

# รายวิชาคณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค23101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง กลมกลิ้งความจริงเกี่ยวกับมุม (3)

ครูผู้สอน ครูสรวงรัตน์ เดชะชาติ

ครูชุติมา วรรณรักษ์

เรื่อง กลมกลิ้งกับความจริง  
เกี่ยวกับมุม (3)





# จุดประสงค์การเรียนรู้



นักเรียนสามารถ

1. อธิบายทฤษฎีเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม
2. นำทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลาง และมุมในส่วนโค้งของวงกลมไปใช้ในการให้เหตุผล และแก้ปัญหาคณิตศาสตร์



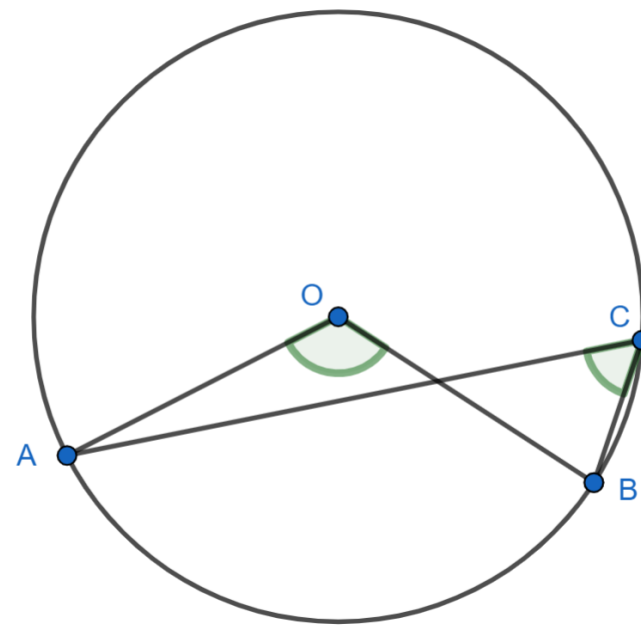
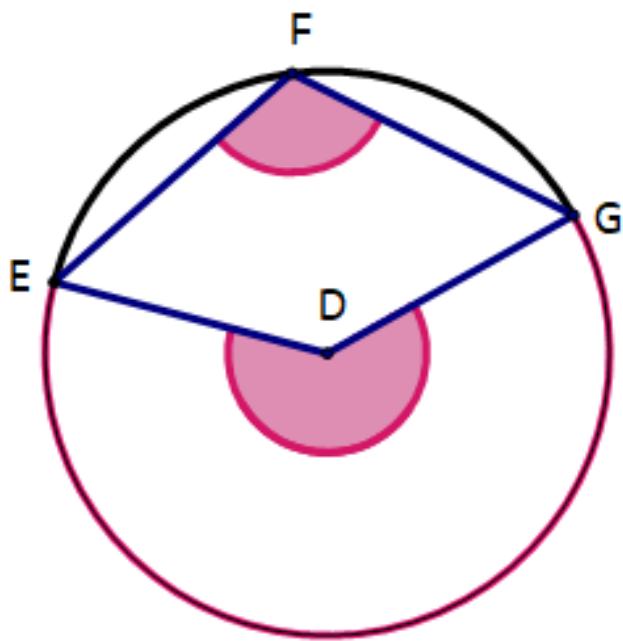
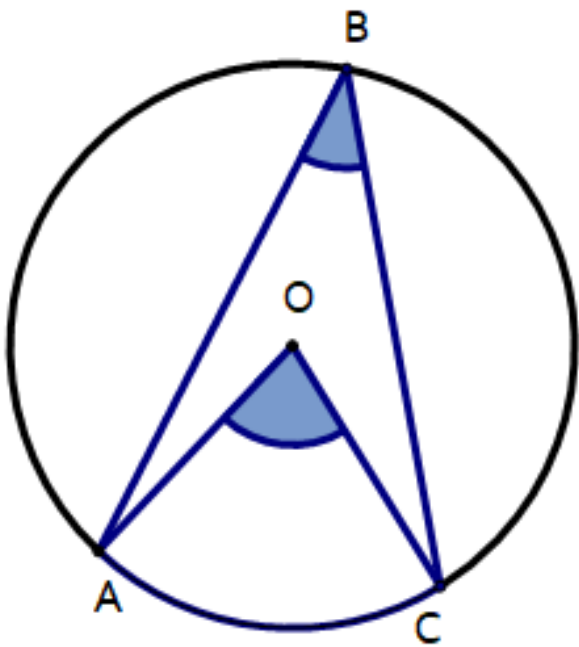


ในวงกลมวงเดียวกัน มุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่า  
ของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

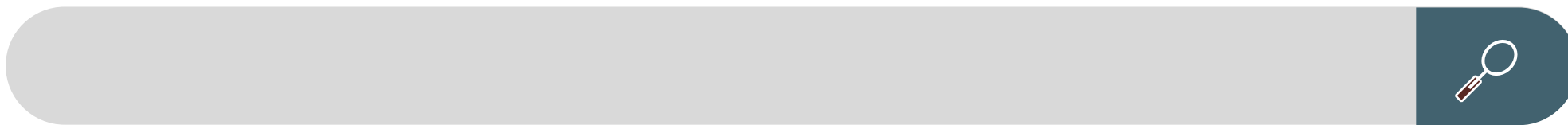




ในวงกลมวงเดียวกัน มุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่า  
ของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน



# วงกลมความคิด





# ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในส่วนโค้งของวงกลม



ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน  
ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน  
แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะยาวเท่ากัน

# ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในส่วนโค้งของวงกลม



ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน

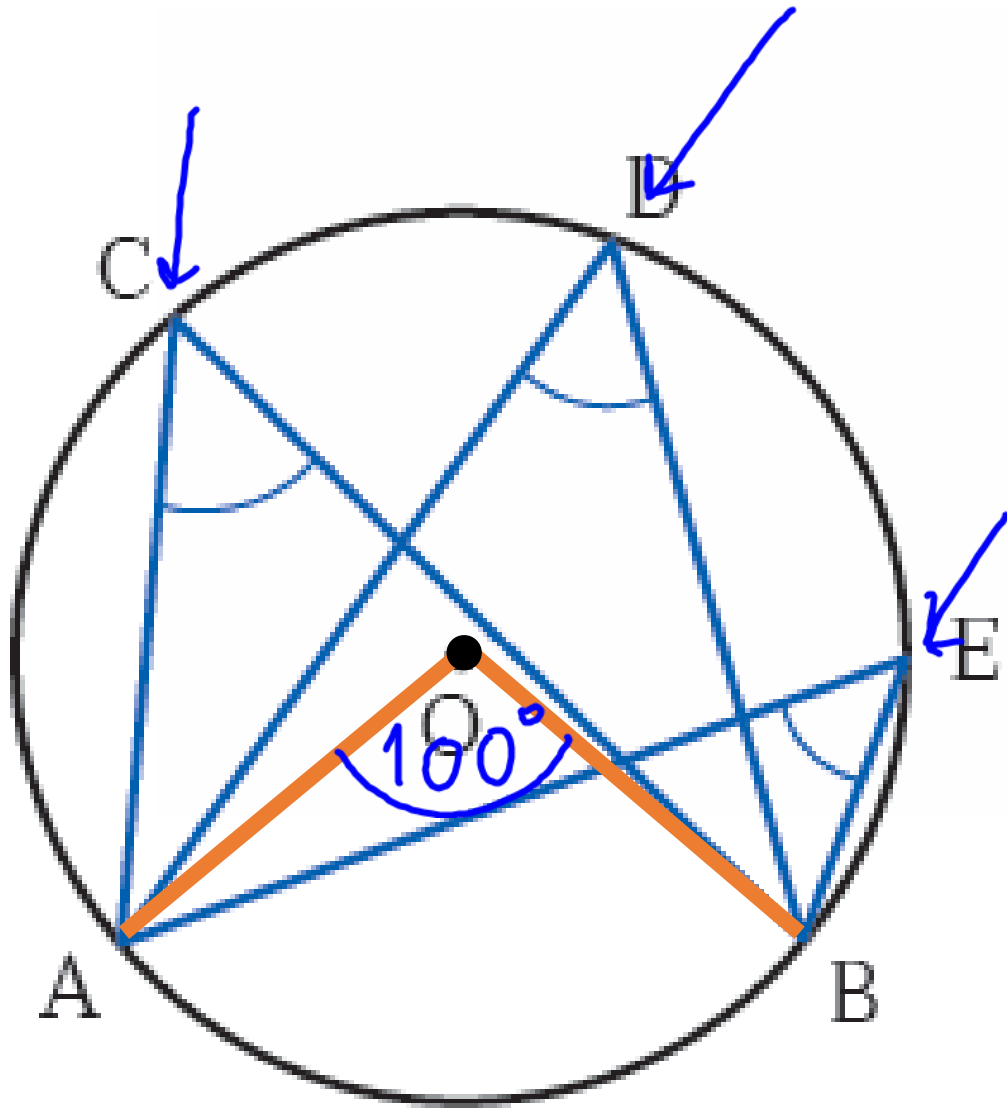
ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน

แล้วมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน



มุมในส่วนโค้งที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน  
หรือส่วนโค้งที่ยาวเท่ากัน



