

# รายวิชา **คณิตศาสตร์**

เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กัน  
แบบ มุม – มุม - ด้าน

รหัสวิชา **ค22102**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ผู้สอน **ครูวิลาสินี สุขทอง**



# รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กัน

แบบ ด้าน - มุม - ด้าน

แบบ มุม - ด้าน - มุม

แบบ ด้าน - ด้าน - ด้าน

แบบ มุม - มุม - ด้าน

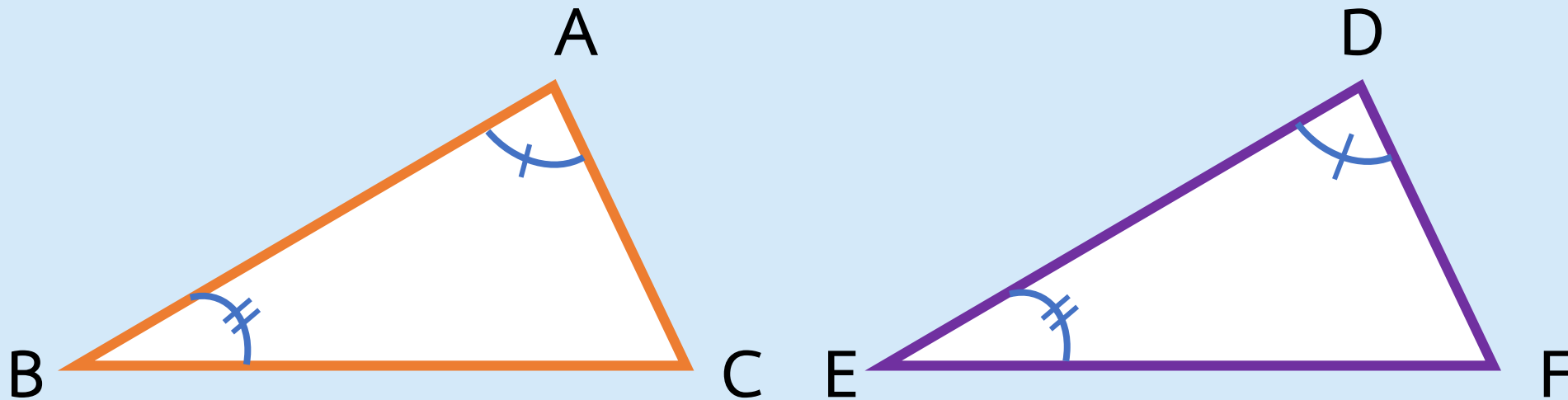


# รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กัน

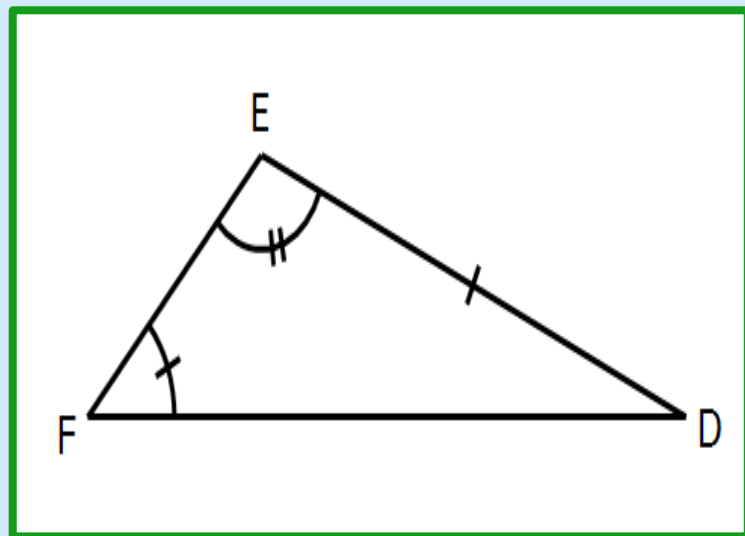
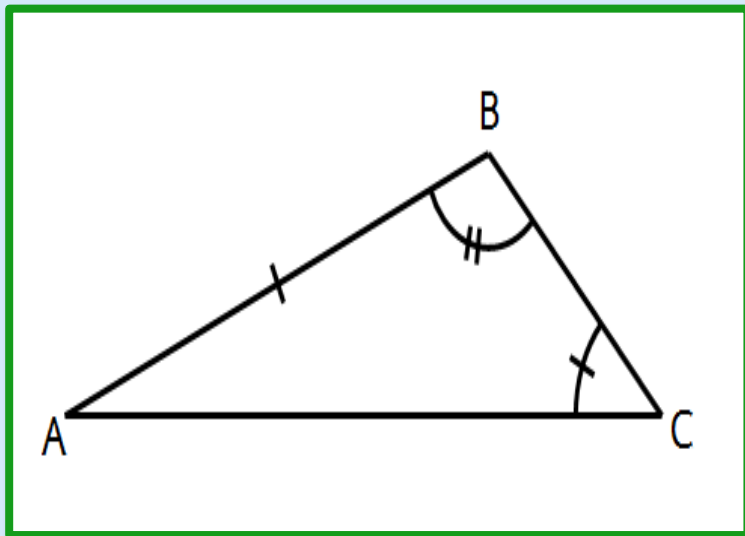
แบบ มุม – มุม – ด้าน



