

รายวิชา คณิตศาสตร์

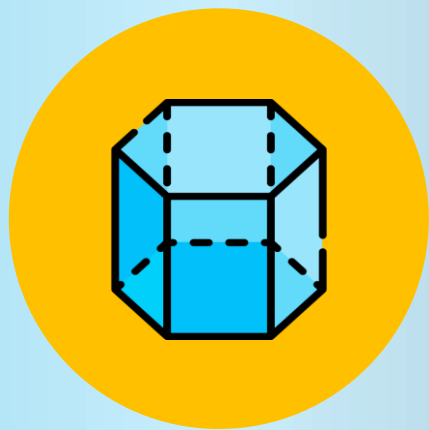
รหัสวิชา ค22101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ปริซึมและทรงกระบอก

เรื่อง พื้นที่ผิวของปริซึม

ครูผู้สอน ครุณรงค์นุช สุขใส





พื้นที่ผิวของปริซึม





จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาพื้นที่ผิว
ของปริซึมที่กำหนดให้





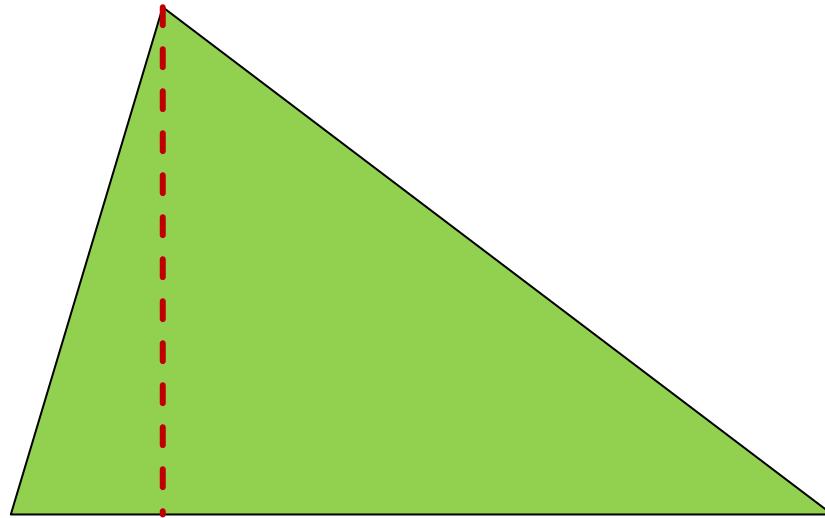
ทบทวนกันหน่อย



พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
= ความกว้าง $\times$ ความยาว



ทบทวนกันหน่อย

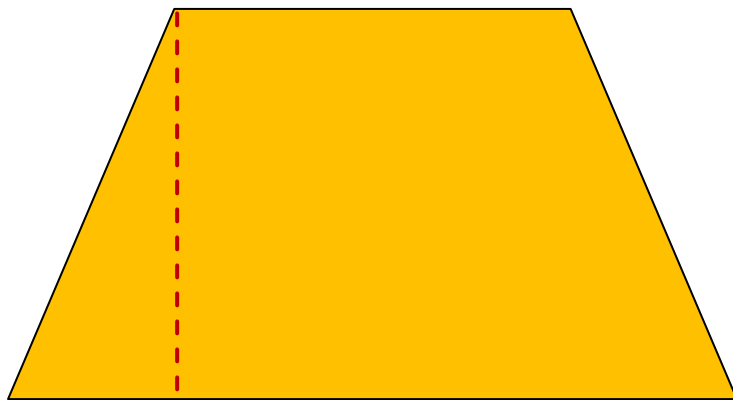


พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม

$$= \frac{1}{2} \times \text{ความยาวฐาน} \times \text{ความสูง}$$



ทบทวนกันหน่อย



พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู

$$= \frac{1}{2} \times \text{ผลบวกของความยาวด้านคู่ขนาน} \times \text{ความสูง}$$



ทบทวนกันหน่อย

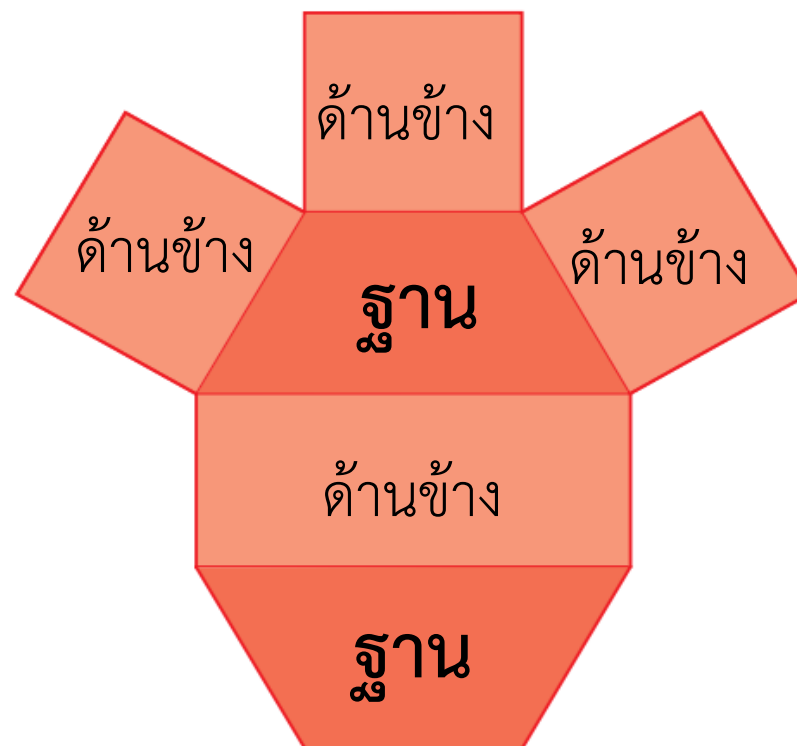


รูปคลี่ของปริซึมประกอบด้วย
รูปเรขาคณิตสองมิติชนิดใดบ้าง
และแต่ละชนิดมีจำนวนกี่รูป

รูปหลายเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการซึ่งเป็นฐานหรือหน้าตัดของ
ปริซึมจำนวน 2 รูป และรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากซึ่งเป็นด้านข้าง
ของปริซึมจำนวนเท่ากับจำนวนด้านของฐานของปริซึม