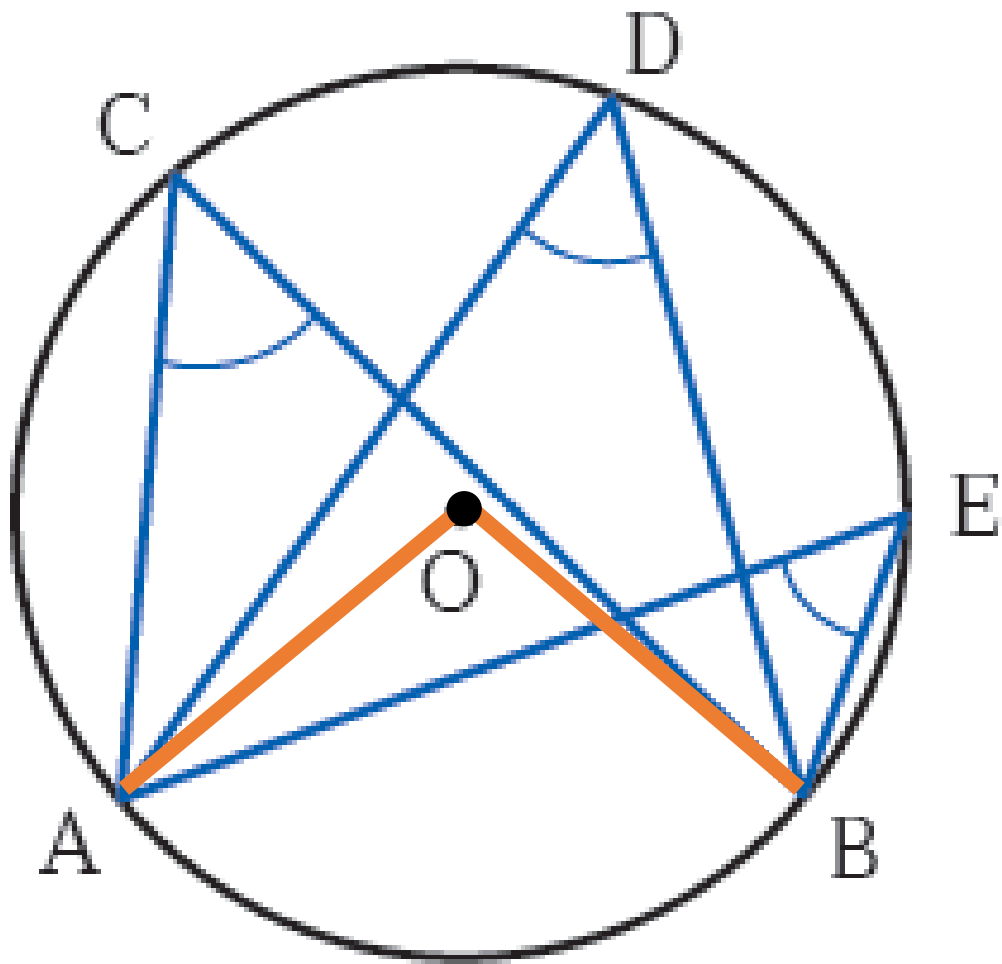


ถ้า  $\widehat{AOB}$  มีขนาด  $100^\circ$  แล้ว

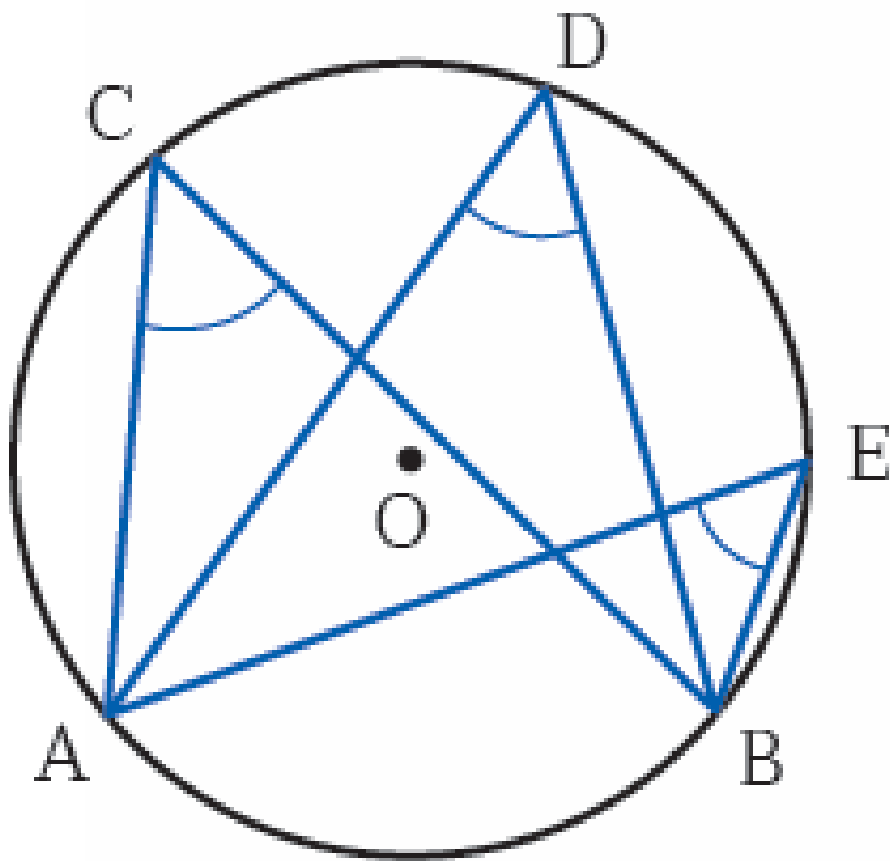
$\widehat{ACB}$  จะมีขนาดเท่าไร  $50^\circ$

$\widehat{ADB}$  จะมีขนาดเท่าไร  $50^\circ$

$\widehat{AEB}$  จะมีขนาดเท่าไร  $50^\circ$



มุมในส่วนโค้งของวงกลม  
ทั้งสามมุมมีขนาดเท่ากัน  
และมีขนาดเป็นครึ่งหนึ่ง  
ของมุมที่จุดศูนย์กลาง



