

รายวิชาคณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค23101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง กลมกลิ้งกับเส้นภายใน (1)

ครูผู้สอน ครูสรวงรัตน์ เดชะชาติ

ครูชุติมา วรรณรักษ์



เรื่อง กลมกลิ้งกับเส้นภายใน (1)





จุดประสงค์การเรียนรู้

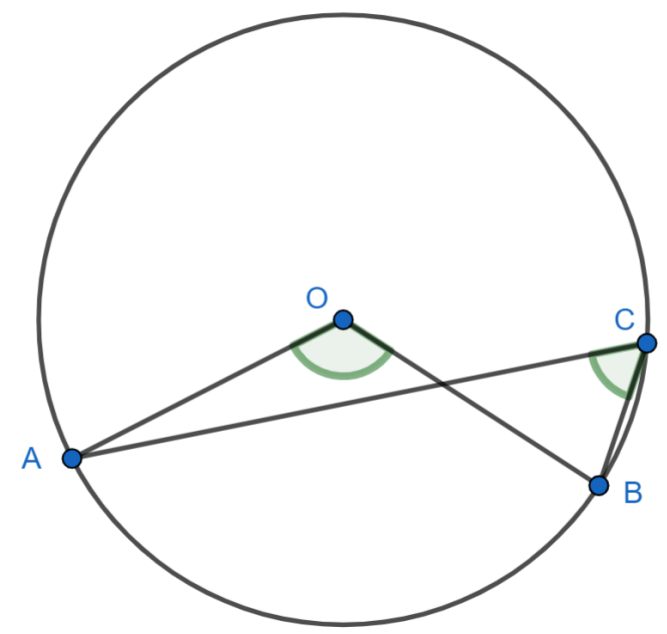
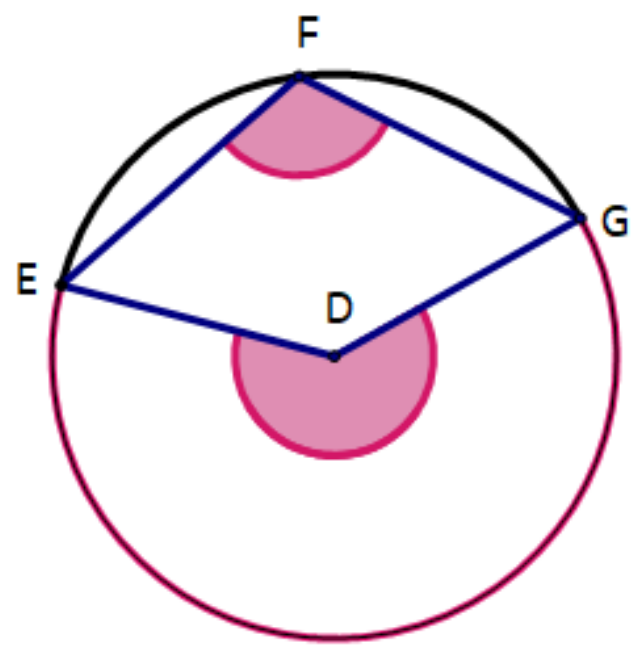
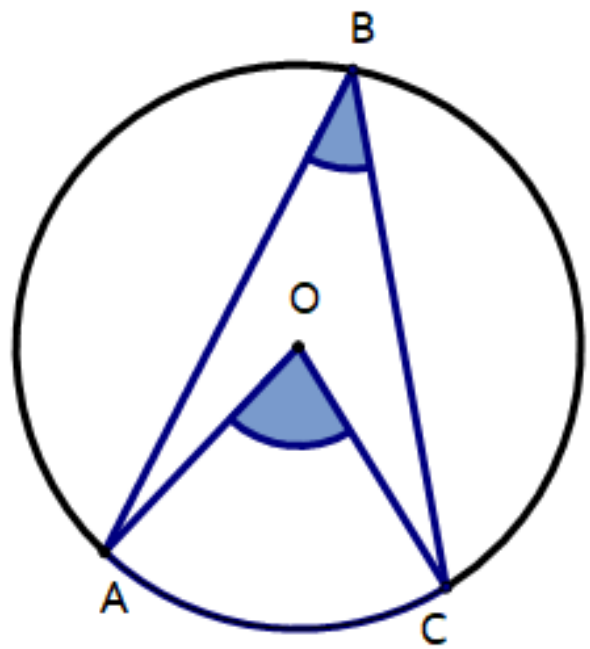


นักเรียนสามารถ

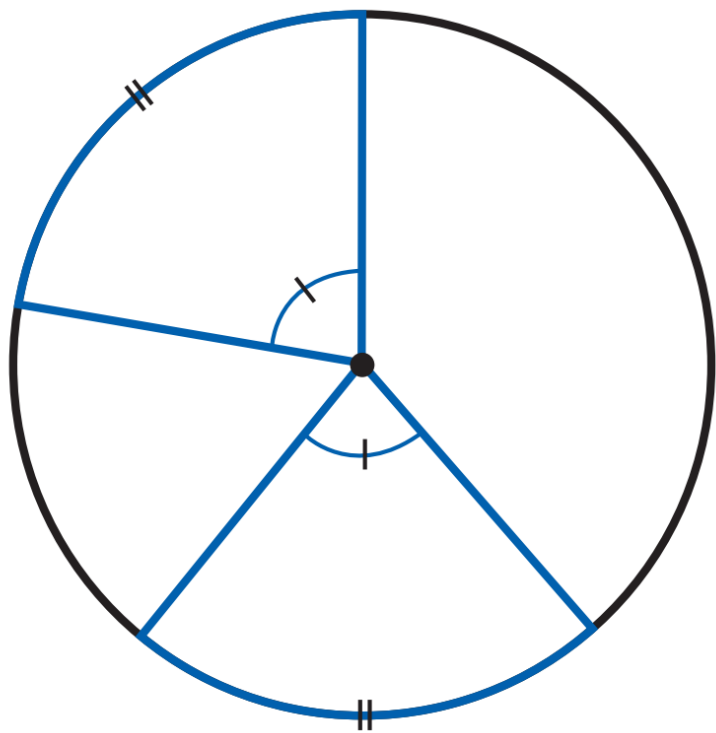
1. อธิบายทฤษฎีเกี่ยวกับคอร์ดของวงกลม
2. นำทฤษฎีบทเกี่ยวกับคอร์ดของวงกลมไปใช้ในการให้เหตุผล และแก้ปัญหาคณิตศาสตร์



ในวงกลมวงเดียวกัน มุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่า
ของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

