

รายวิชา คณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค22102

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

เรื่อง เส้นขนานกับมุมนี้ที่ซ่อนอยู่ (2)

ครูผู้สอน ครุณรงค์นุช สุกใส

ครูณัฐนรี จารุศุภกร





เส้นขนานกับมุมนี้ที่ซ่อนอยู่ (2)

จุดประสงค์การเรียนรู้

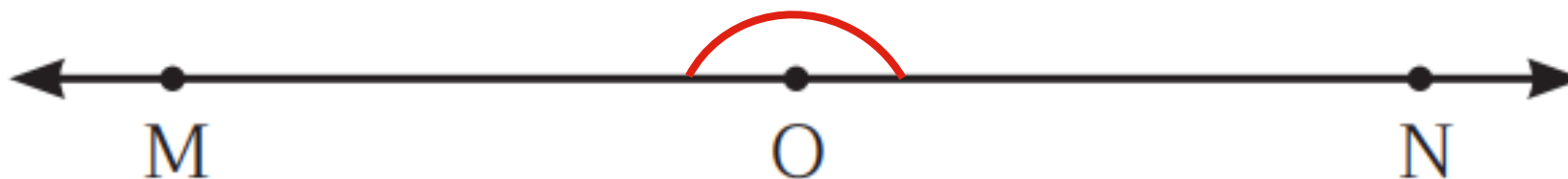
นักเรียนสามารถ

1. ตรวจสอบความขนานกันของเส้นตรงสองเส้นโดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด
2. อธิบายทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด
3. ใช้ความรู้เรื่องทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดในการแก้ปัญหา



จากรูป $M\hat{O}N$ เป็นมุมอะไร และมีขนาดกี่องศา

?



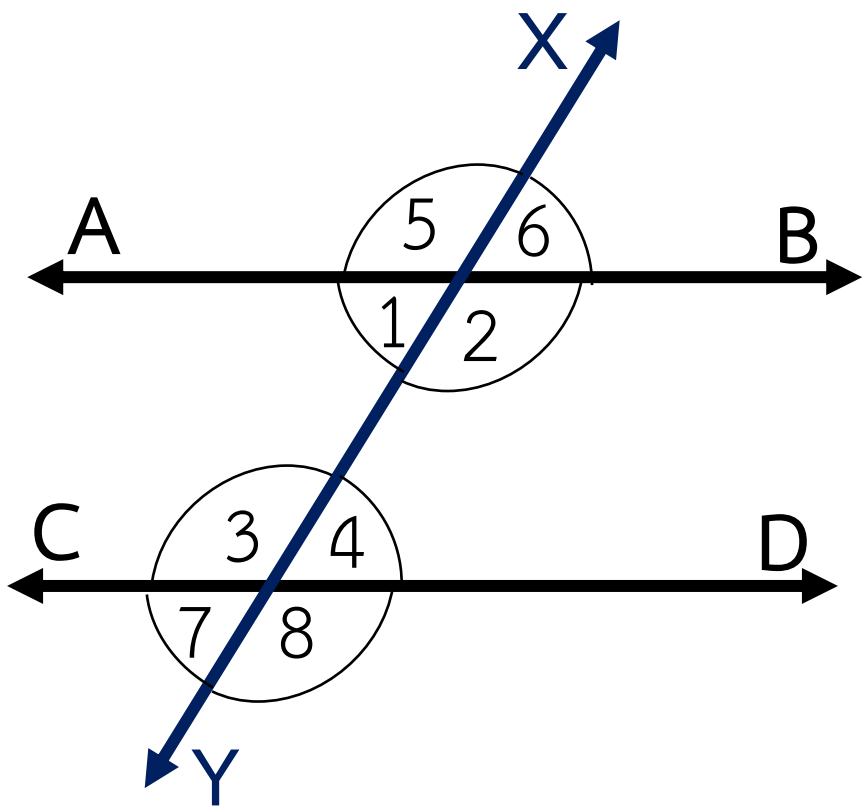
เป็นมุมตรง และมีขนาด 180 องศา



การตรวจสอบว่าเส้นตรงคู่ใดขนานกันหรือไม่นั้น
นอกจากตรวจสอบจากระยะห่างระหว่างเส้นตรง
ทั้งสองเส้นแล้ว

ยังสามารถตรวจสอบได้โดยการพิจารณาขนาดของ
มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดได้อีกด้วย



