

# รายวิชาคณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค23101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

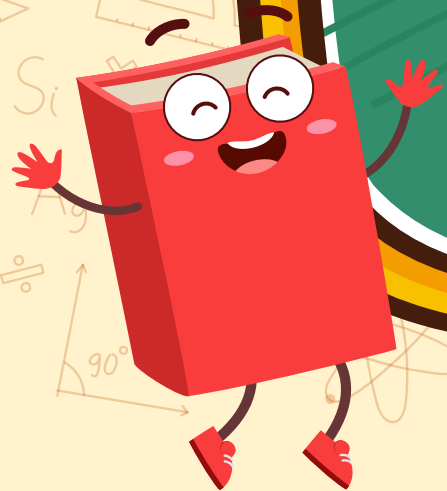
## เรื่อง กลมกลิ้งกับเส้นภายนอก (1)

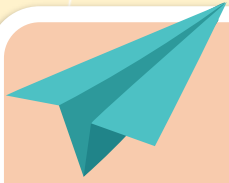
ครูผู้สอน ครูชุติมา วรรณรักษ์

ครูสรวิรัตน์ เตชะชาติ

เรื่อง

กลมกลิ้งกับเส้นภายนอก (1)





# จุดประสงค์การเรียนรู้



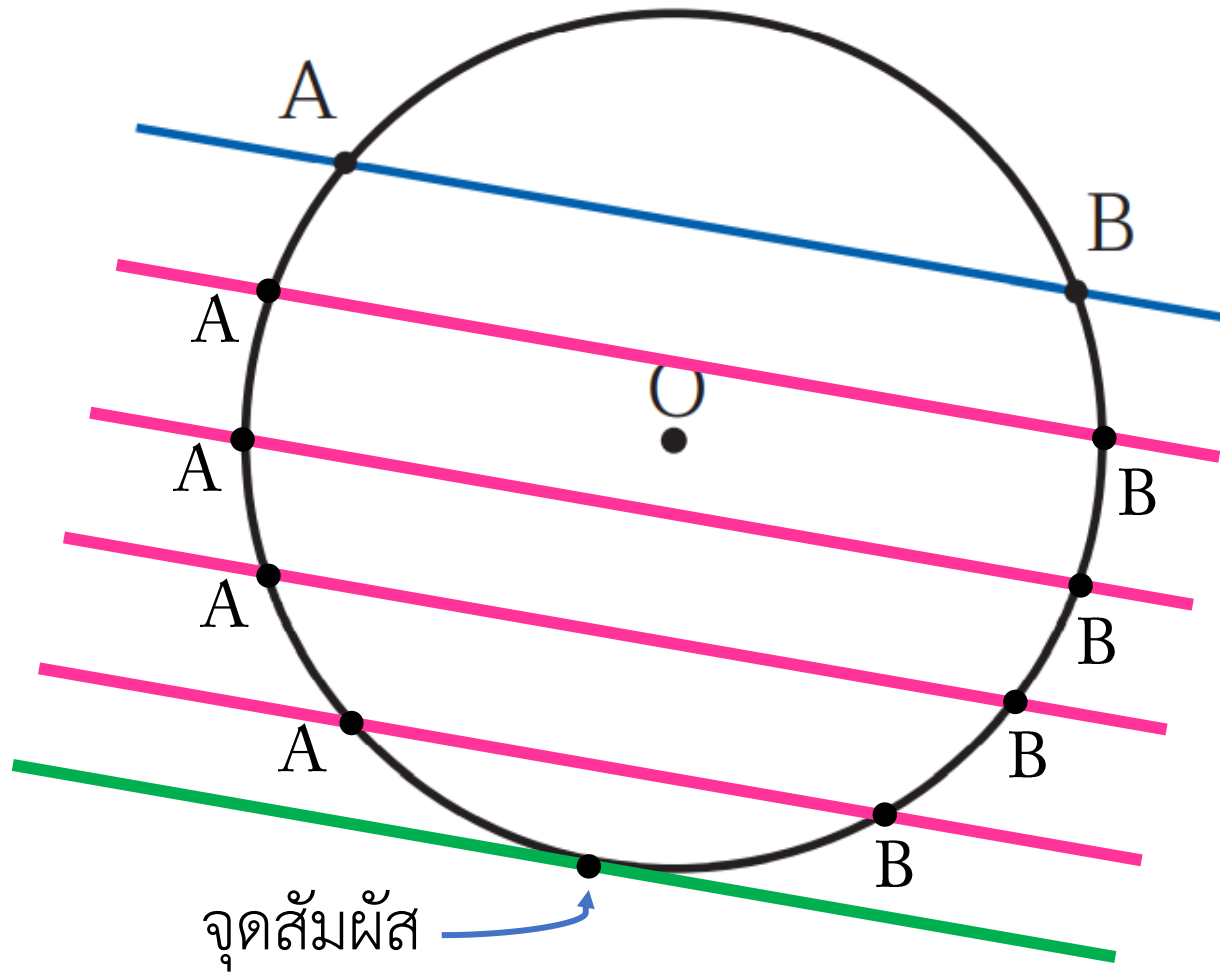
นักเรียนสามารถ

1. อธิบายทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลม
2. นำทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลม ไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

