

รายวิชาคณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค23101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง ปัญหาชวนคิด พิชิตฟังก์ชัน (2)

ครูผู้สอน ครูสรวงรัตน์ เดชะชาติ

ครูชุติมา วรรณรักษ์



จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถเขียน หรืออธิบายวิธีการแก้ปัญหา
ที่กำหนดให้โดยใช้ความรู้เรื่องกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง





ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา



ขั้นที่ 1 : วิเคราะห์โจทย์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา

ขั้นที่ 2 : กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการ

ขั้นที่ 3 : เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ของสิ่งที่โจทย์ให้มา
และสิ่งที่โจทย์ถามหา

ขั้นที่ 4 : แก้สมการเพื่อหาคำตอบ

ขั้นที่ 5 : ตรวจสอบคำตอบและความสมเหตุสมผลของคำตอบ



ตัวอย่างที่ 1



ต้นกล้าเล่นเทนนิสกับเพื่อน ๆ ในสวนสนุก ซึ่งความสูงของลูกเทนนิส
ที่กระดอนขึ้นหลังจากตกกระทบพื้นครั้งแรก คำนวณได้จาก

$$h(t) = -2(t - 10)^2 + 200$$

เมื่อ h เป็นความสูงจากพื้น (เซนติเมตร)

และ t เป็นเวลา (วินาที) ซึ่ง $t = 0$ ณ จุดที่ลูกเทนนิสตกกระทบ
พื้นครั้งแรก



ตัวอย่างที่ 1



ความสูงของลูกเทนนิสที่กระดอนขึ้นหลังจากตกกระทบพื้นครั้งแรก

คำนวณได้จาก $h(t) = -2(t - 10)^2 + 200$

จงหาว่า

- 1) ต้องใช้เวลากี่วินาทีลูกเทนนิสจึงกระดอนขึ้นไปสูงสุด
(เริ่มนับจากจุดที่ลูกเทนนิสตกกระทบพื้น)
- 2) ลูกเทนนิสกระดอนขึ้นไปสูงสุดกี่เซนติเมตร

ความสูงของลูกเทนนิสที่กระดอนขึ้นหลังจากตกกระทบพื้นครั้งแรก
แรกคำนวณได้จาก $h(t) = -2(t - 10)^2 + 200$

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) ต้องใช้เวลากี่วินาทีที่ลูกเทนนิสจึงกระดอนขึ้นไปสูงสุด

ตอบ ต้องใช้เวลา วินาที ลูกเทนนิสจึงกระดอนขึ้นไปสูงสุด

ความสูงของลูกเทนนิสที่กระดอนขึ้นหลังจากตกกระทบพื้นครั้งแรก
แรกคำนวณได้จาก $h(t) = -2(t - 10)^2 + 200$

จงตอบคำถามต่อไปนี้

2) ลูกเทนนิสกระดอนขึ้นไปสูงสุดกี่เซนติเมตร

ตอบ ลูกเทนนิสกระดอนขึ้นไปสูงสุด..... เซนติเมตร

กิจกรรมที่ 9

ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 – 5 คน

ไกลแค่ไหน



ใบกิจกรรม 9 : โกลแคโทน

ชื่อ-สกุล ชั้น ม.3/..... เลขที่.....
 ชื่อ-สกุล ชั้น ม.3/..... เลขที่.....
 ชื่อ-สกุล ชั้น ม.3/..... เลขที่.....
 ชื่อ-สกุล ชั้น ม.3/..... เลขที่.....
 ชื่อ-สกุล ชั้น ม.3/..... เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนช่วยกันเเสดงคำตอบจากสถานการณ์ต่อไปนี้



โกลแคโทน



น้ำใสต้องการโยนแอปเปิลให้น้ำฟ้า โดยน้ำฟ้าอยู่บนชั้นที่สองของอาคารซึ่งอยู่สูงขึ้นไปจากพื้นดินเป็นระยะ 4 เมตร ถ้าน้ำใสต้องการให้น้ำฟ้ารับแอปเปิลได้ในขณะที่แอปเปิลขึ้นไปสูงสุดพอดี และในการโยนแอปเปิลครั้งนี้ มีความสัมพันธ์ระหว่างความสูงของแอปเปิลจากพื้นดิน (h) ในหน่วยเมตรและเวลาที่ผ่านไป (t) ในหน่วยวินาที หลังจากการโยน ดังสมการ $h = -(t - 2)^2 + 5.5$ อธิบายพบว่า