## ข้อความคาดการณ์

ในวงกลมวงเดียวกัน

มุมในส่วนโค้งของวงกลม

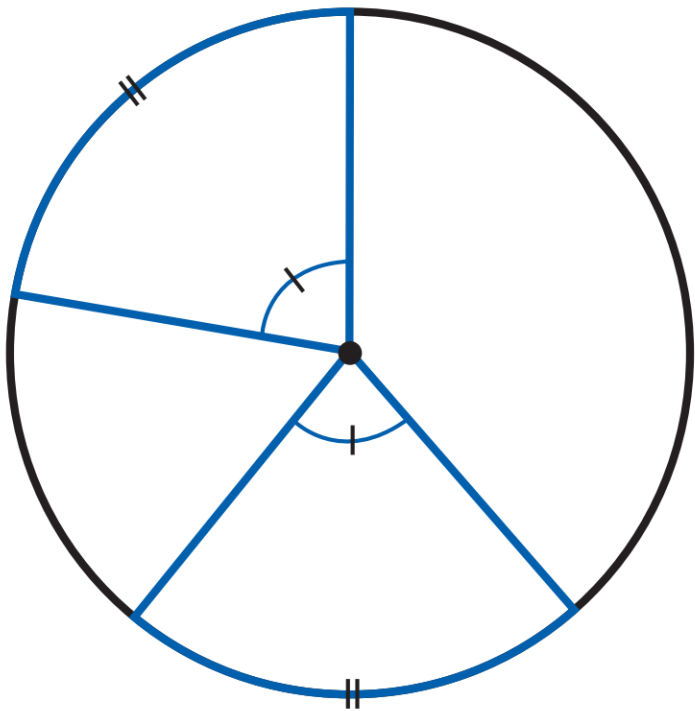
ที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

จะมีขนาดเท่ากัน

สำหรับวงกลมต่างวงกัน  
ที่เท่ากันทุกประการที่ส่วนโค้ง  
รองรับมีขนาดเท่ากัน  
ความสัมพันธ์นี้ก็ยังเป็นจริง

ในวงกลมวงเดียวกัน  
ถ้ามุมในส่วนโค้งสองมุม  
มีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้ง  
ที่รองรับมุมทั้งสอง  
จะมีขนาดเท่ากัน

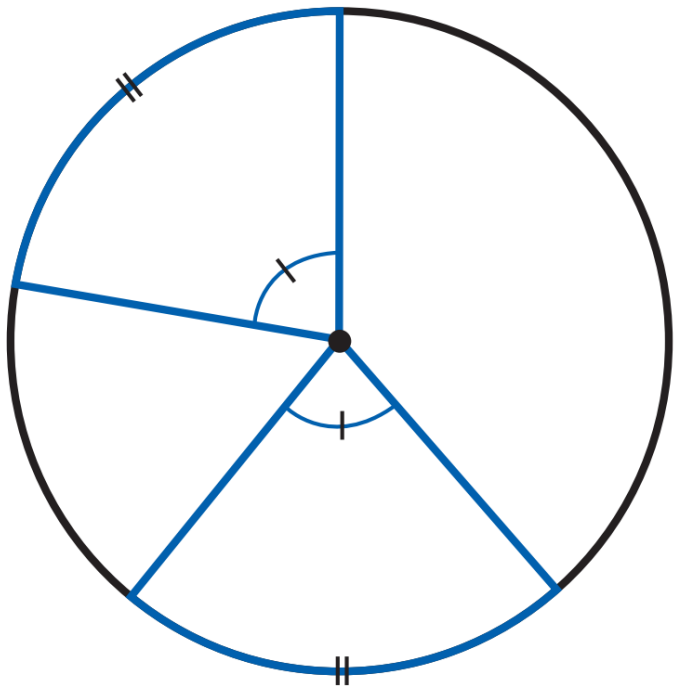
# ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลาง



ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือ  
ในวงกลมวงเดียวกัน  
ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน  
แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้น  
จะยาวเท่ากัน

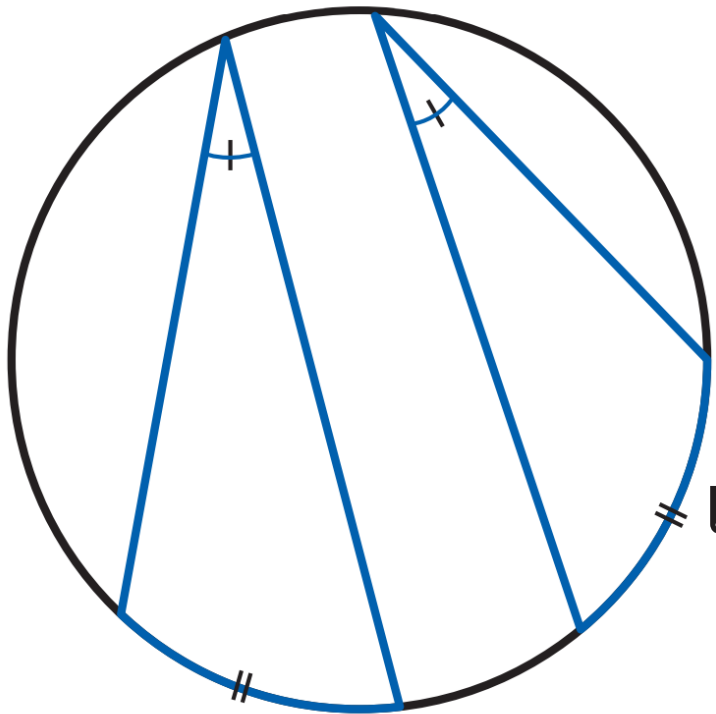


# ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางกลาง



ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการ  
หรือในวงกลมวงเดียวกัน  
ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน  
แล้วมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้น  
จะมีขนาดเท่ากัน

# ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในส่วนโค้งของวงกลม



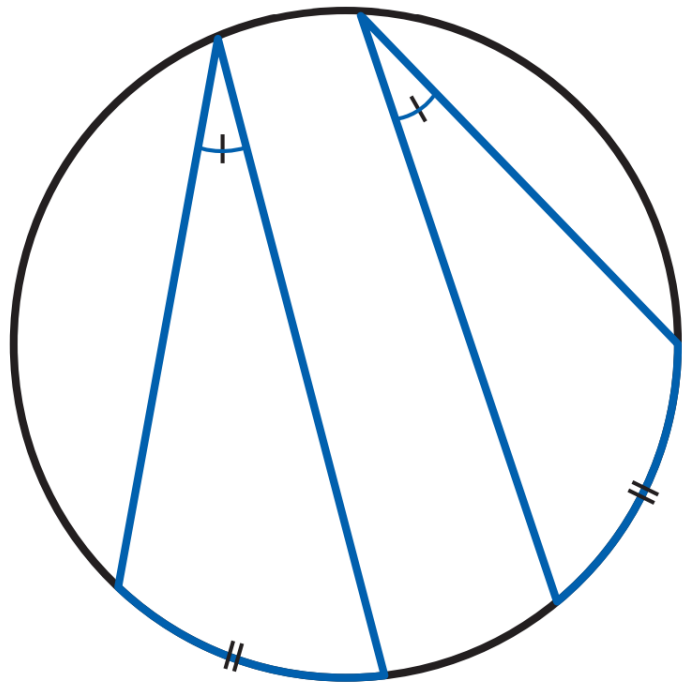
ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการ

หรือในวงกลมวงเดียวกัน

ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน

แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมเหล่านั้นจะมีขนาดเท่ากัน

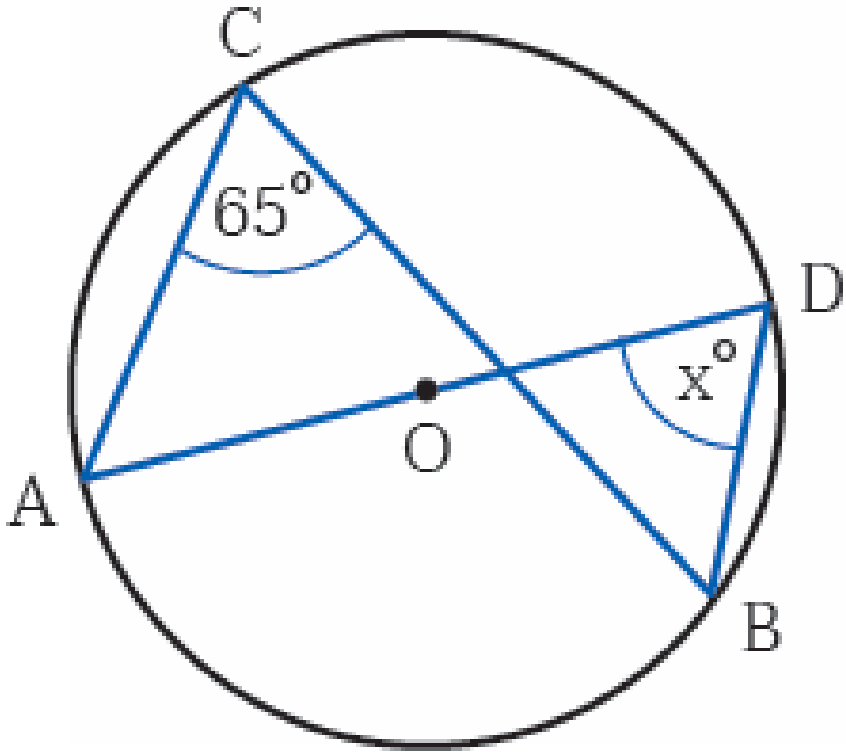
# ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในส่วนโค้งของวงกลม



ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการ  
หรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน  
แล้วมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้ง  
เหล่านั้นจะมีขนาดเท่ากัน

ตัวอย่าง

จากรูป วงกลม O มี  $\widehat{ACB} = 65^\circ$  จงหาค่า x



เนื่องจาก  $\widehat{ACB} = 65^\circ$

และ  $\widehat{ADB} = \widehat{ACB}$

ดังนั้น  $x = 65$

# แบบฝึกหัดที่ 3

ให้นักเรียนจับคู่กันเพื่อทำแบบฝึกหัดที่ 3



จับคู่คำตอบถอดรหัส (2)