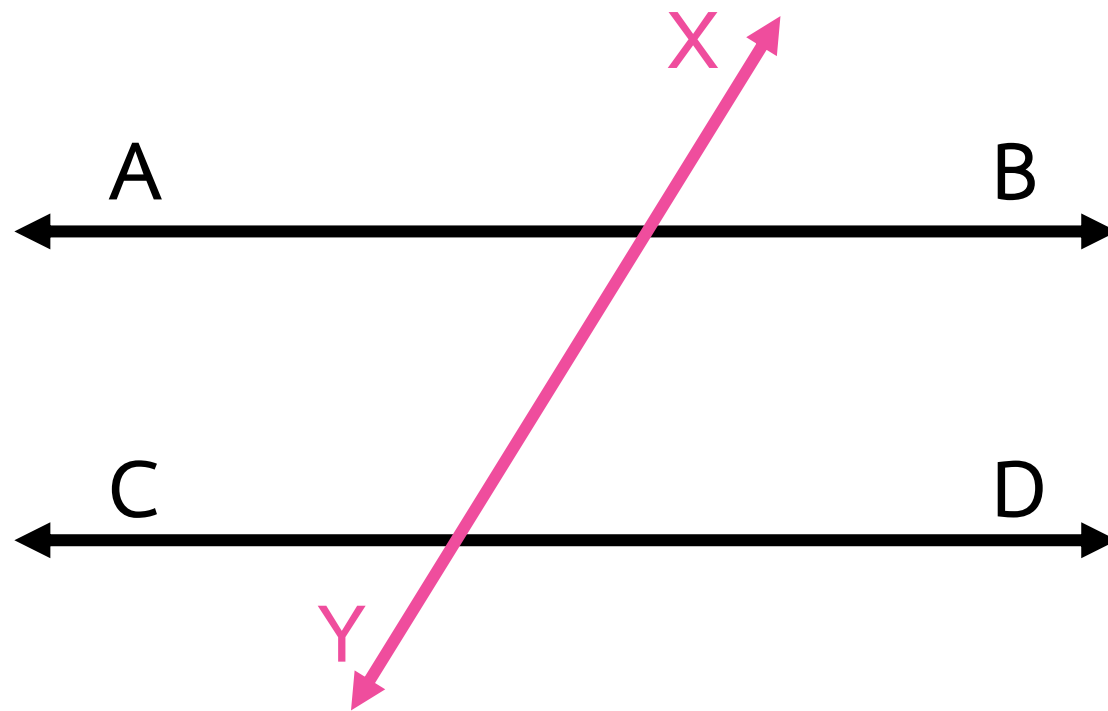


จากรูป \overleftrightarrow{XY} เรียกว่า เส้นตัด XY

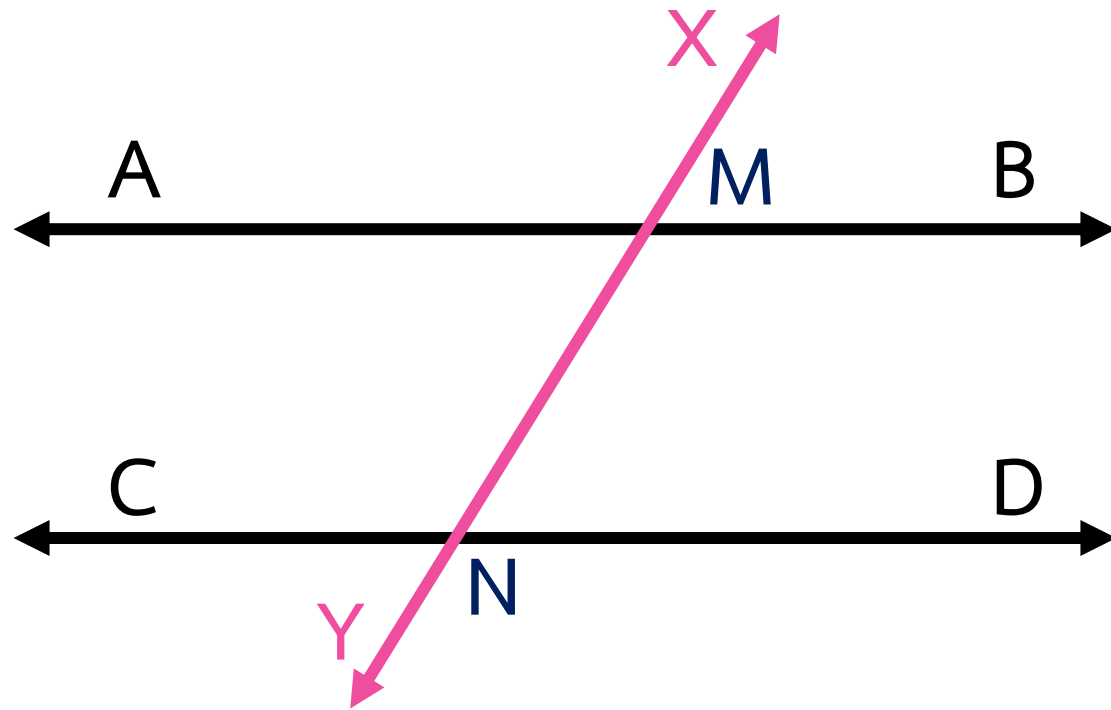
เรียก $\hat{1}$, $\hat{2}$, $\hat{3}$, $\hat{4}$ ว่าเป็นมุมภายใน

$\hat{5}$, $\hat{6}$, $\hat{7}$, $\hat{8}$ ว่าเป็นมุมภายนอก

\overleftrightarrow{AB} ขนานกับ \overleftrightarrow{CD} โดยมี \overleftrightarrow{XY} เป็นเส้นตัดขวาง หรือ
เรียกสั้น ๆ ว่า **เส้นตัด**

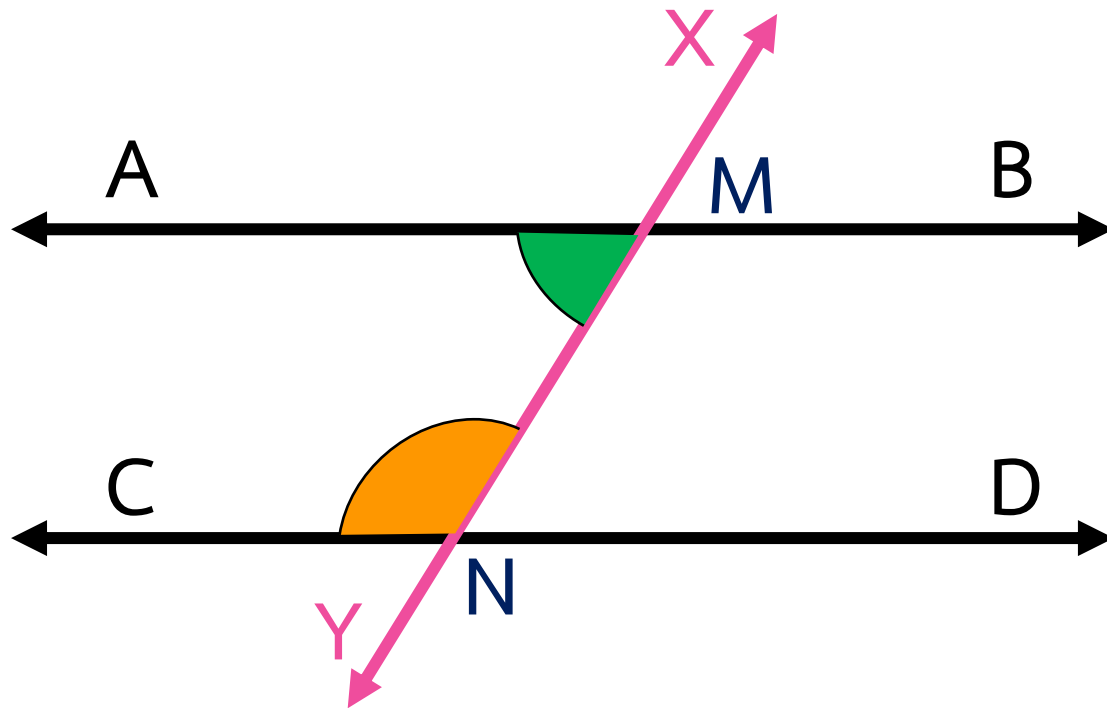


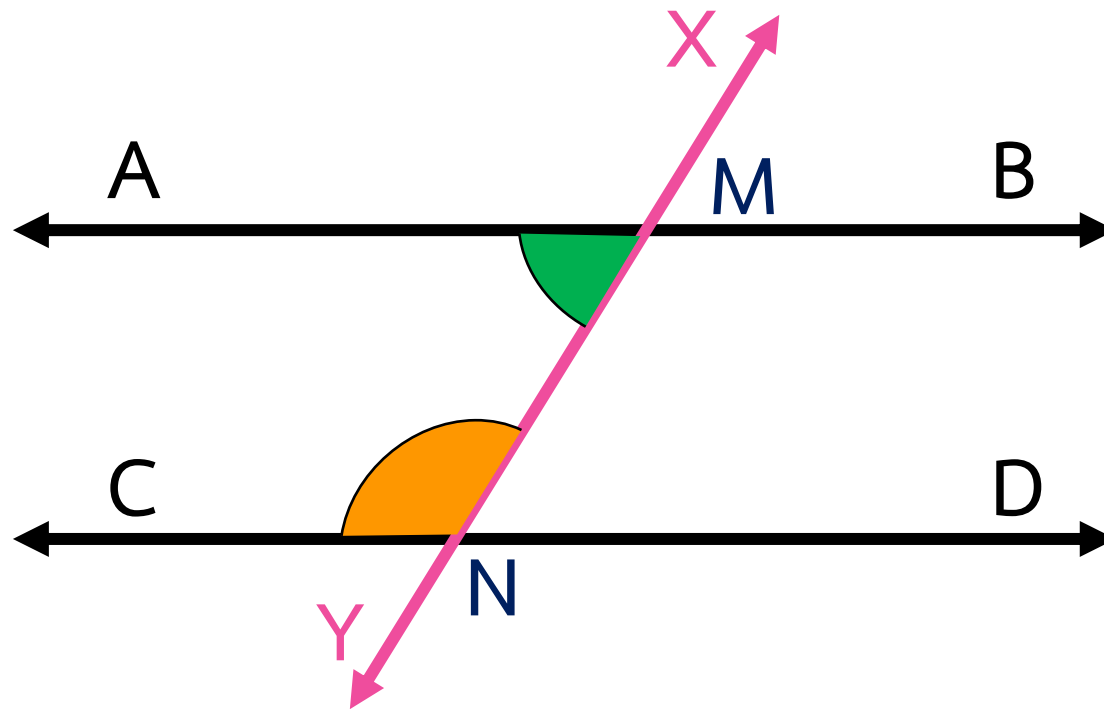
กำหนดชื่อจุดที่ \overleftrightarrow{XY} ตัดกับ \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} เป็น
จุด M และจุด N ตามลำดับ





