



รายวิชา คณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค23101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หน่วยที่ 3 สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

เรื่อง การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว
โดยใช้สูตร (1)

ครูผู้สอน ครูเกียรติศักดิ์ แสงทอง





$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

โดยใช้สูตร (1)



จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถ

1. ระบุสูตรที่ใช้ในการหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว
2. ระบุจำนวนคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว



ทบทวน การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

จงแก้สมการต่อไปนี้

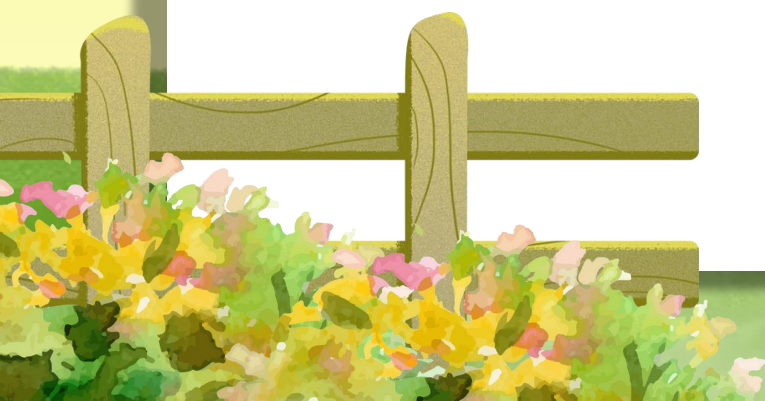
$$(x - 5)^2 = 0$$

$$x = 5$$

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$x = -2 \text{ และ } x = -3$$

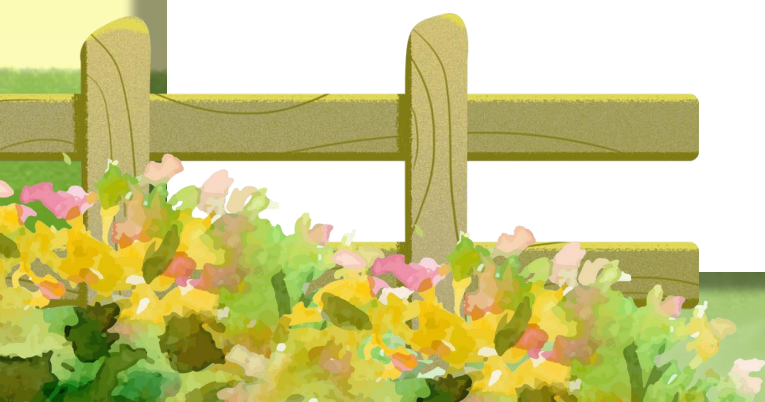
$$x^2 - 4x + 1 = 0$$



พิจารณารูปทั่วไปของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว

$$ax^2 + bx + c = 0$$

x เป็นตัวแปร a , b และ c เป็นค่าคงตัว โดยที่ $a \neq 0$

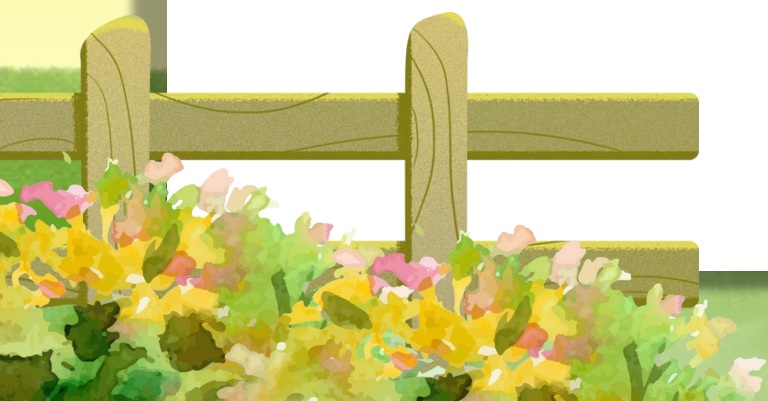


x เป็นตัวแปร a, b และ c เป็นค่าคงตัว โดยที่ $a \neq 0$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

หารด้วย a ทั้ง 2 ข้างของสมการ

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$



x เป็นตัวแปร a, b และ c เป็นค่าคงตัว โดยที่ $a \neq 0$

จัดรูปให้อยู่ในรูปสูตรกำลังสองสมบูรณ์

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$\left[x^2 + 2(x) \left(\frac{b}{2a} \right) + \left(\frac{b}{2a} \right)^2 \right] - \left(\frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{c}{a} = 0$$



x เป็นตัวแปร a, b และ c เป็นค่าคงตัว โดยที่ $a \neq 0$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$\left[x^2 + 2(x) \left(\frac{b}{2a} \right) + \left(\frac{b}{2a} \right)^2 \right] - \left(\frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{c}{a} = 0$$