- 1) น้ำฟ้าจะได้รับแอปเปิลเมื่อเวลาผ่านไปนานเท่าใด และแอปเปิลอยู่สูงจากพื้นเป็นระยะทางเท่าใด
- 2) ถ้าน้ำฟ้ารับแอปเปิลไม่ได้ แอปเปิลจะลงถึงพื้นของชั้นที่สองเมื่อเวลาผ่านไปนานเท่าใด (กำหนดให้ความหนาของพื้นชั้นที่สองหนา 0.5 เมตร)

1. สิ่งี่สถานการณ์ปัญหาต้องการให้หา มีอะไรบ้าง
.....
.....
2. สิ่งี่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้ นักเรียนได้ข้อมูลอะไรบ้าง
.....
.....

3. เมื่อเวลาผ่านไป 1 วินาที แอปเปิลจะอยู่สูงจากพื้นดินกี่เมตร
.....
4. ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ที่นำมาใช้แก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง
.....
.....
5. จงแสดงแนวคิด และวิธีแก้ปัญหาอย่างละเอียด
.....
.....
.....
.....
.....
6. คำตอบของปัญหานี้ มีอะไรบ้าง
.....
.....
.....



คำชี้แจง

ให้นักเรียนช่วยน้ำใส่ตอบคำถามต่อไปนี้

น้ำใส่ต้องการโยนแอปเปิลให้น้ำฟ้า โดยน้ำฟ้าอยู่บนชั้นที่สองของอาคาร ซึ่งอยู่สูงขึ้นไปจากพื้นดินเป็นระยะ 4 เมตร ถ้าน้ำใส่ต้องการให้น้ำฟ้ารับแอปเปิลได้ในขณะที่แอปเปิลขึ้นไปสูงสุดพอดี และในการโยนมี

$$\text{ความสัมพันธ์ } h = -(t - 2)^2 + 5.5$$

เมื่อ h เป็นความสูงจากพื้น (เมตร)

และ t เป็นเวลา (วินาที)

การโยนมีความสัมพันธ์ $h = -(t - 2)^2 + 5.5$

อยากรทราบว่า

- 1) น้ำฟ้าจะได้รับแอปเปิลเมื่อเวลาผ่านไปนานเท่าใด และแอปเปิลอยู่สูงจากพื้นเป็นระยะทางเท่าใด
- 2) ถ้าน้ำฟ้ารับแอปเปิลไม่ได้ แอปเปิลจะหล่นถึงพื้นของชั้นที่สองเมื่อเวลาผ่านไปนานเท่าใด (กำหนดให้ความหนาของพื้นชั้นที่สองหนา 0.5 เมตร)

การโยนมีควมสัมพันธ์ $h = -(t - 2)^2 + 5.5$

1) สิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการให้หา มีอะไรบ้าง

ตอบ

.....

.....

การโยนมีความสัมพันธ์ $h = -(t - 2)^2 + 5.5$

2) สิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้ นักเรียนได้ข้อมูลอะไรบ้าง

ตอบ

.....

.....

การโยนมีความสัมพันธ์ $h = -(t - 2)^2 + 5.5$

3) เมื่อเวลาผ่านไป 1 วินาที แอปเปิลจะอยู่สูงจากพื้นดินกี่เมตร

ตอบ

.....

.....

การโยนมีความสัมพันธ์ $h = -(t - 2)^2 + 5.5$

4) ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ที่นำมาใช้แก้ปัญหานี้มีอะไรบ้าง

ตอบ

.....

.....

การโยนมีความสัมพันธ์ $h = -(t - 2)^2 + 5.5$

1) สิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการให้หา มีอะไรบ้าง

ตอบ **1. น้ำฟ้าจะได้รับแอปเปิลเมื่อเวลาผ่านไปนานเท่าใด และ**

แอปเปิลอยู่สูงจากพื้นดินเท่าใด

..... **2. ถ้าน้ำฟ้ารับแอปเปิลไม่ได้ แอปเปิลจะหล่นบนพื้นของชั้นสอง**

เมื่อเวลาผ่านไปนานเท่าใด

การโยนมีความสัมพันธ์ $h = -(t - 2)^2 + 5.5$

2) สิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้ นักเรียนได้ข้อมูลอะไรบ้าง