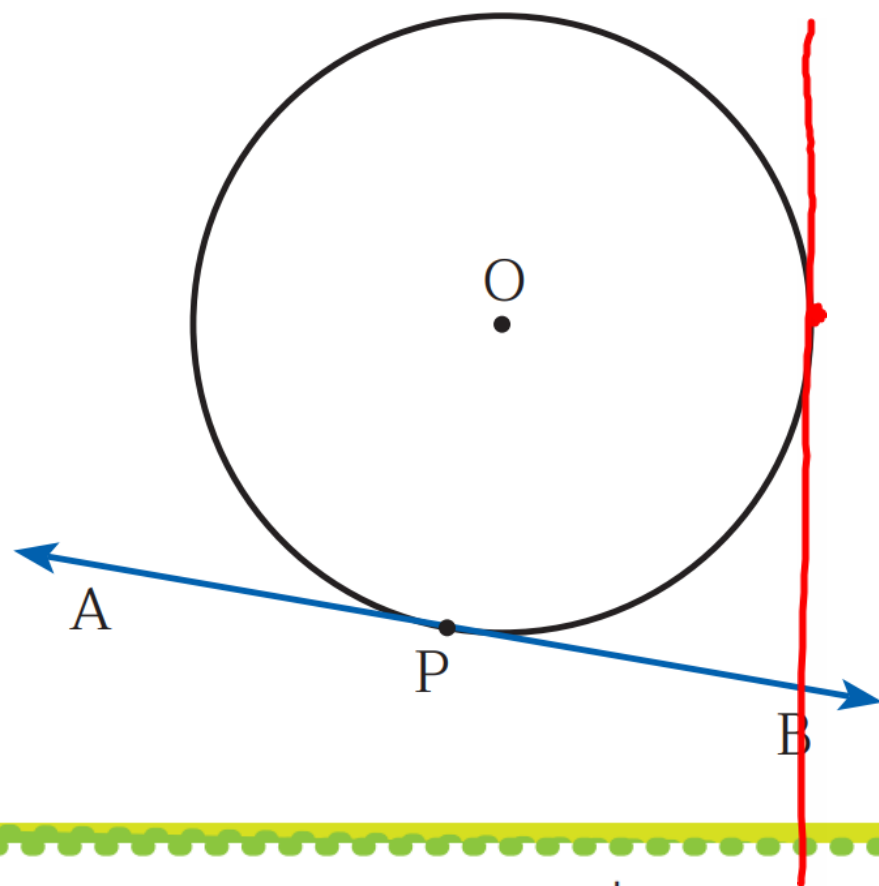


ให้นักเรียนพิจารณา  
วงกลมต่อไปนี้





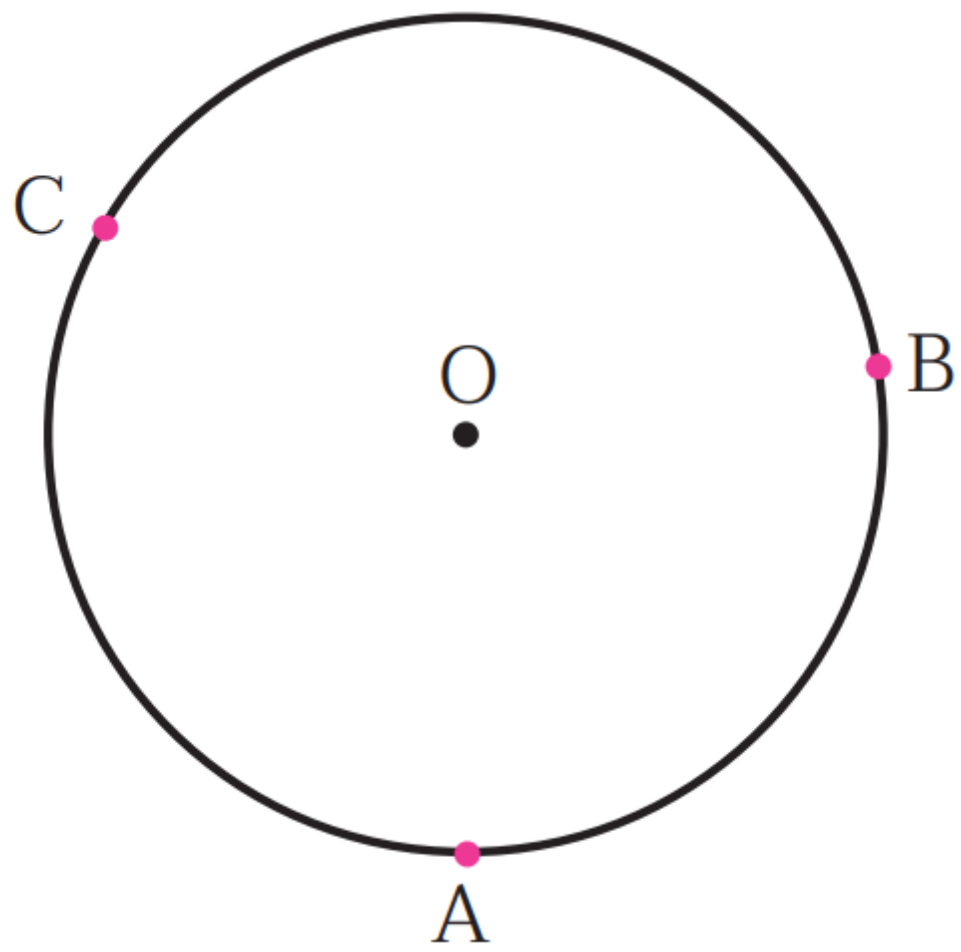
จุดสัมผัส