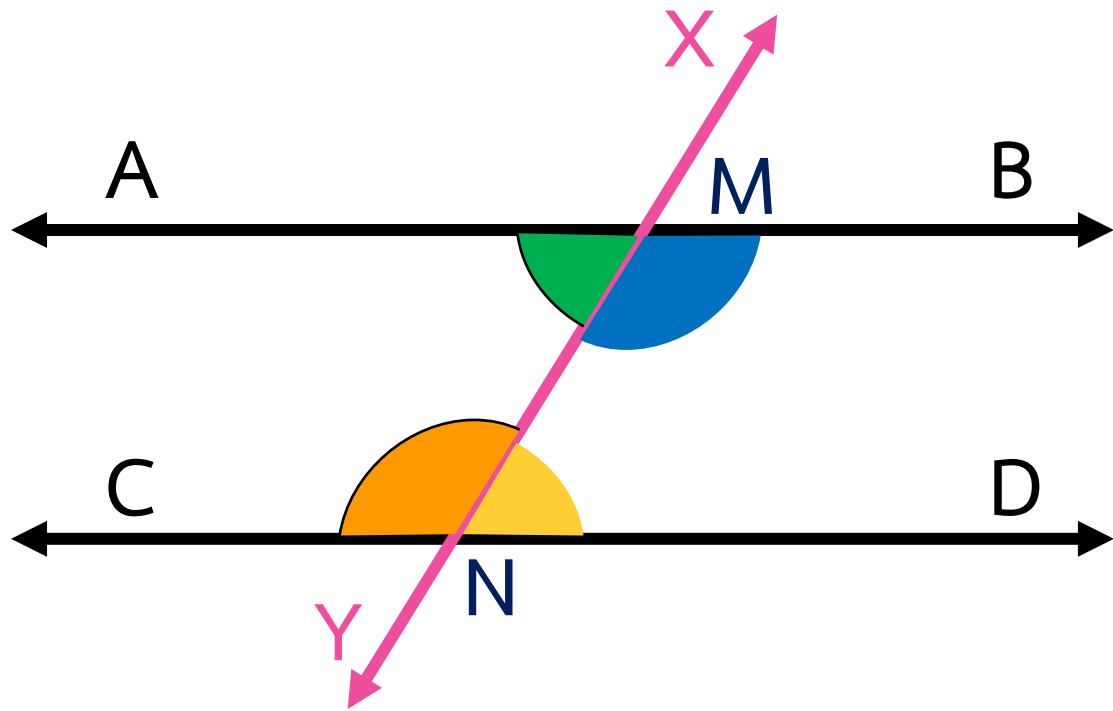
\widehat{AMN} และ \widehat{CNM}





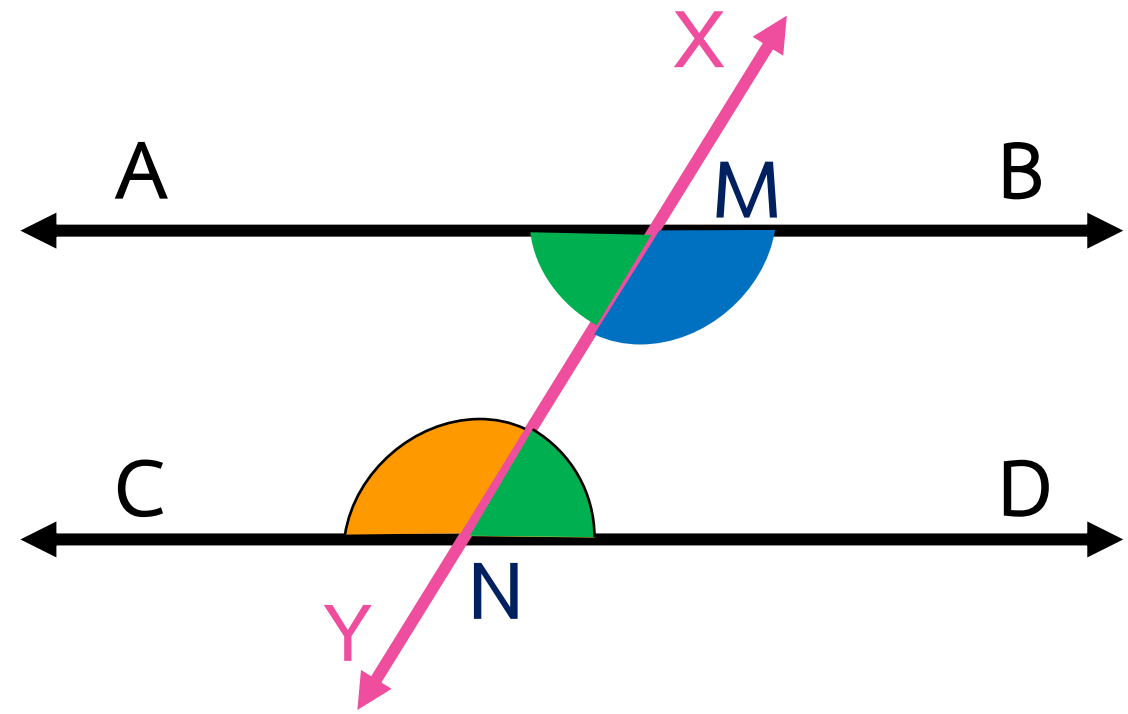
มุมสีเขียวและมุมสีส้มเป็นมุมภายในที่อยู่บนข้าง
เดียวกันของเส้นตัด

ให้นักเรียนสังเกตว่า มีมุมคู่ใดอีกบ้างที่เป็นมุมภายใน
ที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

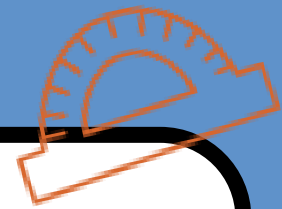
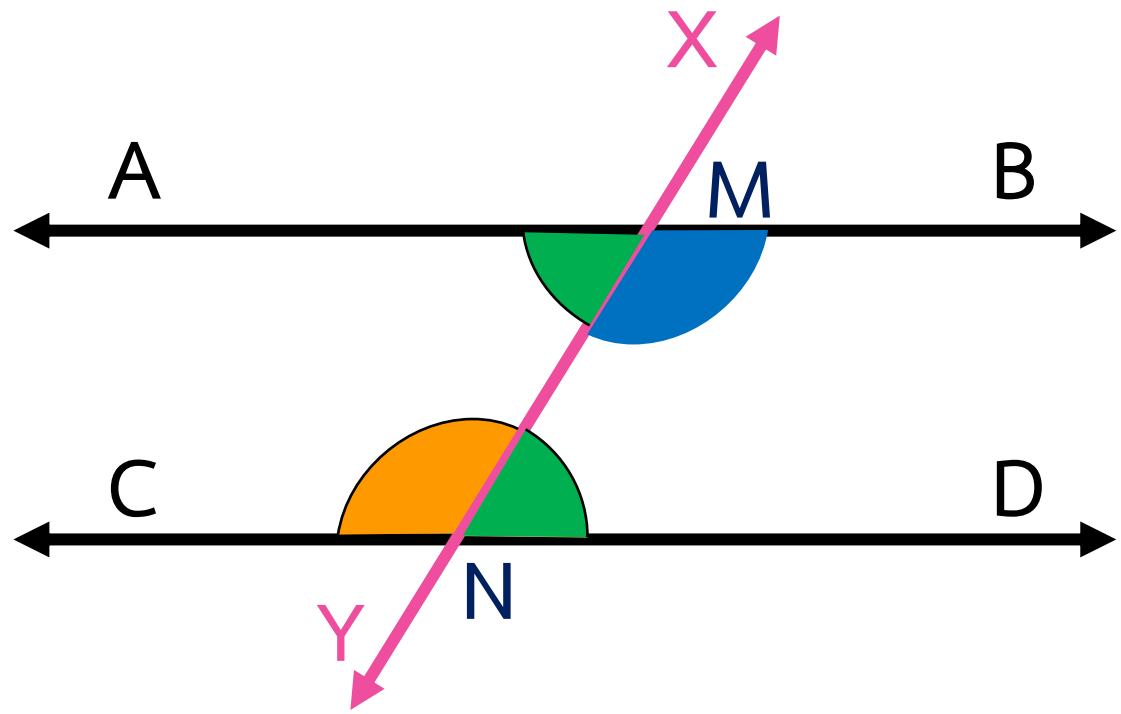


