

# รายวิชา คณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค22102

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

## เรื่อง ชูรูปขึ้นแล้วหมุนหมุน (2)

ครูผู้สอน ครุณรงค์นุช สุกใส

ครูณัฐนรี จารุศุภกร



# ซูรูปขึ้นแล้วหมูนหมูน (2)



# จุดประสงค์การเรียนรู้

## นักเรียนสามารถ

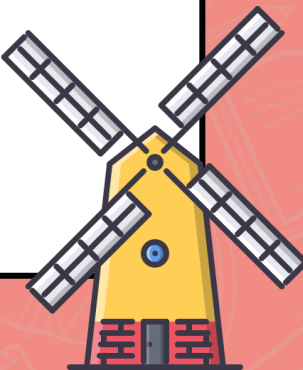
1. หาภาพที่ได้จากการหมุนรูปต้นแบบบนระนาบ
2. บอกพิกัดของจุดบนภาพที่ได้จากการหมุนรูปต้นแบบในระบบพิกัดฉาก



# สมบัติของการหมุน

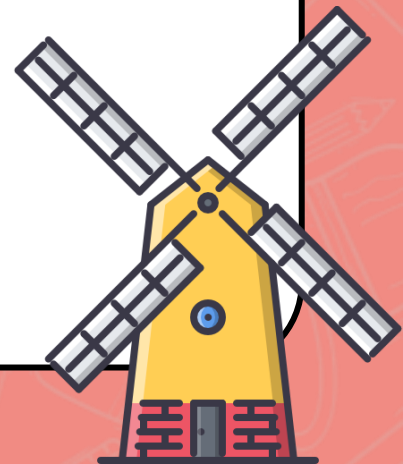
1) รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุน สามารถทับกันได้สนิทโดย  
ไม่ต้องพลิกรูป หรือกล่าวว่า รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุน  
เท่ากันทุกประการ

2) จุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนจุดนั้น  
จะอยู่บนวงกลมเดียวกันที่มีจุดหมุนเป็นจุดศูนย์กลาง แต่วงกลม  
ทั้งหลายเหล่านี้ไม่จำเป็นต้องมีรัศมียาวเท่ากัน

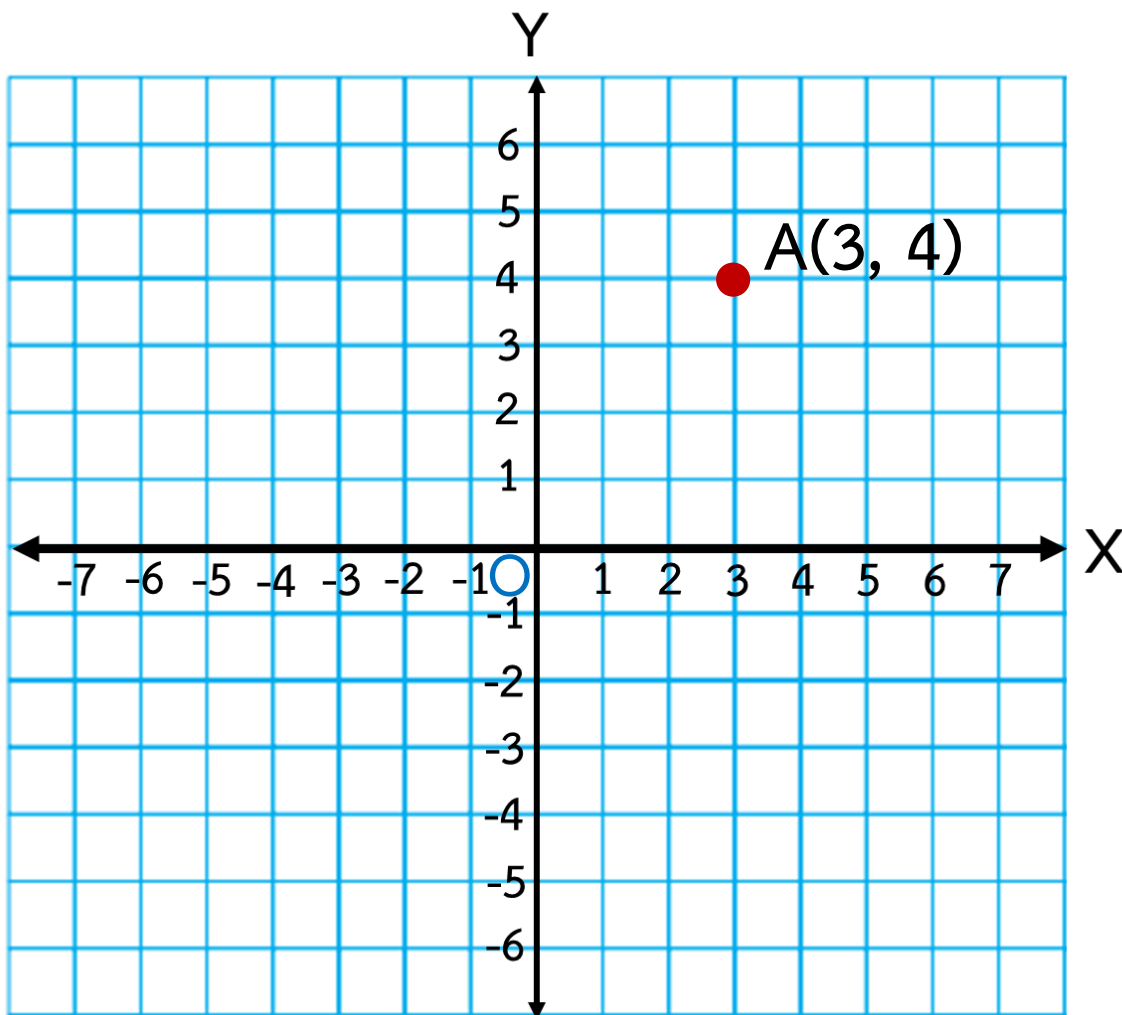


# สมบัติของการหมุน

3) เส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนจุดนั้น จะผ่านจุดหมุนเสมอ



หาภาพที่ได้จากการหมุนจุด  $A(3, 4)$  โดยมีจุดกำเนิดหรือจุด  $O$  เป็นจุดหมุน ด้วยมุม  $90$  องศา ในทิศทางตามเข็มนาฬิกา



หาภาพที่ได้จากการหมุนจุด  $A(3, 4)$  โดยมีจุดกำเนิดหรือจุด  $O$   
เป็นจุดหมุน ด้วยมุม  $90$  องศา ในทิศทางตามเข็มนาฬิกา