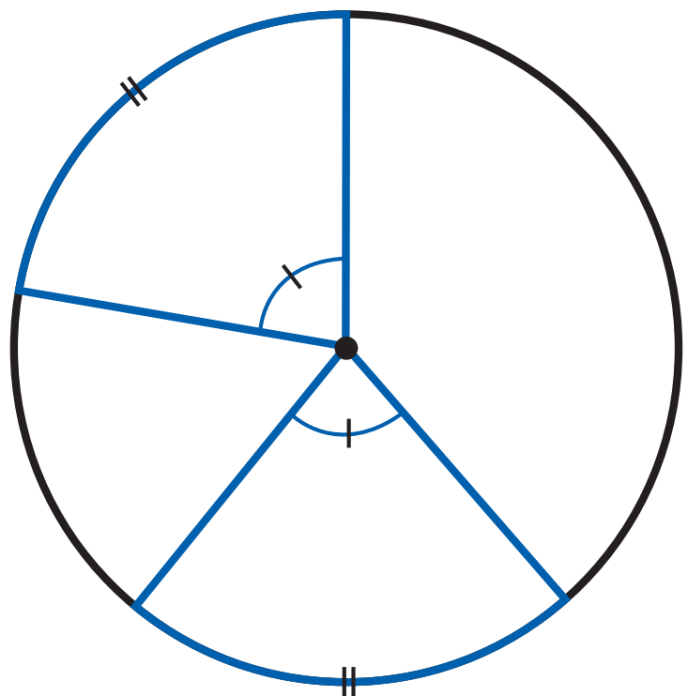


ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลาง



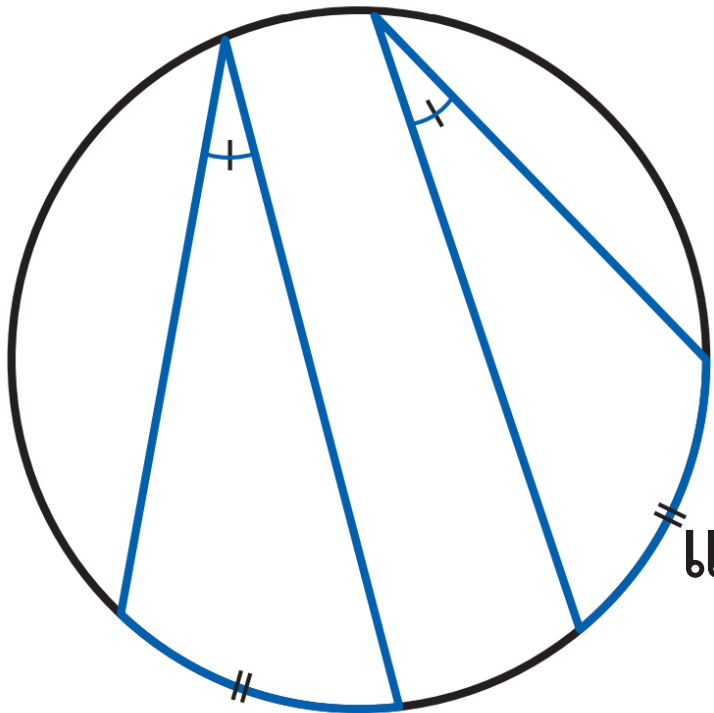
ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือ
ในวงกลมวงเดียวกัน
ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน
แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้น
จะยาวเท่ากัน

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางกลาง



ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการ
หรือในวงกลมวงเดียวกัน
ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน
แล้วมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้น
จะมีขนาดเท่ากัน

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในส่วนโค้งของวงกลม



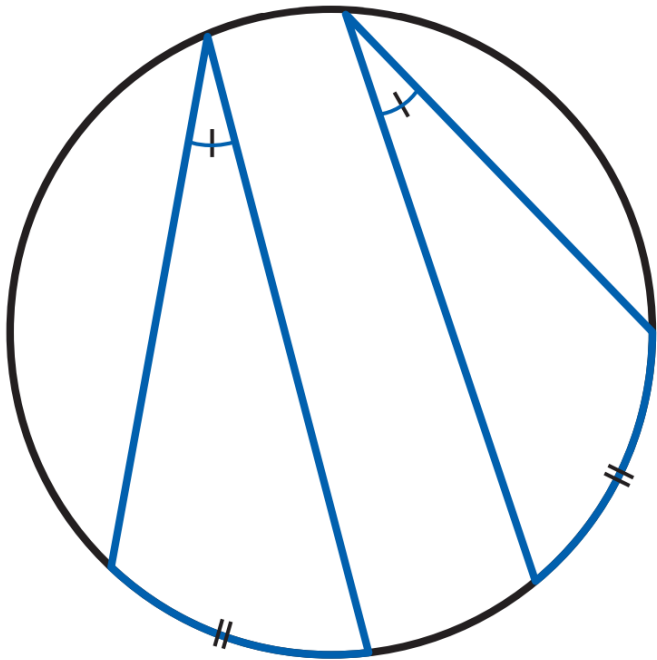
ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการ

หรือในวงกลมวงเดียวกัน

ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน

แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมเหล่านั้นจะมีขนาดเท่ากัน

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในส่วนโค้งของวงกลม

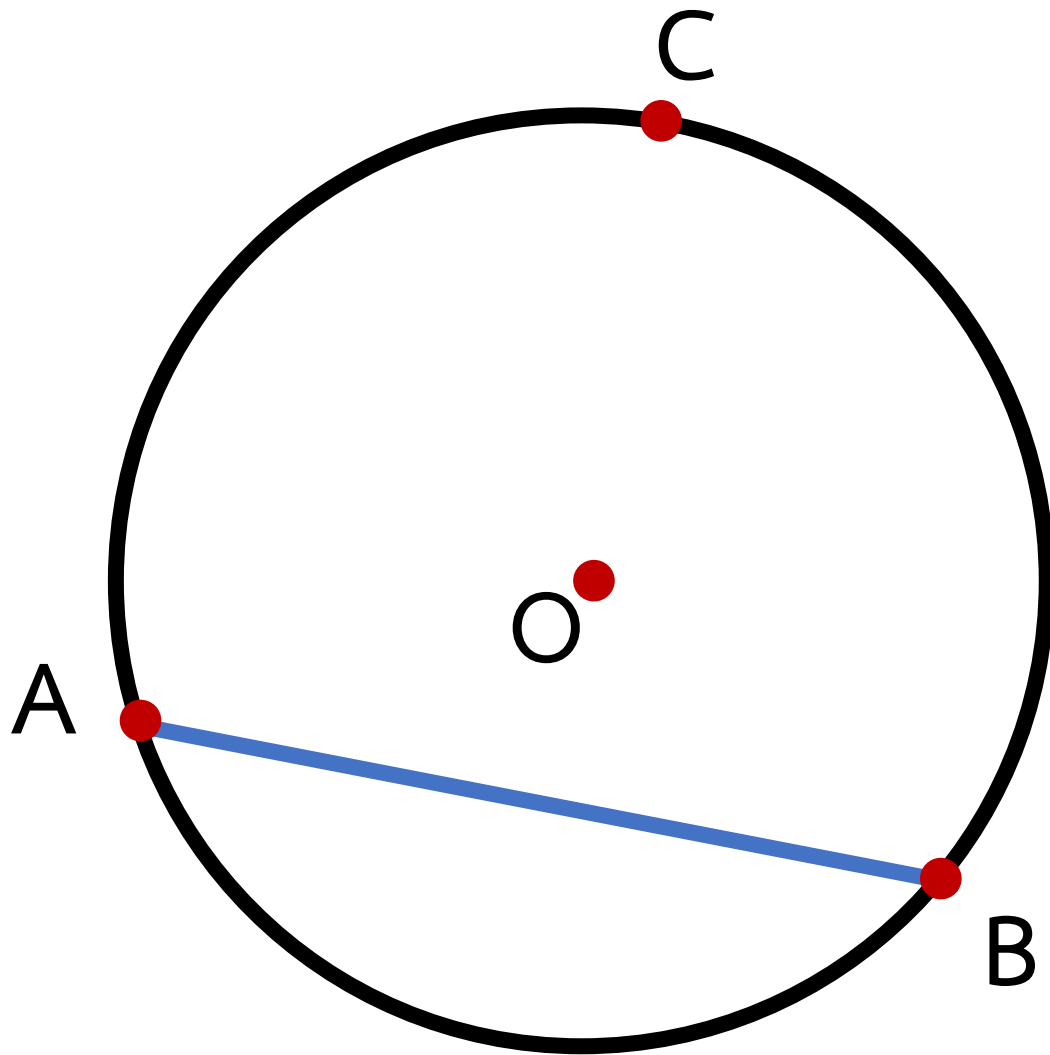


ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการ
หรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน
แล้วมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้ง
เหล่านั้นจะมีขนาดเท่ากัน

คอรัลด์

ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสอง
อยู่บนวงกลมเดียวกัน





คอร์ด AB

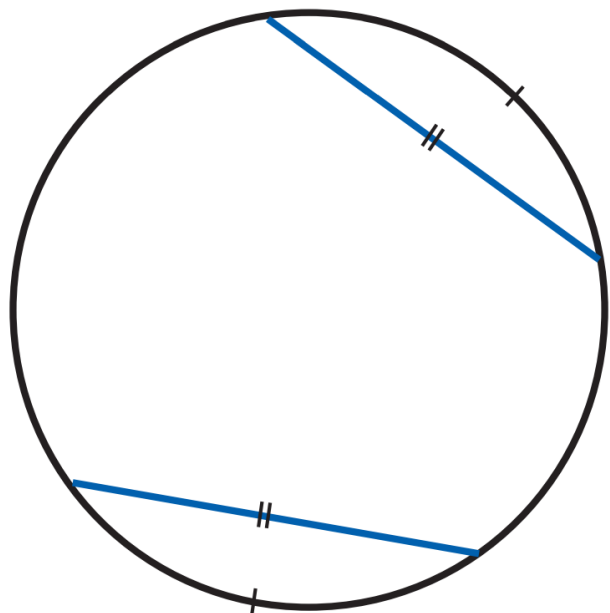
ส่วนโค้งใหญ่ ACB

ส่วนโค้งน้อย AB

วงกลมความคิด



ทฤษฎีบทเกี่ยวกับคอร์ดและส่วนโค้งที่รองรับคอร์ดนั้น



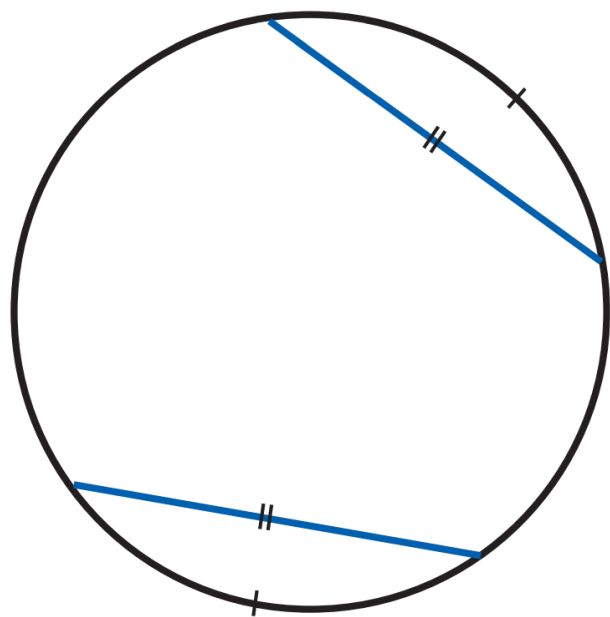
ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน

ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน

แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลม

ทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากันและส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับคอร์ดและส่วนโค้งที่รองรับคอร์ดนั้น



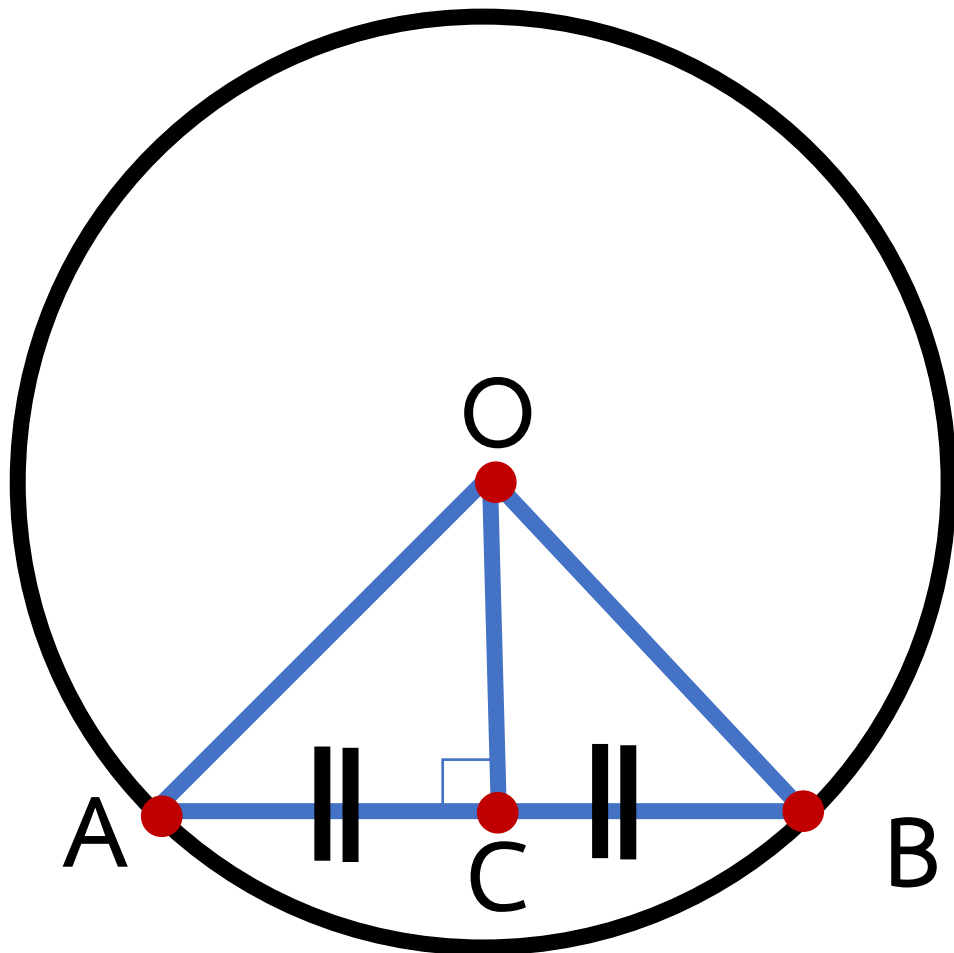
ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน

ถ้าคอร์ดสองเส้นตัดวงกลม

ทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน

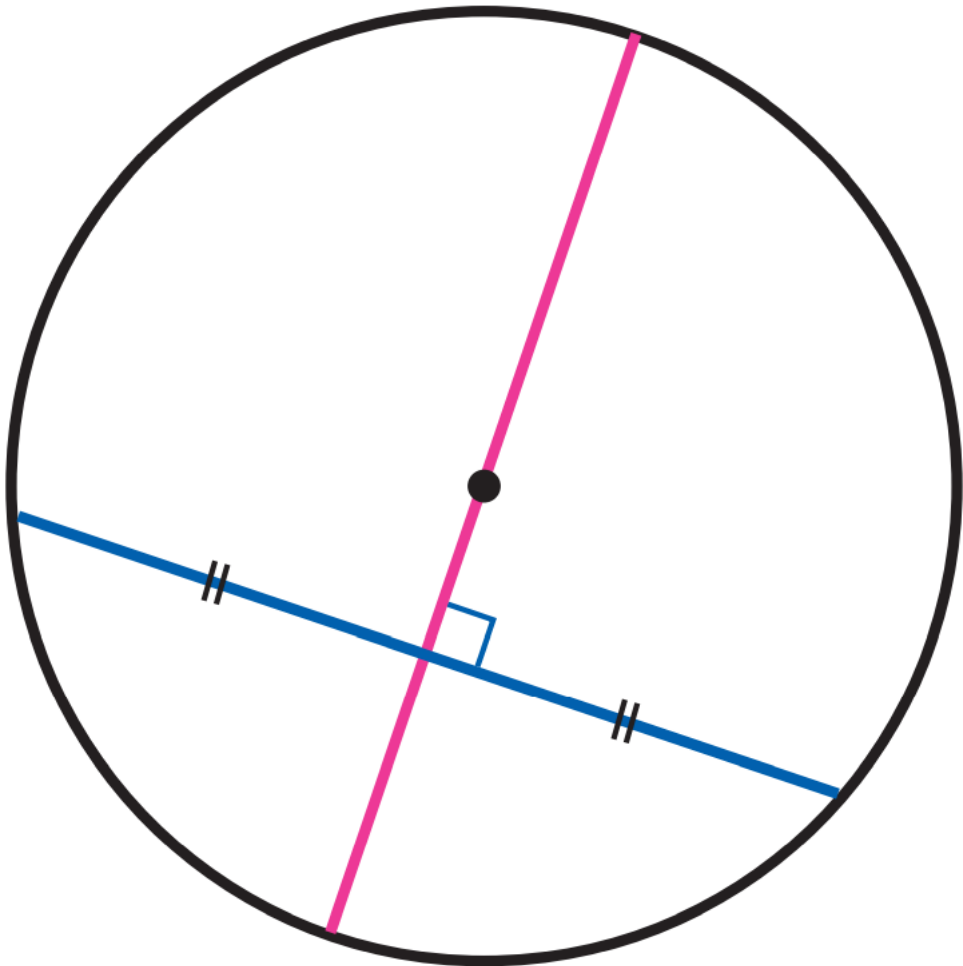
แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับคอร์ด



ลากส่วนของเส้นตรง
จากจุดศูนย์กลางของวงกลม
มาแบ่งครึ่งคอร์ดแล้ว
ส่วนของเส้นตรงดังกล่าว
จะตั้งฉากกับคอร์ดนั้นด้วย

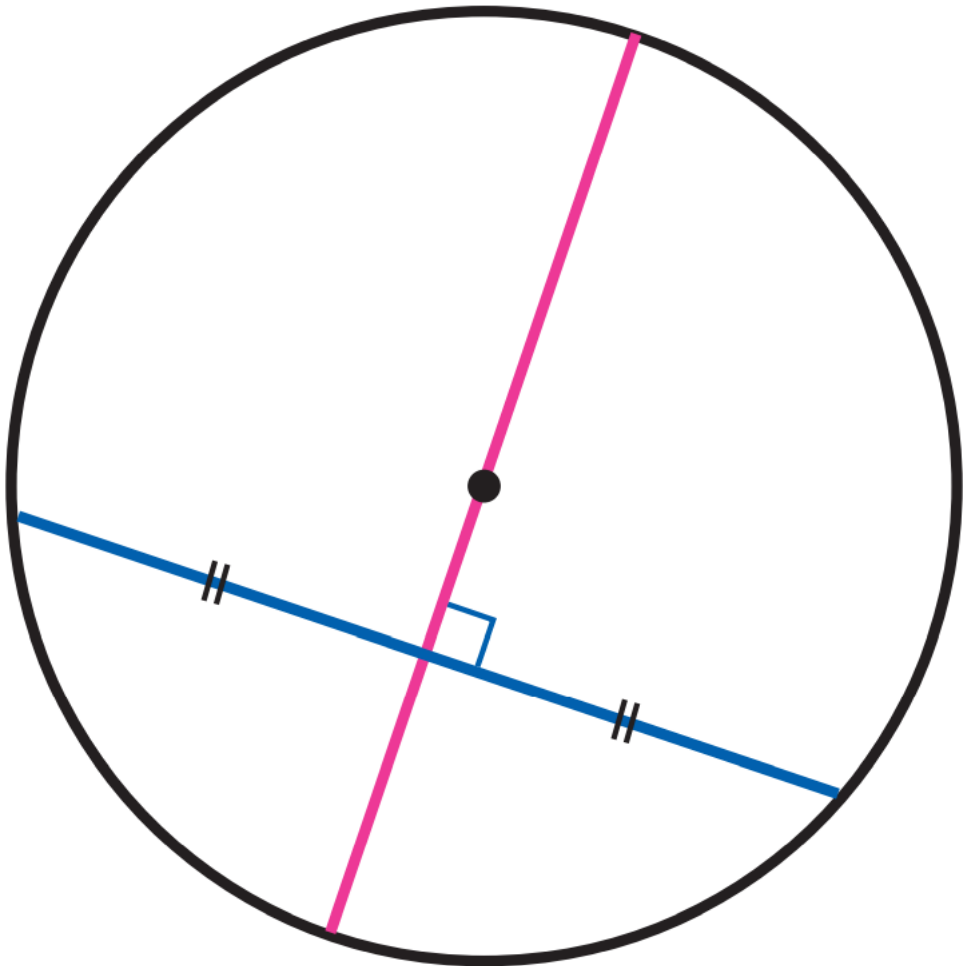
ทฤษฎีบทเกี่ยวกับคอร์ดและส่วนของเส้นตรงที่ลากผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม



ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลาง
ของวงกลม และตัดกับคอร์ดที่ไม่ใช่
เส้นผ่านศูนย์กลาง จะมีสมบัติดังนี้

- 1) ถ้าส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ด
แล้วส่วนของเส้นตรงนั้น
จะตั้งฉากกับคอร์ด

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับคอร์ดและส่วนของเส้นตรงที่ลากผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม

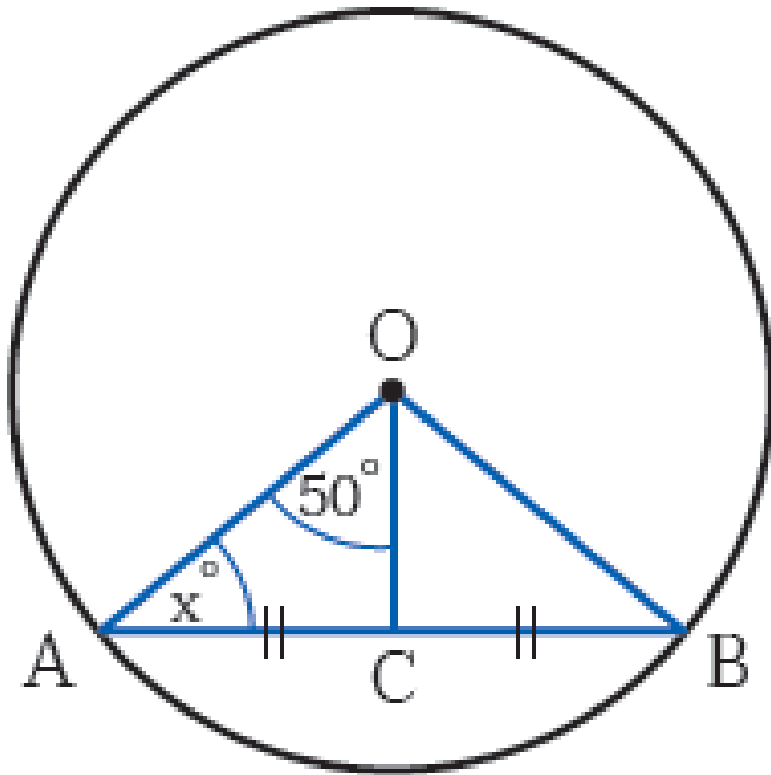


ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลาง
ของวงกลม และตัดกับคอร์ดที่ไม่ใช่
เส้นผ่านศูนย์กลาง จะมีสมบัติดังนี้
2) ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด
แล้วส่วนของเส้นตรงนั้น
จะแบ่งครึ่งคอร์ด

ตัวอย่าง

จากรูป \overline{AB} เป็นคอร์ดของวงกลม O โดยมีจุด C เป็นจุดกึ่งกลางของคอร์ด AB และ $\widehat{AOC} = 50^\circ$

จงหาค่า x



เนื่องจาก $\widehat{OAC} + \widehat{AOC} + \widehat{OCA} = 180^\circ$

และ $\widehat{AOC} = 50^\circ$

จากทฤษฎีบทคอร์ดของวงกลม

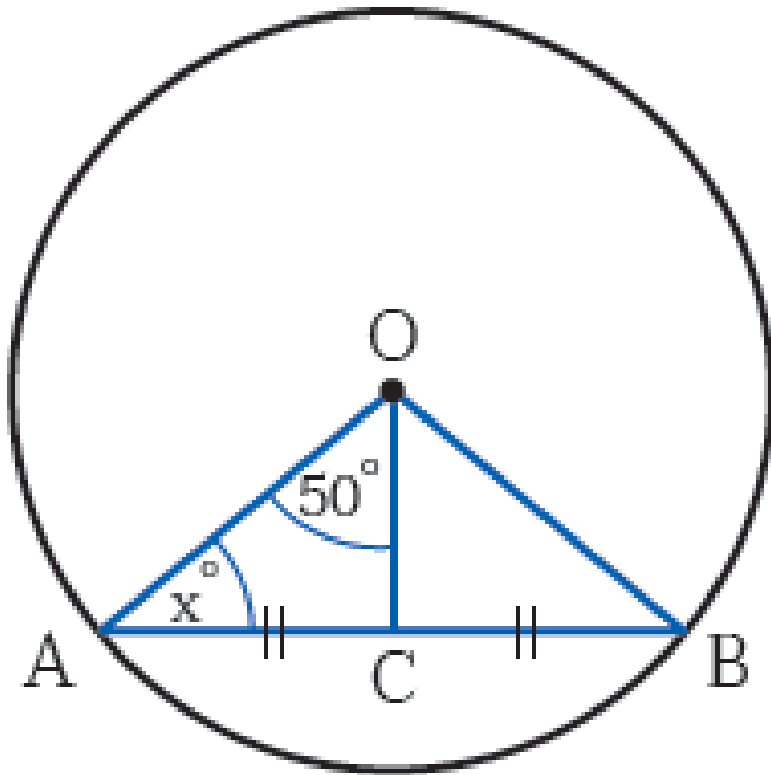
ทำให้ทราบว่า $\widehat{OCA} = 90^\circ$

จะได้ $x + 50 + 90 = 180$

ตัวอย่าง

จากรูป \overline{AB} เป็นคอร์ดของวงกลม O โดยมีจุด C เป็นจุดกึ่งกลางของคอร์ด AB และ $\widehat{AOC} = 50^\circ$

จงหาค่า x



$$\text{จะได้} \quad x + 50 + 90 = 180$$

$$x + 140 = 180$$

$$x = 180 - 140$$

$$x = 40$$

$$\text{ดังนั้น} \quad x = 40$$

แบบฝึกหัดที่ 5

ให้นักเรียนจับคู่กันเพื่อทำแบบฝึกหัดที่ 5

จับคู่คำตอบสุดท้าย (4)



