

รายวิชา คณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค22102

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

เรื่อง เส้นขนานกับมุมนี้ที่คู่กัน (1)

ครูผู้สอน ครุณรงค์นุช สุกใส

ครูณัฐนรี จารุศุภกร





เล่นชานานกับมุมนีที่คู่กัน (1)

จุดประสงค์การเรียนรู้

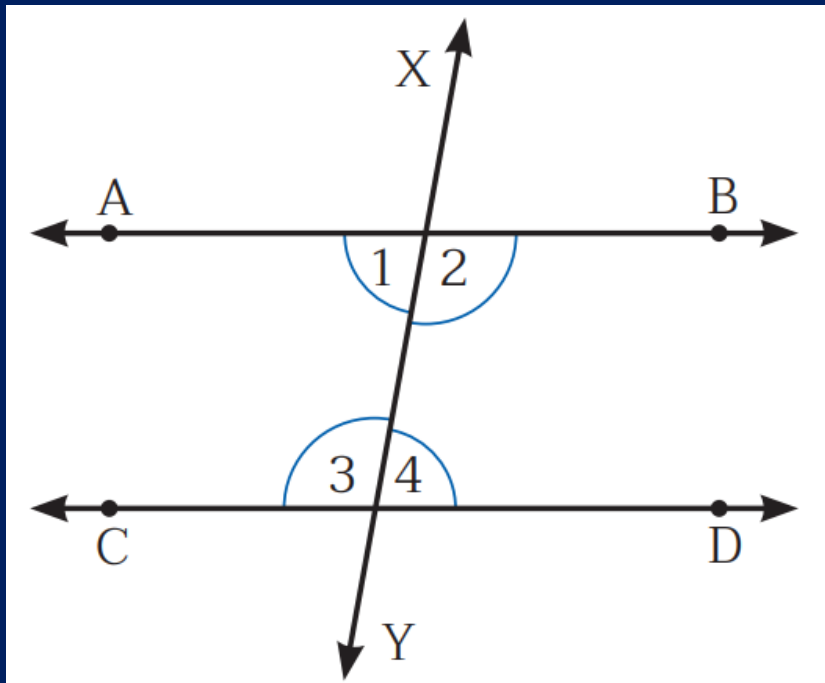
นักเรียนสามารถ

1. ตรวจสอบความขนานกันของเส้นตรงสองเส้นโดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมภายนอกและมุมภายใน
2. อธิบายทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมภายนอกและมุมภายใน
3. ใช้ความรู้เรื่องทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมภายนอกและมุมภายในในการแก้ปัญห



ทบทวน

เกี่ยวกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดและมุมแย้ง



จากรูป ถ้า $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ แล้ว
มุมคูใดบ้างที่มีขนาดเท่ากัน
ทราบได้อย่างไร

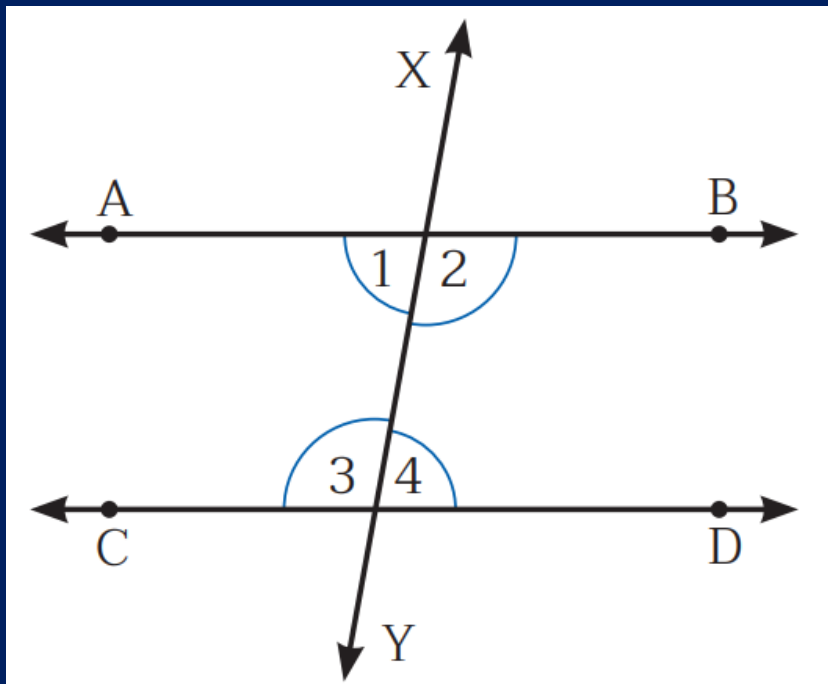


$$\hat{1} = \hat{4} \text{ และ } \hat{2} = \hat{3}$$

เพราะเป็นมุมแย้งกัน

ทบทวน

เกี่ยวกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดและมุมแย้ง



มุมใดบ้างที่รวมกันได้ 180°
ทราบได้อย่างไร

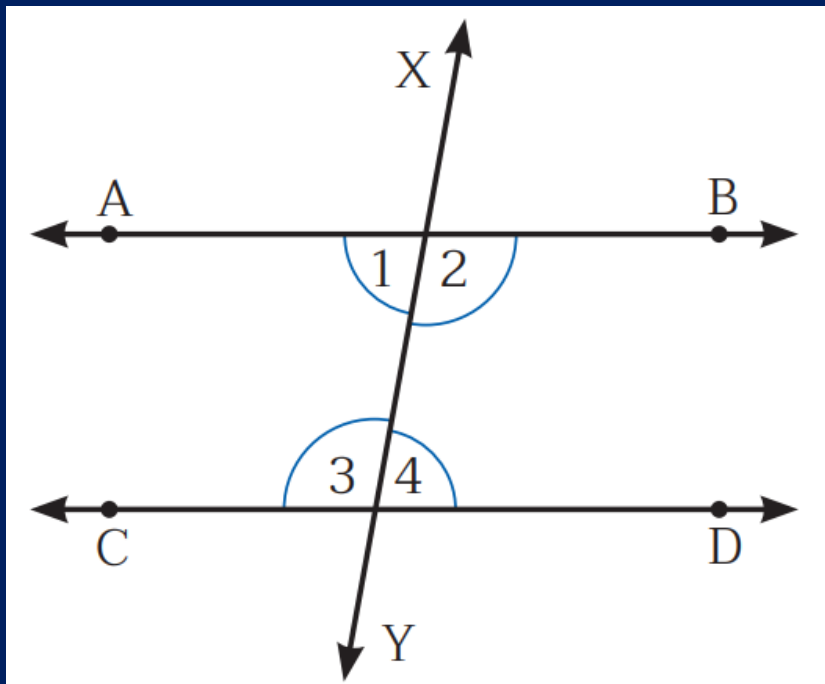


$\hat{1}$ กับ $\hat{3}$ และ $\hat{2}$ กับ $\hat{4}$

เพราะเป็นขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดที่ตัดเส้นขนานรวมกันเท่ากับ 180 องศา

