

# รายวิชาคณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค23101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง กลมกลิ้งความจริงเกี่ยวกับมุม (2)

ครูผู้สอน ครูสรวงรัตน์ เดชะชาติ

ครูชุติมา วรรณรักษ์

เรื่อง กลมกลิ้งกับความจริง  
เกี่ยวกับมุม (2)



# จุดประสงค์การเรียนรู้

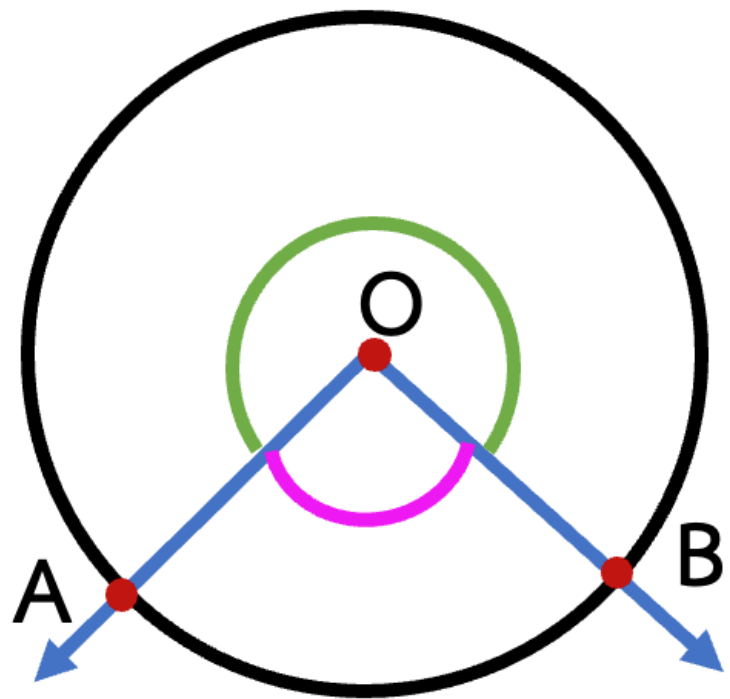
นักเรียนสามารถ

1. อธิบายทฤษฎีเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม
2. นำทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลาง และมุมในส่วนโค้งของวงกลมไปใช้ในการให้เหตุผล และแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

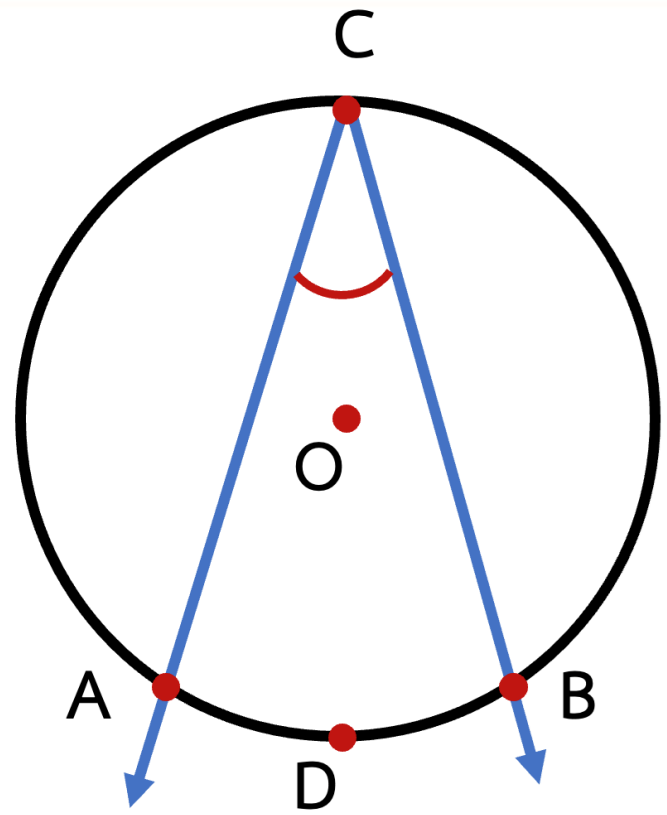




# วงกลม

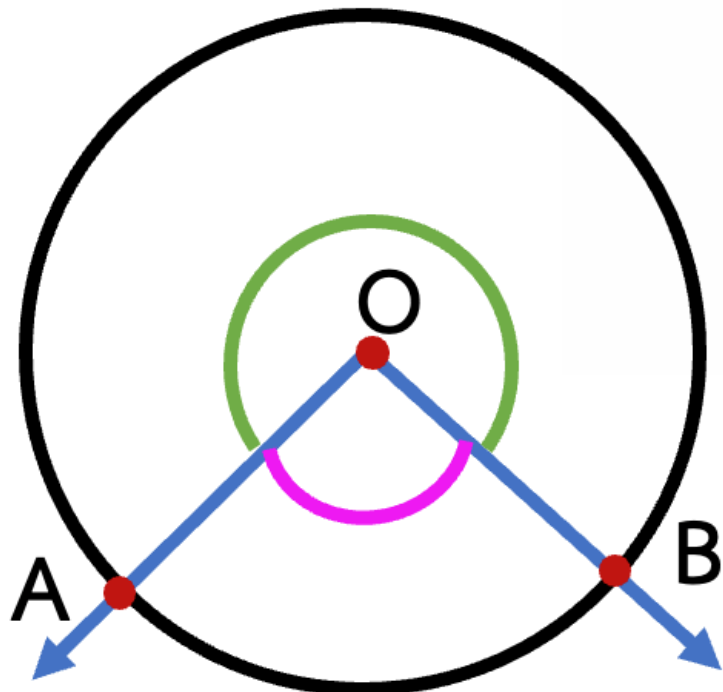


รูปที่ 1



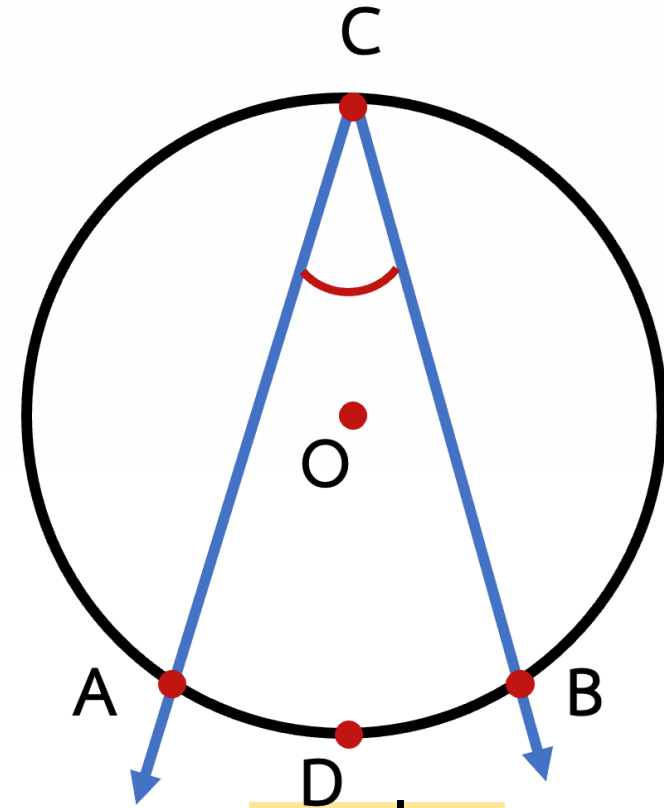
รูปที่ 2

มุมที่จุดศูนย์กลางกลางของวงกลม



รูปที่ 1

มุมในส่วนโค้งของวงกลม



รูปที่ 2



# วงกลม

มุมที่จุดศูนย์กลางกลางของวงกลม

มุมในส่วนโค้งของวงกลม

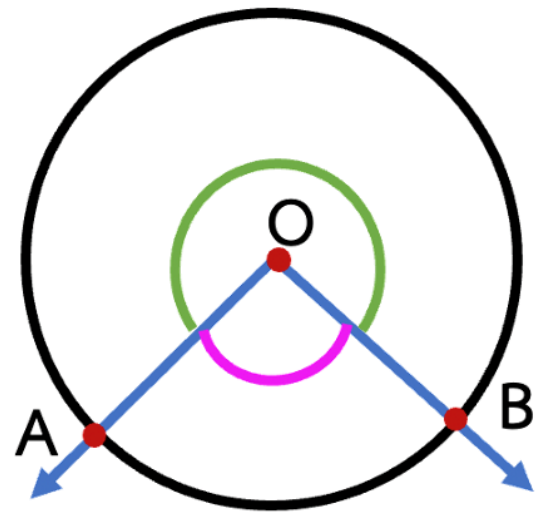
มุมในครึ่งวงกลม



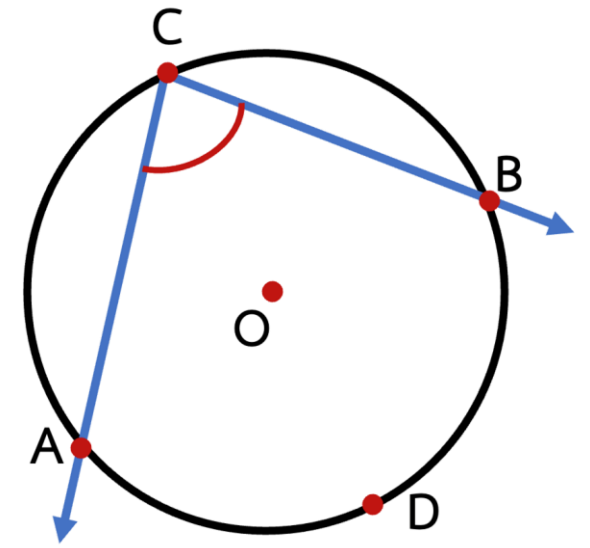
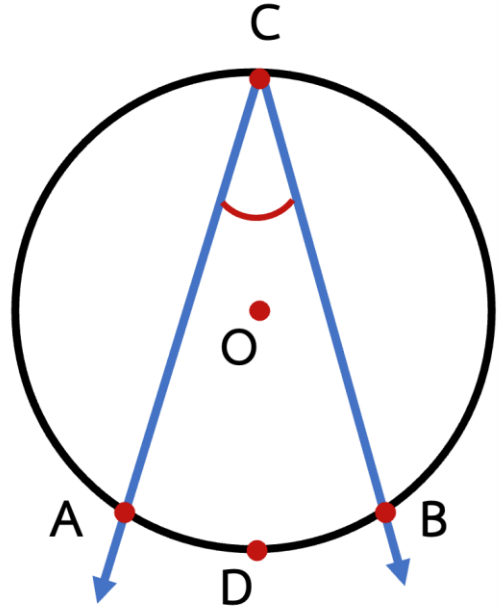


# วงกลม

มุมที่จุดศูนย์กลางกลาง  
ของวงกลม



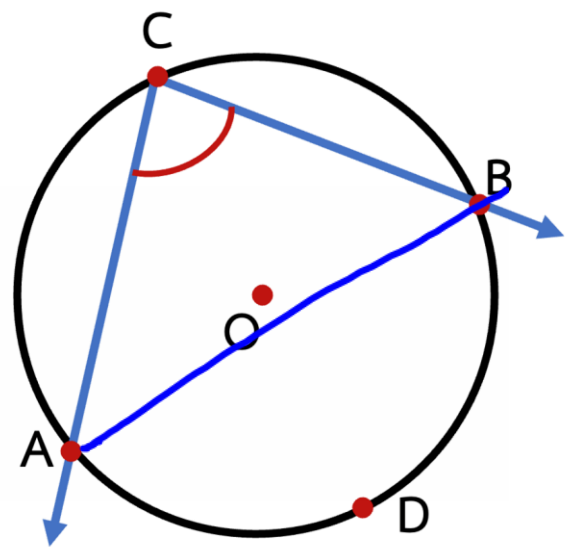
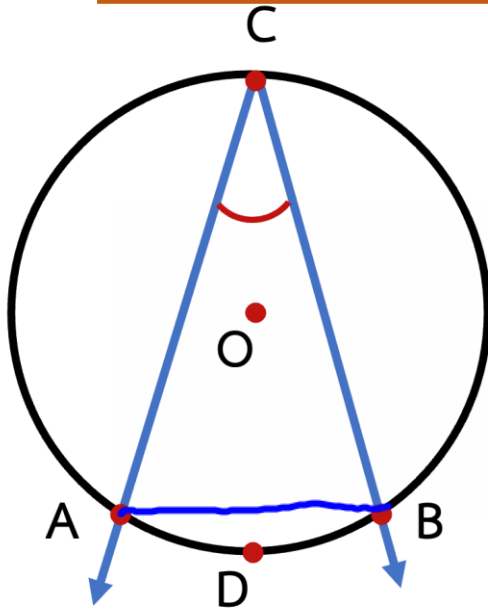
มุมในส่วนโค้งของวงกลม