หาภาพที่ได้จากการหมุนจุด  $A(3, 4)$  โดยมีจุดกำเนิดหรือจุด  $O$   
เป็นจุดหมุน ด้วยมุม  $180$  องศา ในทิศทางตามเข็มนาฬิกา

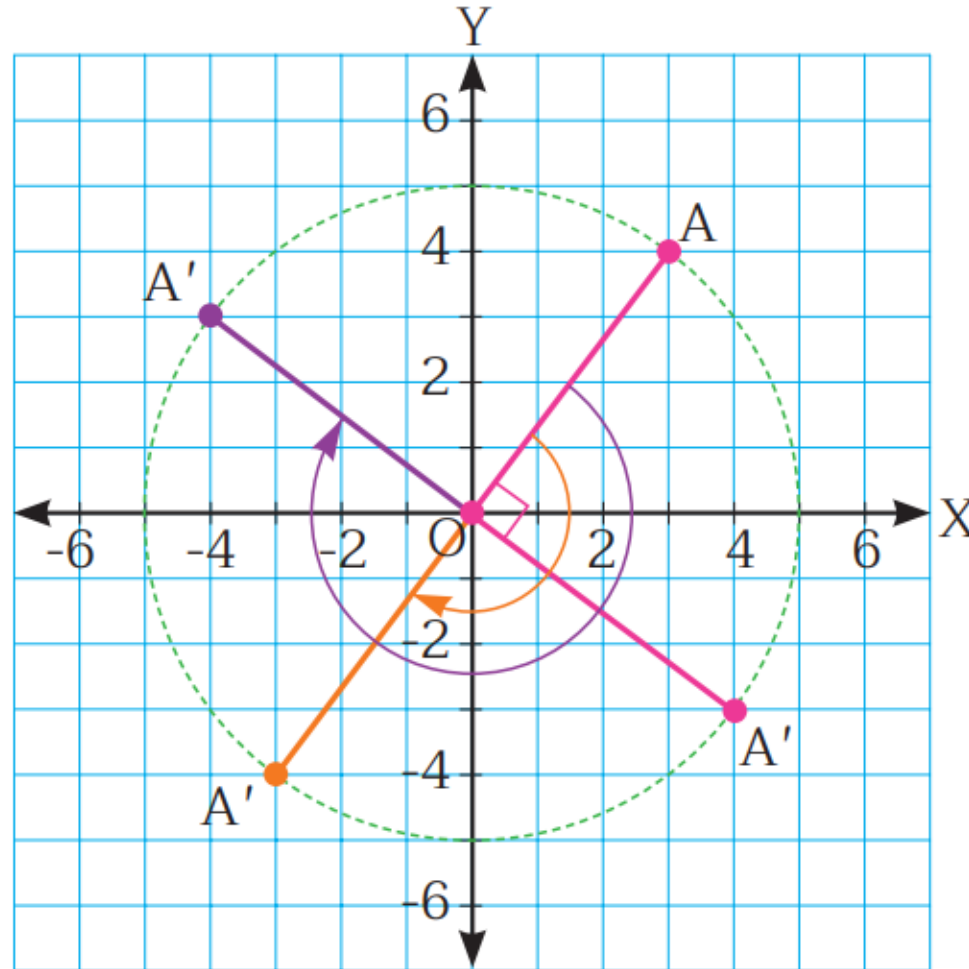




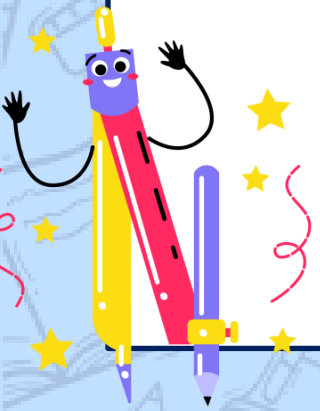
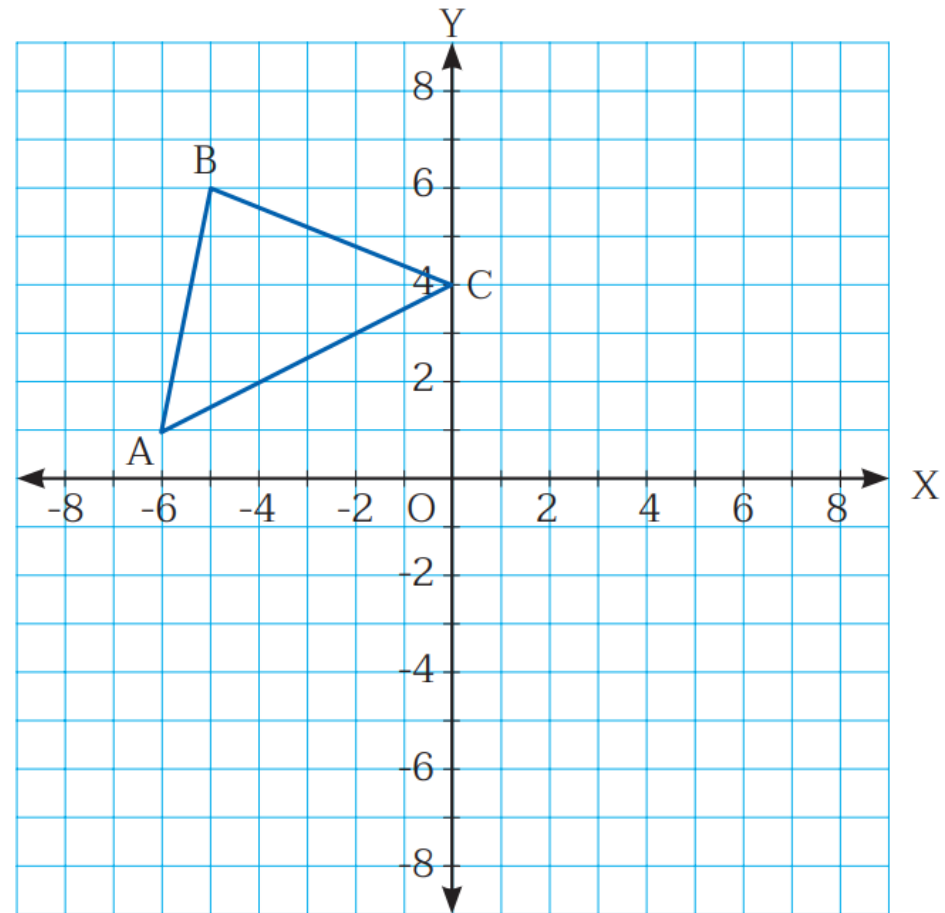
หาภาพที่ได้จากการหมุนจุด  $A(3, 4)$  โดยมีจุดกำเนิดหรือจุด  $O$   
เป็นจุดหมุน ด้วยมุม  $270$  องศา ในทิศทางตามเข็มนาฬิกา



