

รายวิชา คณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค23101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หน่วยที่ 2 การแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีดีกรีสูงกว่าสอง

เรื่อง ผลบวกของกำลังสาม

ครูผู้สอน ครูเกียรติศักดิ์ แสงทอง



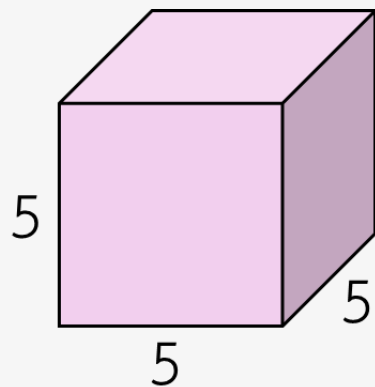
ผลบวกของกำลังสาม



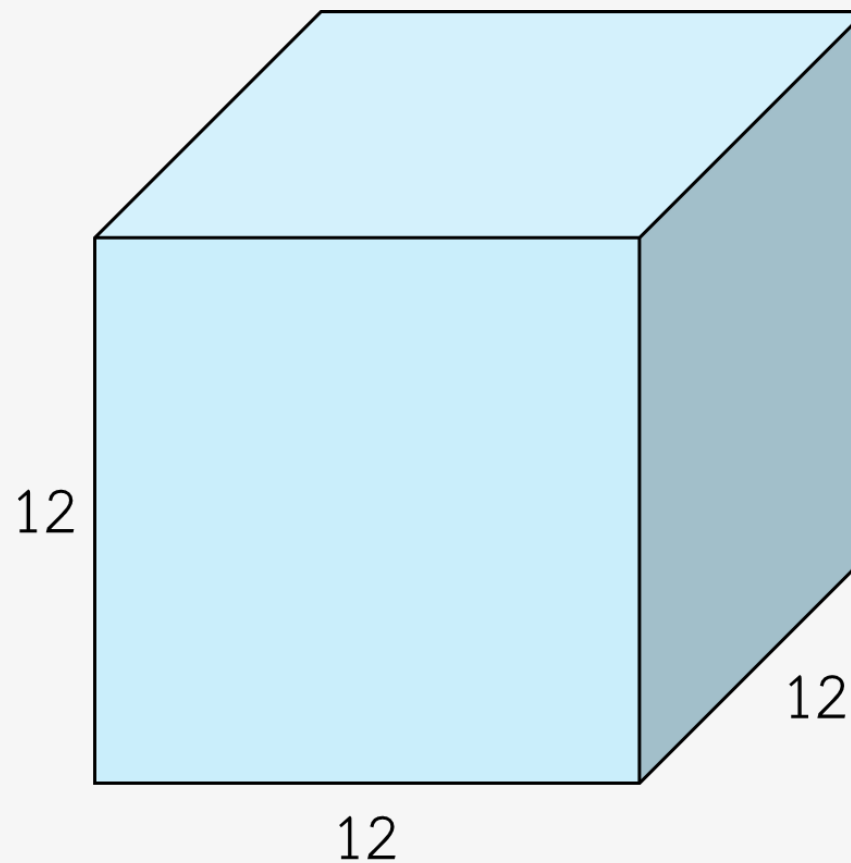
จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถแยกตัวประกอบ
ของพหุนามที่อยู่ในรูปผลบวก
ของกำลังสามโดยใช้สูตร



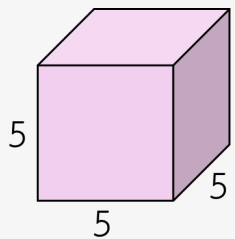


ลูกบาศก์รูปที่ 1

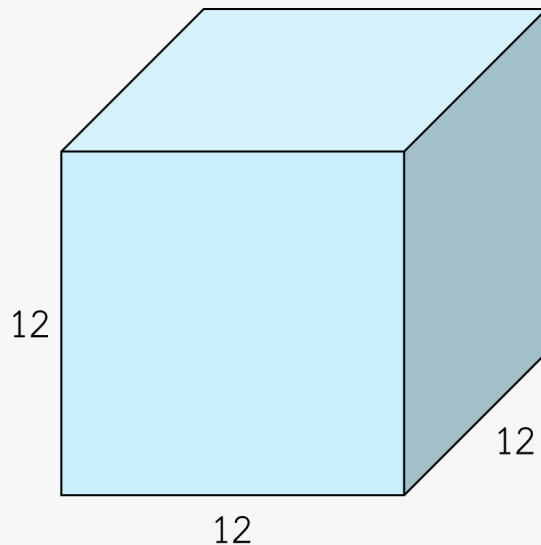


ลูกบาศก์รูปที่ 2





ลูกบาศก์รูปที่ 1

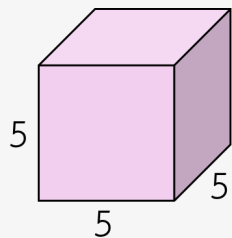


ลูกบาศก์รูปที่ 2

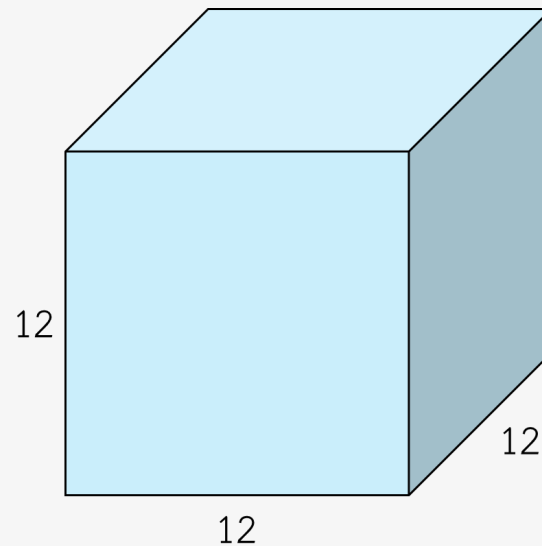
ลูกบาศก์ทั้ง 2 ลูก
มีความกว้าง ความยาว
และความสูง เป็นเท่าไร

