

รายวิชาคณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค23101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

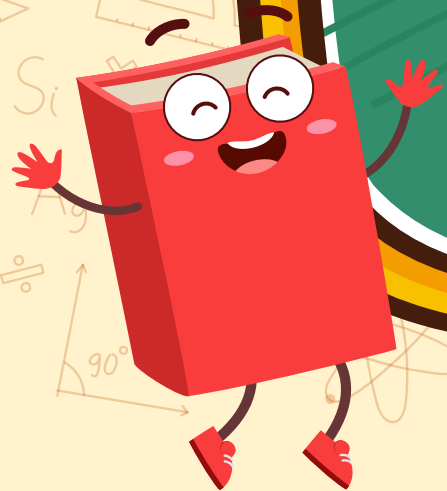
เรื่อง กลมกลิ้งกับเส้นภายนอก (2)

ครูผู้สอน ครูชุติมา วรรณรักษ์

ครูสรวิรัตน์ เตชะชาติ

เรื่อง

กลมกลิ้งกับเส้นภายนอก (2)





จุดประสงค์การเรียนรู้



นักเรียนสามารถ

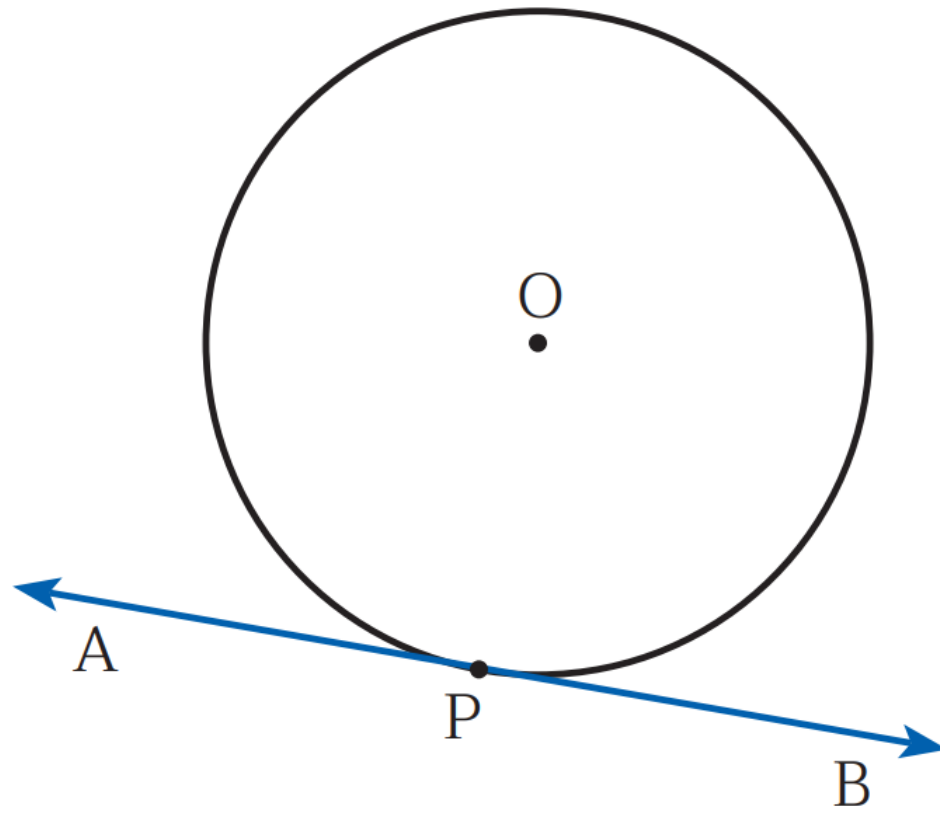
1. อธิบายทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลม
2. นำทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลม

ไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

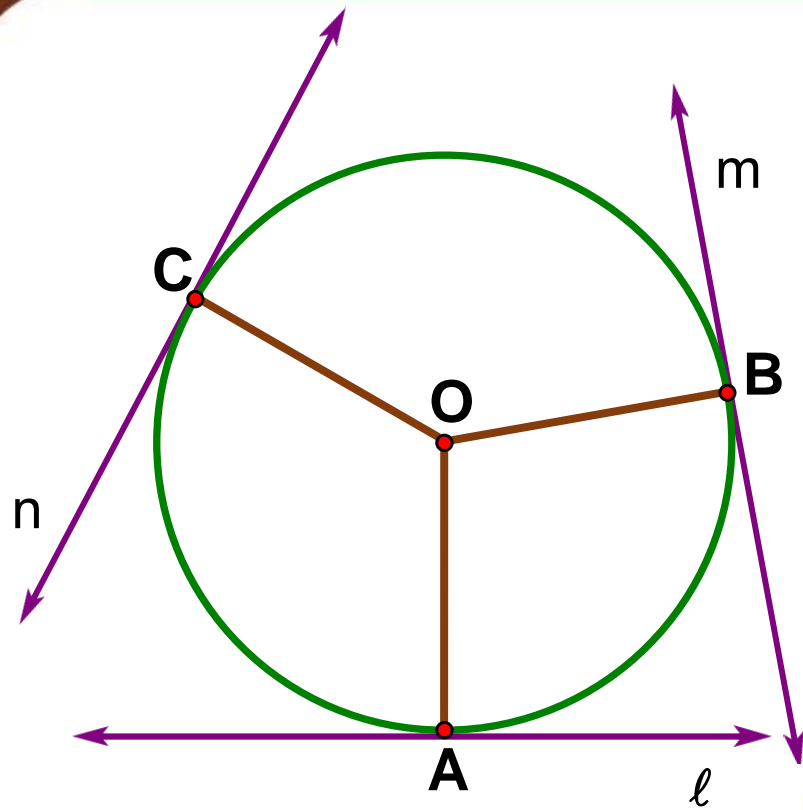


เล่นสัมผัแสงกลม





เส้นสัมผัสวงกลม คือเส้นตรงที่ตัดวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้น
และเรียกจุดตัดนั้นว่า จุดสัมผัส



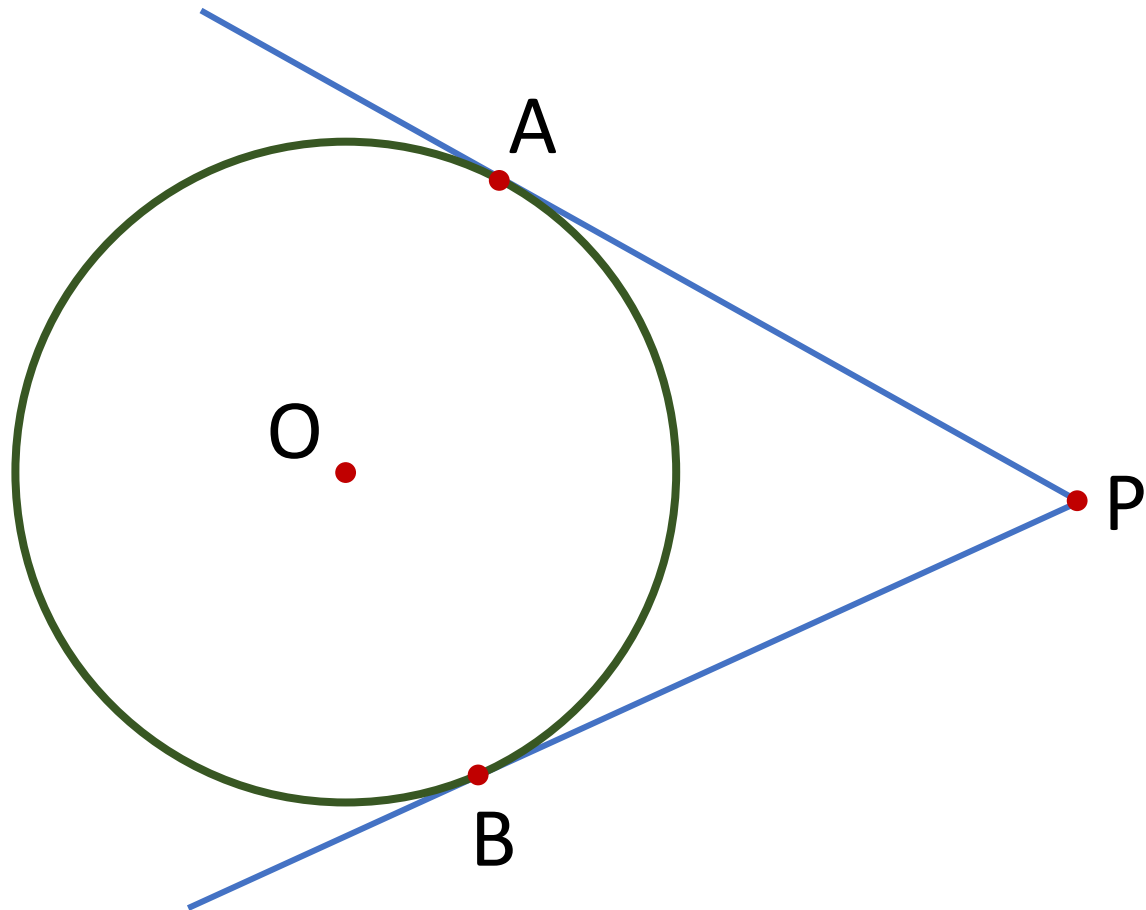
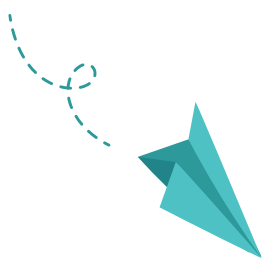
เส้นสัมผัสวงกลมจะทำมุม 90 องศา
กับรัศมีของวงกลมนั้นเสมอ
ซึ่งความสัมพันธ์ดังกล่าว
เป็นไปตามทฤษฎีบทที่ว่า

