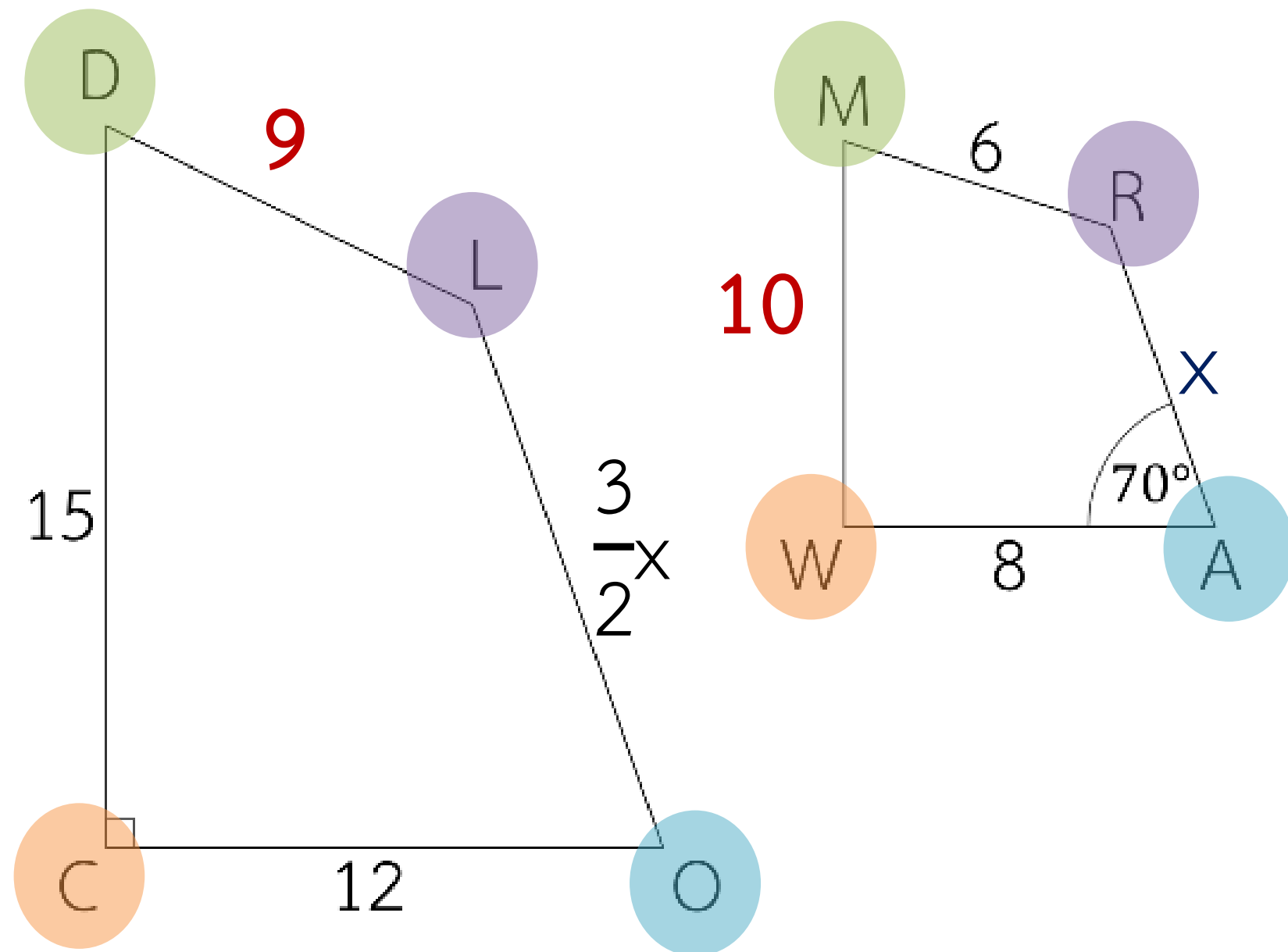
จาก $\frac{CO}{WA} = \frac{LD}{RM}$

จะได้ $\frac{12}{8} = \frac{15}{MW}$

$MW = 10$ หน่วย



3) อัตราส่วนของความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมทั้งสองรูป