ภาพที่ได้จากการหมุนจุด  $A(3, 4)$  โดยมีจุดกำเนิดหรือจุด  $O$  เป็นจุดหมุน ด้วยมุม  $90$  องศา  $180$  องศา และ  $270$  องศา ในทิศทางตามเข็มนาฬิกา



ข้อที่ 1 กำหนด  $\triangle ABC$  มีจุด  $A(-6, 1)$  จุด  $B(-5, 6)$  และจุด  $C(0, 4)$  เป็นจุดยอด  
จงหาภาพที่ได้จากการหมุน  $\triangle ABC$  โดยมีจุด  $O$  เป็นจุดหมุน ด้วยมุม  $90$  องศา  
ทิศทางทวนเข็มนาฬิกา และหาพิกัดของจุดยอดของ  $\triangle A'B'C'$



ข้อที่ 1 กำหนด  $\triangle ABC$  มีจุด  $A(-6, 1)$  จุด  $B(-5, 6)$  และจุด  $C(0, 4)$  เป็นจุดยอด  
จงหาภาพที่ได้จากการหมุน  $\triangle ABC$  โดยมีจุด  $O$  เป็นจุดหมุน ด้วยมุม  $90$  องศา  
ทิศทางทวนเข็มนาฬิกา และหาพิกัดของจุดยอดของ  $\triangle A'B'C'$

# แบบฝึกหัด 4

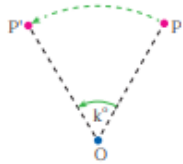
การหมุนบนระบบ  
พิกัดฉาก





## แบบฝึกหัด 4 : การหมุนบนระบบพิกัดฉาก

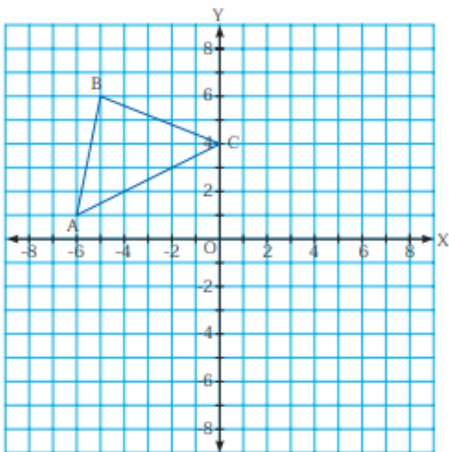
การหมุนบนระนาบ เป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีจุด  $O$  ที่ตรงจุดหนึ่งเป็น จุดหมุน หรือ จุดศูนย์กลางของการหมุน แต่ละจุด  $P$  บนระนาบ มีจุด  $P'$  เป็นจุดที่สมนัยกับจุด  $P$  และเป็นภาพที่ได้จากการหมุนจุด  $P$  รอบจุด  $O$  ตามทิศทางที่กำหนดด้วยมุมที่มีขนาด  $k$  องศา โดยที่  $OP = OP'$



### สมบัติของการหมุน

- 1) รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุน สามารถทับกันได้สนิทโดยไม่ต้องพลิกรูป หรือกล่าวว่ารูปร่างและขนาดของรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนเท่ากันทุกประการ
- 2) จุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนจุดนั้น จะอยู่บนวงกลมเดียวกันที่มีจุดหมุนเป็นจุดศูนย์กลาง แต่วงกลมทั้งหลายเหล่านี้ไม่จำเป็นต้องมีรัศมียาวเท่ากัน
- 3) เส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนจุดนั้น จะผ่านจุดหมุนเสมอ

1. กำหนด  $\triangle ABC$  มีจุด  $A(-6, 1)$  จุด  $B(-5, 6)$  และจุด  $C(0, 4)$  เป็นจุดยอด จงหาภาพที่ได้จากการหมุน  $\triangle ABC$  โดยมีจุด  $O$  เป็นจุดหมุน ด้วยมุม  $90$  องศา ทิศทางทวนเข็มนาฬิกา และหาพิกัดของจุดยอดของ  $\triangle A'B'C'$



- พิกัดของจุด  $A'$  คือ .....
- พิกัดของจุด  $B'$  คือ .....
- พิกัดของจุด  $C'$  คือ .....



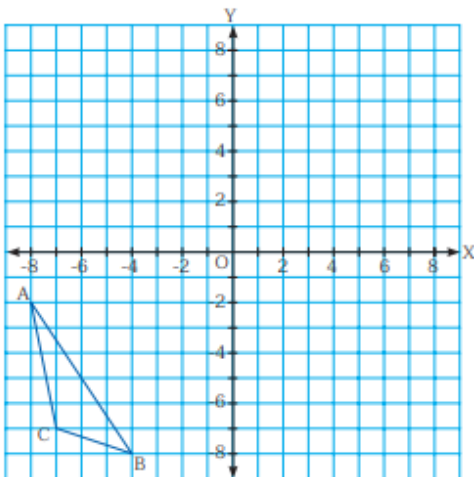
# แบบฝึกหัด 4 :

## การหมุนบนระบบพิกัดฉาก



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ [www.dltv.ac.th](http://www.dltv.ac.th))

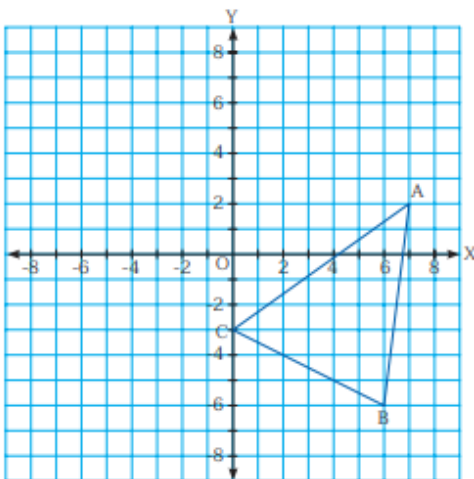
2. กำหนด  $\triangle ABC$  มีจุด  $A(-8, -2)$  จุด  $B(-4, -8)$  และจุด  $C(-7, -7)$  เป็นจุดยอด จงหาภาพที่ได้จากการหมุน  $\triangle ABC$  โดยมีจุด  $O$  เป็นจุดหมุน ด้วยมุม  $180$  องศา ทิศทางตามเข็มนาฬิกา และหาพิกัดของจุดยอดของ  $\triangle A'B'C'$



พิกัดของจุด  $A'$  คือ.....  
 พิกัดของจุด  $B'$  คือ.....  
 พิกัดของจุด  $C'$  คือ.....