จะพบว่า \widehat{BMN} และ \widehat{DNM} เป็นมุมภายในที่อยู่
บนข้างเดียวกันของ
เส้นตัดนี้ด้วย





เมื่อนำมุมสี่เหลี่ยมต่อกับมุมสี่เหลี่ยม แล้วจะมีขนาดเท่ากับ
มุมตรงพอดี

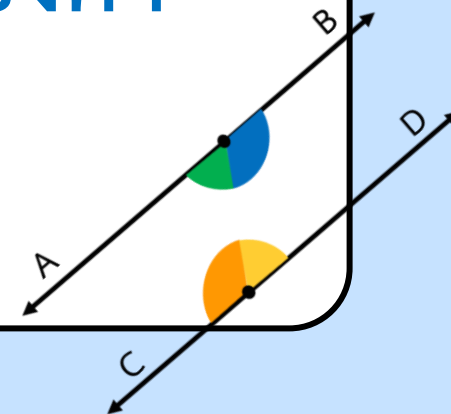


ดังนั้น เราสามารถเขียนข้อความคาดการณ์ได้ว่า “ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา”

ข้อความคาดการณ์ที่ได้ข้างต้นสอดคล้องกับ
สมบัติของเส้นขนานที่กล่าวว่า



เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่ขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา



จากสมบัติของเส้นขนานข้างต้น เราสามารถพิจารณาได้ ดังนี้

- ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้วขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา
- ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน

แบบฝึกหัด 1 :

เส้นขนานและ

มุมภายใน



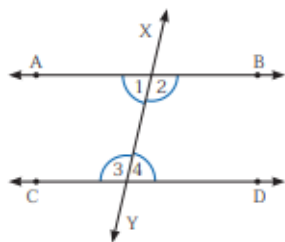


แบบฝึกหัด 1 : เส้นขนานและมุมภายใน

ชื่อ-สกุล ชั้น ม.2/ เลขที่

ชื่อ-สกุล ชั้น ม.2/ เลขที่

เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่ขนานกัน ก็ต่อเมื่อขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา



กำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ จะได้

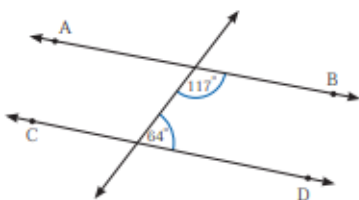
$$\hat{1} + \hat{3} = 180^\circ$$

$$\text{และ } \hat{2} + \hat{4} = 180^\circ$$

ตอนที่ 1

คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณาว่า \overline{AB} และ \overline{CD} ในแต่ละข้อต่อไปนี้ขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

1.



ตอบ

.....
.....
.....
.....
.....
.....

แบบฝึกหัด 1 :

เส้นขนานและมุมภายใน



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)

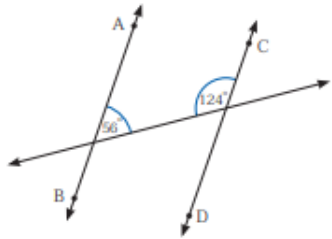
แบบฝึกหัด 1 :

เส้นขนานและมุมภายใน



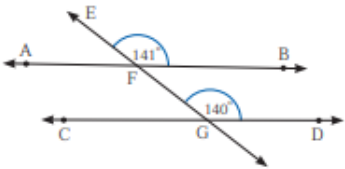
(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)

2.



ตอบ.....

3.

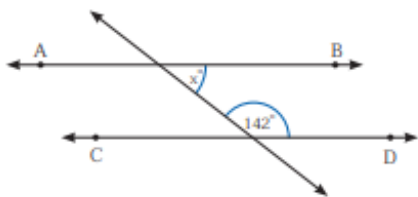


ตอบ.....

ตอนที่ 2

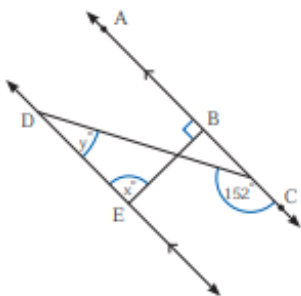
คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่าที่โจทย์ต้องการทราบให้สมบูรณ์

1. จากรูป $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ จงหาค่าของ x



วิธีทำ.....

2. จากรูป $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ จงหาค่าของ $x + y$



วิธีทำ.....

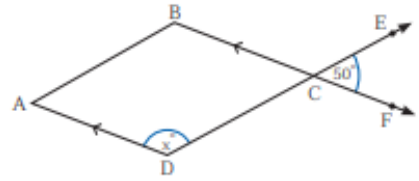
แบบฝึกหัด 1 :

เส้นขนานและมุมภายใน



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)

3. จากรูป $\overline{AD} \parallel \overline{BF}$ จงหาค่าของ x



วิธีทำ _____

แบบฝึกหัด 1 :