มุมภายในของรูปสามเหลี่ยม รวมกันได้ 180 องศา







วิธีทำ จากรูป กำหนดให้

$$1. \overset{\wedge}{ACB} = \overset{\wedge}{DFE}$$

$$2. \overset{\wedge}{ABC} = \overset{\wedge}{DEF}$$

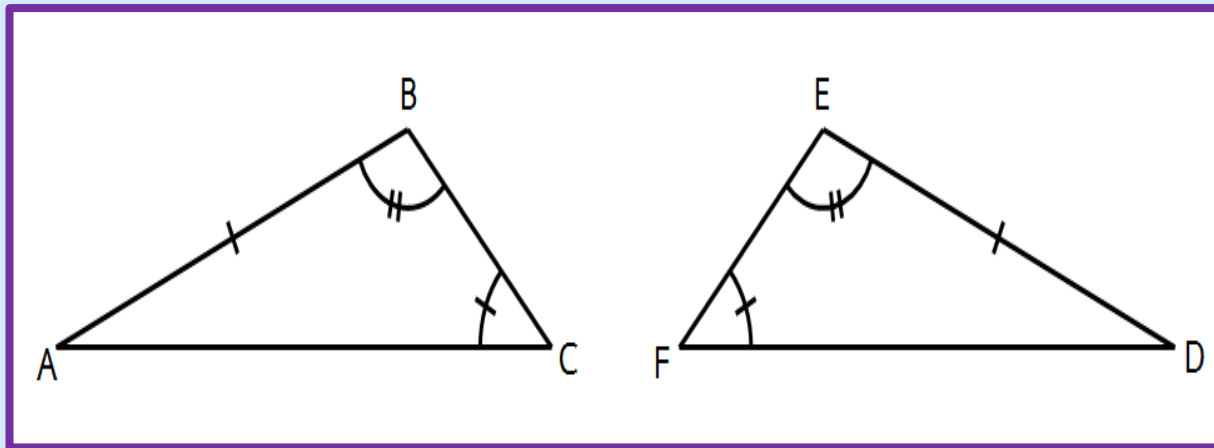
$$3. AB = DE$$

ต้องการพิสูจน์ว่า

$$\triangle ABC \cong \triangle DEF$$



## พิสูจน์



$$1. \hat{ACB} = \hat{DFE}$$

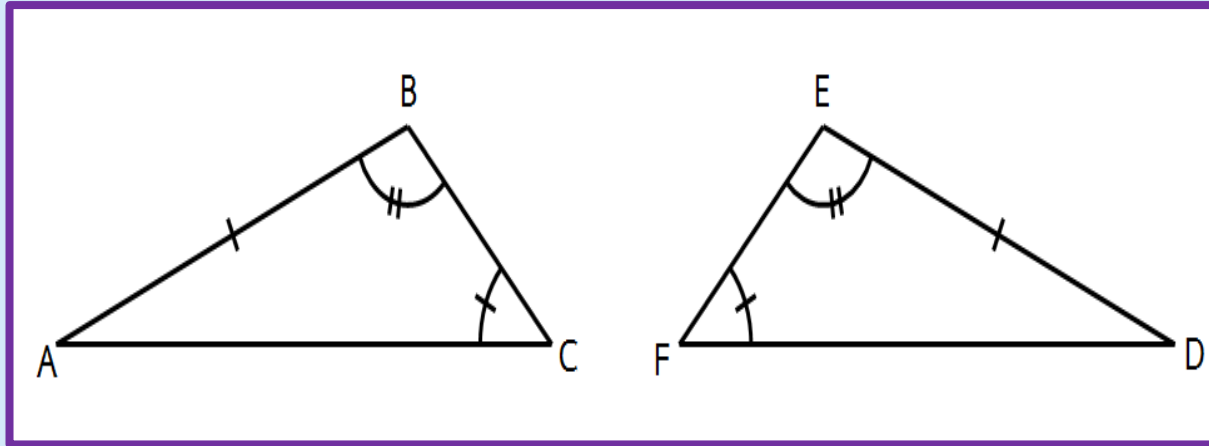
(กำหนดให้)

$$2. \hat{ABC} = \hat{DEF}$$

(กำหนดให้)



## พิสูจน์

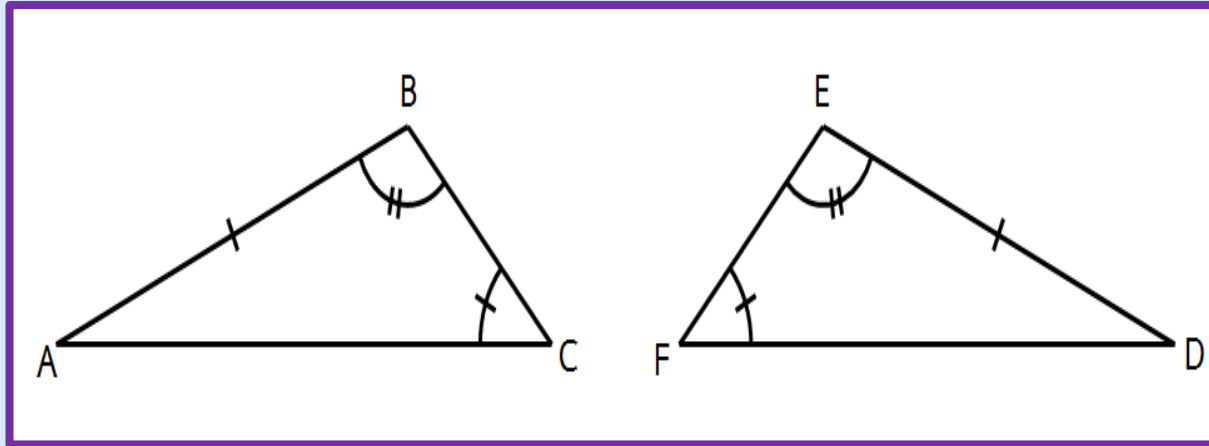


3. ดังนั้น  $\hat{BAC} = \hat{EDF}$

(จากข้อ 1 ,ข้อ 2 และ มุมภายในของรูปสามเหลี่ยม  
รวมกันได้ 180 องศา ซึ่ง  $\hat{BAC}$  และ  $\hat{EDF}$  เป็นมุม  
ที่เหลือของรูปสามเหลี่ยมสองรูป )



## พิสูจน์

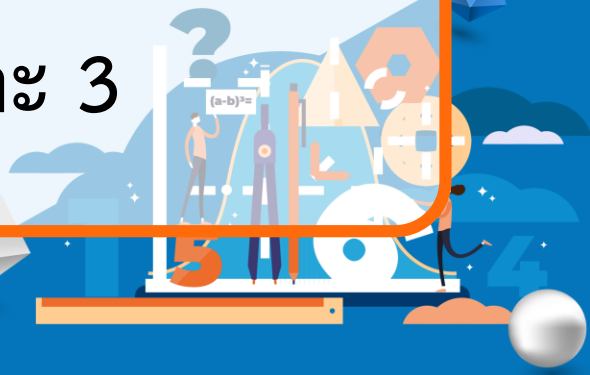


$$4. AB = DE$$

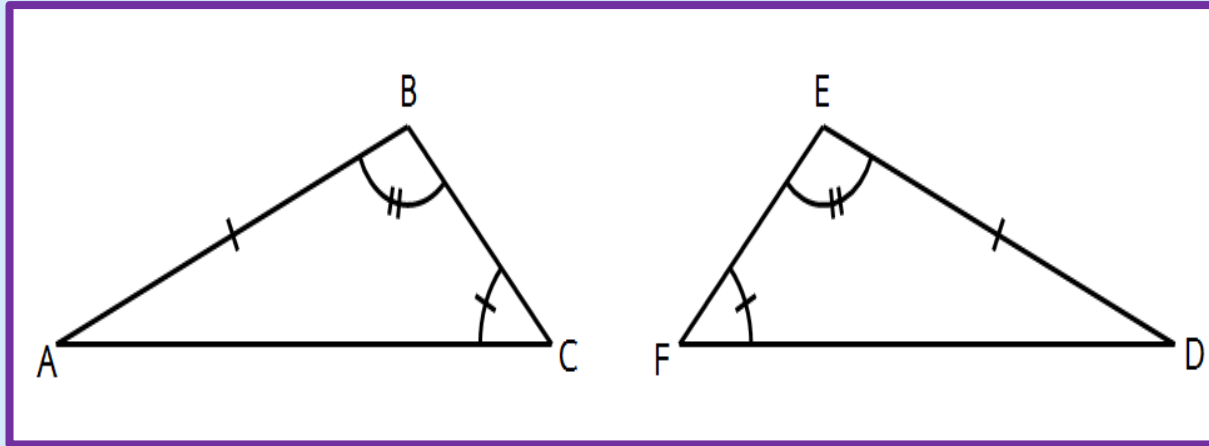
(กำหนดให้)

$$5. \triangle ABC \cong \triangle DEF$$

(มีความสัมพันธ์แบบ ม.ด.ม.  
จากข้อ 2, 4 และ 3



## พิสูจน์



ดังนั้น หากรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ  
**มุม - ด้าน - มุม** สามเหลี่ยมสองรูปนั้นก็  
จะสัมพันธ์กันแบบ **มุม - มุม - ด้าน** ด้วย



# รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม – มุม – ด้าน

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ

**มุม – มุม – ด้าน (ม.ม.ด.)** กล่าวคือ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่

และด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่ขนาดเท่ากันยาวเท่ากันหนึ่งคู่

แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ

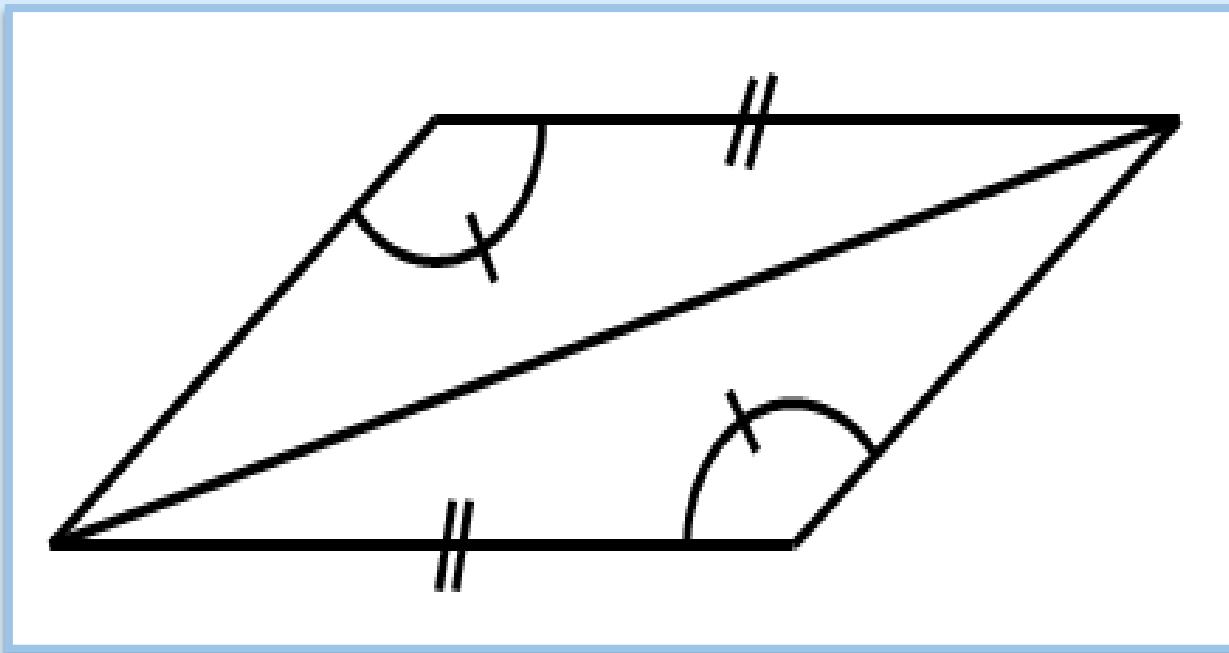




พิจารณาว่ารูปสามเหลี่ยม  
สองรูปมีความสัมพันธ์กัน  
แบบ มุม - มุม - ด้าน หรือไม่



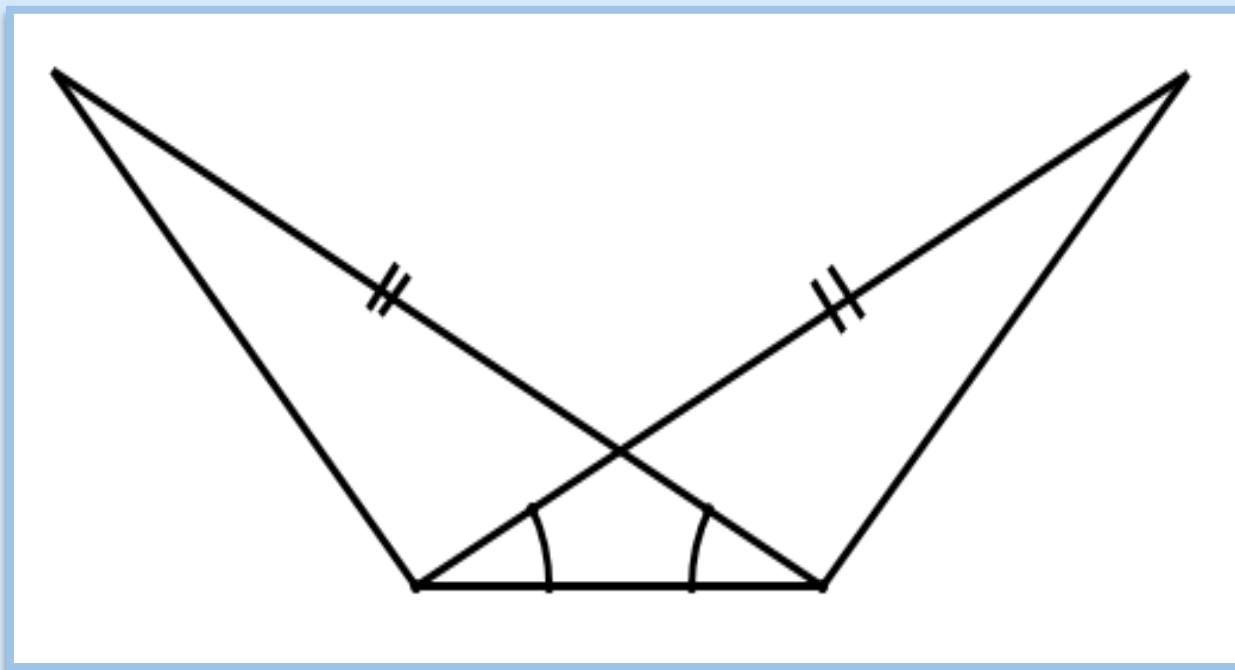
2.