3. กำหนด  $\triangle ABC$  มีจุด  $A(7, 2)$  จุด  $B(6, -6)$  และจุด  $C(0, -3)$  เป็นจุดยอด จงหาภาพที่ได้จากการหมุน  $\triangle ABC$  โดยมีจุด  $O$  เป็นจุดหมุน ด้วยมุม  $90$  องศา ทิศทางตามเข็มนาฬิกา และหาพิกัดของจุดยอดของ  $\triangle A'B'C'$



พิกัดของจุด  $A'$  คือ.....  
 พิกัดของจุด  $B'$  คือ.....  
 พิกัดของจุด  $C'$  คือ.....



## แบบฝึกหัด 4 :

### การหมุนบนระบบพิกัดฉาก

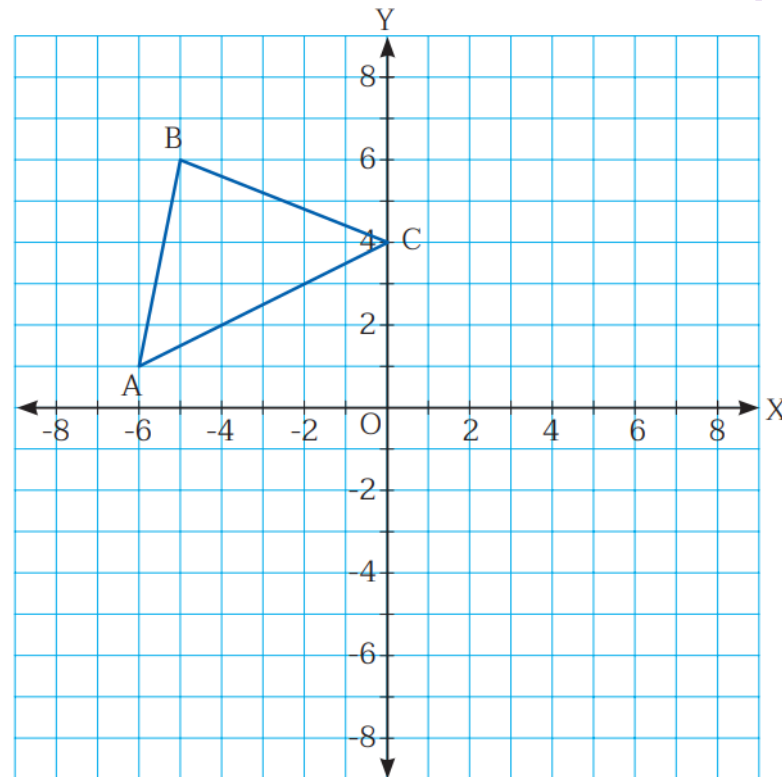


(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ [www.dltv.ac.th](http://www.dltv.ac.th))



## แบบฝึกหัด 4 การหมุนบนระบบพิกัดฉาก

1 กำหนด  $\triangle ABC$  มีจุด  $A(-6, 1)$  จุด  $B(-5, 6)$  และจุด  $C(0, 4)$  เป็นจุดยอดของ **หาภาพ**ที่ได้จากการหมุน  $\triangle ABC$  โดยมีจุด  $O$  เป็นจุดหมุน ด้วยมุม  $90$  องศา ทิศทางทวนเข็มนาฬิกา และ **หาพิกัดของจุดยอด**ของ  $\triangle A'B'C'$