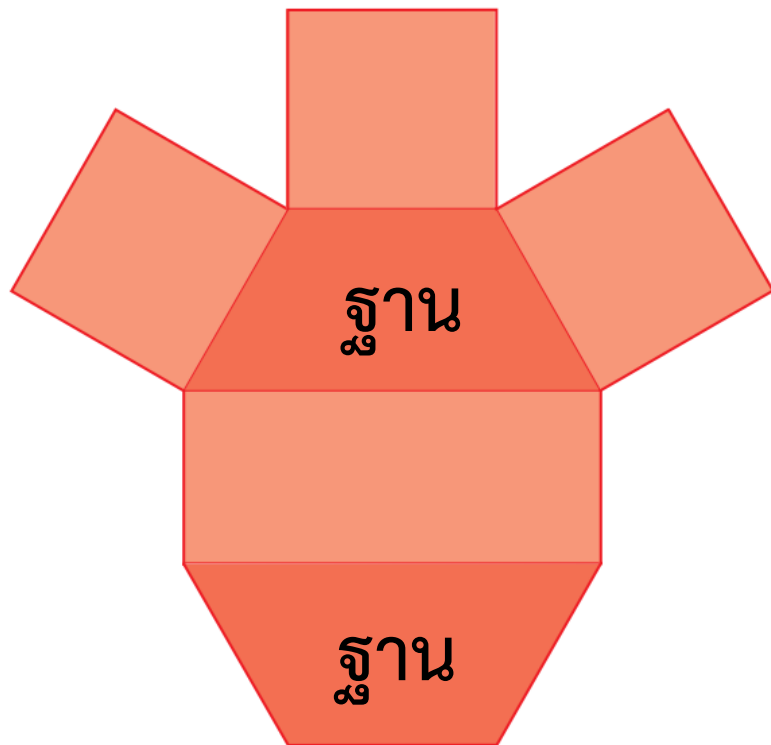


รูปคลี่ของปริซึมสี่เหลี่ยมคางหมู





ปริซึมสี่เหลี่ยมคางหมู



พื้นที่ของบริเวณดังกล่าว
เรียกว่า **พื้นที่ของฐานทั้งสอง**

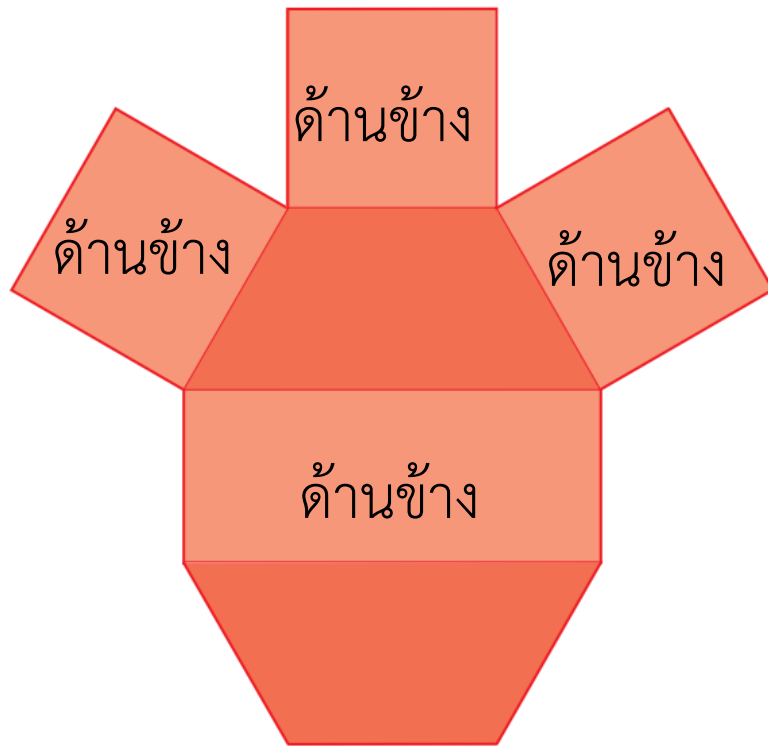


ฐานของปริซึมเป็นรูปเรขาคณิต
สองมิติชนิดใด และมีจำนวนกี่รูป

เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู
จำนวน 2 รูป



ปริซึมสี่เหลี่ยมคางหมู



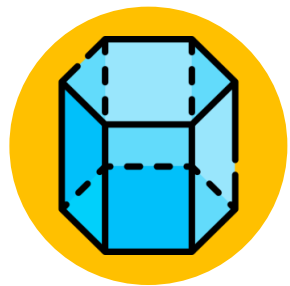
พื้นที่ของบริเวณดังกล่าว

เรียกว่า พื้นที่ของด้านข้างทั้งหมดของปริซึม



ด้านข้างของปริซึมเป็น
รูปเรขาคณิตสองมิติชนิดใด
และมีจำนวนกี่รูป

เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
จำนวน 4 รูป



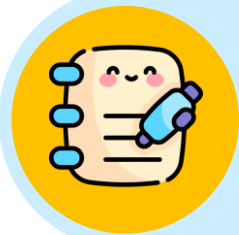
พื้นที่ผิวของปริซึม

ประกอบด้วย 2 ส่วน คือ พื้นที่ของฐานทั้งสอง
และพื้นที่ของด้านข้างทั้งหมดของปริซึม

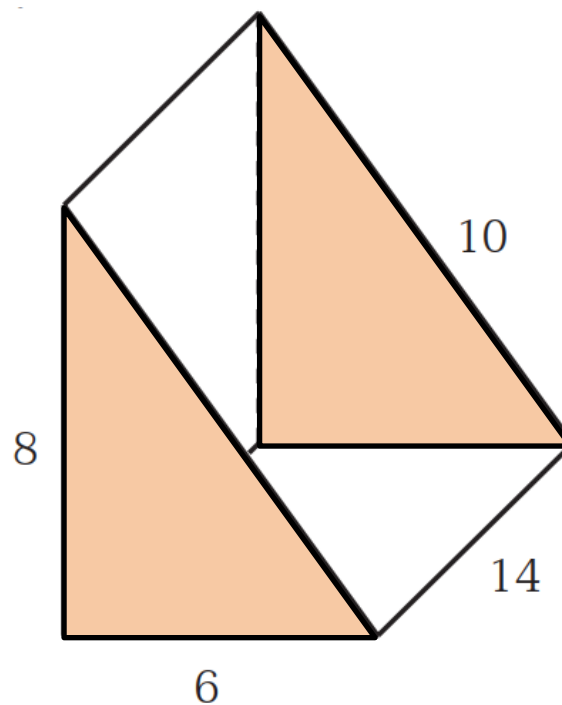


การหาพื้นที่ผิวของปริซึม

คือ การหาพื้นที่ของด้านข้างทั้งหมด
รวมกับพื้นที่ของฐานทั้งสอง



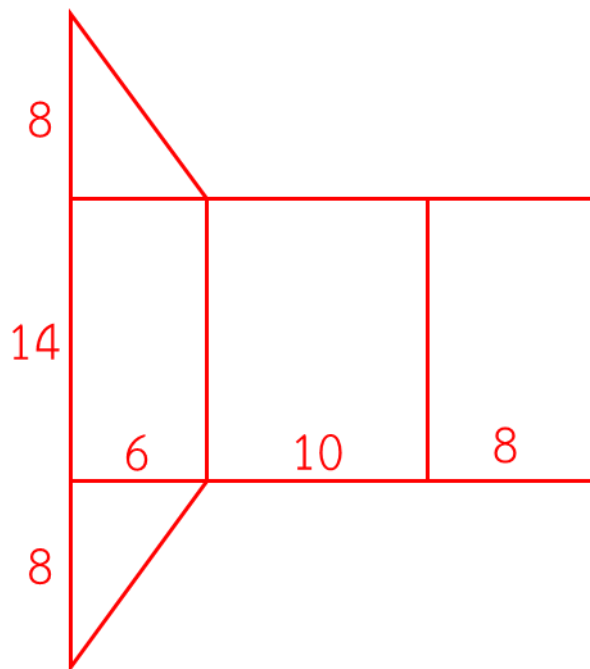
ตัวอย่างที่ 1 จงหาพื้นที่ผิวของปริซึมสามเหลี่ยมนี้





ตัวอย่างที่ 1 จงหาพื้นที่ผิวของปริซึมสามเหลี่ยมนี้

วิธีทำ สามารถวาดรูปคลี่ของปริซึมนี้ได้ดังนี้

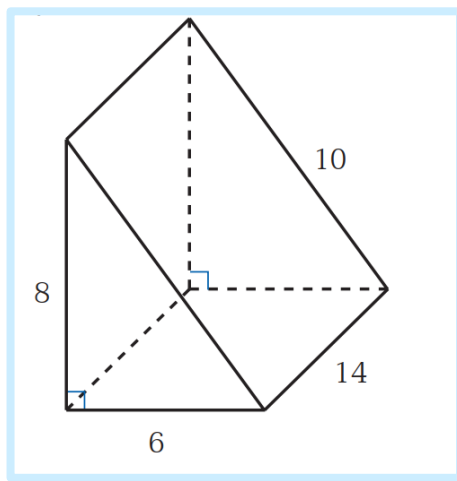




ตัวอย่างที่ 1 จงหาพื้นที่ผิวของปริซึมสามเหลี่ยมนี้

วิธีทำ

$$\text{พื้นที่ของฐานทั้งสอง} = 2 \times \text{พื้นที่ฐาน}$$



$$= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times \text{ความยาวฐาน} \times \text{ความสูง} \right)$$

$$= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 8 \right)$$

$$= 48 \text{ ตารางหน่วย}$$



ตัวอย่างที่ 1 จงหาพื้นที่ผิวของปริซึมสามเหลี่ยมนี้

วิธีทำ (ต่อ)

