

# รายวิชาคณิตศาสตร์

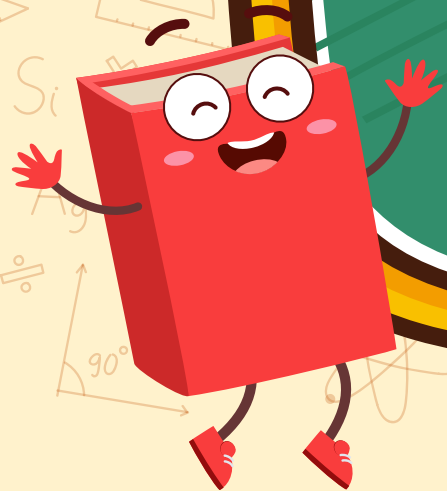
รหัสวิชา ค23101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง สมการกำลังสอง ลองไขปัญหาพื้นที่ (3)

ครูผู้สอน ครูสรวงรัตน์ เดชะชาติ

ครูชุติมา วรรณรักษ์

เรื่อง สมการกำลังสอง  
ลองไขปัญหาพื้นที่ (3)





# จุดประสงค์การเรียนรู้

1. เขียนสมการกำลังสองตัวแปรเดียวแทนสถานการณ์หรือปัญหาที่กำหนด
2. เขียนหรืออธิบายวิธีการแก้ปัญหานั้นที่กำหนดให้ โดยใช้ความรู้เรื่องสมการกำลังสองตัวแปรเดียว



## ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 1 : วิเคราะห์โจทย์เพื่อทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 2 : กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการ

ขั้นที่ 3 : เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ของ  
สิ่งที่โจทย์ให้มาและสิ่งที่โจทย์ถามหา



## ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 4 : แทนค่าและดำเนินการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว  
เพื่อหาคำตอบ

ขั้นที่ 5 : ตรวจสอบคำตอบและความสมเหตุสมผลของคำตอบ



ต้นกล้ามีส่วนมะพร้าวผืนหนึ่ง โดยส่วนมะพร้าวนี้เป็น  
รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีเส้นรอบรูปยาว 30 หน่วย  
และมีพื้นที่ 50 ตารางหน่วย จงหาความกว้างและ  
ความยาวของสวนนี้

ต้นกล้ามีสวนมะพร้าวผืนหนึ่ง โดยสวนมะพร้าวนี้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีเส้นรอบรูปยาว 30 หน่วย และมีพื้นที่ 50 ตารางหน่วย จงหาความกว้างและความยาวของสวนนี้

วิธีทำ จากโจทย์ สามารถวาดแบบจำลองสวนมะพร้าวได้ ดังนี้



ต้นกล้ามีสวนมะพร้าวผืนหนึ่ง โดยสวนมะพร้าวนี้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีเส้นรอบรูปยาว 30 หน่วย และมีพื้นที่ 50 ตารางหน่วย จงหาความกว้างและความยาวของสวนนี้

เมื่อ  $x$  แทน ความยาวของด้านด้านหนึ่งของสวนมะพร้าว

---

เนื่องจากสวนมะพร้าวเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีเส้นรอบรูปยาว 30 หน่วย

---

ดังนั้น สวนมะพร้าวจะมีอีกด้านหนึ่งยาว  $\frac{30 - 2x}{2} = 15 - x$  หน่วย

---



จากสูตร พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า = ความกว้าง x ความยาว