ไม่สัมพันธ์กันแบบ  
มุม - มุม - ด้าน



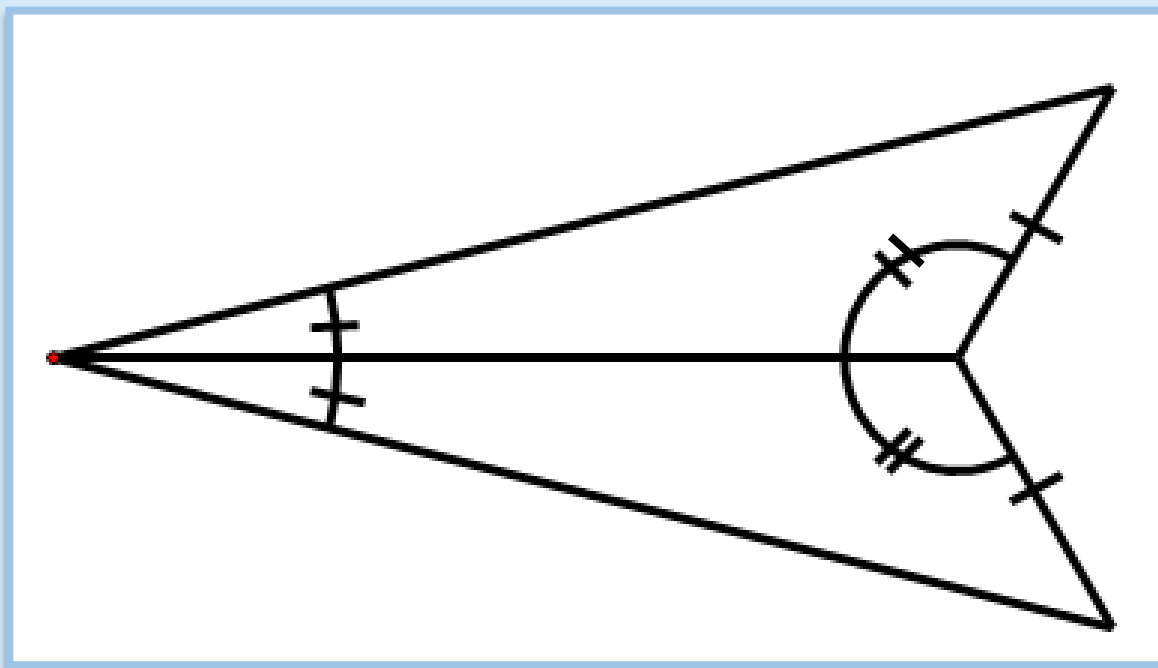
3.



ไม่สัมพันธ์กันแบบ  
มุม - มุม - ด้าน



4.

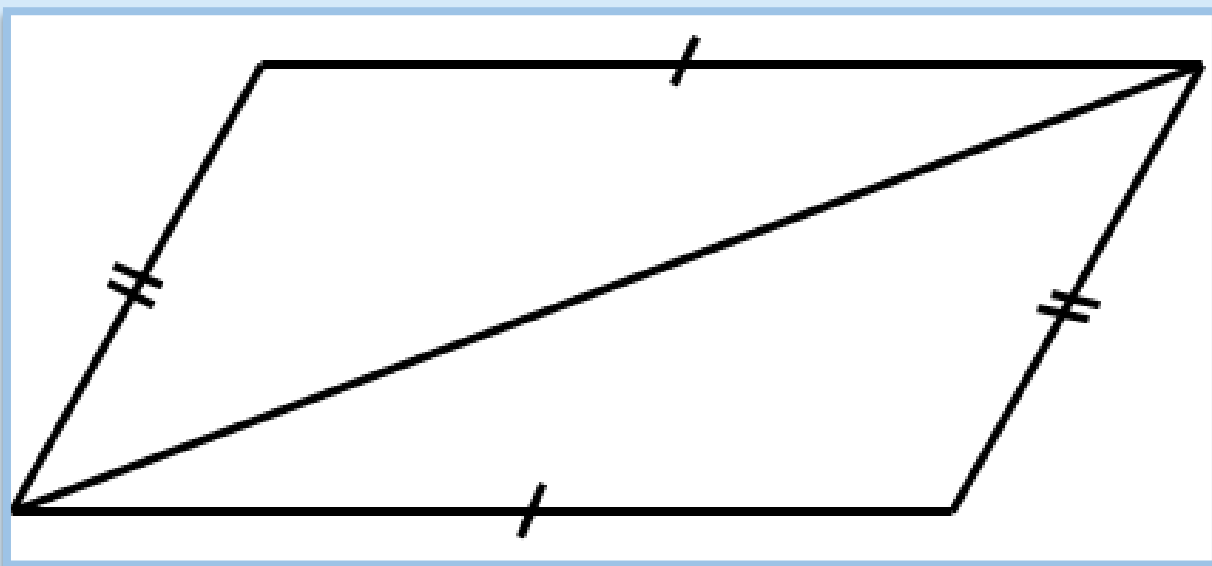


สัมพันธ์กันแบบ  
มุม - มุม - ด้าน





5.