ลูกบาศก์รูปที่ 1 ยาวด้านละ 5 หน่วย และ
ลูกบาศก์รูปที่ 2 ยาวด้านละ 12 หน่วย





ลูกบาศก์รูปที่ 1

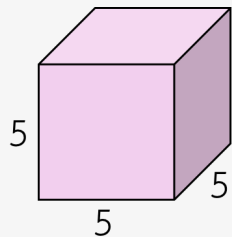


ลูกบาศก์รูปที่ 2

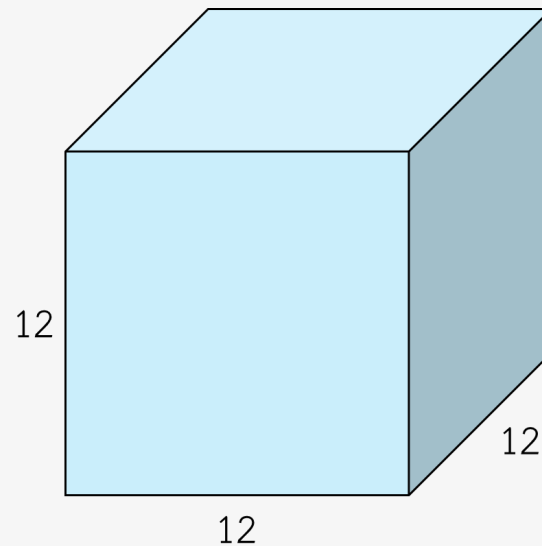
นักเรียนจะหาปริมาตรของลูกบาศก์ได้อย่างไร

นำความกว้างคูณความยาวคูณความสูง





ลูกบาศก์รูปที่ 1

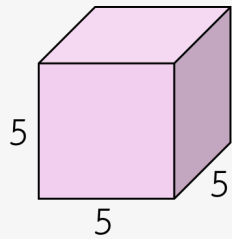


ลูกบาศก์รูปที่ 2

ปริมาตรของลูกบาศก์รูปที่ 1 เท่ากับเท่าไร

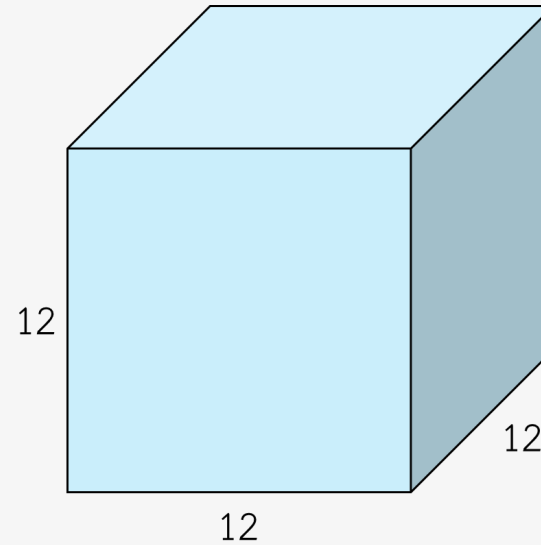
ปริมาตร 125 ลูกบาศก์หน่วย





ลูกบาศก์รูปที่ 1

ปริมาตร 125 ลูกบาศก์หน่วย

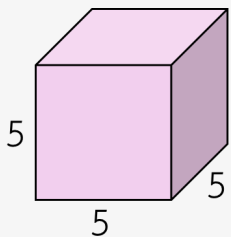


ลูกบาศก์รูปที่ 2

ปริมาตรของลูกบาศก์รูปที่ 2 เท่ากับเท่าไร

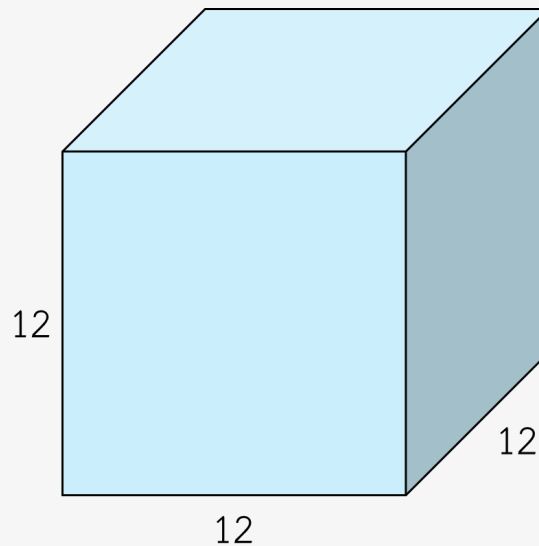
ปริมาตร 1,728 ลูกบาศก์หน่วย





ลูกบาศก์รูปที่ 1

ปริมาตร 125 ลูกบาศก์หน่วย



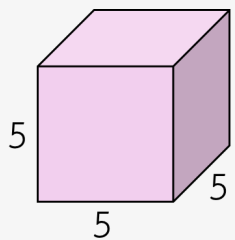
ลูกบาศก์รูปที่ 2

ปริมาตร 1,728 ลูกบาศก์หน่วย

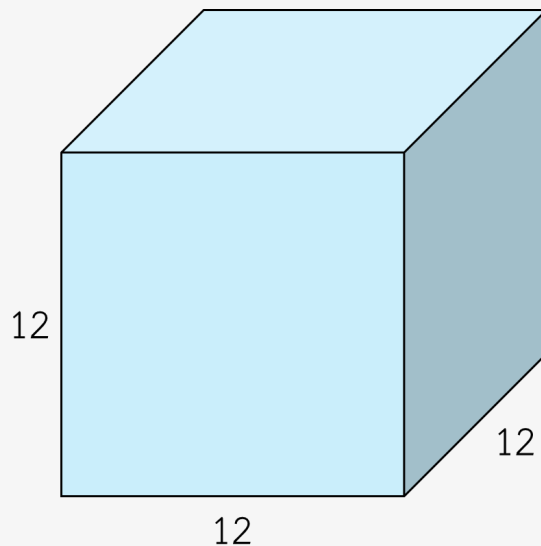
ปริมาตรรวมของลูกบาศก์ทั้งสองเท่ากับเท่าไร