$$\text{จะได้} \quad 50 = x(15 - x)$$

$$50 = 15x - x^2$$

$$x^2 - 15x + 50 = 0$$

$$(x - 10)(x - 5) = 0$$

$$(x - 10)(x - 5) = 0$$

ดังนั้น  $(x - 10) = 0$  หรือ  $(x - 5) = 0$

นั่นคือ  $x = 10$  หรือ  $x = 5$

## ตรวจสอบเงื่อนไขในโจทย์

ถ้าให้สวนมะพร้าวมีด้านด้านหนึ่งยาว 10 หน่วย

จะได้ว่า อีกด้านหนึ่งของสวนมะพร้าวยาว  $\frac{30 - (10+10)}{2} = 5$  หน่วย

และพื้นที่ของสวนมะพร้าวเท่ากับ  $10 \times 5 = 50$  ตารางหน่วย

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขที่กำหนด

ถ้าให้สวนมะพร้าวมีด้านด้านหนึ่งยาว 5 หน่วย

จะได้ว่า อีกด้านหนึ่งของสวนมะพร้าวยาว  $\frac{30 - (5 + 5)}{2} = 10$  หน่วย

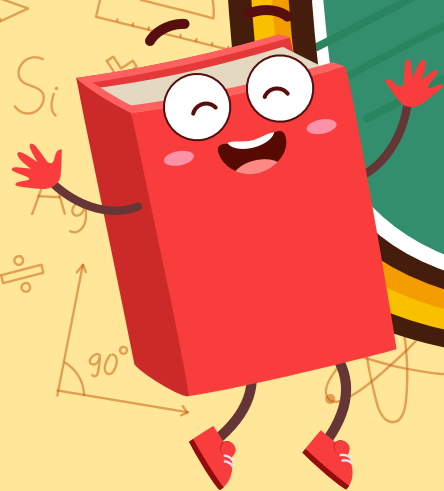
และพื้นที่ของสวนมะพร้าวเท่ากับ  $5 \times 10 = 50$  ตารางหน่วย

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขที่กำหนด

ดังนั้น สวนมะพร้าวของต้นกล้ามีความกว้าง 5 หน่วย และยาว 10 หน่วย

# แบบฝึกหัดที่ 7

โจทย์นี้มีคำตอบ (2)





แบบฝึกหัด 7 : โจทย์นี้มีคำตอบ (2)

ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียว มีดังนี้

- ขั้นที่ 1 วิเคราะห์โจทย์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา
- ขั้นที่ 2 กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการ
- ขั้นที่ 3 เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ของสิ่งที่โจทย์ให้มาและสิ่งที่โจทย์ถามหา
- ขั้นที่ 4 แทนค่าและดำเนินการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวเพื่อหาคำตอบ
- ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว พร้อมทั้งตรวจสอบกับเงื่อนไขโจทย์



สามเมตรต้นน้ำต้องการสร้างบ่อปลาให้ปากบ่อเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยที่ปากบ่อปลานี้มีพื้นที่ 144 ตารางเมตร สามเมตรต้นน้ำจะต้องสร้างบ่อปลาที่มีความยาวแต่ละด้านเท่ากับเท่าใด

วาดรูปจำลองสถานการณ์



วิธีทำ

Handwriting practice lines for the solution.

ตรวจสอบกับเงื่อนไขโจทย์

Handwriting practice lines for checking the solution against the problem conditions.



หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองสองแปลงร่าง

ต้นกล้าและต้นไม้เดินออกจากโรงเก็บผลไม้พร้อมกัน โดยต้นกล้าเดินไปทางทิศตะวันตก และต้นไม้เดินไปทางทิศเหนือ เมื่อเวลาผ่านไป 30 นาที พบว่า ต้นไม้เดินได้ระยะทางมากกว่าต้นกล้า 1 กิโลเมตร และทั้งสองคนอยู่ห่างกัน 5 กิโลเมตร อยากทราบว่า ต้นกล้าเดินได้ระยะทางเท่าใด



วาดรูปจำลองสถานการณ์



หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 กำลังสองสองแปลงร่าง

วิธีทำ \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

ตรวจสอบกับเพื่อนในใจ

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_



## ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียว มีดังนี้

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์โจทย์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา

ขั้นที่ 2 กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการ

ขั้นที่ 3 เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ของสิ่งที่โจทย์ให้มาและสิ่งที่โจทย์ถามหา

ขั้นที่ 4 แทนค่าและดำเนินการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวเพื่อหาคำตอบ

ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

# คำชี้แจง

ให้นักเรียนแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบของโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว พร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบกับเงื่อนไขโจทย์