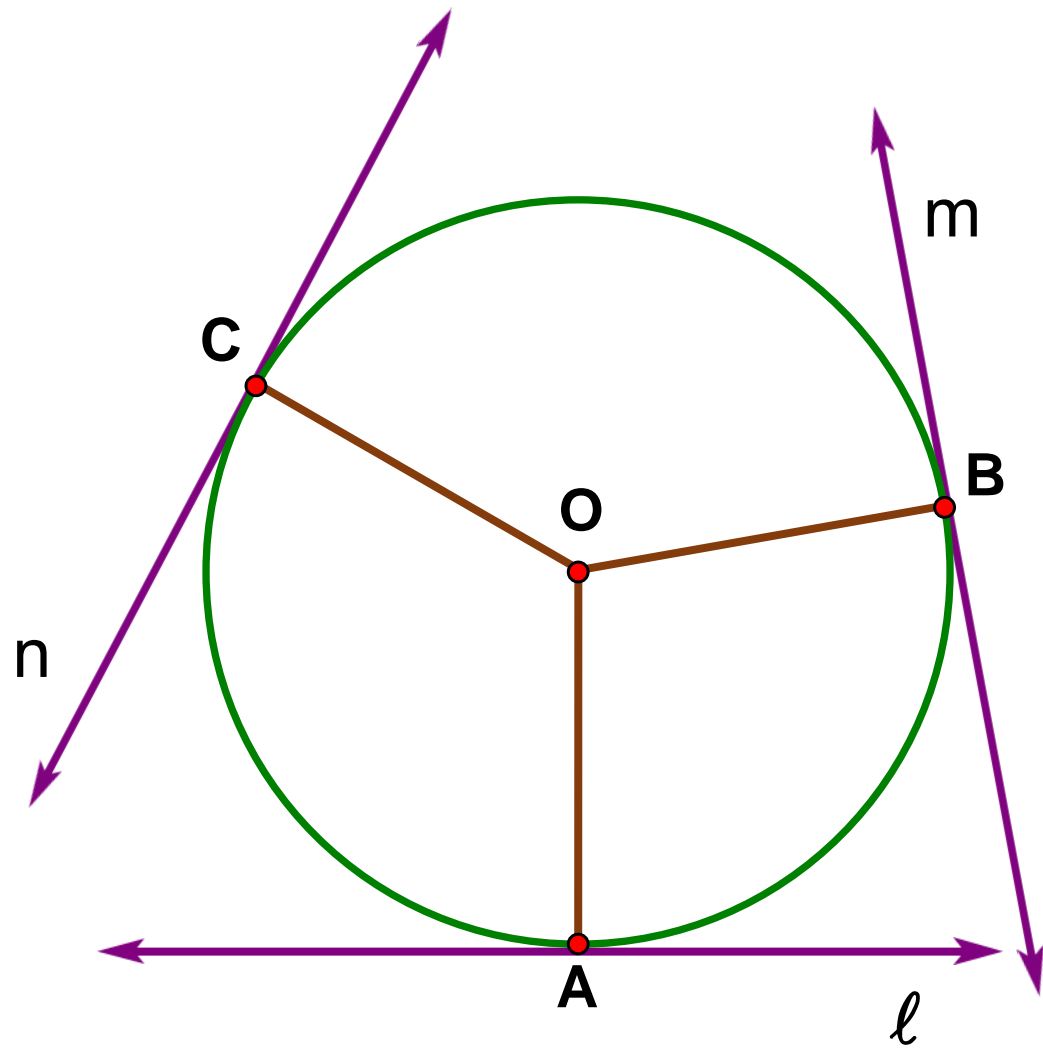
เส้นสัมผัสวงกลม คือเส้นตรงที่ตัดวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้น  
และเรียกจุดตัดนั้นว่า จุดสัมผัส