เส้นสัมผัสวงกลมจะตั้งฉากกับรัศมีที่จุดสัมผัส

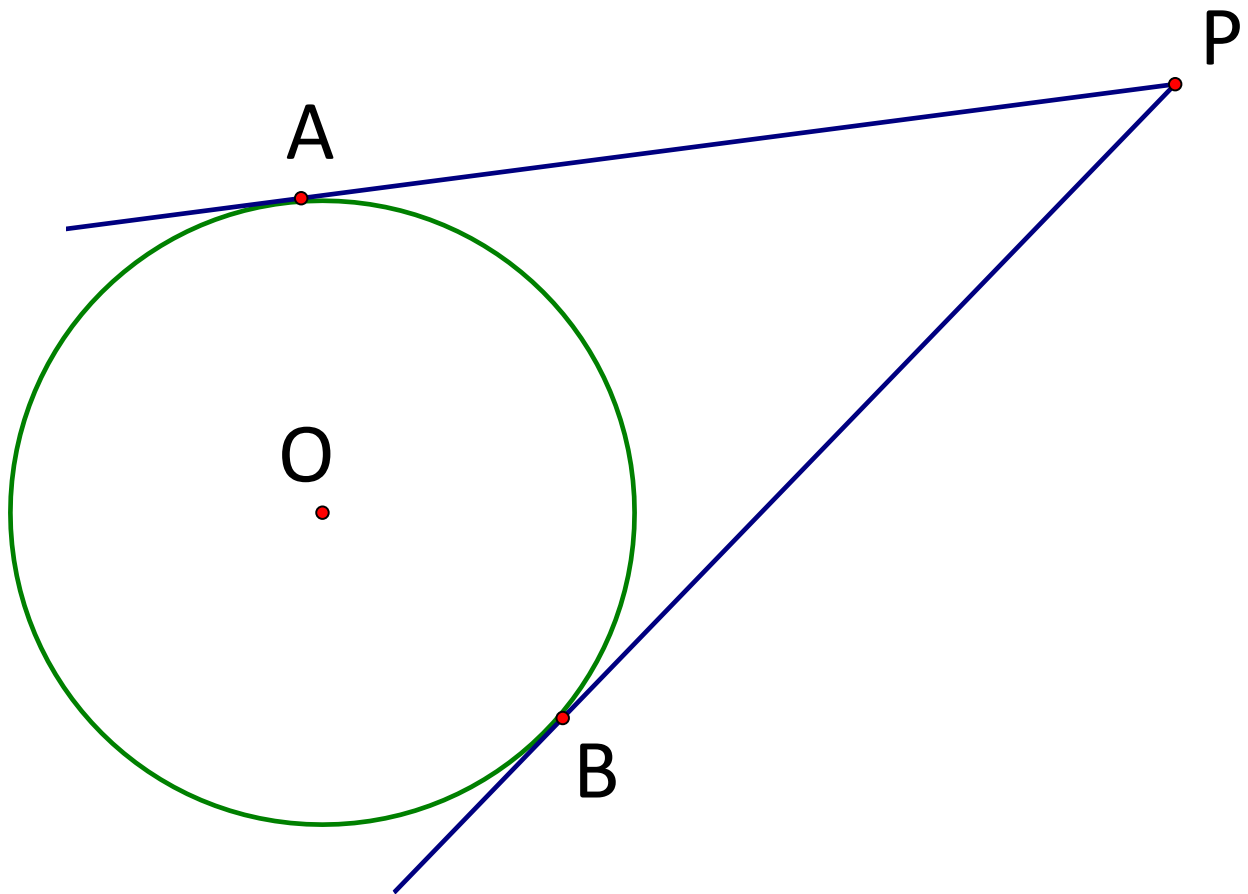
ทฤษฎีบทเกี่ยวกับ
เส้นสัมผัส



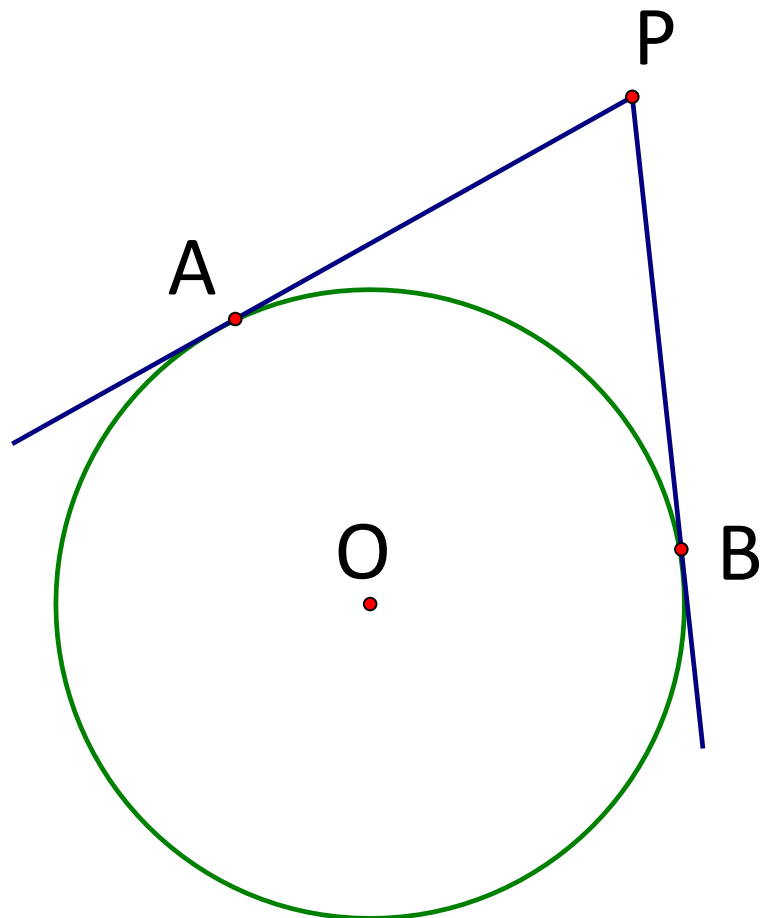
รูปที่ 1



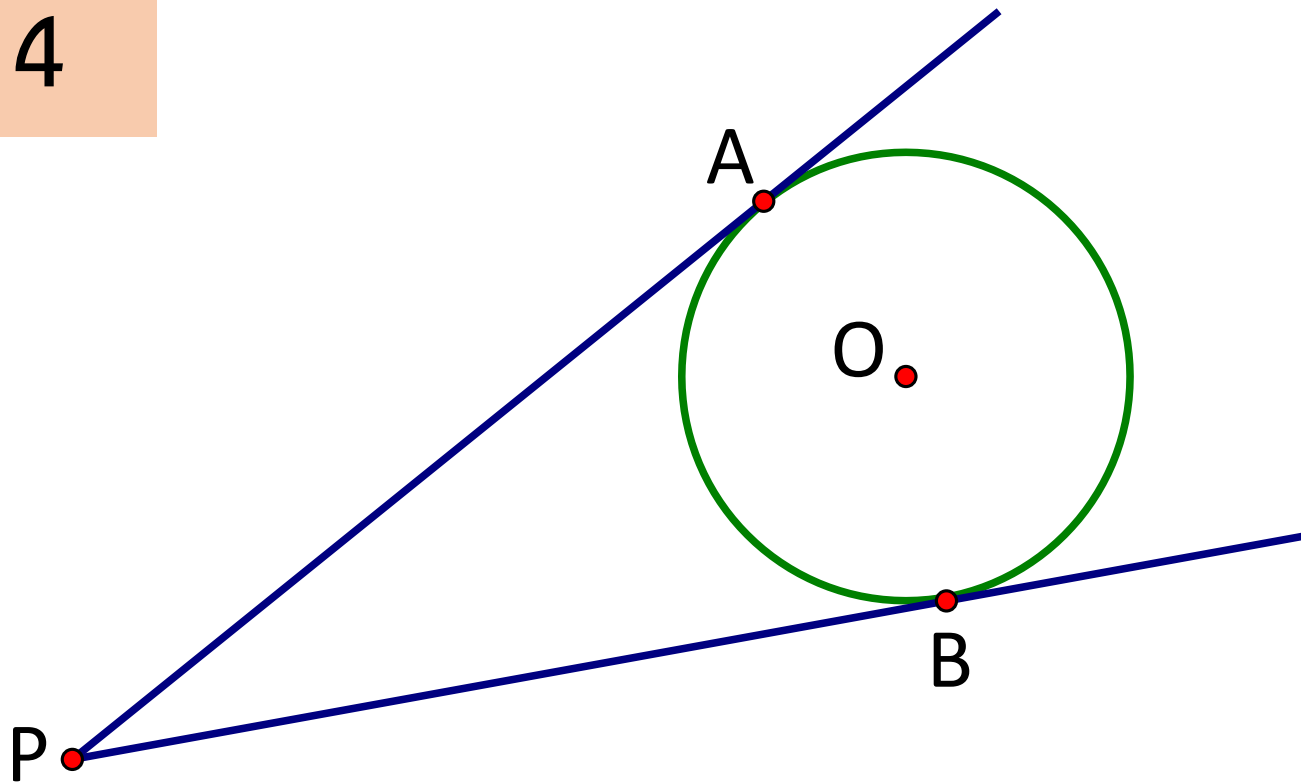
รูปที่ 2



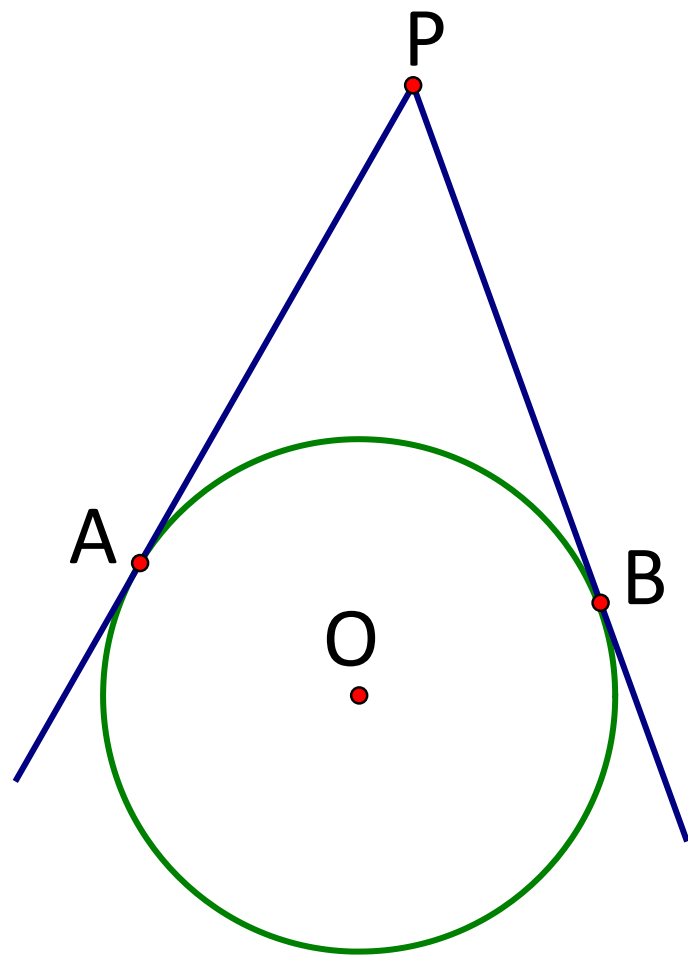
รูปที่ 3



รูปที่ 4



รูปที่ 5