- ตอบ 1. ชั้นสองของอาคารอยู่สูงขึ้นไปจากพื้นดิน 4 เมตร
2. น้ำฟ้าจะรับแอมเปิลได้ในจังหวะที่แอมเปิลขึ้นไปสูงสุดพอดี
3. ความสัมพันธ์ $h = -(t - 2)^2 + 5.5$ เมื่อ h แทนความสูง
จากพื้นดิน (เมตร) และ t แทนเวลาที่ผ่านไป (วินาที)

การโยนมีความสัมพันธ์ $h = -(t - 2)^2 + 5.5$

3) เมื่อเวลาผ่านไป 1 วินาที แอปเปิลจะอยู่สูงจากพื้นดินกี่เมตร

ตอบ **เมื่อเวลาผ่านไป 1 วินาที แอปเปิลจะอยู่สูงจากพื้นดิน**

..... **4.5 เมตร**

.....

การโยนมีความสัมพันธ์ $h = -(t - 2)^2 + 5.5$

4) ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ที่นำมาใช้แก้ปัญหานี้มีอะไรบ้าง

ตอบ
1. กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง

.....
2. เลขยกกำลัง

.....

การโยนมีความสัมพันธ์ $h = -(t - 2)^2 + 5.5$

↑ ● ↓ สูง 4.5 เมตร

การโยนมีความสัมพันธ์ $h = -(t - 2)^2 + 5.5$

5) จงแสดงแนวคิด และวิธีแก้ปัญหาลงอย่างละเอียด

วิธีทำ

.....

.....

การโยนมีความสัมพันธ์ $h = -(t - 2)^2 + 5.5$

6) คำตอบของปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

วิธีทำ

.....

.....