พื้นที่ของด้านข้างของปริซึม

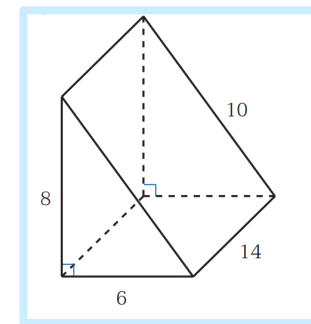
$$= (10 \times 14) + (8 \times 14) + (6 \times 14)$$

$$= 140 + 112 + 84$$

$$= 336 \text{ ตารางหน่วย}$$



ตัวอย่างที่ 1 จงหาพื้นที่ผิวของปริซึมสามเหลี่ยมนี้



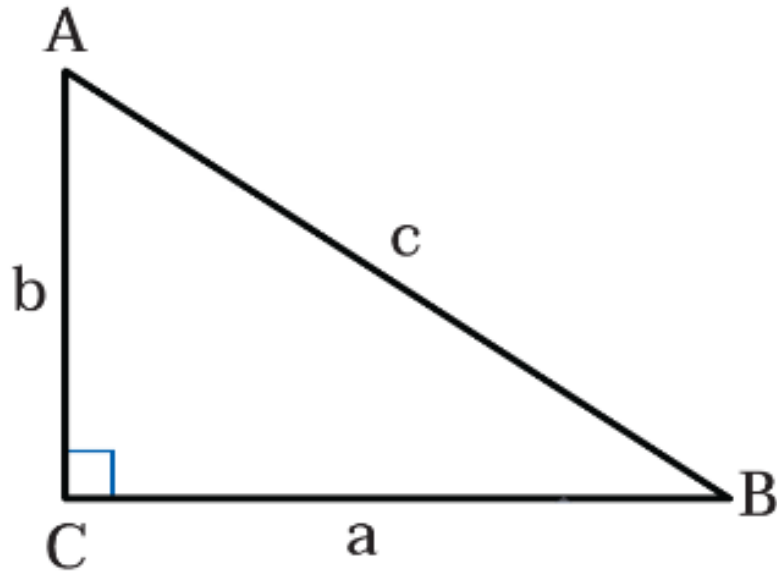
วิธีทำ (ต่อ)

$$\begin{aligned}\text{พื้นที่ผิวของปริซึม} &= \text{พื้นที่ของด้านข้าง} + \text{พื้นที่ของฐานทั้งสอง} \\ &= 336 + 48 \\ &= 384 \text{ ตารางหน่วย}\end{aligned}$$

ดังนั้น พื้นที่ผิวของปริซึมสามเหลี่ยมนี้เท่ากับ 384 ตารางหน่วย



รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC



ด้านตรงข้ามมุม A ยาว a หน่วย

ด้านตรงข้ามมุม B ยาว b หน่วย

และด้านตรงข้ามมุม C ยาว c หน่วย

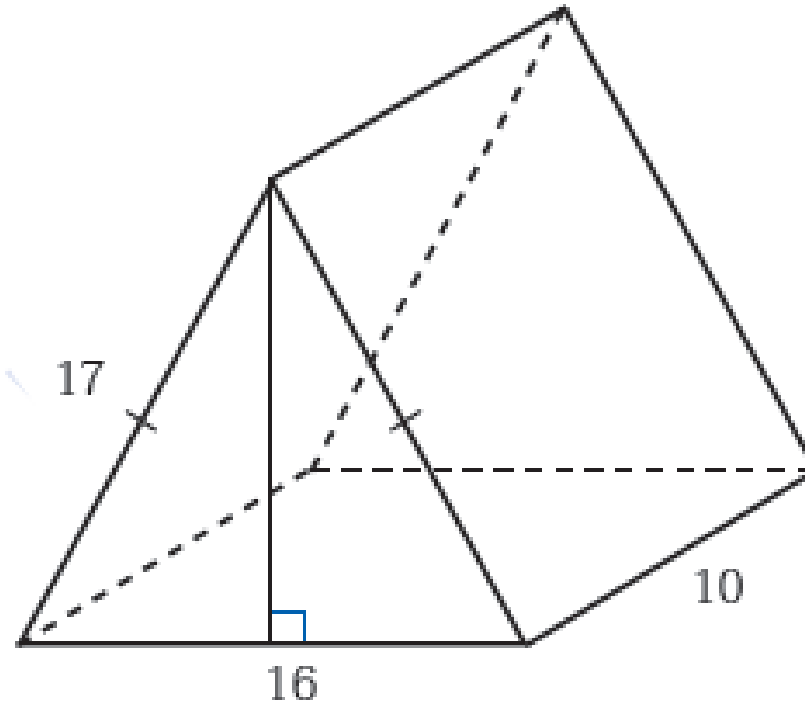


จากภาพ ความสัมพันธ์ระหว่าง
ความยาวของด้านทั้งสามของ
รูปสามเหลี่ยมมุมฉากเป็นอย่างไร

$$c^2 = a^2 + b^2$$



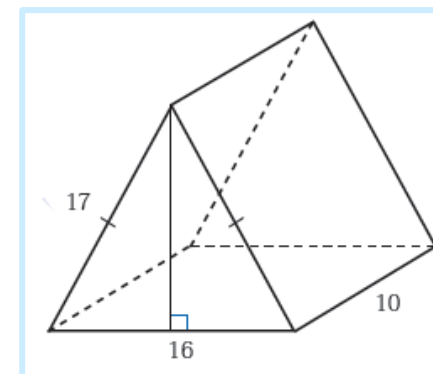
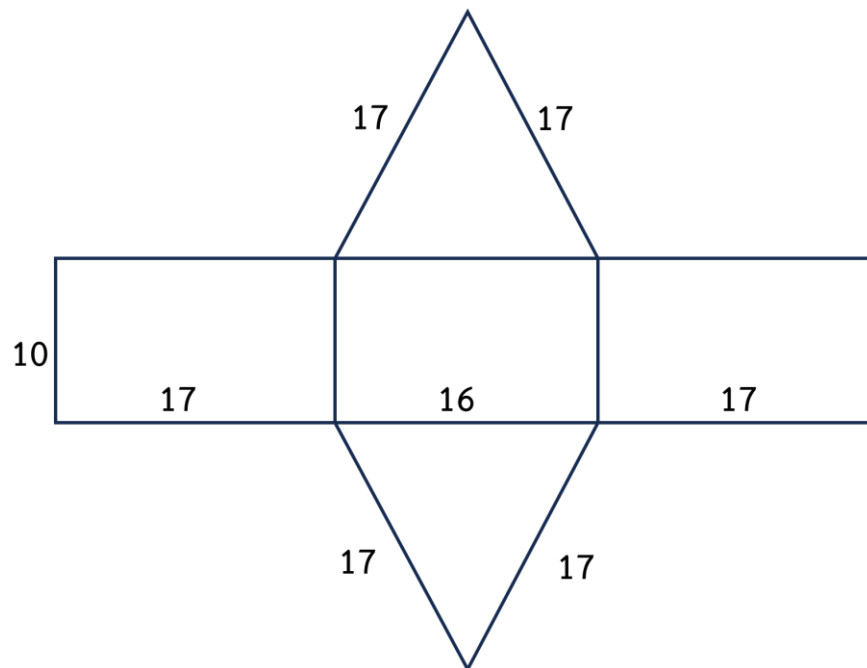
ตัวอย่างที่ 2 จงหาพื้นที่ผิวของปริซึมสามเหลี่ยมนี้