ทบทวน

เกี่ยวกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดและมุมแย้ง



ถ้าไม่ได้กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$



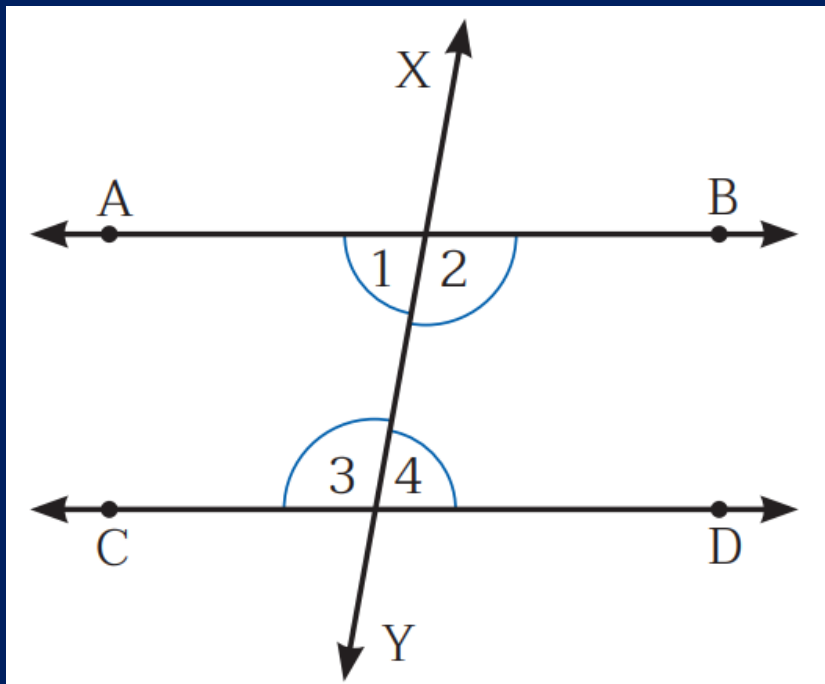
เราจะตรวจสอบได้อย่างไรว่า

\overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} ขนานกันหรือไม่

ตรวจสอบได้โดยใช้สมบัติของเส้นขนาน
ที่กล่าวว่า ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรง
คู่หนึ่ง ทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บน
ข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ
180 องศา แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน

ทบทวน

เกี่ยวกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดและมุมแย้ง



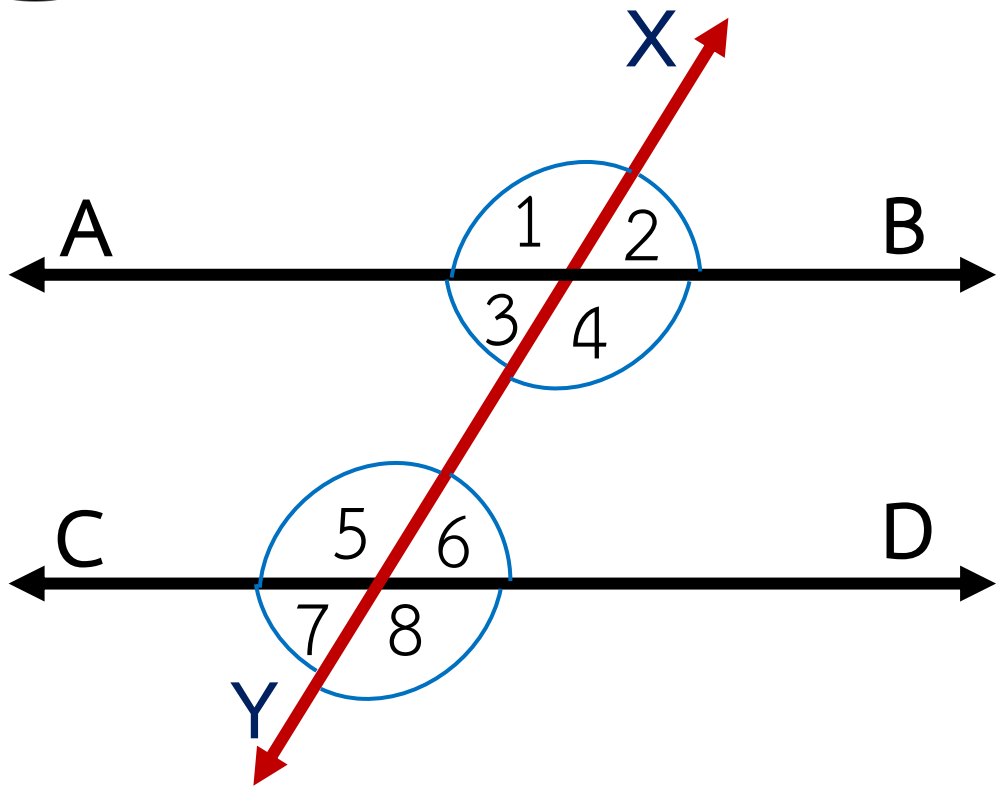
ถ้าไม่ได้กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

เราจะตรวจสอบได้อย่างไรว่า

\overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} ขนานกันหรือไม่



หรือตรวจสอบโดยใช้ทฤษฎีบท
ที่กล่าวว่า ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัด
เส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมแย้งมีขนาด
เท่ากัน แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน



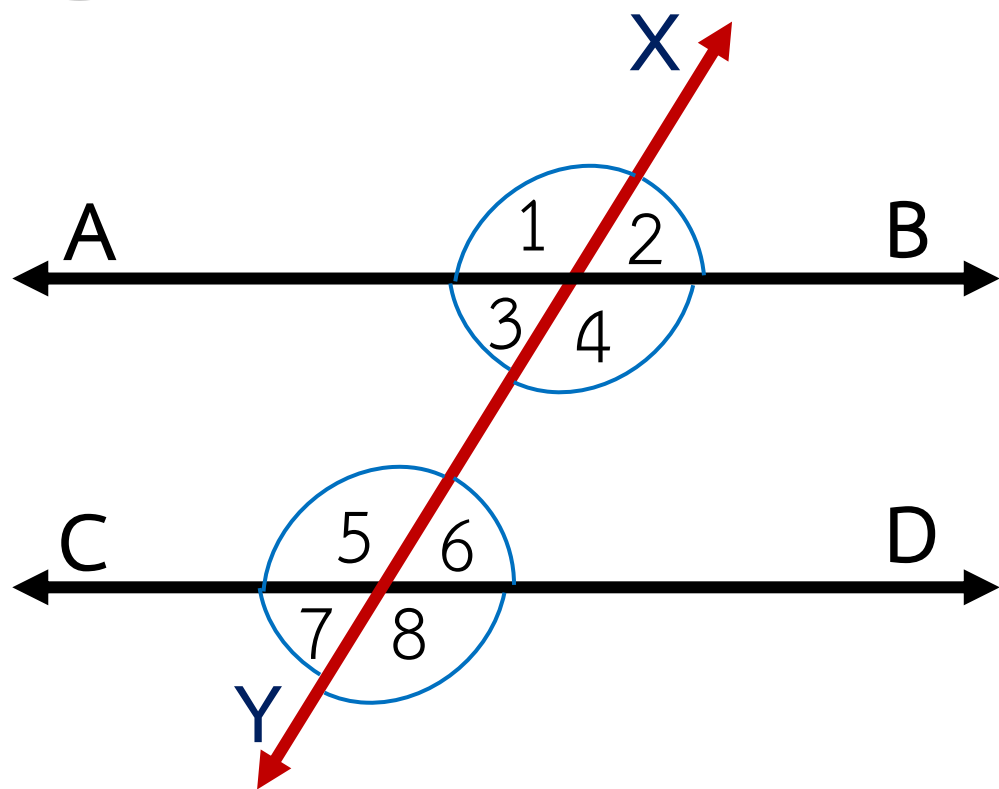
จากแผนภาพ

เรียก $\hat{1}$, $\hat{2}$, $\hat{7}$ และ $\hat{8}$

ว่า มุมภายนอก

เรียก $\hat{3}$, $\hat{4}$, $\hat{5}$ และ $\hat{6}$

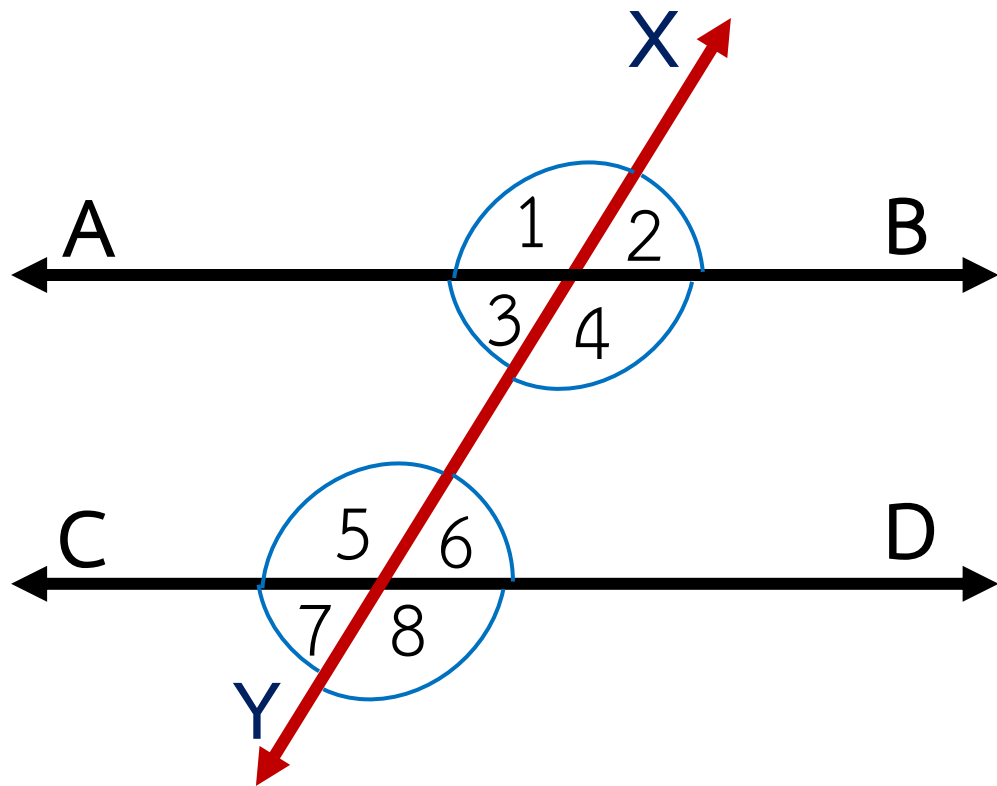
ว่า มุมภายใน



เรียก $\hat{1}$ และ $\hat{5}$ ว่าเป็น
มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่
ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด

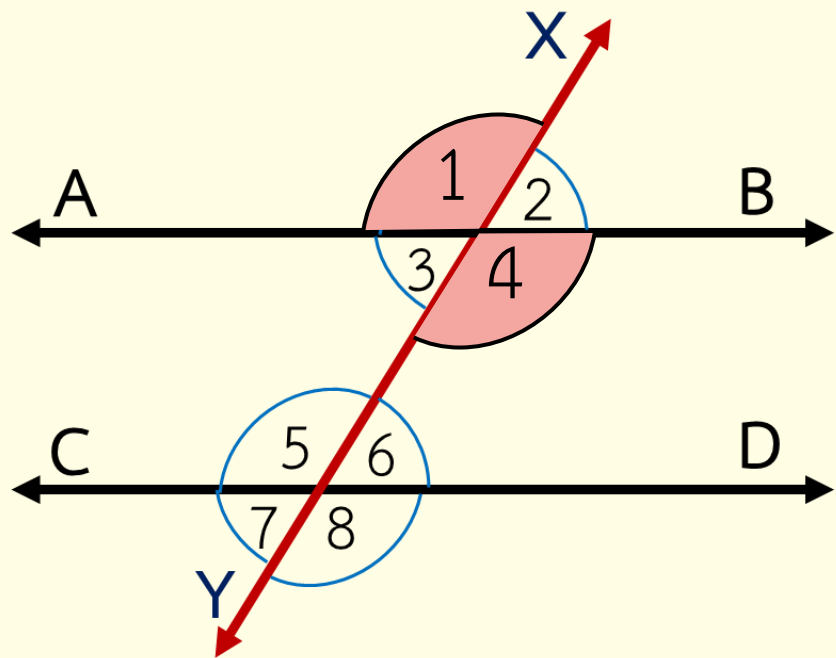
เรียก $\hat{7}$ และ $\hat{3}$ ว่าเป็น
มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่
ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด

ให้นักเรียนสังเกตว่า มีมุมคู่ใดอีกบ้างที่เป็นมุมภายนอก
และมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด



พบว่า $\hat{2}$ และ $\hat{6}$, $\hat{8}$ และ $\hat{4}$
เป็นมุมภายนอกและ
มุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบน
ข้างเดียวกันของเส้นตัด

นักเรียนพิจารณาทีละมุม
พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ



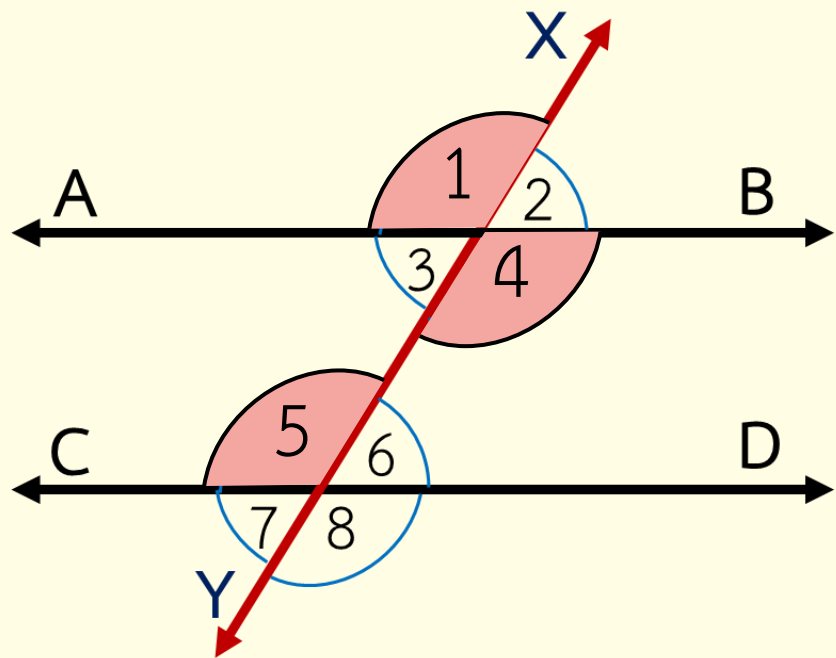
พิจารณา $\hat{2}$ และ $\hat{4}$ มุมใดมี
ขนาดเท่ากับ $\hat{1}$ เพราะเหตุใด