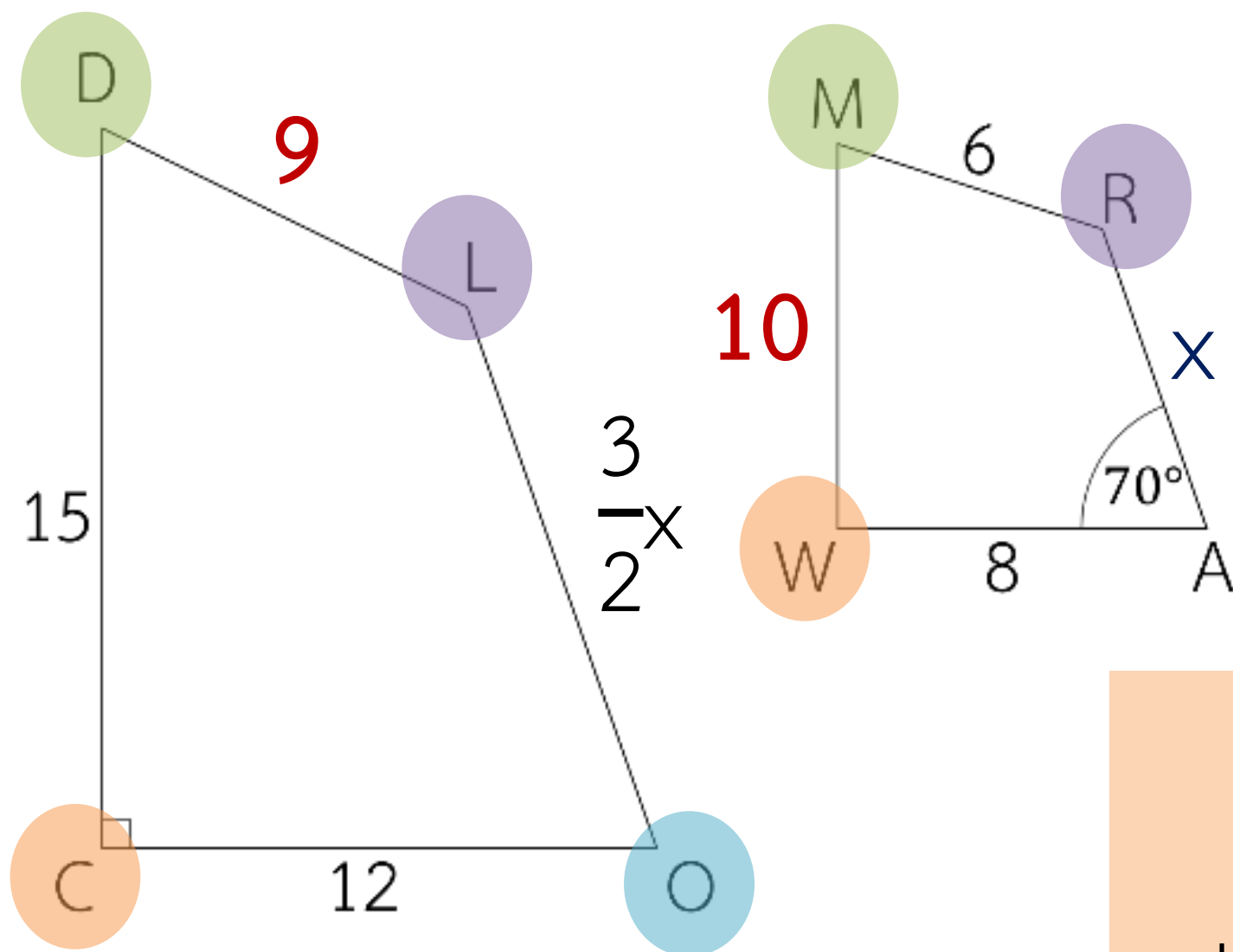
เนื่องจาก $\frac{CO}{WA} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$

จะได้ $\frac{OL}{AR} = \frac{3}{2}$

ดังนั้น $OL = \frac{3}{2}AR$

ให้ $AR = x$

3) อัตราส่วนของความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมทั้งสองรูป