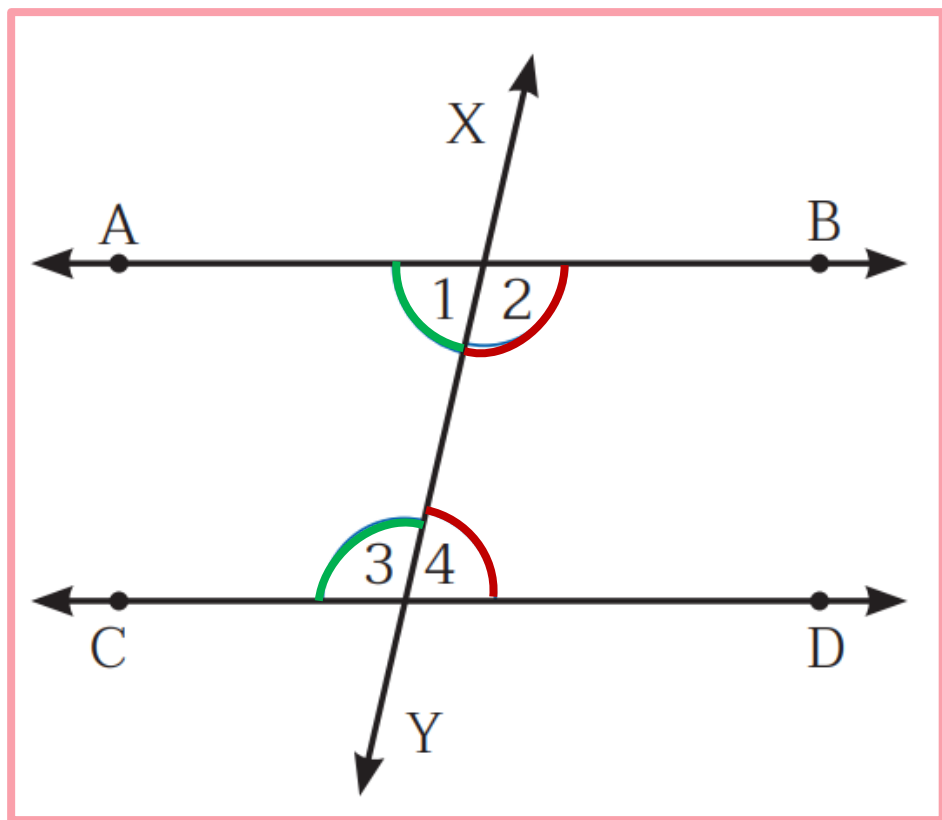
เส้นขนานและมุมภายใน



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)



เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่ขนานกัน ก็ต่อเมื่อ
ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา



กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

จะได้ $\hat{1} + \hat{3} = 180^\circ$

และ $\hat{2} + \hat{4} = 180^\circ$





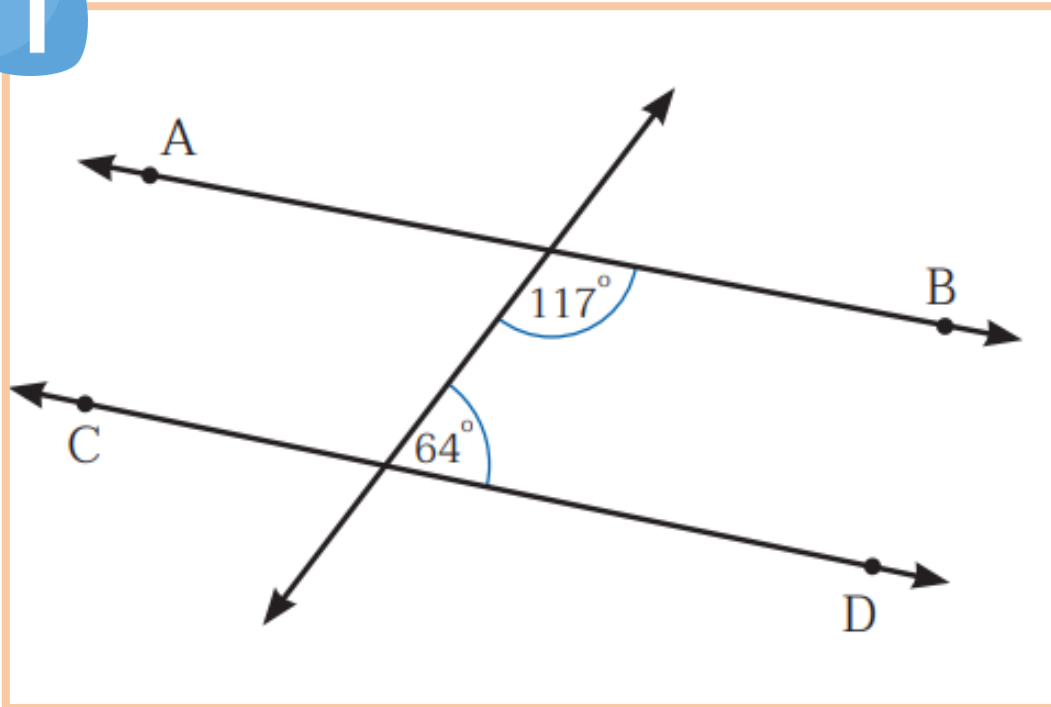
แบบฝึกหัด 1 เส้นขนานและมุมภายใน

ตอนที่ 1



ให้นักเรียนพิจารณาว่า \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} ในแต่ละข้อต่อไปนี้
ขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

1



ตอบ \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} ไม่ขนานกัน
เพราะขนาดของมุมภายในที่อยู่
บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกัน
เท่ากับ $117 + 64 = 181$ องศา
ซึ่งไม่เท่ากับ 180 องศา.....

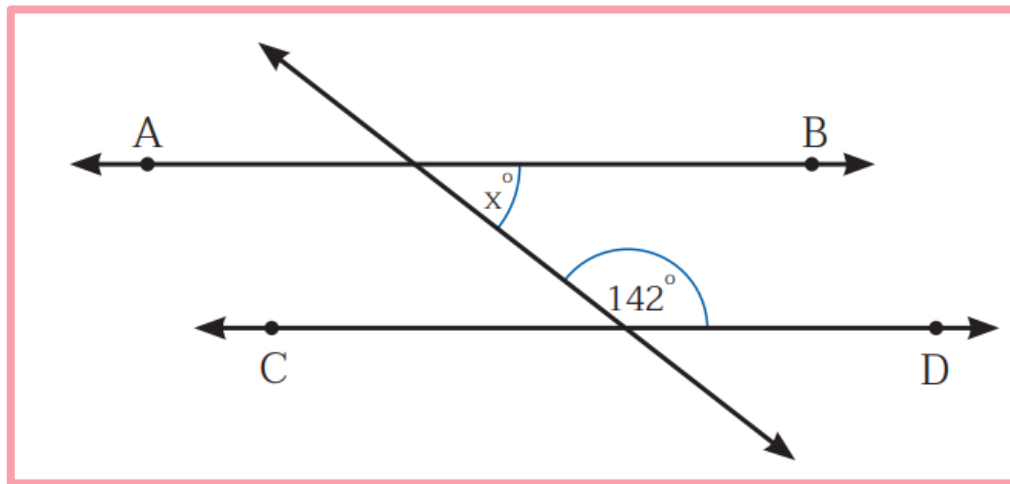


ตอนที่ 2



ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่าที่โจทย์ต้องการทราบให้สมบูรณ์

1. จากรูป $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ จงหาค่าของ x



วิธีทำ... เนื่องจาก $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

..... จะได้ $x + 142 = 180$

(ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนนข้างเดียวกัน.....

ของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา).....