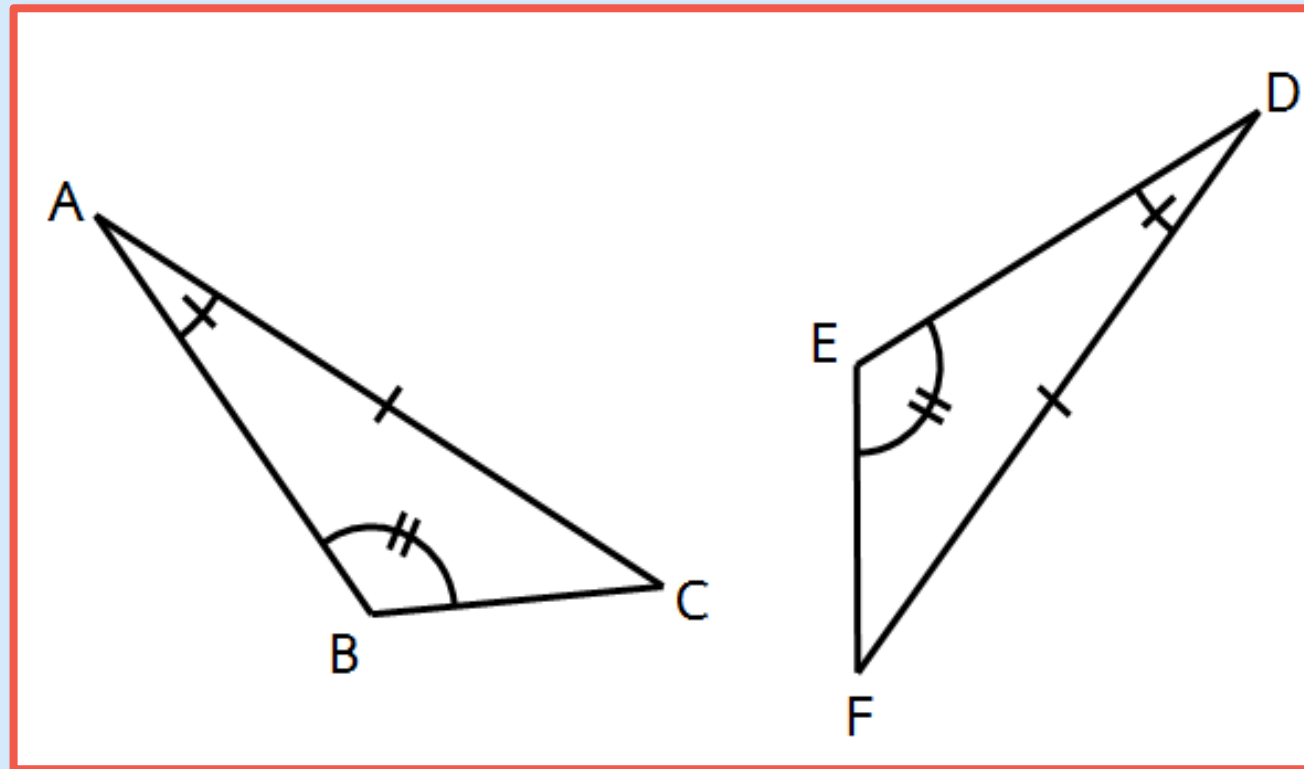


ไม่สัมพันธ์กันแบบ  
มุม - มุม - ด้าน

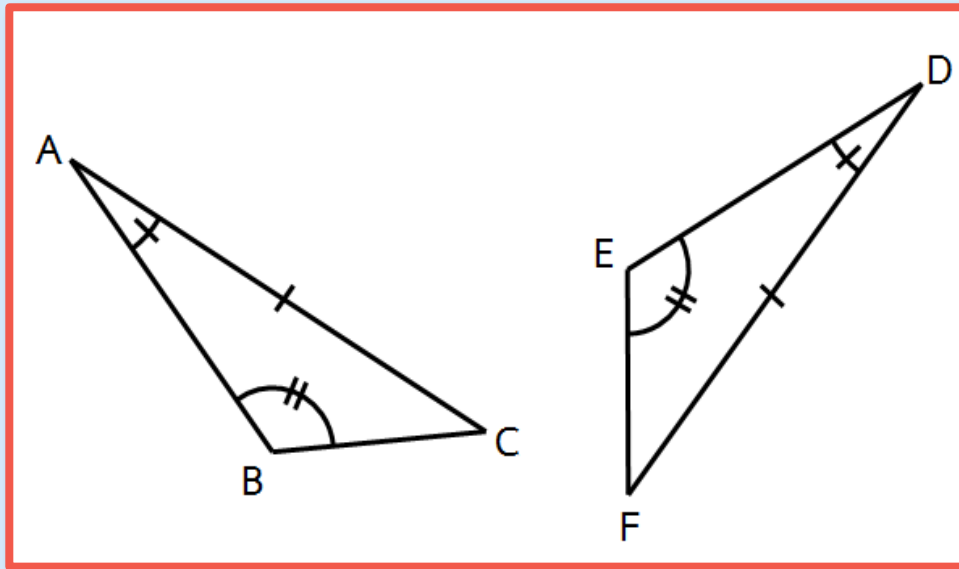


ตัวอย่างที่ 1

จากรูป จงพิสูจน์ว่า  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$



# ตัวอย่างที่ 1



วิธีทำ จากรูป กำหนดให้

$$1. \hat{BAC} = \hat{EDF}$$

$$2. AB = DE$$

$$3. AC = DF$$

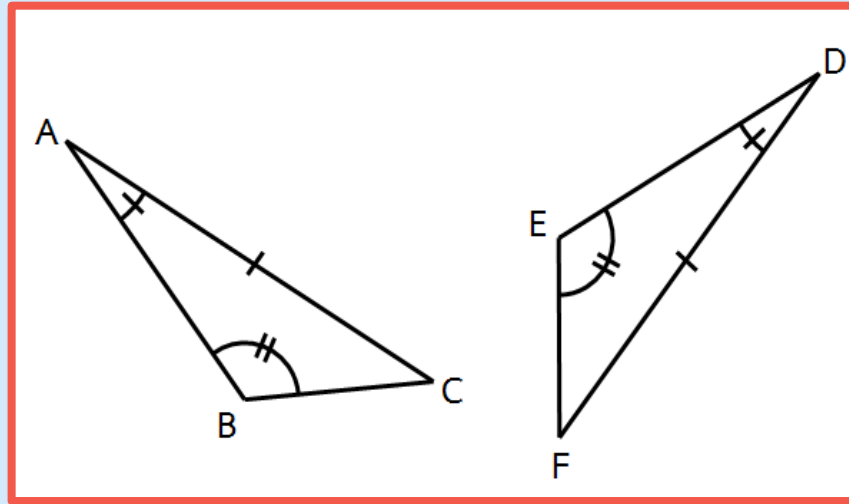
ต้องการพิสูจน์ว่า

$$\triangle ABC \cong \triangle DEF$$



## ตัวอย่างที่ 1

พิสูจน์



3.  $AC = DF$

(กำหนดให้)

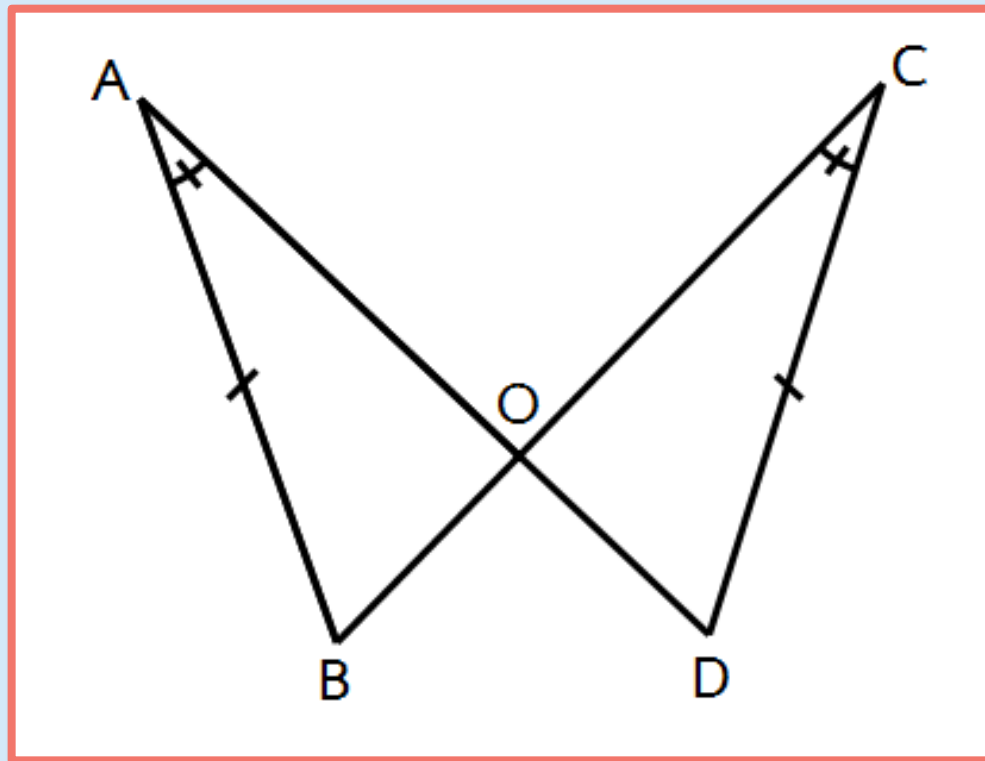
4.  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

(มีความสัมพันธ์แบบ ม.ม.ด.)