ตัวอย่างที่ 2 จงหาพื้นที่ผิวของปริซึมสามเหลี่ยมนี้

วิธีทำ สามารถวาดรูปคลี่ของปริซึมนี้ได้ดังนี้

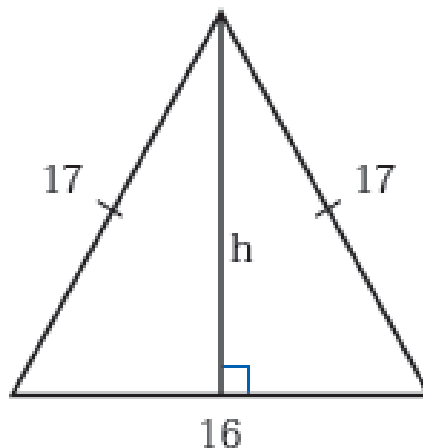
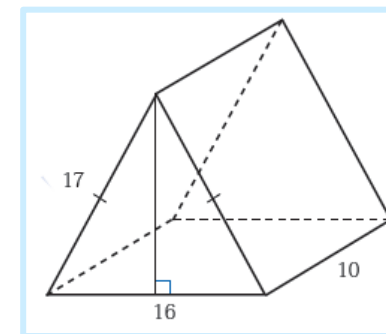




ตัวอย่างที่ 2 จงหาพื้นที่ผิวของปริซึมสามเหลี่ยมนี้

วิธีทำ เนื่องจากฐานของปริซึมเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
จึงหาพื้นที่ฐานของปริซึมได้ดังนี้

กำหนดให้ ความสูงของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วยาว h หน่วย





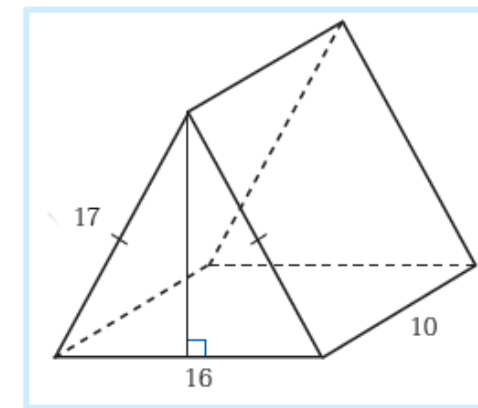
ตัวอย่างที่ 2 จงหาพื้นที่ผิวของปริซึมสามเหลี่ยมนี้

วิธีทำ

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้
$$h^2 = 17^2 - \left(\frac{16}{2}\right)^2$$
$$= 289 - 64$$
$$= 225$$

นั่นคือ

$$h = 15 \text{ หน่วย}$$





ตัวอย่างที่ 2 จงหาพื้นที่ผิวของปริซึมสามเหลี่ยมนี้

วิธีทำ (ต่อ)

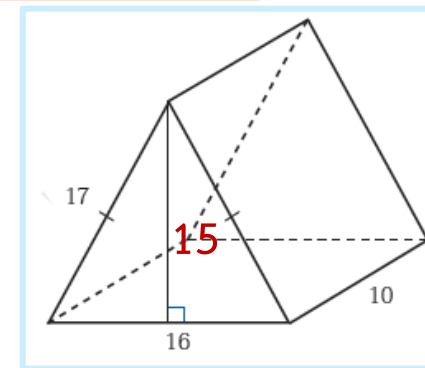
พื้นที่ของฐานทั้งสอง

$$= 2 \times \text{พื้นที่ฐาน}$$

$$= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times \text{ความยาวฐาน} \times \text{ความสูง} \right)$$

$$= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 16 \times 15 \right)$$

$$= 240 \text{ ตารางหน่วย}$$





ตัวอย่างที่ 2 จงหาพื้นที่ผิวของปริซึมสามเหลี่ยมนี้

วิธีทำ (ต่อ)

พื้นที่ของด้านข้างของปริซึม

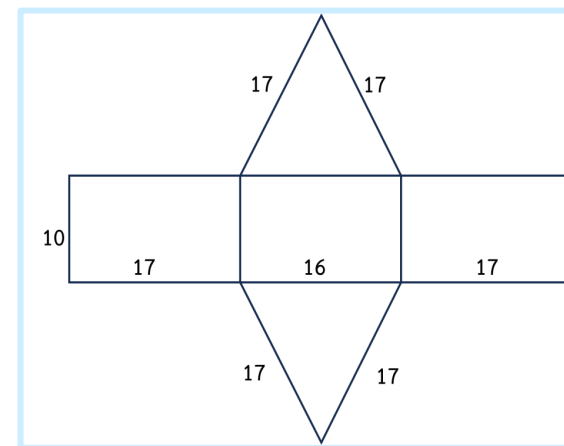
$$= (17 \times 10) + (17 \times 10) + (16 \times 10)$$

$$= 170 + 170 + 160$$

$$= 500 \text{ ตารางหน่วย}$$

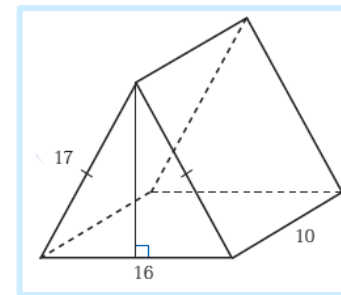
ดังนั้น พื้นที่ผิวของของปริซึมที่กำหนดให้ เท่ากับ $240 + 500$

$$= 740 \text{ ตารางหน่วย}$$





ตัวอย่างที่ 2 จงหาพื้นที่ผิวของปริซึมสามเหลี่ยมนี้



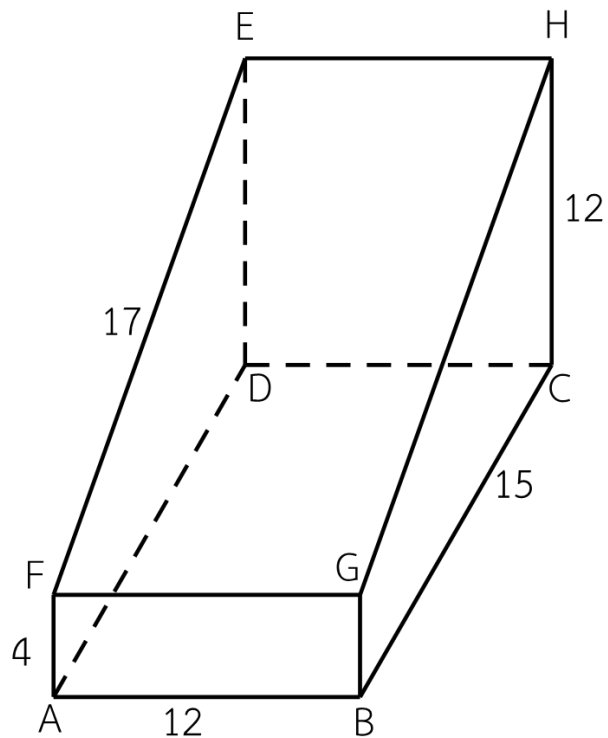
วิธีทำ (ต่อ)

$$\begin{aligned}\text{พื้นที่ผิวของปริซึม} &= \text{พื้นที่ของด้านข้าง} + \text{พื้นที่ของฐานทั้งสอง} \\ &= 500 + 240 \\ &= 740 \text{ ตารางหน่วย}\end{aligned}$$

ดังนั้น พื้นที่ผิวของปริซึมสามเหลี่ยมนี้เท่ากับ 740 ตารางหน่วย



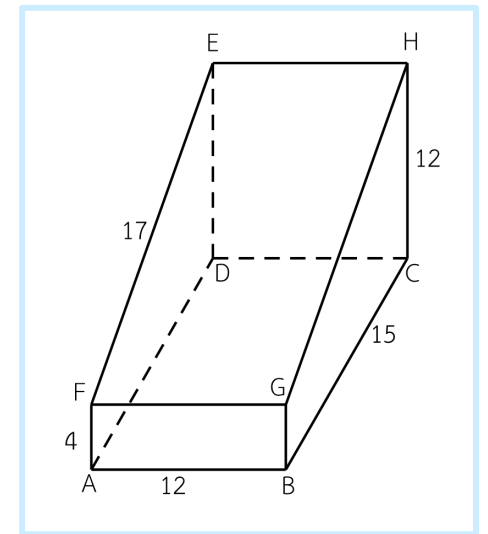
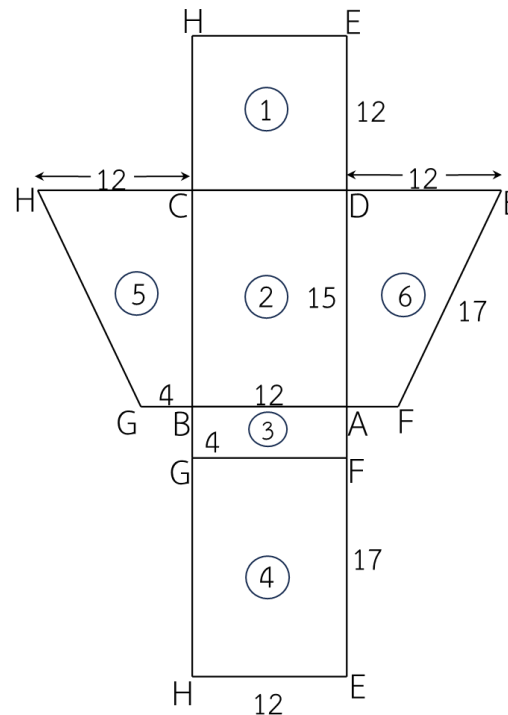
ตัวอย่างที่ 3 จงหาพื้นที่ผิวของปริซึมต่อไปนี้