..... ดังนั้น $x = 38$



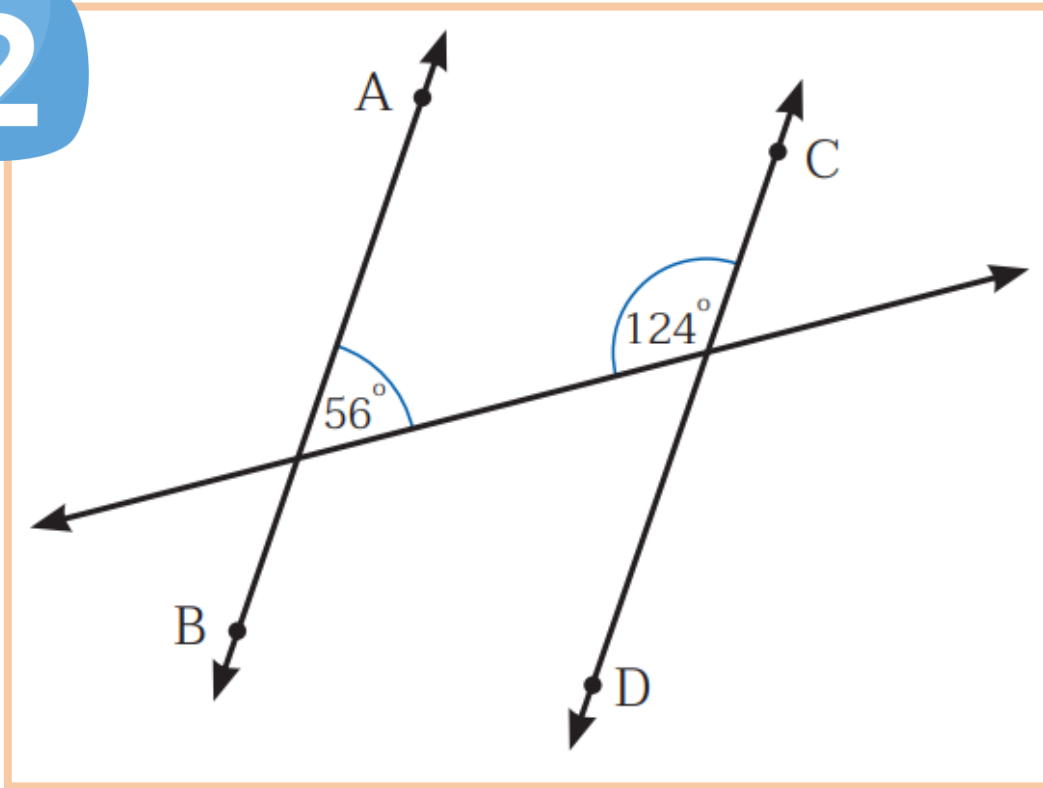
แบบฝึกหัด 1 เส้นขนานและมุมภายใน

ตอนที่ 1



คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณาว่า \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} ในแต่ละข้อต่อไปนี้
ขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

2





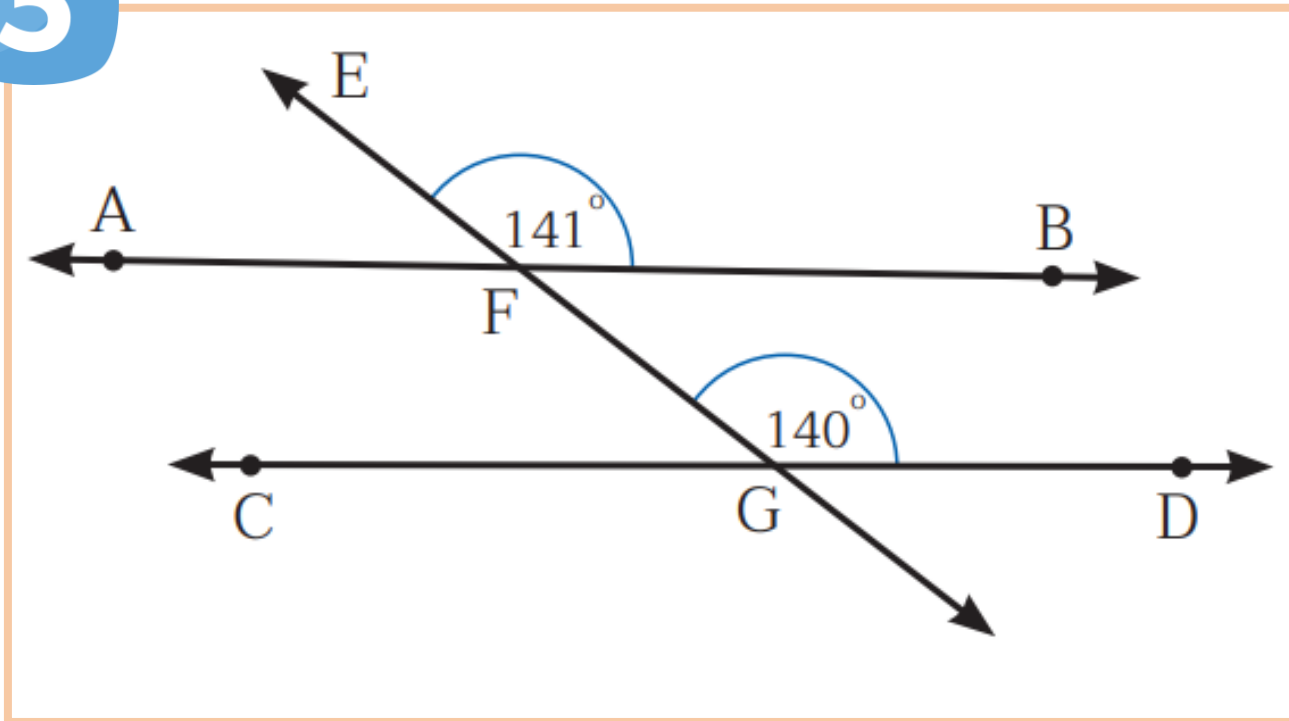
แบบฝึกหัด 1 เส้นขนานและมุมภายใน

ตอนที่ 1



คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณาว่า \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} ในแต่ละข้อต่อไปนี้
ขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

3



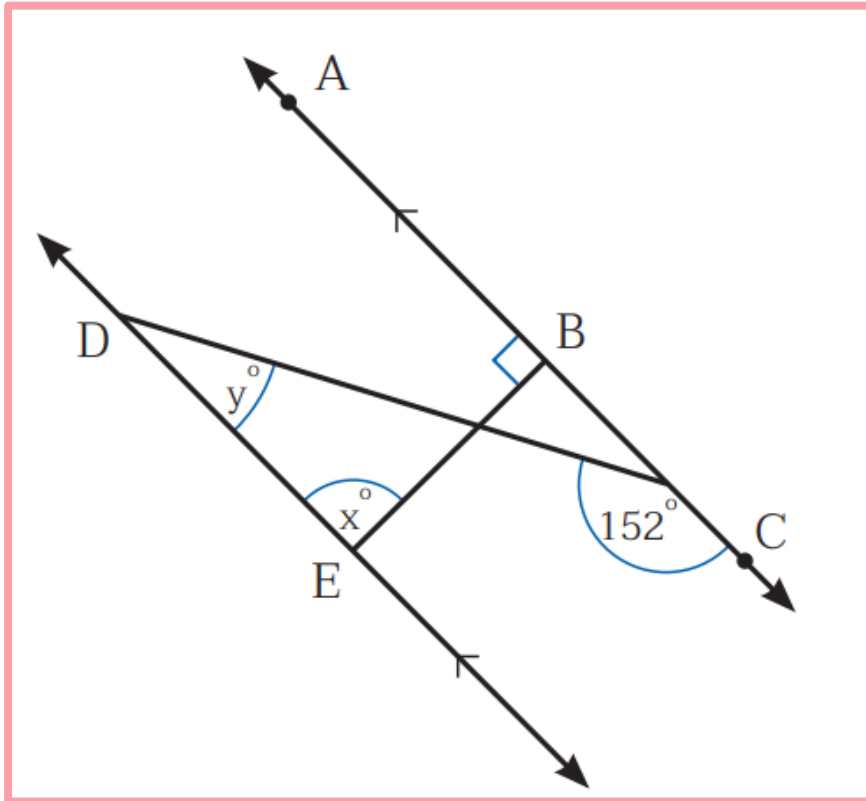


ตอนที่ 2



คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่าที่โจทย์ต้องการทราบให้สมบูรณ์

2. จากรูป $\overleftrightarrow{AC} \parallel \overleftrightarrow{DE}$ จงหาค่าของ $x + y$