ตอบ $\hat{4}$

เพราะ $\hat{4}$ เป็นมุมตรงข้ามกับ $\hat{1}$

นักเรียนพิจารณาที่ละมุม
พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ



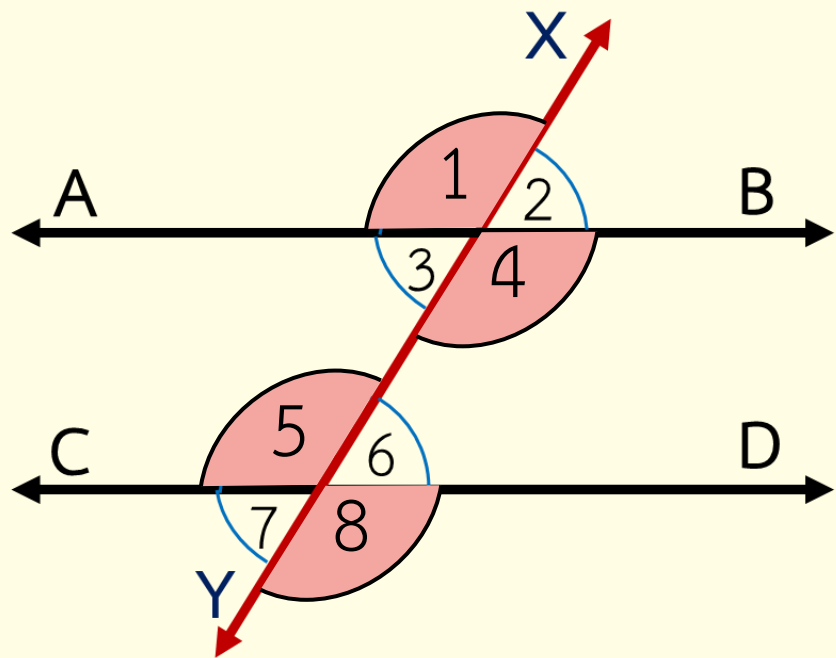
พิจารณา $\hat{5}$ และ $\hat{6}$ มุมใดมี
ขนาดเท่ากับ $\hat{4}$ เพราะเหตุใด