แบบฝึกหัด 5 : จับคู่คำตอบถอครหัส (4)

ชื่อ-สกุล ชั้น ม.3/ เลขที่

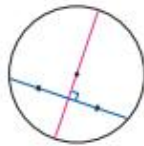
ชื่อ-สกุล ชั้น ม.3/ เลขที่

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับคอรัตและส่วนโค้งที่รองรับคอรัตนั้น



- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้าคอรัตสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอรัตทั้งสองจะตัดวงกลม ทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากันและส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน
- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้าคอรัตสองเส้นตัดวงกลม ทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน แล้วคอรัตทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับคอรัตและส่วนของเส้นตรงที่ลากผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม

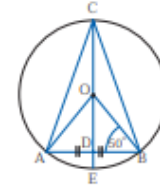
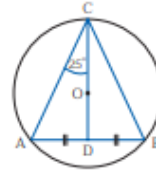


- ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม และตัดกับคอรัตที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง จะมีสมบัติดังนี้
 - 1) ถ้าส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอรัต แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอรัต
 - 2) ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอรัต แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอรัต



คำชี้แจง จงเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาคำตอบของโจทย์แต่ละข้อต่อไปนี้ เมื่อได้คำตอบแล้ว ให้โยงเส้นจับคู่กับคำตอบ แล้วนำตัวอักษรภาษาอังกฤษที่คู่กับคำตอบนั้นไปถอดรหัส

1. จากรูปที่กำหนดให้ \overline{AB} เป็นคอรัตของวงกลม O มีรูปสามเหลี่ยม ABC ที่ $AD = BD$ \overline{CD} ผ่านจุด O และ $\widehat{ACD} = 25^\circ$ จงหาขนาดของ \widehat{BAC}
2. จากรูปที่กำหนดให้ \overline{AB} เป็นคอรัตของวงกลม O มี $AD = BD$ และ $\widehat{ABO} = 50^\circ$ จงหาขนาดของ \widehat{BCE}



คำตอบ

R : 20°

I : 35°

F : 40°

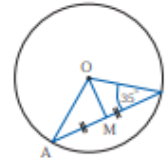
C : 55°

M : 60°

A : 65°

K : 90°

3. จากรูปที่กำหนดให้ \overline{AB} เป็นคอรัตของวงกลม O มี $AM = BM$ และ $\widehat{OBA} = 35^\circ$ จงหาขนาดของ \widehat{BOM}



รหัสที่ได้คือ

1 2 3



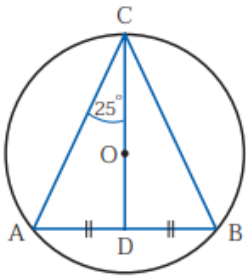
แบบฝึกหัดที่ 5



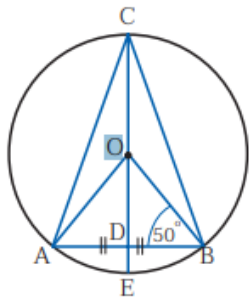
คำชี้แจง

จงเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่า x แล้วโยงเส้นจับคู่ค่า x ที่ได้
กับคำตอบแล้วนำตัวอักษรภาษาอังกฤษที่คู่กับคำตอบนั้น
ไปถอดรหัส

1. จากรูปที่กำหนดให้ \overline{AB} เป็นคอร์ดของวงกลม O มีรูปสามเหลี่ยม ABC ที่ $AD = BD$ \overline{CD} ผ่านจุด O และ $\widehat{ACD} = 25^\circ$ จงหาขนาดของ \widehat{BAC}



2. จากรูปที่กำหนดให้ \overline{AB} เป็นคอร์ดของวงกลม O มี $AD = BD$ และ $\widehat{ABO} = 50^\circ$ จงหาขนาดของ \widehat{BCE}



คำตอบ

R : 20°

I : 35°

F : 40°

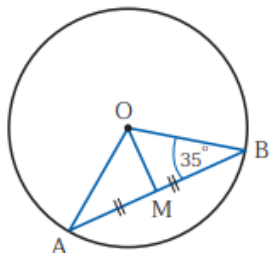
C : 55°

M : 60°

A : 65°

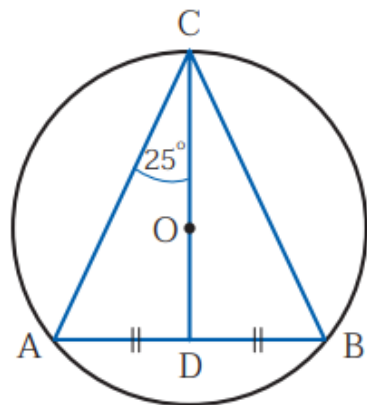
K : 90°

3. จากรูปที่กำหนดให้ \overline{AB} เป็นคอร์ดของวงกลม O มี $AM = BM$ และ $\widehat{OBA} = 35^\circ$ จงหาขนาดของ \widehat{BOM}

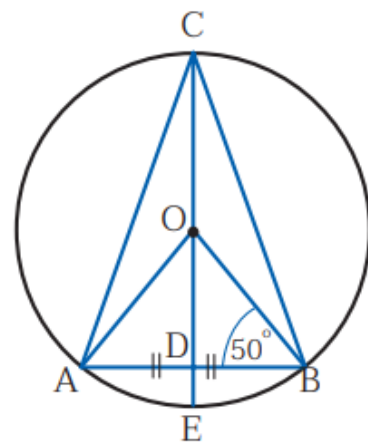


แบบฝึกหัดที่ 5

1. จากรูปที่กำหนดให้ \overline{AB} เป็นคอร์ดของวงกลม O มีรูปสามเหลี่ยม ABC ที่ $AD = BD$ \overline{CD} ผ่านจุด O และ $\widehat{ACD} = 25^\circ$ จงหาขนาดของ \widehat{BAC}



2. จากรูปที่กำหนดให้ \overline{AB} เป็นคอร์ดของวงกลม O มี $AD = BD$ และ $\widehat{ABO} = 50^\circ$ จงหาขนาดของ \widehat{BCE}