$$125 + 1728 = 1,853 \text{ ลูกบาศก์หน่วย}$$





ลูกบาศก์รูปที่ 1



ลูกบาศก์รูปที่ 2

จากการหาปริมาตร
ของลูกบาศก์แต่ละลูก
นักเรียนสามารถเขียน
ปริมาตรให้อยู่ในรูปเลข
ยกกำลังได้หรือไม่ อย่างไร

ปริมาตรของลูกบาศก์รูปที่ 1 เท่ากับ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ ลูกบาศก์หน่วย และ
ปริมาตรของลูกบาศก์รูปที่ 2 เท่ากับ $12 \times 12 \times 12 = 12^3$ ลูกบาศก์หน่วย



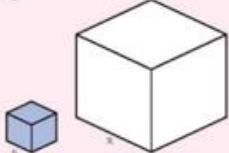
ใบกิจกรรม 1 : สำรองสูตรผลบวกของกำลังสาม
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีดีกรีสูงกว่าสอง
รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค23101 ภาคเรียนที่ 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ให้นักเรียนพิจารณาการหาผลรวมของปริมาตรของลูกบาศก์ 2 ลูก ต่อไปนี้

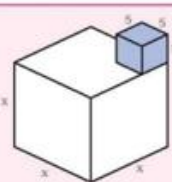
ในขั้นที่ 1

ปริมาตรของลูกบาศก์เล็ก เท่ากับ _____ ลูกบาศก์หน่วย
ปริมาตรของลูกบาศก์ใหญ่ เท่ากับ _____ ลูกบาศก์หน่วย

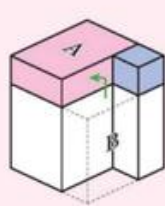
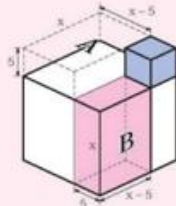
ขั้นที่ 1



ขั้นที่ 2



ขั้นที่ 3



ในขั้นที่ 3

ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก A กว้าง _____ หน่วย ยาว _____ หน่วย และสูง _____ หน่วย
ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก B กว้าง _____ หน่วย ยาว _____ หน่วย และสูง _____ หน่วย
เราสามารถตัดส่วนที่เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก B ไปวางแทนที่ส่วน A ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด



ใบกิจกรรมที่ 1

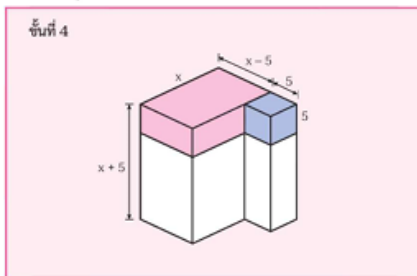
เรื่อง สำรองสูตรผลบวก ของกำลังสาม

สามารถดาวน์โหลด

ได้ที่ www.dltv.ac.th



จากชั้นที่ 3 จะได้ปริซึม ดังรูป



พิจารณาปริซึมในชั้นที่ 4 ซึ่งแบ่งปริซึมออกเป็น 2 ส่วน ดังนี้ ส่วนที่ 1 ปริซึมที่มีปริมาตร $x(x-5)(x+5)$ ลูกบาศก์หน่วย
ส่วนที่ 2 ปริซึมที่มีปริมาตร $5(5)(x+5)$ ลูกบาศก์หน่วย

จะได้ว่า

$$\text{ผลรวมของปริมาตรของปริซึมในชั้นที่ 4} = x(x-5)(x+5) + 5(5)(x+5)$$

พิจารณาปริมาตรของรูปเรขาคณิตสามมิติในชั้นที่ 2 และผลรวมของปริมาตรของปริซึมในชั้นที่ 4

จะได้ว่า

$$=$$

จากรูปการหาปริมาตรข้างต้น จะเห็นว่า เราสามารถเขียนพหุนาม $x^3 + 5^3$ ซึ่งเป็นพหุนามที่อยู่ในรูป
ผลบวกของกำลังสาม (sum of cubes) ให้อยู่ในรูปของการคูณกันของพหุนามได้ ดังนี้

$$x^3 + 5^3 =$$

นั่นคือ เราสามารถแยกตัวประกอบของ $x^3 + 5^3$ ได้เป็น

การแยกตัวประกอบของพหุนาม

$$(\text{พจน์หน้า})^3 + (\text{พจน์หลัง})^3 = (\text{พจน์หน้า} + \text{พจน์หลัง})[(\text{พจน์หน้า})^2 - (\text{พจน์หน้า})(\text{พจน์หลัง}) + (\text{พจน์หลัง})^2]$$