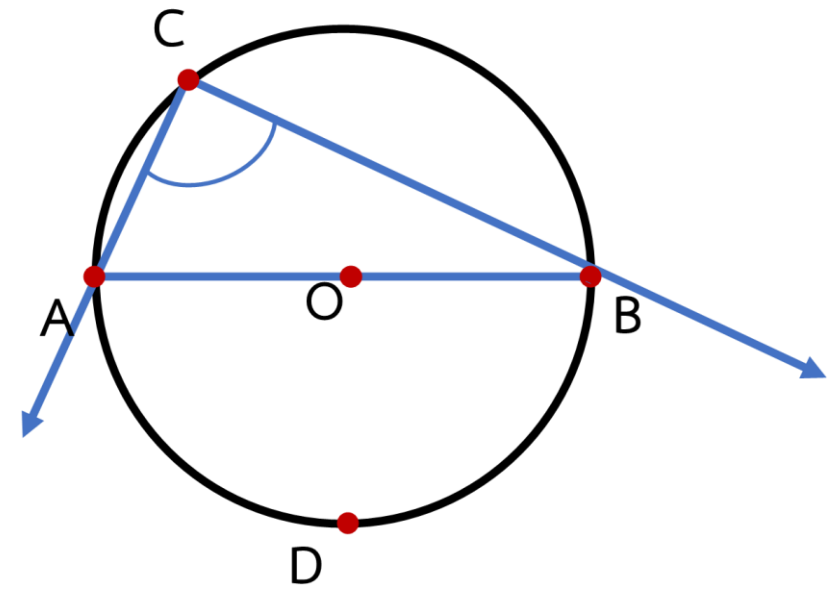


# วงกลม

มุมในส่วนโค้งของวงกลม



มุมในครึ่งวงกลม





# ใบกิจกรรมที่ 1

สำรวจมุมในวงกลม





### ใบกิจกรรม 1 : สำรวจมุมในวงกลม

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมข้อมูลลงในตารางและตอบคำถามต่อไปนี้

1. ให้นักเรียนบันทึกขนาดของมุมต่าง ๆ ที่วัดได้ลงในตาราง

วงกลม	ขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลาง	ขนาดของมุมในส่วนโค้ง
A		
B		
C		
D		
E		

2. ให้นักเรียนเขียนข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมกับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

.....

.....

.....



# ใบกิจกรรมที่ 1

ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม 5 กลุ่ม



คำชี้แจง

ให้นักเรียนเติมข้อมูลลงในตารางและตอบคำถามต่อไปนี้

# 1. ให้นักเรียนบันทึกขนาดของมุมต่าง ๆ ที่วัดผลได้ลงในตาราง

วงกลม	ขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลาง	ขนาดของมุมในส่วนโค้ง
A		
B		
C		
D		
E		

2. ให้นักเรียนเขียนข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับความสัมพันธ์  
ระหว่างขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมกับขนาดของ  
มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

.....

.....

.....

.....

วงกลม A



# วงกลม B

วงกลม C

วงกลม  $D$

วงกลม  $E$

# 1. ให้นักเรียนบันทึกขนาดของมุมต่าง ๆ ที่วัดผลได้ลงในตาราง

วงกลม	ขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลาง	ขนาดของมุมในส่วนโค้ง
A		
B		
C		
D		
E		

2. ให้นักเรียนเขียนข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมกับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

- มุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่าของมุมในส่วนโค้ง

ที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

- ในวงกลมเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลมจะมีขนาดเป็น

ครึ่งหนึ่งของมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน



# กิจกรรม : สำราวจวงกลม

ในวงกลมวงเดียวกัน

มุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่า

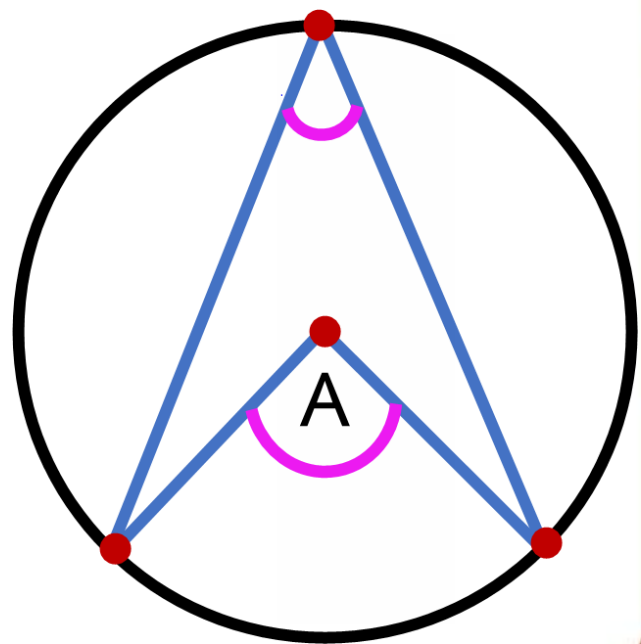
ของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลม

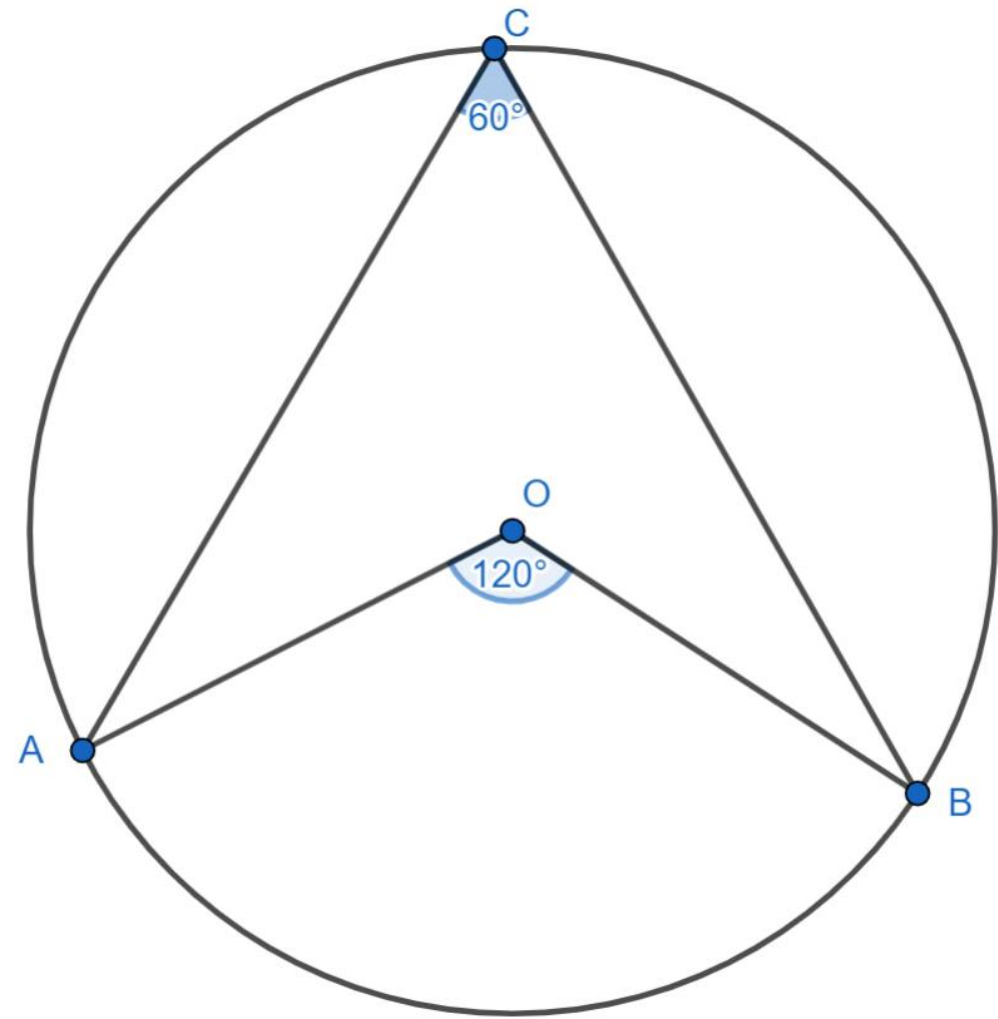
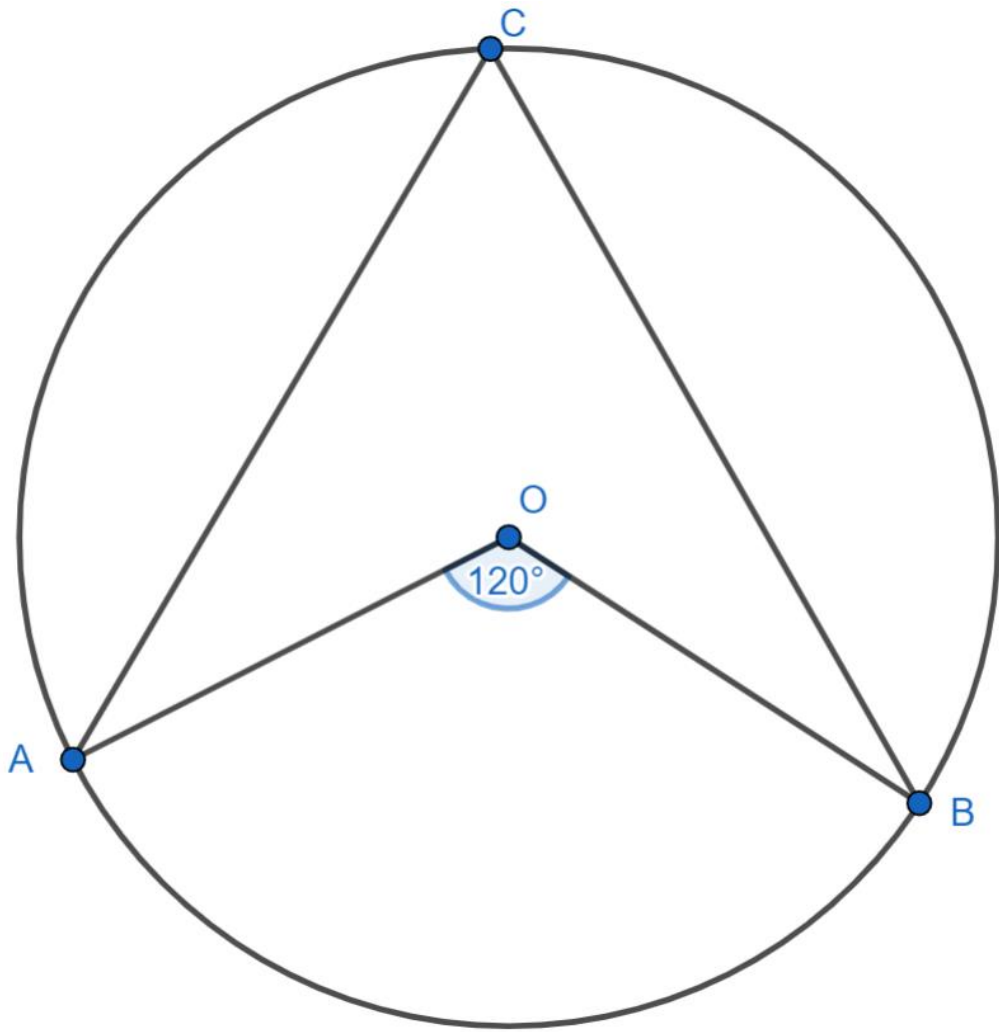
ที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