ความยาวรอบรูปของ $\square WARM$
เท่ากับ $8 + 10 + 6 + AR = 24 + x$ หน่วย

ความยาวรอบรูปของ $\square COLD$
เท่ากับ $12 + 15 + 9 + OL = 36 + \frac{3}{2}x$ หน่วย

3) อัตราส่วนของความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมทั้งสองรูป

ความยาวรอบรูปของ □COLD เท่ากับ $36 + \frac{3}{2}x$ หน่วย

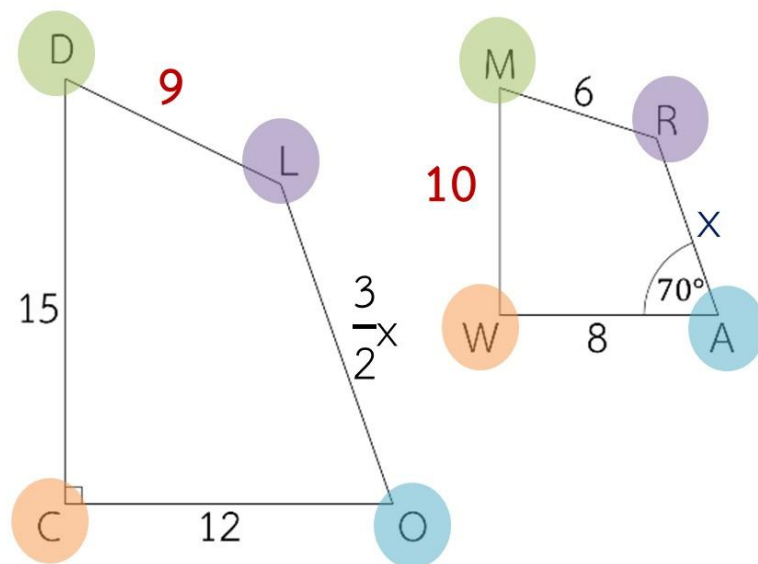
ความยาวรอบรูปของ □WARM เท่ากับ $24 + x$ หน่วย

จะได้ อัตราส่วนของความยาวรอบรูปของ □COLD ต่อความยาวรอบรูปของ □WARM เป็น

$$\frac{36 + \frac{3}{2}x}{24 + x} = \frac{\frac{3}{2}(24+x)}{24+x} = \frac{3}{2}$$



3) อัตราส่วนของความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมทั้งสองรูป



เนื่องจาก $\frac{CO}{WA} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$

จะได้ $\frac{OL}{AR} = \frac{3}{2}$

ดังนั้น $OL = \frac{3}{2}AR$

ให้ $AR = x$

3) อัตราส่วนของความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมทั้งสองรูป

ความยาวรอบรูปของ □COLD เท่ากับ $36 + \frac{3}{2}x$ หน่วย

ความยาวรอบรูปของ □WARM เท่ากับ $24 + x$ หน่วย

จะได้ อัตราส่วนของความยาวรอบรูปของ □COLD ต่อความยาวรอบรูปของ

□WARM เป็น

$$\frac{36 + \frac{3}{2}x}{24 + x} = \frac{\frac{3}{2}(24+x)}{24+x} = \frac{3}{2}$$