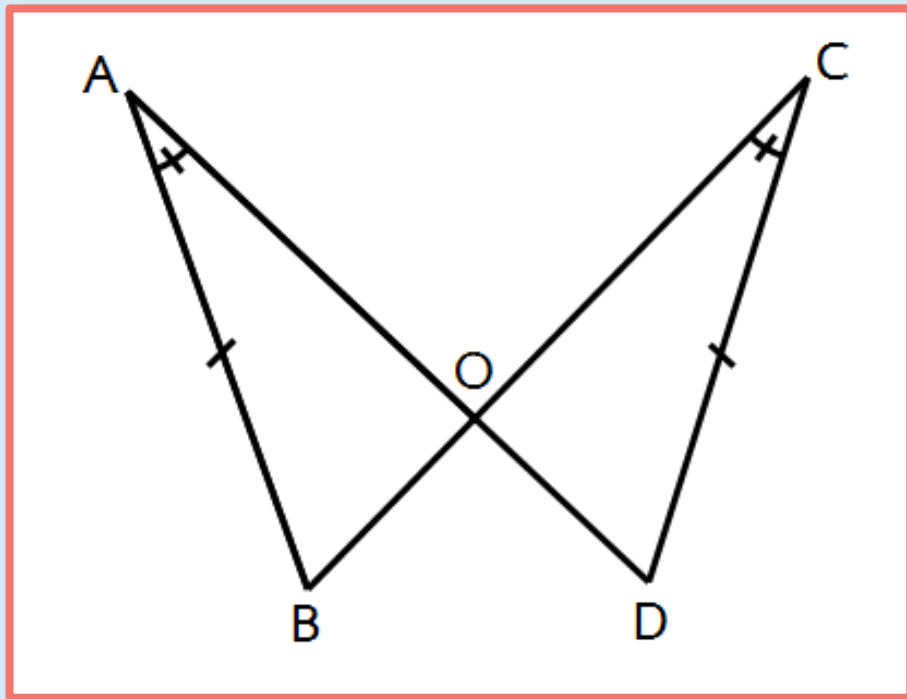


ตัวอย่างที่ 2

จากรูป จงแสดงว่า  $\hat{A}BO = \hat{C}DO$



## ตัวอย่างที่ 2



วิธีทำ จากรูป กำหนดให้

$$1. \hat{BAO} = \hat{DCO}$$

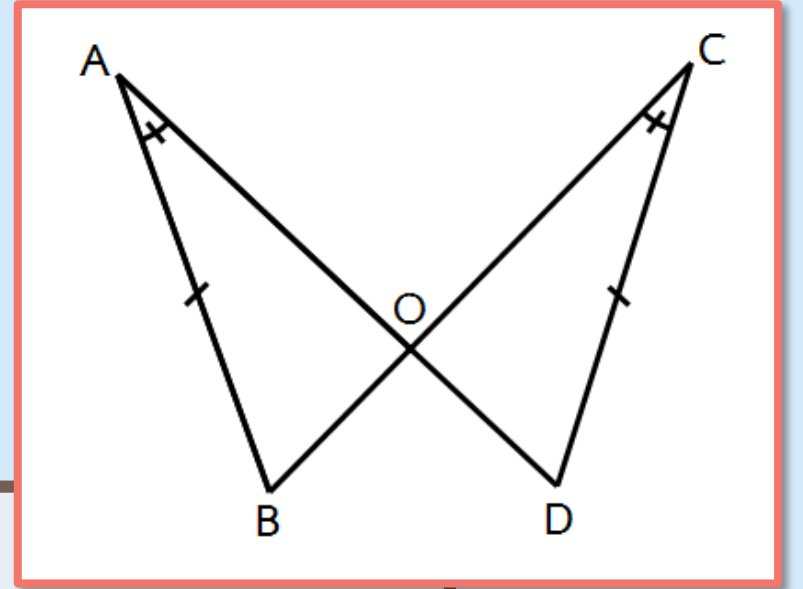
$$2. AB = CD$$

ต้องการพิสูจน์ว่า

$$\hat{ABO} = \hat{CDO}$$

## ตัวอย่างที่ 2

พิสูจน์



$$1. \hat{BAO} = \hat{DCO}$$

(กำหนดให้)

$$2. AB = CD$$

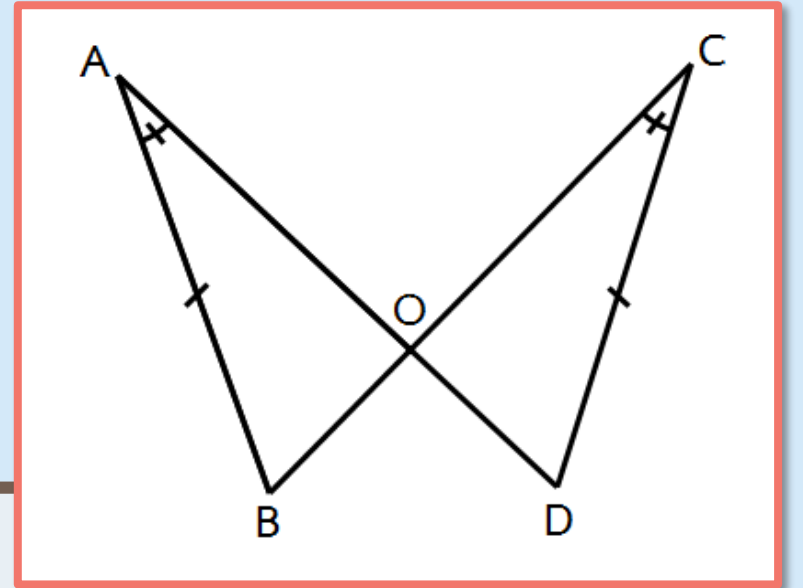
(กำหนดให้)





## ตัวอย่างที่ 2

พิสูจน์



3.  $\angle AOB = \angle COD$  (เป็นมุมตรงข้าม)
4.  $\triangle ABO \cong \triangle CDO$  (มีความสัมพันธ์แบบ ม.ม.ด.)
5.  $\hat{A}BO = \hat{C}DO$  ( $\triangle ABO \cong \triangle CDO$ )

# นักเรียนทำใบงานที่ 11

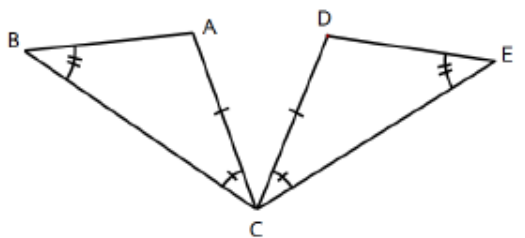


ชื่อ ..... ชั้น ..... เลขที่ .....