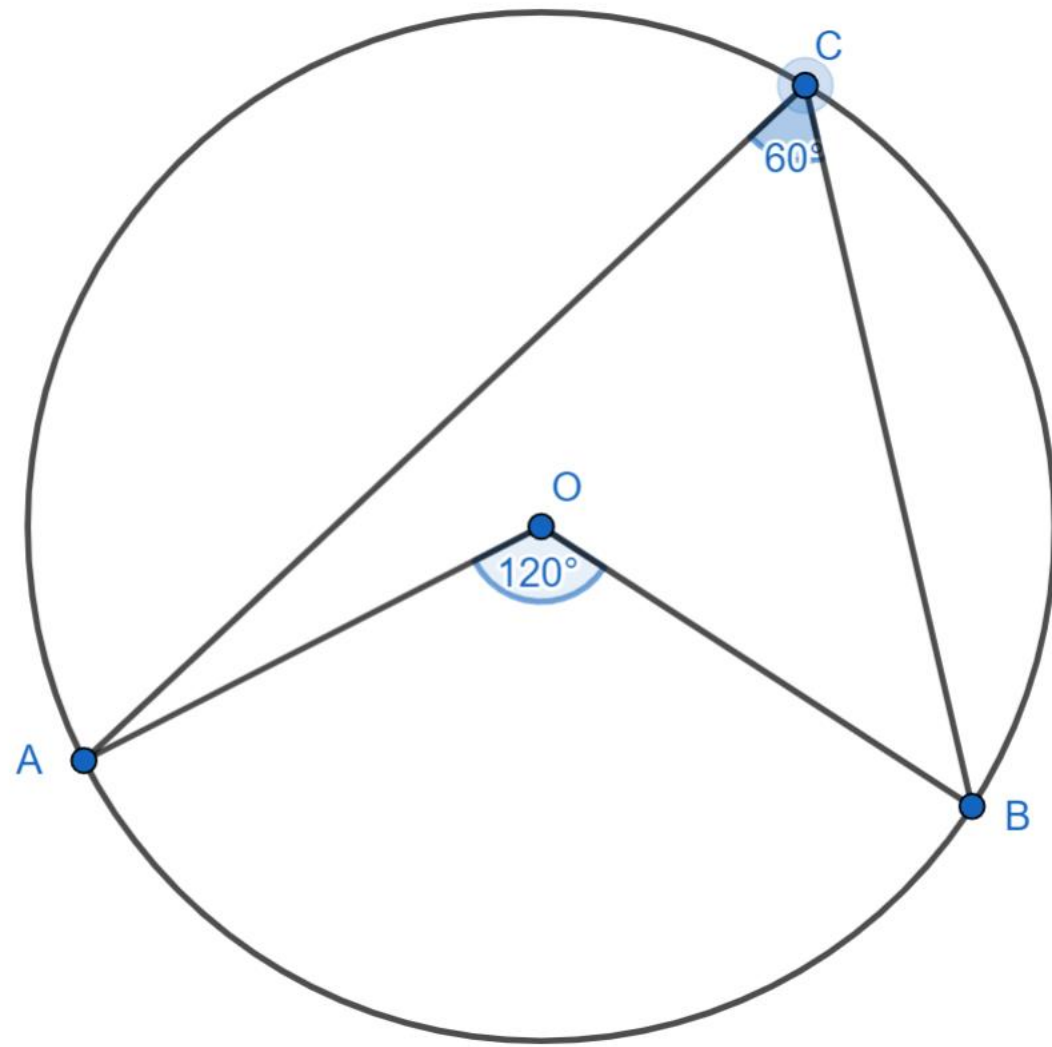
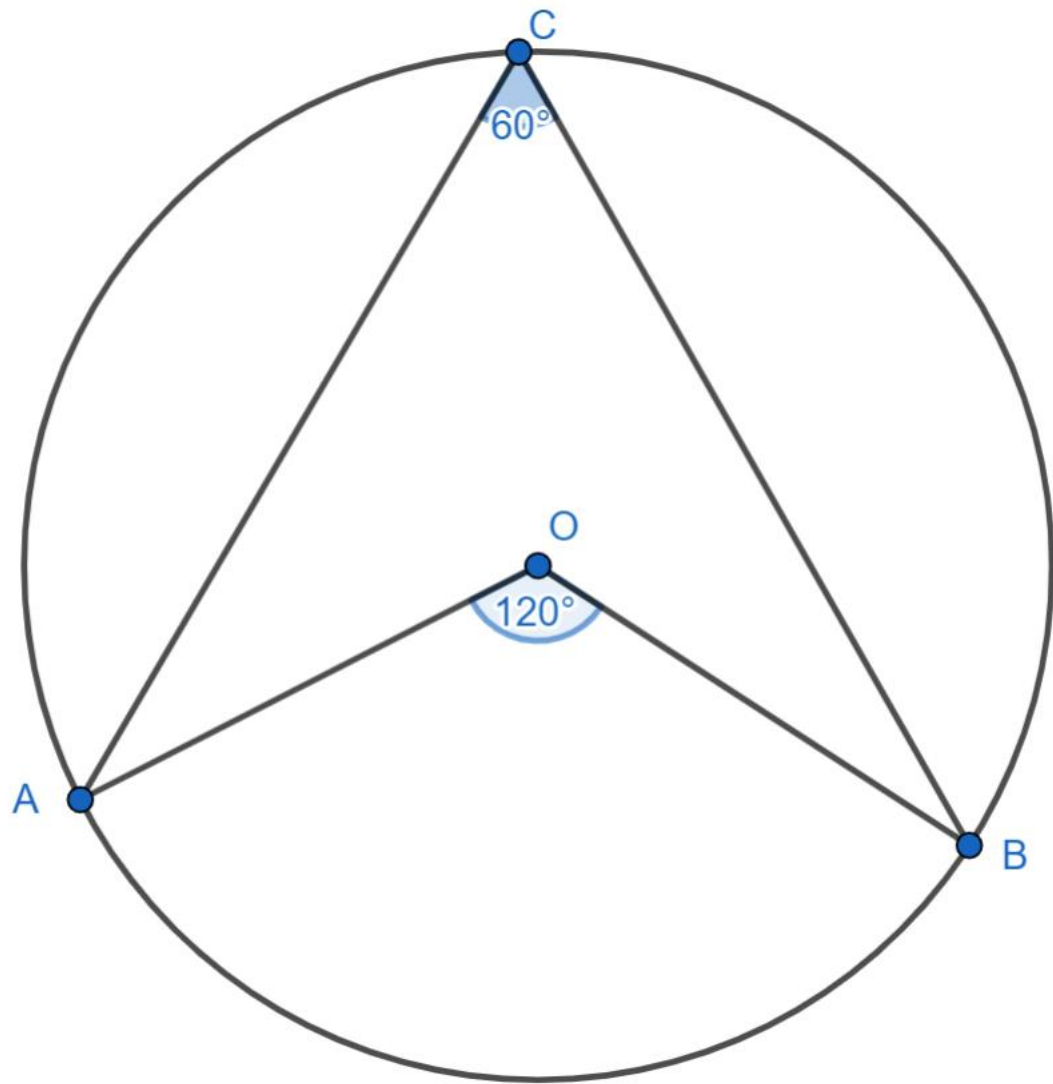
# กิจกรรม : สำราวจวงกลม

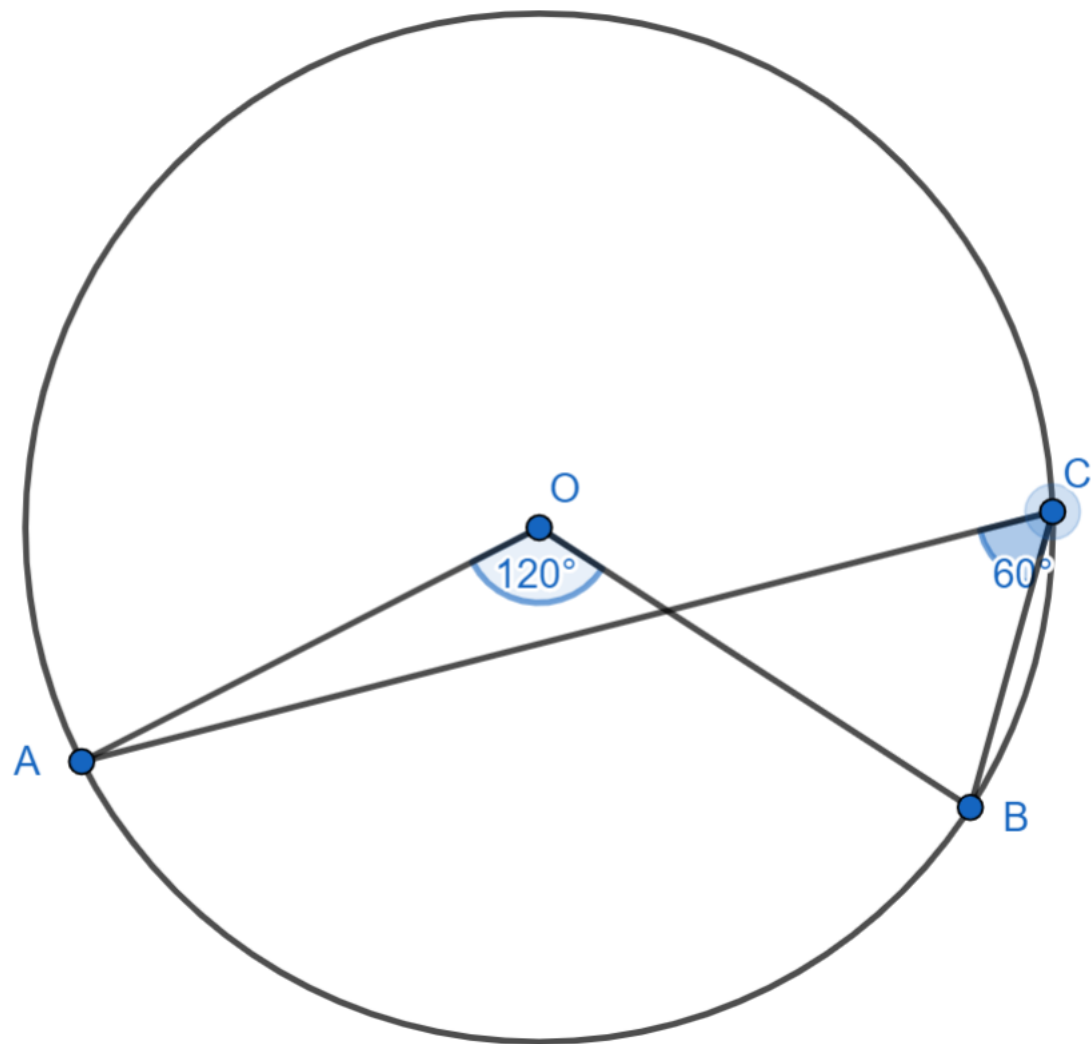
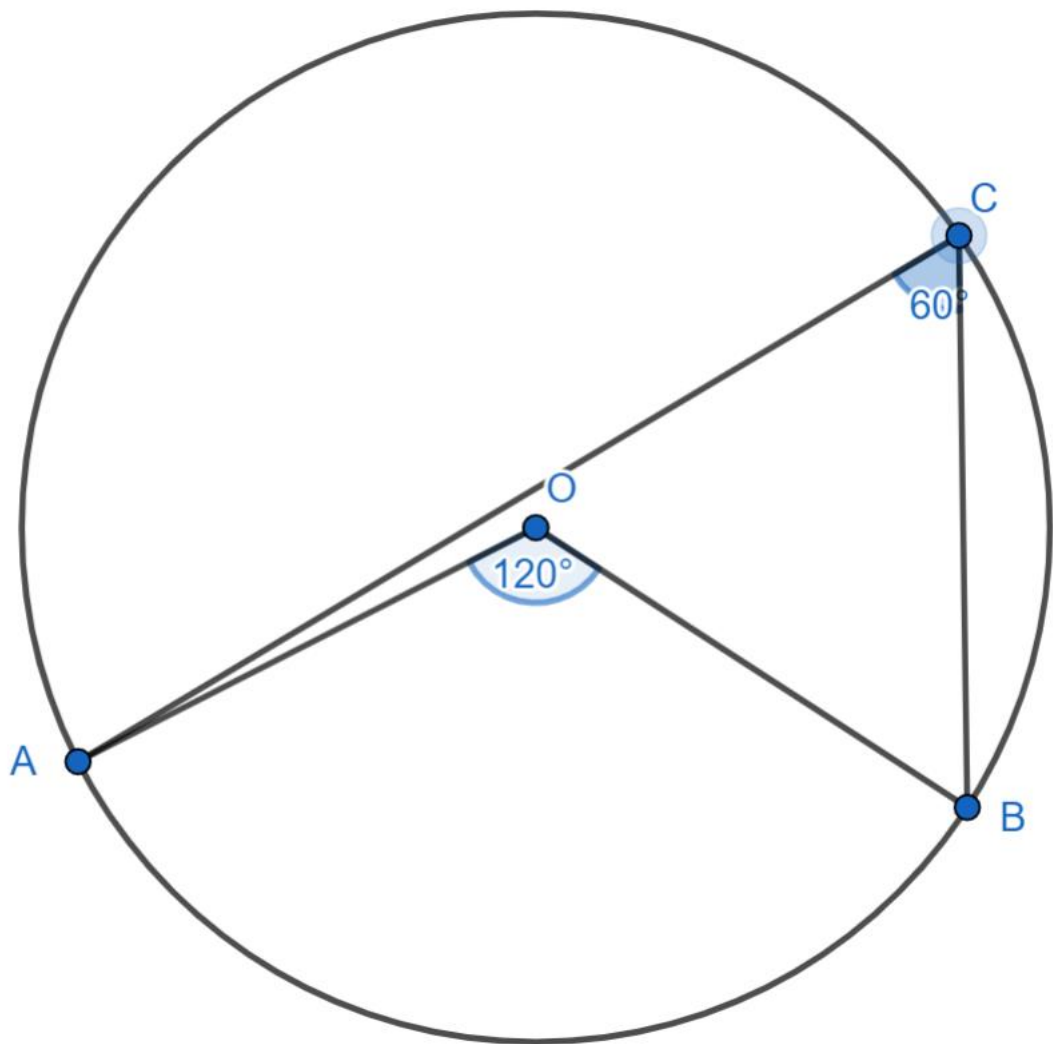
ในวงกลมวงเดียวกัน

มุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่า  
ของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลม  
ที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

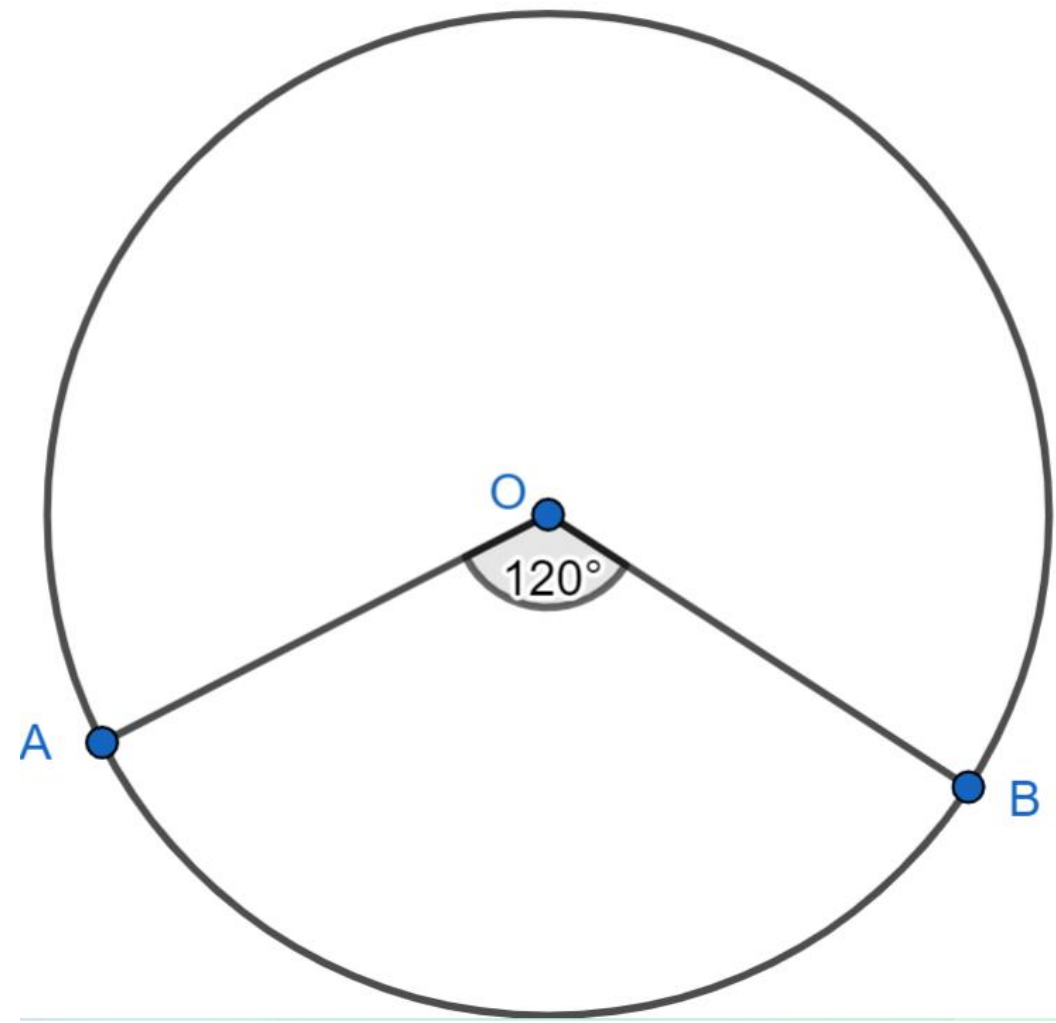
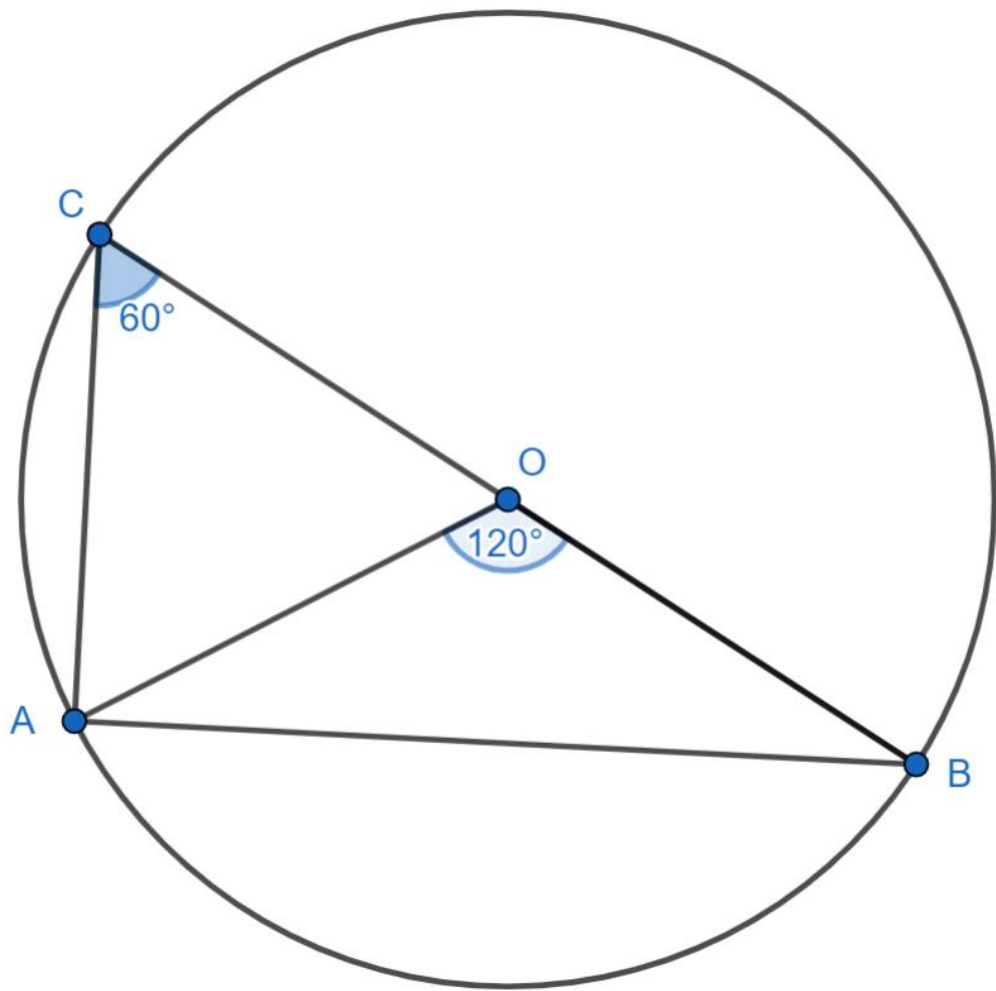