สามเณรต้นน้ำต้องการสร้างบ่อปลาให้ปากบ่อเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยที่ปากบ่อปลานี้มีพื้นที่ 144 ตารางเมตร สามเณรต้นน้ำจะต้องสร้างบ่อปลาที่มีความยาวแต่ละด้านเท่ากับเท่าใด



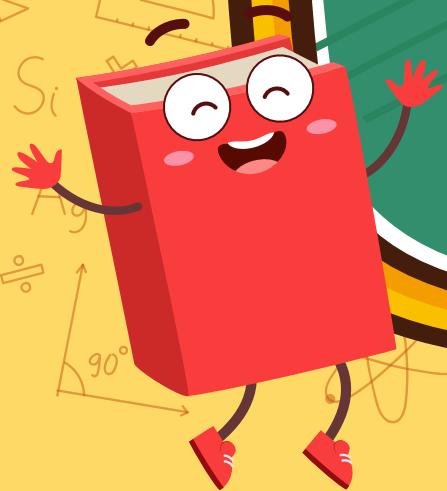


วาดรูปจำลองสถานการณ์



# เฉลยแบบฝึกหัดที่ 7

โจทย์นี้มีคำตอบ (2)



สามเณรต้นน้ำต้องการสร้างบ่อปลาให้ปากบ่อเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยที่ปากบ่อปลานี้มีพื้นที่ 144 ตารางเมตร สามเณรต้นน้ำจะต้องสร้างบ่อปลาที่มีความยาวแต่ละด้านเท่ากับเท่าใด



x ม.

144 ตร.ม.

x ม.

ให้  $x$  แทนความยาวแต่ละด้านของปากบ่อปลา

เนื่องจาก ปากบ่อปลานี้มีพื้นที่ 144 ตารางเมตร

จาก พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส = ความยาวด้าน  $\times$  ความยาวด้าน