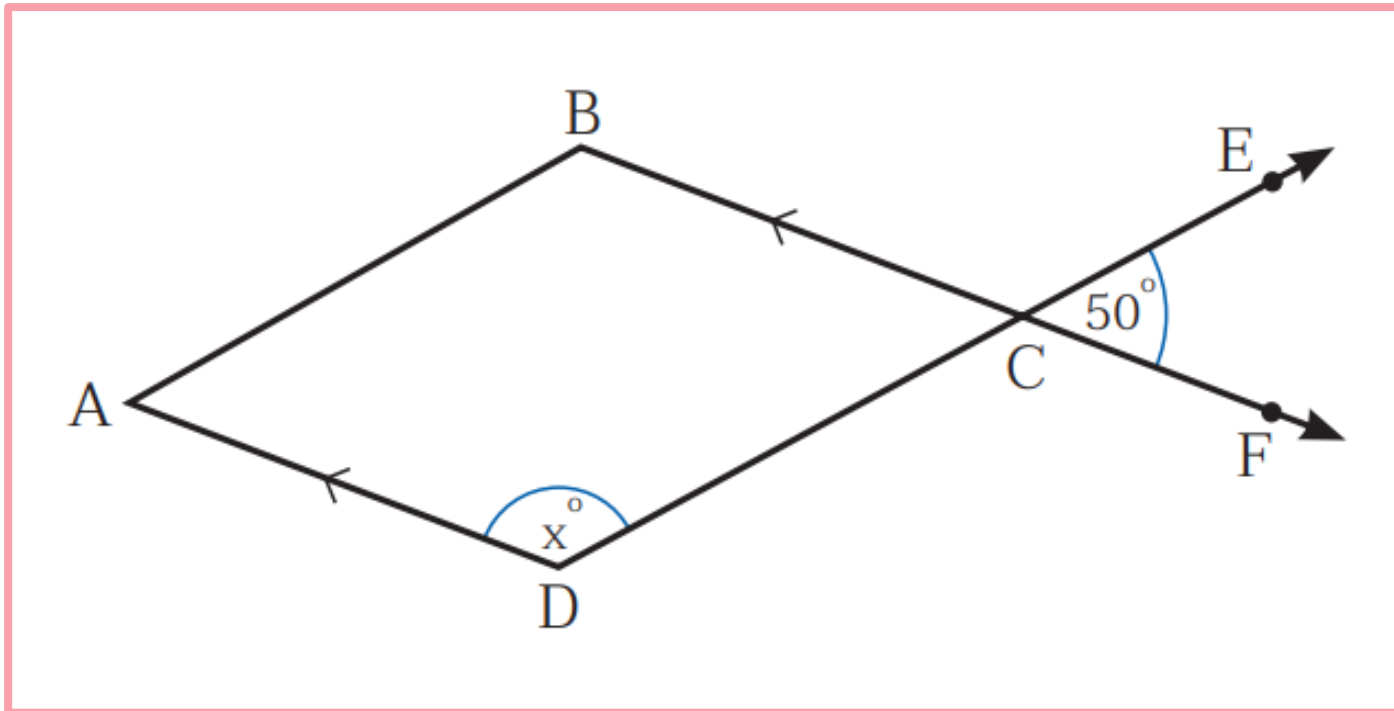
แบบฝึกหัด 1 เส้นขนานและมุมภายใน

ตอนที่ 2



คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่าที่โจทย์ต้องการทราบให้สมบูรณ์

3. จากรูป $\overline{AD} \parallel \overrightarrow{BF}$ จงหาค่าของ x



เฉลยแบบฝึกหัด 1

เส้นขนานและ

มุมภายใน





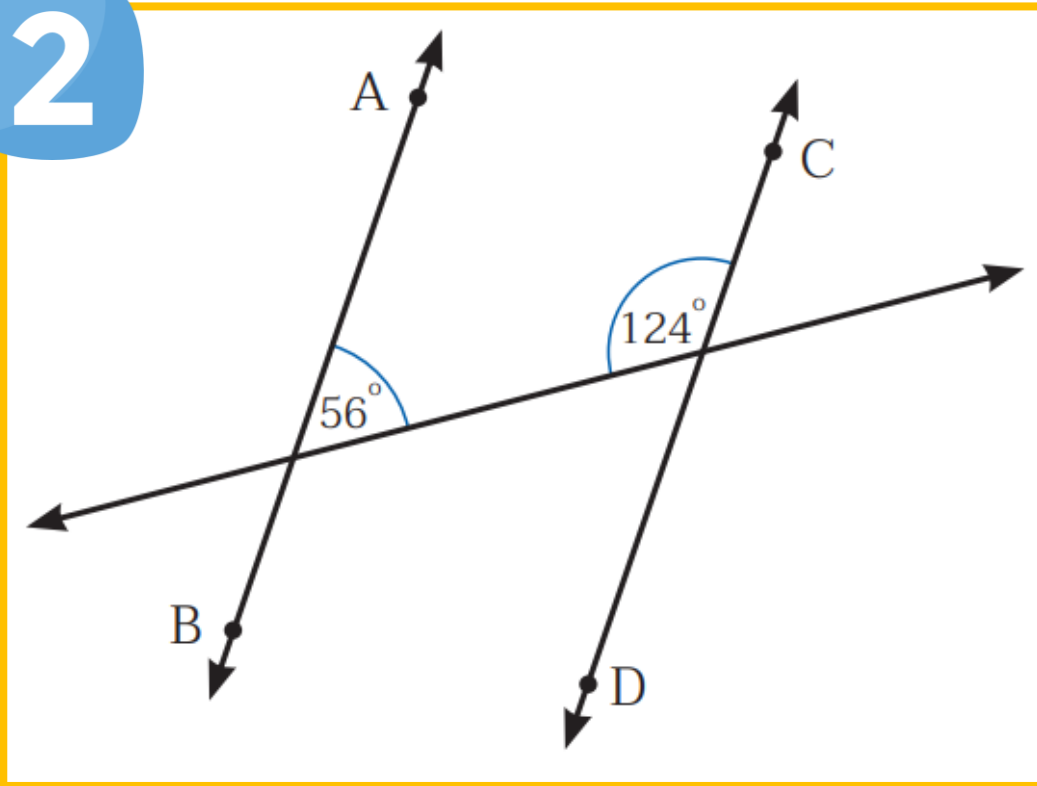
แบบฝึกหัด 1 เส้นขนานและมุมภายใน

ตอนที่ 1



คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณาว่า \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} ในแต่ละข้อต่อไปนี้
ขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

2



ตอบ $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$

เพราะขนาดของมุมภายในที่อยู่
บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกัน
เท่ากับ $56 + 124 = 180$ องศา