แบบฝึกหัด 1

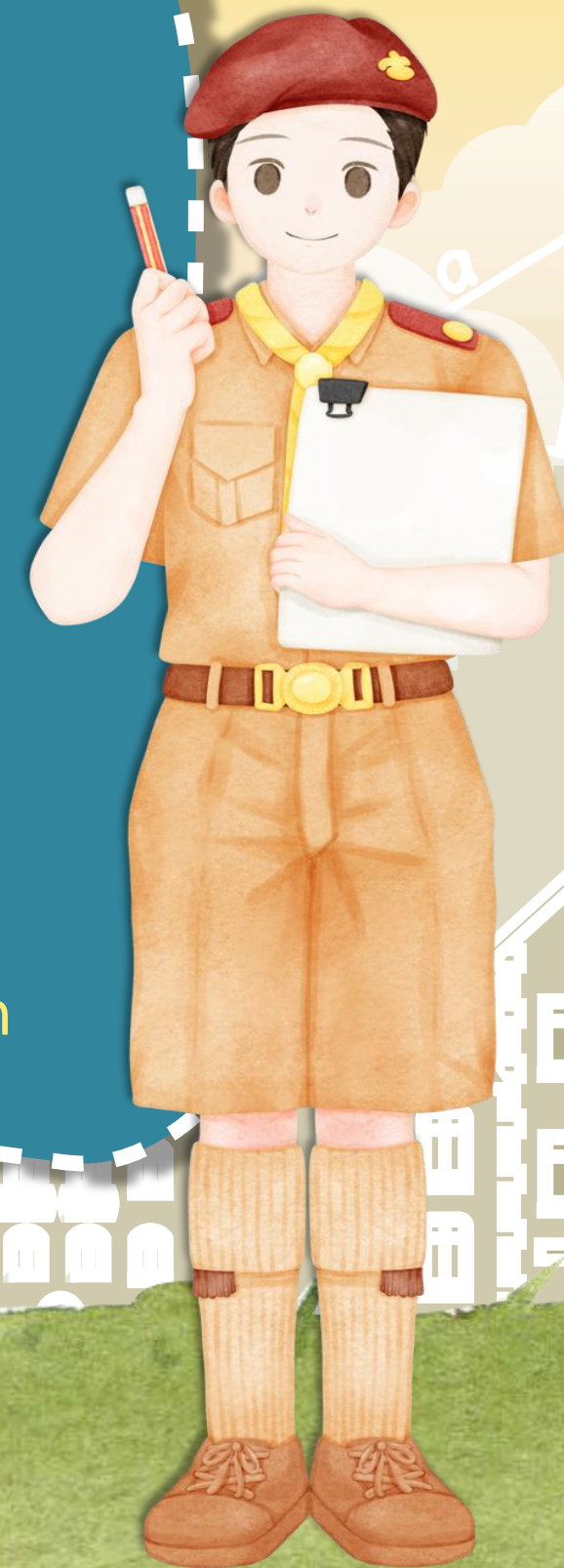
เรื่อง รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน (1)



แบบฝึกหัด 2

เรื่อง รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน (2)

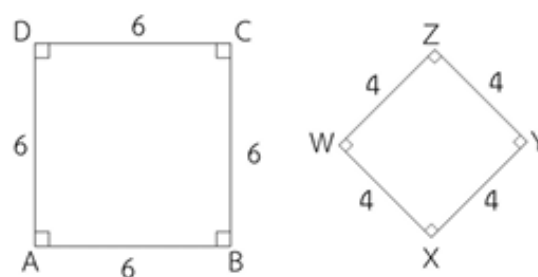
สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th



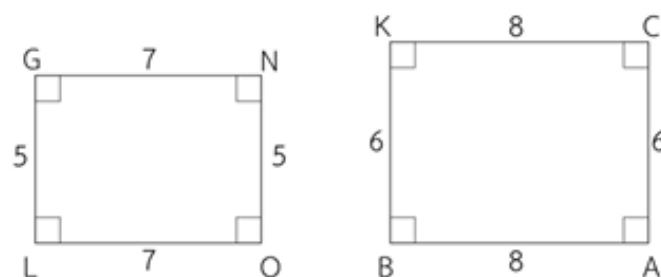
แบบฝึกหัด 1 : รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน (1)
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง ความคล้าย
รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค23101 ภาคเรียนที่ 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

1. รูปสี่เหลี่ยมในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

1)



2)



2. รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าสองรูปใด ๆ เป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

3. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วสองรูปใด ๆ เป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

4. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปใด ๆ เป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

5. รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนสองรูปใด ๆ เป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

6. รูปหกเหลี่ยมด้านเท่าสองรูปใด ๆ เป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด



แบบฝึกหัด 1

เรื่อง รูปเรขาคณิต ที่คล้ายกัน (1)