$$\text{จะได้สมการเป็น} \quad 144 = (x)(x)$$

$$144 = x^2$$

$$144 = x^2$$

$$0 = x^2 - 144$$

$$x^2 - 144 = 0$$

$$x^2 - 12^2 = 0$$

$$(x + 12)(x - 12) = 0$$

$$(x + 12)(x - 12) = 0$$

---

ดังนั้น  $x + 12 = 0$  หรือ  $x - 12 = 0$

---

จะได้  $x = -12$  หรือ  $x = 12$

---

เนื่องจาก  $x$  แทน ความยาวของแต่ละด้าน

---

ซึ่งจะต้องเป็นจำนวนจริงบวก

---

ดังนั้น จึงใช้เฉพาะ  $x = 12$

---

## ตรวจสอบเงื่อนไขในโจทย์

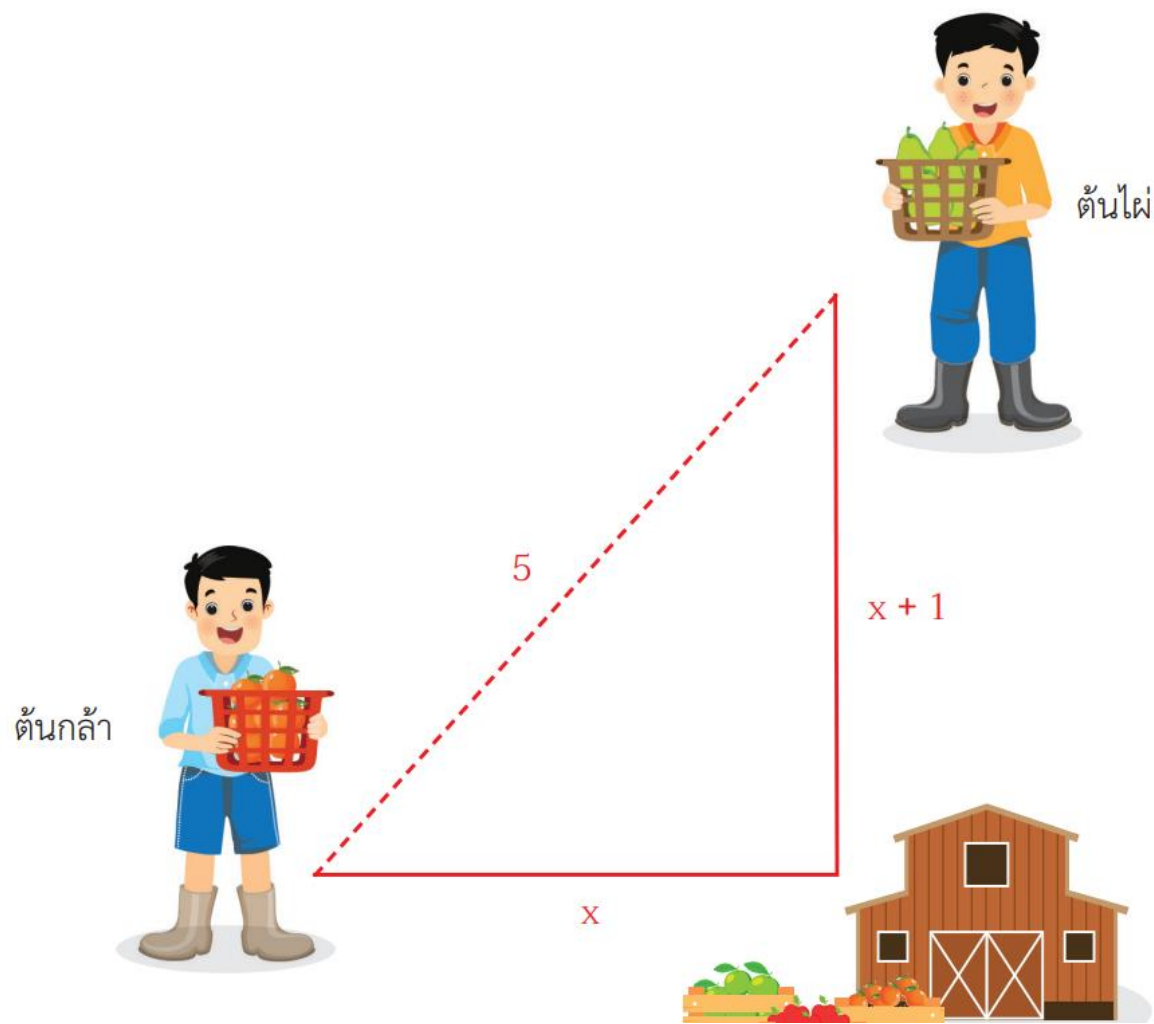
ถ้าความยาวของแต่ละด้านของบ่อปลา เท่ากับ 12 เมตร

จะได้ พื้นที่ของบ่อปลาเท่ากับ  $12 \times 12 = 144$  ตารางเมตร

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขโจทย์

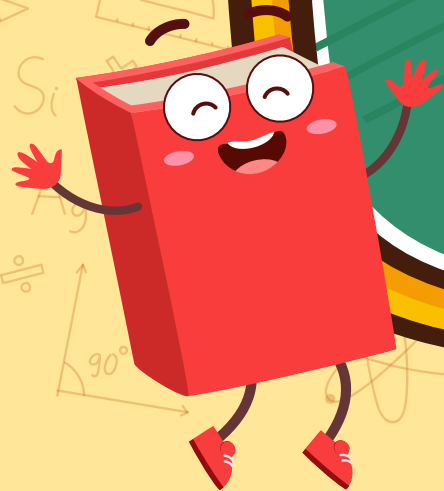
นั่นคือ แต่ละด้านของบ่อปลายาว 12 เมตร

ต้นกล้าและต้นไม้เดินออกจาก  
โรงเก็บผลไม้พร้อมกัน โดยต้นกล้า  
เดินไปทางทิศตะวันตกและต้นไม้เดิน  
ไปทางทิศเหนือ เมื่อเวลาผ่านไป  
30 นาที พบว่า ต้นไม้เดินระยะทาง  
มากกว่าต้นกล้า 1 กิโลเมตร  
และทั้งสองคนอยู่ห่างกัน  
5 กิโลเมตร อยากทราบว่า  
ต้นกล้าเดินได้ระยะทางเท่าใด