ใบงานที่ 10.2 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม - มุม - ด้าน (2)  
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ  
รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค22102 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

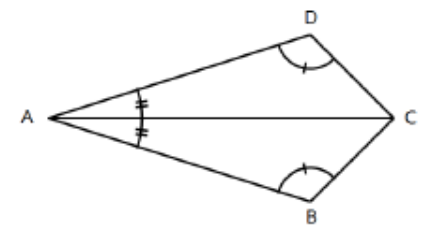
จุดประสงค์การเรียนรู้ นำสมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ  
มุม - มุม - ด้าน ไปใช้อ้างอิงในการพิสูจน์

1. จากรูป จงพิสูจน์ว่า  $AB = DE$

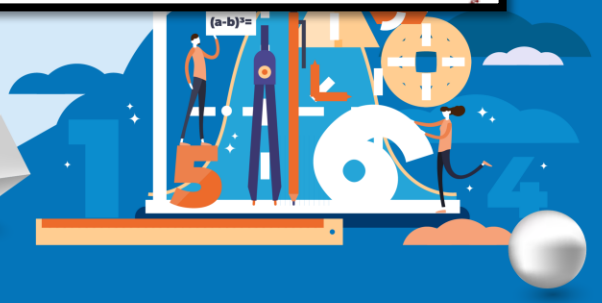


วิธีทำ .....

2. รูปสี่เหลี่ยม ABCD รูปสี่เหลี่ยมใดๆ จงพิสูจน์ว่า  $\hat{A}CD = \hat{ACB}$

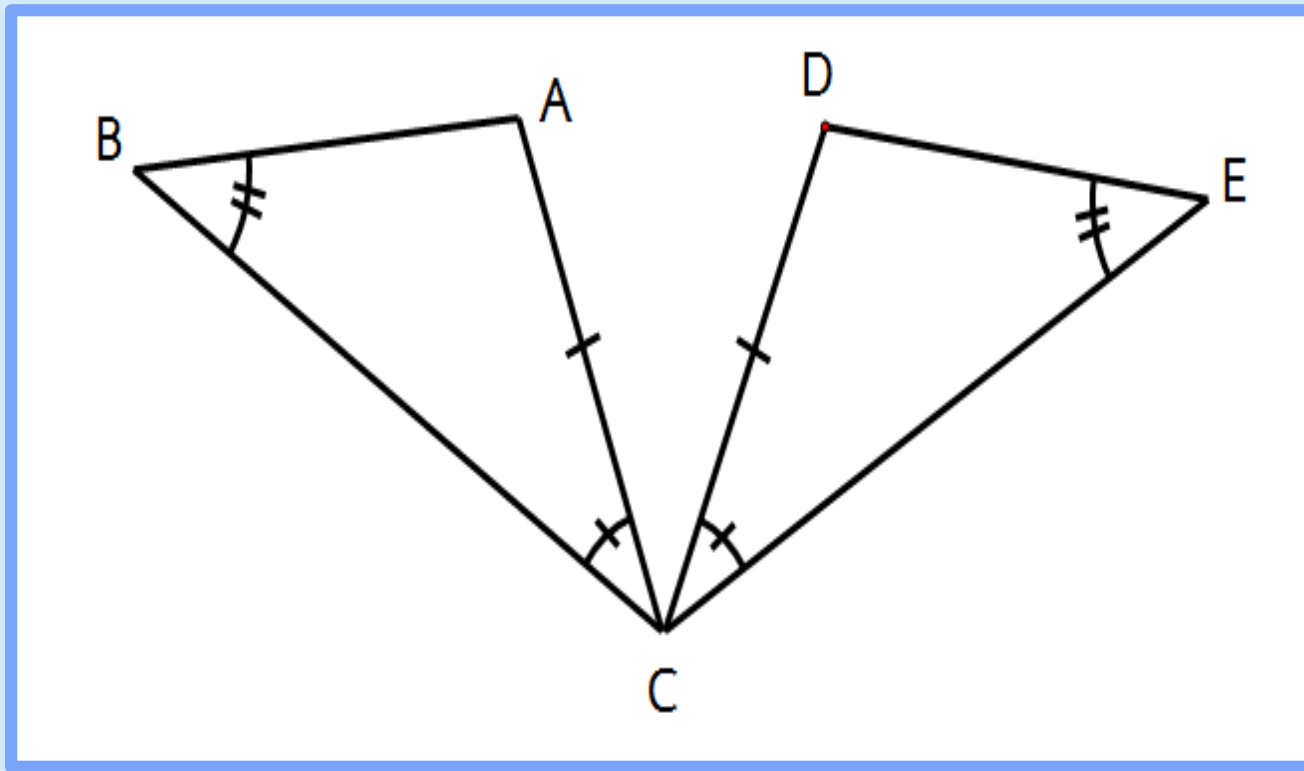


วิธีทำ .....



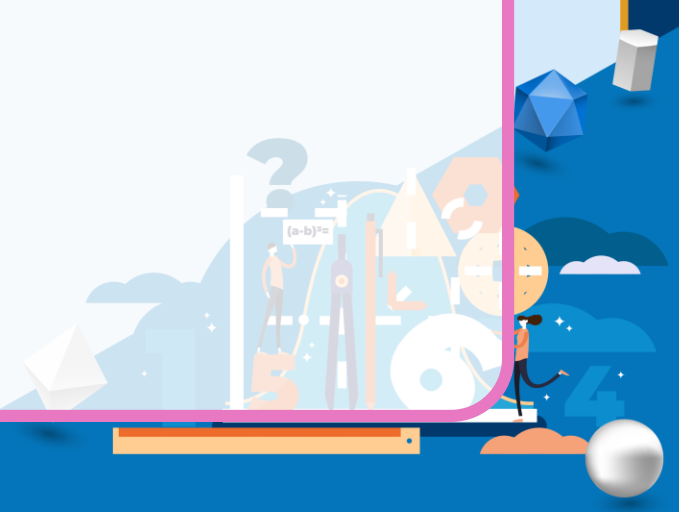
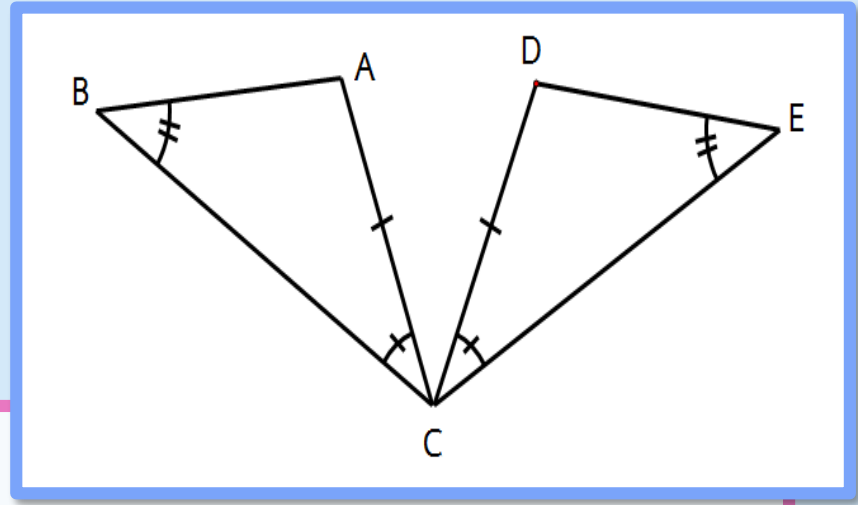
ข้อที่ 1