$$\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} = 0$$



$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} = 0$$

เนื่องจาก $b^2 - 4ac$ เป็นจำนวนจริง

ดังนั้น $b^2 - 4ac \geq 0$ หรือ $b^2 - 4ac < 0$



$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} = 0$$

ในกรณีที่ $b^2 - 4ac \geq 0$

จะได้ $\sqrt{b^2 - 4ac}$ เป็นจำนวนจริง

$$\text{และ } \left(\sqrt{b^2 - 4ac}\right)^2 = b^2 - 4ac$$



ในกรณีที่ $b^2 - 4ac \geq 0$

$$\left(\sqrt{b^2 - 4ac}\right)^2 = b^2 - 4ac$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} = 0 \quad \text{--- ①}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\left(\sqrt{b^2 - 4ac}\right)^2}{4a^2} = 0$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)^2 = 0$$



ในกรณีที่ $b^2 - 4ac \geq 0$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)^2 = 0$$

$$\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right) - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right] \left[\left(x + \frac{b}{2a}\right) + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right] = 0$$

ดังนั้น $\left(x + \frac{b}{2a}\right) - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = 0$ หรือ $\left(x + \frac{b}{2a}\right) + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = 0$



ในกรณีที่ $b^2 - 4ac \geq 0$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right) - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = 0$$

$$x = -\frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

หรือ $\left(x + \frac{b}{2a}\right) + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = 0$



ในกรณีที่ $b^2 - 4ac \geq 0$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right) - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = 0$$

หรือ

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right) + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = 0$$

$$x = -\frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



ในกรณีที่ $b^2 - 4ac \geq 0$

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

หรือ $x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

ดังนั้น คำตอบของสมการ $ax^2 + bx + c = 0$ คือ

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

และ $x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$



ในกรณีที่ $b^2 - 4ac \geq 0$

อาจเขียนเป็นสูตรเพื่อหาคำตอบของสมการได้เป็น

คำตอบของสมการ $ax^2 + bx + c = 0$ คือ

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} = 0 \quad \text{--- ①}$$

ในกรณีที่ $b^2 - 4ac < 0$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \quad \text{--- ②}$$



$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

ในกรณีที่ $b^2 - 4ac < 0$

เนื่องจาก $b^2 - 4ac < 0$ และ $4a^2 > 0$

สำหรับทุกค่าของ a เมื่อ $a \neq 0$

ดังนั้น
$$\frac{b^2 - 4ac}{4a^2} < 0$$



$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

ในกรณีที่ $b^2 - 4ac < 0$

ดังนั้น $\frac{b^2 - 4ac}{4a^2} < 0$

นั่นคือ $\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$ เป็นจำนวนจริงลบ



$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

ในกรณีที่ $b^2 - 4ac < 0$

เนื่องจาก $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$ จะต้องเป็นจำนวนจริงบวกหรือศูนย์

เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ

ดังนั้น ไม่มีจำนวนจริงใดที่นำมาแทน x ใน ②

แล้วทำให้ได้สมการที่เป็นจริง



ในกรณีที่ $b^2 - 4ac < 0$

นั่นคือ สมการ $ax^2 + bx + c = 0$

จะไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบของสมการ



$$ax^2 + bx + c = 0$$

x เป็นตัวแปร a, b และ c เป็นค่าคงตัว โดยที่ $a \neq 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- 1) ถ้า $b^2 - 4ac > 0$ แล้วจะมีจำนวนจริง 2 จำนวนเป็นคำตอบของสมการ
- 2) ถ้า $b^2 - 4ac = 0$ แล้วจะมีจำนวนจริงเพียง 1 จำนวน เป็นคำตอบของสมการ
- 3) ถ้า $b^2 - 4ac < 0$ แล้วจะไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบของสมการ



แบบฝึกหัด 5 : จำนวนคำตอบของสมการ
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง สมการกำลังสองตัวแปรเดียว
รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค23101 ภาคเรียนที่ 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวต่อไปนี้ โดยใช้สูตร

1. $x^2 + 2x + 1 = 0$

วิธีทำ จากสมการที่กำหนดให้ จะเห็นว่า $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$ และ $c = \underline{\hspace{2cm}}$

จะได้ $b^2 - 4ac = \underline{\hspace{2cm}}$

จากสูตร $x = \underline{\hspace{2cm}}$

จะได้ $x = \underline{\hspace{2cm}}$

$\underline{\hspace{2cm}}$

$\underline{\hspace{2cm}}$

ดังนั้น คำตอบของสมการ คือ $\underline{\hspace{2cm}}$

ข้อสังเกตเพิ่มเติม

- | | | | |
|-------------------|---|----------------------------------|----------------------------------|
| • ค่า $b^2 - 4ac$ | ☐ จำนวนบวก | ☐ ศูนย์ | ☐ จำนวนลบ |
| • จำนวนคำตอบ | ☐ ไม่มีจำนวนจริง | ☐ 1 คำตอบ | ☐ 2 คำตอบ |