ตอบ $\hat{5}$

เพราะ $\hat{4}$ และ $\hat{5}$ เป็นมุมแย้งกัน

นักเรียนพิจารณาทีละมุม
พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

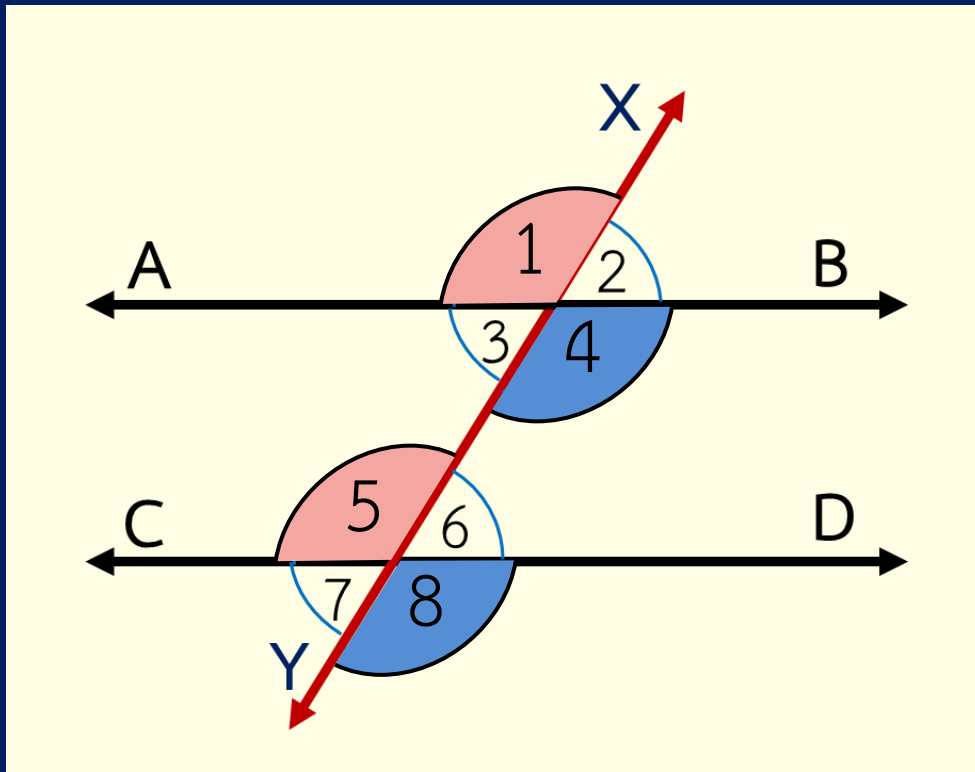


พิจารณา $\hat{7}$ และ $\hat{8}$ มุมใดมี
ขนาดเท่ากับ $\hat{5}$ เพราะเหตุใด



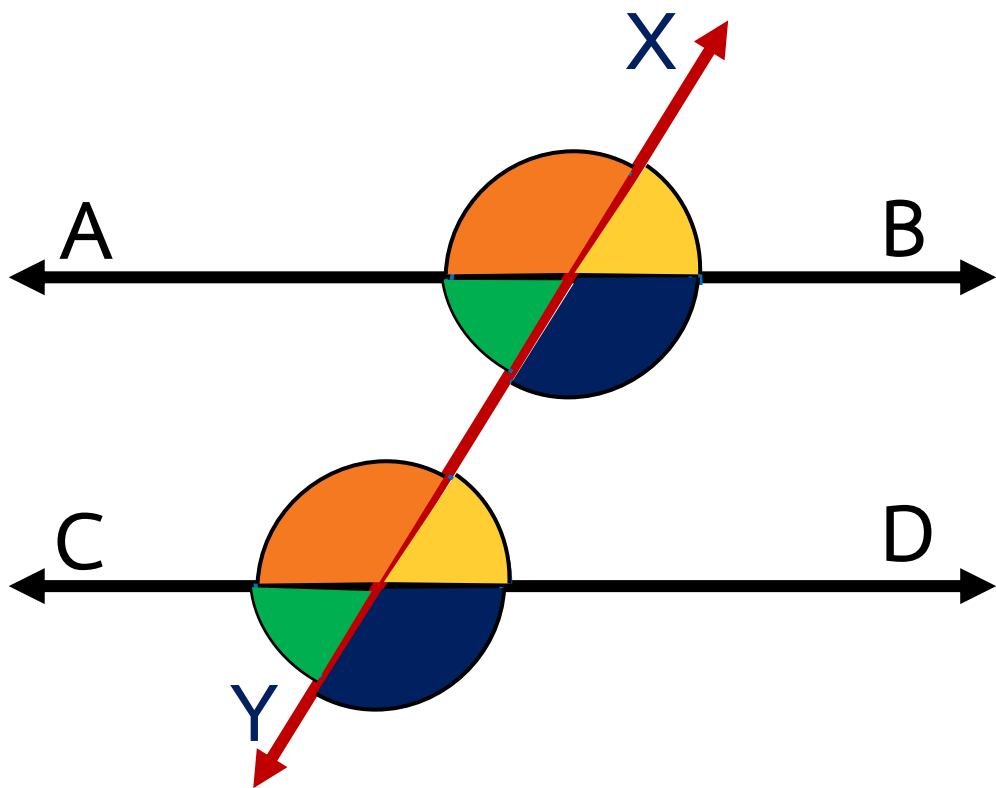
ตอบ $\hat{8}$

เพราะ $\hat{8}$ เป็นมุมตรงข้ามกับ $\hat{5}$



$\hat{1}$ และ $\hat{5}$, $\hat{8}$ และ $\hat{4}$
เป็นมุมภายนอกและมุมภายใน
ที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกัน
ของเส้นตัด และจะเห็นว่ามุม
แต่ละคู่มีขนาดเท่ากัน

มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด



ทฤษฎีบท

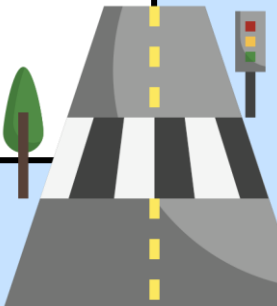


เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง
เส้นตรงคู่ขนานกัน ก็ต่อเมื่อ **มุมภายนอก**
และ**มุมภายใน**ที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกัน
ของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน

จากทฤษฎีบทข้างต้น เราสามารถพิจารณาได้ ดังนี้



- ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด มีขนาดเท่ากัน
- ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด มีขนาดเท่ากัน แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน





แบบฝึกหัด 3 :

เส้นขนานและมุมภายนอก
กับมุมภายใน



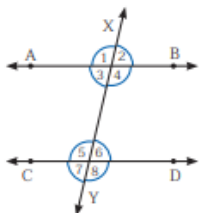


แบบฝึกหัด 3 : เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน

ชื่อ-สกุล ชั้น ม.2/ เลขที่

ชื่อ-สกุล ชั้น ม.2/ เลขที่

ทฤษฎีบท เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด มีขนาดเท่ากัน



กำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

จะได้ $\hat{1} = \hat{5}$

$\hat{2} = \hat{6}$

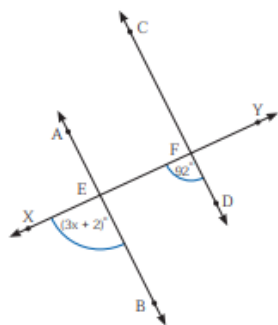
$\hat{7} = \hat{3}$

และ $\hat{8} = \hat{4}$

ตอนที่ 1

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่าที่โจทย์ต้องการทราบให้สมบูรณ์

1. จากรูป $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ จงหาค่าของ x



วิธีทำ

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

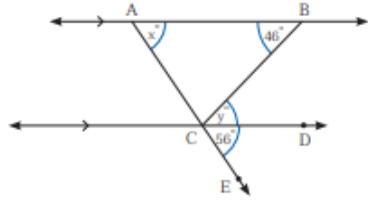
แบบฝึกหัด 3 :

เส้นขนานและมุมภายนอก กับมุมภายใน



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)

2. จากรูป $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ จงหาค่าของ $x - y$



วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

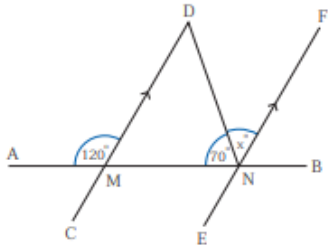
.....

.....

.....

.....

3. จากรูป $\overline{CD} \parallel \overline{EF}$ จงหาค่าของ x



วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



แบบฝึกหัด 3 :

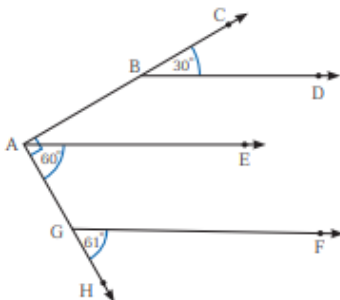
เส้นขนานและมุมภายนอก
กับมุมภายใน



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)

ทำให้อลอง

จากรูปที่กำหนดให้ จงแสดงว่ารังสีคู่ขนานกัน



วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



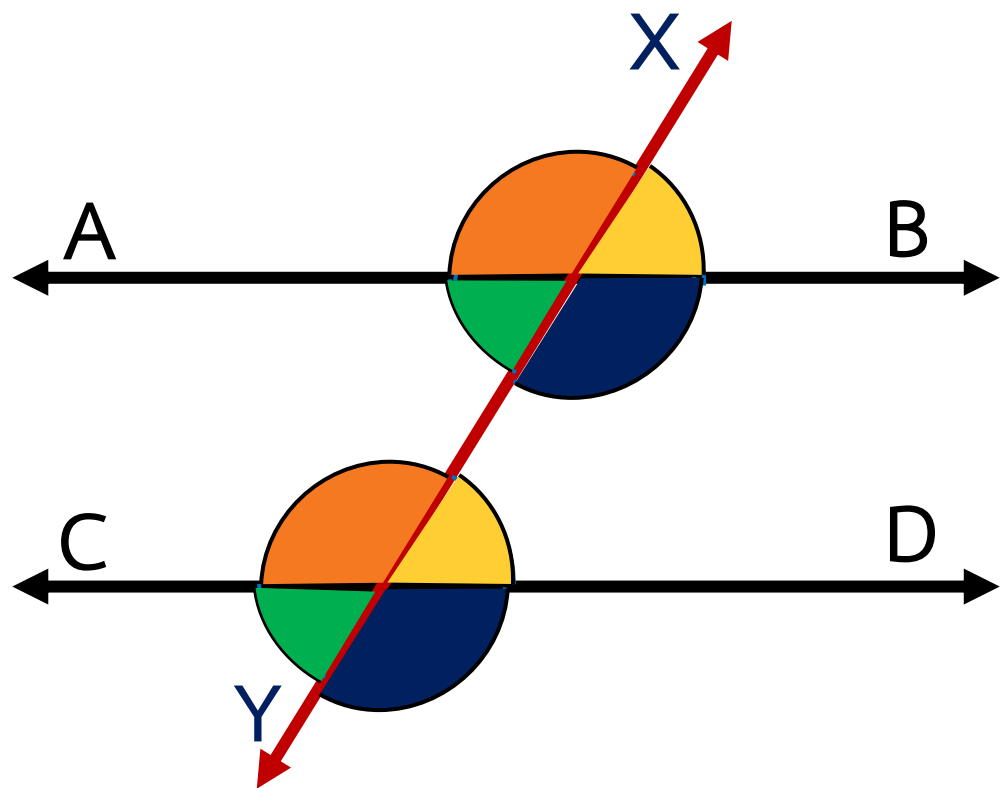
แบบฝึกหัด 3 :