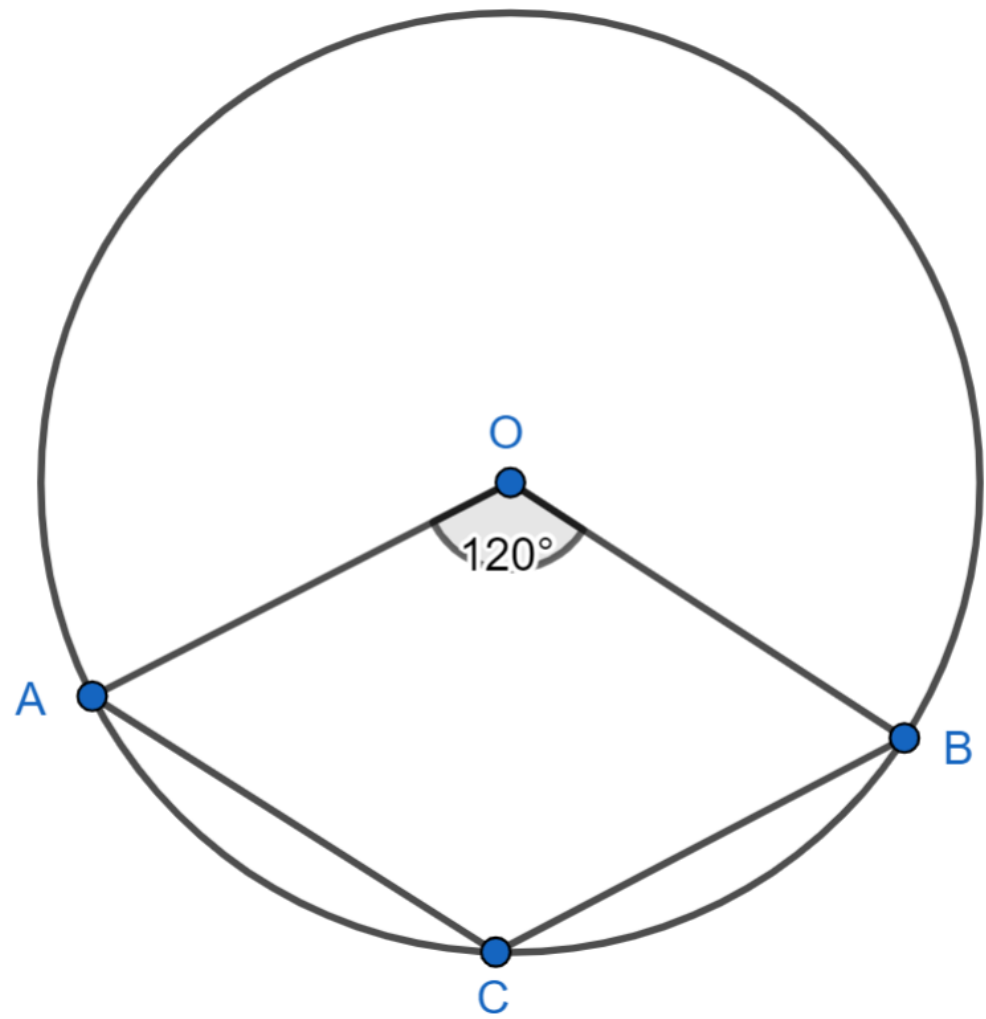
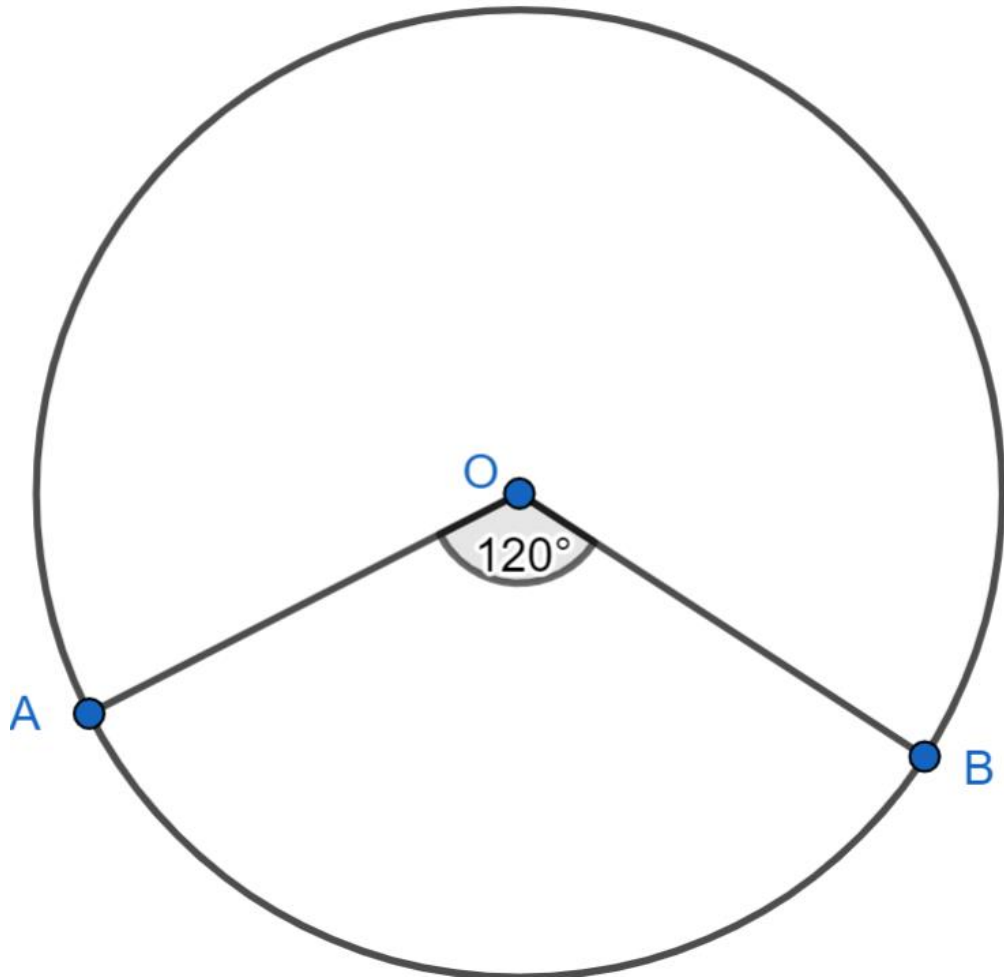


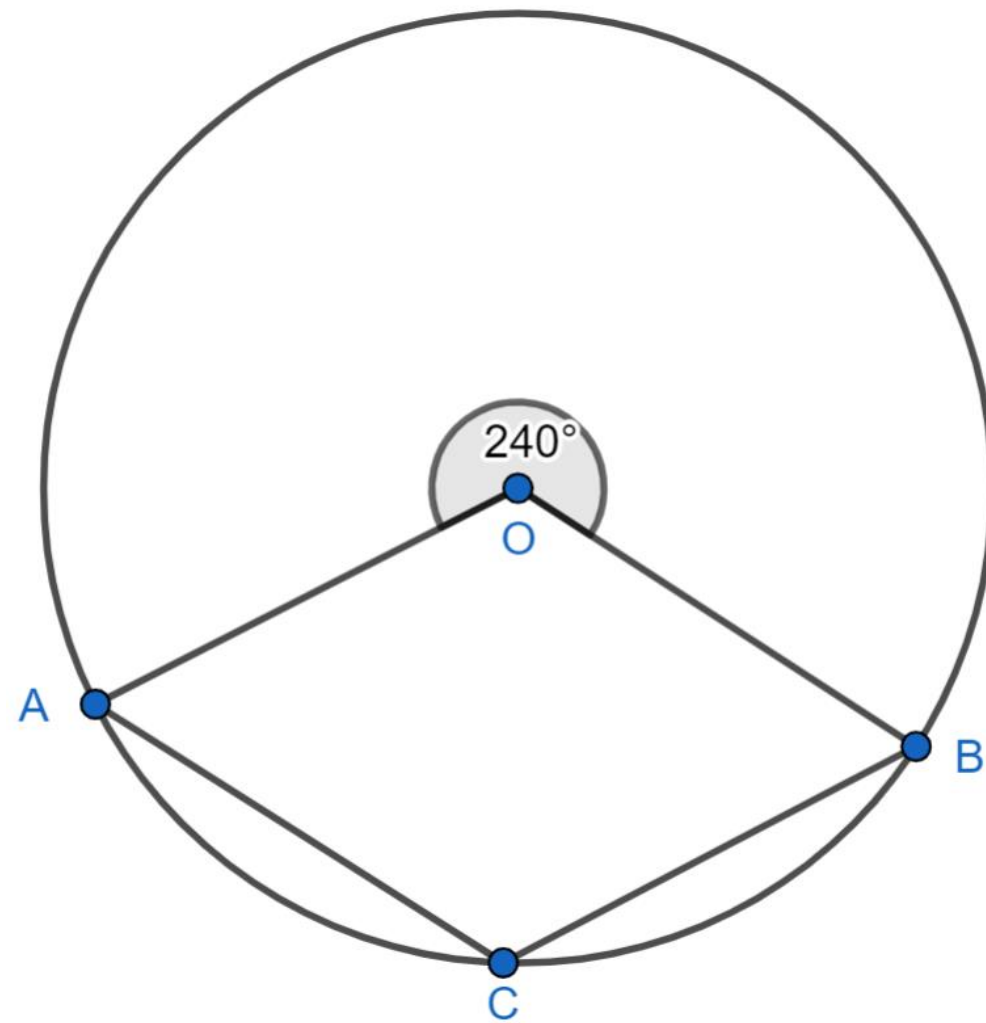
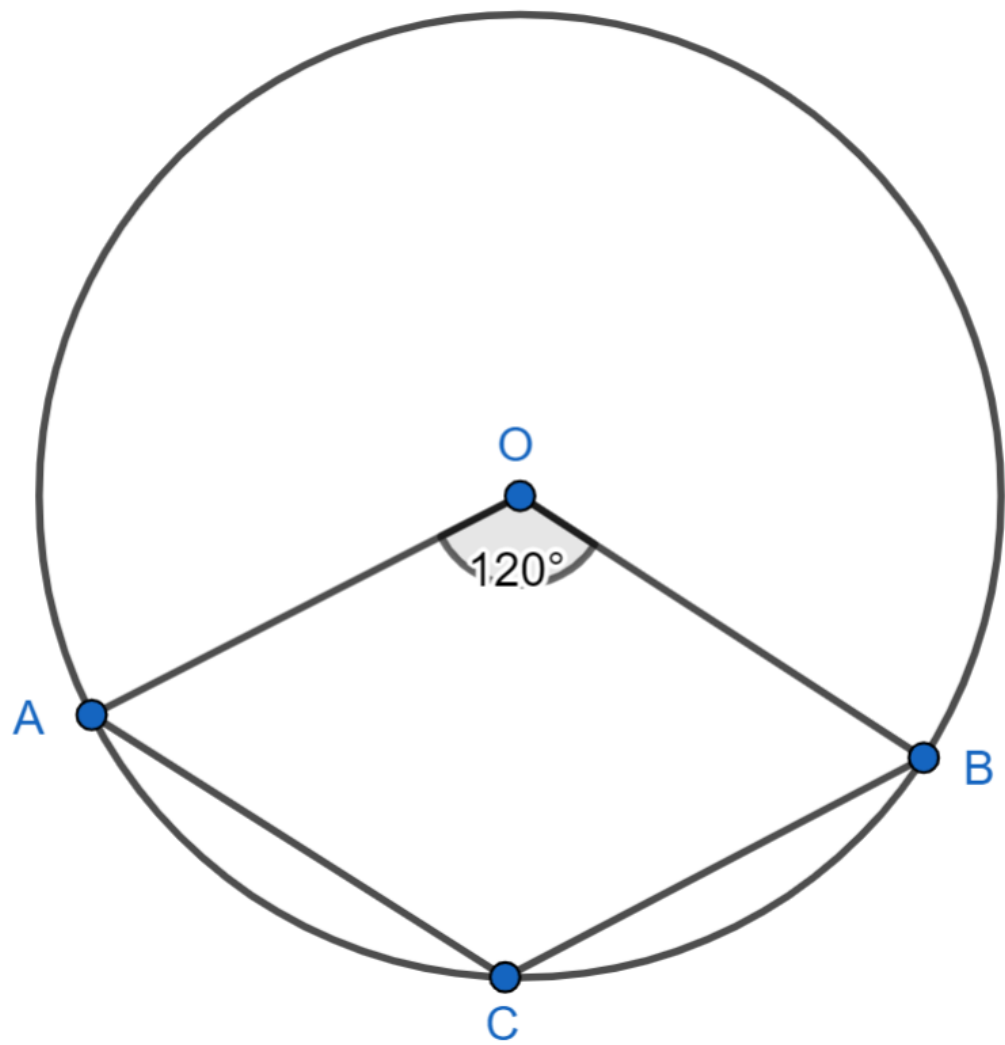