ในกรณีทั่วไป เมื่อ A และ B เป็นพหุนาม เรียกพหุนามที่อยู่ในรูป $A^3 + B^3$ ว่า ผลบวกของกำลังสาม
การแยกตัวประกอบของพหุนามทำได้ตามสูตรดังนี้

$$A^3 + B^3 =$$

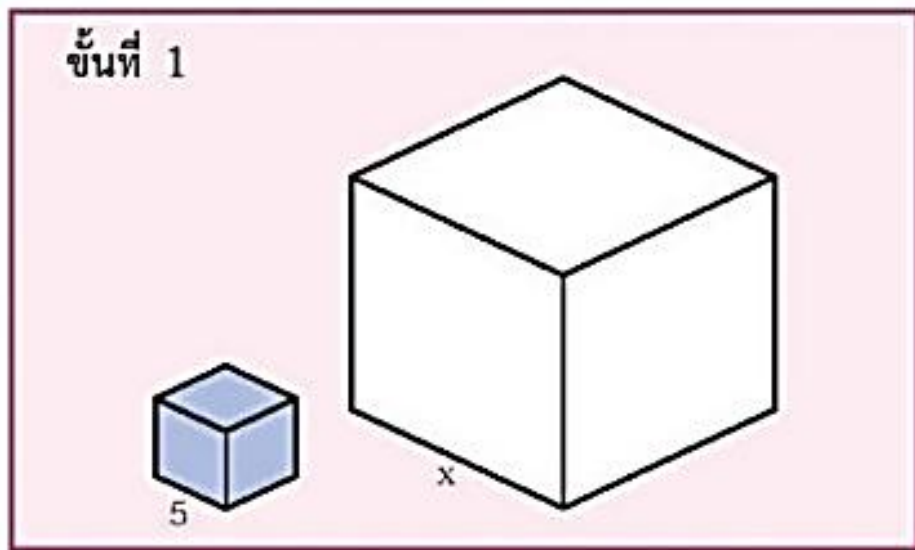


ใบกิจกรรมที่ 1

เรื่อง สำรวจสูตรผลบวก ของกำลังสาม

สามารถดาวน์โหลด
ได้ที่ www.dltv.ac.th





ลูกบาศก์ลูกเล็ก มีด้านยาวด้านละกี่หน่วย

5 หน่วย

ลูกบาศก์ลูกเล็ก มีปริมาตรเท่าใด

$5^3 = 125$ ลูกบาศก์หน่วย

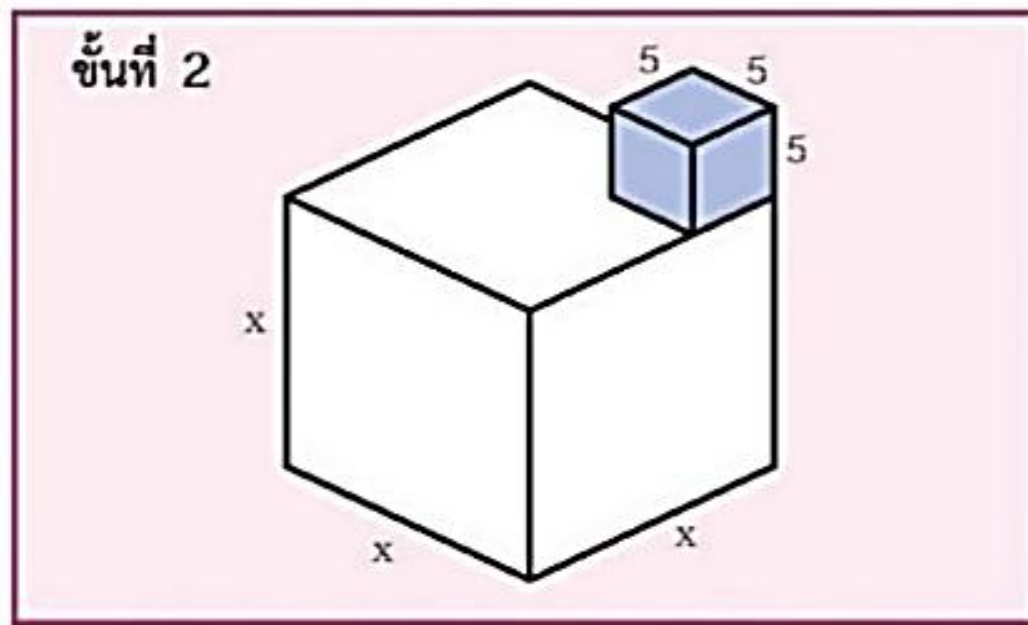
ลูกบาศก์ลูกใหญ่ มีด้านยาวด้านละกี่หน่วย

x หน่วย

ลูกบาศก์ลูกใหญ่ มีปริมาตรเท่าใด

x^3 ลูกบาศก์หน่วย



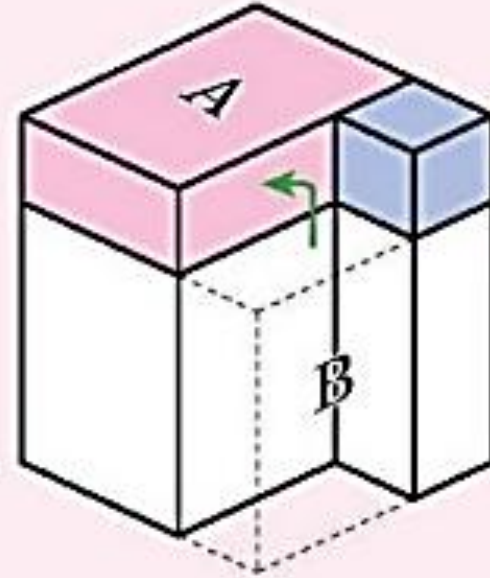
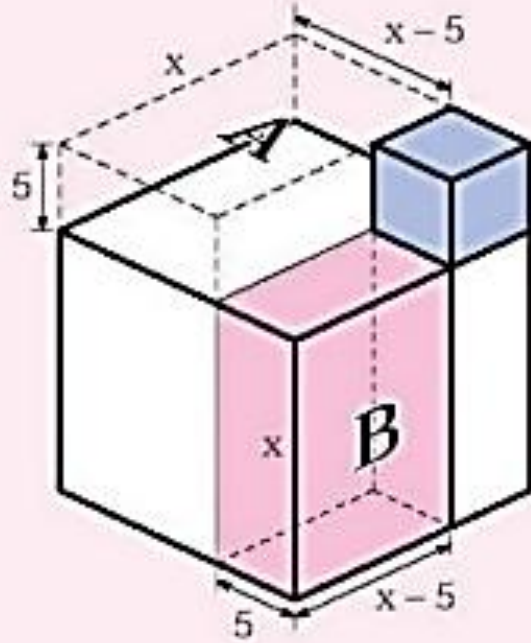