ตัวอย่างที่ 3 จงหาพื้นที่ผิวของปริซึมต่อไปนี้

วิธีทำ สามารถวาดรูปคลี่ของปริซึมนี้ได้ดังนี้



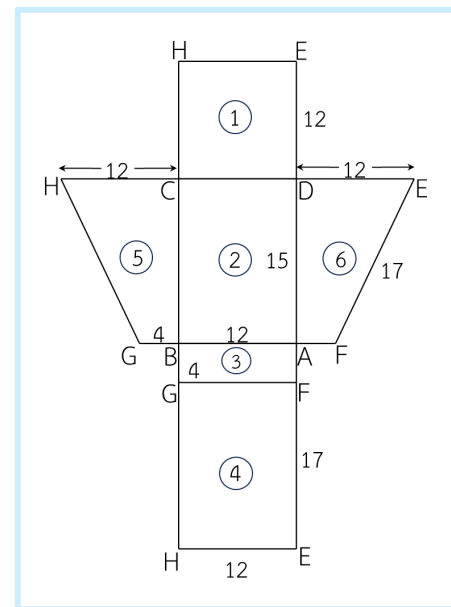


ตัวอย่างที่ 3 จงหาพื้นที่ผิวของปริซึมต่อไปนี้

ในบางกรณีอาจวาดรูปคลี่ของปริซึมได้ยาก นักเรียนสามารถอาศัย
การพิจารณาพื้นที่ของแต่ละด้านของปริซึมได้

วิธีทำ พิจารณาพื้นที่ของแต่ละด้านของปริซึม ดังนี้

$$\begin{aligned}\text{พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก CDEH} &= 12 \times 12 \\ &= 144 \text{ ตารางหน่วย}\end{aligned}$$



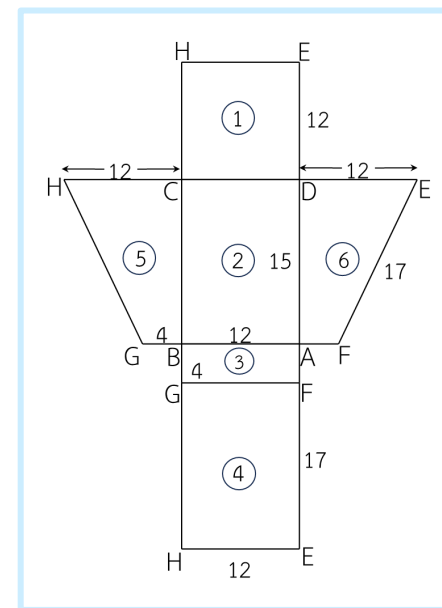


ตัวอย่างที่ 3 จงหาพื้นที่ผิวของปริซึมต่อไปนี้

วิธีทำ (ต่อ)

$$\begin{aligned}\text{พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก } ABCD &= 12 \times 15 \\ &= 180 \text{ ตารางหน่วย}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก } ABGF &= 4 \times 12 \\ &= 48 \text{ ตารางหน่วย}\end{aligned}$$



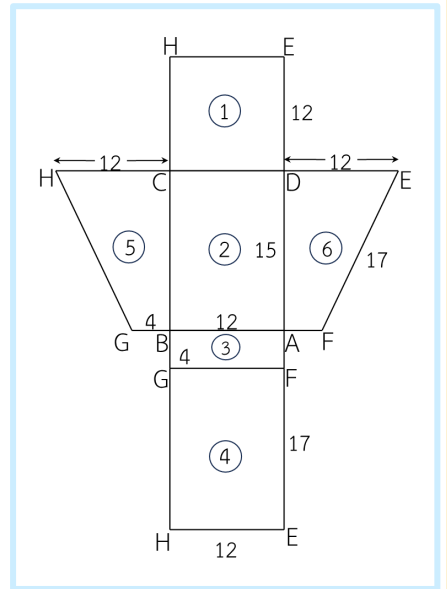


ตัวอย่างที่ 3 จงหาพื้นที่ผิวของปริซึมต่อไปนี้

วิธีทำ (ต่อ)

$$\begin{aligned}\text{พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก FGHE} &= 12 \times 17 \\ &= 204 \text{ ตารางหน่วย}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู BCHG} &= \frac{1}{2} \times (4 + 12) \times 15 \\ &= 120 \text{ ตารางหน่วย}\end{aligned}$$





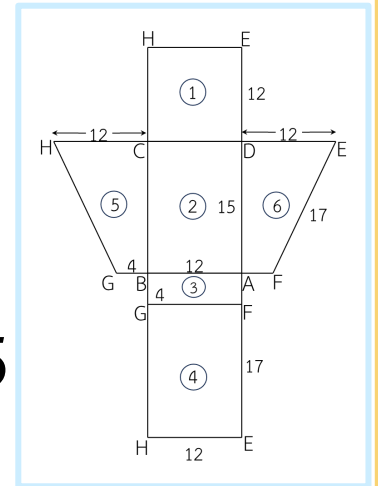
ตัวอย่างที่ 3 จงหาพื้นที่ผิวของปริซึมต่อไปนี้

วิธีทำ (ต่อ)

$$\begin{aligned}\text{พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ADEF} &= \frac{1}{2} \times (4 + 12) \times 15 \\ &= 120 \text{ ตารางหน่วย}\end{aligned}$$

ดังนั้น พื้นที่ผิวของปริซึมนี้เท่ากับ

$$144 + 180 + 48 + 204 + 120 + 120 = 816 \text{ ตารางหน่วย}$$





แบบฝึกหัด 3

พื้นที่ผิวของ
ปริซึม





แบบฝึกหัดที่ 3

เรื่อง พื้นที่ผิวของปริซึม



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)

แบบฝึกหัด 3 : พื้นที่ผิวของปริซึม

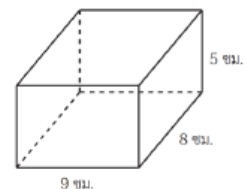
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ปริซึมและทรงกระบอก

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง พื้นที่ผิวของปริซึม (1)

รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค22101 ภาคเรียนที่ 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำและหาคำตอบของปัญหาต่อไปนี้