สำรวจวงกลม

วงกลมที่	ความยาวของ \overline{PA} (ซม.)	ความยาวของ \overline{PB} (ซม.)
1		
2		
3		
4		
5		



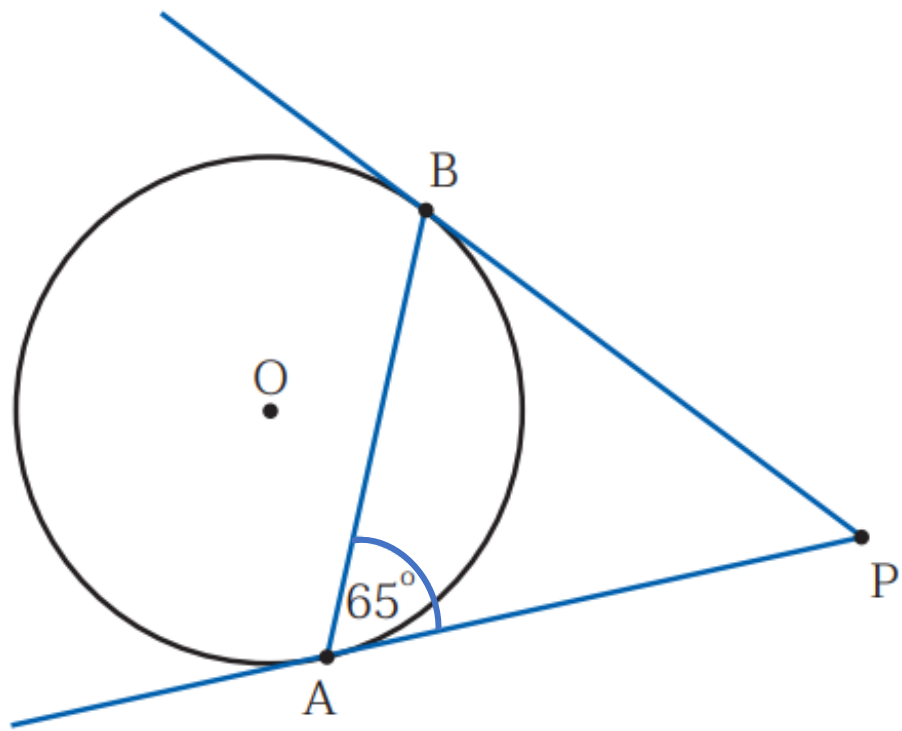
จากการสำรวจสรุปได้ว่า



ส่วนของเส้นตรงสองเส้น ที่ลากจากจุดจุดหนึ่ง
ภายนอกวงกลม มาสัมผัสวงกลมวงเดียวกัน
จะยาวเท่ากัน



ตัวอย่างที่ 1