จากรูป จงพิสูจน์ว่า  $AB = DE$



ข้อที่ 1

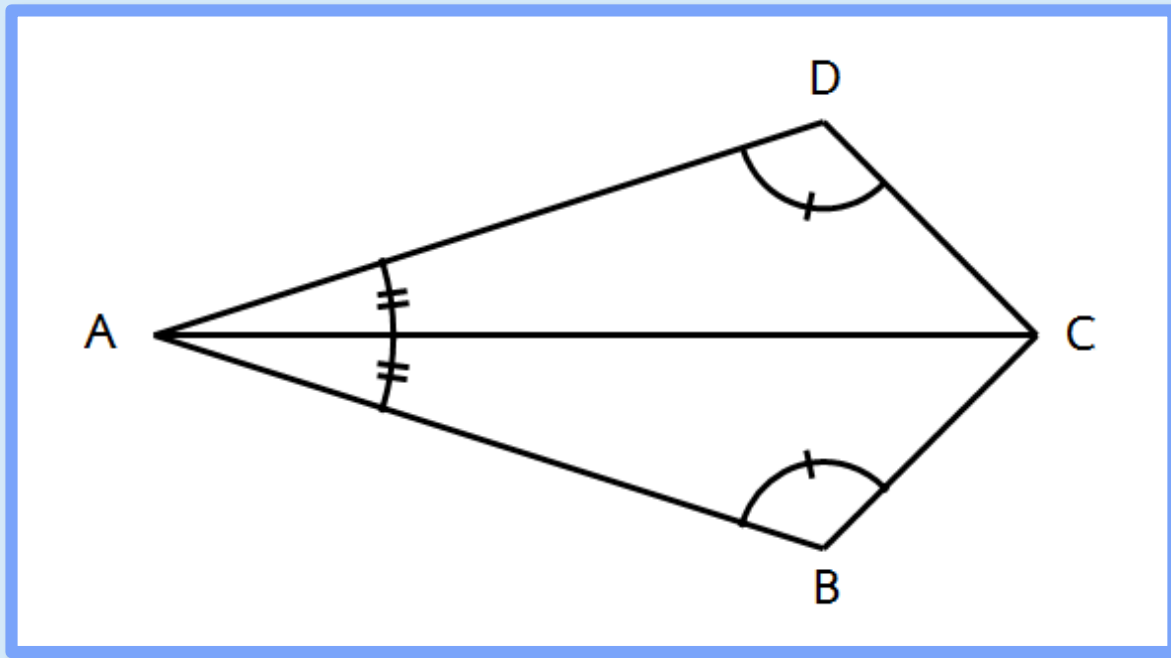
พิสูจน์



ข้อที่ 2

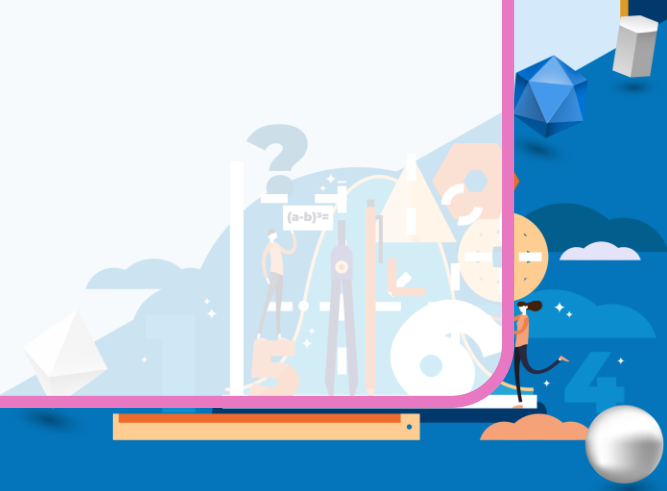
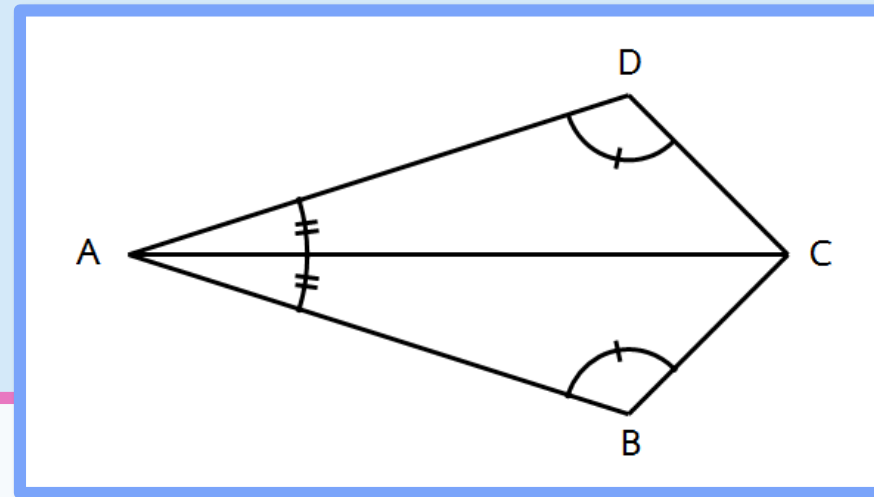
รูปสี่เหลี่ยม ABCD รูปสี่เหลี่ยมใด ๆ

จงพิสูจน์ว่า  $\hat{A}CD = \hat{A}CB$



## ข้อที่ 2

### พิสูจน์







สรุป รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม – มุม – ด้าน

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ

มุม – มุม – ด้าน (ม.ม.ด.) กล่าวคือ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่

และด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่ขนาดเท่ากันยาวเท่ากันหนึ่งคู่

แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ



# บทเรียนครั้งต่อไป

เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กัน

แบบ ฉาก – ด้าน - ด้าน

สิ่งที่ต้องเตรียม

ใบงานที่ 12

สามารถดาวน์โหลดได้ที่ [www.dltv.ac.th](http://www.dltv.ac.th)