1. จงหาพื้นที่ผิวของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากนี้



วาดรูปคลี่

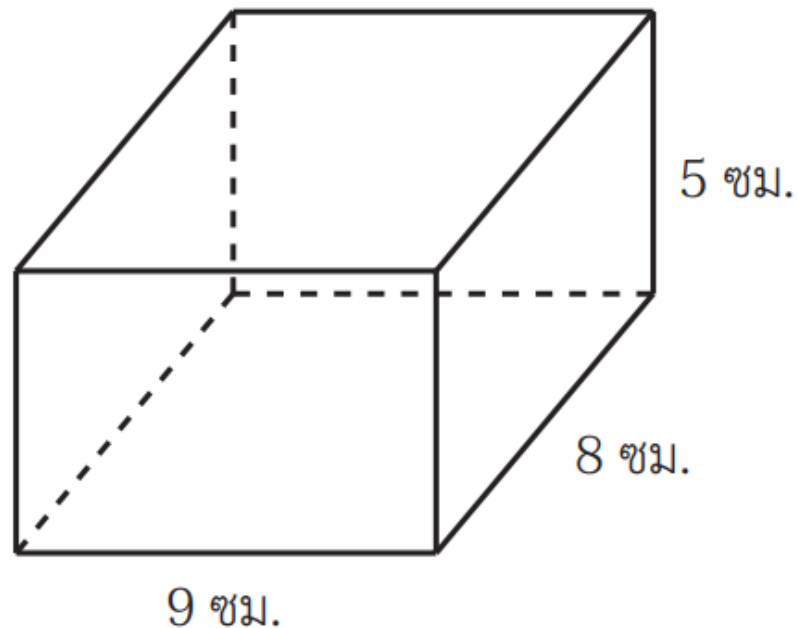
หาพื้นที่ผิว



แบบฝึกหัด 3 : พื้นที่ผิวของปริซึม

คำชี้แจง ให้นักเรียนวาดรูปคลี่ของปริซึม แสดงวิธีทำและหาคำตอบของปัญหาต่อไปนี้

1. จงหาพื้นที่ผิวของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากนี้

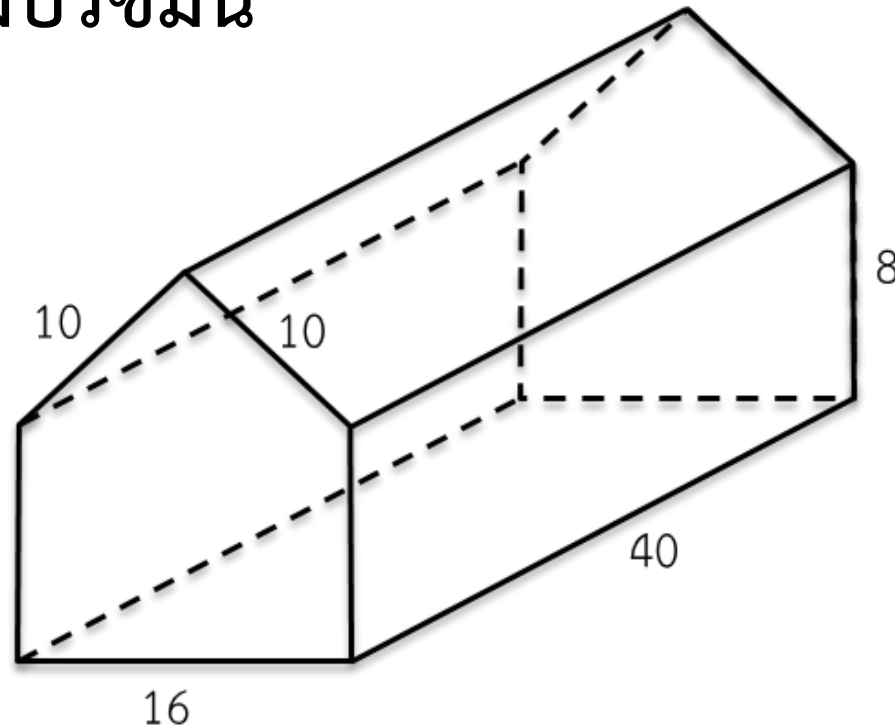




แบบฝึกหัด 3 : พื้นที่ผิวของปริซึม

คำชี้แจง ให้นักเรียนวาดรูปคลี่ของปริซึม แสดงวิธีทำและหาคำตอบของปัญหาต่อไปนี้

2. จงหาพื้นที่ผิวของปริซึมนี้





เฉลย แบบฝึกหัด 3

พื้นที่ผิวของ
ปริซึม

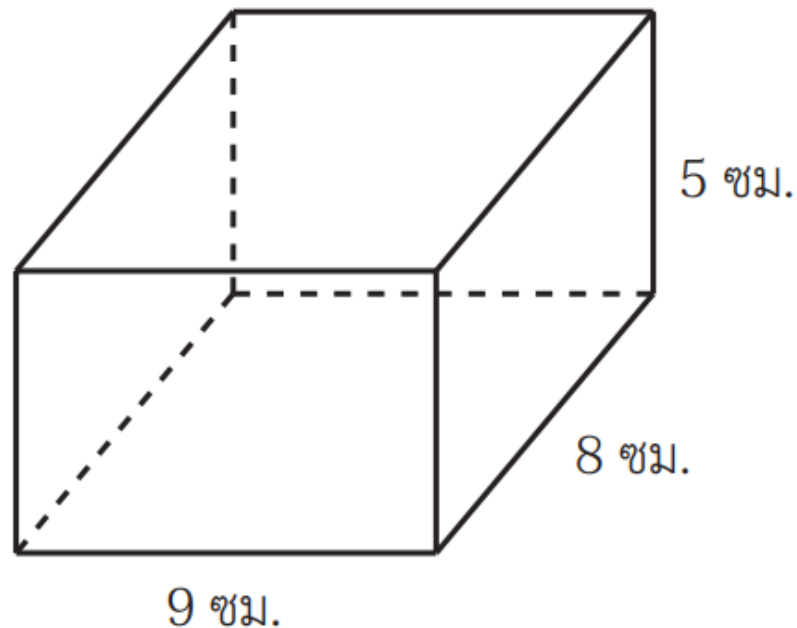




แบบฝึกหัด 3 : พื้นที่ผิวของปริซึม

คำชี้แจง ให้นักเรียนวาดรูปคลี่ของปริซึม แสดงวิธีทำและหาคำตอบของปัญหาต่อไปนี้

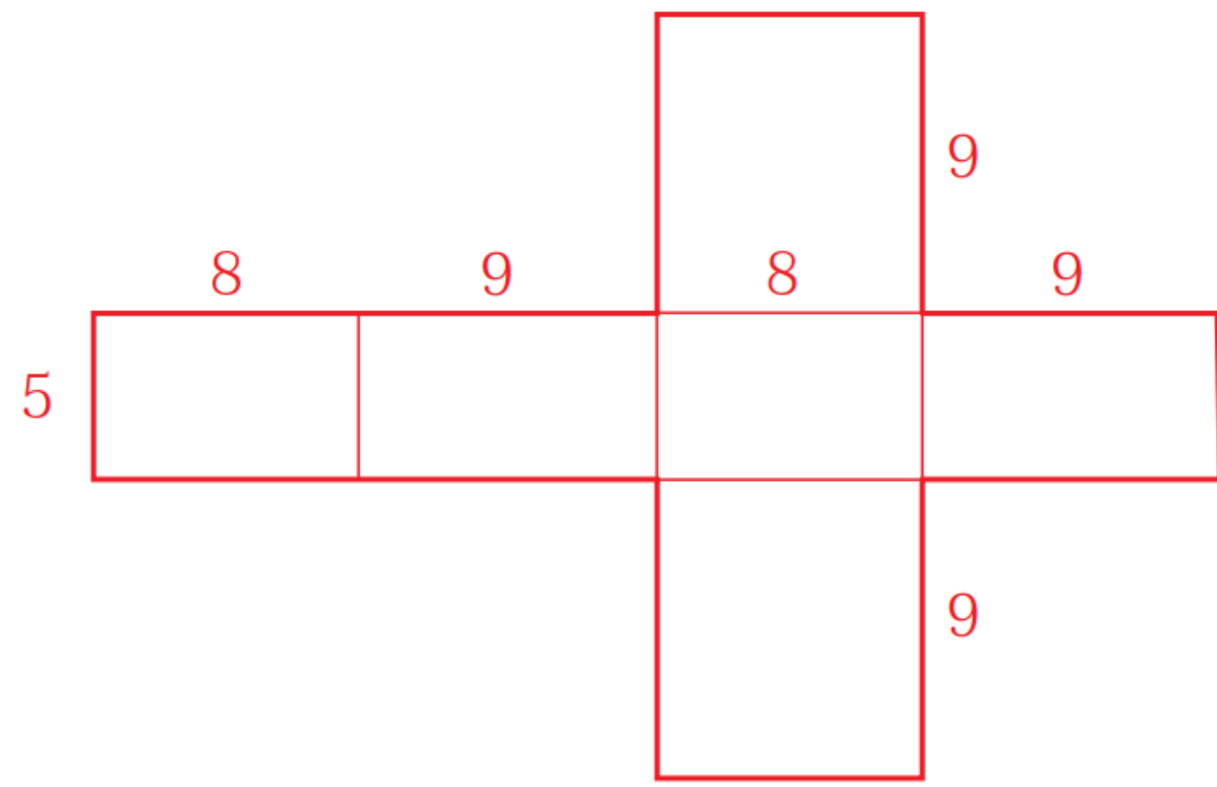
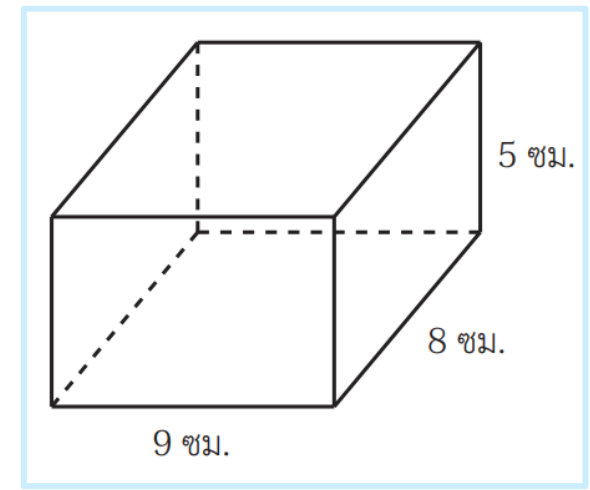
1. จงหาพื้นที่ผิวของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากนี้