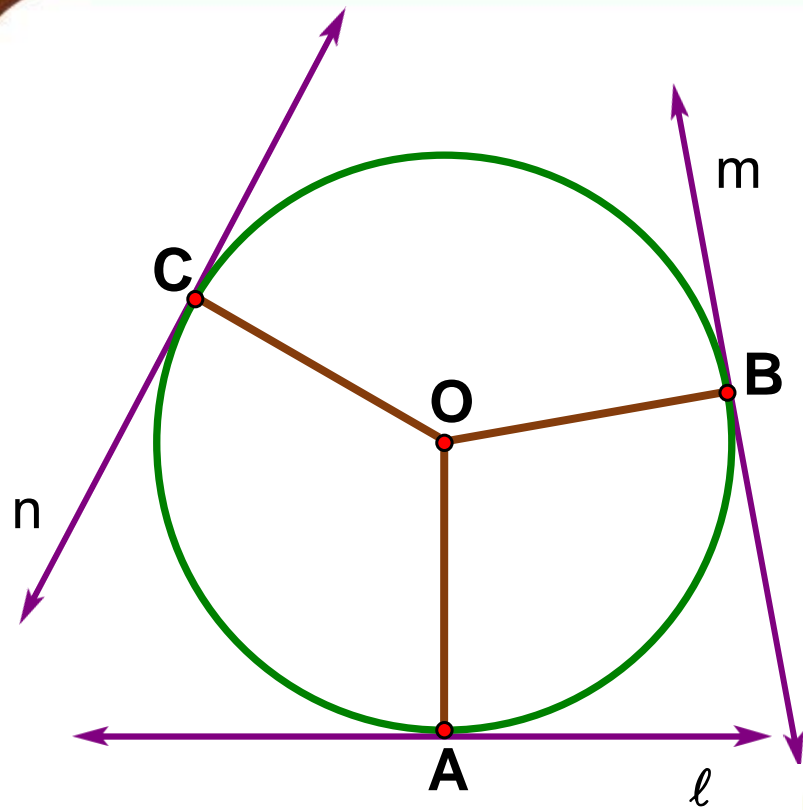
ทฤษฎีบทเกี่ยวกับ  
เส้นสัมผัส





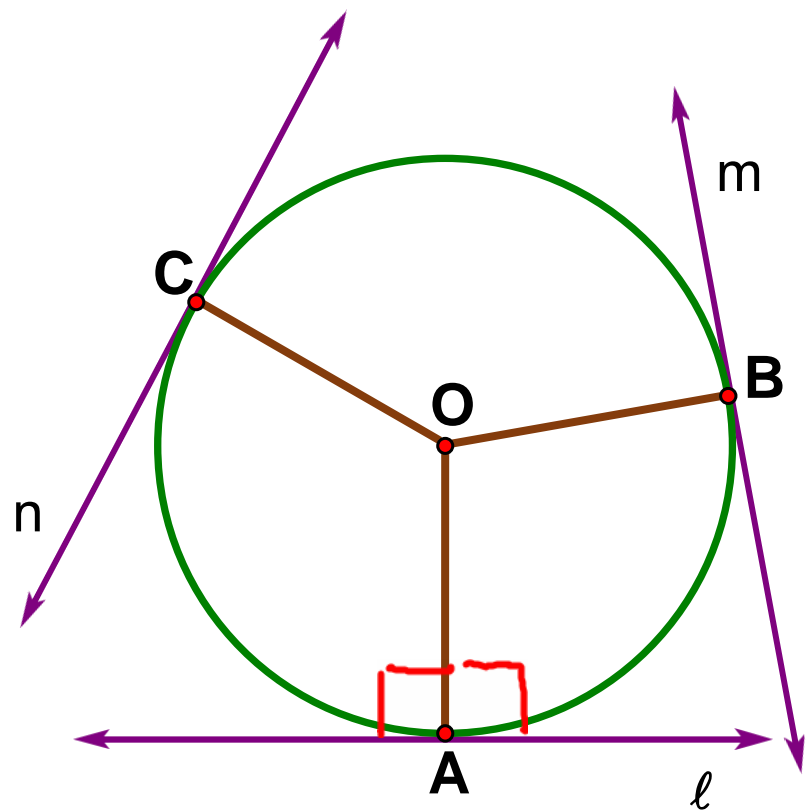






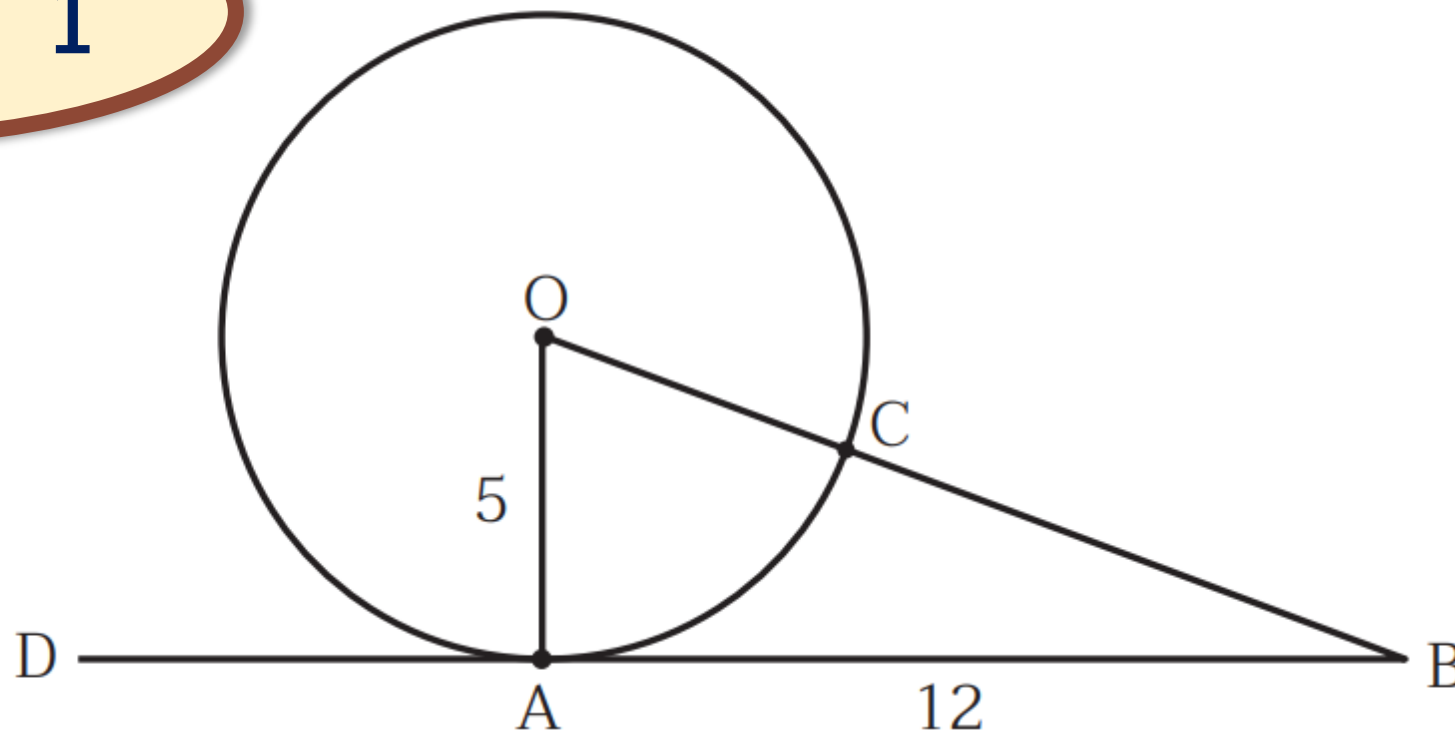
เส้นสัมผัสวงกลมจะทำมุม 90 องศา  
กับรัศมีของวงกลมนั้นเสมอ  
ซึ่งความสัมพันธ์ดังกล่าว  
เป็นไปตามทฤษฎีบทที่ว่า