หากนำปริมาตรของลูกบาศก์ลูกเล็กมารวมกับปริมาตร
ของลูกบาศก์ลูกใหญ่ ได้ปริมาตรรวมเท่าใด

$$x^3 + 5^3 \text{ ลูกบาศก์หน่วย}$$



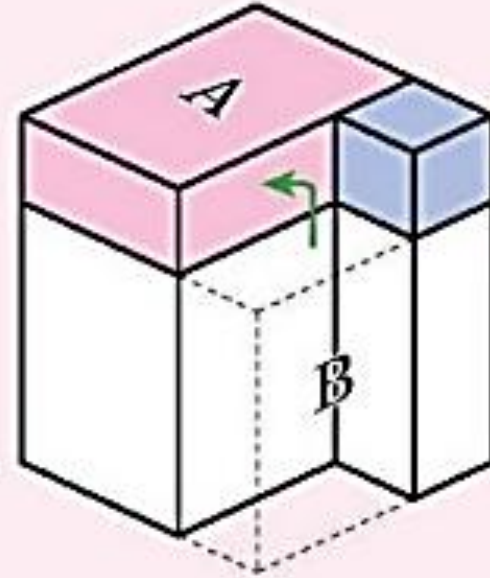
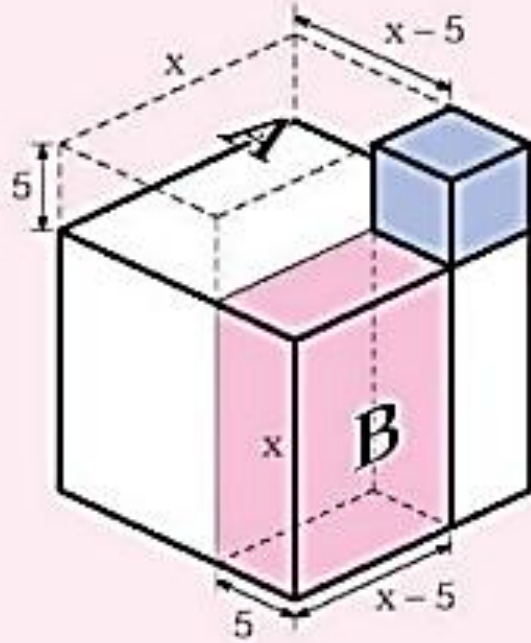
ขั้นที่ 3



ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก B มีความกว้าง ความยาว และความสูงเท่าใด
กว้าง 5 หน่วย ยาว $x - 5$ หน่วย และสูง x หน่วย



ขั้นที่ 3

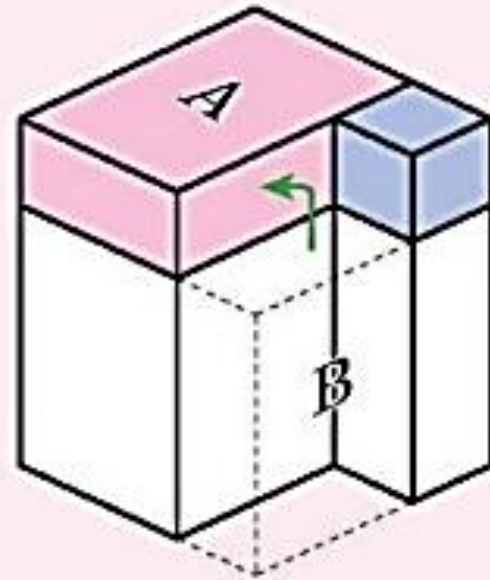
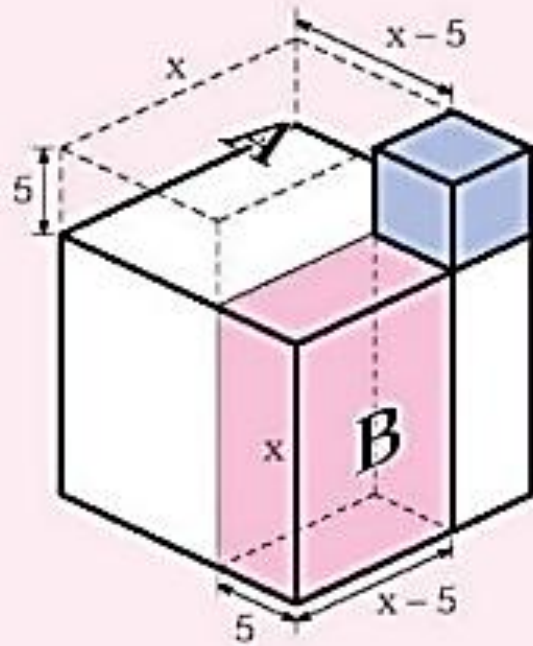


ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก B มีปริมาตรเท่าใด

$$(5)(x - 5)(x) = 5x^2 - 25x \text{ ลูกบาศก์หน่วย}$$



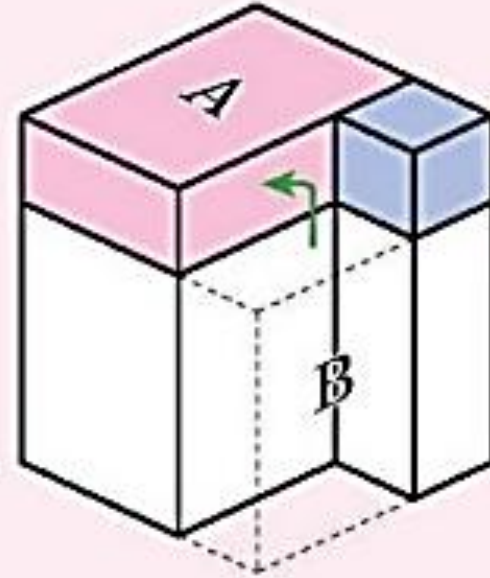
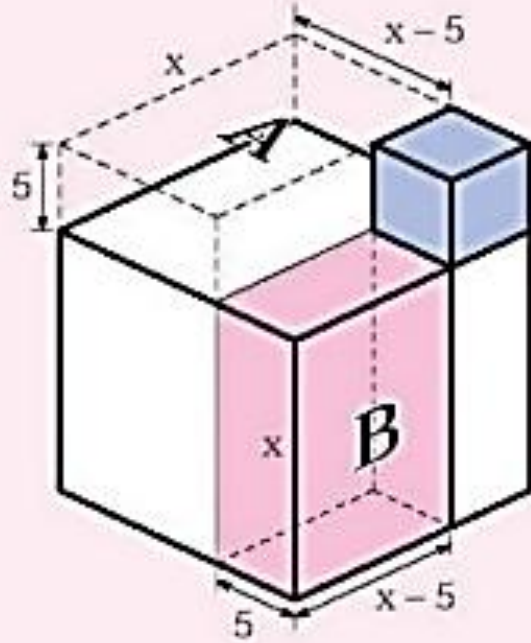
ขั้นที่ 3



ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก A มีความกว้าง ความยาว และความสูงเท่าใด
กว้าง $x - 5$ หน่วย ยาว x หน่วย และสูง 5 หน่วย



ขั้นที่ 3

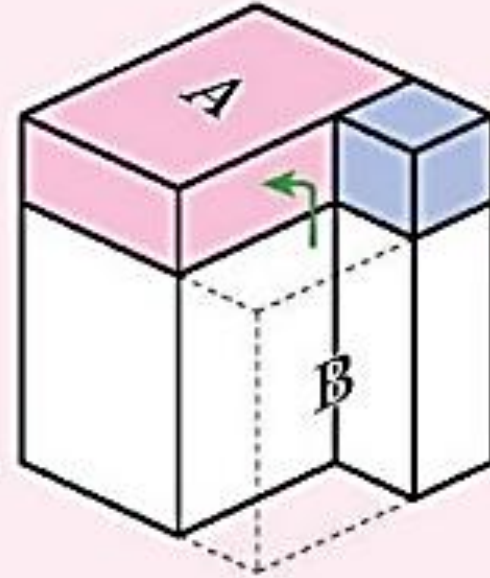
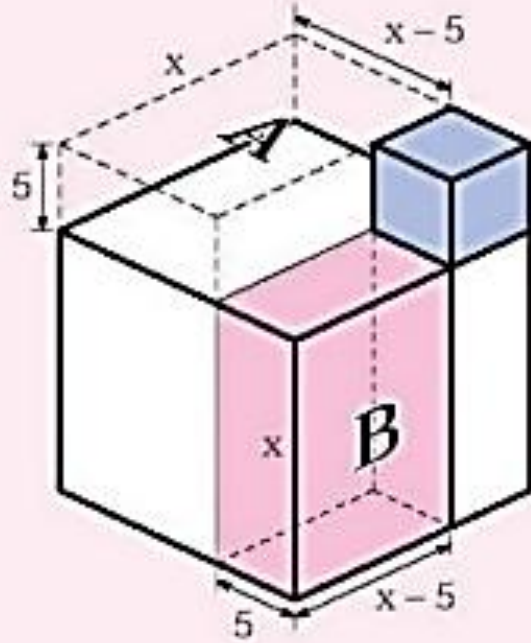


ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก A มีปริมาตรเท่าใด

$$(x - 5)(x)(5) = 5x^2 - 25x \text{ ลูกบาศก์หน่วย}$$



ขั้นที่ 3



ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก A และ B มีปริมาตรเท่ากันหรือไม่
เท่ากัน