แบบฝึกหัด 3 : พื้นที่ผิวของปริซึม

1. จงหาพื้นที่ผิวของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากนี้
วาดรูปคลี่



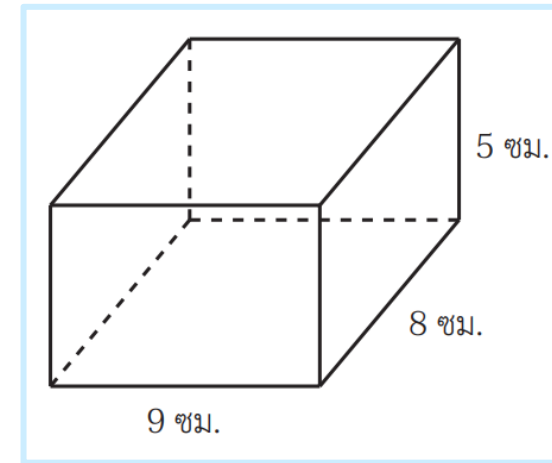
แบบฝึกหัด 3 : พื้นที่ผิวของปริซึม

1. จงหาพื้นที่ผิวของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากนี้

วิธีทำ

$$\begin{aligned}\text{พื้นที่รูปเหลี่ยมผืนผ้าที่เป็นฐานของปริซึม} &= \text{ความกว้าง} \times \text{ความยาว} \\ &= 8 \times 9 \\ &= 72 \text{ ตารางเซนติเมตร}\end{aligned}$$

$$\text{จะได้ พื้นที่ของฐานทั้งสองเท่ากับ } 2 \times 72 = 144 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$



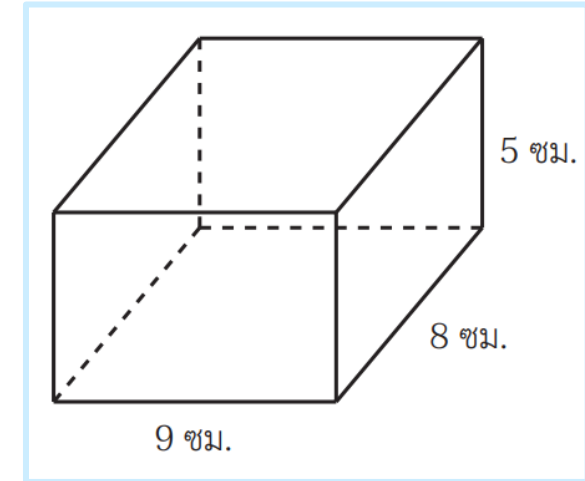


แบบฝึกหัด 3 : พื้นที่ผิวของปริซึม

1. จงหาพื้นที่ผิวของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากนี้

วิธีทำ (ต่อ)

พื้นที่ของด้านข้างของปริซึม



$$= (5 \times 8) + (5 \times 9) + (5 \times 8) + (5 \times 9)$$

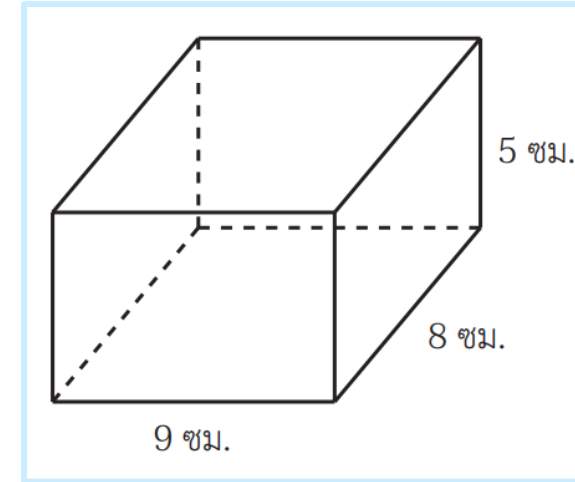
$$= 40 + 45 + 40 + 45$$

$$= 170 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$



แบบฝึกหัด 3 : พื้นที่ผิวของปริซึม

1. จงหาพื้นที่ผิวของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากนี้



วิธีทำ (ต่อ)

$$\begin{aligned}\text{พื้นที่ผิวของปริซึม} &= \text{พื้นที่ของด้านข้าง} + \text{พื้นที่ของฐานทั้งสอง} \\ &= 170 + 144 \\ &= 314 \text{ ตารางเซนติเมตร}\end{aligned}$$

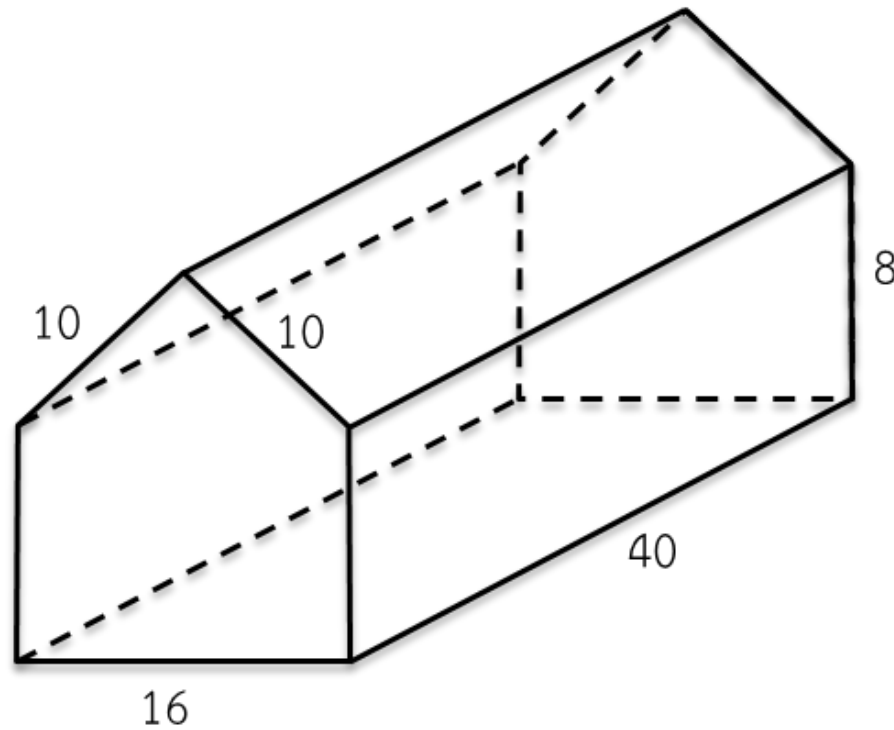
ดังนั้น พื้นที่ผิวของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากเท่ากับ 314 ตารางเซนติเมตร