เส้นสัมผัสวงกลมจะตั้งฉากกับรัศมีที่จุดสัมผัส



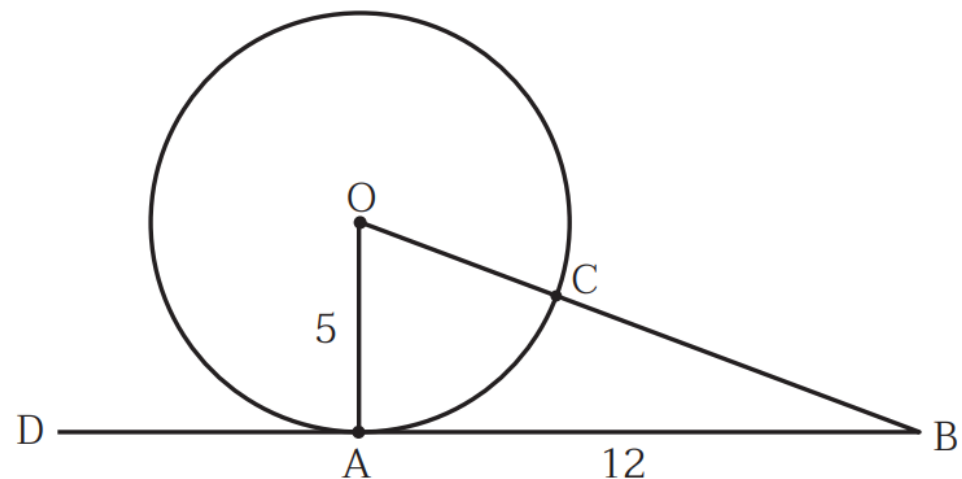
หรืออาจได้อีกอย่างหนึ่งว่า รัศมี  
ของวงกลมและเส้นสัมผัสวงกลม  
จะตั้งฉากซึ่งกันและกันที่**จุดสัมผัส**

# ตัวอย่างที่ 1



จากรูป ให้  $\overline{BD}$  สัมผัสวงกลม  $O$  ที่จุด  $A$  รัศมี  $OA$  ยาว 5 เซนติเมตร และ  $\overline{AB}$  ยาว 12 เซนติเมตร จงหาความยาวของ  $\overline{BC}$

# ตัวอย่างที่ 1



วิธีทำ

จากทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นสัมผัสจึงได้ว่า  $\widehat{OAB}$  เป็นมุมฉาก

ดังนั้น  $\triangle OAB$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

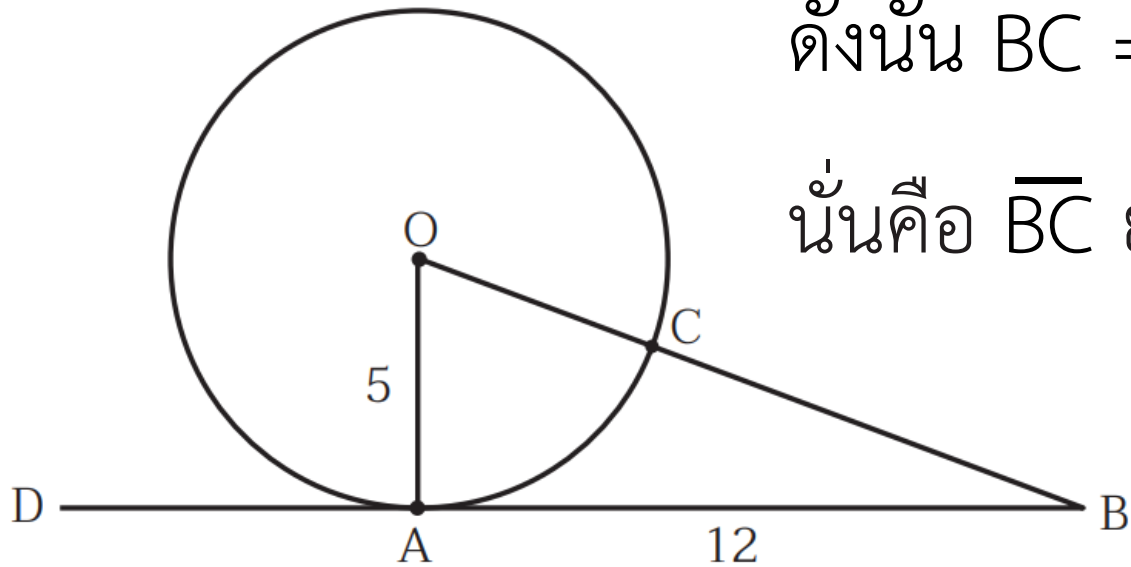
$$\begin{aligned} \text{จะได้ } OB^2 &= 5^2 + 12^2 \\ &= 25 + 144 \\ &= 169 \\ OB &= 13 \end{aligned}$$