**แบบฝึกหัด 3 : จับคู่คำตอบถอครหัส (2)**

ชื่อ-สกุล \_\_\_\_\_ ชั้น ม.3/ \_\_\_\_\_ เลขที่ \_\_\_\_\_

ชื่อ-สกุล \_\_\_\_\_ ชั้น ม.3/ \_\_\_\_\_ เลขที่ \_\_\_\_\_

**ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลาง**



- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้นก็ยาวเท่ากัน
- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน

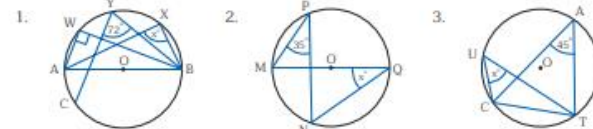
**ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในส่วนโค้งของวงกลม**



- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมนั้นจะยาวเท่ากัน
- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเหล่านั้นจะมีขนาดเท่ากัน



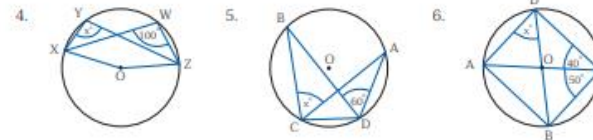
**คำชี้แจง** จงเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่า  $x$  แล้วโยงเส้นจับคู่ค่า  $x$  ที่ได้กับคำตอบ แล้วนำตัวอักษรภาษาอังกฤษที่คู่กับคำตอบนั้นไปถอดรหัส



เนื่องจาก  $\widehat{MQN} = \widehat{MPN}$   
 และ  $\widehat{MPN} = 35^\circ$   
 ดังนั้น  $x = 35$

**คำตอบ**

A : 35	D : 45	E : 70	I : 100
M : 72	R : 90	S : 50	T : 40



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**รหัสที่ได้คือ**

1	2	3	4	5	6
	A				

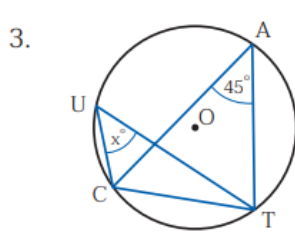
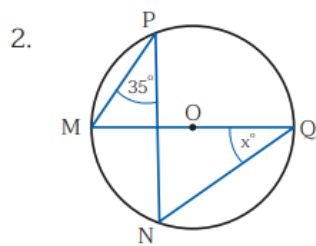
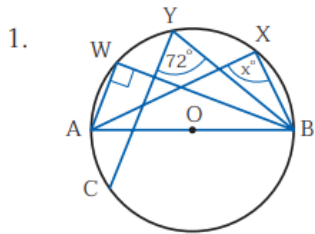


# แบบฝึกหัดที่ 3



คำชี้แจง

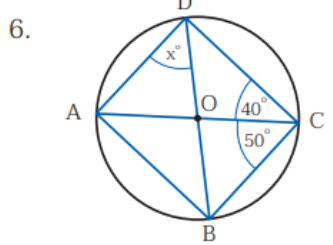
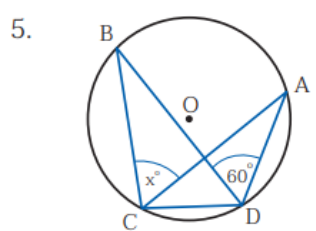
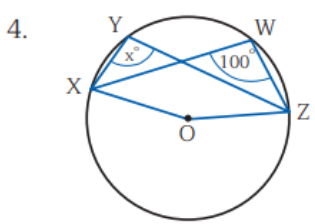
จงเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่า  $x$  แล้วโยงเส้นจับคู่ค่า  $x$  ที่ได้  
กับคำตอบแล้วนำตัวอักษรภาษาอังกฤษที่คู่กับคำตอบนั้น  
ไปถอดรหัส



เนื่องจาก  $\widehat{MQN} = \widehat{MPN}$   
 และ  $\widehat{MPN} = 35^\circ$   
 ดังนั้น  $x = 35$

คำตอบ

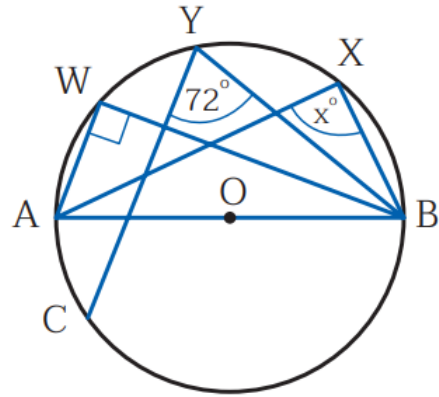
- A : 35
- D : 45
- E : 70
- I : 100
- M : 72
- R : 90
- S : 50
- T : 40
- U : 60



.....  
 .....  
 .....