แบบฝึกหัด 3 : พื้นที่ผิวของปริซึม

คำชี้แจง ให้นักเรียนวาดรูปคลี่ของปริซึม แสดงวิธีทำและหาคำตอบของปัญหาต่อไปนี้

2. จงหาพื้นที่ผิวของปริซึมนี้

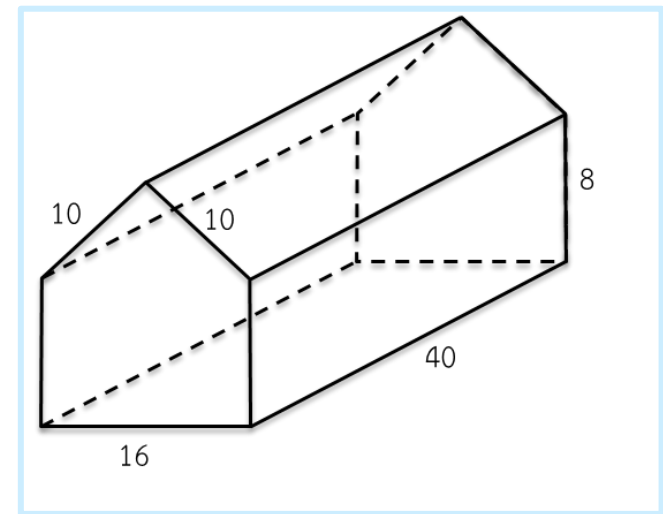
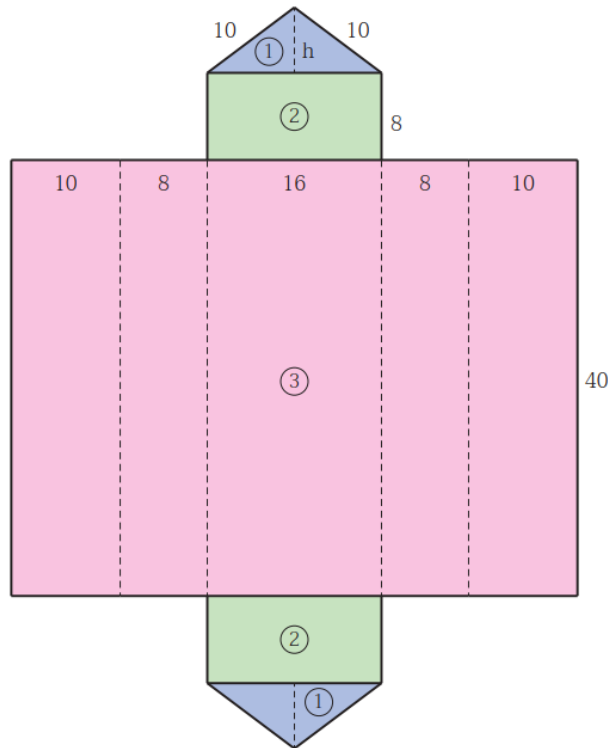


แบบฝึกหัด 3 : พื้นที่ผิวของปริซึม

2. จงหาพื้นที่ผิวของปริซึมนี้

แนวคิด วาดรูปคลี่ของปริซึมและกำหนดความสูงของรูปสามเหลี่ยมมุม 1 เท่ากับ h หน่วย ดังนี้

วาดรูปคลี่





แบบฝึกหัด 3 : พื้นที่ผิวของปริซึม

2. จงหาพื้นที่ผิวของปริซึมนี้

วิธีทำ

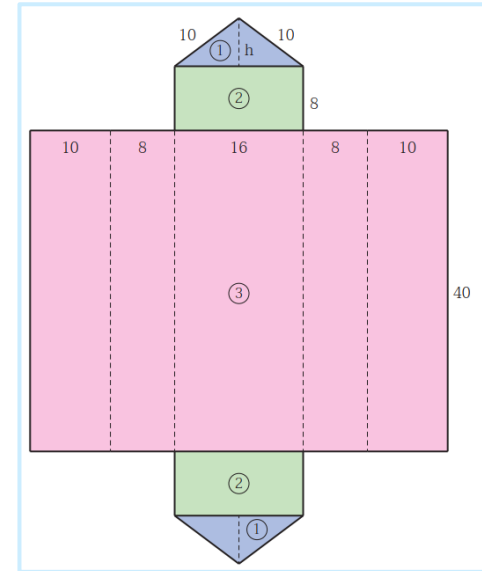
พิจารณา รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว รูป 1 จะได้ $h^2 = 10^2 - 8^2$
ดังนั้น $h = 6$ หน่วย

$$\text{พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว รูป 1 สองรูป} = 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 16 \times 6 \right)$$

$$= 96 \text{ ตารางหน่วย}$$

$$\text{พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า รูป 2 สองรูป} = 2 \times (8 \times 16)$$

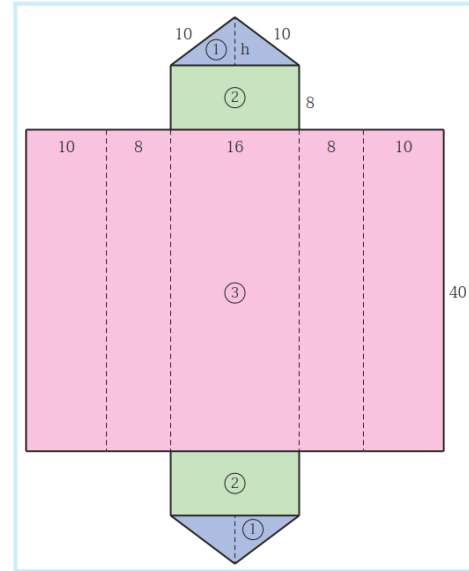
$$= 256 \text{ ตารางหน่วย}$$





แบบฝึกหัด 3 : พื้นที่ผิวของปริซึม

2. จงหาพื้นที่ผิวของปริซึมนี้



วิธีทำ (ต่อ)

$$\begin{aligned}\text{พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า รูป 3} &= (10 + 8 + 16 + 8 + 10) \times 40 \\ &= 2,080 \text{ ตารางหน่วย}\end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น พื้นที่ผิวของปริซึมเท่ากับ } 96 + 256 + 2,080 = 2,432 \text{ ตารางหน่วย}$$



สรุปบทเรียน

ความรู้กันหน่อย

การหาพื้นที่ผิวของปริซึม ซึ่งเท่ากับพื้นที่ของฐานทั้งสอง
รวมกับพื้นที่ของด้านข้างของปริซึม



สรุปบทเรียน

ความรู้กันหน่อย

สำหรับการหาพื้นที่ฐานของปริซึมบางรูปที่ไม่สามารถหาพื้นที่
ได้โดยตรง ให้นักเรียนพิจารณาฐานของปริซึมว่าสามารถ
แบ่งเป็นรูปเรขาคณิตสองมิติที่ง่ายต่อการคำนวณได้อย่างไร



สรุปบทเรียน

ความรู้กันหน่อย

จากนั้นจึงคำนวณหาพื้นที่ของรูปเรขาคณิตสองมิติแต่ละรูป
แล้วนำพื้นที่เหล่านั้นมารวมกันเป็นพื้นที่ฐานของปริซึม
ทั้งนี้ เราสามารถประยุกต์ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาช่วย
ในการหาพื้นที่ของแต่ละด้านนั้นได้อีกด้วย



บทเรียนครั้งต่อไป

เรื่อง

ปริมาตรของปริซึม





สิ่งที่ต้องเตรียม

1. ใบกิจกรรมที่ 4 : ปริมาตรของปริซึม (1)
2. แบบฝึกหัดที่ 4 : ปริมาตรของปริซึม
3. ใบกิจกรรมที่ 5 : ปริมาตรของปริซึม (2)



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่

www.dltv.ac.th)