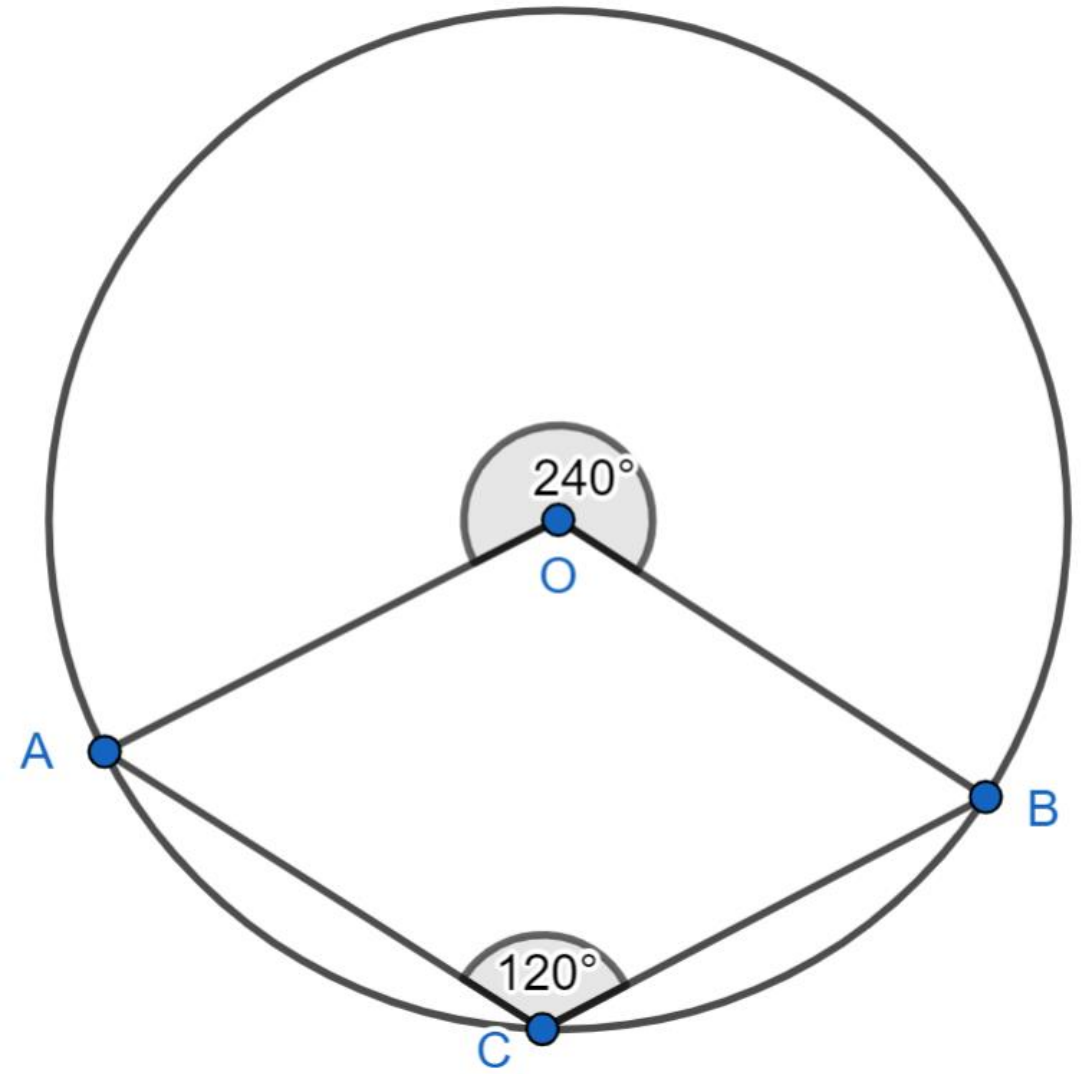
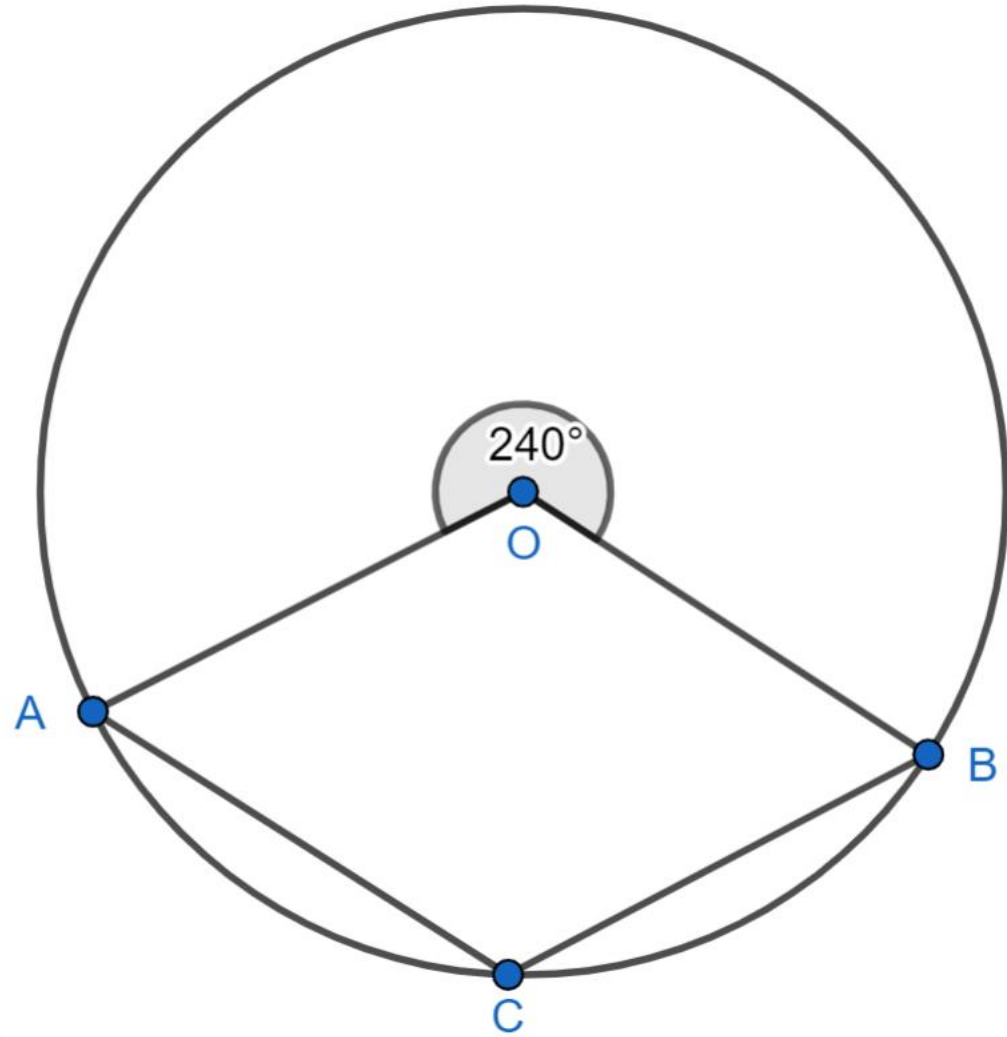




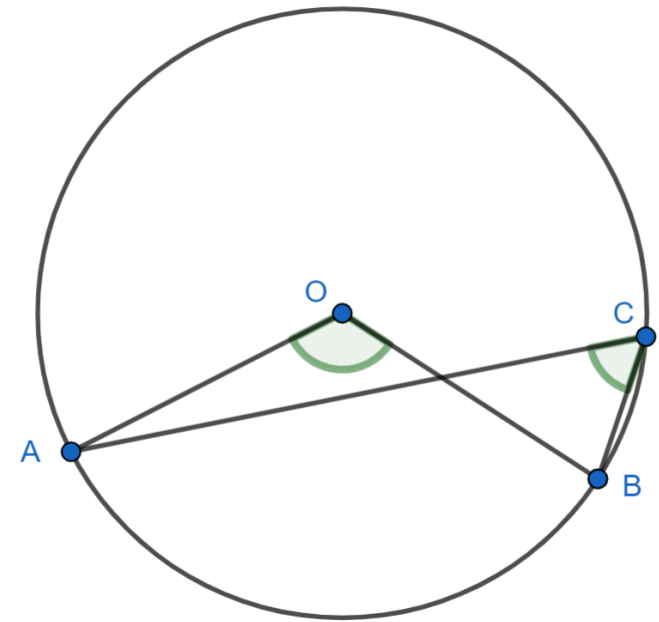
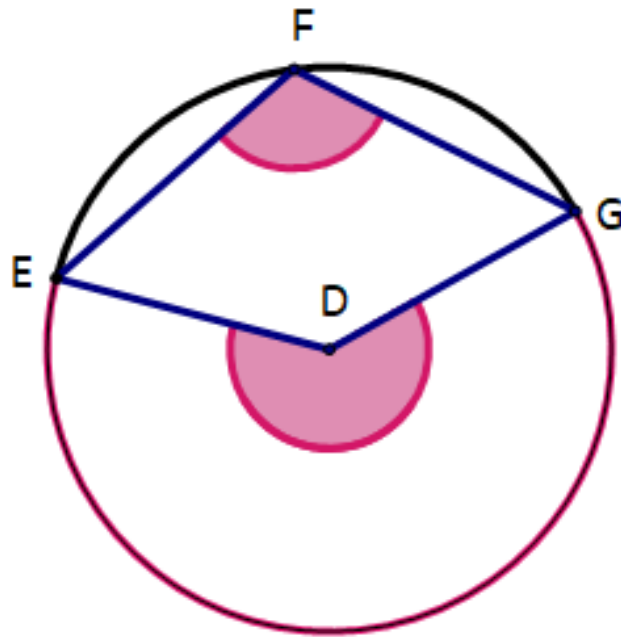
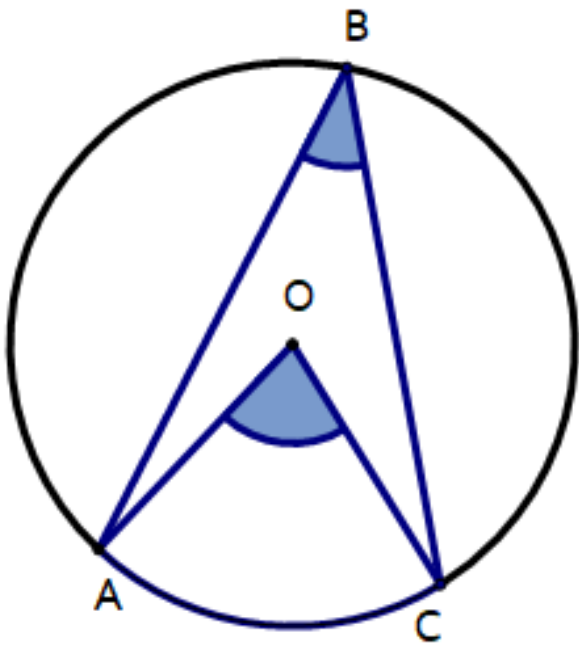






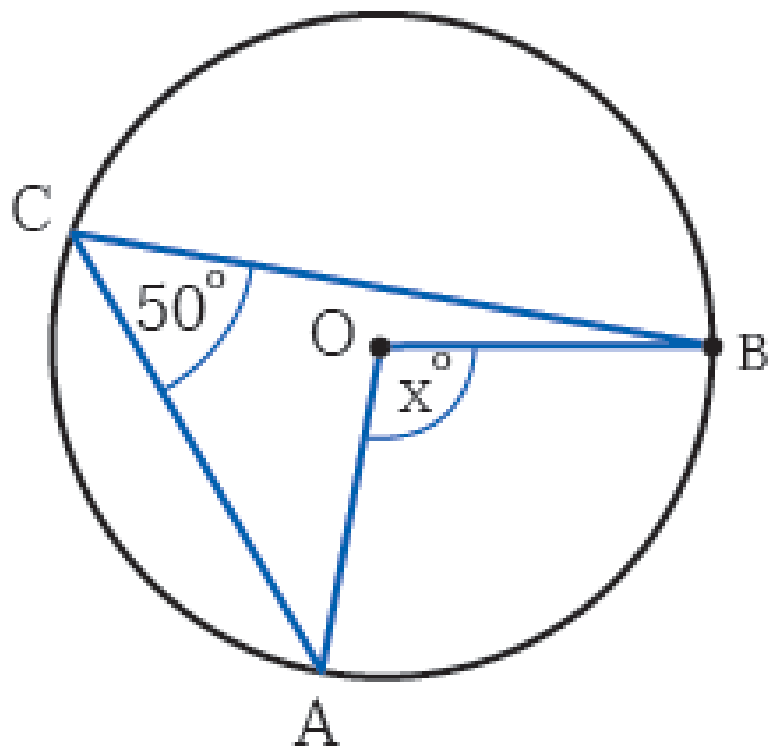


ในวงกลมวงเดียวกัน มุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่า  
ของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน



# ตัวอย่างที่ 1

จากวงกลม  $O$  ที่กำหนดให้ จงหาค่า  $x$



เนื่องจาก  $\widehat{ACB} = 50^\circ$

จากทฤษฎีบท จะได้ว่า

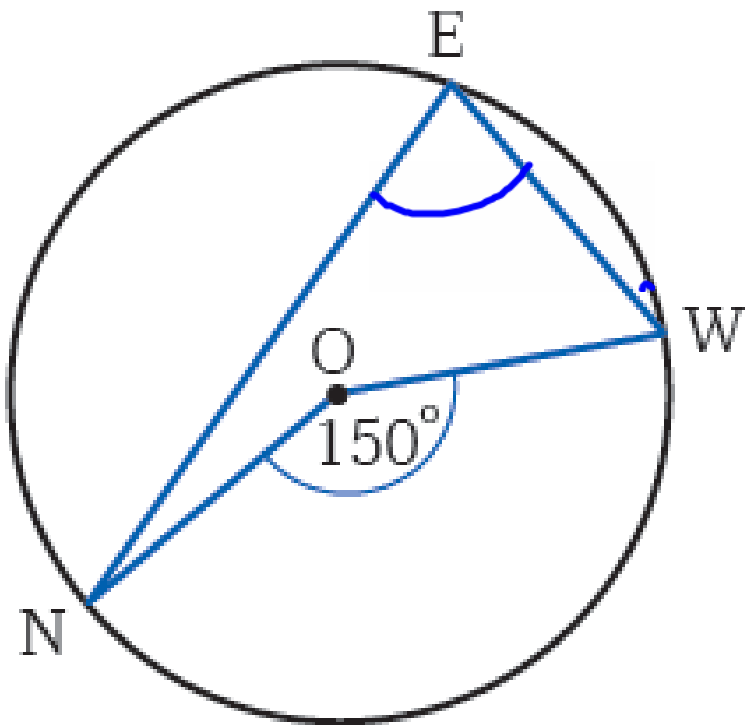
$$\widehat{AOB} = 2(\widehat{ACB})$$

ดังนั้น  $x = 2(50)$

นั่นคือ  $x = 100$

## ตัวอย่างที่ 2

จากรูปมุม NOW มีขนาด 150 องศา  
จงหาขนาดของมุม NEW



เนื่องจาก  $\widehat{NOW} = 150^\circ$

จากทฤษฎีบท จะได้ว่า

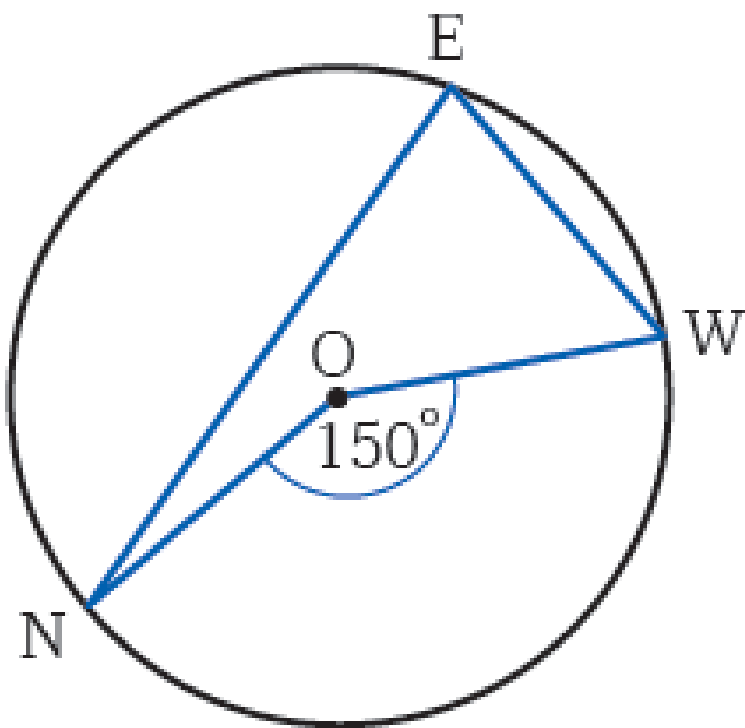
$$\widehat{NOW} = 2(\widehat{NEW})$$

$$\widehat{NEW} = \frac{1}{2}(\widehat{NOW})$$

$$= \frac{1}{2}(150)$$

## ตัวอย่างที่ 2

จากรูปมุม NOW มีขนาด 150 องศา  
จงหาขนาดของมุม NEW



$$\hat{N}EW = \frac{1}{2}(\hat{N}OW)$$

$$= \frac{1}{2}(150)$$

$$= 75^\circ$$

$$\text{ดังนั้น } \hat{N}EW = 75^\circ$$



# แบบฝึกหัดที่ 2

ให้นักเรียนจับคู่กันเพื่อทำแบบฝึกหัดที่ 2



จับคู่คำตอบถอดรหัส (1)



**แบบฝึกหัด 2 : จับคู่คำตอบอครหัส (1)**

ชื่อ-สกุล ..... ชั้น ม.3/ ..... เลขที่ .....

ชื่อ-สกุล ..... ชั้น ม.3/ ..... เลขที่ .....



ในวงกลมวงเดียวกัน มุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน



**คำชี้แจง** จงเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่า x แล้วโยงเส้นจับคู่ค่า x ที่ได้ กับคำตอบแล้วนำตัวอักษรภาษาอังกฤษที่คู่กับคำตอบนั้นไปถอดรหัส

1.  $\widehat{ACB} = \frac{1}{2}(\widehat{AOB})$   
 $x = \frac{1}{2} \times 180$   
 $= 90$

2.  $\widehat{MOB} = 2(\widehat{MPN})$   
 $x = 2 \times 40$   
 $= 80$

3. \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

**คำตอบ**

K : 20	T : 35	A : 70	E : 80
C : 90	N : 110	R : 140	M : 160
P : 320			

4.  $\widehat{ACB} = \frac{1}{2}(\widehat{AOB})$   
 $x = \frac{1}{2} \times 70$   
 $= 35$

5. \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

6. \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

รหัสที่ได้คือ

1	2	3	4	5	6
C	E		T		

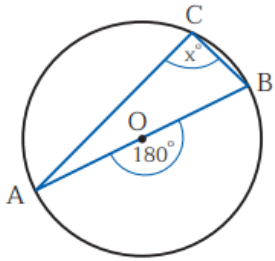
# แบบฝึกหัดที่ 2



คำชี้แจง

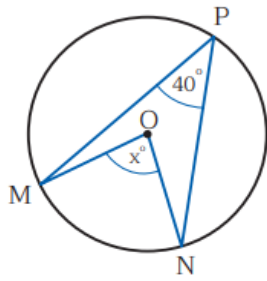
จงเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่า  $x$  แล้วโยงเส้นจับคู่ค่า  $x$  ที่ได้  
กับคำตอบแล้วนำตัวอักษรภาษาอังกฤษที่คู่กับคำตอบนั้น  
ไปถอดรหัส

1.



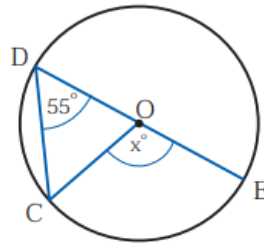
$$\begin{aligned} \widehat{ACB} &= \frac{1}{2}(\widehat{AOB}) \\ x &= \frac{1}{2} \times 180 \\ &= 90 \end{aligned}$$

2.



$$\begin{aligned} \widehat{MOB} &= 2(\widehat{MPN}) \\ x &= 2 \times 40 \\ &= 80 \end{aligned}$$

3.



.....  
 .....  
 .....

# แบบฝึกหัดที่ 2

คำตอบ

K : 20

T : 35

A : 70

E : 80

C : 90

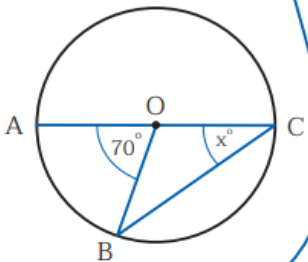
N : 110

R : 140

M : 160

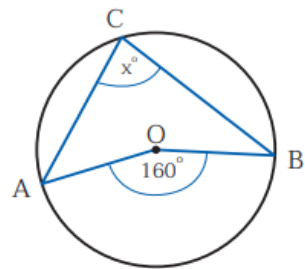
P : 320

4.



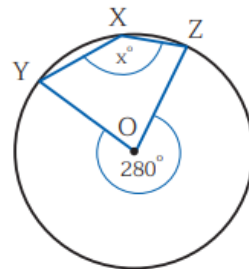
$$\begin{aligned} \widehat{ACB} &= \frac{1}{2}(\widehat{AOB}) \\ x &= \frac{1}{2} \times 70 \\ &= 35 \end{aligned}$$

5.



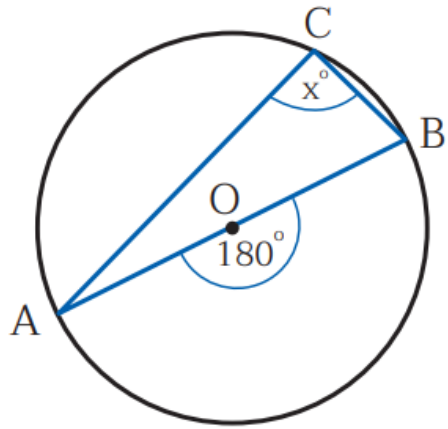
.....  
 .....  
 .....

6.



.....  
 .....  
 .....

1.



$$\widehat{ACB} = \frac{1}{2}(\widehat{AOB})$$

$$x = \frac{1}{2} \times 180$$

$$= 90$$

คำตอบ

K : 20

T : 35

A : 70

E : 80

C : 90

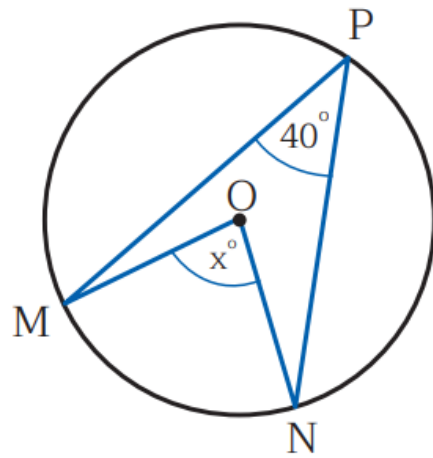
N : 110

R : 140

M : 160

P : 320

2.

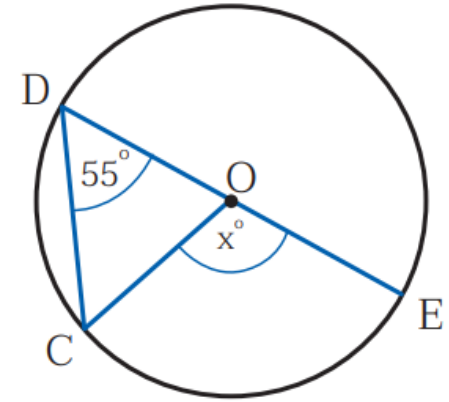


$$\widehat{MON} = 2(\widehat{MPN})$$

$$x = 2 \times 40$$

$$= 80$$

3.



.....

.....

.....