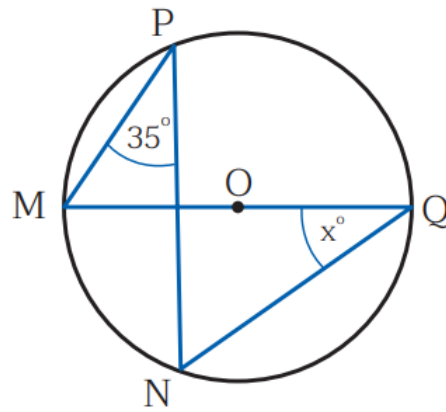
# แบบฝึกหัดที่ 3

1.



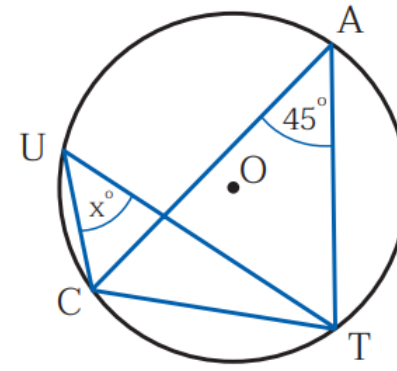
.....  
 .....  
 .....

2.



เนื่องจาก  $\widehat{MQN} = \widehat{MPN}$   
 และ  $\widehat{MPN} = 35^\circ$   
 ดังนั้น  $x = 35$

3.



.....  
 .....  
 .....

**คำตอบ**

A : 35

D : 45

E : 70

I : 100

M : 72

R : 90

S : 50

T : 40

U : 60

คำตอบ

A : 35

D : 45

E : 70

I : 100

M : 72

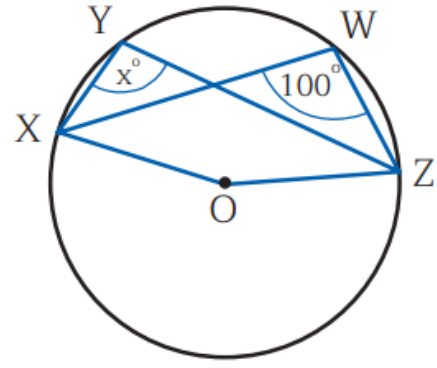
R : 90

S : 50

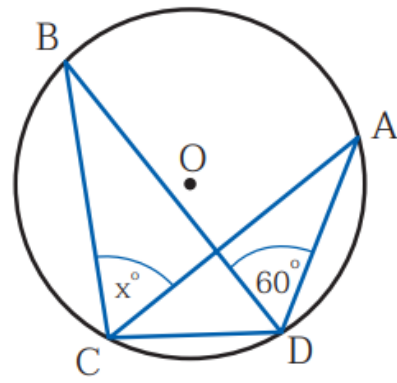
T : 40

U : 60

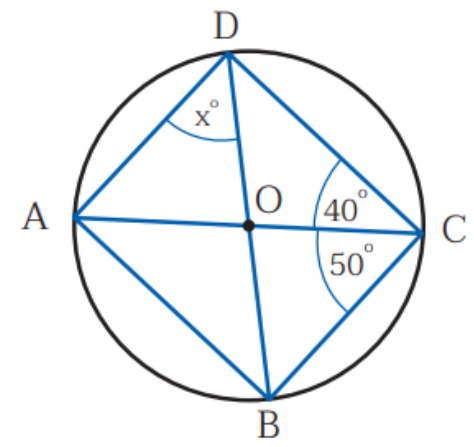
4.



5.



6.