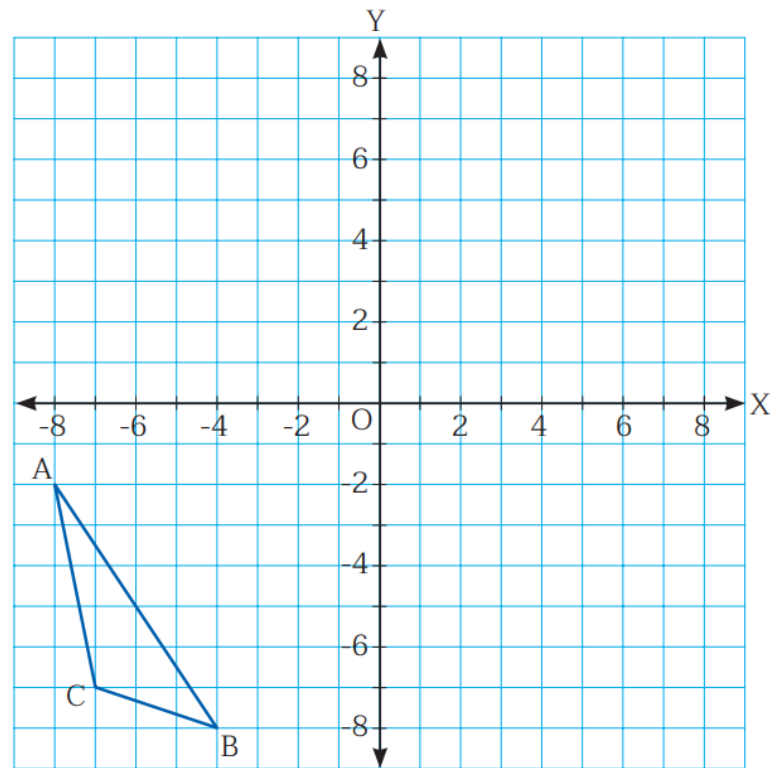






## แบบฝึกหัด 4 การหมุนบนระบบพิกัดฉาก

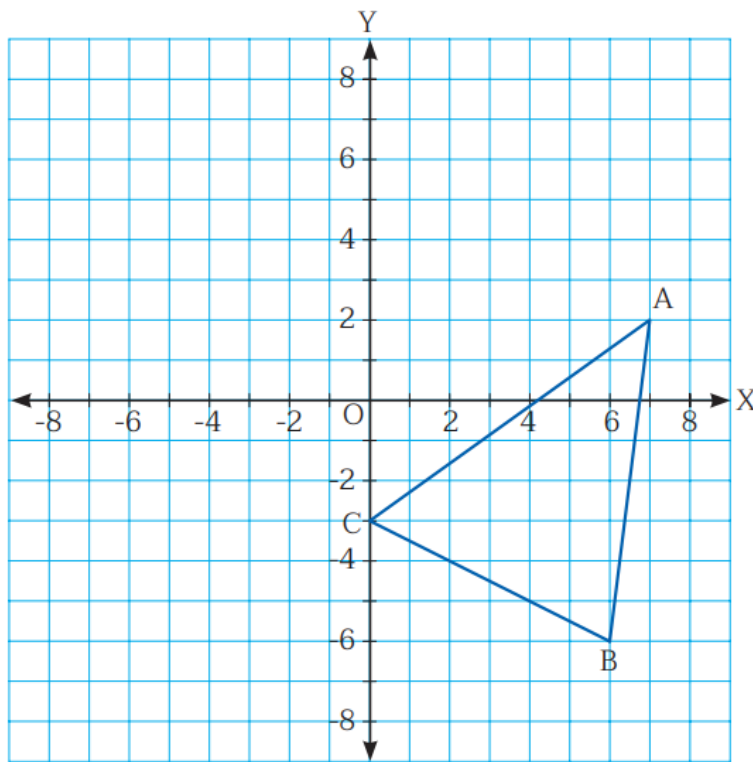
**2** กำหนด  $\triangle ABC$  มีจุด  $A(-8, -2)$  จุด  $B(-4, -8)$  และจุด  $C(-7, -7)$  เป็นจุดยอดของ **ภาพ** ที่ได้จากการหมุน  $\triangle ABC$  โดยมีจุด  $O$  เป็นจุดหมุน ด้วยมุม  $180$  องศา ทิศทางตามเข็มนาฬิกา และหาพิกัดของจุดยอดของ  $\triangle A'B'C'$





## แบบฝึกหัด 4 การหมุนบนระบบพิกัดฉาก

**3** กำหนด  $\triangle ABC$  มีจุด  $A(7, 2)$  จุด  $B(6, -6)$  และจุด  $C(0, -3)$  เป็นจุดยอด  
จงหาภาพที่ได้จากการหมุน  $\triangle ABC$  โดยมีจุด  $O$  เป็นจุดหมุน ด้วยมุม  $90$  องศา  
ทิศทางตามเข็มนาฬิกา และหาพิกัดของจุดยอดของ  $\triangle A'B'C'$



# เฉลยแบบฝึกหัด 4

การหมุนบนระบบ

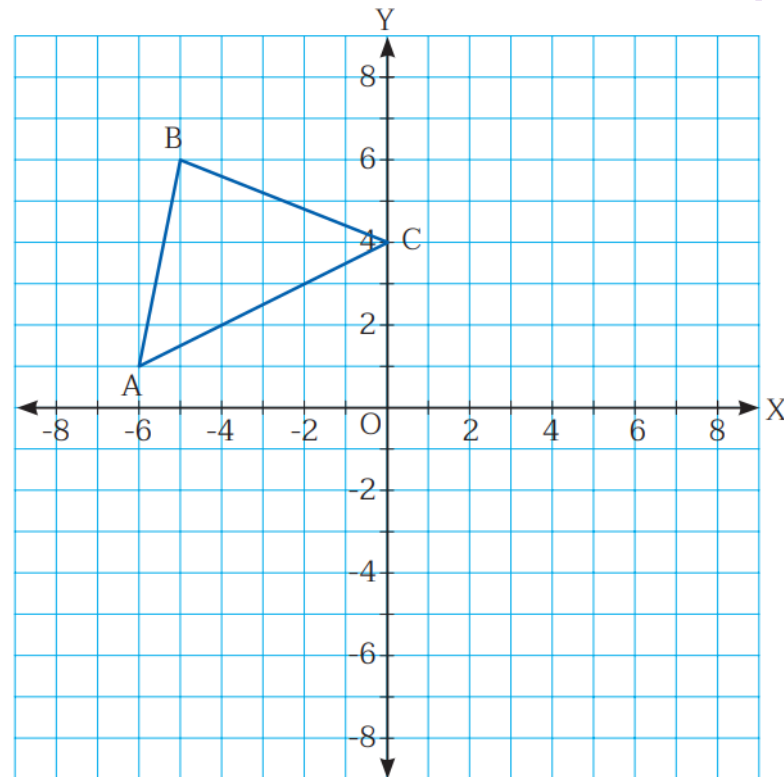
พิกัดฉาก





## แบบฝึกหัด 4 การหมุนบนระบบพิกัดฉาก

**1** กำหนด  $\triangle ABC$  มีจุด  $A(-6, 1)$  จุด  $B(-5, 6)$  และจุด  $C(0, 4)$  เป็นจุดยอดของ **หาภาพ**ที่ได้จากการหมุน  $\triangle ABC$  โดยมีจุด  $O$  เป็นจุดหมุน ด้วยมุม  $90$  องศา ทิศทางทวนเข็มนาฬิกา และ **หาพิกัดของจุดยอด**ของ  $\triangle A'B'C'$