คำตอบ

R : 20°

I : 35°

F : 40°

C : 55°

M : 60°

A : 65°

K : 90°

คำตอบ

$$R : 20^\circ$$

$$I : 35^\circ$$

$$F : 40^\circ$$

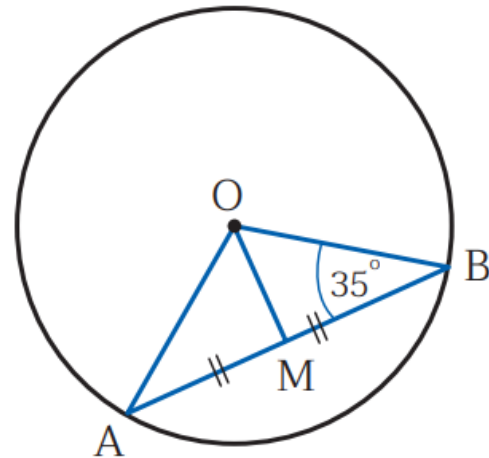
$$C : 55^\circ$$

$$M : 60^\circ$$

$$A : 65^\circ$$

$$K : 90^\circ$$

3. จากรูปที่กำหนดให้ \overline{AB} เป็นคอร์ดของวงกลม O
มี $AM = BM$ และ $\widehat{OBA} = 35^\circ$ จงหาขนาด
ของ \widehat{BOM}

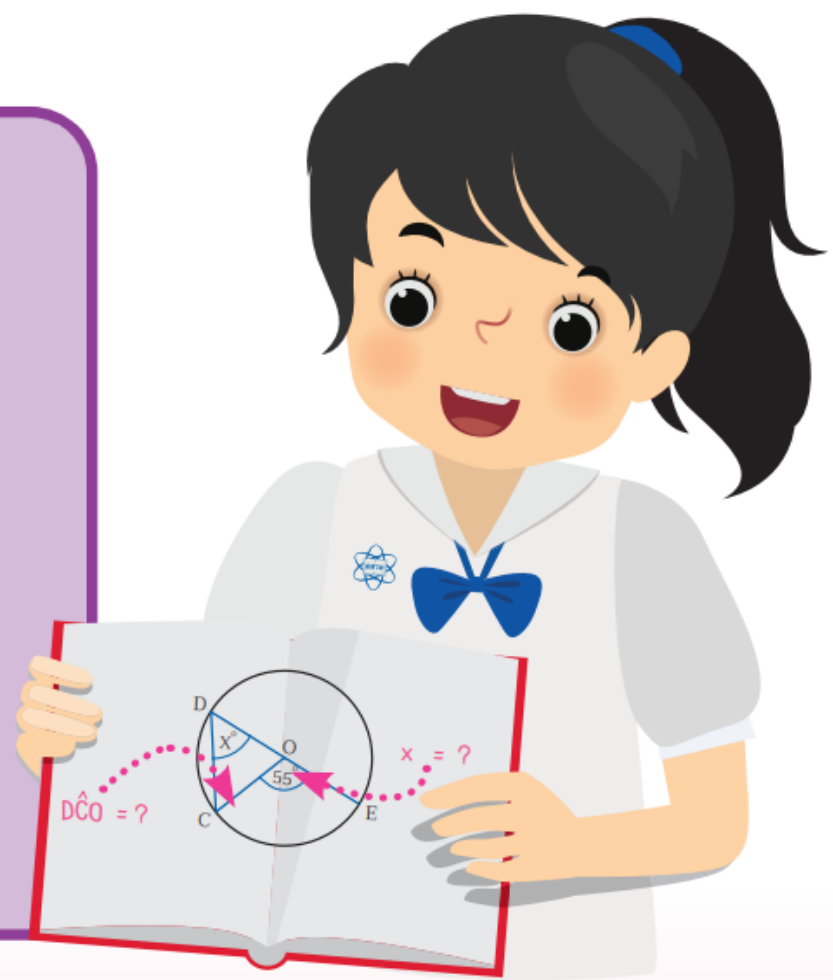


รหัสที่ได้คือ

1

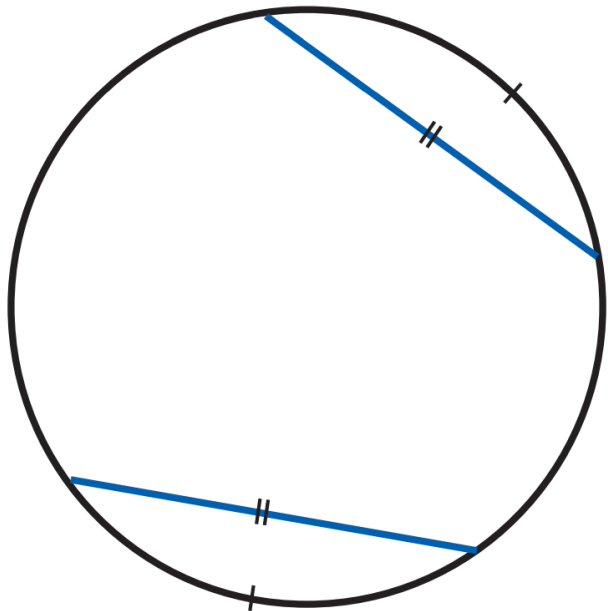
2

3



สรุปท้ายบทเรียน
???

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับคอร์ดและส่วนโค้งที่รองรับคอร์ดนั้น



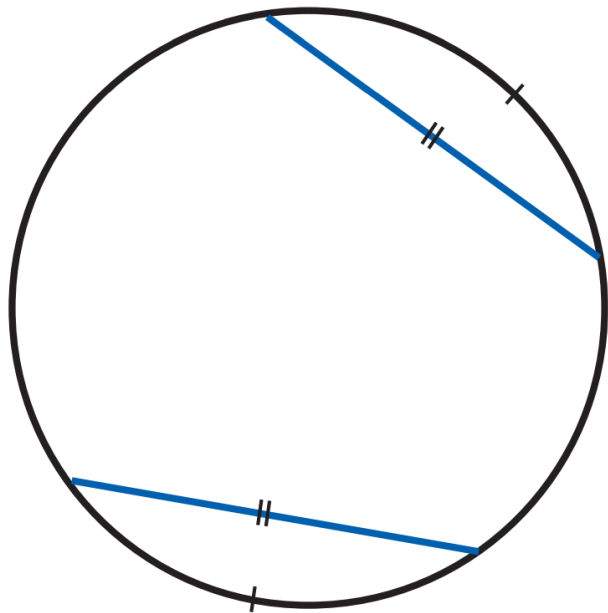
ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน

ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน

แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลม

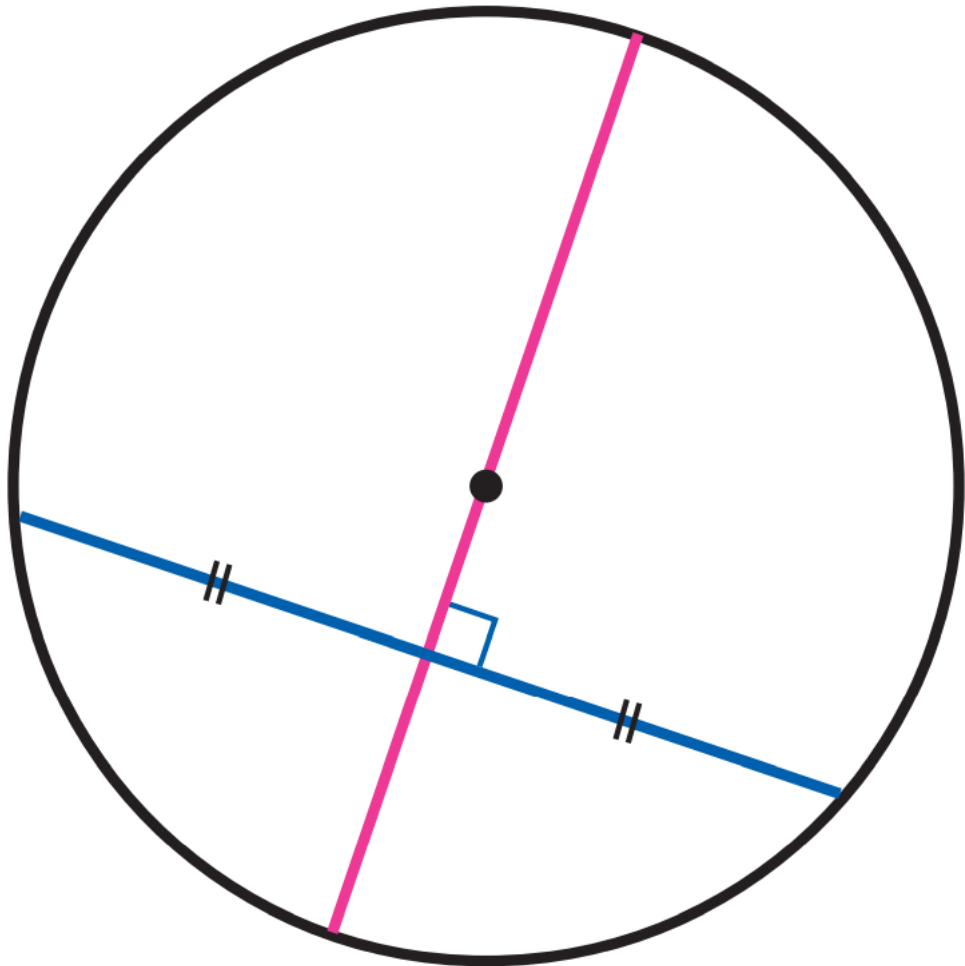
ทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากันและส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับคอร์ดและส่วนโค้งที่รองรับคอร์ดนั้น



ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน
ถ้าคอร์ดสองเส้นตัดวงกลม
ทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน
แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

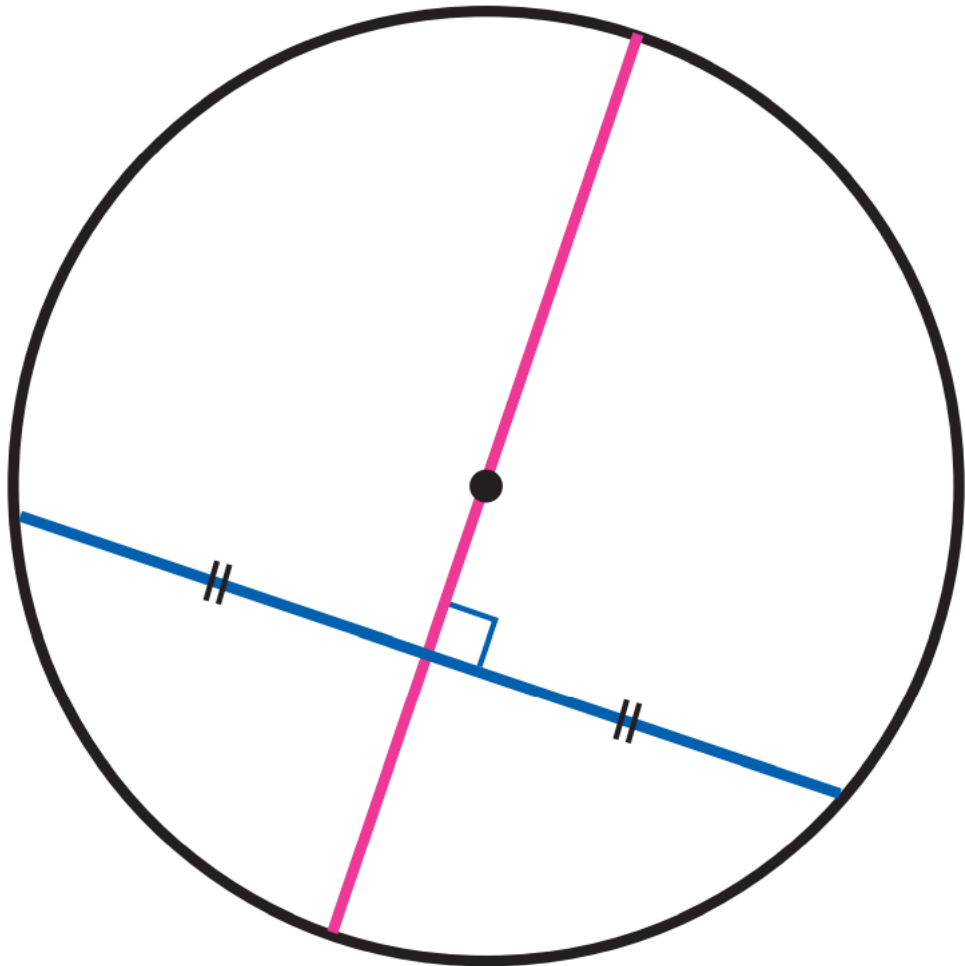
ทฤษฎีบทเกี่ยวกับคอร์ดและส่วนของเส้นตรงที่ลากผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม



ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลาง
ของวงกลม และตัดกับคอร์ดที่ไม่ใช่
เส้นผ่านศูนย์กลาง จะมีสมบัติดังนี้

- 1) ถ้าส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ด
แล้วส่วนของเส้นตรงนั้น
จะตั้งฉากกับคอร์ด

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับคอร์ดและส่วนของเส้นตรงที่ลากผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม



ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลาง
ของวงกลม และตัดกับคอร์ดที่ไม่ใช่
เส้นผ่านศูนย์กลาง จะมีสมบัติดังนี้
2) ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด
แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่ง
คอร์ด



บทเรียนครั้งต่อไป

เรื่อง

กลมกลิ้งกับเส้นภายใน (2)



สิ่งที่ต้องเตรียม

1. แบบฝึกหัดที่ 6 : จับคู่คำตอบตรงรหัส (5)
2. วงเวียนหรือแบบวาดวงกลม
3. ไม้บรรทัด
4. โพรแทรกเตอร์ใหญ่

สามารถดาวน์โหลดใบความรู้และใบงานได้ที่

www.dltv.ac.th