# ตัวอย่างที่ 1

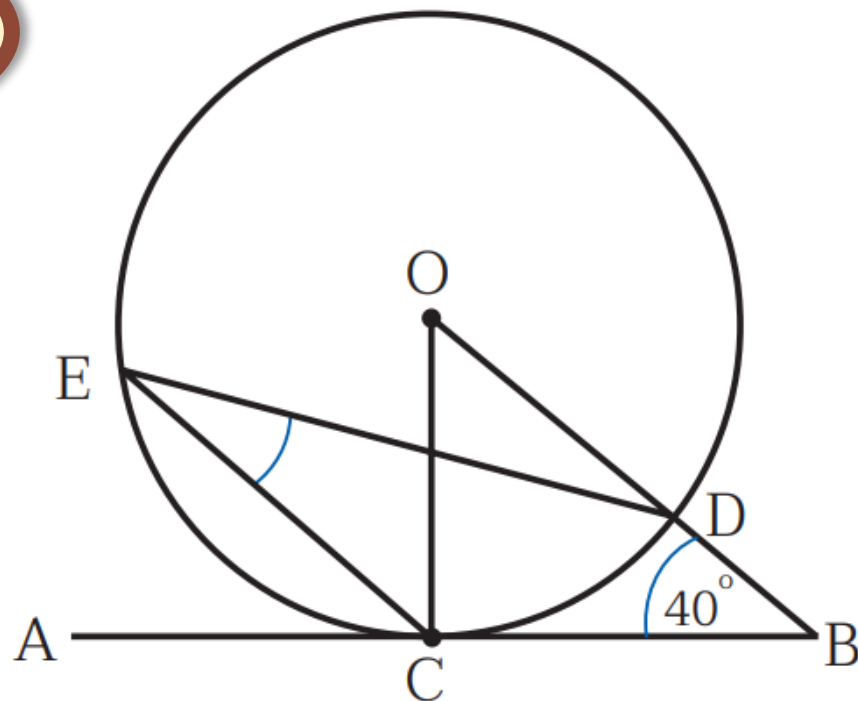
เนื่องจาก  $BC = OB - OC$  และ  $OC = 5$

ดังนั้น  $BC = 13 - 5 = 8$  เซนติเมตร

นั่นคือ  $\overline{BC}$  ยาว 8 เซนติเมตร

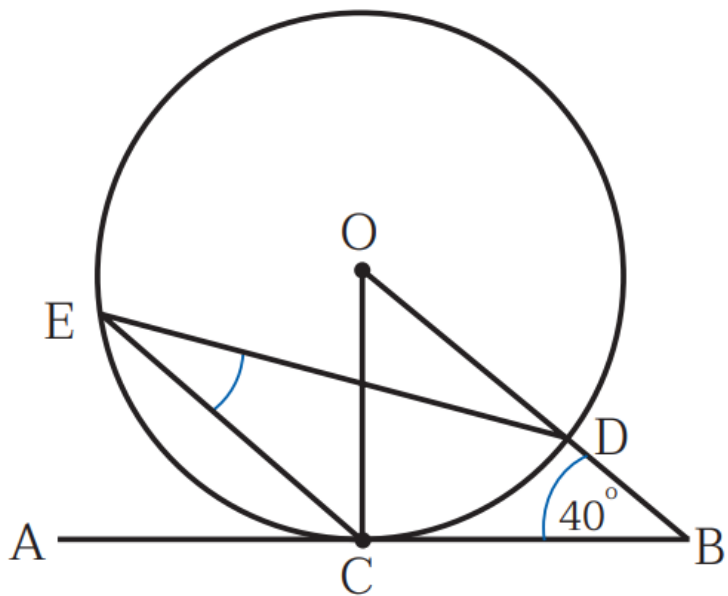


## ตัวอย่างที่ 2



จากรูปให้  $\overline{AB}$  สัมผัสวงกลม  $O$  ที่จุด  $C$  และ  $\widehat{OBC} = 40^\circ$   
จงหาขนาดของ  $\widehat{CED}$