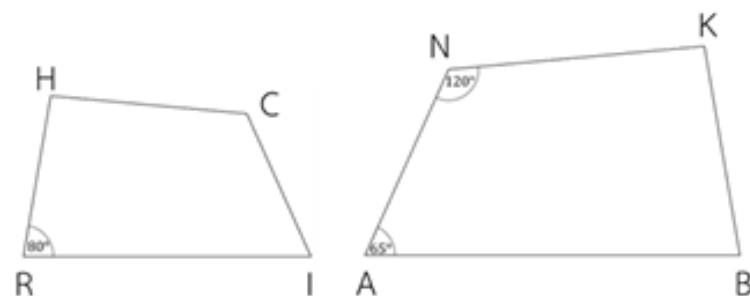
สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th

7. รูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าสองรูปใด ๆ เป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

8. รูปสี่เหลี่ยมสองรูปที่มีความยาวของเส้นรอบรูปเท่ากัน เป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

9. รูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ ที่มีพื้นที่เท่ากัน เป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

10. จากรูป กำหนดให้ $\square RICH \sim \square BANK$ จงหาขนาดของมุมทุกมุมที่ไม่ได้ระบุไว้ในรูป

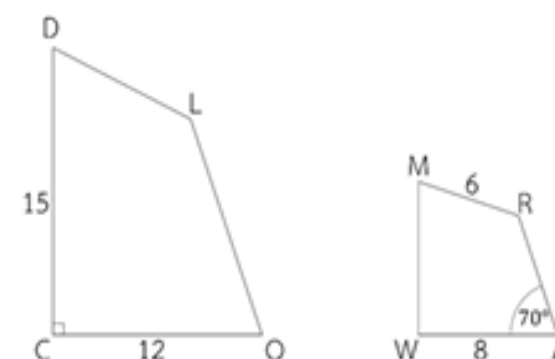




แบบฝึกหัด 1

เรื่อง รูปเรขาคณิต ที่คล้ายกัน (1)

11. จากรูป กำหนดให้ $\square COLD \sim \square WARM$ จงหา



1) ขนาดของ $\angle C$ และ $\angle A$

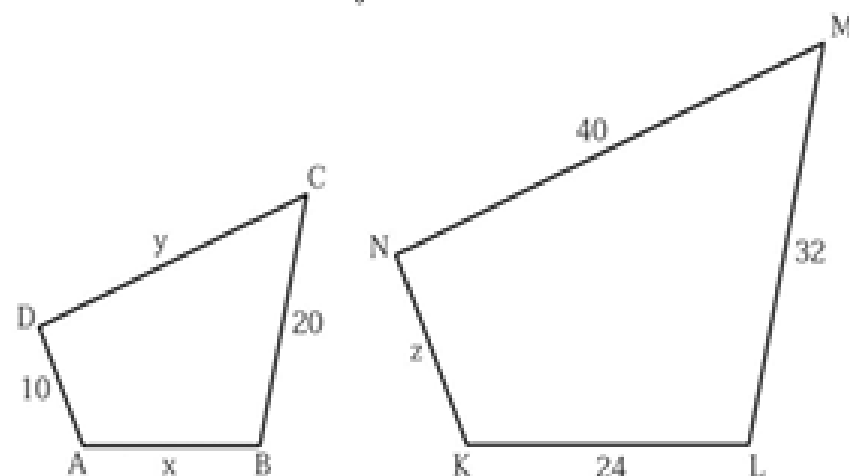
2) ความยาวของด้าน LD และความยาวของด้าน MW

3) อัตราส่วนของความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมทั้งสองรูป

สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th

แบบฝึกหัด 2 : รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน (2)
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง ความคล้าย
รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค23101 ภาคเรียนที่ 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

1. จากรูป กำหนดให้รูปสี่เหลี่ยม ABCD คล้ายกับรูปสี่เหลี่ยม KLMN จงหา



- 1) อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน
- 2) ค่า x , y และ z
- 3) ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมทั้งสองรูป
- 4) อัตราส่วนของความยาวรอบรูปของสี่เหลี่ยมทั้งสองรูป