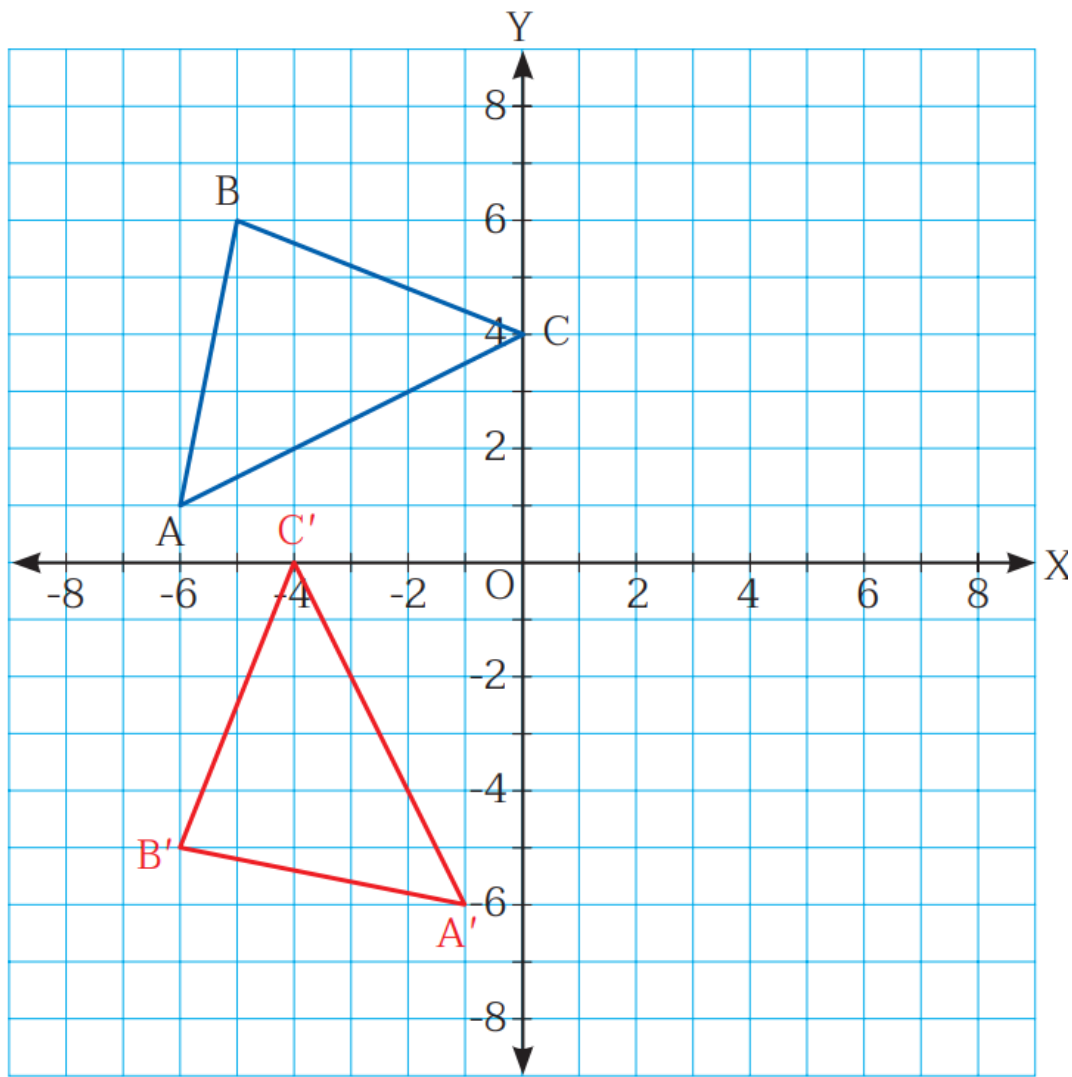




# เฉลยข้อ 1



## แบบฝึกหัด 4 การหมุนบนระบบพิกัดฉาก



พิกัดของจุด  $A'$  คือ  $(-1, -6)$

พิกัดของจุด  $B'$  คือ  $(-6, -5)$

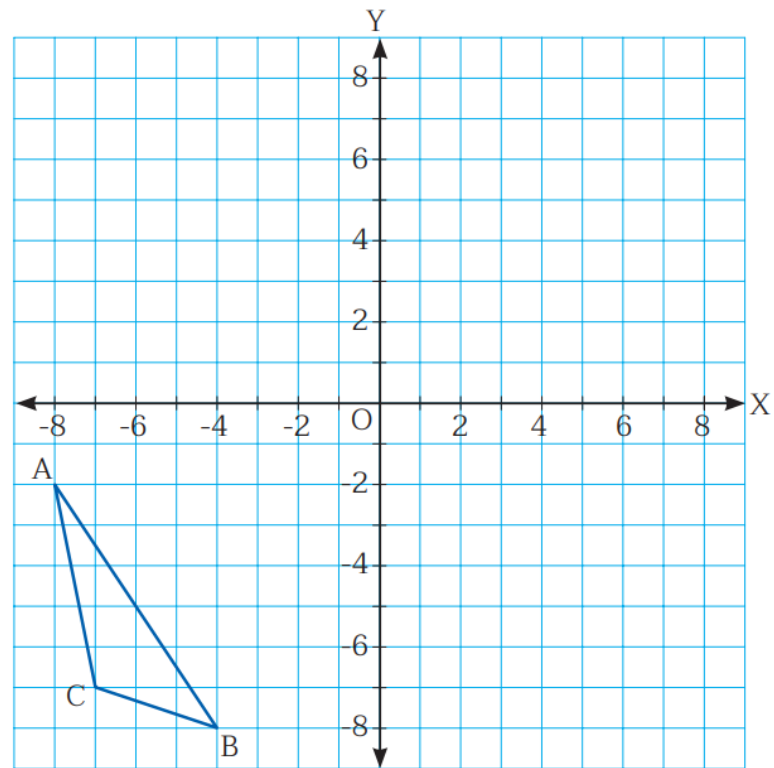
พิกัดของจุด  $C'$  คือ  $(-4, 0)$





## แบบฝึกหัด 4 การหมุนบนระบบพิกัดฉาก

**2** กำหนด  $\triangle ABC$  มีจุด  $A(-8, -2)$  จุด  $B(-4, -8)$  และจุด  $C(-7, -7)$  เป็นจุดยอดของ **ภาพ** ที่ได้จากการหมุน  $\triangle ABC$  โดยมีจุด  $O$  เป็นจุดหมุน ด้วยมุม  $180$  องศา ทิศทางตามเข็มนาฬิกา และหาพิกัดของจุดยอดของ  $\triangle A'B'C'$