# สรุปท้ายบทเรียน



# สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

เป็นสมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว

มีเลขชี้กำลังสูงสุดของตัวแปรเป็น 2

และสามารถเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไป คือ

$$ax^2 + bx + c = 0$$

เมื่อ  $x$  เป็นตัวแปร

$a$ ,  $b$  และ  $c$  เป็นค่าคงตัว โดยที่  $a \neq 0$



# สมการกำลังสองตัวแปรเดียว มีรูปทั่วไปเป็นอย่างไร

$ax^2 + bx + c = 0$  เมื่อ  $x$  เป็นตัวแปร  
 $a, b$  และ  $c$  เป็นค่าคงตัว โดยที่  $a \neq 0$



# การหาคำตอบของสมการ

## กำลังสองตัวแปรเดียว

ทำได้โดยวิธีลองแทนค่าตัวแปรในสมการ  
หรือใช้การแก้สมการโดยวิธีการแยกตัวประกอบ  
หรือใช้การแก้สมการโดยการใช้สูตร



# การหาคำตอบของสมการ

## กำลังสองตัวแปรเดียว

การแก้สมการโดยวิธีการแยกตัวประกอบ

เริ่มจากจัดรูปสมการให้อยู่ในรูปทั่วไป แล้วใช้การแยกตัวประกอบ

ของพหุนามดีกรีสองและอาจใช้สูตรกำลังสองสมบูรณ์หรือ

ผลต่างของกำลังสองมาช่วยในการแยกตัวประกอบ



# การหาคำตอบของสมการ

## กำลังสองตัวแปรเดียว

แล้วใช้สมบัติของจำนวนจริงที่กล่าวว่า

ถ้า  $a, b$  เป็นจำนวนจริง และ  $ab = 0$

แล้ว  $a = 0$  หรือ  $b = 0$

มาช่วยในการหาคำตอบของสมการ



## การหาคำตอบของสมการ

### กำลังสองตัวแปรเดียวโดยใช้สูตร

สมการกำลังสองตัวแปรเดียว  $ax^2 + bx + c = 0$

เมื่อ  $x$  เป็นตัวแปร  $a$ ,  $b$  และ  $c$  เป็นค่าคงตัว

โดยที่  $a \neq 0$  หาคำตอบได้จากสูตร

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

## คำตอบของสมการ

### กำลังสองตัวแปรเดียว

- ถ้า  $b^2 - 4ac < 0$  แล้วจะไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบของสมการ
- ถ้า  $b^2 - 4ac = 0$  แล้วจะมีจำนวนจริง 1 จำนวนเป็นคำตอบ

ของสมการคือ  $-\frac{b}{2a}$

- ถ้า  $b^2 - 4ac > 0$  แล้วจะมีจำนวนจริง 2 จำนวนเป็นคำตอบ

ของสมการซึ่งหาได้จากสูตร  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$



## ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 1 : วิเคราะห์โจทย์เพื่อทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 2 : กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการ

ขั้นที่ 3 : เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ของ  
สิ่งที่โจทย์ให้มาและสิ่งที่โจทย์ถามหา



## ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 4 : แทนค่าและดำเนินการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว  
เพื่อหาคำตอบ

ขั้นที่ 5 : ตรวจสอบคำตอบและความสมเหตุสมผลของคำตอบ





# หน่วยการเรียนรู้ต่อไป

## เรื่อง

### โค้งคว่ำ โค้งหงาย

### อธิบายปรากฏการณ์





# บทเรียนครั้งต่อไป

## เรื่อง

### ตามหาความหมาย

### ของฟังก์ชัน (1)



# สิ่งที่ต้องเตรียม

1. บัตรภาพสวนสนุกสุดหรรษา
2. ใบกิจกรรมที่ 1 : ตู้เกมปริศนา

สามารถดาวน์โหลดใบความรู้และใบงานได้ที่

[www.dltv.ac.th](http://www.dltv.ac.th)