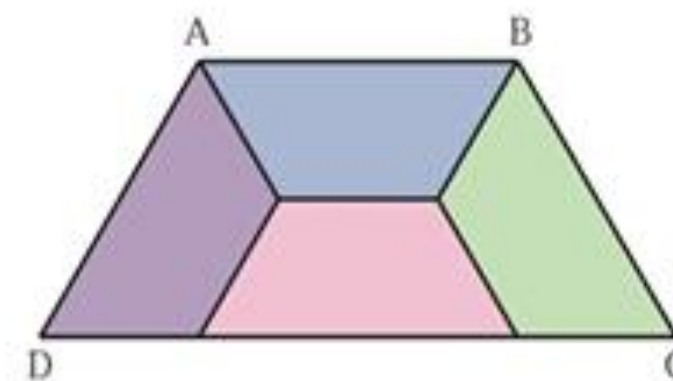
วิธีทำ



แบบฝึกหัด 2

เรื่อง รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน (2)

2. จากรูป รูปสี่เหลี่ยมคางหมูทุกรูปเป็นรูปที่คล้ายกัน จงหา



- 1) ขนาดของมุมแต่ละมุมของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ABCD
- 2) ถ้า $\overline{AB}$ ยาว x หน่วย แล้ว $\overline{CD}$ ยาวกี่หน่วย

วิธีทำ

สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th



สรุป

1. การเขียนสัญลักษณ์แสดงความสัมพันธ์ของรูปหลายเหลี่ยมที่คล้ายกัน จะเขียนจุดยอดที่สมนัยกันให้อยู่ในลำดับเดียวกัน โดยจะต้องให้ความสำคัญกับลำดับตัวอักษรที่กำกับ ซึ่งแสดงถึงการจับคู่ระหว่างมุมและด้านคู่ที่สมนัยกัน





สรุป

2. ถ้ารูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันแล้ว
รูปหลายเหลี่ยมสองรูปนั้นมี

- 1) ขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ ทุกคู่ และ
- 2) อัตราส่วนของความยาวด้านคู่ที่
สมนัยกันทุกคู่ เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน





สรุป

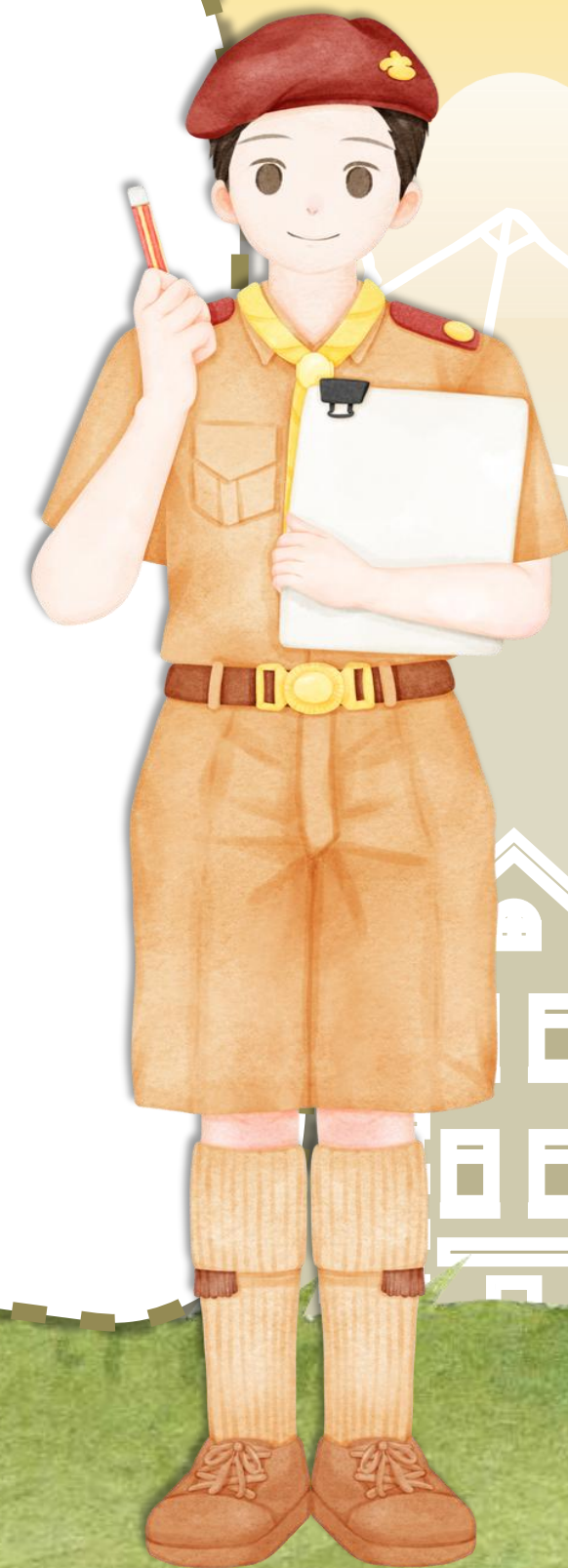
3. การพิจารณาว่า รูปหลายเหลี่ยมสองรูปใด ๆ เป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ จะต้องพิจารณาให้ครบทั้งสองเงื่อนไขคือ มีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ ทุกคู่หรือไม่ และมีอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากันหรือไม่