## ตัวอย่างที่ 2



วิธีทำ เนื่องจาก  $\widehat{OBC} = 40^\circ$

และจากทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นสัมผัส

จะได้ว่า  $\widehat{OCB} = 90^\circ$

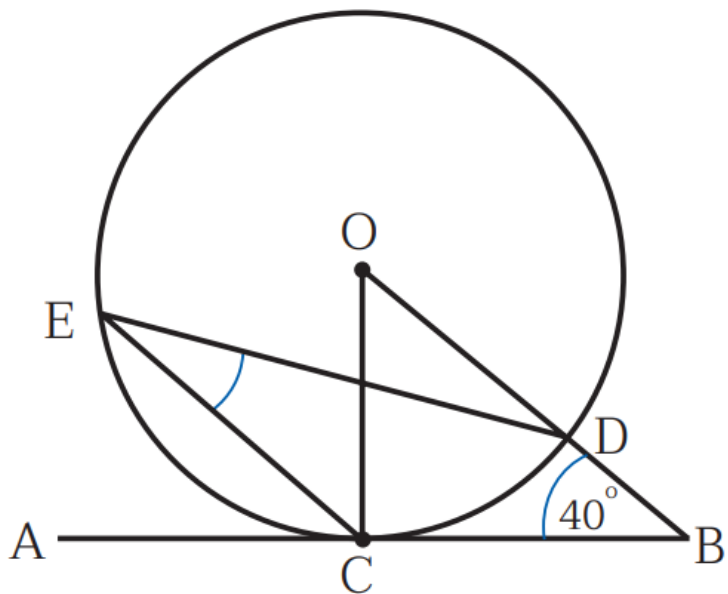
พิจารณา  $\triangle OCB$

จะได้  $\widehat{COB} + \widehat{OBC} + \widehat{OCB} = 180^\circ$

ดังนั้น  $\widehat{COB} = 180 - (40 + 90) = 50^\circ$



## ตัวอย่างที่ 2

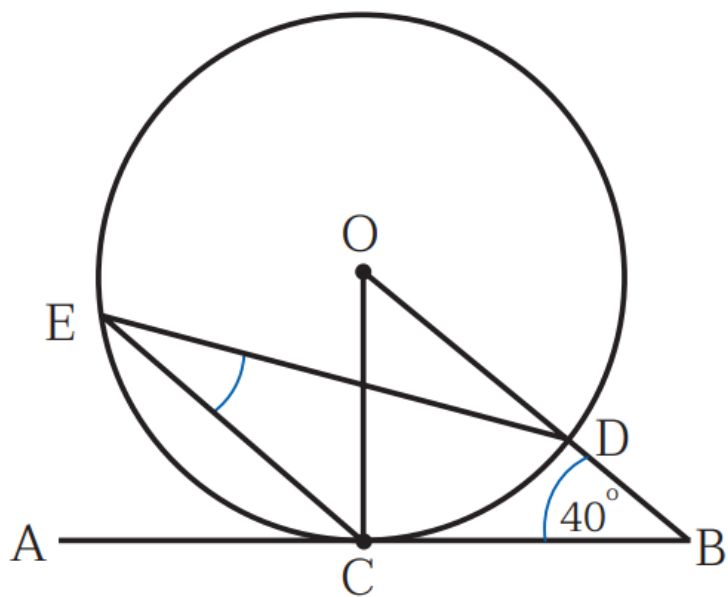


เนื่องจาก  $\widehat{CED}$  เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม

และ  $\widehat{COB}$  เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง  
ซึ่งต่างรองรับด้วยส่วนโค้ง CD

และ  $\widehat{COB}$  เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง  
ซึ่งต่างรองรับด้วยส่วนโค้ง CD

## ตัวอย่างที่ 2



จากทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในส่วนโค้ง  
ของวงกลมและมุมที่จุดศูนย์กลาง

$$\text{จึงได้ว่า } \widehat{COB} = 2(\widehat{CED})$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } \widehat{CED} &= \frac{1}{2} \widehat{COB} \\ &= \frac{1}{2} \times 50 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } \widehat{CED} = 25^\circ$$

นักเรียน

ทำแบบฝึกหัด





หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 กลมกลึงกับสิ่งน่ารู้

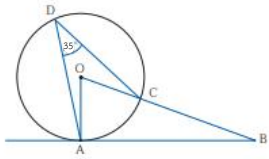
**แบบฝึกหัด 7 : เส้นสัมผัสกับวงกลม**

ชื่อ-สกุล ..... ชั้น ม.3/ ..... เลขที่ .....  
ชื่อ-สกุล ..... ชั้น ม.3/ ..... เลขที่ .....

**เส้นสัมผัสวงกลม** คือ เส้นตรงที่ตัดวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้น และเรียกจุดตัดนั้นว่า **จุดสัมผัส**  
เส้นสัมผัสวงกลมจะตั้งฉากกับรัศมีที่จุดสัมผัส

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแสดงวิธีทำในการหาคำตอบของโจทย์ต่อไปนี้