เส้นขนานและมุมภายนอก
กับมุมภายใน



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)

ทฤษฎีบท เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกันก็ต่อเมื่อ มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน



กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

จะได้ $\hat{1} = \hat{5}$

$\hat{2} = \hat{6}$

$\hat{7} = \hat{3}$

และ $\hat{8} = \hat{4}$





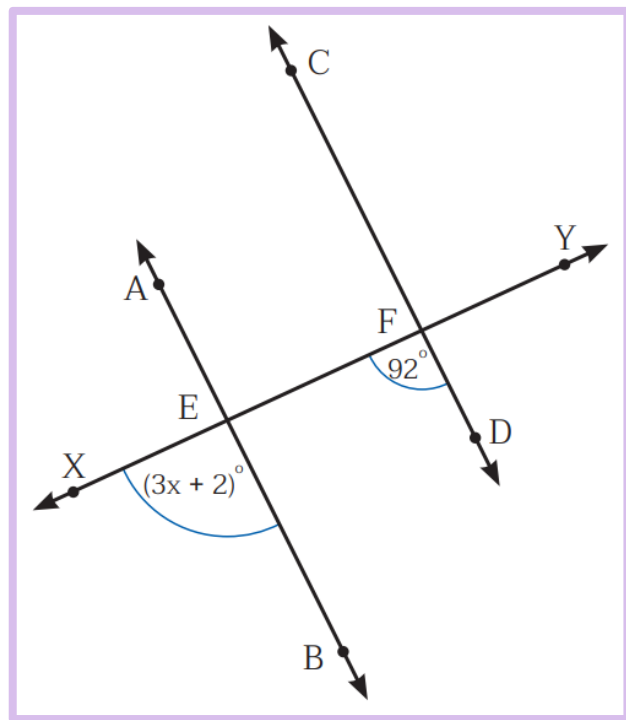
แบบฝึกหัด 3 เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน

ตอนที่ 1



คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่าที่โจทย์ต้องการทราบให้สมบูรณ์

1. จากรูป $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ จงหาค่าของ x





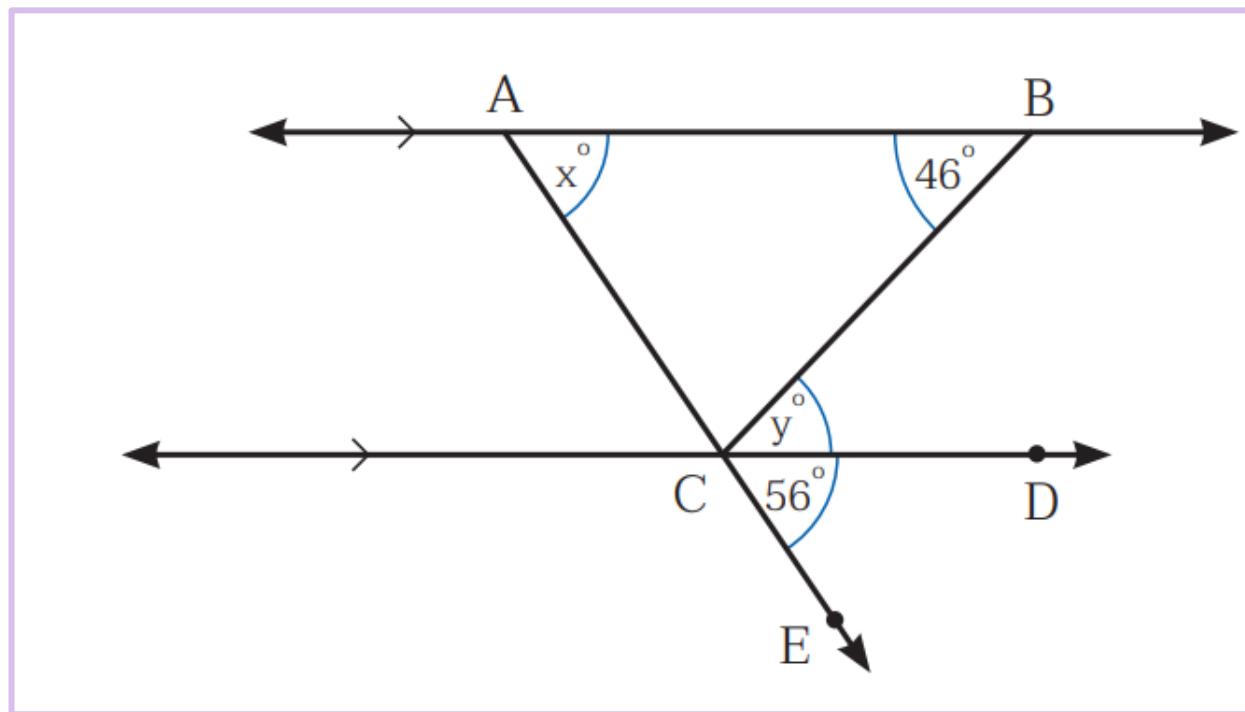
แบบฝึกหัด 3 เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน

ตอนที่ 1



คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่าที่โจทย์ต้องการทราบให้สมบูรณ์

2. จากรูป $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ จงหาค่าของ $x - y$