## เฉลยข้อ 2



แบบฝึกหัด 4 การหมุนบนระบบพิกัดฉาก

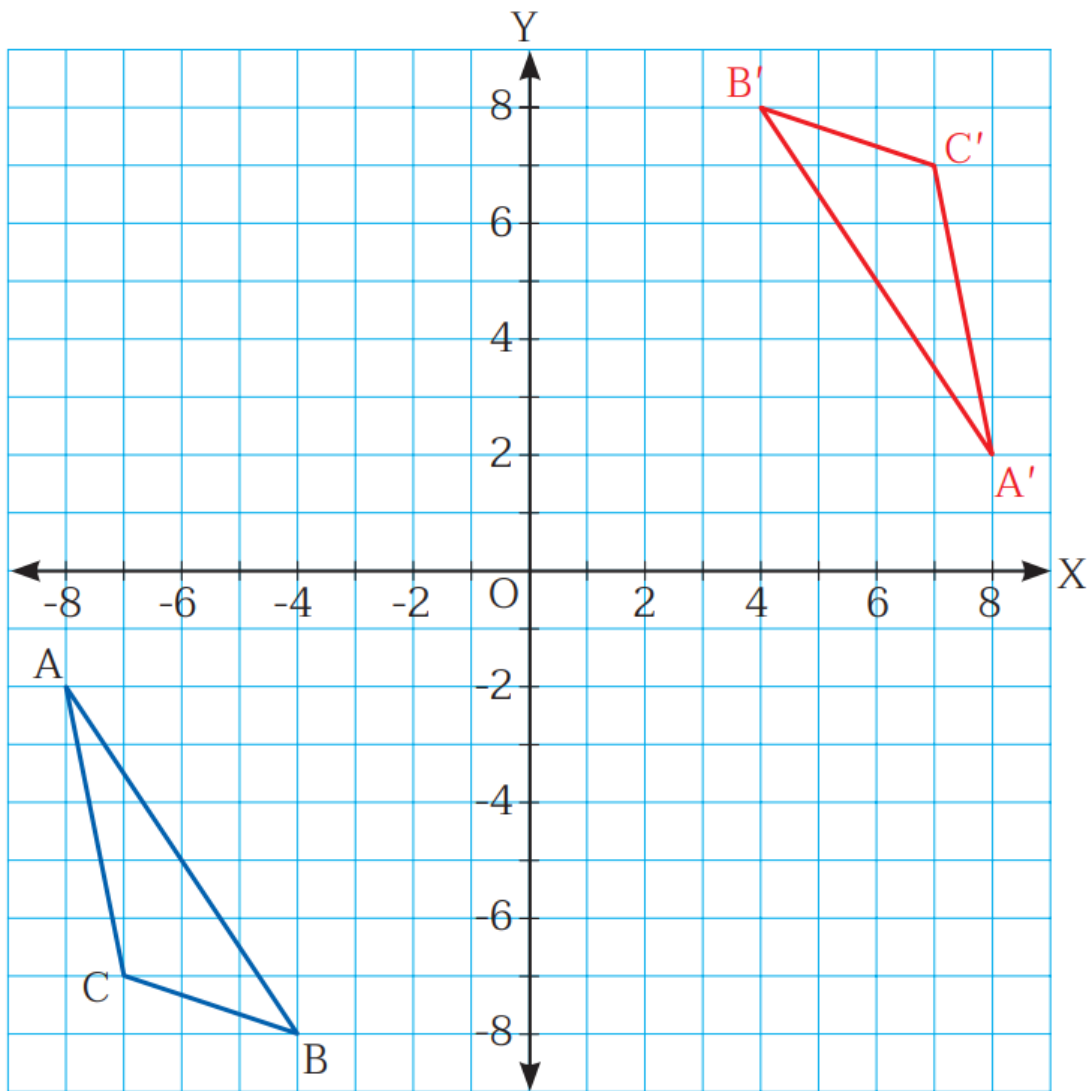




## เฉลยข้อ 2



## แบบฝึกหัด 4 การหมุนบนระบบพิกัดฉาก



พิกัดของจุด  $A'$  คือ  $(8, 2)$

พิกัดของจุด  $B'$  คือ  $(4, 8)$

พิกัดของจุด  $C'$  คือ  $(7, 7)$

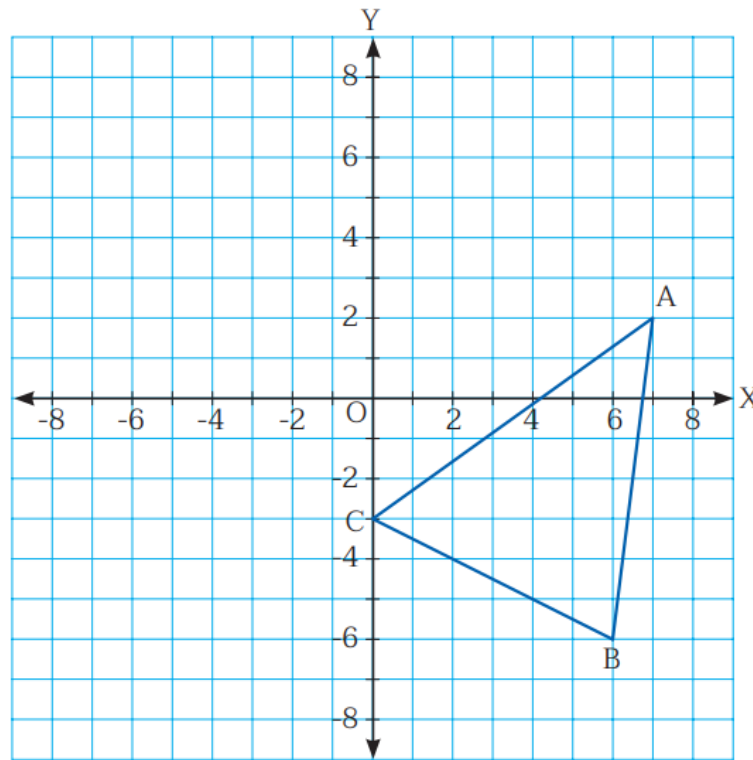






## แบบฝึกหัด 4 การหมุนบนระบบพิกัดฉาก

**3** กำหนด  $\triangle ABC$  มีจุด  $A(7, 2)$  จุด  $B(6, -6)$  และจุด  $C(0, -3)$  เป็นจุดยอด  
จงหาภาพที่ได้จากการหมุน  $\triangle ABC$  โดยมีจุด  $O$  เป็นจุดหมุน ด้วยมุม  $90$  องศา  
ทิศทางตามเข็มนาฬิกา และหาพิกัดของจุดยอดของ  $\triangle A'B'C'$