2. $x^2 - x - 2 = 0$

วิธีทำ จากสมการที่กำหนดให้ จะเห็นว่า $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$ และ $c = \underline{\hspace{2cm}}$

จะได้ $b^2 - 4ac = \underline{\hspace{2cm}}$

จากสูตร $x = \underline{\hspace{2cm}}$

จะได้ $x = \underline{\hspace{2cm}}$

$\underline{\hspace{2cm}}$

$\underline{\hspace{2cm}}$

ดังนั้น คำตอบของสมการ คือ $\underline{\hspace{2cm}}$

ข้อสังเกตเพิ่มเติม

- | | | | |
|-------------------|---|----------------------------------|----------------------------------|
| • ค่า $b^2 - 4ac$ | ☐ จำนวนบวก | ☐ ศูนย์ | ☐ จำนวนลบ |
| • จำนวนคำตอบ | ☐ ไม่มีจำนวนจริง | ☐ 1 คำตอบ | ☐ 2 คำตอบ |



แบบฝึกหัด 5

เรื่อง จำนวนคำตอบของสมการ

สามารถดาวน์โหลด
ได้ที่ www.dltv.ac.th



$$3. x^2 + 2x + 2 = 0$$

วิธีทำ จากสมการที่กำหนดให้ จะเห็นว่า $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$ และ $c = \underline{\hspace{2cm}}$

จะได้ $b^2 - 4ac = \underline{\hspace{2cm}}$

จากสูตร $x = \underline{\hspace{2cm}}$

จะได้ $x = \underline{\hspace{2cm}}$

$\underline{\hspace{2cm}}$

$\underline{\hspace{2cm}}$

ดังนั้น คำตอบของสมการ คือ $\underline{\hspace{2cm}}$

ข้อสังเกตเพิ่มเติม

- | | | | |
|-------------------|---|----------------------------------|----------------------------------|
| • ค่า $b^2 - 4ac$ | ☐ จำนวนบวก | ☐ ศูนย์ | ☐ จำนวนลบ |
| • จำนวนคำตอบ | ☐ ไม่มีจำนวนจริง | ☐ 1 คำตอบ | ☐ 2 คำตอบ |



แบบฝึกหัด 5

เรื่อง จำนวนคำตอบของสมการ

สามารถดาวน์โหลด
ได้ที่ www.dltv.ac.th





แบบฝึกหัด 5

เรื่อง จำนวนคำตอบของสมการ

1. $x^2 + 2x + 1 = 0$

วิธีทำ จากสมการที่กำหนดให้ จะเห็นว่า $a =$ _____, $b =$ _____ และ $c =$ _____

จะได้ $b^2 - 4ac =$ _____

จากสูตร $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

จะได้ $x =$ _____

ดังนั้น คำตอบของสมการ คือ _____

ข้อสังเกตเพิ่มเติม

• ค่า $b^2 - 4ac$

• จำนวนคำตอบ

☐ จำนวนบวก

☐ ไม่มีจำนวนจริง

☐ ศูนย์

☐ 1 คำตอบ

☐ จำนวนลบ

☐ 2 คำตอบ





แบบฝึกหัด 5

เรื่อง จำนวนคำตอบของสมการ

รอ INSERT

รูปจากนักเรียน

ข้อ 2 และ 3



สรุป

$$ax^2 + bx + c = 0$$

x เป็นตัวแปร a, b และ c เป็นค่าคงตัว โดยที่ $a \neq 0$

สามารถหาคำตอบของสมการได้โดยใช้สูตร

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

1) ถ้า $b^2 - 4ac > 0$ แล้วจะมีจำนวนจริง 2 จำนวนเป็นคำตอบของสมการ

$$\text{คือ } x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ และ } x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



สรุป

$$ax^2 + bx + c = 0$$

x เป็นตัวแปร a, b และ c เป็นค่าคงตัว โดยที่ $a \neq 0$

สามารถหาคำตอบของสมการได้โดยใช้สูตร

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

2) ถ้า $b^2 - 4ac = 0$ แล้วจะมีจำนวนจริงเพียง 1 จำนวน เป็นคำตอบ

ของสมการ คือ $x = \frac{-b}{2a}$



สรุป

$$ax^2 + bx + c = 0$$

x เป็นตัวแปร a, b และ c เป็นค่าคงตัว โดยที่ $a \neq 0$
สามารถหาคำตอบของสมการได้โดยใช้สูตร

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

3) ถ้า $b^2 - 4ac < 0$ แล้วจะไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบของสมการ





บทเรียนครึ่งต่อไป

เรื่อง การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว
โดยใช้สูตร (2)

ดาวน์โหลดเอกสารได้ที่ www.dltv.ac.th



สิ่งที่โรงเรียนปลายทางต้องเตรียม

แบบฝึกหัด 6 : การแก้สมการกำลังสอง
ตัวแปรเดียว โดยใช้สูตร (2)

ดาวน์โหลดเอกสารได้ที่ www.dltv.ac.th