-----

-----

-----

รหัสที่ได้คือ

1

2

3

4

5

6

A



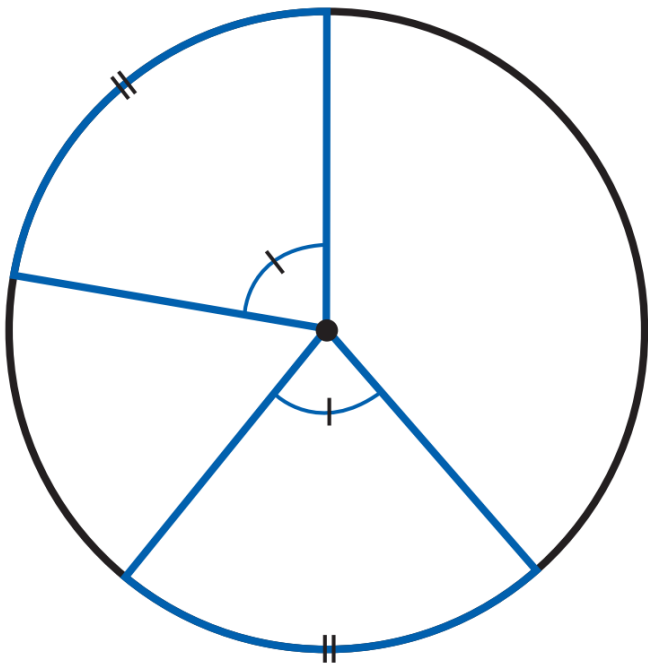


# สรุปท้ายบทเรียน



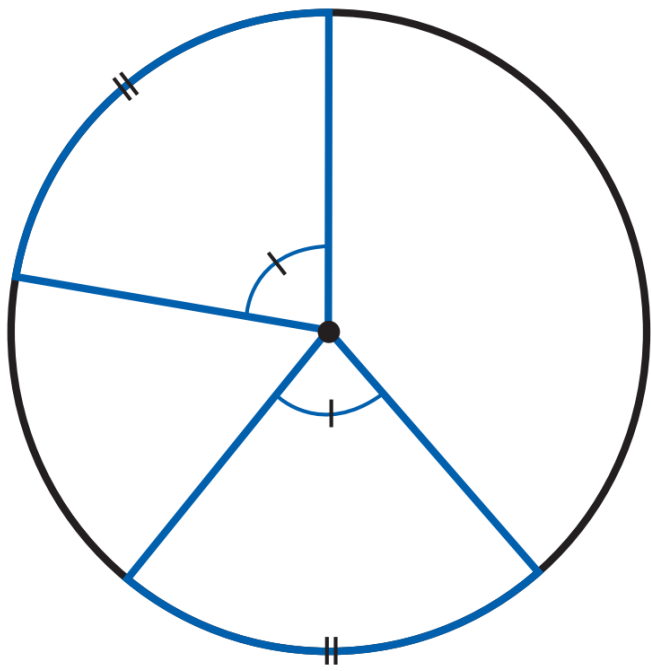


# ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลาง



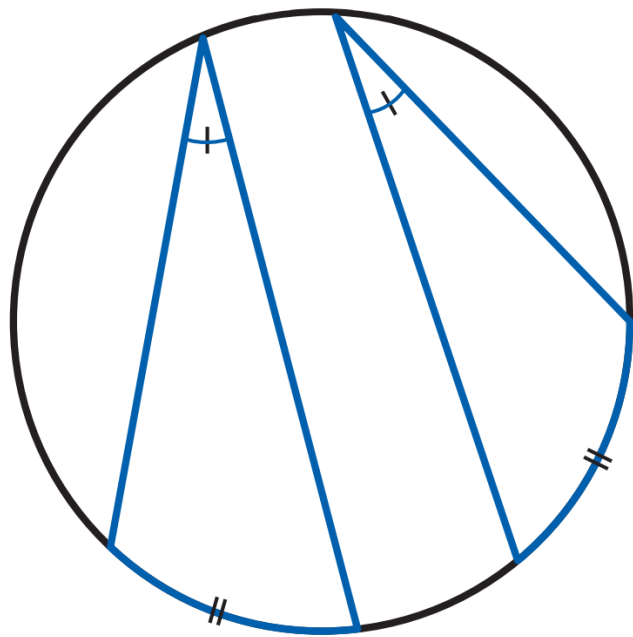
ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือ  
ในวงกลมวงเดียวกัน  
ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน  
แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้น  
จะยาวเท่ากัน

# ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางกลาง



ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการ  
หรือในวงกลมวงเดียวกัน  
ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน  
แล้วมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้น  
จะมีขนาดเท่ากัน

# ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในส่วนโค้งของวงกลม



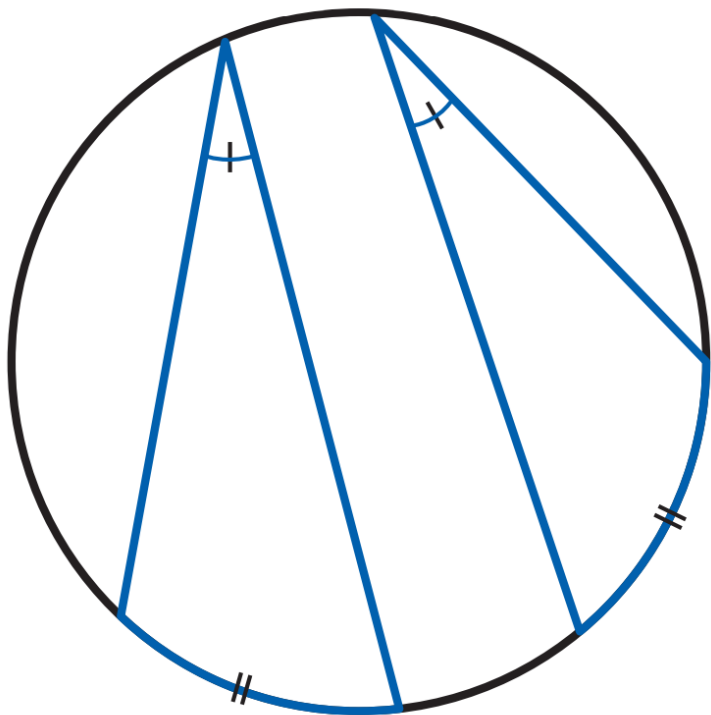
ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการ

หรือในวงกลมวงเดียวกัน

ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน

แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมเหล่านั้นจะมีขนาดเท่ากัน

# ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในส่วนโค้งของวงกลม



ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการ  
หรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน  
แล้วมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วย  
ส่วนโค้งเหล่านั้นจะมีขนาดเท่ากัน



# บทเรียนครั้งต่อไป

## เรื่อง

### ครึ่งวงอะไรคงที่ (1)



# สิ่งที่ต้องเตรียม

## 1. สื่อวงกลมพระราช

- กระดานวงกลม

- หนังยาง

สามารถดาวน์โหลดใบความรู้และใบงานได้ที่

[www.dltv.ac.th](http://www.dltv.ac.th)