## เฉลยข้อ 3



## แบบฝึกหัด 4 การหมุนบนระบบพิกัดฉาก

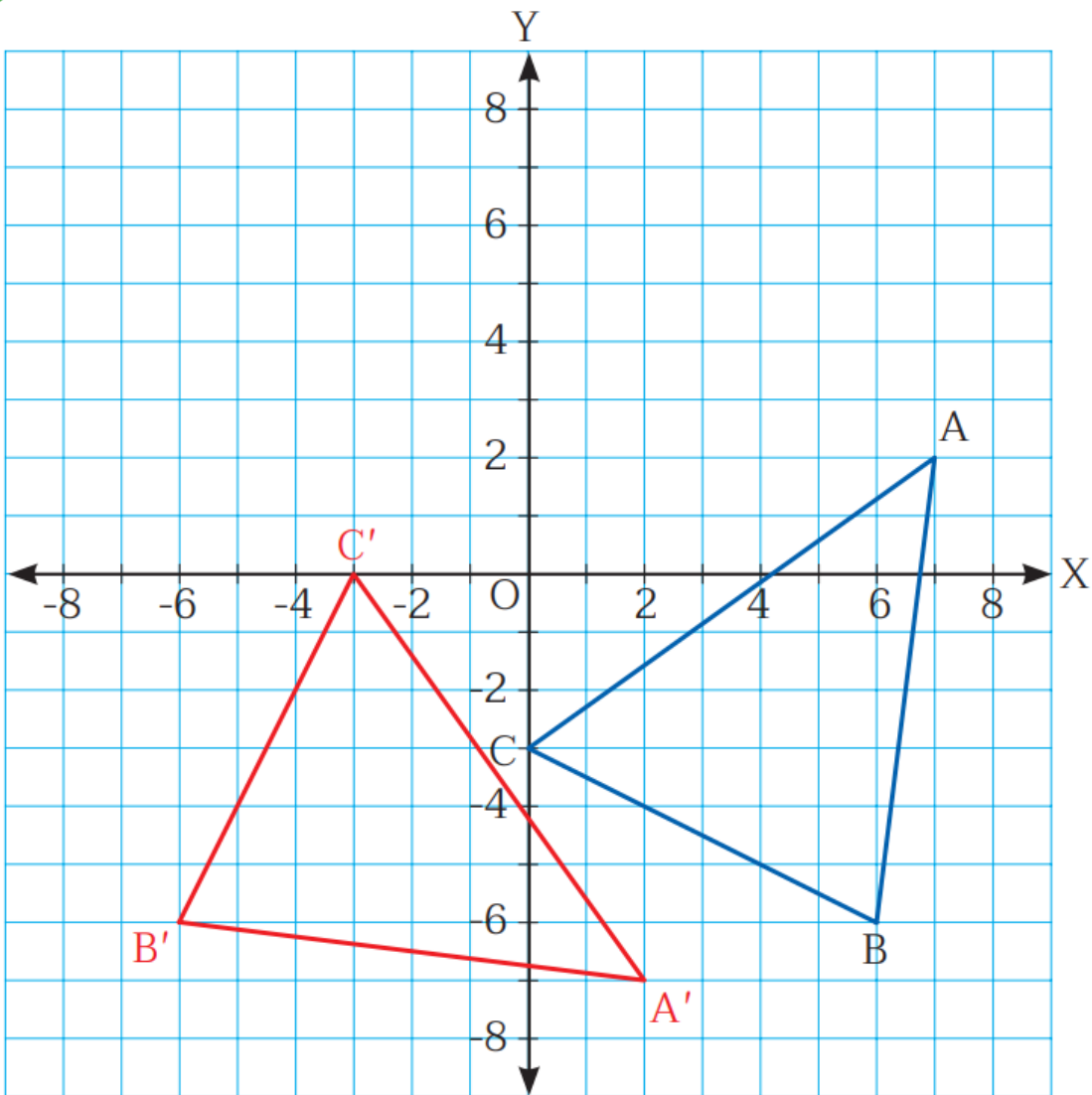




# เฉลยข้อ 3



## แบบฝึกหัด 4 การหมุนบนระบบพิกัดฉาก



พิกัดของจุด  $A'$  คือ  $(2, -7)$

พิกัดของจุด  $B'$  คือ  $(-6, -6)$

พิกัดของจุด  $C'$  คือ  $(-3, 0)$





การหาภาพที่ได้จากการหมุน  
จะต้องวิเคราะห์ว่าจุดยอดของภาพ  
ที่ได้จากการหมุนอยู่ตำแหน่งใด  
บนระบบพิกัดฉาก





จากนั้น ใช้สมบัติของการหมุนที่ว่า จุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนจุดนั้น จะอยู่บนวงกลมเดียวกันที่มีจุดหมุนเป็นจุดศูนย์กลาง เมื่อทราบตำแหน่งของจุดยอดของภาพที่ได้จากการหมุนแล้ว จากนั้นลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดยอดของภาพที่ได้จากการหมุนเหล่านั้น





# บทเรียนครั้งต่อไป

## เรื่อง

### ซูรูปขึ้นแล้วหมุนหมุน (3)



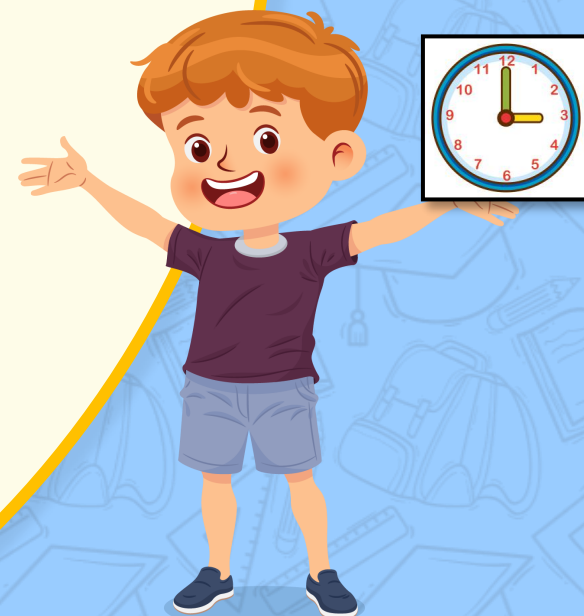


# สิ่งที่ต้องเตรียม

1. บัตรภาพเครื่องตัดกระดาษ
2. บัตรภาพชิงช้า
3. บัตรภาพล้อรถ



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ [www.dltv.ac.th](http://www.dltv.ac.th))



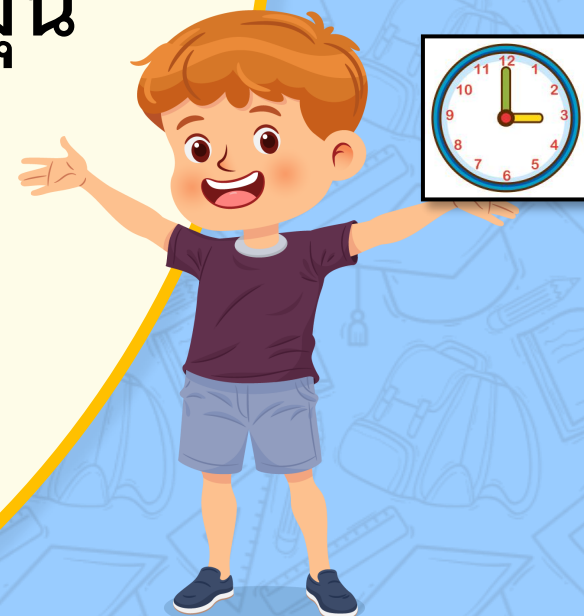


# สิ่งที่ต้องเตรียม

4. บัตรภาพลายผ้า
5. แบบฝึกหัดการหาพื้นที่โดยใช้การหมุน
6. บัตรภาพกึ่งหันน้ำช่วยพัฒนา



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ [www.dltv.ac.th](http://www.dltv.ac.th))







## สิ่งที่ต้องเตรียม

7. บัตรภาพรอยเท้า
8. บัตรภาพผนังห้อง
9. บัตรภาพพระที่นั่งไอศวรรย์ทิพยอาสน์
10. บัตรภาพสัญลักษณ์ผลิตภัณฑ์



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ [www.dltv.ac.th](http://www.dltv.ac.th))