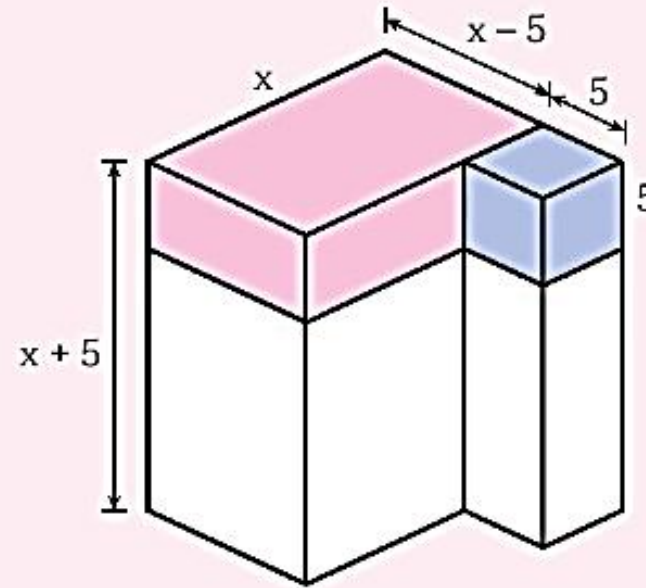


จากการแบ่งปริซึม
ออกเป็น 2 ส่วน

ส่วนที่ 1 มีปริมาตรเท่าใด

$$(x - 5)(x)(x + 5)$$

ชั้นที่ 4



ส่วนที่ 2 มีปริมาตรเท่าใด

$$5(5)(x + 5)$$

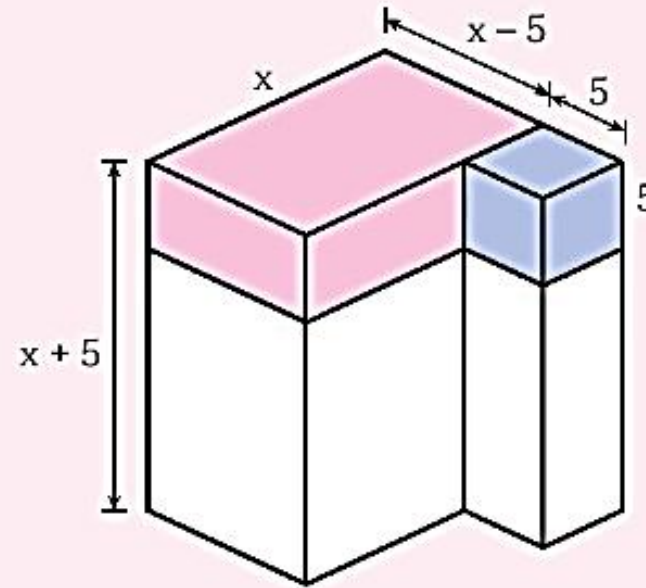


จากการแบ่งปริซึม
ออกเป็น 2 ส่วน

เมื่อนำปริมาตร 2 ส่วนมารวมกันจะได้

$$(x - 5)(x)(x + 5) + 5(5)(x + 5)$$

ชั้นที่ 4



พิจารณา

$$(x - 5)(x)(\underline{x + 5}) + 5(5)(\underline{x + 5}) = (x + 5)[x(x - 5) + 25]$$

$$= (x + 5)[x^2 - 5x + 25]$$

$$= (x + 5)[x^2 - 5x + 5^2]$$

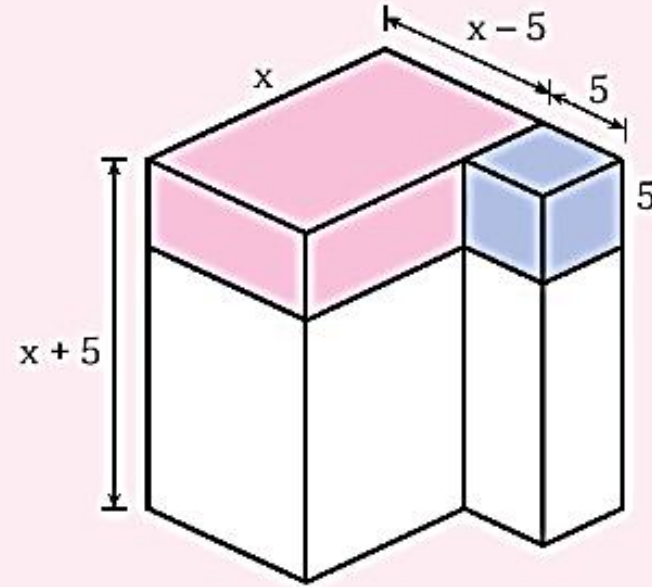


จากการแบ่งปริซึม
ออกเป็น 2 ส่วน

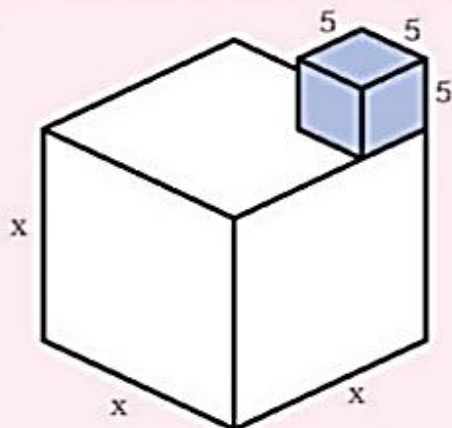
เมื่อนำปริมาตร 2 ส่วนมารวมกันจะได้

$$(x - 5)(x)(x + 5) + 5(5)(x + 5) = (x + 5)[x^2 - 5x + 5^2]$$

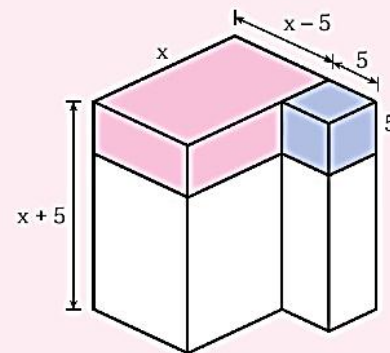
ชั้นที่ 4



ขั้นที่ 2



ขั้นที่ 4



$$x^3 + 5^3 = (x + 5)[x^2 - 5x + 5^2]$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)[a^2 - ab + b^2]$$