จากรูป \overline{PA} และ \overline{PB} เป็นเส้นสัมผัสวงกลม O ที่จุด A และจุด B
และมี $\widehat{PAB} = 65^\circ$ จงหาขนาดของ \widehat{APB}

ตัวอย่างที่ 1

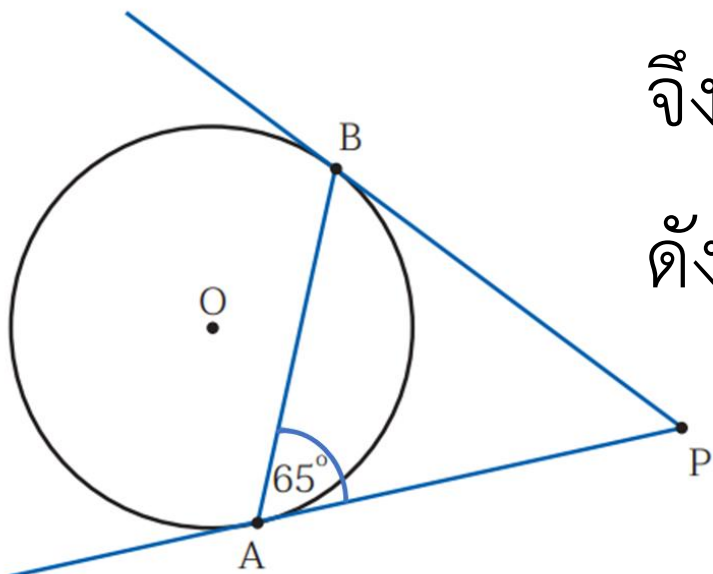
วิธีทำ เนื่องจาก \overline{PA} และ \overline{PB} เป็นเส้นสัมผัสวงกลม
จากทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นสัมผัส