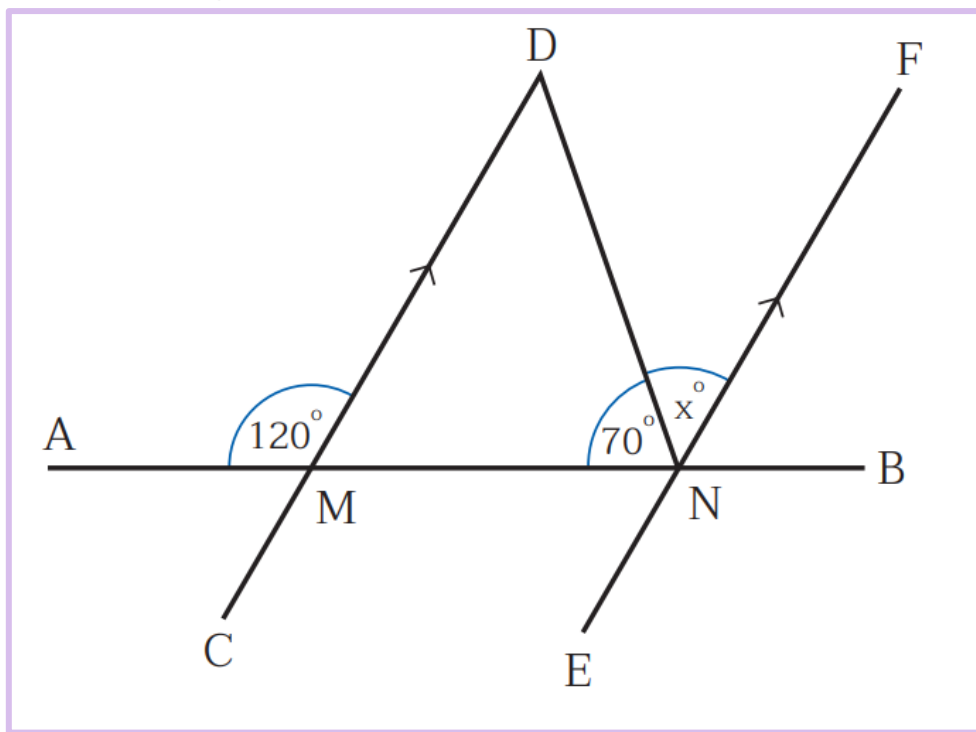


ตอนที่ 1



คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่าที่โจทย์ต้องการทราบให้สมบูรณ์

3. จากรูป $\overline{CD} \parallel \overline{EF}$ จงหาค่าของ x



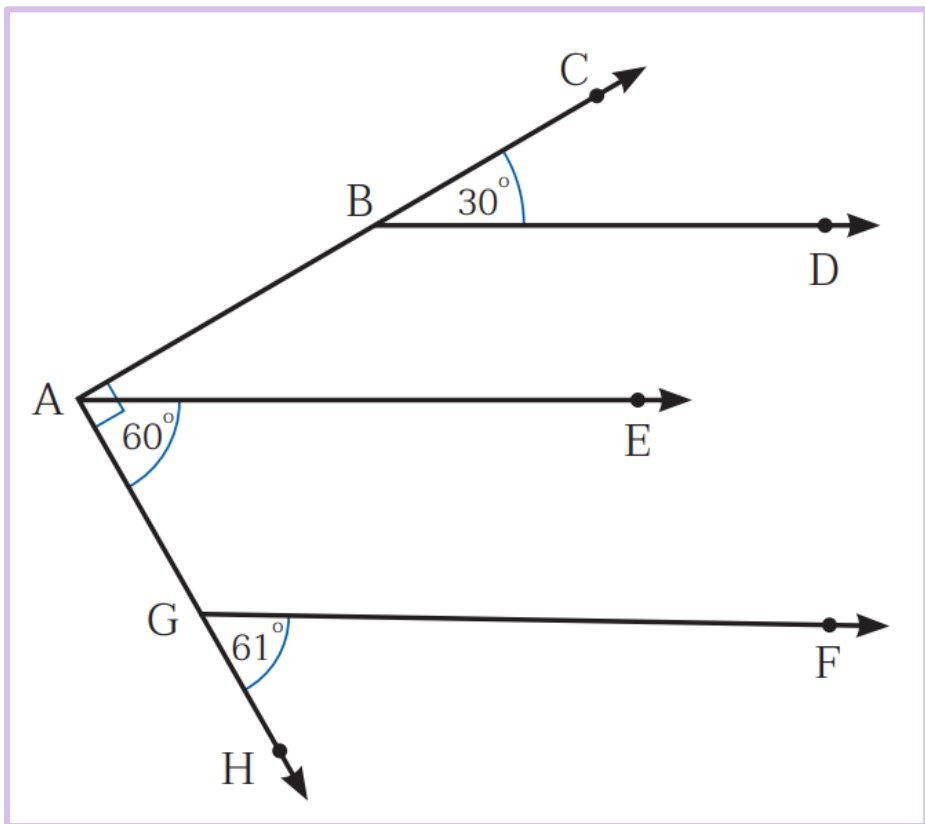


แบบฝึกหัด 3 เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน

ทำให้ลอง



คำชี้แจง จากรูปที่กำหนดให้ จงแสดงว่ารังสีคู่ใดขนานกัน



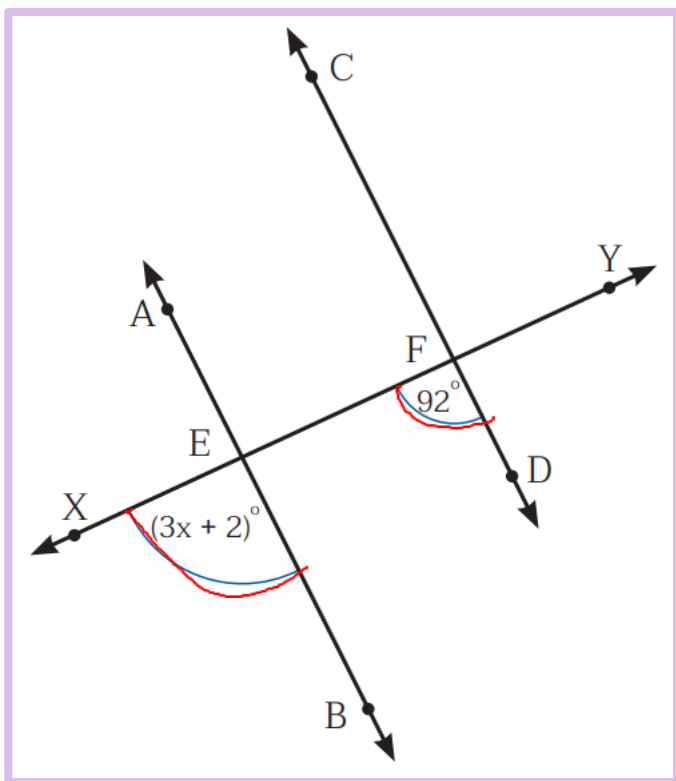


แบบฝึกหัด 3 เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน

ตอนที่ 1



1. จากรูป $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ จงหาค่าของ x



วิธีทำ... เนื่องจาก $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

จะได้ $\hat{XEB} = \hat{EFD}$

$$3x + 2 = 92$$

$$3x = 90$$

ดังนั้น $x = 30$



เฉลยแบบฝึกหัด 3 :
เส้นขนานและมุมภายนอก
กับมุมภายใน



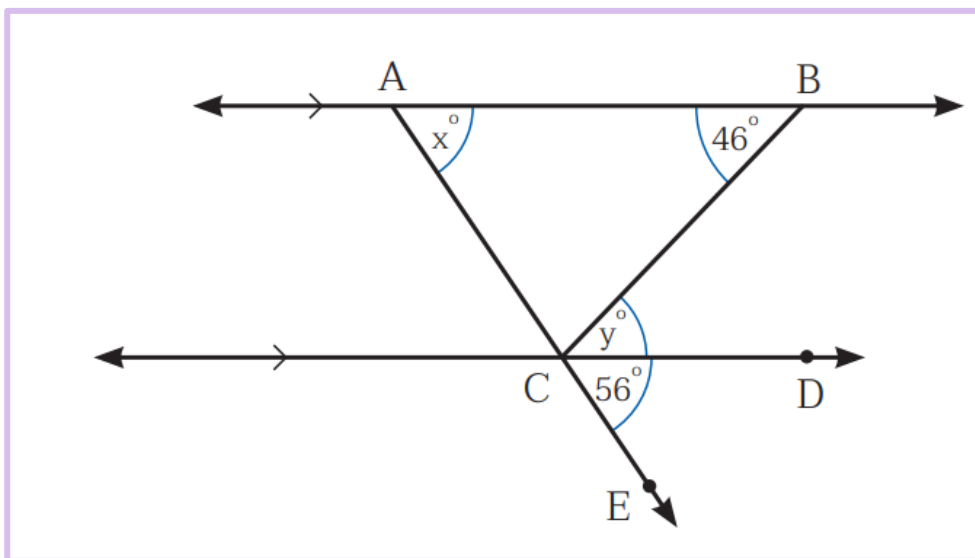


แบบฝึกหัด 3 เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน

ตอนที่ 1



2. จากรูป $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ จงหาค่าของ $x - y$