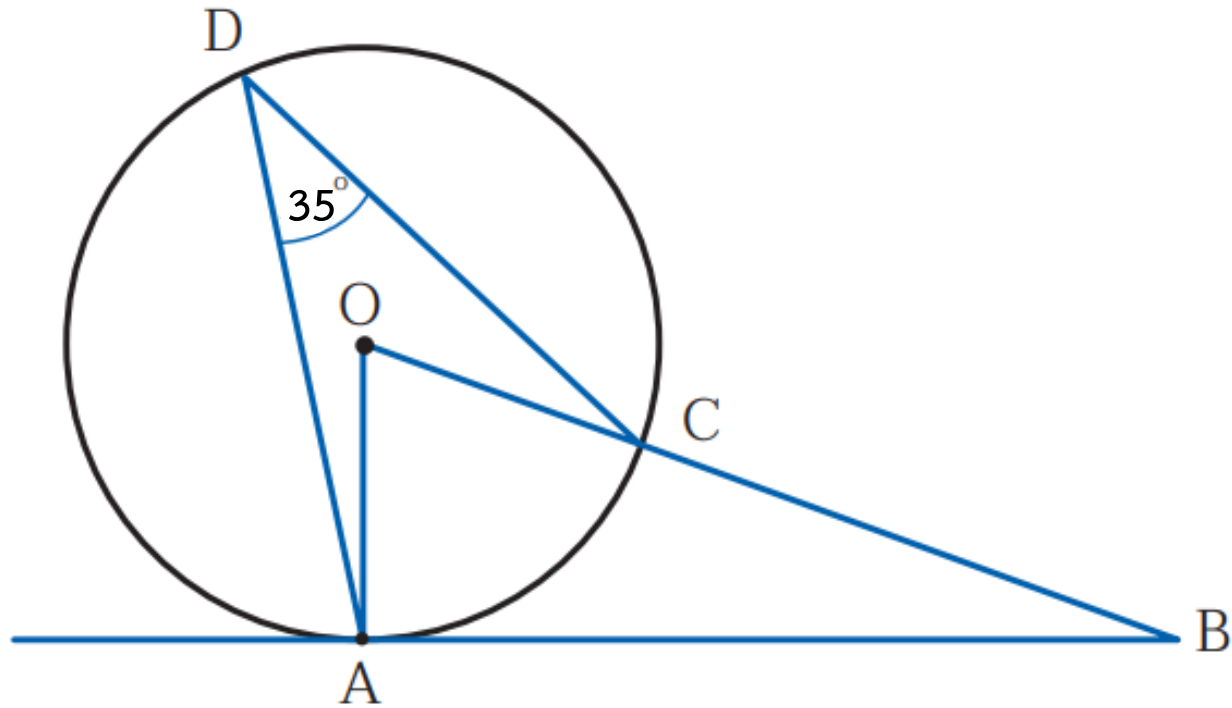
1. จากรูป  $\overline{AB}$  สัมผัสวงกลม  $O$  ที่จุด  $A$  และ  $\widehat{ADC} = 35^\circ$  จงหาขนาดของมุม  $ABC$



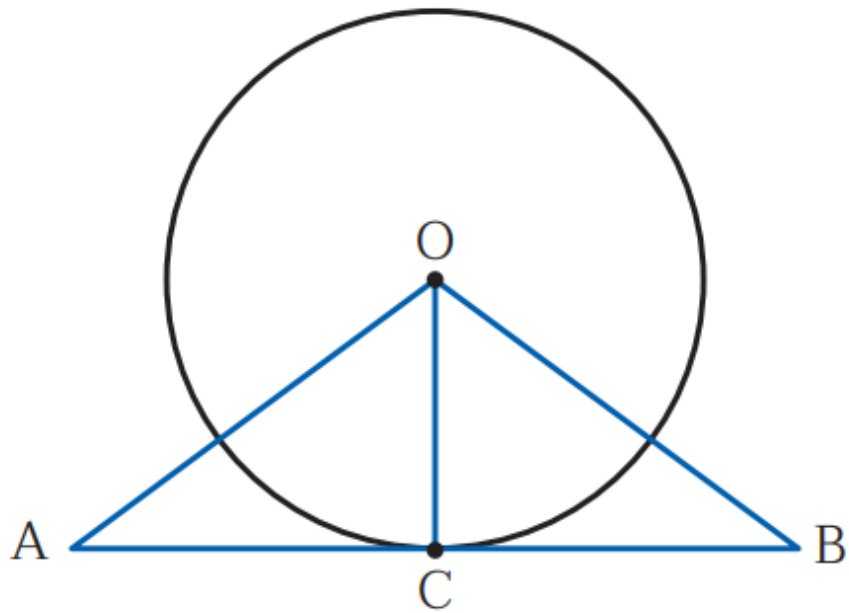
วิธีทำ.....  
.....  
.....  
.....  
.....



1. จากรูป  $\overline{AB}$  สัมผัสวงกลม  $O$  ที่จุด  $A$  และ  $\widehat{ADC} = 35^\circ$  จงหาขนาดของมุม  $ABC$



2. จากรูป  $\triangle ABO$  เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มีฐาน  $AB$  สัมผัสวงกลม  $O$  ที่จุด  $C$  ถ้ารัศมี  $CO$  ยาว 6 เซนติเมตร และ  $\overline{BO}$  ยาว 10 เซนติเมตร จงหาความยาวฐาน  $AB$



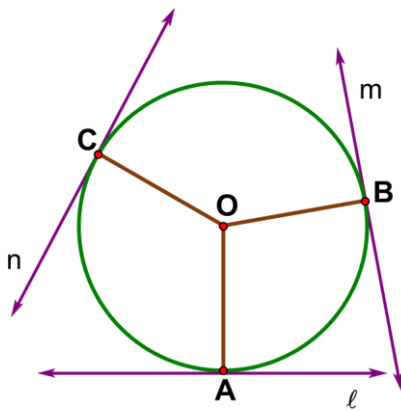
สรุป

ทำยบทเรียน

กลมกลิ้งกับเส้นภายนอก



เส้นสัมผัสวงกลมจะตั้งฉากกับรัศมีที่จุดสัมผัส หรือ  
อาจกล่าวได้ว่ารัศมีของวงกลมและเส้นสัมผัสวงกลม  
จะตั้งฉากซึ่งกันและกันที่จุดสัมผัส ซึ่งเราสามารถ  
นำความรู้นี้ไปใช้ร่วมกับทฤษฎีบทหรือสมบัติ  
ของวงกลมอื่น ๆ รวมทั้งทฤษฎีบทพีทาโกรัส  
ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้







# บทเรียนครั้งต่อไป

เรื่อง

กลมกลิ้งกับเส้นภายนอก (2)