สรุป

4. เราสามารถนำความรู้เกี่ยวกับ
รูปหลายเหลี่ยมที่คล้ายกันมาช่วยในการหา
ขนาดของมุมหรือความยาวของด้านของรูป
หลายเหลี่ยม

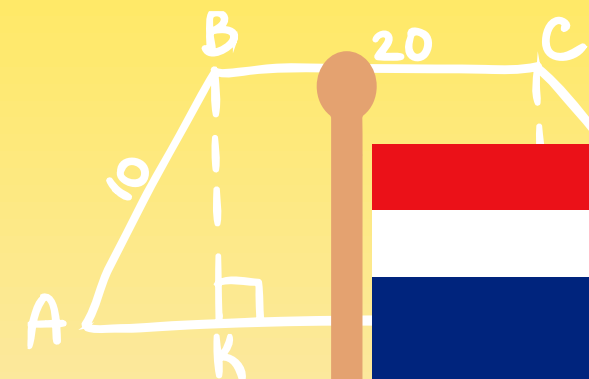
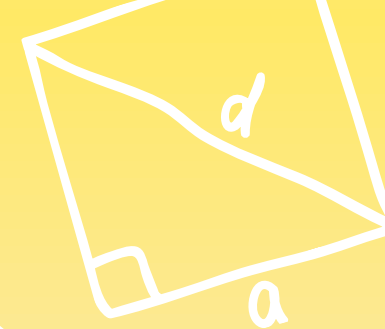
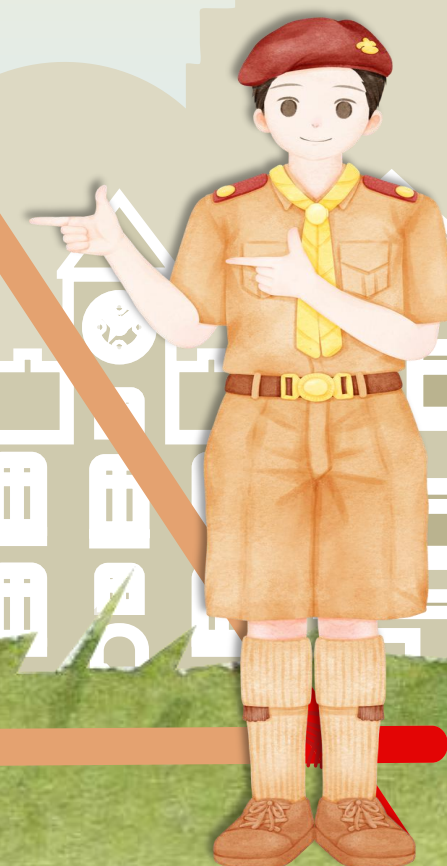




บทเรียนครั้งต่อไป

เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ที่คล้ายกัน (1)

ดาวน์โหลดเอกสารได้ที่ www.dltv.ac.th





สิ่งที่โรงเรียนปลายทาง ต้องเตรียม

- ใบกิจกรรม 2 : สำรวจรูปสามเหลี่ยม (1)
- แบบฝึกหัด 4 : รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน (2)
- แบบฝึกหัด 5 : รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน (3)
- บัตรภาพรูปสามเหลี่ยมแบบต่าง ๆ

ดาวน์โหลดเอกสารได้ที่ www.dltv.ac.th