$$a^3 + b^3 = (a + b)[a^2 - ab + b^2]$$

ให้ น แทน พจน์หน้า และ ล แทนพจน์หลัง

ผลบวกของกำลังสาม สามารถแยกตัวประกอบของพหุนามทำได้ตามสูตร
ดังนี้

$$n^3 + l^3 = (n + l)(n^2 - nl + l^2)$$



ตัวอย่างที่ 1 จงแยกตัวประกอบของ $x^3 + 8$

วิธีทำ

$$x^3 + 8 = x^3 + 2^3$$

$$= (x + 2)[x^2 - (x)(2) + 2^2]$$



ตัวอย่างที่ 1 จงแยกตัวประกอบของ $x^3 + 8$

วิธีทำ

$$x^3 + 8 = x^3 + 2^3$$

$$= (x + 2)[x^2 - (x)(2) + 2^2]$$

$$= (x + 2)(x^2 - 2x + 4)$$

ดังนั้น $x^3 + 8 = (x + 2)(x^2 - 2x + 4)$



ตัวอย่างที่ 2 จงแยกตัวประกอบของ $27x^3 + 64$

วิธีทำ

$$27x^3 + 64 = (3x)^3 + 4^3$$

$$= (3x + 4)[(3x)^2 - (3x)(4) + 4^2]$$

$$n^3 + l^3 = (n + l)(n^2 - nl + l^2)$$



ตัวอย่างที่ 2 จงแยกตัวประกอบของ $27x^3 + 64$

วิธีทำ

$$27x^3 + 64 = (3x)^3 + 4^3$$

$$= (3x + 4)[(3x)^2 - (3x)(4) + 4^2]$$

$$= (3x + 4)(9x^2 - 12x + 16)$$

$$\text{ดังนั้น } 27x^3 + 64 = (3x + 4)(9x^2 - 12x + 16)$$



ตัวอย่างที่ 3 จงแยกตัวประกอบของ $125x^6 + 8$

วิธีทำ

$$125x^6 + 8 = (5x^2)^3 + 2^3$$

$$= (5x^2 + 2)[(5x^2)^2 - (5x^2)(2) + 2^2]$$

$$= (5x^2 + 2)(25x^4 - 10x^2 + 4)$$

$$\text{ดังนั้น } 125x^6 + 8 = (5x^2 + 2)(25x^4 - 10x^2 + 4)$$



ตัวอย่างที่ 3 จงแยกตัวประกอบของ $125x^6 + 8$

วิธีทำ

$$125x^6 + 8 = (5x^2)^3 + 2^3$$

$$= (5x^2 + 2)[(5x^2)^2 - (5x^2)(2) + 2^2]$$

$$n^3 + l^3 = (n + l)(n^2 - nl + l^2)$$



ตัวอย่างที่ 3 จงแยกตัวประกอบของ $125x^6 + 8$

วิธีทำ

$$125x^6 + 8 = (5x^2)^3 + 2^3$$

$$= (5x^2 + 2)[(5x^2)^2 - (5x^2)(2) + 2^2]$$

$$= (5x^2 + 2)(25x^4 - 10x^2 + 4)$$

$$\text{ดังนั้น } 125x^6 + 8 = (5x^2 + 2)(25x^4 - 10x^2 + 4)$$



แบบฝึกหัด 1 : ผลบวกของกำลังสาม
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีดีกรีสูงกว่าสอง
รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค23101 ภาคเรียนที่ 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คำชี้แจง ให้นักเรียนแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

1. $x^3 + 27$

วิธีทำ.....

2. $8x^3 + 1$

วิธีทำ.....

3. $64z^3 + 125$

วิธีทำ.....

4. $27x^3 + 512y^3$

วิธีทำ.....

5. $x^3 + 216$

วิธีทำ.....



แบบฝึกหัด 1

เรื่อง ผลบวกของกำลังสาม

สามารถดาวน์โหลด
ได้ที่ www.dltv.ac.th







สรุป

การแยกตัวประกอบของพหุนามที่อยู่ในรูป
ผลบวกของกำลังสาม สามารถทำได้ตามสูตรดังนี้

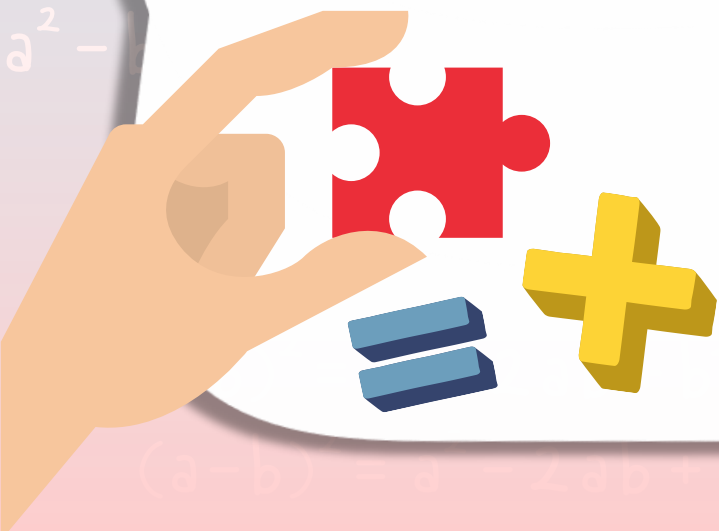
$$\text{หน้า}^3 + \text{หลัง}^3 = (\text{หน้า} + \text{หลัง})(\text{หน้า}^2 - \text{หน้าหลัง} + \text{หลัง}^2)$$





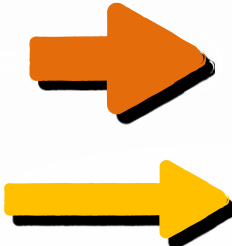
บทเรียนครึ่งต่อไป

เรื่อง ผลต่างของกำลังสาม



ดาวน์โหลดเอกสารได้ที่ www.dltv.ac.th

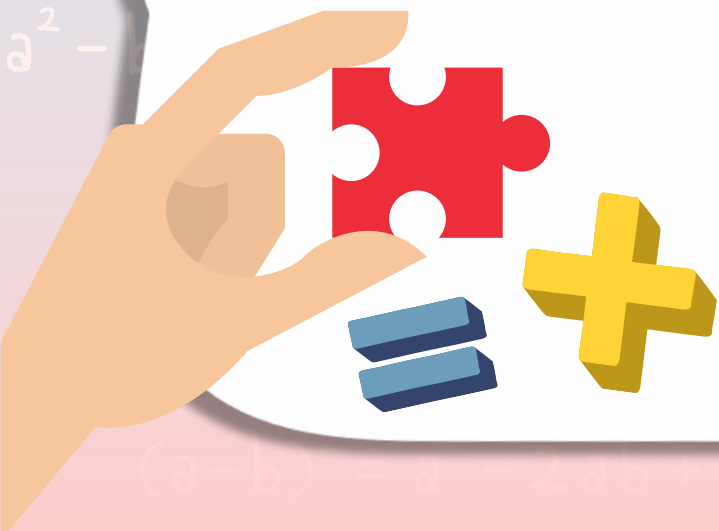
รายวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3



สิ่งที่โรงเรียนปลายทางต้องเตรียม



- ใบกิจกรรม 2 : สำรวจสูตรผลต่างของกำลังสาม
- แบบฝึกหัด 2 : ผลต่างของกำลังสาม



ดาวน์โหลดเอกสารได้ที่ www.dltv.ac.th
รายวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3