จึงได้ว่า $PA = PB$

ดังนั้น $\triangle ABP$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

เนื่องจาก \hat{PAB} และ \hat{PBA}

เป็นมุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว



ตัวอย่างที่ 1

$$\text{จะได้ว่า } \hat{PAB} = \hat{PBA} = 65^\circ$$

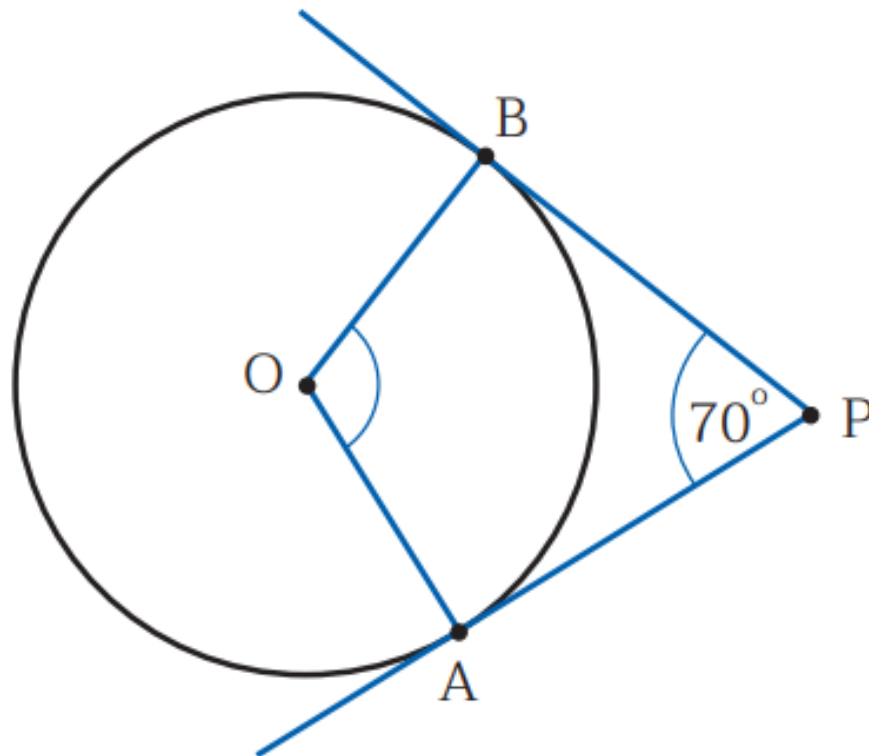
พิจารณา $\triangle ABP$

$$\text{จะได้ว่า } \hat{APB} + \hat{PAB} + \hat{PBA} = 180^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } \hat{APB} &= 180 - (65 + 65) \\ &= 50^\circ \end{aligned}$$

$$\text{จะได้ว่า } \hat{PAB} = \hat{PBA} = 65^\circ$$

ตัวอย่างที่ 2



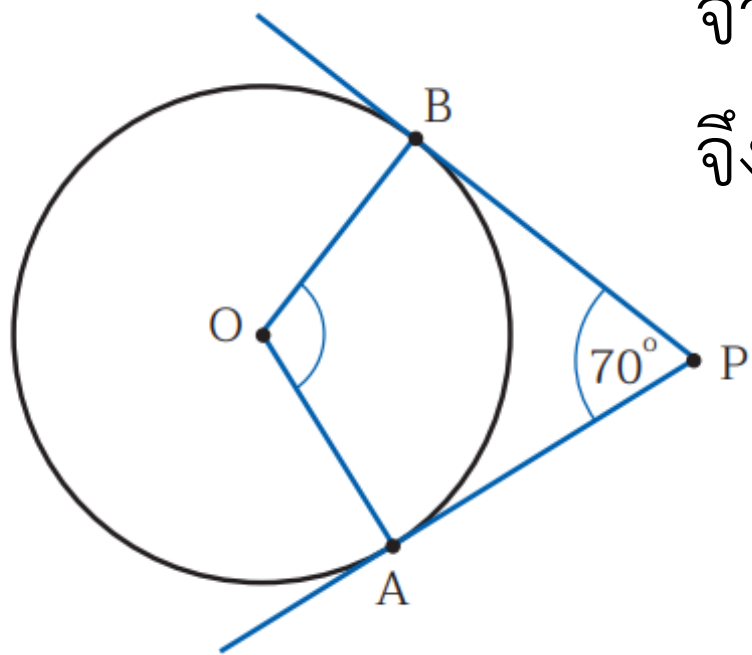
จากรูป \overline{PA} และ \overline{PB} เป็นเส้นสัมผัสวงกลม O ที่จุด A และ B
และมี $\hat{APB} = 70^\circ$ จงหาขนาดของ \hat{AOB}