คำตอบ

K : 20

T : 35

A : 70

E : 80

C : 90

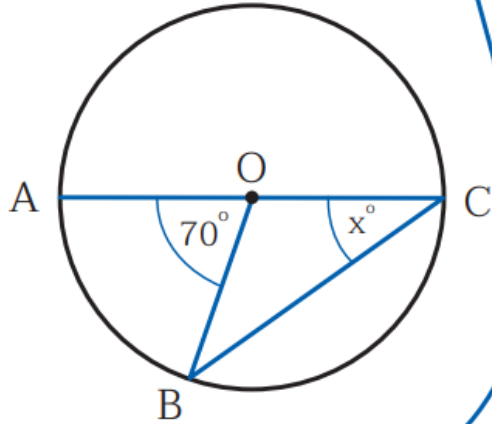
N : 110

R : 140

M : 160

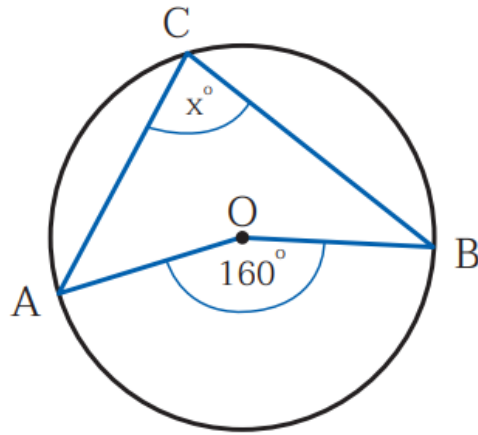
P : 320

4.

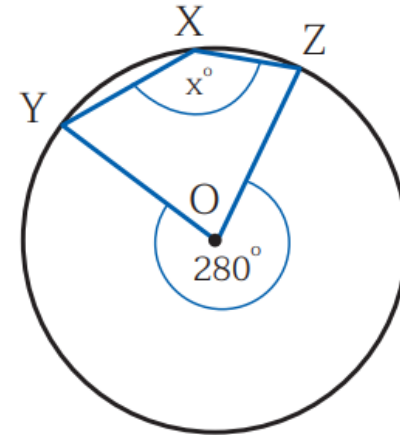


$$\begin{aligned} \widehat{ACB} &= \frac{1}{2}(\widehat{AOB}) \\ x &= \frac{1}{2} \times 70 \\ &= 35 \end{aligned}$$

5.



6.




---

---

---



---

---

---

รหัสที่ได้คือ

1

2

3

4

5

6

C

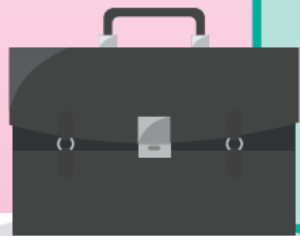
E

N

T

E

R

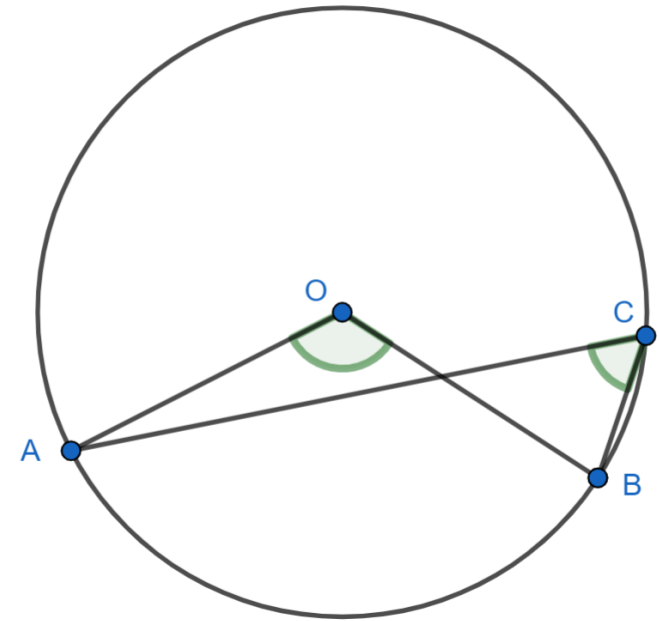
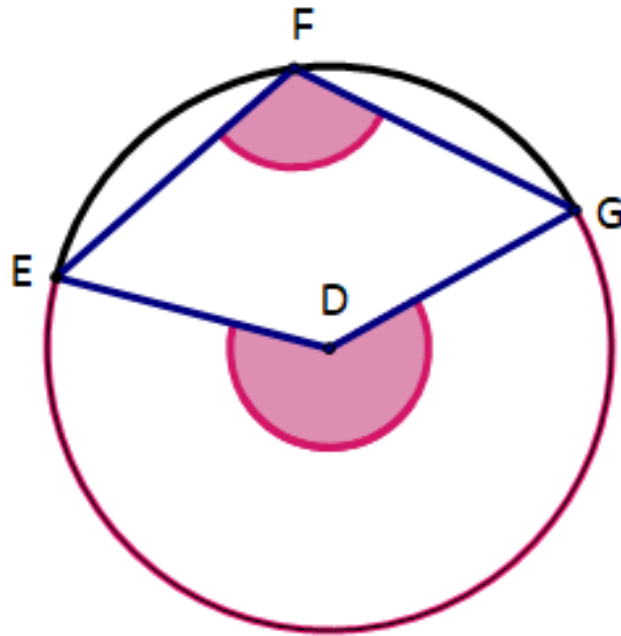
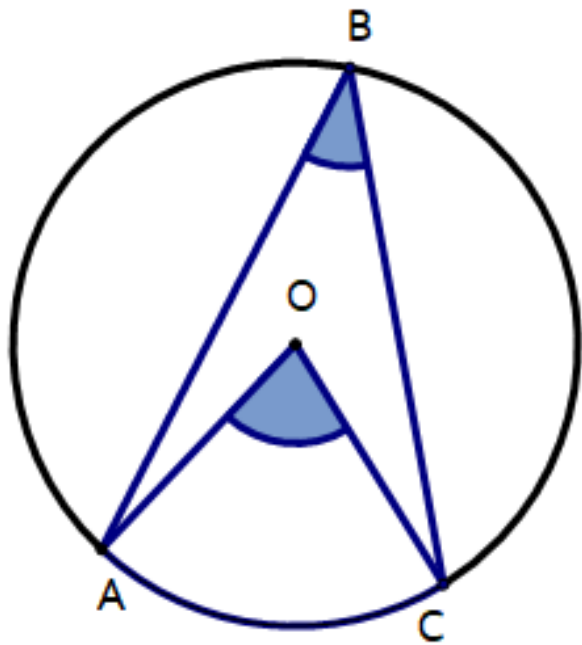


# สรุปท้ายบทเรียน





ในวงกลมวงเดียวกัน มุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่า  
ของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน





# บทเรียนครั้งต่อไป

## เรื่อง

กลมกลิ้งกับความจริงเกี่ยวกับมุม (3)

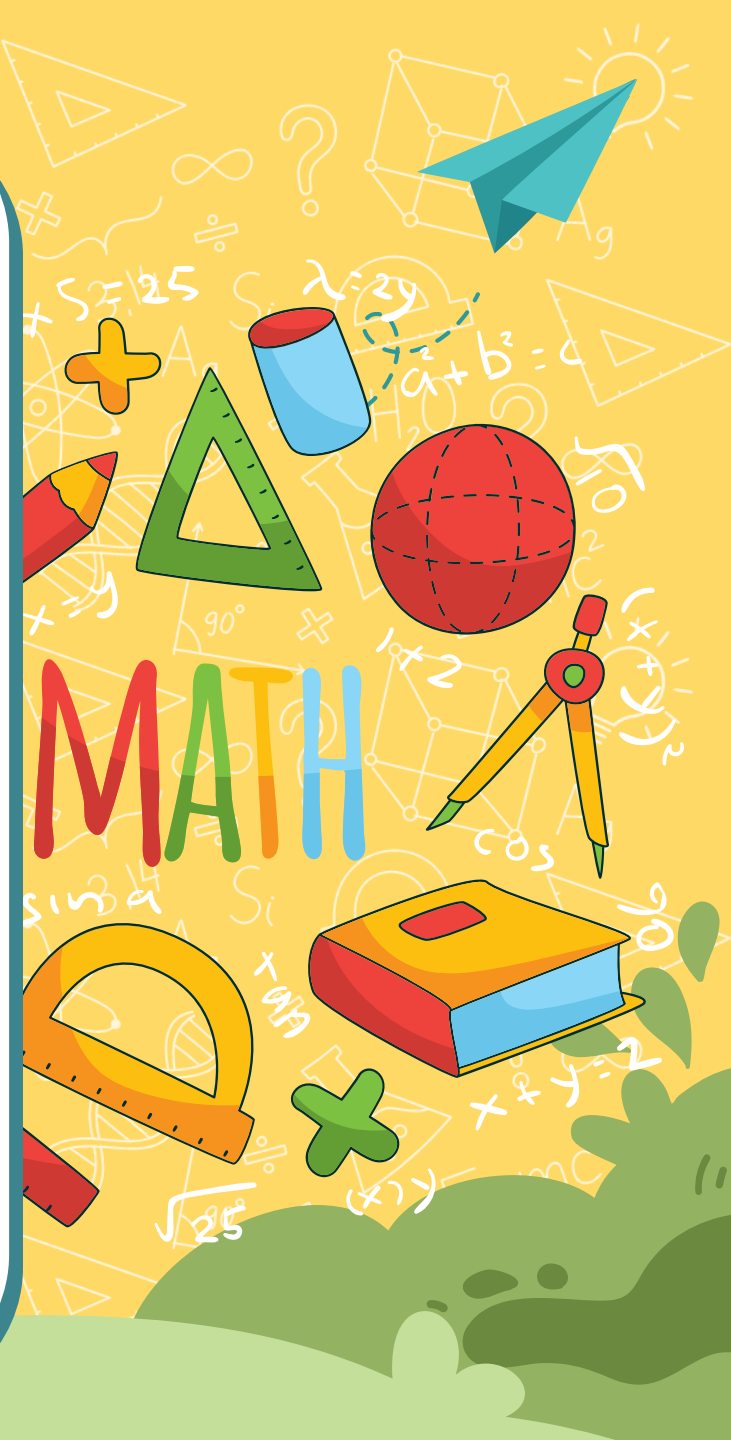


# สิ่งที่ต้องเตรียม

1. แบบฝึกหัดที่ 3 : จับคู่คำตอบถอดรหัส (2)
2. วงเวียนหรือแบบวาดวงกลม
3. ไม้บรรทัด
4. โพรแทรกเตอร์ใหญ่

สามารถดาวน์โหลดใบความรู้และใบงานได้ที่

[www.dltv.ac.th](http://www.dltv.ac.th)



# วงกลม A

Insert ภาพกล่อง cambox ที่ให้ตัวแทนนักเรียนวัดมุมของวงกลม A

Insert ภาพกล่องอื่น ๆ ที่นักเรียนทำกิจกรรมจากแต่ละกลุ่ม

# วงกลม B

Insert ภาพกล่อง cambox ที่ให้ตัวแทนนักเรียนวัดมุมของวงกลม B

Insert ภาพกล่องอื่น ๆ ที่นักเรียนทำกิจกรรมจากแต่ละกลุ่ม

# วงกลม C

Insert ภาพกล่อง cambox ที่ให้ตัวแทนนักเรียนวัดมุมของวงกลม C

Insert ภาพกล่องอื่น ๆ ที่นักเรียนทำกิจกรรมจากแต่ละกลุ่ม

# วงกลม D

Insert ภาพกล่อง **cambox** ที่ให้ตัวแทนนักเรียนวัดมุมของวงกลม D

Insert ภาพกล่องอื่น ๆ ที่นักเรียนทำกิจกรรมจากแต่ละกลุ่ม



# วงกลม E

Insert ภาพกล่อง cambox ที่ให้ตัวแทนนักเรียนวัดมุมของวงกลม E

Insert ภาพกล่องอื่น ๆ ที่นักเรียนทำกิจกรรมจากแต่ละกลุ่ม