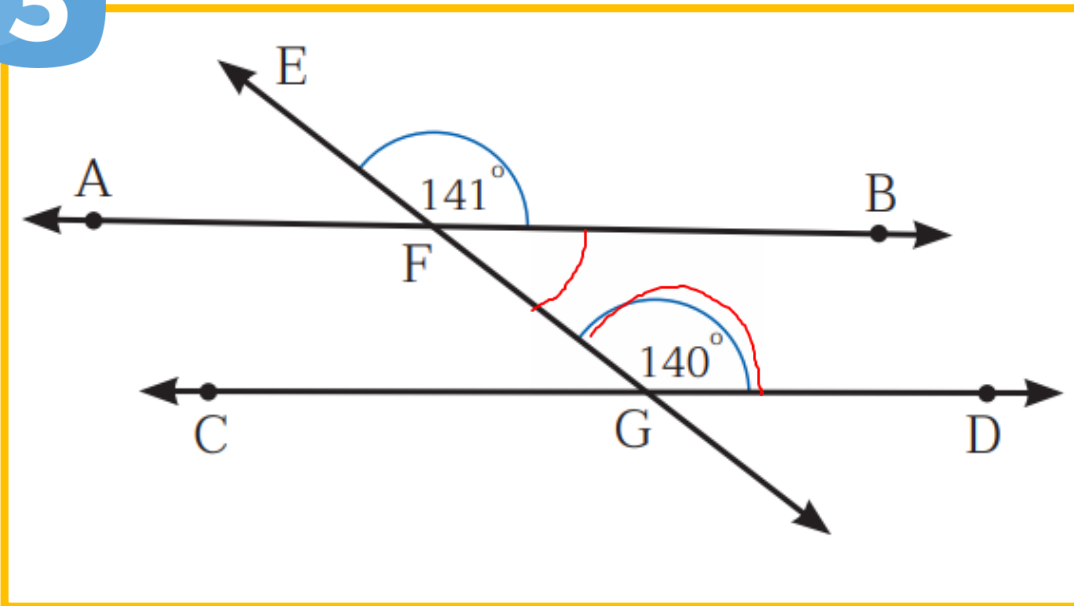
แบบฝึกหัด 1 เส้นขนานและมุมภายใน

ตอนที่ 1



คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณาว่า \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} ในแต่ละข้อต่อไปนี้ขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

3



ตอบ \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} ไม่ขนานกัน
 เพราะ $\hat{BFG} = 180 - 141 = 39$ องศา
 และขนาดของมุมภายในที่อยู่บน
 ข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ
 $140 + 39 = 179$ องศา ซึ่งไม่เท่ากับ
 180 องศา



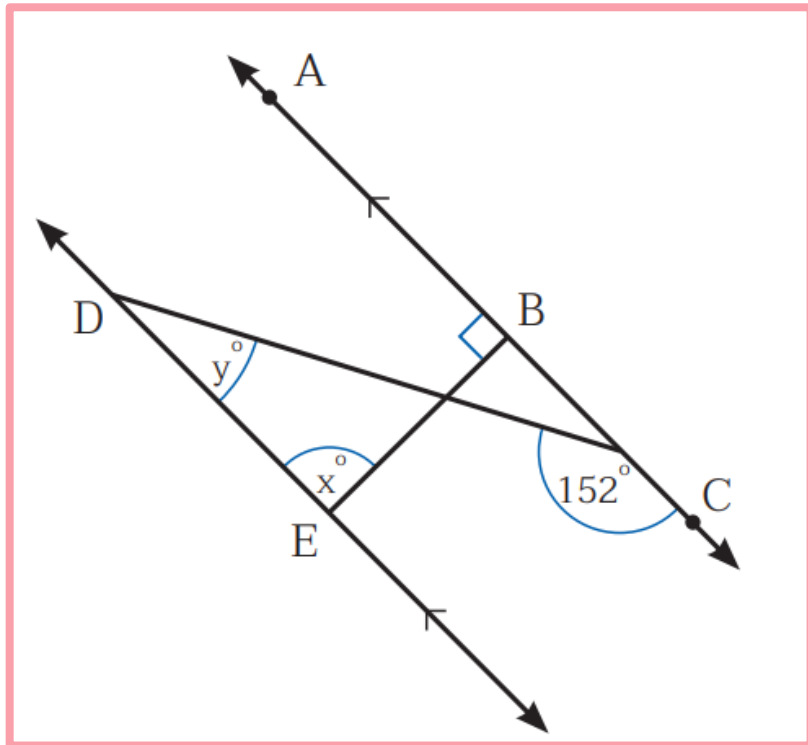
แบบฝึกหัด 1 เส้นขนานและมุมภายใน

ตอนที่ 2



คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่าที่โจทย์ต้องการทราบให้สมบูรณ์

2. จากรูป $\overleftrightarrow{AC} \parallel \overleftrightarrow{DE}$ จงหาค่าของ $x + y$



วิธีทำ... เนื่องจาก $\overleftrightarrow{AC} \parallel \overleftrightarrow{DE}$

จะได้ $x + 90 = 180$

ดังนั้น $x = 90$

และ $y + 152 = 180$

ดังนั้น $y = 28$

นั่นคือ $x + y = 90 + 28$

$= 118$



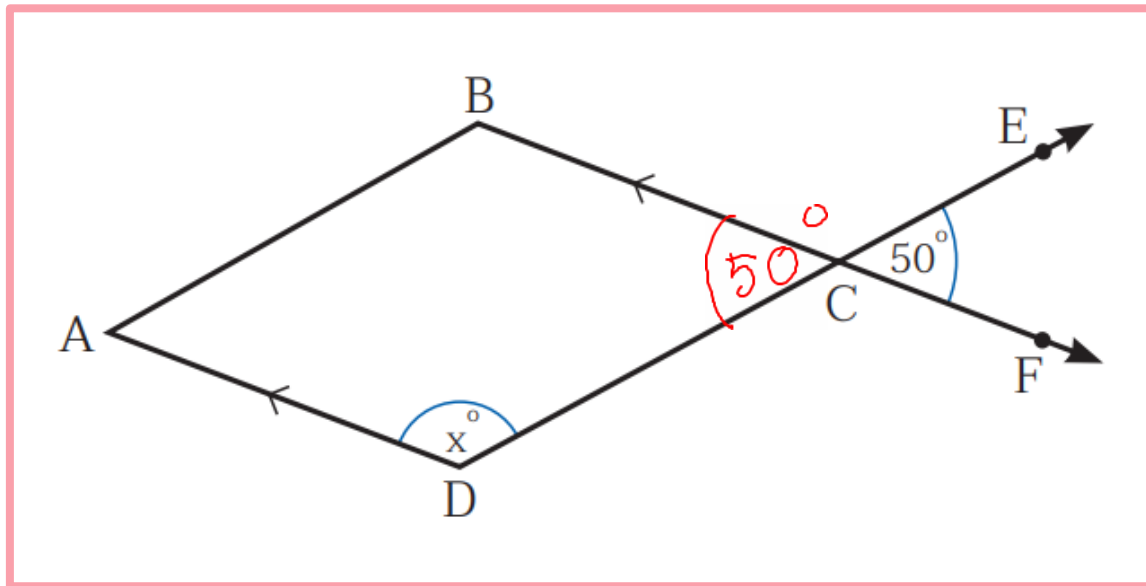
แบบฝึกหัด 1 เส้นขนานและมุมภายใน

ตอนที่ 2



คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาค่าที่โจทย์ต้องการทราบให้สมบูรณ์

3. จากรูป $\overline{AD} \parallel \overrightarrow{BF}$ จงหาค่าของ x



วิธีทำ.....

.....จากรูป จะได้ $\widehat{BCD} = 50^\circ$

.....เนื่องจาก $\overline{AD} \parallel \overrightarrow{BF}$

.....จะได้ $x + 50 = 180$

.....ดังนั้น $x = 130$

สรุปความรู้

เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง
เส้นตรงคู่ขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุม
ภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกัน
เท่ากับ 180 องศา





บทเรียนครั้งต่อไป

เรื่อง

เส้นขนานกับมุมนี้ที่ซ่อนอยู่ (3)



สิ่งที่ต้องเตรียม

แบบฝึกหัด 2 : เส้นขนานและมุมแย้ง



(สามารถดาวน์โหลดได้ที่ www.dltv.ac.th)