ตัวอย่างที่ 2

วิธีทำ เนื่องจาก \overline{PA} และ \overline{PB} เป็นเส้นสัมผัสวงกลม

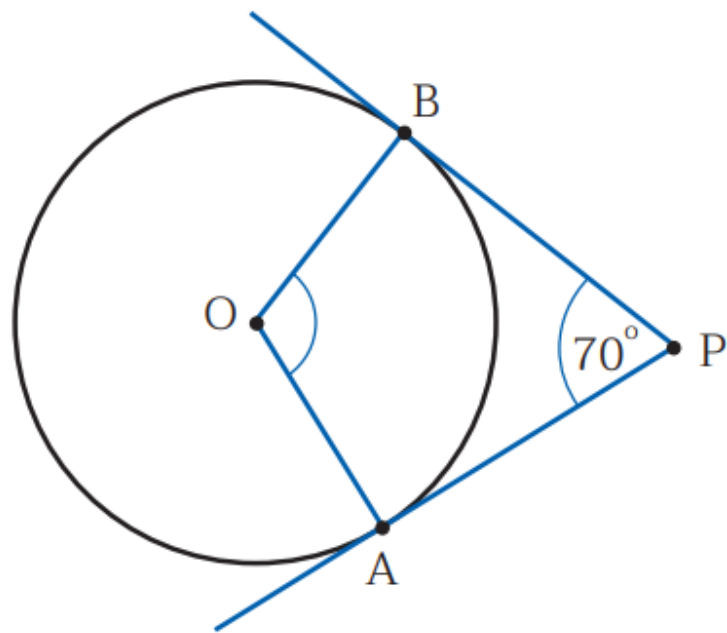
จากทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นสัมผัส

จึงได้ว่า $\widehat{OAP} = \widehat{OBP} = 90^\circ$



เนื่องจากขนาดของมุมภายในทั้งสี่ของรูป
สี่เหลี่ยมรวมกันได้ 360°

ตัวอย่างที่ 2



จะได้ว่า

$$\widehat{AOB} + \widehat{OAP} + \widehat{OBP} + \widehat{APB} = 360^\circ$$

$$\widehat{AOB} + 90 + 90 + 70 = 360^\circ$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}\widehat{AOB} &= 360 - (90 + 90 + 70) \\ &= 110^\circ\end{aligned}$$

แบบฝึกหัด 8 : เส้นสัมผัส ไม่ต้องวัดก็รู้

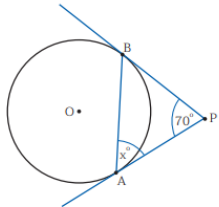
ชื่อ-สกุล ชั้น ม.3/..... เลขที่

ชื่อ-สกุล ชั้น ม.3/..... เลขที่

ส่วนของเส้นตรงสองเส้น ที่ลากจากจุดหนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมเดียวกันจะยาวเท่ากัน

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำในการหาคำตอบของโจทย์ต่อไปนี้

1. จากรูป \overline{PA} และ \overline{PB} เป็นเส้นสัมผัสวงกลม O ที่จุด A และ B ตามลำดับ และ $\angle APB = 70^\circ$ จงหาขนาดของมุม PAB



วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

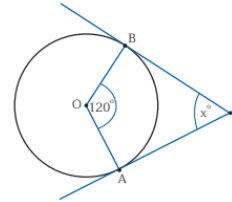
.....

.....

.....



2. จากรูป \overline{PA} และ \overline{PB} เป็นเส้นสัมผัสวงกลม O ที่จุด A และ B และ $\angle AOB = 70^\circ$ จงหาขนาดของมุม APB



วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

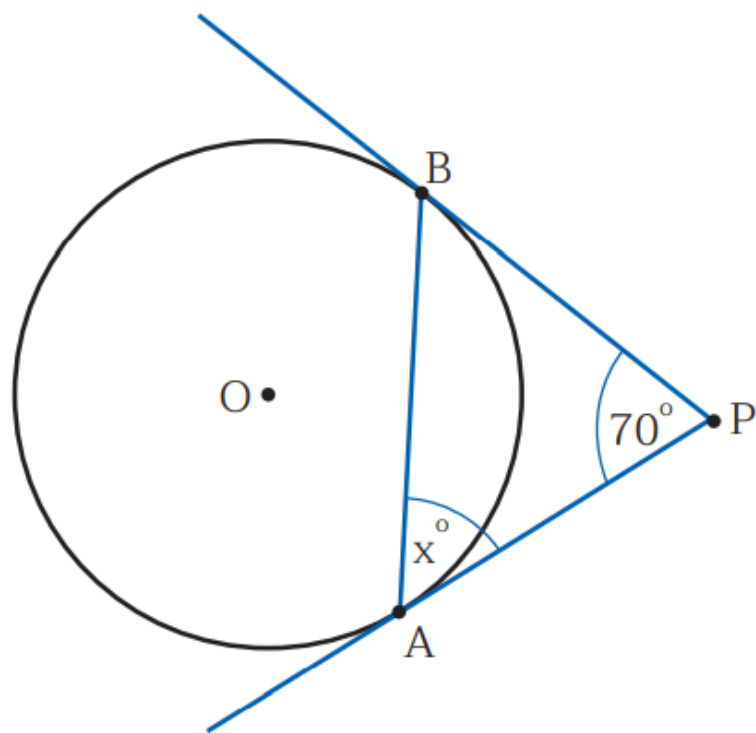




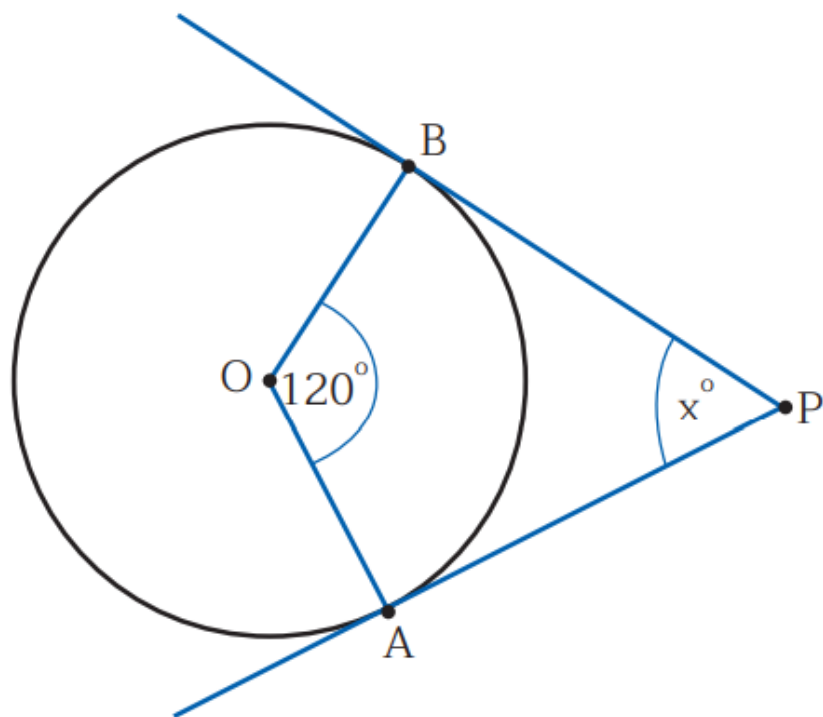
นักเรียน

ทำแบบฝึกหัด

1. จากรูป \overline{PA} และ \overline{PB} เป็นเส้นสัมผัสวงกลม O ที่จุด A และ B ตามลำดับ และ $\widehat{APB} = 70^\circ$ จงหาขนาดของมุม PAB



2. จากรูป \overline{PA} และ \overline{PB} เป็นเส้นสัมผัสวงกลม O ที่จุด A และ B และ $\widehat{AOB} = 120^\circ$ จงหาขนาดของมุม APB

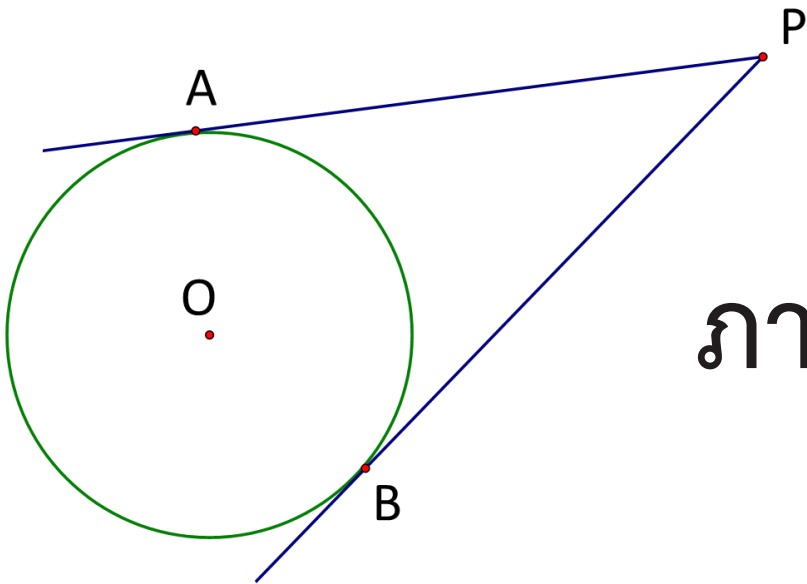


สรุป

ทำยบทเรียน

กลมกลิ้งกับเส้นภายนอก





ส่วนของเส้นตรงสองเส้น

ที่ลากจากจุดจุดหนึ่ง

ภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลม

วงเดียวกันจะยาวเท่ากัน





บทเรียนครั้งต่อไป

เรื่อง

ปริศนาปัญหาหลวมกลิ้ง (1)



สิ่งที่ต้องเตรียม

แผ่นโจทย์วงกลมหมายเลข 1 ถึง 15

สามารถดาวน์โหลดใบงานและใบความรู้ได้ที่

www.dltv.ac.th