วิธีทำ... เนื่องจาก $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$

จะได้ $\hat{BAC} = \hat{DCE}$

ดังนั้น $x = 56$

จะได้ $\hat{BCD} = \hat{AEC}$

ดังนั้น $y = 46$

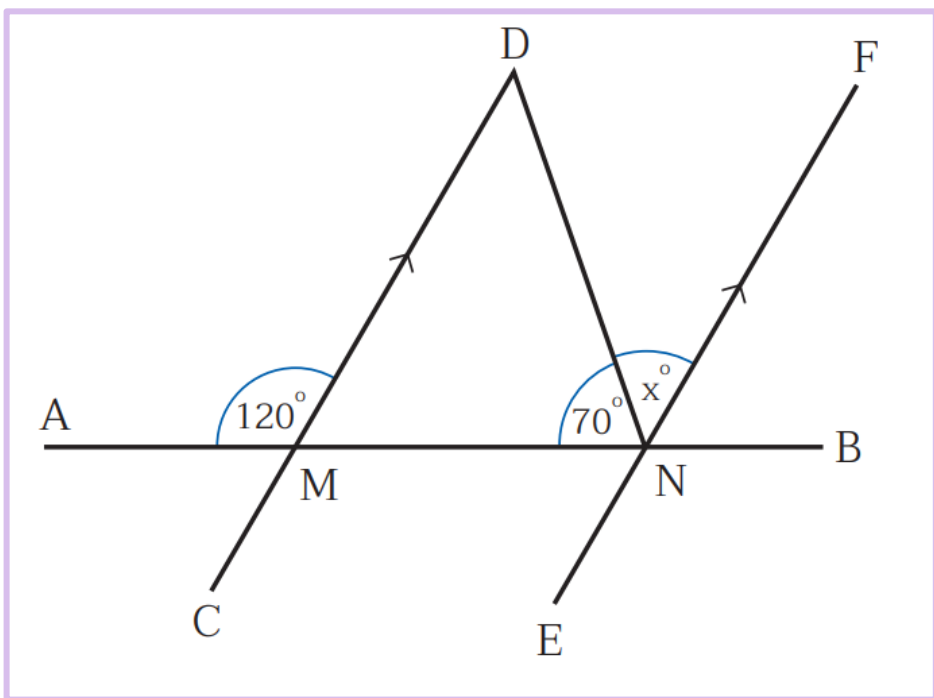
นั่นคือ $x - y = 56 - 46 = 10$



ตอนที่ 1



3. จากรูป $\overline{CD} \parallel \overline{EF}$ จงหาค่าของ x



วิธีทำ เนื่องจาก $\overline{CD} \parallel \overline{EF}$

จะได้ $\widehat{MND} + \widehat{DNF} = \widehat{AMD}$

$$70 + x = 120$$

ดังนั้น $x = 50$

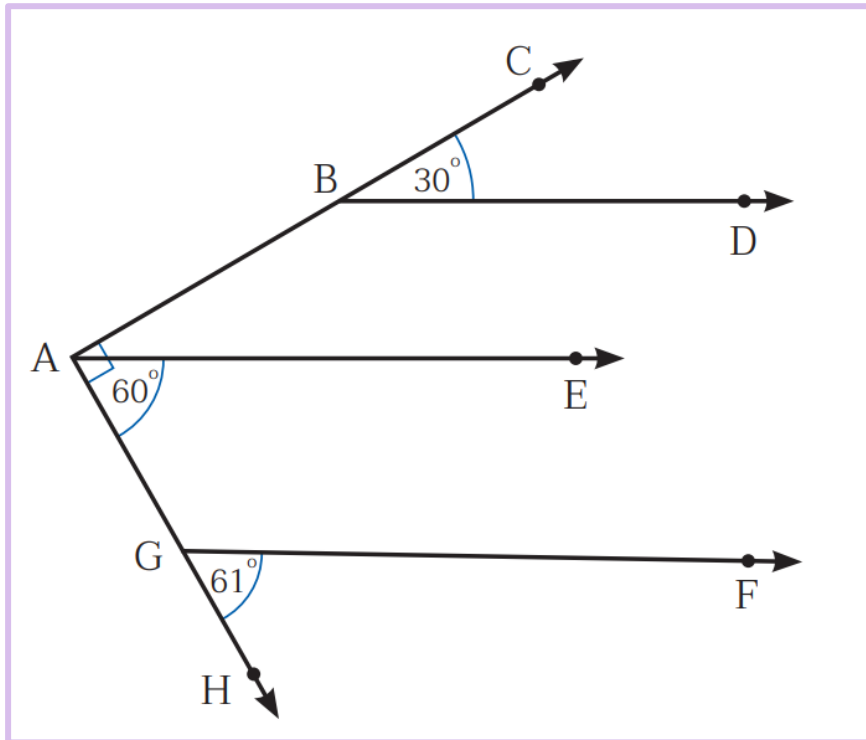
.....

ทำให้ลอง



แบบฝึกหัด 3 เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน

คำชี้แจง จากรูปที่กำหนดให้ จงแสดงว่ารังสีคู่ใดขนานกัน



วิธีทำ เนื่องจาก $\widehat{CAH} = 90^\circ$

จะได้ $\widehat{CAE} = 90 - 60 = 30$ องศา

และเนื่องจาก \overrightarrow{BD} และ \overrightarrow{AE} มี \overrightarrow{AC}

เป็นเส้นตัด แล้วทำให้ \widehat{CBD} และ \widehat{CAE}

ซึ่งเป็นมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่

ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด.....

มีขนาดเท่ากัน.....

ดังนั้น $\overrightarrow{BD} \parallel \overrightarrow{AE}$

สรุปความรู้

ทฤษฎีบท เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง
เส้นตรงคู่ขนานกันก็ต่อเมื่อมุมภายนอกและ
มุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด
มีขนาดเท่ากัน





บทเรียนครั้งต่อไป

เรื่อง

เส้นขนานกับมุมนี้ที่คู่กัน (2)



สิ่งที่ต้องเตรียม

แบบฝึกหัด 4 : การแก้ปัญหาเกี่ยวกับ เส้นขนาน



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)