การโยนมีความสัมพันธ์ $h = -(t - 2)^2 + 5.5$

5) จงแสดงแนวคิด และวิธีแก้ปัญหาอย่างละเอียด

วิธีทำ 1. จากสมการ $h = -(t - 2)^2 + 5.5$

จะได้ว่ากราฟของสมการเป็นพาราโบลาคว่ำ

มีจุดสูงสุดของกราฟ คือ จุด $(2, 5.5)$

เนื่องจาก $h = -(t - 2)^2 + 5.5$ เมื่อแทนค่าจะได้

การโยนมีความสัมพันธ์ $h = -(t - 2)^2 + 5.5$

5) จงแสดงแนวคิด และวิธีแก้ปัญหาลงอย่างละเอียด

t (วินาที)	0	1	2	3	4
h (เมตร)	1.5	4.5	5.5	4.5	1.5

การโยนมีความสัมพันธ์ $h = -(t - 2)^2 + 5.5$

5) จงแสดงแนวคิด และวิธีแก้ปัญหาอย่างละเอียด

วิธีทำ 2. ถ้าน้ำฟ้ารับแอปเปิลไม่ได้ แอปเปิลจะหล่นบนพื้นของ

..... ชั้นที่สอง ซึ่งพื้นชั้นนี้อยู่สูงขึ้นไปจากพื้นดิน 4 เมตร

..... และมีความหนาของพื้น 0.5 เมตร

..... ดังนั้น แอปเปิลจะหล่นถึงพื้นของชั้นที่สองเมื่อเวลาผ่านไป 3 วินาที

การโยนมีความสัมพันธ์ $h = -(t - 2)^2 + 5.5$

6) คำตอบของปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

วิธีทำ 1. น้ำฟ้าจะได้รับแอปเปิลเมื่อเวลาผ่านไป 2 วินาที

..... และแอปเปิลอยู่สูงจากพื้นดิน 5.5 เมตร

..... 2. แอปเปิลจะหล่นถึงพื้นของชั้นที่สองเมื่อเวลา

..... ผ่านไป 3 วินาที

สรุปท้ายบทเรียน





สรุปความรู้กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง

ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณ

เขียนแสดงได้ในหลายรูปแบบ

โดยการเขียนแสดงด้วยสมการที่มีปริมาณ x แต่ละค่า

สอดคล้องกับปริมาณ y เพียงค่าเดียว เรียกว่า

ฟังก์ชัน



สรุปความรู้กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง

ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = ax^2 + bx + c$

หรือ $f(x) = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงตัว

และ $a \neq 0$ เรียกว่า ฟังก์ชันกำลังสอง

ซึ่งจะมีกราฟเป็นพาราโบลา และสมการของฟังก์ชันกำลังสอง

ที่อยู่ในรูป $y = ax^2 + bx + c$ เรียกว่า สมการของพาราโบลา



สรุปความรู้กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง

สมการของพาราโบลา

$y = ax^2 + bx + c$ โดยที่ $a \neq 0$ มีลักษณะทั่วไป ดังนี้

- ถ้า $a > 0$ กราฟเป็นพาราโบลาหงาย
มีจุดต่ำสุดและไม่มีจุดสูงสุด
- ถ้า $a < 0$ กราฟเป็นพาราโบลาคว่ำ
มีจุดสูงสุดและไม่มีจุดต่ำสุด



สรุปความรู้กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง

สมการของพาราโบลา

เมื่อสมการจะอยู่ในรูป $y = ax^2$

กราฟเป็นรูปสมมาตร โดยมีแกน Y เป็นแกนสมมาตร

มีจุดต่ำสุดหรือจุดสูงสุดอยู่ที่จุด $(0, 0)$

และมีค่าต่ำสุดหรือค่าสูงสุดของ y เท่ากับ 0



สรุปความรู้กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง

สมการของพาราโบลา

เมื่อสมการอยู่ในรูป $y = a(x - h)^2 + k$

กราฟเป็นรูปสมมาตร โดยมีเส้นตรง $x = h$ เป็นแกนสมมาตร

มีจุดต่ำสุดหรือจุดสูงสุดอยู่ที่จุด (h, k)

และมีค่าต่ำสุดหรือค่าสูงสุดของ y เท่ากับ k



สรุปความรู้กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง



กราฟจะบานมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับค่า a กล่าวคือ
ถ้า $|a|$ มีค่าน้อยลงเรื่อย ๆ กราฟจะบานมากขึ้นเรื่อย ๆ
และในทางกลับกัน
ถ้า $|a|$ มีค่ามากขึ้นเรื่อย ๆ กราฟจะบานน้อยลงเรื่อย ๆ



หน่วยการเรียนรู้ต่อไป

เรื่อง

คล้ายนี้มีประโยชน์





บทเรียนครั้งต่อไป

เรื่อง

คล้ายกันสารพันรูป



สิ่งที่ต้องเตรียม

1. บัตรภาพสิ่งของเครื่องใช้ที่มีรูปร่างที่คล้ายกัน

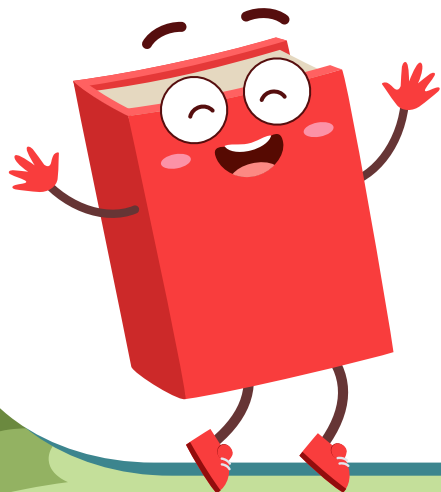
แก้วน้ำขนาดต่าง ๆ

กระถางต้นไม้ที่มีขนาดต่างกัน

กล่องอาหารชุด

สามารถดาวน์โหลดใบความรู้และใบงานได้ที่

www.dltv.ac.th



สิ่งที่ต้องเตรียม

2. รูปเรขาคณิตชนิดต่าง ๆ

รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

รูปสี่เหลี่ยมคางหมู

รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

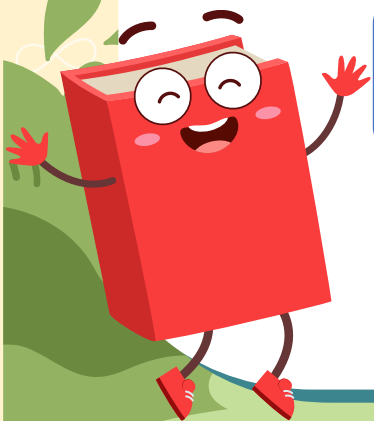
รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า

รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมุมฉาก

รูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า



สิ่งที่ต้องเตรียม

3. โพรแทรกเตอร์

4. ไม้บรรทัด

สามารถดาวน์โหลดใบความรู้และใบงานได้ที่

www.dltv.ac.th

